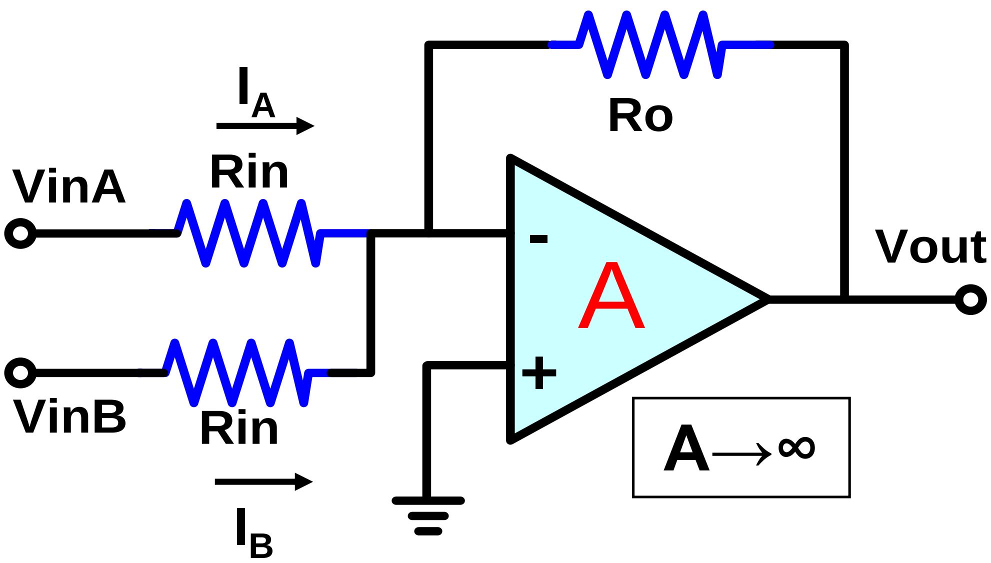
電子回路設計
― OPアンプ (2) ―

小林春夫・桑名杏奈
Email: koba@gunma-u.ac.jp
Tel: 0277-30-1788
オフィスアワー: AM9:00～AM10:00(平日)
電気電子棟（3号館）4F 404室

授業の内容

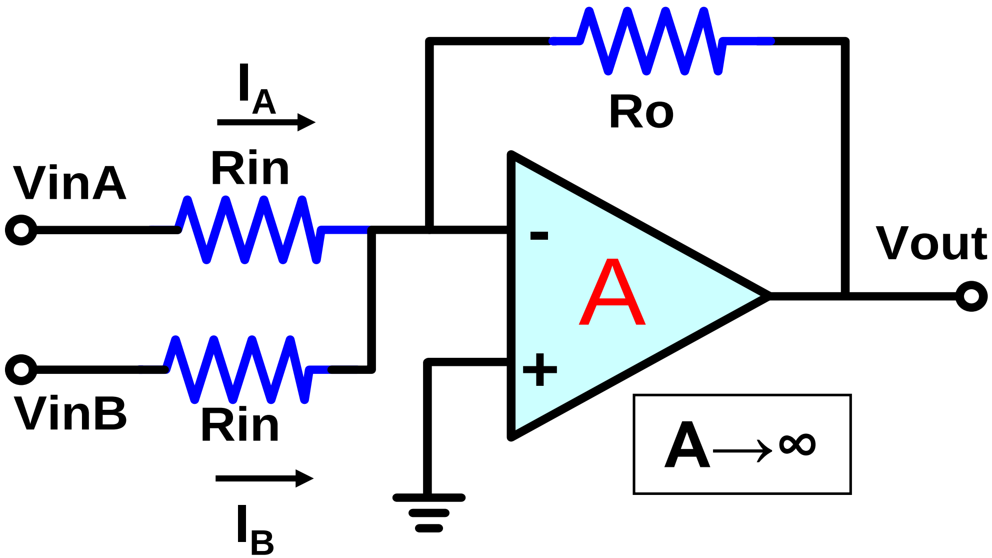
- 第1回　講義内容の説明と電子回路設計の基礎知識
- 第2回　キルヒホッフ則を用いた回路解析と演習
- 第3回　集積回路のデバイス･モデル
- 第4回　Bipolarトランジスタの基礎(1)
- 第5回　Bipolarトランジスタの基礎(2)
- 第6回　MOSトランジスタの基礎(1)
- 第7回　MOSトランジスタの基礎(2)
- 第8回　中間テスト
- 第9回　MOSトランジスタの基礎(3)
- 第10回　OPアンプ(1)
  OPアンプ(2)
- 第11回　OPアンプ(3)
  OPアンプ(4)
- 第12回　電源回路
- 第13回　高周波回路

オペアンプの使用法(6)2入力電圧の加算



Vout =

オペアンプの使用法(6)2入力電圧の加算



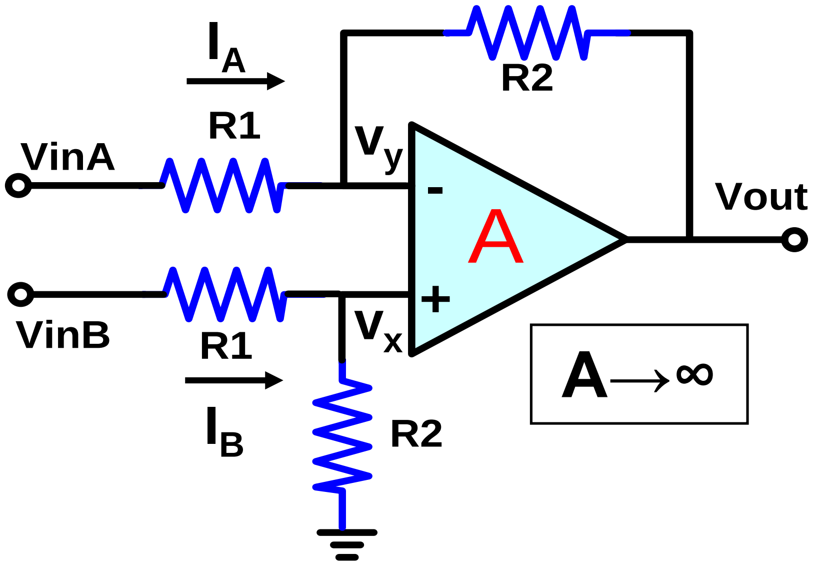
$$I_A = \frac{V_{inA}}{R_{in}}$$

$$I_B = \frac{V_{inB}}{R_{in}}$$

$$V_{out} = -R_o(I_A + I_B)$$

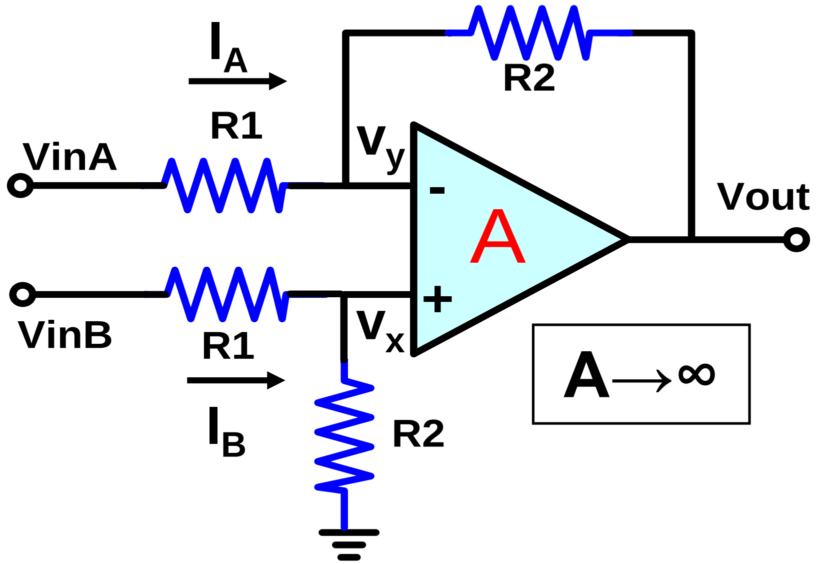
$$\mathrm{Vout} = -\frac{\mathrm{Ro}}{\mathrm{Rin}}(\mathrm{VinA} + \mathrm{VinB})$$

