４端子MOSトランジスタ

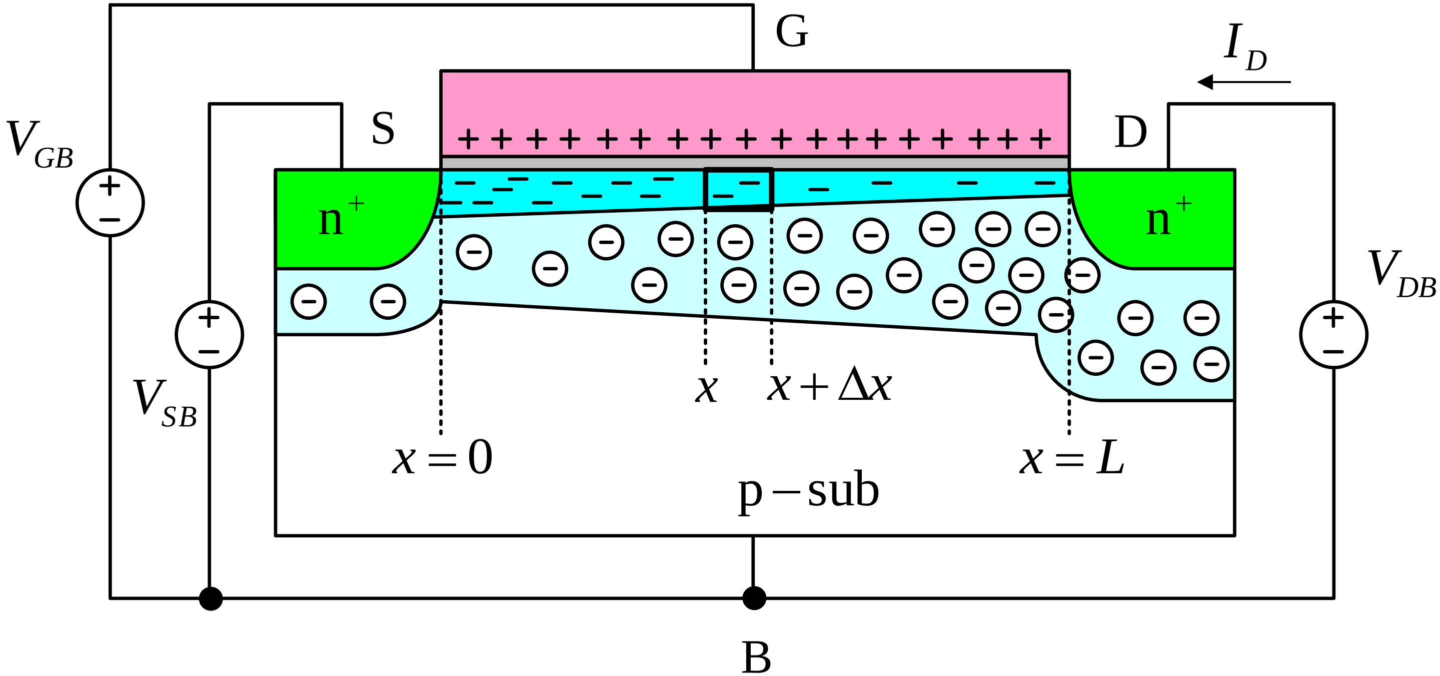
松田順一

本資料は、以下の本をベースに作られている。
Yannis Tsividis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition,McGraw-Hill, New York, 1999.

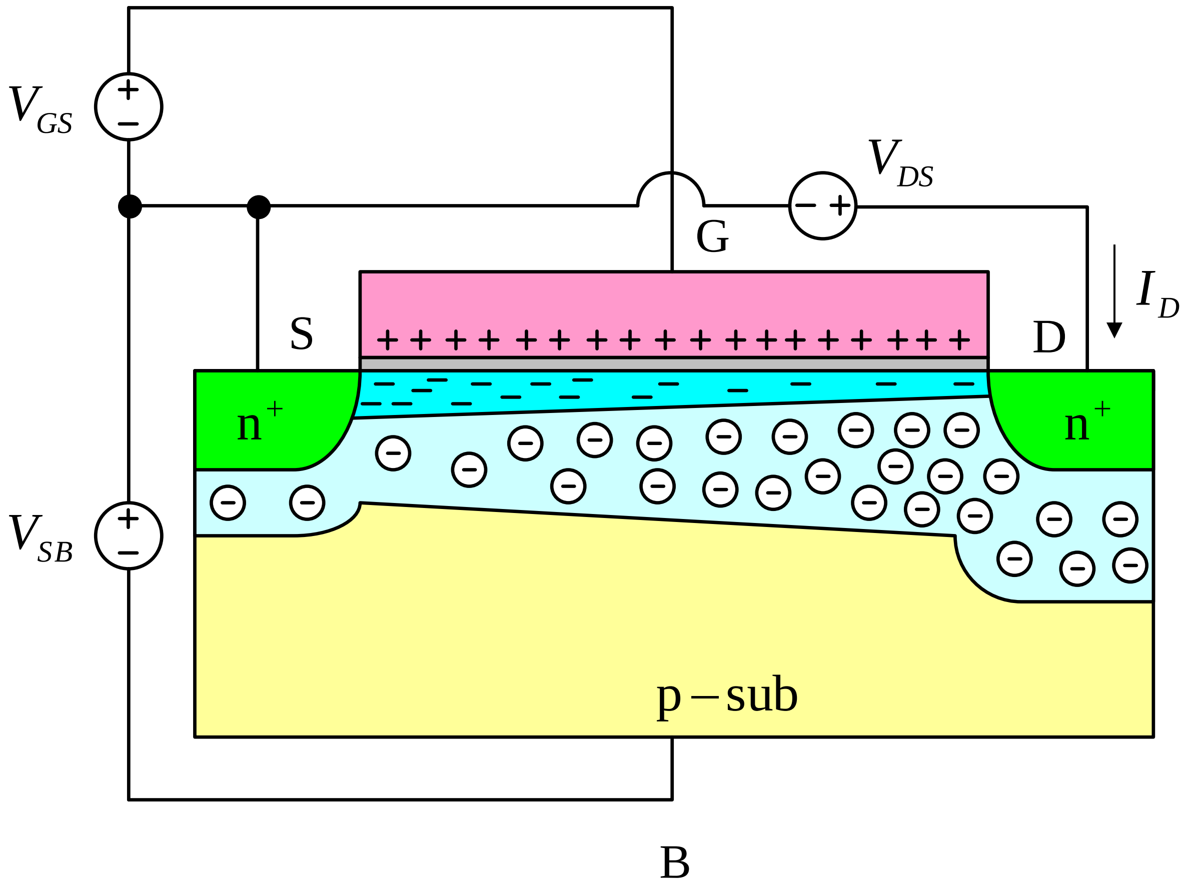
概要

- 完全チャージ・シート・モデル
- 簡易チャージ・シート・モデル
  - ソース参照モデル
  - 対称モデル
- 強反転モデル
  - 完全対称モデル
  - 簡易対称モデル
  - 簡易ソース参照モデル
- 弱反転モデル
- EKV（C. C. Enz, F. Krummenacher, E. A. Vittoz）モデル
- 実効移動度
- 温度依存性
- pチャネル・トランジスタ
- 付録：擬フェルミ電位を用いたモデル（Ｐａｏ－Ｓａｈ）

