

OPAMP安定性設計の古くて新しい方法

ザインエレクトロニクス株式会社 源代 裕治 gendai-yuji@thine.co.jp



安定性設計までの長い道 安定性設計の要諦 実例と解析 まとめ 新名文献

I. 安定性設計までの長い道

旅の始まり

巨大な容量負荷*C_Lを、*積分器で駆動することが必要になった。 教科書的回路を試したところ、(恐れていた通り)発振してしまった。 ともかく、発振を止めないことには、その先の検討ができない。



そこで問題: 積分動作中の安定性って、どうやってシミュレーションすれば良いのだろう。リセット中の安定性と同じなのだろうか?

OPAMPの安定性を調べるには?

調査用回路は教科書には、なぜか見つけ難い。 WEBで見つけた回路



平成27年演算増幅器設計コンテスト http://www.ec.ce.titech.ac.jp/opamp/2015/index.html 募集要項 > シミュレーションの部 > 評価方法 > 位相余裕

- ・安定性は負帰還を効かせたままでは調 べ難い。オープンループにして特性を見 る必要がある。しかし単純にループを切 るだけでは、DC動作点がずれて特性が 変わってしまう。
- ・この問題を解決するため左図では、帰 還路にカットオフが極端に低いLPFを挿 入している。

しかしこの方法では周辺回路を変えてし まうため、積分器としての安定性は調べ られない。





畳込みの図的イメージ







Bode線図とNyquist線図



回路方程式を立ててLaplace変換する代わりに、先にLaplace変換してから回路方程式を立てて良い。

 $v = L \frac{di}{dt} \longrightarrow V = sLI$

双対



RCLのLaplace変換

周波数領域では、RとCやLとの違いは素子定 数の周波数s依存性だけである。そこで、直流 に対し求めた抵抗分圧の式が、この定数置き 換えだけでRLCネットワークにそのまま使える。こ れを利用することで伝達関数を計算できる。

sL

RC回路の伝達関数例



・RCLネットリーク(等価回路で電流源か入っても)の伝達関数 は一般にsの有理関数となる。その係数は全て実数である。 ・ネットワークの縦列接続は、一般には各段の伝達関数の積に はならない。



- Laplace変換で、時間領域での応答(すなわち畳込み)と周 波数領域での積が同型に対応することを説明しなさい。
- 伝達関数H(s) に s=j@の代入をすると、入力交流信号 exp(j@t)に対する応答出力が H(j@) exp(j@t) となることを 説明しなさい。また入力出力の虚部同士を比較することで、 入力sin(@t)に対する出力がどう表現されるか考えなさい。 (ヒント: H(j@) を絶対値と位相で見ると良い)
- ■気回路で素子定数を周波数特性を持った表記(抵抗R、 容量1/(sC)、インダクタsL)とすると、抵抗分圧の式から伝達 関数が求まることを説明しなさい。

II. 安定性設計の要諦

帰還制御系の周波数領域での定式化



安定性定理

安定性定理: 安定であるための必要十分条件は、 H(s)のポールが全て左半面にあること

有理関数(=多項式の比)である 伝達関数の分母分子それぞれを 因数分解したときのp_iをポール (極)、z_iをゼロ(零)と呼ぶ。

伝達関数

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a\prod_{i}(s-z_{i})}{\prod_{i}(s-p_{i})} = \sum_{i}\frac{a_{i}}{s-p_{i}}$$

逆Laplace変換してインパルス応答を求めると

$$h(t) = \sum_{i} a_{i} \exp(p_{i} t)$$

h(t)はt→∞で、p_iの実部が負(複素平面上の左半面にある)なら0に収束する。 この規則は簡単であるが、実際には回路からポールを求めることは難しい。

OPAMP回路でループゲインを求めることの難しさ

帰還誤差 Vr を直接観測できないことが、OPAMPの安定性設計を面倒なものにしている。



原理的にはOPAMP入力の差分が Vr に一致する筈である。ところが実回路には入力オ フセットが存在し、通常 Vr より遥かに大きい。そのためシミュレーションですら、入力差分 から Vr を推測することは現実的でない。

そこでループゲインを求めるにはどこかでループを切断する必要があるが、そうすると電気回路の双方向性のため、ループゲイン自体が変化してしまう困難がある。

OPAMP回路向きの安定性検証回路

帰還誤差Vrは、OPAMPの負入力側に電圧 源を挿入することで見えるようになる。

Kris Lokere, "Solutions - LTspice IV: オペアンプ回路の安定性," http://www.linear-tech.co.jp/solutions/4449