オペアンプの使用法(7)２入力電圧の減算



Vout =

オペアンプの使用法(7)２入力電圧の減算



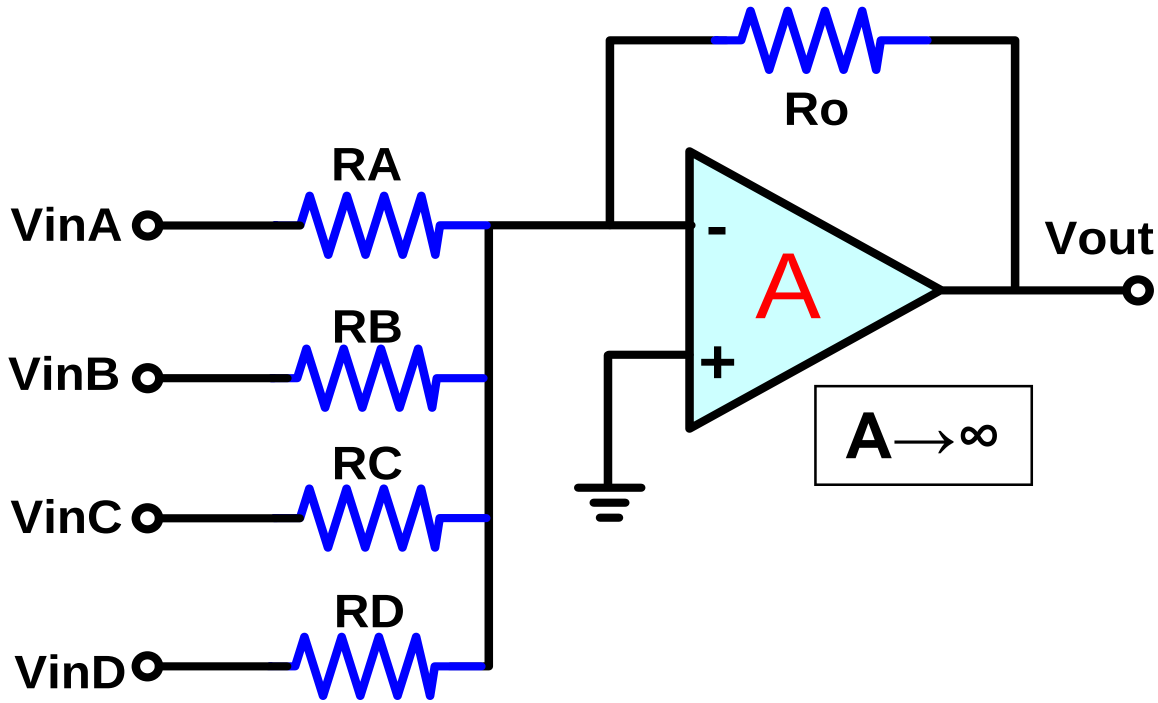
$$I_A = \frac{V_{inA} - V_y}{R_1} = \frac{V_y - V_{out}}{R_2}$$

$$I_B = \frac{V_{inB} - V_x}{R_1} = \frac{V_x}{R_2}$$

$$V_x = V_y$$

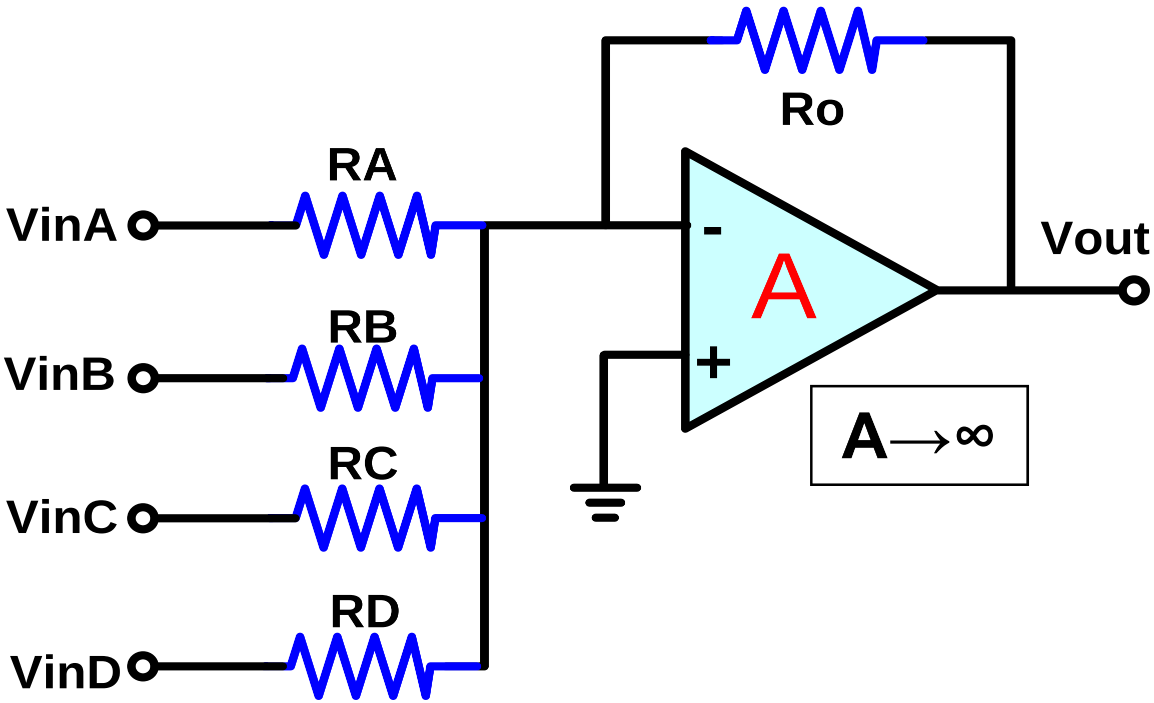
$$\mathrm{Vout} = -\frac{R2}{R1}(\mathrm{VinA} - \mathrm{VinB})$$

オペアンプの使用法(8)複数入力電圧の積和演算



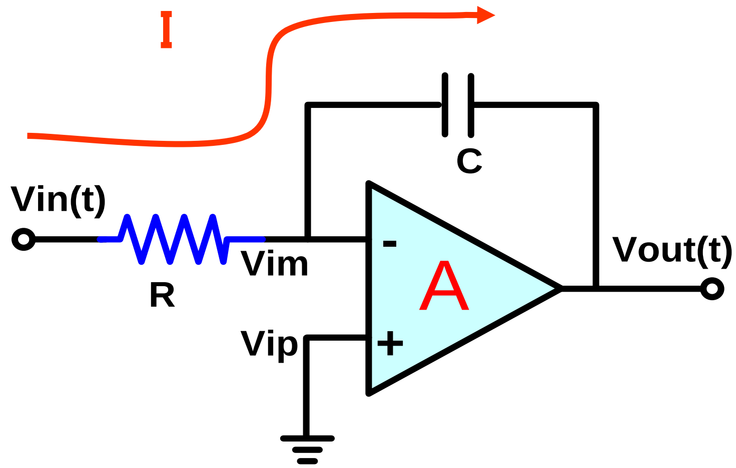
Vout =

オペアンプの使用法(8)複数入力電圧の積和演算



$$Vout = -\,Ro\left(\frac{VinA}{RA} + \frac{VinB}{RB} + \frac{VinC}{RC} + \frac{VinD}{RD}\right)$$