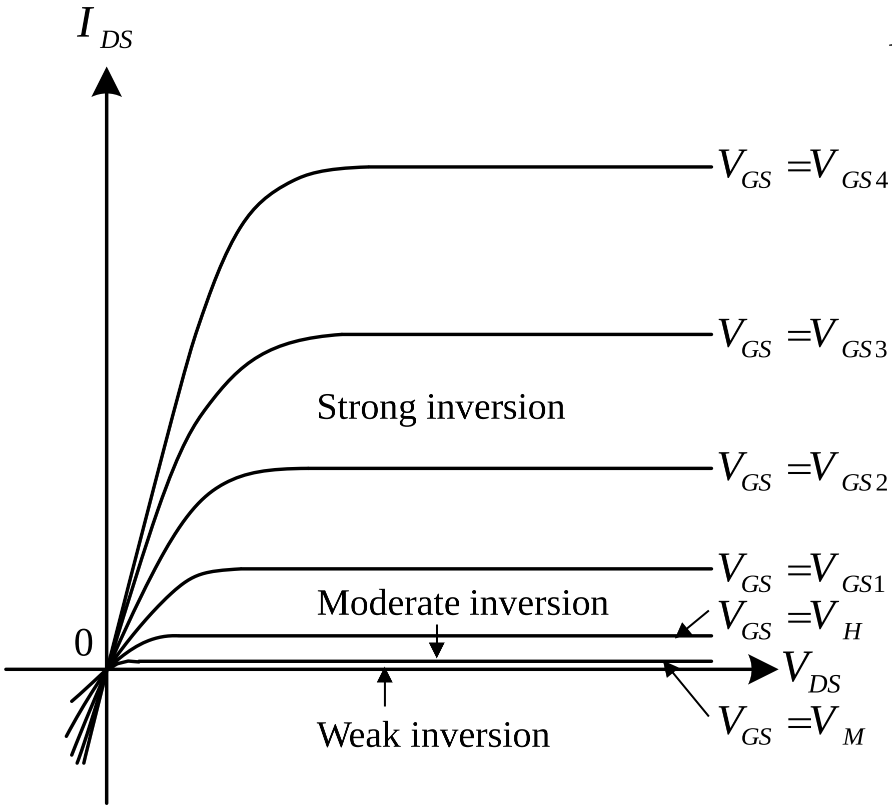
nチャネルMOSトランジスタ
（基板に対する各端子電圧）



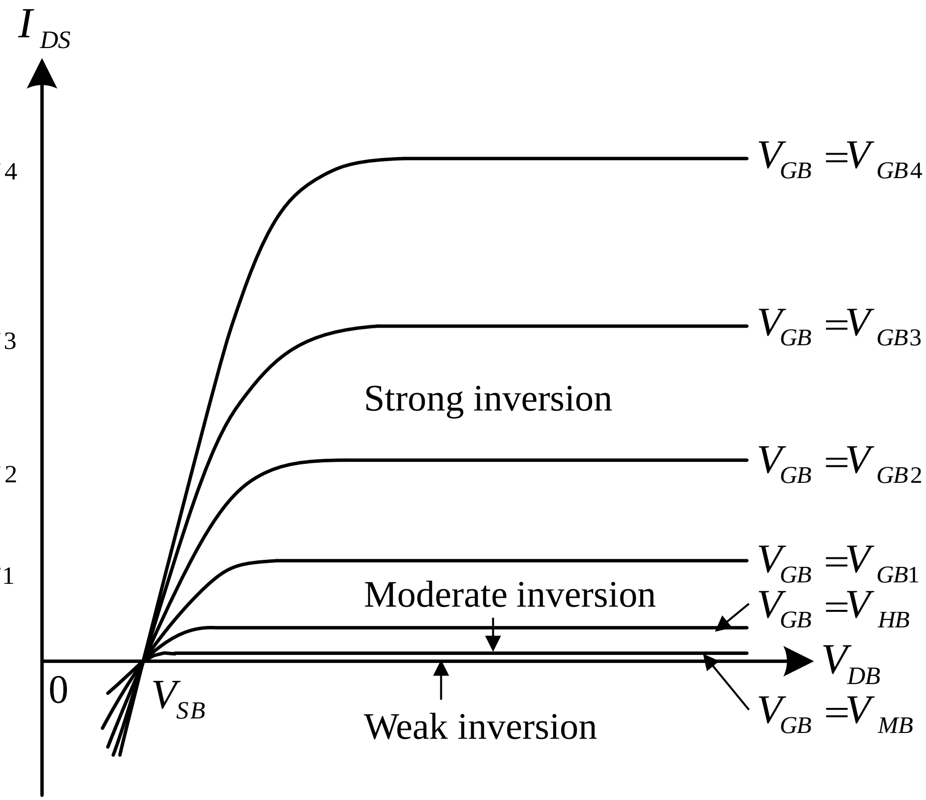
nチャネルMOSトランジスタ
（ソースに対する各端子電圧）



電流電圧特性

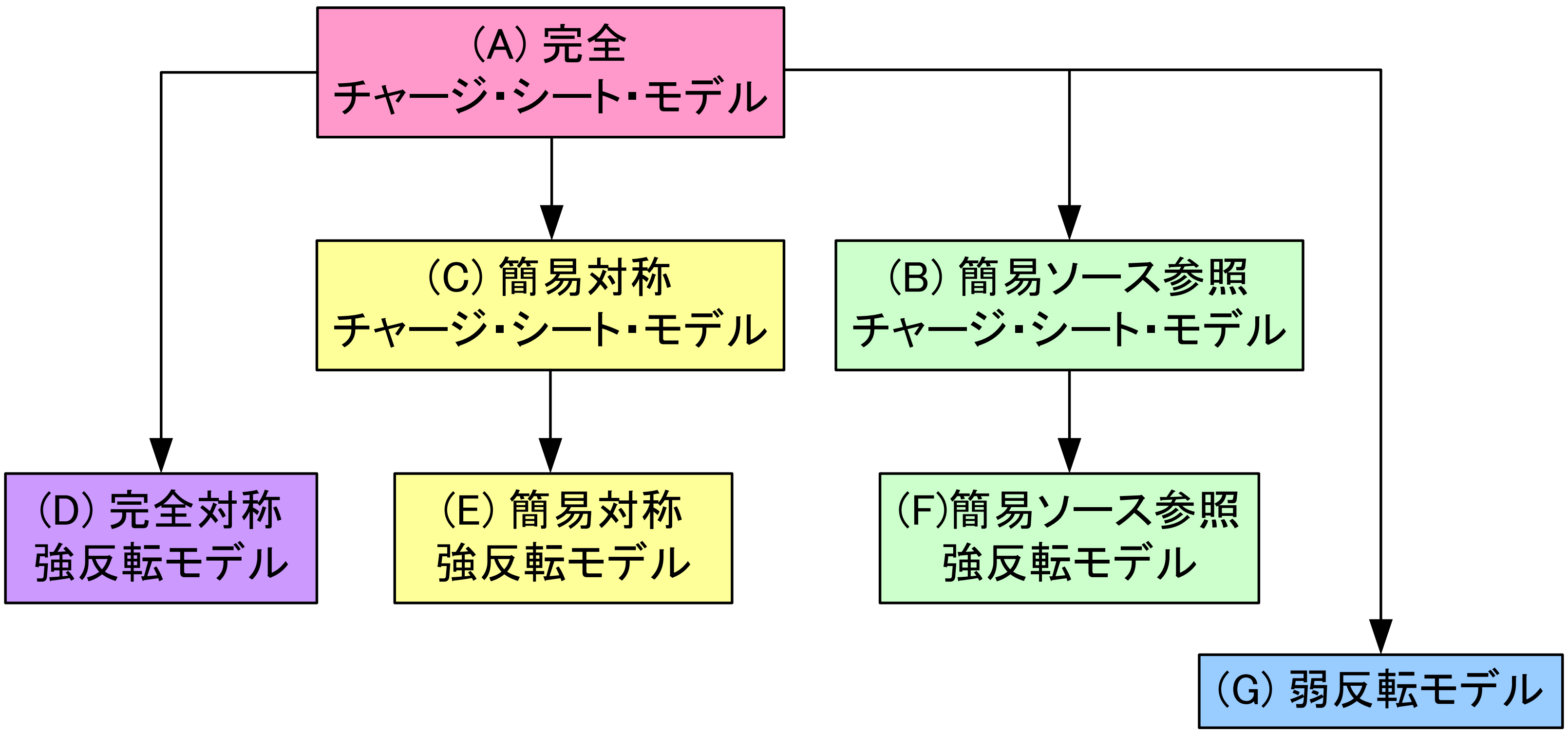


I_{DS}
$V_{GS} = V_{GS4}$
$V_{GS} = V_{GS3}$
Strong inversion
$V_{GS} = V_{GS2}$
$V_{GS} = V_{GS1}$
Moderate inversion
$V_{GS} = V_H$
0
V_{DS}
$V_{GS} = V_M$
Weak inversion

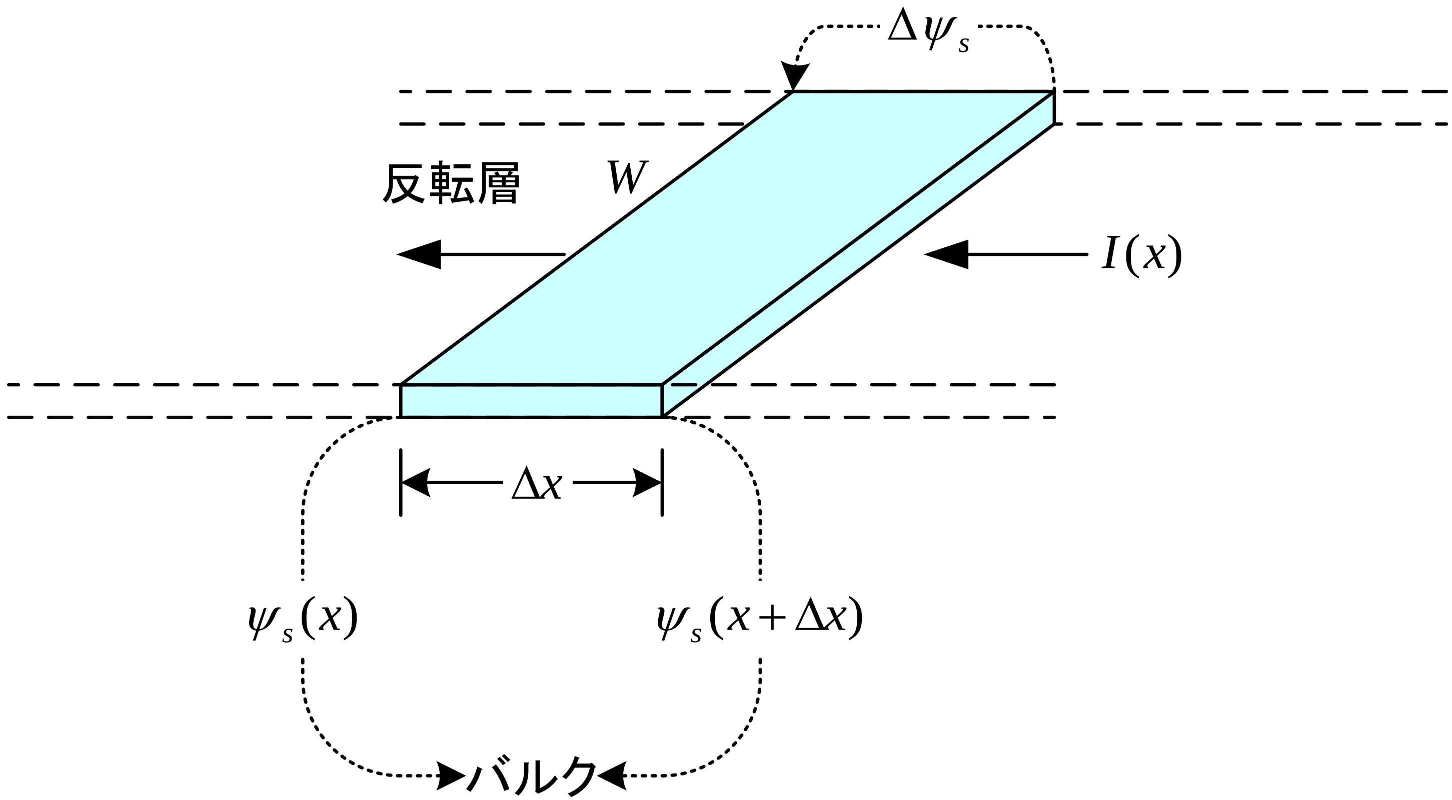


I_{DS}
$V_{GB} = V_{GB4}$
$V_{GB} = V_{GB3}$
Strong inversion
$V_{GB} = V_{GB2}$
$V_{GB} = V_{GB1}$
Moderate inversion
$V_{GB} = V_{HB}$
V_{DB}
0
V_{SB}
$V_{GB} = V_{MB}$
Weak inversion

電流式モデルの階層


(A) 完全
チャージ・シート・モデル
(C) 簡易対称
チャージ・シート・モデル
(B) 簡易ソース参照
チャージ・シート・モデル
(D) 完全対称
強反転モデル
(E) 簡易対称
強反転モデル
(F)簡易ソース参照
強反転モデル
(G) 弱反転モデル

反転層の微小要素



（A）完全チャージ・シート・モデルの導出（1）

チャネル内の点xにおける電流$I(x)$は、

ドリフト電流＋拡散電流から、

$$I(x) = \mu W\left(-Q_I^{'}\right)\frac{d\psi_s}{dx} + \mu W\phi_t\frac{dQ_I^{'}}{dx}$$

となる。これを$x=0$から$x=L$まで積分すると、

$$\int_0^L I_{DS}dx = W\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}}\mu\left(-Q_I^{'}\right)d\psi_s + W\phi_t\int_{Q_{I0}^{'}}^{Q_{IL}^{'}}\mu dQ_I^{'}$$

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}}\mu\left(-Q_I^{'}\right)d\psi_s + \phi_t\int_{Q_{I0}^{'}}^{Q_{IL}^{'}}\mu dQ_I^{'}\right]$$

$$\psi_s\big|_{x=0} = \psi_{s0}$$
$$\psi_s\big|_{x=L} = \psi_{sL}$$
$$Q_I^{'}\big|_{x=0} = Q_{I0}^{'}$$
$$Q_I^{'}\big|_{x=L} = Q_{IL}^{'}$$

ここで、

$$I_{DS1} = \frac{W}{L}\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}}\mu\left(-Q_I^{'}\right)d\psi_s, \quad I_{DS2} = \frac{W}{L}\phi_t\int_{Q_{I0}^{'}}^{Q_{IL}^{'}}\mu dQ_I^{'}$$

（A）完全チャージ・シート・モデルの導出（2）

移動度を一定として、積分の外に出すと、

$$I_{DS1} = \frac{W}{L}\mu \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \left(-Q_I^{'}\right) d\psi_s, \quad I_{DS2} = \frac{W}{L}\mu\phi_t \left(Q_{IL}^{'} - Q_{I0}^{'}\right)$$

となる。ここで、$Q_I^{'}$は

$$Q_I^{'} = -C_{ox}^{'}\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s + \frac{Q_B^{'}}{C_{OX}^{'}}\right)$$

$$= -C_{ox}^{'}\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma\sqrt{\psi_S}\right) \qquad \left(\because Q_B^{'} = -\gamma C_{ox}^{'}\sqrt{\psi_s}\right)$$

で与えられるから、I_{DS1}とI_{DS2}は以下になる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\left[\left(V_{GB} - V_{FB}\right)\left(\psi_{sL} - \psi_{s0}\right) - \frac{1}{2}\left(\psi_{sL}^{2} - \psi_{s0}^{2}\right) - \frac{2}{3}\gamma\left(\psi_{sL}^{3/2} - \psi_{s0}^{3/2}\right)\right]$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\left[\phi_t\left(\psi_{sL} - \psi_{s0}\right) + \phi_t\gamma\left(\psi_{sL}^{1/2} - \psi_{s0}^{1/2}\right)\right]$$

（A）完全チャージ・シート・モデルの導出（3）

以下のV_{GB}とψ_sの関係式において

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_s + \gamma\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\left[\psi_s - \left(2\phi_F + V_{CB}\right)\right]/\phi_t}}$$

ソース端：$V_{CB} \Rightarrow V_{SB}$、ドレイン端：$V_{CB} \Rightarrow V_{DB}$

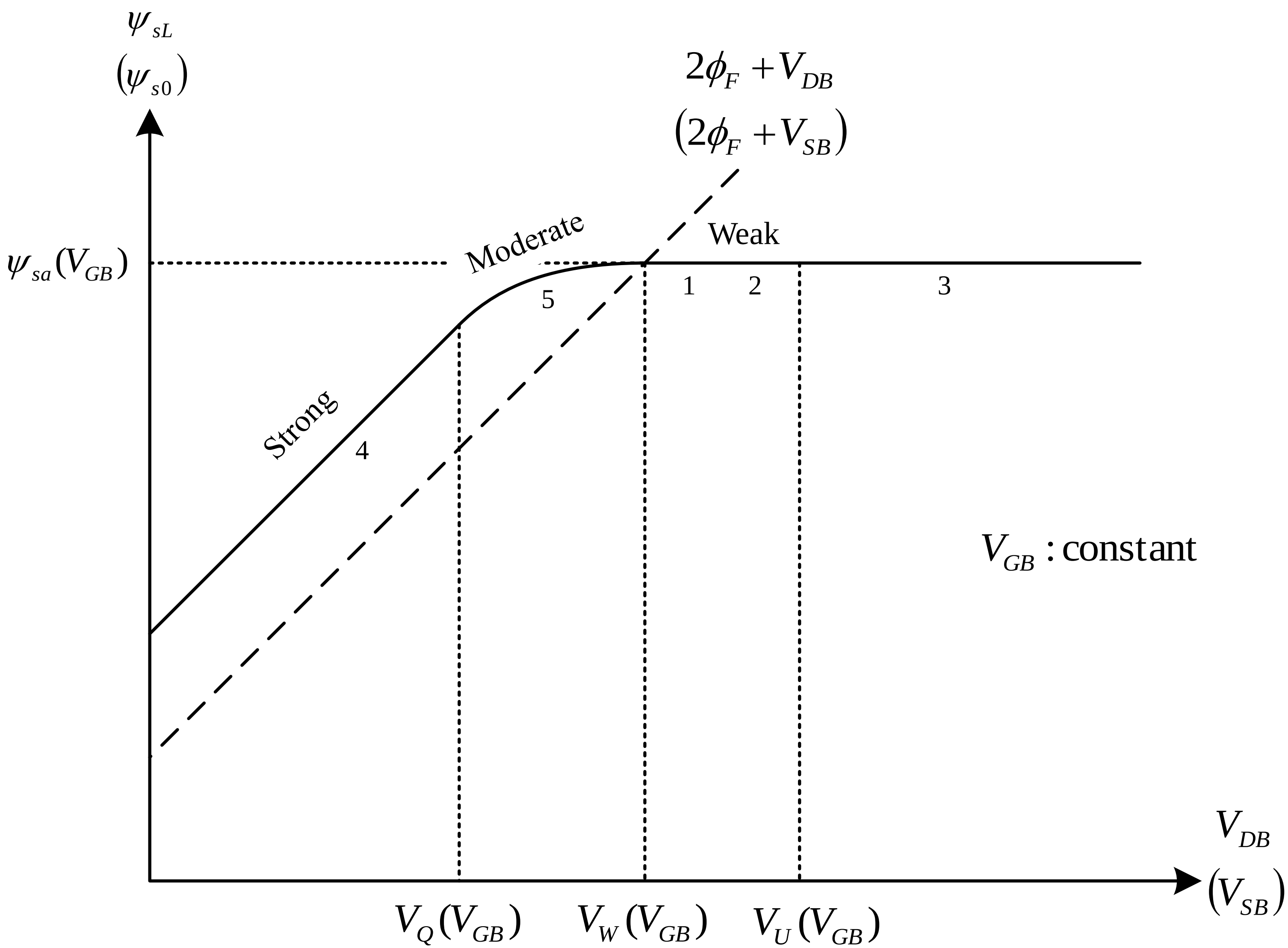
とすると、ψ_{s0}とψ_{sL}は、

$$\psi_{s0} = V_{GB} - V_{FB} - \gamma\sqrt{\psi_{s0} + \phi_t e^{\left[\psi_{s0} - \left(2\phi_F + V_{SB}\right)\right]/\phi_t}}$$