- ・<u>挿入電源に電流が流れなければ</u>、正確なループ ゲインが得られる。(OPAMPでは通常妥当な仮 定である。)
- ・*Vin*のAC振幅を1、DC振幅を0とすれば、AC解 析とTransient解析を同一回路で実行できる。



$$-\frac{V_x}{V_r} = A\beta$$

安定性の量的評価

入力Vin を系の安定性をかき乱す原因と見做すと、ループを戻ってきたVr がその結果である。 これが十分小さければ、システムは安定と考えられる。



Nyquist線図と安定性因子







ノート:ポールスプリッティングという言葉があるが、 ヒィと ヒゥは離すというより、比を大きくすることが本質的であろう。

伝達関数の周波数変換

経験的にアンプの帯域を伸ばすと不安定になりやすい。これから安定性は周波数に依存 すると考えがちである。1次ポールだけを高域に持って行くと確かに安定性が悪くなるが、こ れはNyquist線図の形状が変わるからである。 全てのポールを移動する相似変換 *s → cs* を考えよう。この変換はNyquist線上のどこに いるかを変えるだけで、形状は変えない。そこで安定性も不変である。 例えば2次系の場合



分母が $1+2\zeta s+s^2$ と表せるよう $\tau_1 \tau_2 c^2 = 1$ となる c を選ぶと $\zeta = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} + \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} \right)$ と計算される。

そこで、



と置替えると、A(cs)はA(s)に戻る。 安定性は、時間の単位の取り方に依らない特性なのである。



Nyquist線図の解釈







安定性因子のBode線図を描くと、-1点との最接 近点Tは、そのピークとして表れる。その大きさは、 最接近距離の逆数である。Nyquist線図だけでは 分かり難いピーキング周波数も、Bode線図からは 直読できる。

安定性因子ピーク値は、ゲイン余裕や位相余裕より、直接的な安定性指標である。





ゲインを調整して、最接近距離を合わせた伝達関数





ポールの効果

高次の伝達関数の特性を見るため、ア ンプゲインA からポールを抜き出して

$$A(s) = \frac{A_p(s)}{1 + s\tau_1}$$

てみる。A はこのポールがなか

と表してみる。 A_p はこのポールがなかったと きの伝達関数である。一般には τ_1 は正 なので、ポール -1/ τ_1 は負になる。

 ω が0付近にあるとき(低周波)では、 $j \omega \tau_1$ は原点付近にとどまる。 ω が十分大 きくなってくると $j \omega \tau_1$ が原点から離れて上 向きに動き始める。その初期、 $1+j \omega \tau_1$ は 大きさは1に近いまま、位相角だけが ω に 比例して大きくなる。 A_p にその逆数を掛 けるということは、Nyquist線図では-1点 に近づける側に変形することである。

⇒ ポールが増える度に不安定になる。



30

一巡伝達関数A からゼロを抜き出して

 $A(s) = A_p(s) \left(1 + s \tau_2\right)$

と表してみる。 A_p は残りの因子である。 ポールと違い τ_2 は正にも負にもなる。

(1+*s*τ₂)のゼロは

τ₂>0なら左半面、 τ₂<0なら右半面

にある。後者の場合を右図に示す。右 半面のゼロが Ap の位置を左方向に回 転させ、-1点に接近させる様子が観測 される。

⇒ 右半面ゼロ(Right Half Plane Zero: RHPZ)は不安定要因

逆に、左半面ゼロは安定化に寄与する。





- > OPAMP回路の負入力側に電池を挿入することで、実回路 での安定性をシミュレーションできる。
 - AC解析で挿入した電池の両端電圧比を求めると、それがループ ゲインとなる。またOPAMP入力側信号が安定性因子となる。
- ▶ 安定性因子のピークが小さいほど安定である。その大きさや 周波数位置はBode線図から簡単に求まる。
 - ループゲインのNyquist線図で、その軌跡が-1点に最接近する距離の逆数が、安定性因子ピーク値である。
 - Bode線図の位相余裕やゲイン余裕は、Nyquist線図でも特徴 点になる。これらは最接近点とは異なる位置にあるため、安定性 因子ピークとは一意に対応しない。軌跡の形状により異なるのであ る。

III. 実例と解析

OPAMP回路例

R. Jacob Baker, "CMOS Circuit Design, Layout, and Simulation, Third Edition," IEEE Press, 2010.



良く使われる回路形式なので教材には適する。

ただしこの回路に限って言うと、低電圧トランジスタを使った1V動作狙いに無理があり、全く使い物にならない。

34

シミュレーションベンチ



35





Nyquist線図







ポールは何処に

ポールある所、容量あり。が、全ての容量が見えるポールを作る訳ではない。

単純化した等化回路



39





補償容量Ccは帯域要求から決める。ここでは3pFを用いた。 補償抵抗Rcの最適値は、パラメトリックシ ミュレーションで調べることにする。



v1点と電源間に容量をつなげばC₁を増やせるが、左図のように出力との間に繋ぐ構成の方がずっと多く用いられる。これはv1点とvoutが逆極性なので、容量の割りに実効が大きい(Miller効果)からである。 Ccをしばしばミラー容量と言うが、単純にC₁を大きくしている訳ではない。伝達関数の分母の次数がひとつ上がり、分子にゼロが発生している。回路動作を誤解しかねない呼