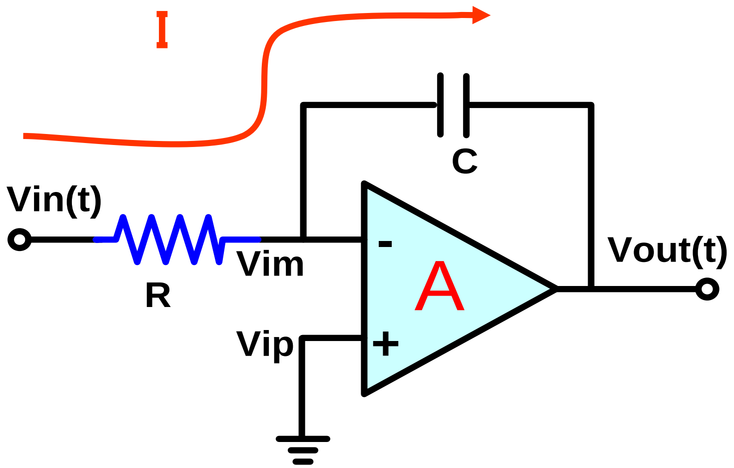
オペアンプの使用法(9)積分回路



$$A \to \infty$$

$$Vout =$$

オペアンプの使用法(9)積分回路

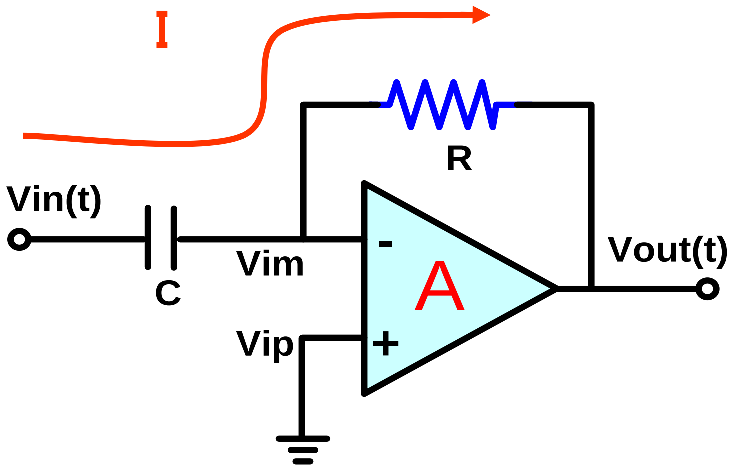


$$A \rightarrow \infty$$

$$Vout = -\frac{1/j\omega C}{R} Vin = -\frac{1}{j\omega RC} Vin$$

$$\mathrm{Vout\ (t)} = -\frac{1}{RC}\int_0^t Vin(t)\,d\tau$$

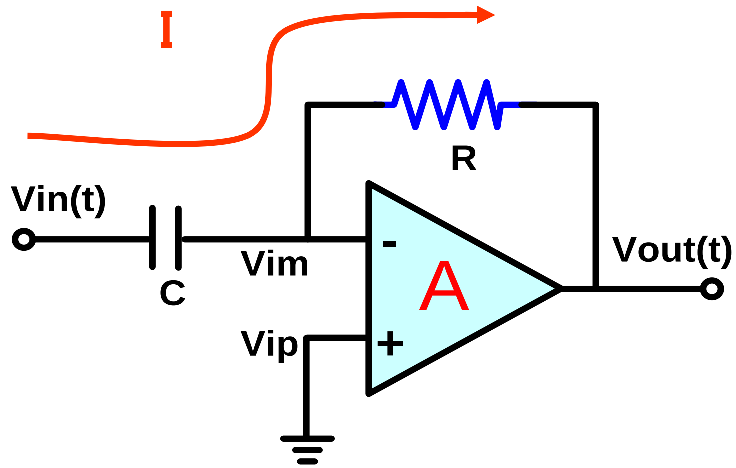
オペアンプの使用法(10)微分回路



$\boxed{A \longrightarrow \infty}$

$$Vout =$$

オペアンプの使用法(10)微分回路

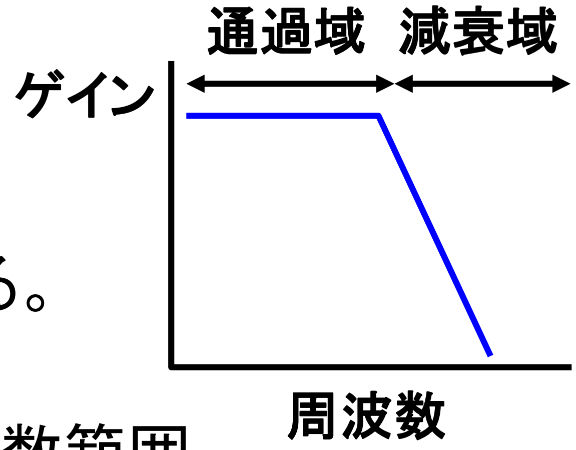


A→∞

$$Vout = -\frac{R}{1/j\omega C}Vin = -j\omega RCVin$$

$$Vout\,(t) = -RC\frac{d}{dt}Vin\,(t)$$

OP-Ampによるアクティブ・フィルタ



フィルタ(Filter):

必要とする周波数帯域の信号のみを通過させ、
それ以外の帯域の信号を減衰させる回路である。
通過域(Pass Band): 通過させる周波数範囲
減衰域(Attenuation Band): 通過させない周波数範囲.

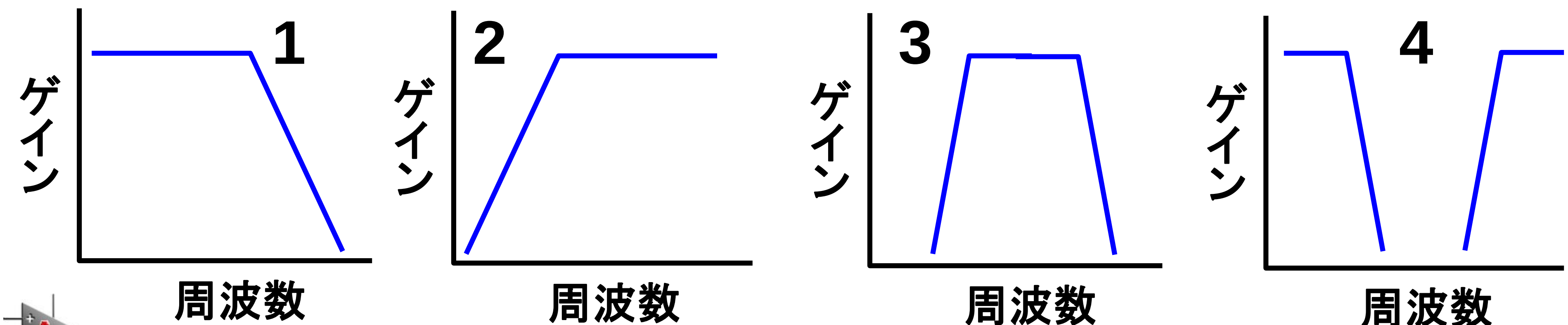
従来、LCフィルタは広く実用されたが
近年、集積化のため、Tr,R,CなどICか可能な素子
とAMPを用いたフィルタが実用されてきている。
このようなフィルタはアクティブ・フィルタという。

フィルタの種類

通過域に範囲によって、

フィルタは4種類に分類される:

1. 低域通過フィルタ(Lowpass Filter)
2. 高域通過フィルタ(Highpass Filter)
3. 帯域通過フィルタ(Bandpass Filter)
4. 帯域除去フィルタ(Band Elimination Filter)



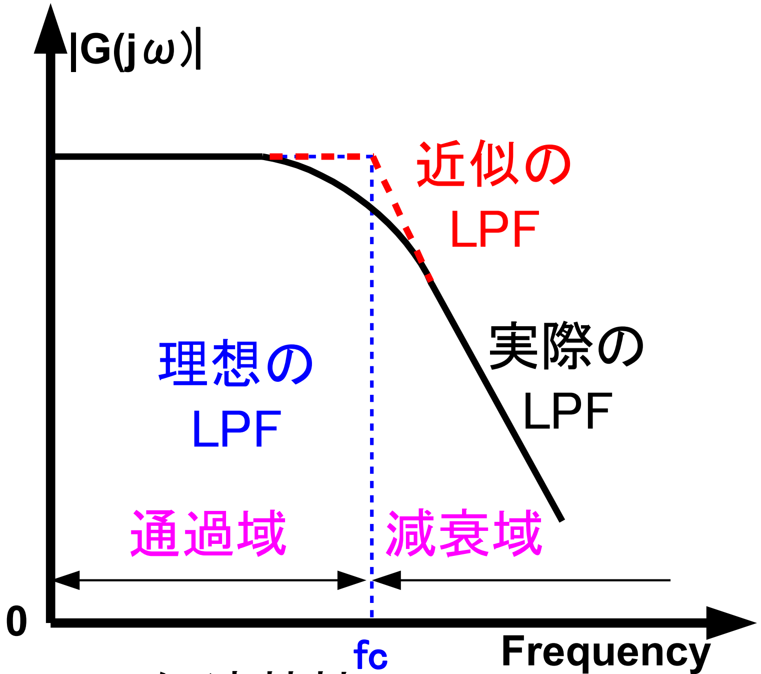
フィルタの伝達関数

フィルタの特性は、伝達関数を用いて表される。

$$G(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2 + \cdots a_n(j\omega)^n}{b_0 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2 + \cdots a_k(j\omega)^k} \quad (k \geq n)$$