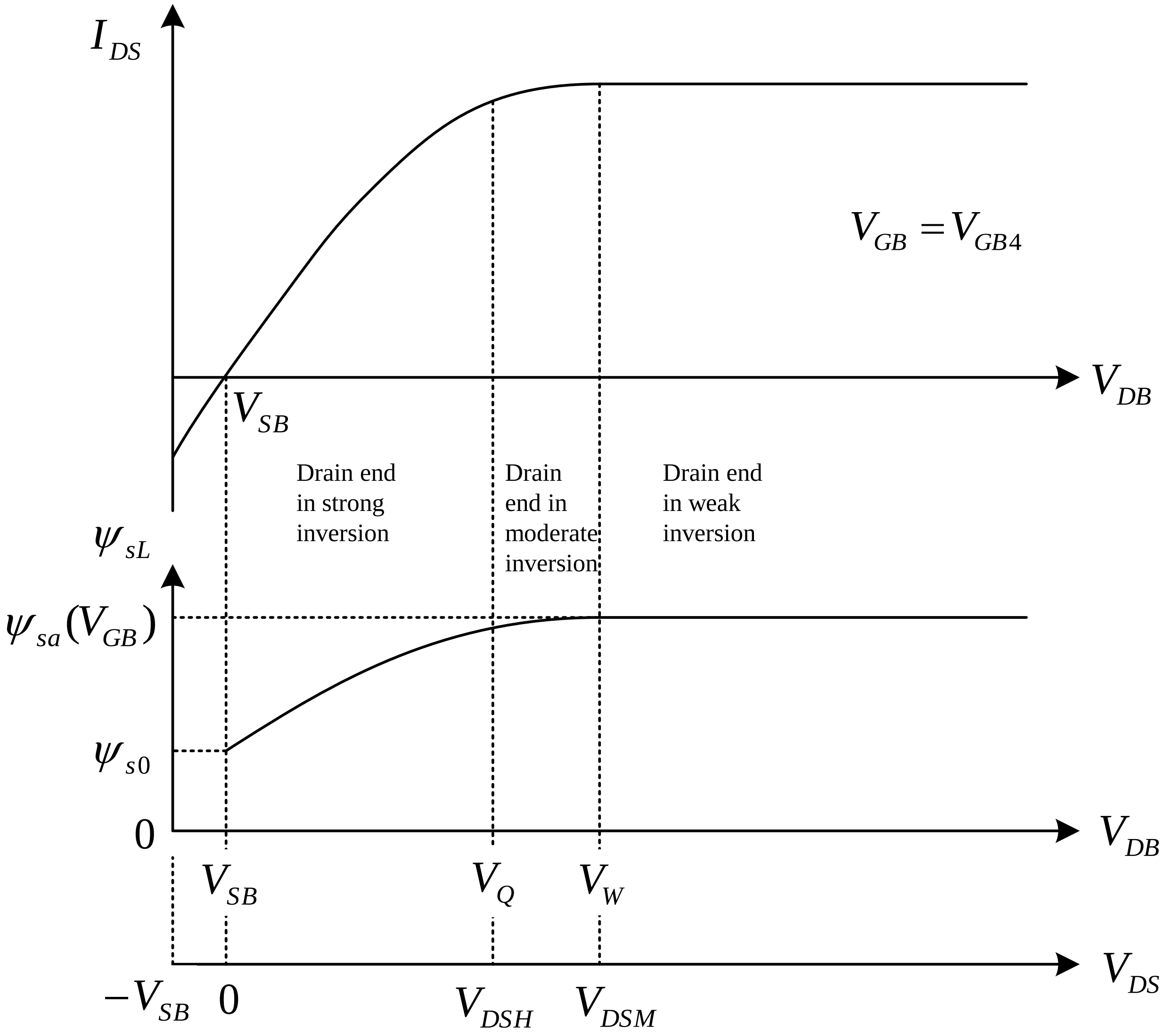
$$\psi_{sL} = V_{GB} - V_{FB} - \gamma\sqrt{\psi_{sL} + \phi_t e^{\left[\psi_{sL} - \left(2\phi_F + V_{DB}\right)\right]/\phi_t}}$$

となる。

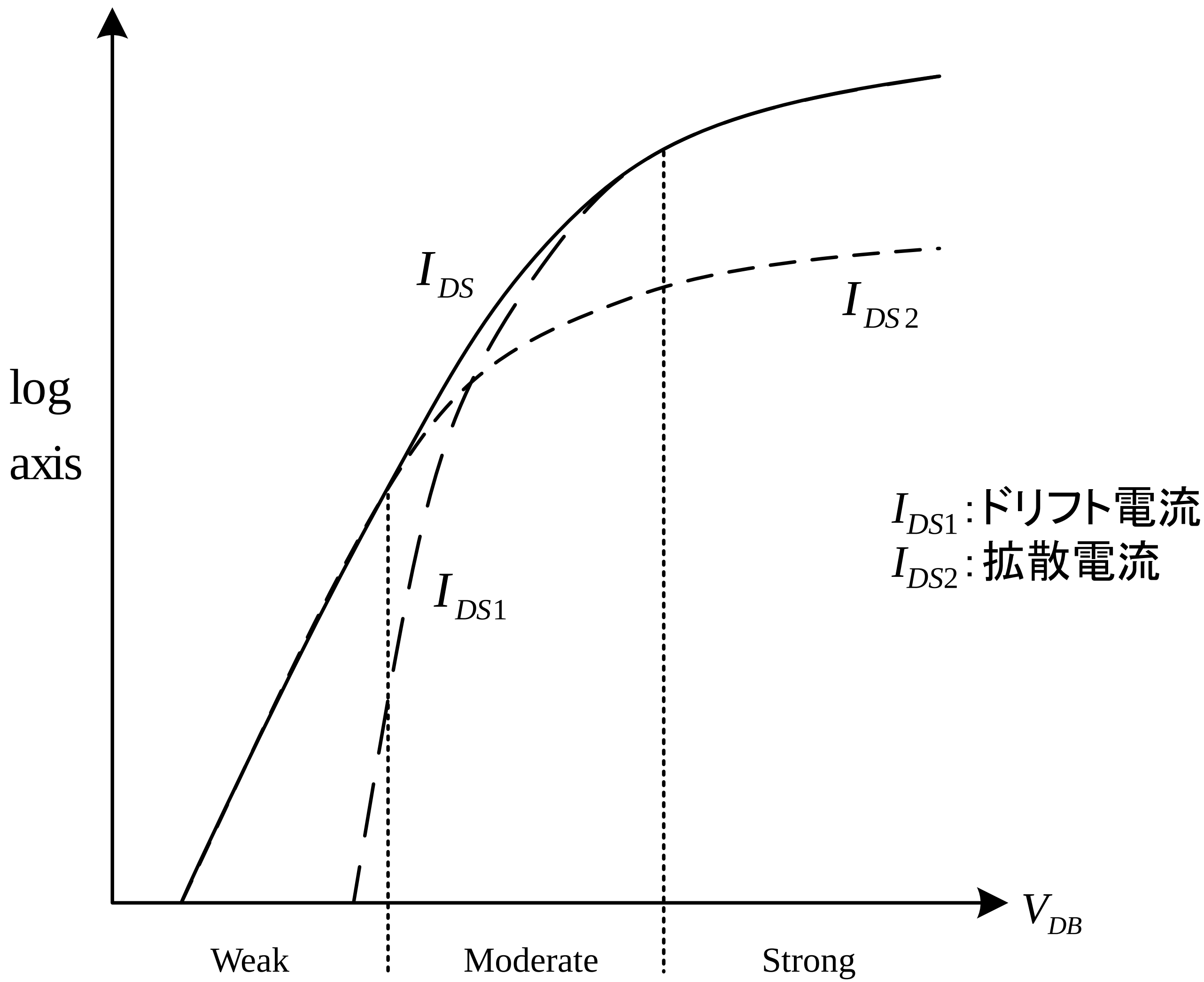
(A)ドレイン端での表面電位とドレイン基板間電圧



(A) I_{DS}-V_{DB}特性と表面電位との関係



(A)ドレイン～ソース電流成分



（A）完全チャージ・シート・モデル式の対称性

完全なチャージ・シート・モデルは、以下の如く変形できる。

$I_{DS1}+I_{DS2}$から

$$I_{DS}=\frac{W}{L}\left[f\left(\psi_{sL}\right)-f\left(\psi_{s0}\right)\right]$$

ここで、

$$f\left(\psi_{s}\right)=\mu C_{ox}^{'}\left[\left(V_{GB}-V_{FB}+\phi_{t}\right)\psi_{s}-\frac{1}{2}\psi_{s}^{2}-\frac{2}{3}\gamma\psi_{s}^{3/2}+\phi_{t}\gamma\psi_{s}^{1/2}\right]$$

これは、ソースとドレインを入れ替えても同じ式になる。

(A)チャネル内の表面電位と反転層電荷

電流式が、

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\left[f(\psi_{sL}) - f(\psi_{s0})\right]$$

であるから、xにおける電流は、以下で表される。

$$I_{DS} = \frac{W}{x}\left[f(\psi_s(x)) - f(\psi_{s0})\right]$$

したがって、

$$\frac{x}{L} = \frac{f(\psi_s(x)) - f(\psi_{s0})}{f(\psi_{sL}) - f(\psi_{s0})}$$

これが、xにおけるψ_sを与える。また、以下の

$Q_I^{'}$の式から、xにおける$Q_I^{'}$も求まる。

$$Q_I^{'} = -C_{ox}^{'}\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma\sqrt{\psi_s}\right)$$

(B)簡易チャージ・シート・モデルの導出(1)

$-\dfrac{Q_B^{'}}{C_{ox}^{'}}$を簡単化する。

$\psi_s = \psi_{se}$(ψ_{s0}〜ψ_{sa}までの任意点)でテイラー展開する。

$$-\frac{Q_B^{'}}{C_{ox}^{'}} = \gamma\sqrt{\psi_{se}} + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{se}}}(\psi_s - \psi_{se}) \qquad \left(\because Q_B^{'} = -\gamma C_{ox}^{'}\sqrt{\psi_s}\right)$$

$$= \gamma\sqrt{\psi_{se}} + (\alpha - 1)(\psi_s - \psi_{se})$$

ここで、$\alpha = 1 + \dfrac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{se}}}$

したがって、$Q_I^{'}$は次式になる。

$$Q_I^{'} = -C_{ox}^{'}\left[V_{GB} - V_{FB} - \psi_{se} - \gamma\sqrt{\psi_{se}} - \alpha(\psi_s - \psi_{se})\right]$$

（B）簡易チャージ・シート・モデルの導出（２）

$Q_I^{'}$から、$dQ_I^{'}/d\psi_s = \alpha C_{ox}^{'}$になるため、$I_{DS1}$は次式になる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L}\mu \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \left(-Q_I^{'}\right) d\psi_s = \frac{W}{L}\mu \int_{Q_{I0}^{'}}^{Q_{IL}^{'}} \left(-Q_I^{'}\right) \frac{1}{\alpha C_{ox}^{'}} dQ_I^{'} = \frac{W}{L}\frac{\mu}{2\alpha C_{ox}^{'}}\left(Q_{I0}^{'2} - Q_{IL}^{'2}\right)$$

一方、I_{DS2}は以前と変わらず、

$$I_{DS2} = \frac{W}{L}\mu\phi_t\left(Q_{IL}^{'} - Q_{I0}^{'}\right)$$

となる。したがって、次式が得られる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\left[\left(V_{GB} - V_{FB} - \gamma\sqrt{\psi_{se}} - \psi_{se} + \alpha\psi_{se}\right)\left(\psi_{sL} - \psi_{s0}\right) - \frac{\alpha}{2}\left(\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2\right)\right]$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\alpha\phi_t\left(\psi_{sL} - \psi_{s0}\right)$$

（B）簡易チャージ・シート・モデルの導出（3）（ソース参照モデル）

$\psi_{se} = \psi_{s0}$　として近似すると、I_{DS1}とI_{DS2}は

$$I_{DS1} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_{s0} - \gamma\sqrt{\psi_{s0}}\right)\left(\psi_{sL} - \psi_{s0}\right) - \frac{\alpha}{2}\left(\psi_{sL} - \psi_{s0}\right)^2\right]$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\phi_t \alpha\left(\psi_{sL} - \psi_{s0}\right)$$