称と思う。

位相補償のBode線図



補償容量がない場合、Cc=3pFのみを用いた場合、さらにRc=6kΩを追加した場合のBode 線図を示す。1st Poleは3桁低周波側に移動しているが、2nd Poleが置き換わっているかも 知れない。ユニティゲイン付近の位相回りは補償容量ではなく補償抵抗で調整している。

位相補償時の原点付近のNyquist線図

が小さくなりVrのボード線図でゲインのピーキ

ングとなって観測される。

42



一方、 $\tau_2 = \tau_3$ となるように選ぶとポールゼロ・キャンセルで、 $A(\omega)$ を1次系に出来る。

安定性因子f特とノイズf特の類似



誤差信号vrのピーキングと出力ノイズvoutのピーキングは、形状が似ていることが多い。 これは概ね広帯域な多数のノイズ源が、安定性因子(ピーキング付近の周波数では大き さが~1)倍されて重ね合わさって観測されるからであろう。 高域にノイズピーキングがあるときは、安定性が悪いと疑うべきである。

43

ゼロの起源

補償容量*Cc*を入れると反転入力から 直接出力へ至るパスが出来る。極性が 反転しないのでRHPZとなる。 補償抵抗Rcを入れると、スルー電流が v_1 を持ち上げ、 Tr_2 がそれを吸収するよう になる。



スルー電流はDC的には入力差動対が発 生するものであるが、高周波ではおそらく寄 生容量も寄与する。

のときスルー電流が全てTr₂に吸収される。

Tr₂の相互コンダクタンスをgm₂とすると

 gm_2

 $R_{C} = -$

Transient解析も必須

Transient解析だけで安定性設計をすることは、見通しが悪くて不適切である。一方AC解析だけで設計してしまうと、大入力で全く異なる特性になる状況を見落としてしまう危険がある。



今回の回路では、入力に50mV振幅の矩形波を入れただけで、出力に大きなひげが発生した。内部 波形を調べると、入力の立下りで出力トランジスタM7が完全にオフしていた。 Transient解析ではこのように、トランジスタの動作点が極端な状態にならないことを確認することが肝 要である。

入力負荷の補正法

Vin に電流が流れることが、誤差の原因であった。ならば、その電流が Vin の手前で吸収されるようにすれば良い。このアイデアを下図で例示する。その一般化も容易であろう。



補正回路の動作

補償回路を入れない時の回路方程式 $\begin{cases} -AV_r - R_o \left(I_p + I_L\right) = V_{out} \\ I_L = sC_L V_{out} \\ I_p = sC_p V_r \end{cases}$

から、その伝達関数は

$$\frac{V_{out}}{V_r} = -\frac{1 + sR_oC_p}{1 + sR_oC_L}$$

となる。sを無限大にしたとき、原点ではなく - C_p/C_L に収束する。

補償電流源を追加し、Vinに流れる電流 をそこに吸収する。これは駆動抵抗Roから 見ると負荷電流 $I_p=0$ と等価である。すなわち アンプ入力負荷 $C_p=0$ と同じになる。



IV. まとめ

- > OPAMP回路の安定性設計に、Bode線図とNyquist線図の両方を活用する方法を示した。
- シミュレーションベンチとしてOPAMP入力に電源を入れる方 法を紹介した。この方法は実動作回路でNyquist線図を描 けるという優れものである。
- この方法でも、入力負荷が大きくなると誤差が無視できなく なる。その影響を実用的に十分補償するシミュレーションベン チの作り方を考案した。
- 安定性指標として、位相余裕より-1点最接近基準の方が 優れている様子を示した。

卒論のテーマにいかが。



V. 参考文献

- 1. 源代裕治, "ナイキスト線図を用いたオペアンプ安定性設計," 電気学会 電子回路研究会資料 ECT-15-046, Jul. 2015.
 - ▶ 本講義の元になった研究発表である。今回の資料で包括したので、特に参照する必要はないだろう。
- Neag, et. al. "Comparative Analysis of Simulation-Based Methods for Deriving the Phase- and Gain-Margins of Feedback Circuits With Op-Amps," IEEE Trans. Circuits Syst. I, Regular Papers, vol. 62, no. 3, pp. 625–634, Mar. 2015.
 - OPAMP安定性を調べる手法を総括した論文である。主要文献が引用されているので、研究の取り掛かりとしてお勧めする。
- 3. Steinmetz, "Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena," Electrical World and Engineer, 3rd Ed. 1900.
 - 交流理論の創始者による著書。Laplace変換とは独立に開発された事実を示すために引用した。(Laplace変換が 電気回路の分野にどのように導入されてきたかは良く分かっていない。)
- 4. Bode, "Network Analysis and Feedback Amplifier Design," D. Van Nostrand Company Inc., 1945.
 - 負帰還理論の開拓者の一人による著書。これを読むと当初はBode線図だけでなくNyquist線図も同様に活用されていたことが分かる。-1点との距離が安定性に効くことが明記されているが、その最小値ではなく、なぜか位相余裕という間接指標が用いられている。
- 5. OPAMP回路を扱った任意の教科書
 - 例えば Razavi, "Design of Analog CMOS Integrated Circuits," McGraw-Hill, 2001.