N(jω)は分子多項式、
D(jω)は分母の多項式である。
N(jω)=0の解は伝達関数のゼロ点で、
D(jω)=0の解は伝達関数の極である。
N(jω)とD(jω)の次数により、フィルタの種類が決められる。

低域通過フィルタ(LPF)



伝達特性

直流からある周波数までは
ゲインは一定の値である。

周波数がfc以上に増加すると
ゲインは低下する。

fcはゲインの3dB減少する周波数である。
遮断周波数(カットオフ周波数)という。

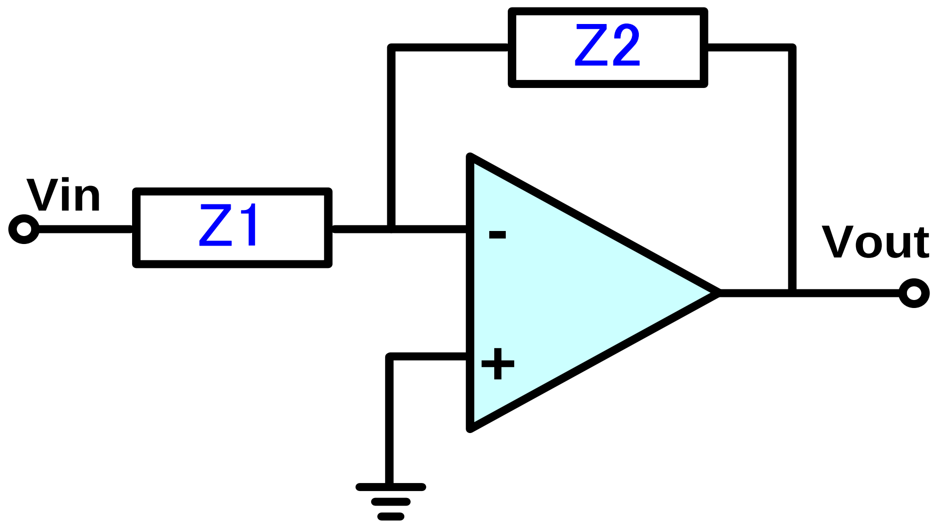
1次LPF伝達関数

$$G(j\omega) = H_0 \frac{\omega_0}{j\omega + \omega_0}$$

2次LPF伝達関数

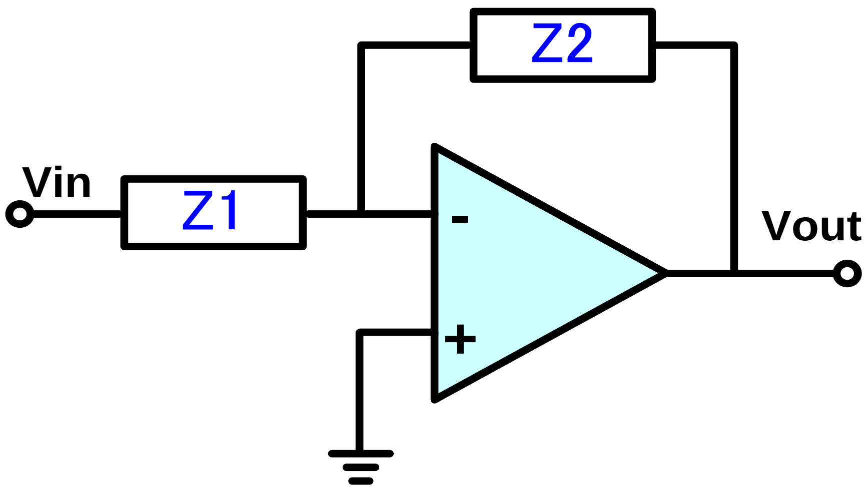
$$G(j\omega) = H_0 \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_0}{Q} \cdot j\omega + \omega_0^2}$$

復習



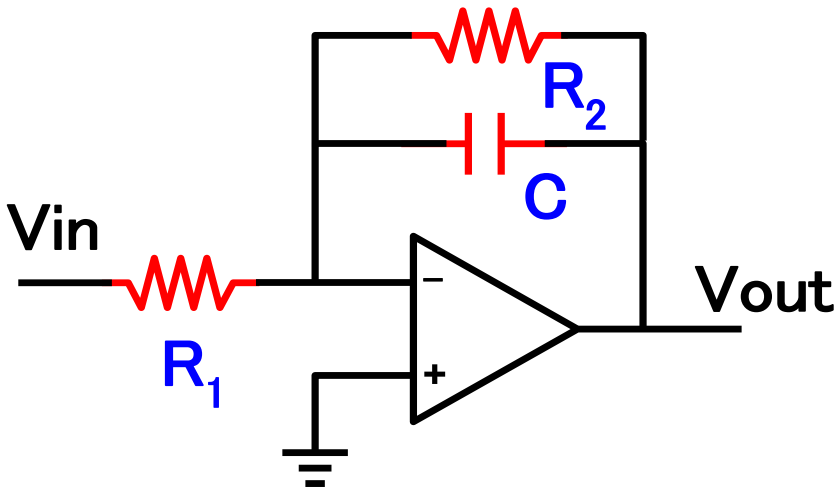
$$\frac{\mathrm{Vout}}{\mathrm{Vin}} =$$

復習



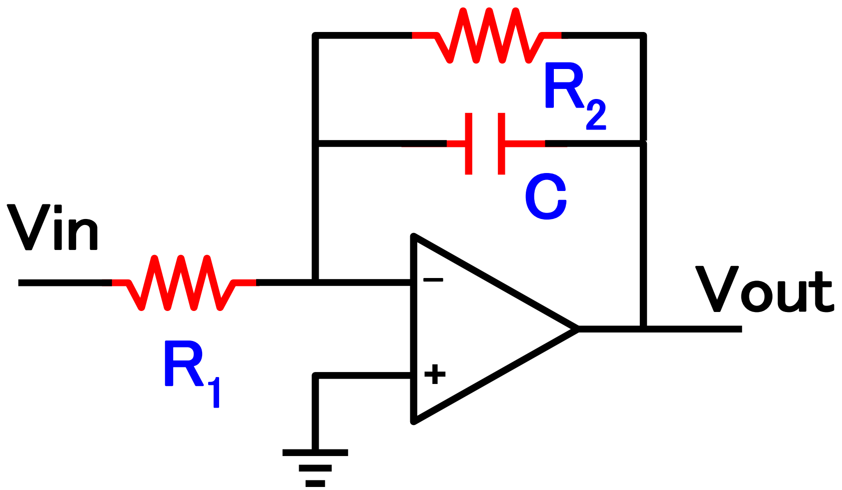
$$\frac{\mathrm{Vout}}{\mathrm{Vin}} = -\frac{\mathrm{Z2}}{\mathrm{Z1}}$$