となる。また、αは

$$\alpha = \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{s0}}}$$

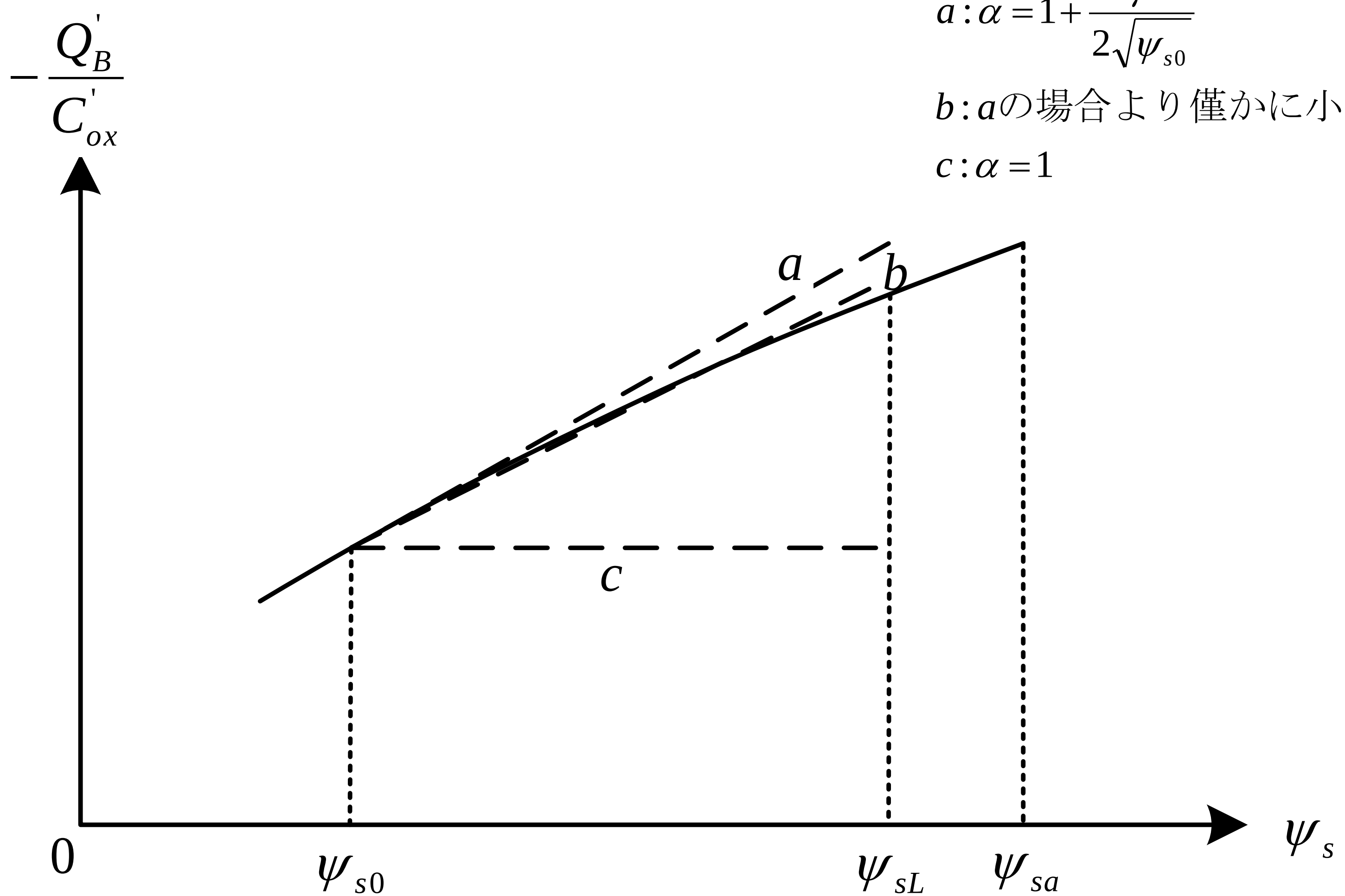
である。

(B) $-\dfrac{Q_B^{'}}{C_{ox}^{'}}$ *vs.* 表面電位特性の近似（ソース側での外挿）

$a: \alpha = 1 + \dfrac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{s0}}}$

$b: a$の場合より僅かに小さいα

$c: \alpha = 1$



(C)簡易チャージ･シート･モデルの導出(4)(対称モデル)

$\psi_{se} = \psi_{sa}$　として近似すると、

$$\alpha = n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{sa}}}$$

となり、I_{DS1}とI_{DS2}は次式になる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GB} - V_{FB} - \frac{\gamma}{2}\sqrt{\psi_{sa}}\right)(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{n}{2}\left(\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2\right)\right]$$

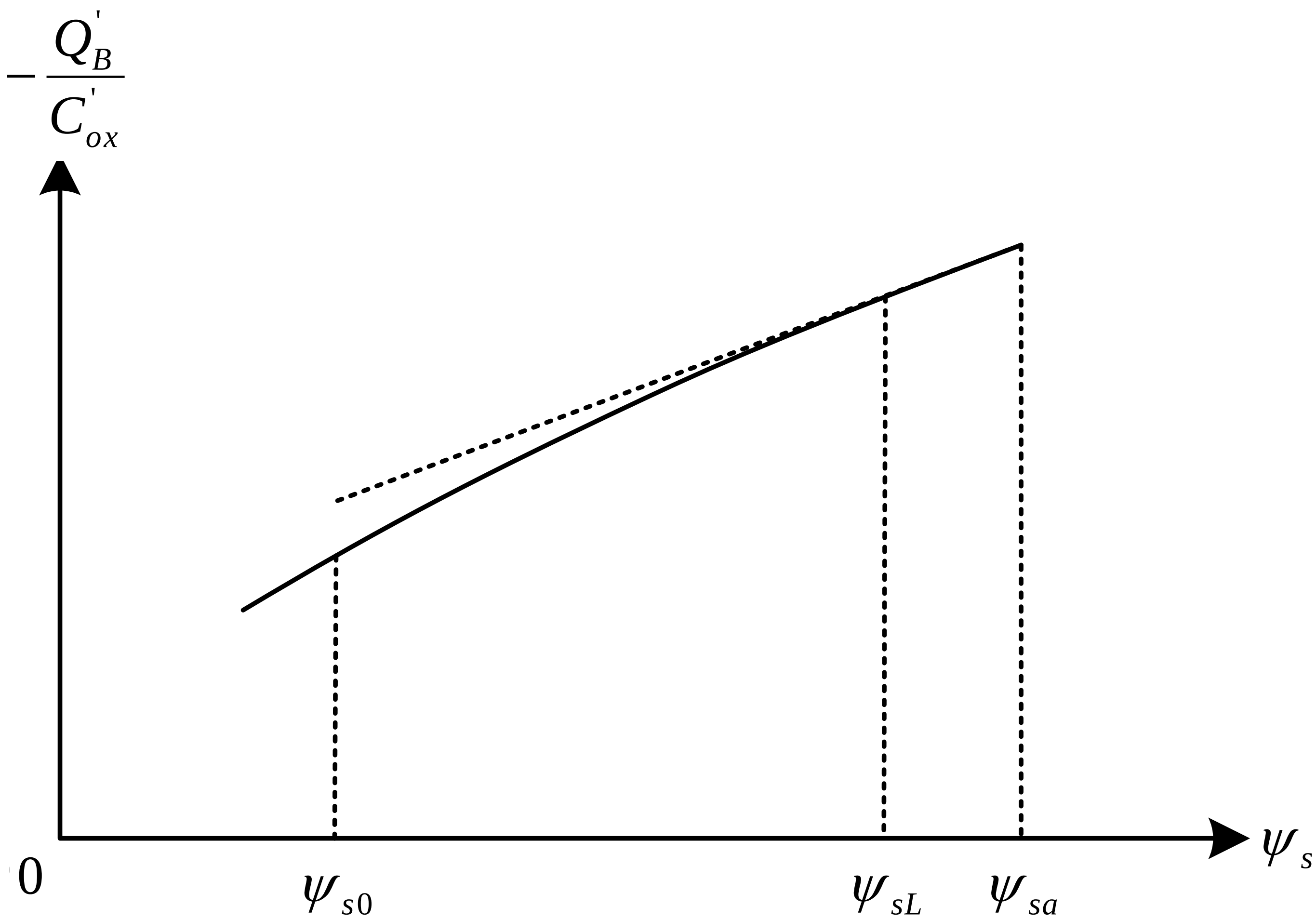
$$I_{DS2} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox} n\phi_t (\psi_{sL} - \psi_{s0})$$

$\Rightarrow \psi_s \approx \psi_{sa}$　では、$Q'_I \ll Q'_B$であるため、弱反転領域にある。

$\Rightarrow Q'_B$が支配的であるとき、Q'_Bの近似の精度は良い。

$\Rightarrow Q'_I$が支配的であるとき、Q'_Bの近似の精度は良くないが、全半導体電荷へのQ'_Bの誤差の影響は少ない。

(C) $-\frac{Q_B'}{C_{ox}'}$ *vs.* 表面電位特性の近似（ψ_{sa}での外挿）



（C）順方向と逆方向電流（対称モデル）

完全チャージ・シート・モデルを簡単化した式（$\alpha \Rightarrow n$）

$$I_{DS1} = \frac{W}{L}\frac{\mu}{2nC_{ox}^{'}}\left(Q_{I0}^{'2} - Q_{IL}^{'2}\right), \quad I_{DS2} = \frac{W}{L}\mu\phi_t\left(Q_{IL}^{'} - Q_{I0}^{'}\right)$$

から、$I_{DS1} + I_{DS2}$を求めると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu\left[\frac{1}{2nC_{ox}^{'}}\left(Q_{I0}^{'2} - Q_{IL}^{'2}\right) + \phi_t\left(Q_{IL}^{'} - Q_{I0}^{'}\right)\right]$$

$$= \frac{W}{L}\mu\left(\frac{Q_{I0}^{'2}}{2nC_{ox}^{'}} - \phi_t Q_{I0}^{'}\right) - \frac{W}{L}\mu\left(\frac{Q_{IL}^{'2}}{2nC_{ox}^{'}} - \phi_t Q_{IL}^{'}\right) = I_F - I_R$$

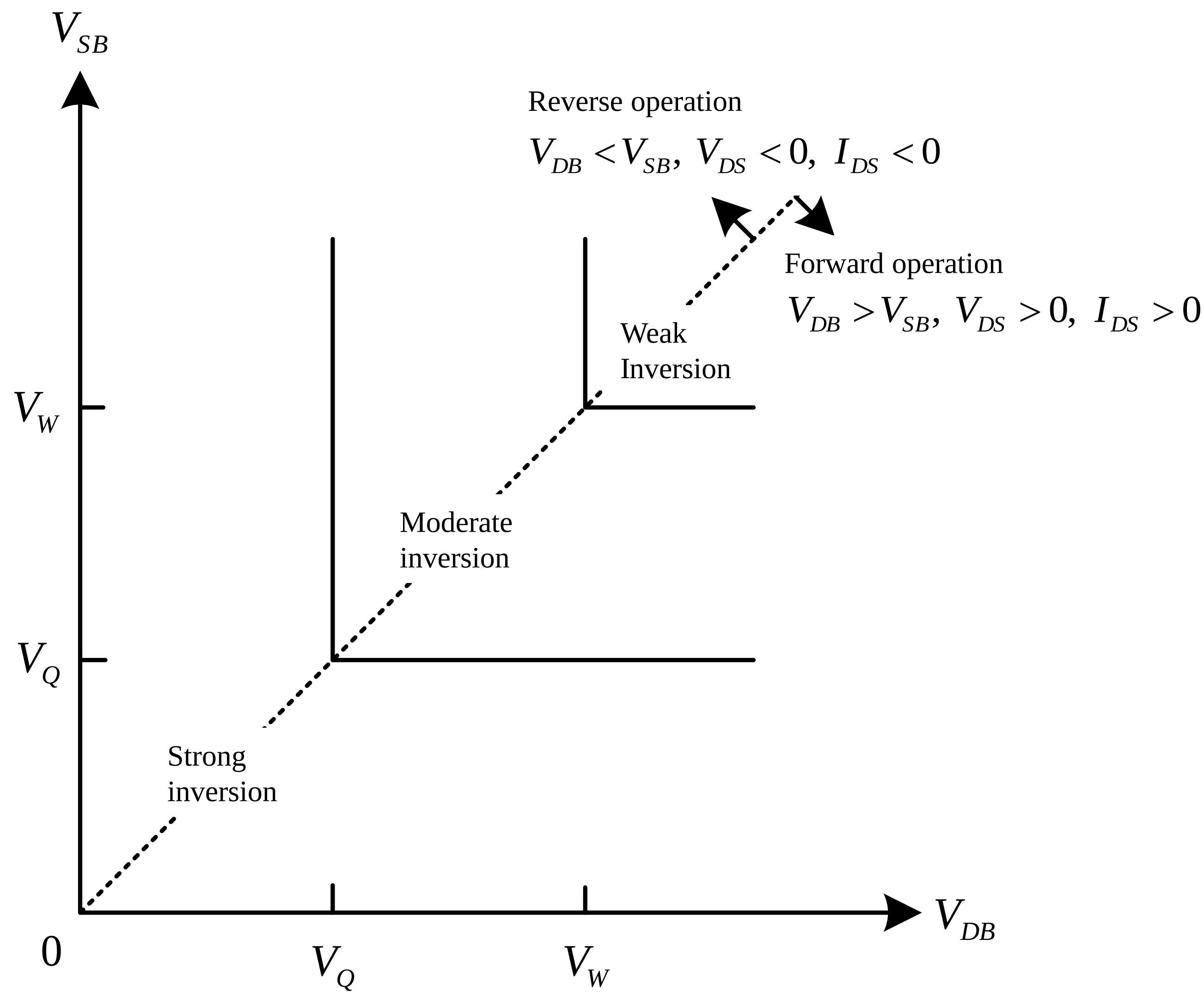
ここで、

$$I_F = \frac{W}{L}\mu\left(\frac{Q_{I0}^{'2}}{2nC_{ox}^{'}} - \phi_t Q_{I0}^{'}\right) \Rightarrow \quad I_{DS,saturation}$$

$$I_R = \frac{W}{L}\mu\left(\frac{Q_{IL}^{'2}}{2nC_{ox}^{'}} - \phi_t Q_{IL}^{'}\right) \Rightarrow \quad -I_{DS,rev.saturation}$$

V_{DS}大：$\psi_{sL} \Rightarrow \psi_{sa}$,
$Q_{IL}^{'} \Rightarrow 0$,
$I_R \Rightarrow 0$
V_{SB}大：$\psi_{s0} \Rightarrow \psi_{sa}$,
$Q_{I0}^{'} \Rightarrow 0$,
$I_F \Rightarrow 0$