1次LPF回路



$$\frac{\mathrm{Vout}}{\mathrm{Vin}} =$$

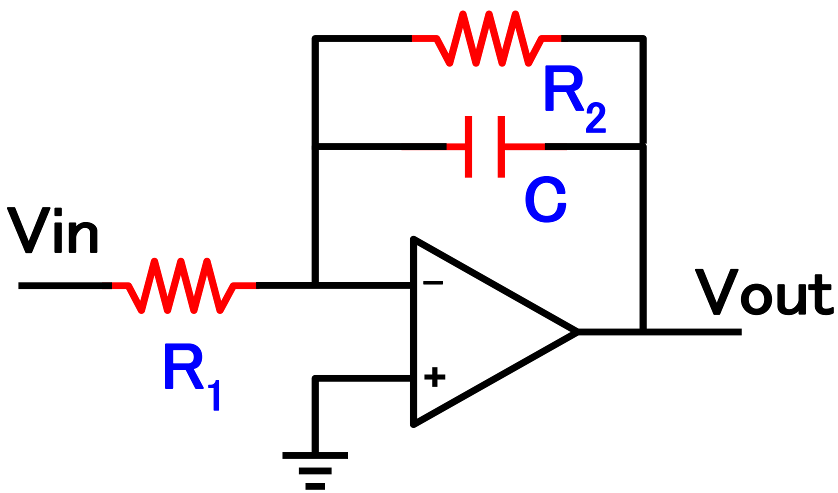
1次LPF回路

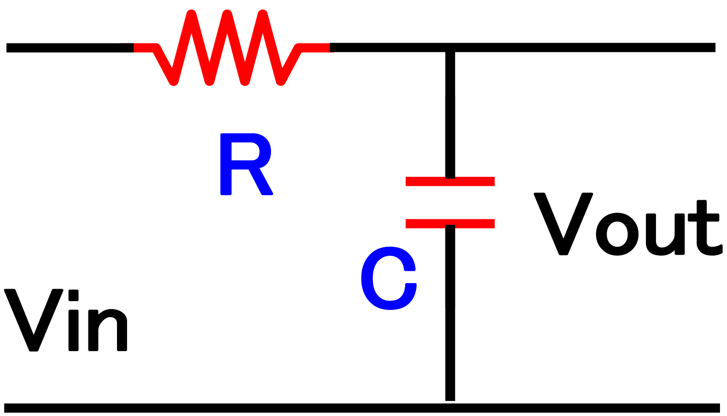


$$\frac{\mathrm{Vout}}{\mathrm{Vin}} = -\frac{R_2 // (1/j\omega C)}{R_1} = -\frac{1}{R_1}\cdot\frac{R_2\cdot(1/j\omega C)}{R_2+(1/j\omega C)}$$

$$= -\frac{1}{R_1}\cdot\frac{R_2}{1+j\omega R_2 C} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{1+j\omega R_2 C}$$

1次LPF回路(比較)





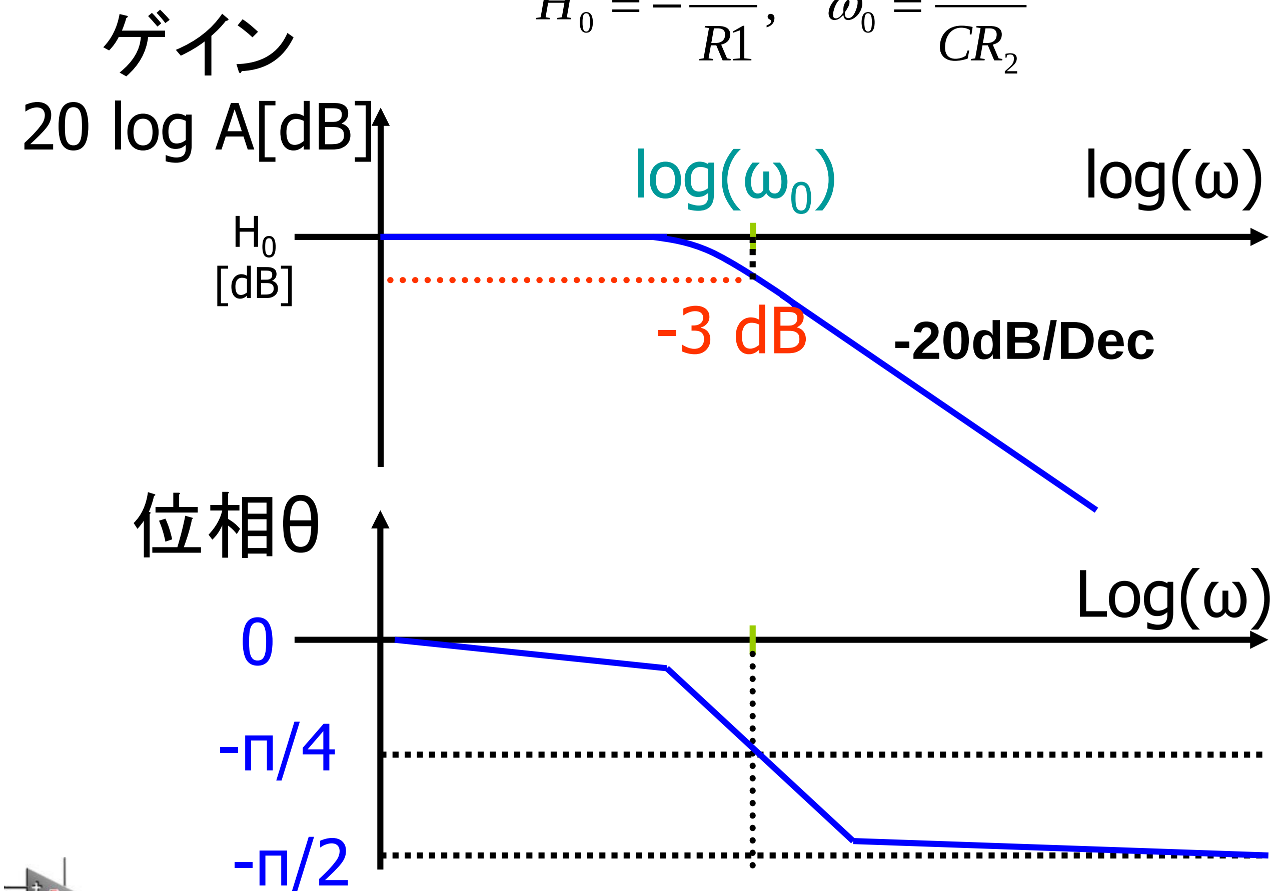
$$\frac{\mathrm{Vout}}{\mathrm{Vin}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C}$$

$$\frac{\mathrm{Vout}}{\mathrm{Vin}} = \frac{1}{1 + \mathrm{j\omega CR}}$$

一次LPFのボード線図

$$\frac{Vout}{Vin} = H_0 \frac{\omega_0}{j\omega + \omega_0}$$

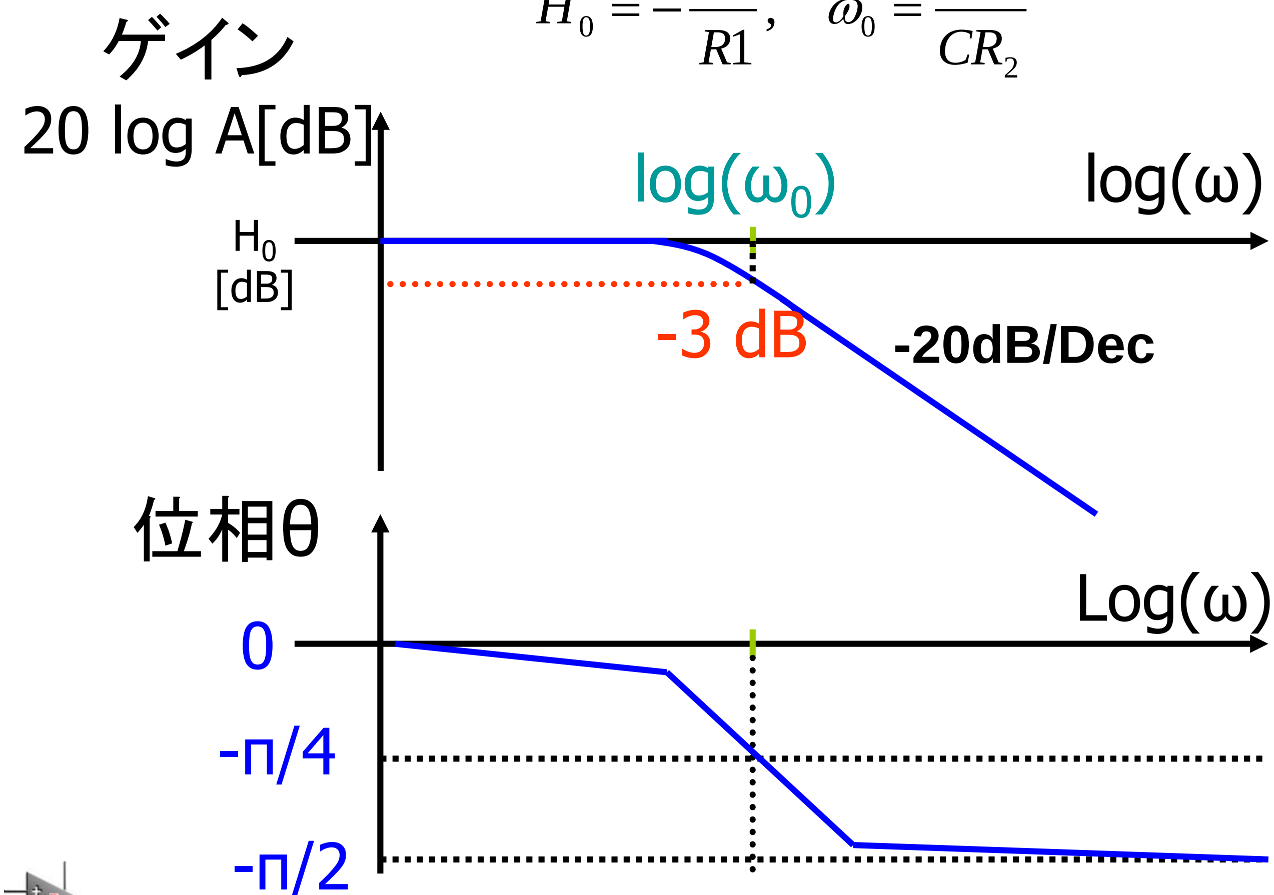
$$H_0 = -\frac{R2}{R1}, \quad \omega_0 = \frac{1}{CR_2}$$



一次LPFのボード線図

$$\frac{Vout}{Vin} = H_0 \frac{\omega_0}{j\omega + \omega_0}$$

$$H_0 = -\frac{R2}{R1}, \quad \omega_0 = \frac{1}{CR_2}$$



①$\omega << \omega_0$のとき

$$\frac{Vout}{Vin} \cong H_0$$

②$\omega = \omega_0$のとき

$$\frac{Vout}{Vin} = \frac{H_0}{1+j}$$

$$= \frac{H_0}{\sqrt{2}} \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)$$

③$\omega >> \omega_0$のとき

$$\frac{Vout}{Vin} \cong -j\frac{\omega_0}{\omega} H_0$$

$$= \frac{\omega_0}{\omega} H_0 \exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right)$$

まとめ

- OPアンプによる演算回路
- OPアンプによるアクティブフィルタ

※講義資料:
https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/lecture/lecture.html

付録

周波数応答法

- 安定な線形時不変システムの解析・設計に強力な手法。
- 制御だけでなく電子回路、通信分野等他分野でも広く用いられている。
- 周波数領域からのアプローチ。
- 数学的にはFourier 変換と密接な関係。
- システム表現として、周波数伝達関数、ボーデ線図、ベクトル線図と密接な関係。

周波数応答法

安定な線形・時不変システム

入力

$x(t)=k \cdot \cos(\omega t)$

→ システム →

出力

$y(t)= A \cdot k \cdot \cos(\omega t+\theta)$

余弦波を入力し十分時間が経つと、

出力y(t)は余弦波となる。

周波数応答法

入力: $x(t)=k\cdot\cos(\omega t)$
出力: $y(t)= A\cdot k\cdot\cos(\omega t+\theta)$

出力周波数ω: 入力と同じ

出力振幅 A･k: 一般に入力と異なる(A ≠1),

また、ωの関数 A(ω)

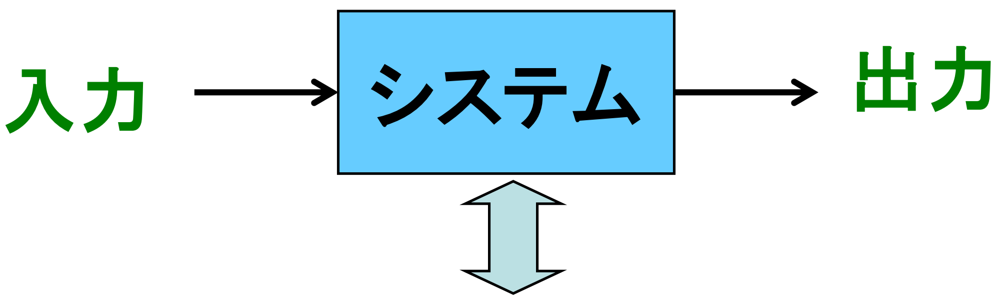
$$\frac{\text{出力振幅}\quad A\cdot k}{\text{入力振幅}\quad k} = \text{ゲイン } A$$

出力位相θ: 一般に入力と異なる(θ≠0)

また、ωの関数 θ(ω)

システムの周波数応答表現

ある安定・線形・時不変システムの特性を
そのシステムの　全てのω　(0<ω<∞)に対する
A(ω)、θ(ω)で表す。 ⇒ 周波数応答表現

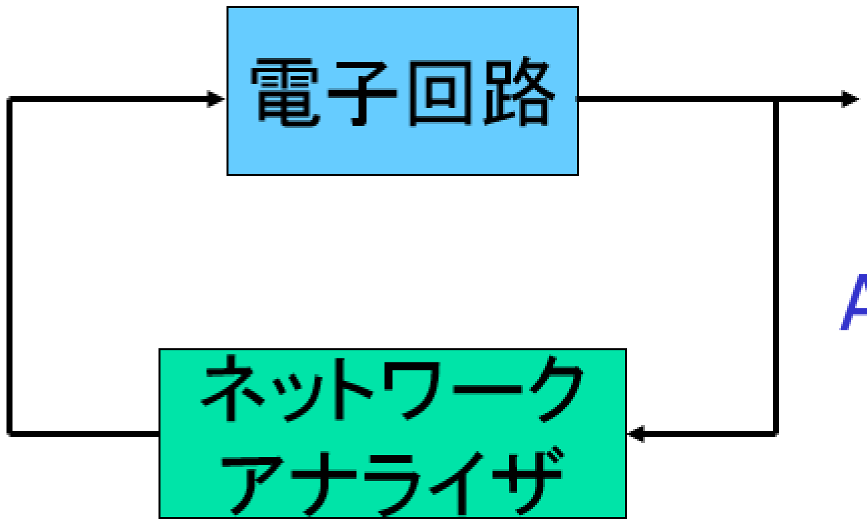


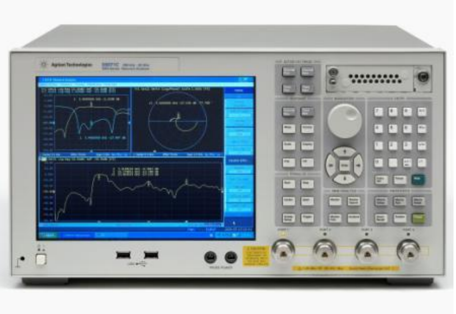
全てのω　(0<ω<∞)に対する A(ω),θ(ω)のデータ

（注）余弦波、正弦波は電気的・機械的に発生しやすいので便利。

ネットワーク・アナライザによる 電子回路の周波数伝達関数測定

測定対象





入力発生

k・cos (ωt)

ω:小　→大

出力測定

A・k・cos (ωt+θ)

測定器

測定対象の周波数伝達関数の
ベクトル線図、ボーデ線図を描画

周波数伝達関数

2つの情報：　ゲインA(ω) ,位相θ(ω)

1つの複素数表現:

$$G(j\omega) = A(\omega)\exp(j\theta(\omega))$$

j: 虚数単位,　$j^2 = -1$
(数学では虚数単位は i であるが、
「電気の分野」では i は電流に用いるので
虚数単位は j を用いる。

G(jω)　:　周波数伝達関数とよぶ。

周波数伝達関数とガウス平面(1)

$$G(j\omega) = A(\omega)\exp(j\theta(\omega))$$

$$= |G(j\omega)| \cdot \exp(j\angle G(j\omega))$$

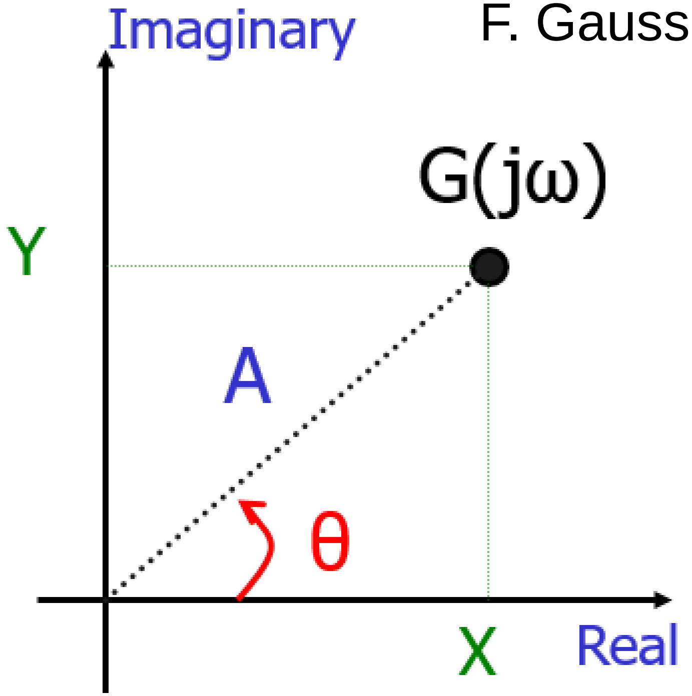
F. Gauss

あるωに対するG(jω)