（C）MOSトランジスタの動作領域の定義



(D)完全対称強反転モデル

ソースとドレイン端とも強反転では、ψ_{s0}とψ_{sL}は以下で表される。

$$\psi_{s0} \approx \phi_0 + V_{SB}, \quad \psi_{sL} \approx \phi_0 + V_{DB} \quad \left[\text{但し、} \phi_0 = 2\phi_F + \Delta\phi \qquad (\Delta\phi = 6\phi_t) \right]$$

ここで、完全チャージ・シート・モデル（ドリフト成分）の以下の式を用いる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[(V_{GB} - V_{FB})(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{1}{2}\left(\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2\right) - \frac{2}{3}\gamma\left(\psi_{sL}^{3/2} - \psi_{s0}^{3/2}\right) \right]$$

この式に、上のψ_{s0}とψ_{sL}を代入して、整理すると、（$I_{DS1} \Rightarrow I_{DSN}$）

$$I_{DSN} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left\{ (V_{GB} - V_{FB})(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{1}{2}\left[(V_{DB} + \phi_0)^2 - (V_{SB} + \phi_0)^2 \right] \right.$$

$$\left. - \frac{2}{3}\gamma\left[(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} - (\phi_0 + V_{SB})^{3/2} \right] \right\}$$

$$= \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left\{ (V_{GB} - V_{FB} - \phi_0)(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{1}{2}\left(V_{DB}^2 - V_{SB}^2\right) - \frac{2}{3}\gamma\left[(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} - (\phi_0 + V_{SB})^{3/2} \right] \right\}$$

これは、次式で表され、ソースとドレインが対称である。

$$I_{DSN} = \frac{W}{L}\left[g(V_{GB}, V_{DB}) - g(V_{GB}, V_{SB}) \right]$$

(D)完全対称強反転モデル(直接導出)

チャネル内の点xでは、$\psi_s(x)$は以下になる。

$$\psi_s(x)=\phi_0+V_{CB}(x)$$

ここで、$V_{CB}(0)=V_{SB},\quad V_{CB}(L)=V_{DB}$である。

I_{DSN}はドリフト成分のみを考慮して、

$$I_{DSN}=\mu W\left(-Q_I^{'}\right)\frac{d\psi_s}{dx}=\mu W\left(-Q_I^{'}\right)\frac{dV_{CB}}{dx}\qquad(\because \phi_0\text{: 定数})$$

となる。これを、$x=0\left(V_{CB}=V_{SB}\right)$から$x=L\left(V_{CB}=V_{DB}\right)$まで積分すると、

$$I_{DSN}=\frac{W}{L}\int_{V_{SB}}^{V_{DB}}\mu\left(-Q_I^{'}\right)dV_{CB}$$

となる。$Q_I^{'}$に次式を代入すと、完全対称強反転モデルが求まる。

$$Q_I^{'}=-C_{ox}^{'}\left(V_{GB}-V_{FB}-\phi_0-V_{CB}+\frac{Q_B^{'}}{C_{ox}^{'}}\right)\qquad\left(Q_B^{'}=-\gamma C_{ox}^{'}\sqrt{\phi_0+V_{CB}}\right)$$

$$=-C_{ox}^{'}\left(V_{GB}-V_{FB}-\phi_0-V_{CB}-\gamma\sqrt{\phi_0+V_{CB}}\right)=-C_{ox}^{'}\left[V_{GB}-V_{TB}\left(V_{CB}\right)\right]$$

（D）完全対称強反転モデル（飽和点と飽和領域）

$dI_{DSN}/dV_{DB}=0$におけるV_{DB}は、V_P(ピンチオフ電圧)となる。

$$V_P=\left(-\frac{\gamma}{2}+\sqrt{\frac{\gamma^2}{4}+V_{GB}-V_{FB}}\right)^2-\phi_0$$

ここで、$\phi_0=2\phi_F$とおくと、$V_P=V_W$(弱反転と中反転の境界)

となる。これは、外部からの電圧としてV_{GB}で決まる値である。

V_Pでの電流（飽和電流:$V_{SB}<V_{DB}$）を$I'_{DS}=I_{DSN}\big|_{V_{DB}=V_P}$とすると、

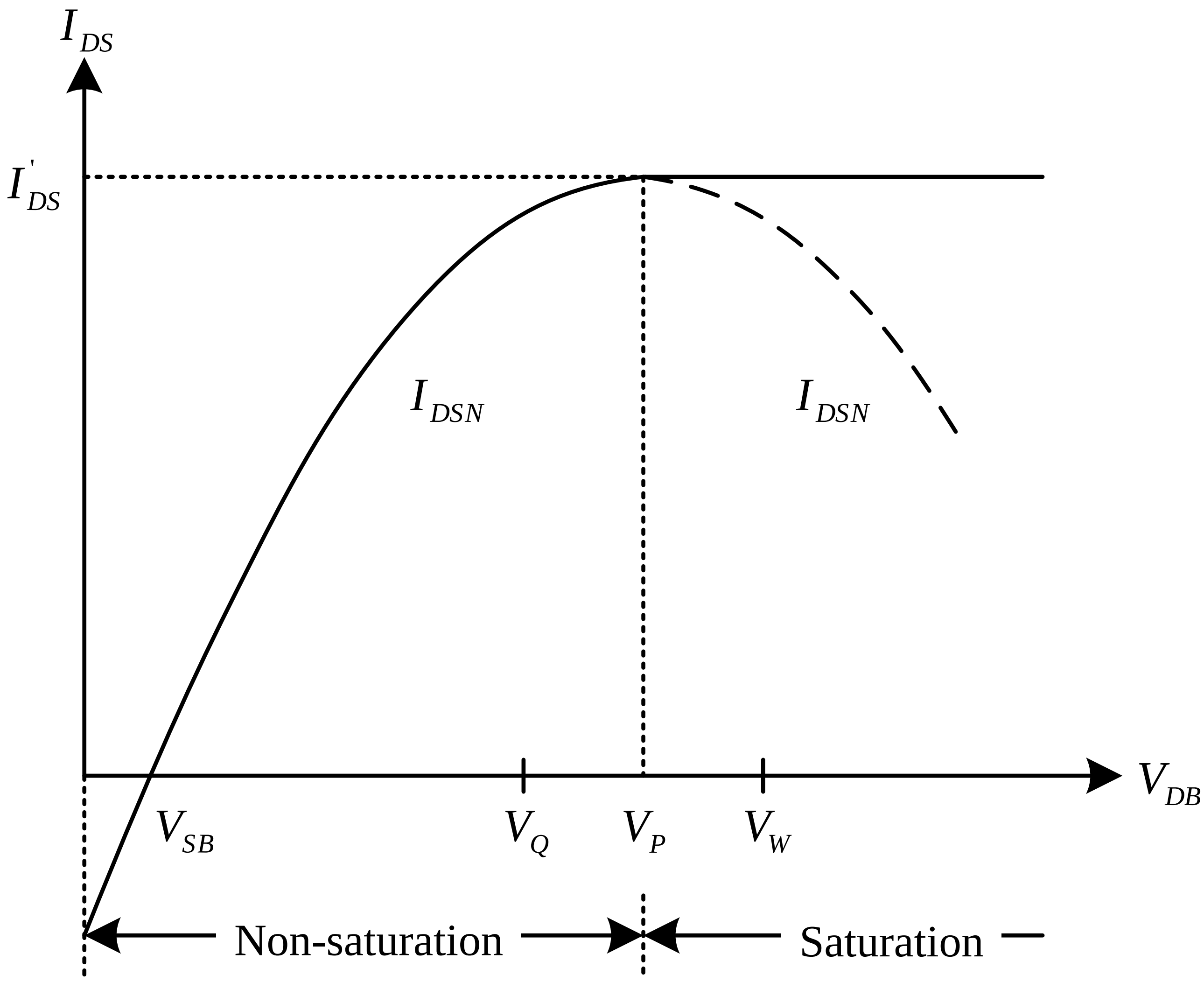
I_{DS}は、

$$I_{DS}=\begin{cases} I_{DSN}, & V_{DB}\le V_P \\ I'_{DS}, & V_{DB}>V_P \end{cases}$$

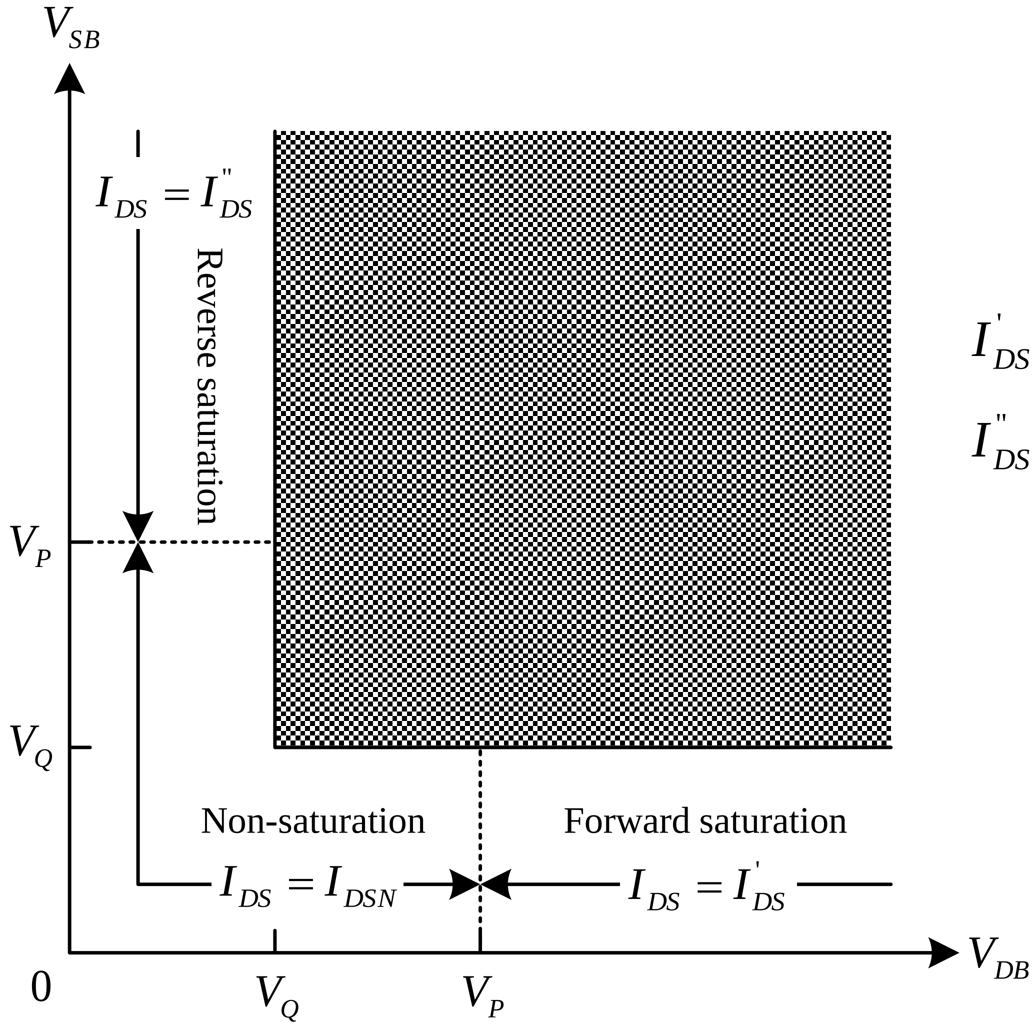
となる。また、$V_{SB}>V_{DB}$の場合の飽和電流は以下の如くになる。

$$I''_{DS}=I_{DSN}\big|_{V_{SB}=V_P}$$

（D）完全対称強反転モデルでのI_{DS}-V_{DS}特性



（D）完全強反転モデル



$$I'_{DS} = I_{DSN}\Big|_{V_{DB}=V_P}$$

$$I''_{DS} = I_{DSN}\Big|_{V_{SB}=V_P}$$

(E)簡易対称強反転モデル(1)

簡単化された対称モデル

$$I_{DS}=\frac{W}{L}\mu\left[\frac{1}{2nC'_{ox}}\left(Q'^2_{I0}-Q'^2_{IL}\right)+\phi_t\left(Q'_{IL}-Q'_{I0}\right)\right]$$

の[ ]内の第2項は拡散成分であるから、強反転領域ではこの項を無視して、

$$I_{DS}=\frac{W}{L}\mu\frac{1}{2nC'_{ox}}\left(Q'^2_{I0}-Q'^2_{IL}\right)$$

となる。Q'_{I0}とQ'_{IL}に $Q'_I\approx -nC'_{ox}\left(V_P-V_{CB}\right)$ を用いると、I_{DSN}(非飽和領域のI_{DS})は、以下になる。

$$V_P=\left(-\frac{\gamma}{2}+\sqrt{\frac{\gamma^2}{4}+V_{GB}-V_{FB}}\right)^2-\phi_0$$

$$n=1+\frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0+V_P}}$$

$$I_{DSN}=\frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{n}{2}\left[\left(V_P-V_{SB}\right)^2-\left(V_P-V_{DB}\right)^2\right]$$

順方向飽和電流I'_{DS}と逆方向飽和電流I''_{DS}は、次式となる。

$$I'_{DS}=\frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{n}{2}\left(V_P-V_{SB}\right)^2 \qquad (V_{DB}=V_P\text{で飽和})$$

$$I''_{DS}=-\frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{n}{2}\left(V_P-V_{DB}\right)^2 \qquad (V_{SB}=V_P\text{で飽和})$$

(E)簡易対称強反転モデル(2)

V_Pの近似を用いて、モデルを簡単化する。

$$V_P \approx \frac{V_{GB} - V_{T0}}{n} \quad \left(\text{但し、} V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0}\right)$$

これを、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{n}{2}\left[\left(V_P - V_{SB}\right)^2 - \left(V_P - V_{DB}\right)^2\right]$$