↓

複素平面上の一点に対応

(A, θ) はその複素数の
極座標表示である。



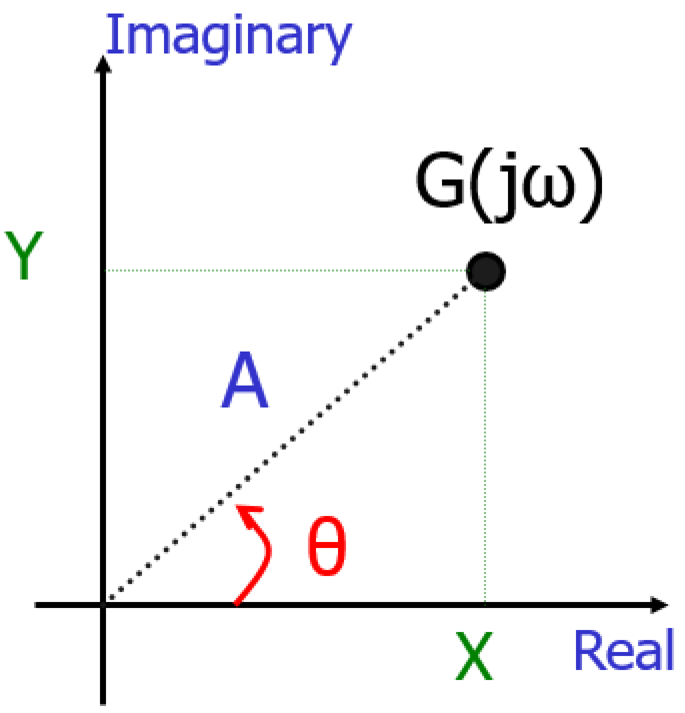
周波数伝達関数とガウス平面(2)

$$G(j\omega) = A(\omega)\exp(j\theta(\omega)) = X(\omega) + jY(\omega)$$

極座標表示(A, θ) と
直交座標表示(X, Y) との
関係 → オイラーの公式

$$A\exp(j\theta) = A\cos(\theta) + jA\sin(\theta)$$

$$\therefore\ X = A\cos(\theta),\quad Y = A\sin(\theta)$$



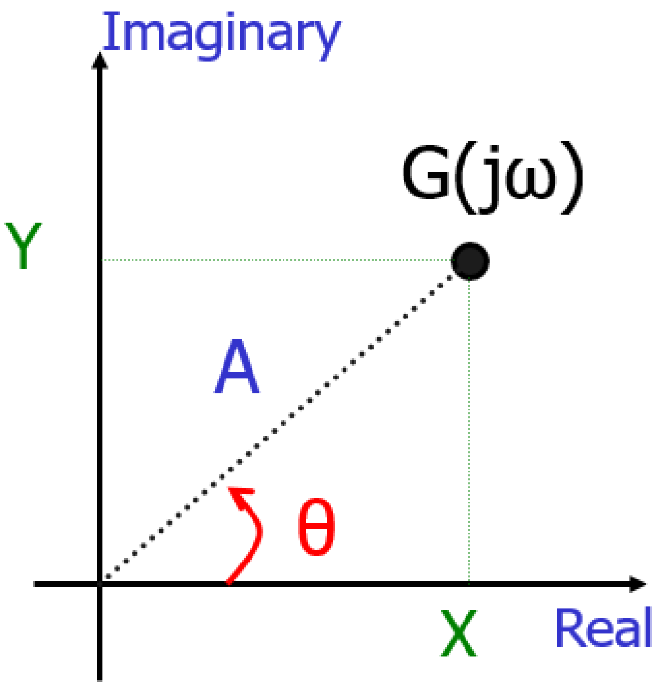
周波数伝達関数　直交座標と極座標

$$G(j\omega) = A(\omega)\exp(j\theta(\omega)) = X(\omega) + jY(\omega)$$

極座標表示(A, θ)　と
直交座標表示(X, Y) との
関係 ⇒ オイラーの公式

$$A\exp(j\theta) = A\cos(\theta) + jA\sin(\theta)$$

$$\therefore\ X = A\cos(\theta),\quad Y = A\sin(\theta)$$



オイラーの公式

- オイラーの公式

$\exp(j\,\theta) = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$　①

$\exp(-j\,\theta) = \cos(\theta) - j\sin(\theta)$　②

- 群馬大学の数学者　齋藤三郎先生の

「数学で最も美しい公式」

$$\boxed{\exp(j\,\pi) = -1}$$

オイラーの公式①で　$\theta = \pi$　の場合。

レオンハルト・オイラー

Leonhard Euler　1707-1783

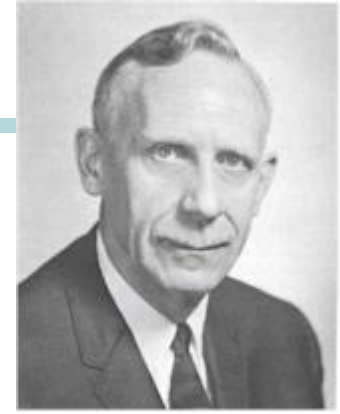
スイス生まれの数学者・物理学者、天文学者。
ロシアのサンクト・ペテルブルクや
ドイツのベルリンで活躍。

18 世紀最高の数学者。
ガリレオ・ガリレイ、アイザック・ニュートン、
アルベルト・アインシュタインとも比較される。

物理学者ファインマン：　オイラーの公式を
「宝石」かつ「数学においてもっとも特筆すべき公式」と評価。

> オイラーを読め、オイラーを読め、オイラーは我々すべての師だ！
> （ラプラス）

周波数伝達関数の図表現



H. Bode

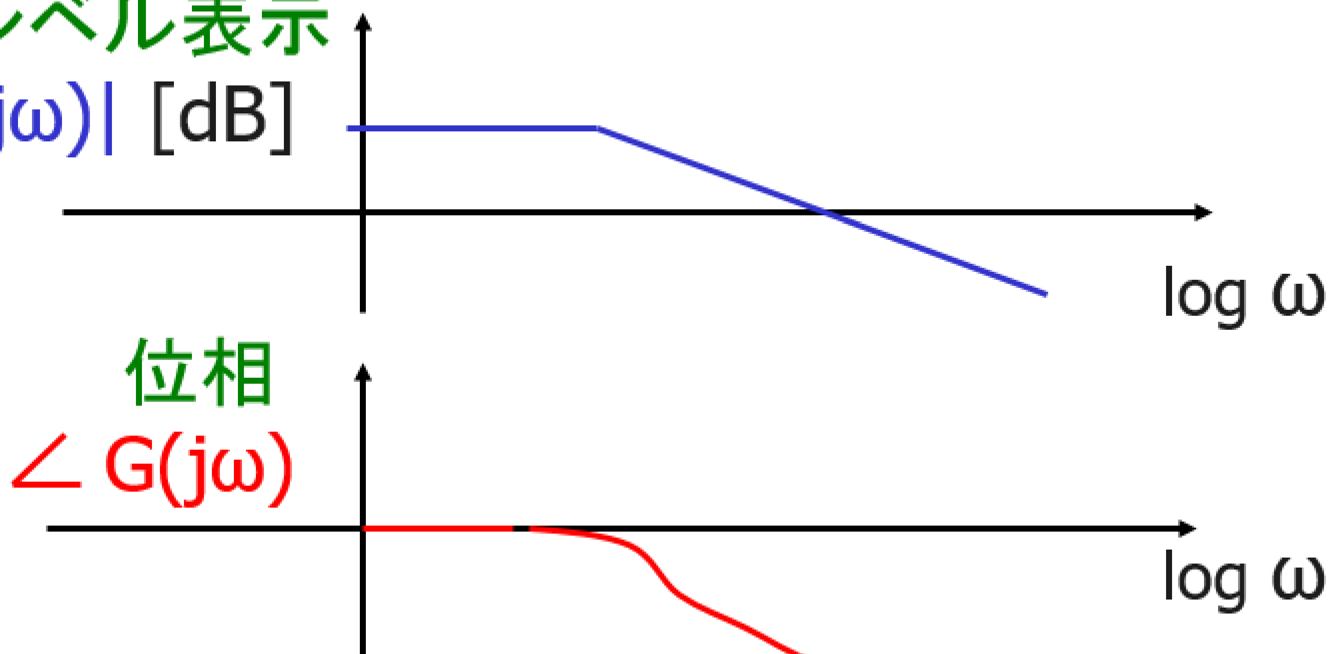
ベル研で活躍

ボーデ線図 (Bode chart)