に代入し、整理すると、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GB} - V_{T0}\right)\left(V_{DB} - V_{SB}\right) - \frac{n}{2}\left(V_{DB}^2 - V_{SB}^2\right)\right]$$

となる。I_{DSN}は、$V_{DB} = V_P$で$dI_{DSN}/dV_{DB} = 0$となる。

この場合、順方向飽和電流I'_{DS}と逆方向飽和電流I''_{DS}は、次式になる。

$$I'_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{1}{2n}\left(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB}\right)^2$$

$$I''_{DS} = -\frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{1}{2n}\left(V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB}\right)^2$$

(F)簡易ソース参照強反転モデル

簡単化されたソース参照モデルの以下の式において、

$$I_{DS1} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_{s0} - \gamma\sqrt{\psi_{s0}}\right)\left(\psi_{sL} - \psi_{s0}\right) - \frac{\alpha}{2}\left(\psi_{sL} - \psi_{s0}\right)^2\right]$$

$\psi_{s0} = \phi_0 + V_{SB}$、$\psi_{sL} = \phi_0 + V_{DB}$を代入すると、強反転での非飽和電流は、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GB} - V_{SB} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}\right)\left(V_{DB} - V_{SB}\right)\right.$$

$$\left. - \frac{\alpha}{2}\left(V_{DB} - V_{SB}\right)^2\right]$$ 但し、$\alpha = \alpha_1 = 1 + \dfrac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$

となる。ここで、$V_{DB} - V_{SB} = V_{DS}, V_{GB} - V_{SB} = V_{GS}$とおくと、次式を得る。

$$I_{DSN} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GS} - V_T\big|_{V_{SB}}\right)V_{DS} - \frac{\alpha}{2}V_{DS}^2\right]$$

但し、$V_T\big|_{V_{SB}} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$

（F）簡易参照強反転ﾓﾃﾞﾙ（直接導出：1）

直接導出する場合、$-Q_B^{'}/C_{ox}^{'}$の近似式を使う。V_{SB}の辺りで$-Q_B^{'}/C_{ox}^{'}$をテイラー展開（最初の２項までとる）すると、

$$-\frac{Q_B^{'}}{C_{ox}^{'}} \approx \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha_1 - 1)(V_{CB} - V_{SB})$$

$\alpha_1 - 1$は、$-Q_B^{'}/C_{ox}^{'}$ *vs.* V_{CB}の$V_{CB} = V_{SB}$での傾きであり、$\alpha_1 - 1 = \gamma/2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$である。$\alpha_1$は、$-Q_B^{'}/C_{ox}^{'}$を過剰に見積もっているため、その代わりに$\alpha$（$\alpha < \alpha_1$）を考えると、$-Q_B^{'}/C_{ox}^{'}$は、以下になる。

$$-\frac{Q_B^{'}}{C_{ox}^{'}} \approx \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha - 1)(V_{CB} - V_{SB})$$

これから、$Q_I^{'}$は次式となる。

$$\begin{aligned} Q_I^{'} &= -C_{ox}^{'}\left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} + \frac{Q_B^{'}}{C_{ox}^{'}}\right) \\ &= -C_{ox}^{'}\left[V_{GB} - V_{SB} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \alpha(V_{CB} - V_{SB})\right] \end{aligned}$$

(F)簡易参照強反転ﾓﾃﾞﾙ(直接導出:2)

$Q_I^{'}$を以下の式に用い、

$$I_{DSN}=\frac{W}{L}\int_{V_{SB}}^{V_{DB}}\mu\left(-Q_I^{'}\right)dV_{CB}$$

$V_{DB}=V_{DS}+V_{SB}$、$V_{GB}=V_{GS}+V_{SB}$として、積分を行うと、

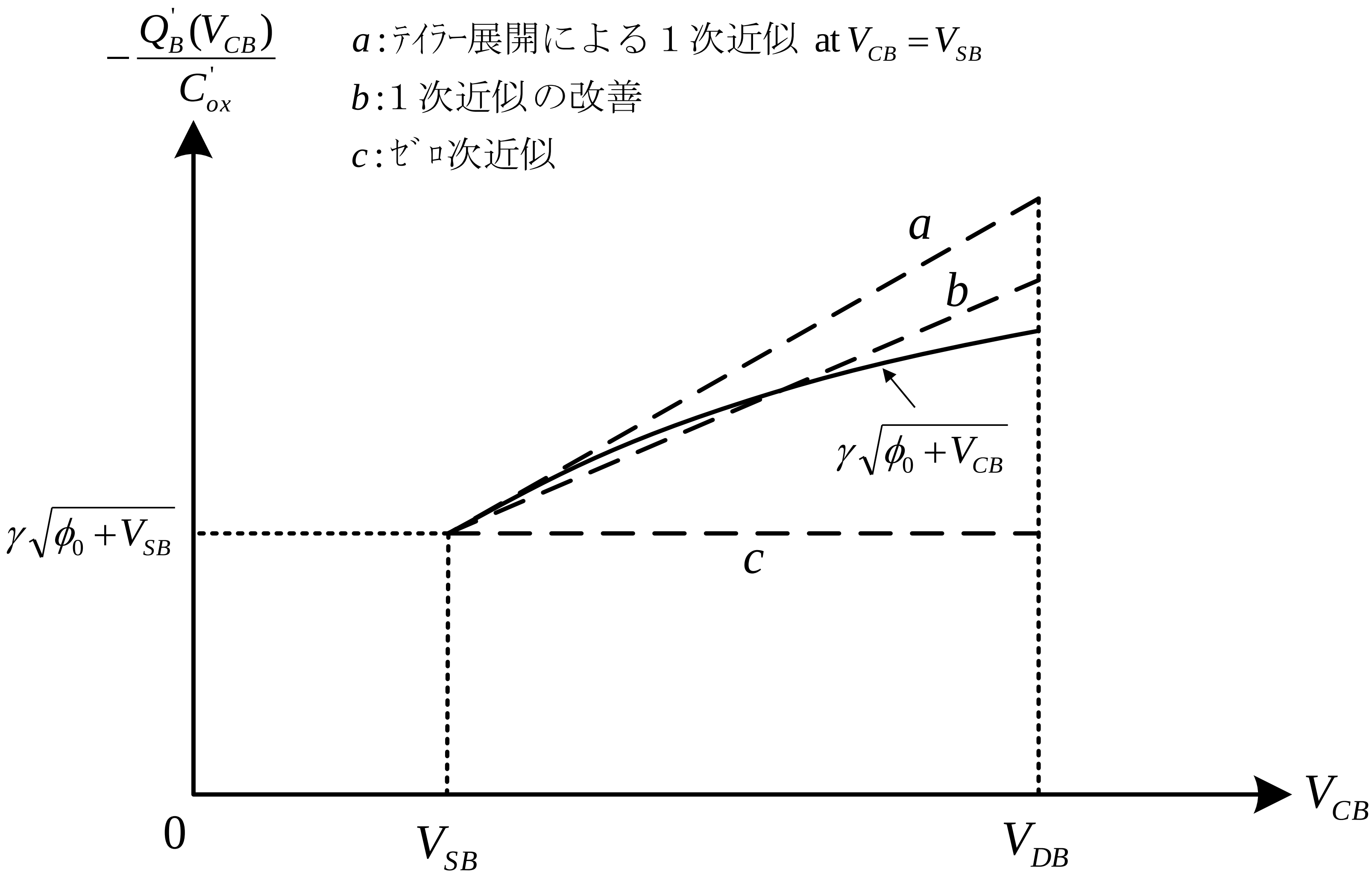
I_{DSN}は、（但し、μ：一定）

$$I_{DSN}=\frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\left[\left(V_{GS}-V_T\Big|_{V_{SB}}\right)V_{DS}-\frac{\alpha}{2}V_{DS}^2\right]$$

但し、$V_T\Big|_{V_{SB}}=V_{FB}+\phi_0+\gamma\sqrt{\phi_0+V_{SB}}$

となり、簡単化されたソース参照モデルと同じになる。

(F)強反転での-Q_B'/Cox' とﾁｬﾈﾙ内の逆ﾊﾞｲｱｽV_{CB}



（F）簡易参照強反転ﾓﾃﾞﾙ（飽和点と飽和領域）

非飽和領域では、I_{DSN}は

$$I_{DSN} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GS} - V_T\right)V_{DS} - \frac{\alpha}{2}V_{DS}{}^2\right]$$

となる。ここで、

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \qquad \Rightarrow V_T\text{は}V_{SB}\text{に依存する。}$$

または、

$$V_T = V_{T0} + \gamma\left(\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \sqrt{\phi_0}\right)$$

$$V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0}$$

である。$dI_{DSN}/dV_{DS} = 0$のところでのV_{DS}（$= V'_{DS}$）は、$V'_{DS} = \left(V_{GS} - V_T\right)/\alpha$

となる。この場合の電流I'_{DS}は、以下の如くになる。

$$I'_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{\left(V_{GS} - V_T\right)^2}{2\alpha}$$

(F)簡易参照強反転ﾓﾃﾞﾙ(まとめ)

電流I_{DS}は,

$$I_{DS}=\begin{cases} I_{DSN}, & V_{DS}\le V_{DS}^{'} \\ I_{DS}^{'}, & V_{DS}>V_{DS}^{'} \end{cases}$$

すなわち、以下になる。

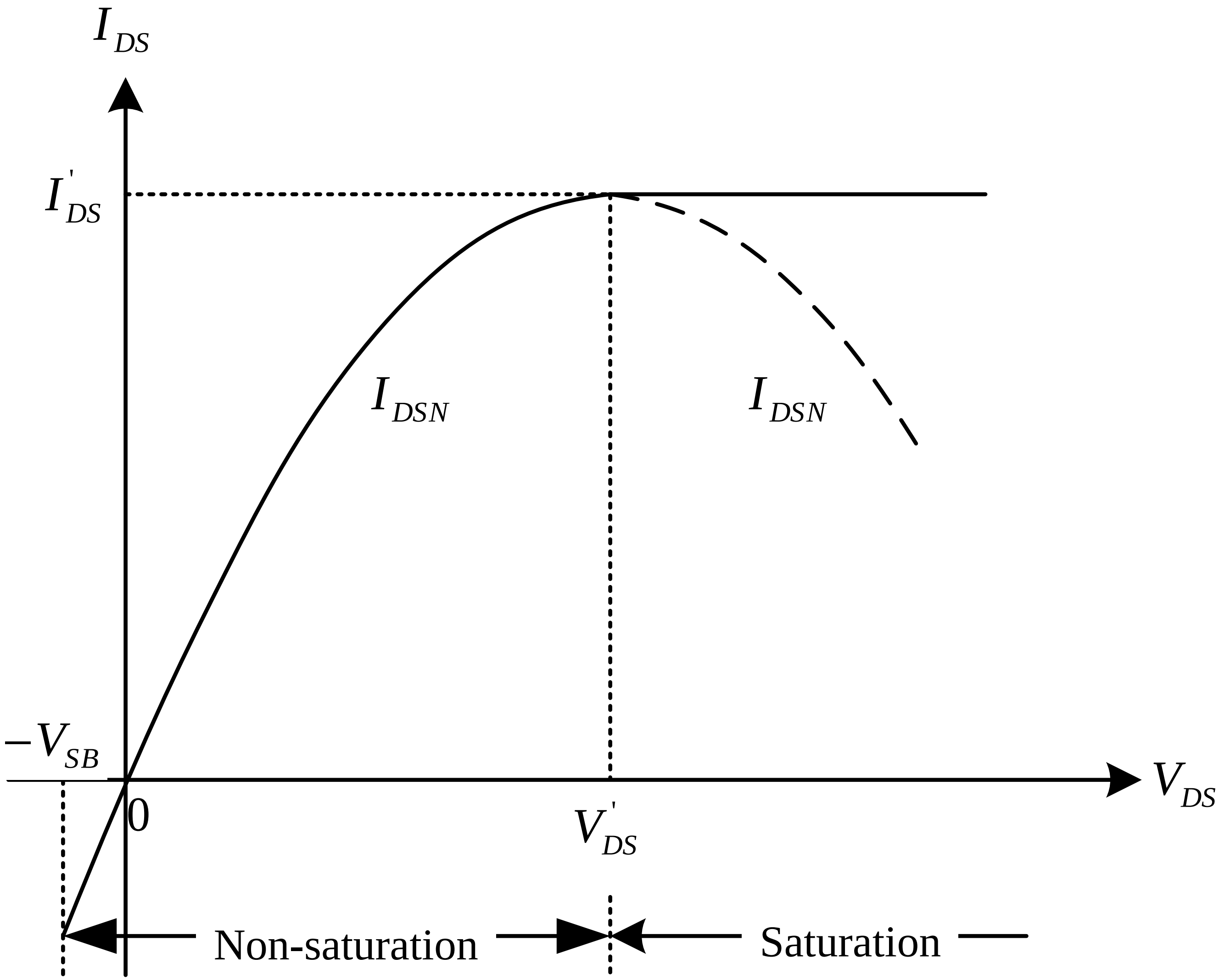
$$I_{DS}=\begin{cases} \dfrac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\left[\left(V_{GS}-V_T\right)V_{DS}-\dfrac{\alpha}{2}V_{DS}{}^{2}\right], & V_{DS}\le V_{DS}^{'} \\ \dfrac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\dfrac{\left(V_{GS}-V_T\right)^2}{2\alpha}, & V_{DS}>V_{DS}^{'} \end{cases}$$

また、非飽和と飽和領域を一緒にして、I_{DS}は以下の如くにも表される。

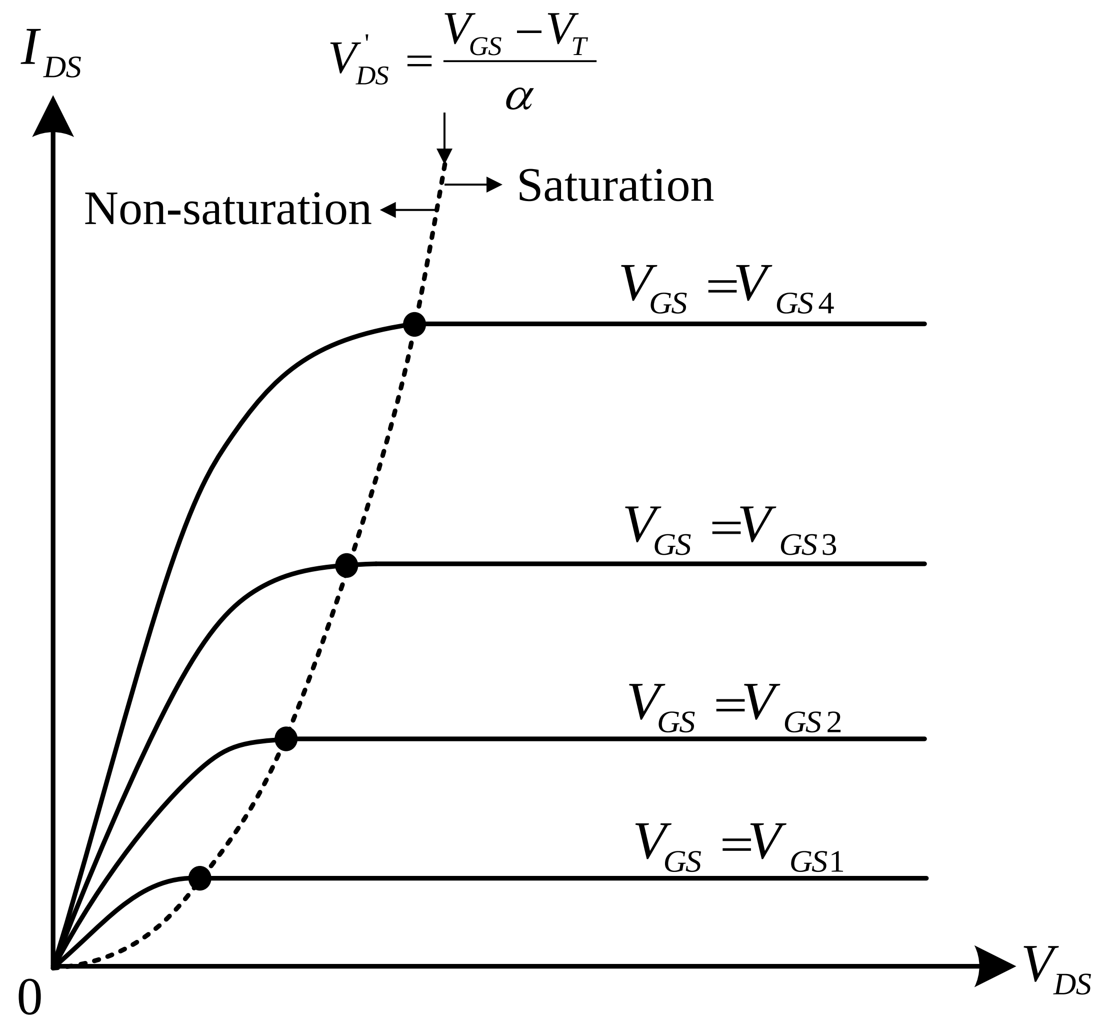
$$I_{DS}=I_{DS}^{'}\left(1-\eta^2\right)$$

ここで、$\eta=\begin{cases} 1-\dfrac{V_{DS}}{V_{DS}^{'}}, & V_{DS}\le V_{DS}^{'} \\ 0, & V_{DS}>V_{DS}^{'} \end{cases}$

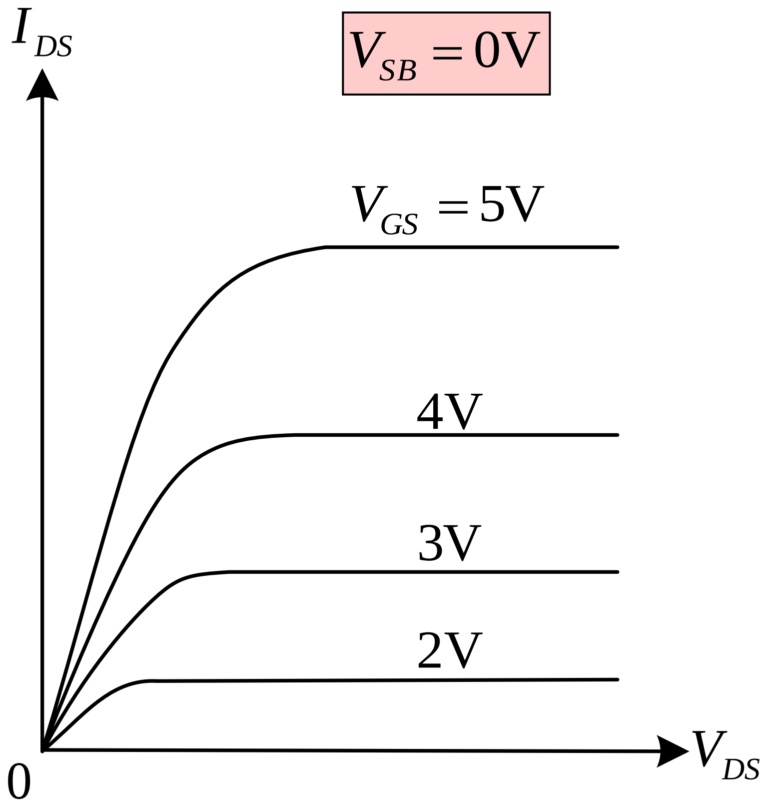
(F) I_{DSN}-V_{DS}特性：含むV_{DS}>V_{DS}'（ソース参照強反転）

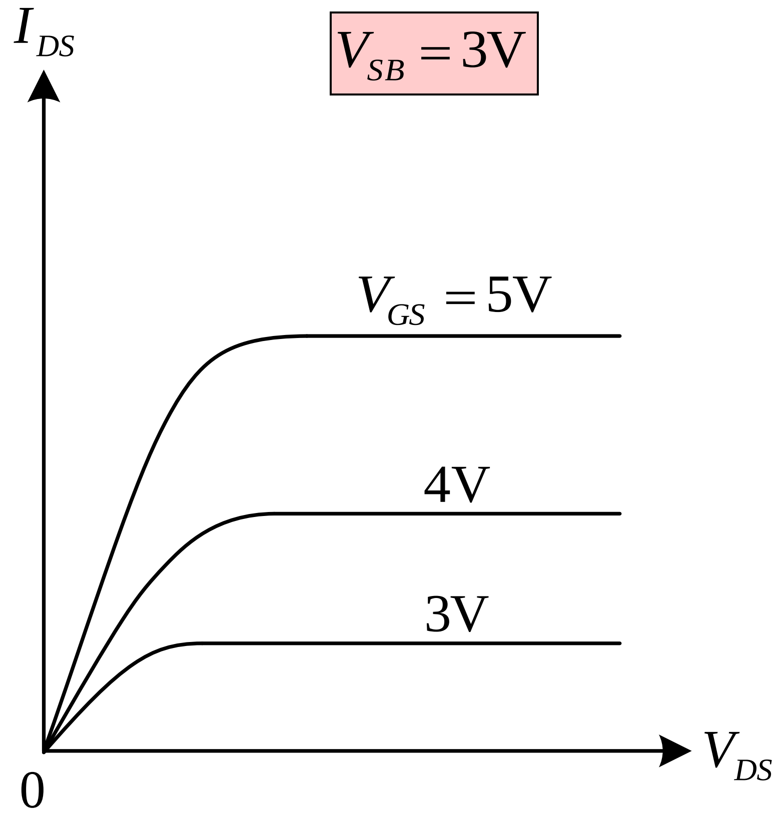


（F）I_{DS}-V_{DS}特性（ソース参照強反転）

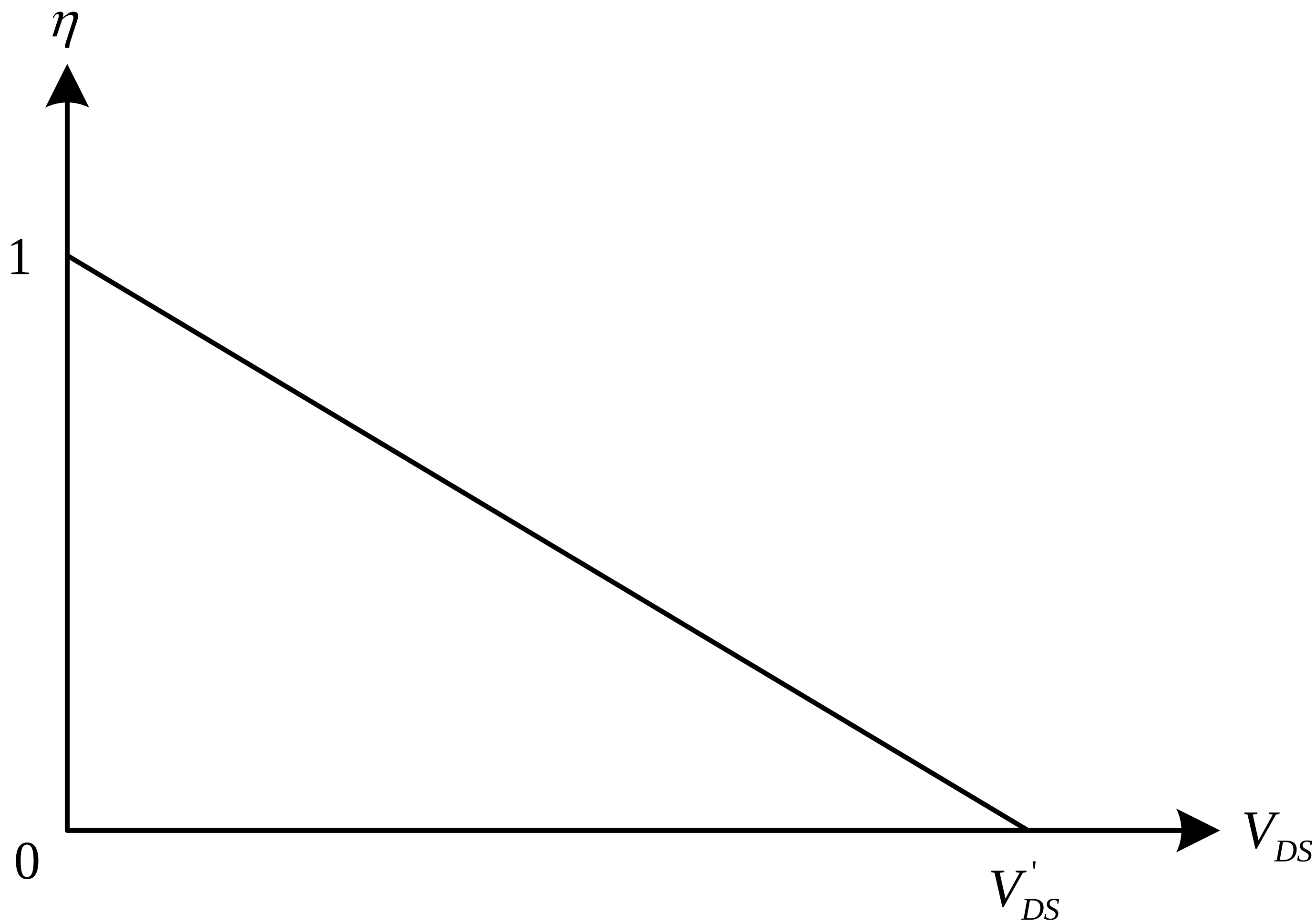


(F) V_{SB}を変えた場合のI_{DS}-V_{DS}特性





（F）パラメータη vs. V_{DS}



(F)αの近似(1)

$$\alpha_0 = 1$$

$\Rightarrow$チャネルに沿った空乏層幅：一定（ソース端）

$\Rightarrow \left|Q_B^{'}\right|$の過少見積もり

$\Rightarrow \left|Q_I^{'}\right|$の過剰見積もり（$I_{DS}$、$V_{DS}^{'}$の過剰見積もり）

$$\alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

$\Rightarrow V_{DS} = V_{DB} - V_{SB}$が小さい場合：良い近似

$\Rightarrow$一般に、$\left|Q_B^{'}\right|$の過剰見積もり

$\Rightarrow \left|Q_I^{'}\right|$の過少見積もり（$I_{DS}$、$V_{DS}^{'}$の過少見積もり）

（F）αの近似（２）

$$\alpha_2 = 1 + d_2 \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

d_2 :修正係数(0.5〜0.8)

$$d_2 = 1 - \left[k_1 + k_2\left(\phi_B + V_{SB}\right)\right]^{-1}$$

k_1, k_2: 定数

$$\alpha_3 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_3 + \phi_0 + V_{SB}}}$$

$\phi_3 = 1$

$$\alpha_4 = 1 + \frac{\gamma}{4\sqrt{\phi_0}}$$

（F）チャネルの任意点における電位（1）

強反転領域での電流I_{DSN}は、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} h\left(V_{GB}, V_{SB}, V_{DB}\right)$$

で表される。ここで、hは関数である。

チャネルに沿う点xでの電流は、以下になる。

$$I_{DSN} = \frac{W}{x} h\left(V_{GB}, V_{SB}, V_{CB}(x)\right)$$

上２式から、xと$V_{CB}(x)$の以下の関係を得る。

$$\frac{x}{L} = \frac{h\left(V_{GB}, V_{SB}, V_{CB}(x)\right)}{h\left(V_{GB}, V_{SB}, V_{DB}\right)}$$