$$G(j\omega) = A(\omega)\exp(j\theta(\omega))$$
$$= |G(j\omega)| \cdot \exp(j\angle G(j\omega))$$

ゲインのデシベル表示

$20 \log |G(j\omega)|$ [dB]



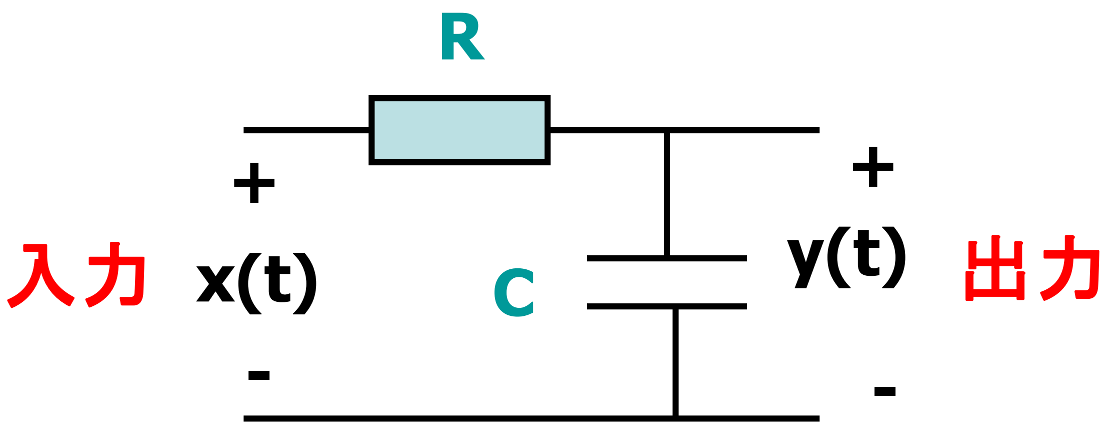
宿題

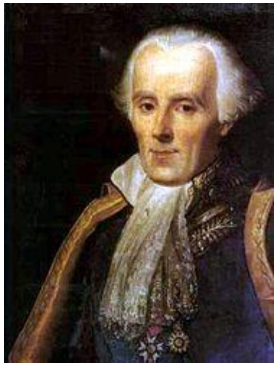
ラプラス変換の使用

問1．次のシステムの伝達関数を求めよ。

問2. インパルス応答を求めよ。

問3. ステップ応答を求めよ。

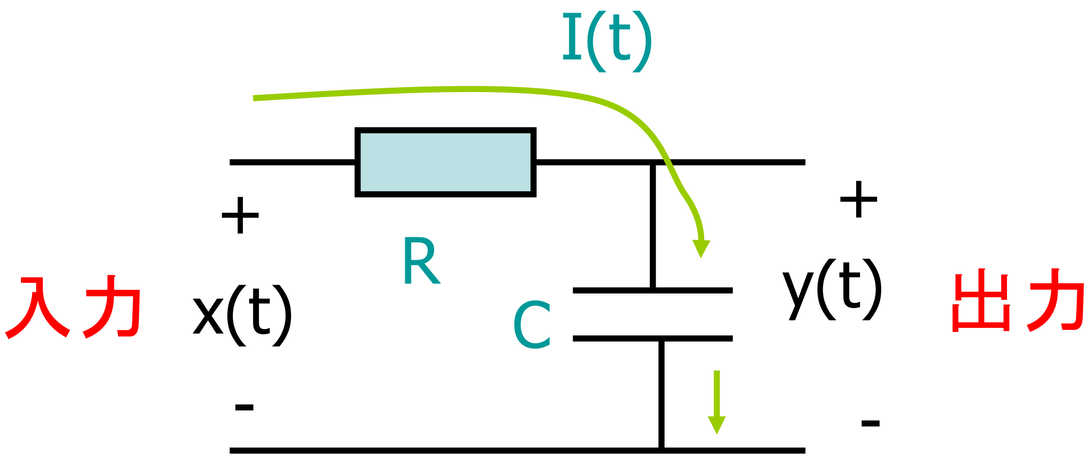




Pierre-Simon Laplace
1749-1827

初期値　$y(0) = 0$

伝達関数の求め方



$$I(t) = \frac{x(t) - y(t)}{R}$$

$$Q(t) = C\,y(t)$$

$$Q(t) = \int^{t} I(p)\,dp$$

$$y(t) + CR\frac{d}{dt}y(t) = x(t)$$

$$Y(s) + CR\,s\,Y(s) = X(s)$$

$$\therefore\quad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1+s\,CR}$$

インパルス応答の求め方

$$G(s) = \frac{1}{1+s\,RC}$$

$x(t) = \delta(t)$ のとき

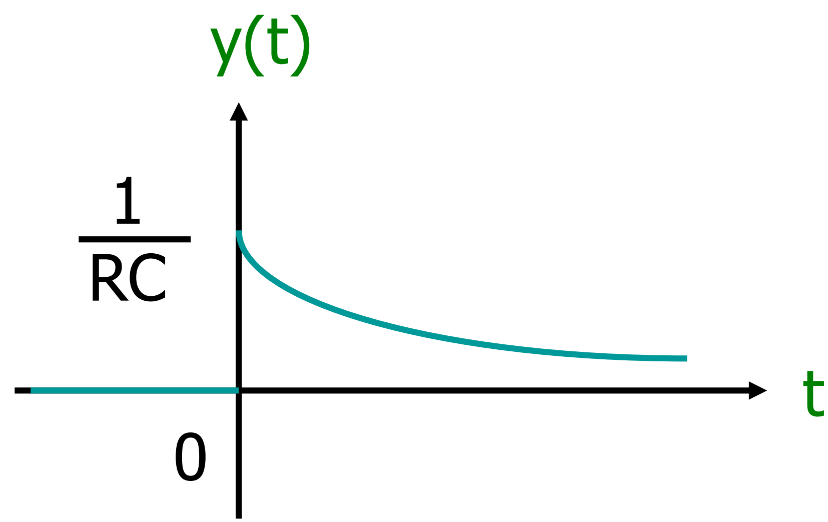
$X(s) = 1$

$$\therefore\ Y(s) = G(s)\,X(s)$$

$$= \frac{1}{1+s\,RC}$$

$$= \frac{(1/RC)}{(1/RC)\ \ +s}$$

$$\therefore\ y(t) = \begin{cases} 0 & (t<0) \\ \dfrac{1}{RC}\exp\left(-\,t/(RC)\right) & (t>0) \end{cases}$$



ステップ応答の求め方

$$G(s) = \frac{1}{1+s\,RC}$$

$$x(t) = \begin{cases} 0 & (t<0) \text{ のとき} \\ 1 & (t>0) \end{cases}$$

$$X(s) = \frac{1}{s}$$

$$\therefore \quad Y(s) = G(s)\,X(s)$$

$$= \frac{1}{1+s\,RC}\ \frac{1}{s}$$

$$= \frac{1}{s} - \frac{1}{(1/RC)\ +s}$$

$$\therefore \quad y(t) = \begin{cases} 0 & (t<0) \\ 1-\exp\left(-\,t/(RC)\right) & (t>0) \end{cases}$$