（F）チャネルの任意点における電位（2）

電流I_{DS}は,

$$I_{DS}=\frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{(V_{GS}-V_T)^2}{2\alpha}\left(1-\eta^2\right)$$

ここで、

$$\eta=\begin{cases}1-\dfrac{V_{DS}}{V'_{DS}}, & V_{DS}\le V'_{DS}\\[2ex] 0, & V_{DS}>V'_{DS}\end{cases}\qquad,\qquad V'_{DS}=\frac{V_{GS}-V_T}{\alpha}$$

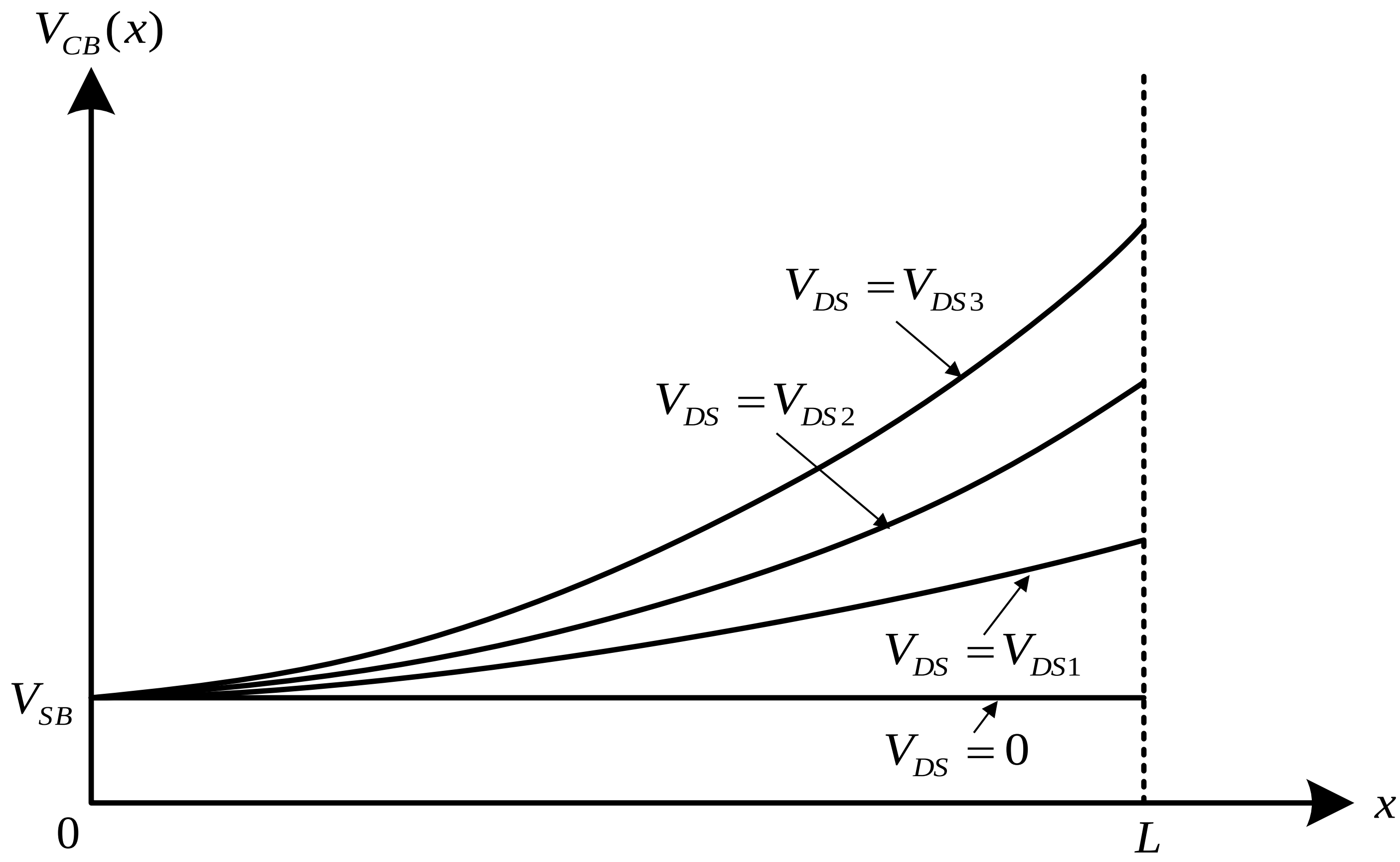
である。チャネルに沿う点xでの電流は、以下になる。

$$I_{DS}=\frac{W}{x}\mu C'_{ox}\frac{(V_{GS}-V_T)^2}{2\alpha}\left\{1-\left[1-\frac{\alpha}{V_{GS}-V_T}\left(V_{CB}(x)-V_{SB}\right)\right]^2\right\}$$

I_{DS}に関する上２式を等しいとして解くと、$V_{CB}(x)$は次式になる。

$$V_{CB}(x)=V_{SB}+\frac{V_{GS}-V_T}{\alpha}\left[1-\sqrt{1-\frac{x}{L}\left(1-\eta^2\right)}\right]$$

(F)チャネルに沿っての基板からの電位

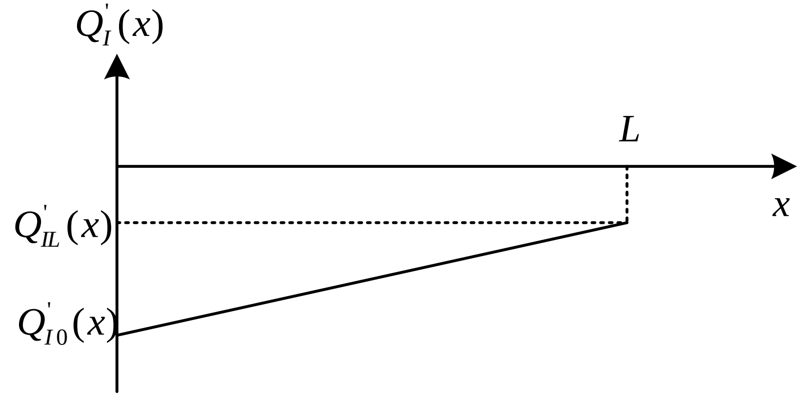


(G)弱反転モデル(基本)

弱反転領域では、表面電位ψ_sは、

$$\psi_s \approx \psi_{sa}(V_{GB})$$

$$\psi_{sa}(V_{GB}) = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2$$



となり、V_{GB}の関数になる。

$\Rightarrow Q_B^{'}$はチャネル位置に依存しない。

(空乏層深さはチャネルに沿って一定)

$\Rightarrow$チャネルに沿って同じ電位

(電流は拡散成分のみ存在:ドリフト成分はない)

したがって、ここでは完全チャージ・シート・モデルの拡散成分を用いる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu\phi_t\left(Q_{IL}^{'} - Q_{I0}^{'}\right)$$

(G)弱反転モデル(対称モデル)

弱反転領域の電荷の式（空乏領域でも成立）

$$Q_I^{'} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t e^{[\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F]/\phi_t} \bullet e^{-V_{CB}/\phi_t}$$

を用いて、$Q_{I0}^{'}, Q_{IL}^{'}$を以下の如くとする。

$$Q_{I0}^{'} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t} \bullet e^{-V_{SB}/\phi_t}$$

$$Q_{IL}^{'} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t} \bullet e^{-V_{DB}/\phi_t}$$

したがって、弱反転領域のI_{DS}は、以下の如くである。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu\phi_t\left(Q_{IL}^{'} - Q_{I0}^{'}\right) = \frac{W}{L}\hat{I}(V_{GB})\left(e^{-V_{SB}/\phi_t} - e^{-V_{DB}/\phi_t}\right)$$

但し、$\hat{I}(V_{GB}) = \mu\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t^{\,2} e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t}$

（G）弱反転モデル（対称モデル別表現）

弱反転のI_{DS}（対称モデル）の式で、

$$\psi_{sa} = V_P + \phi_0, \quad n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_P(V_{GB})}}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{C'_{ox}}$$

を用いると、以下を得る。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}(n-1)e^{(\phi_0 - 2\phi_F)/\phi_t}\phi_t^2\left[e^{(V_P - V_{SB})/\phi_t} - e^{(V_P - V_{DB})/\phi_t}\right]$$

更に、$V_P = (V_{GB} - V_{T0})/n$を用いると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}(n-1)e^{(\phi_0 - 2\phi_F)/\phi_t}\phi_t^2\left[e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})/(n\phi_t)} - e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB})/(n\phi_t)}\right]$$

を得る。

(G)弱反転モデル(ソース参照モデル)

弱反転での電流式は、以下である。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu\phi_t\left(Q'_{IL} - Q'_{I0}\right) = -\frac{W}{L}\mu\phi_t Q'_{I0}\left(1 - \frac{Q'_{IL}}{Q'_{I0}}\right)$$

ここで、$Q'_{IL}/Q'_{I0} = e^{-\left(V_{DB}-V_{SB}\right)/\phi_t} = e^{-V_{DS}/\phi_t}$ であるから、I_{DS}は以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu\phi_t\left(-Q'_{I0}\right)\left(1 - e^{-V_{DS}/\phi_t}\right)$$

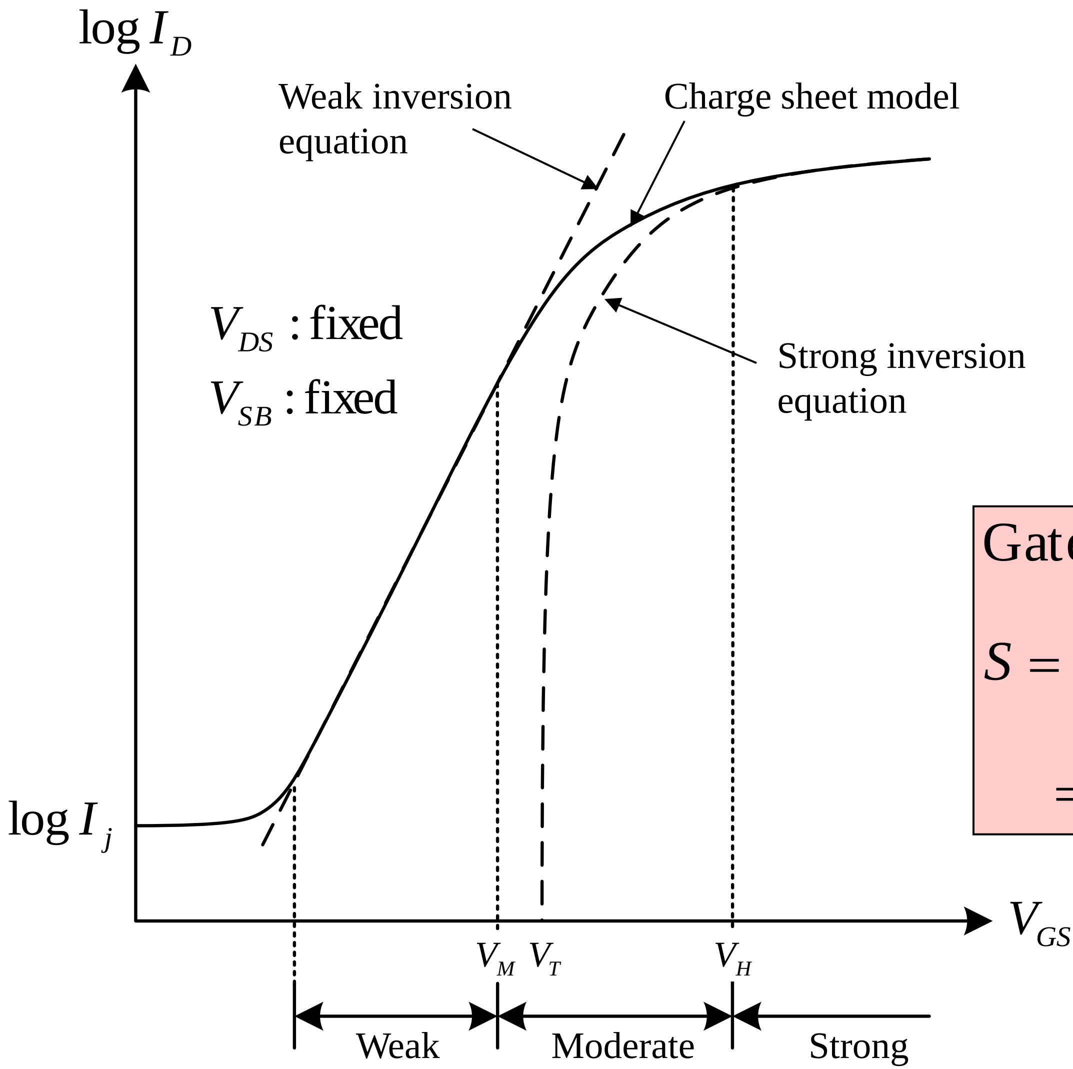
ここで、$Q'_{I0} \approx Q'_M e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)}$ を用いると、 $\left\{ Q'_M = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}}\phi_t \right\}$

I_{DS}($V_{SB} = V'_{SB}$で固定)は以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} I'_M e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)}\left(1 - e^{-V_{DS}/\phi_t}\right)$$

$$\left\{ I'_M = \mu\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}}\phi_t^2, \quad V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}, \; n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}} \right\}$$

(G) Log I_D vs. V_{GS}特性



Gate Swing

$$S = \frac{dV_{GS}}{d(\log I_{DS})} = 2.3n\phi_t$$

EKVモデル（対称モデルへの展開1）

EKVのモデル式は、以下の如くである。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}(2n)\phi_t^2\left\{\left[\ln\left(1+e^{(V_P-V_{SB})/(2\phi_t)}\right)\right]^2-\left[\ln\left(1+e^{(V_P-V_{DB})/(2\phi_t)}\right)\right]^2\right\}$$

非飽和と飽和の全領域で使用。漸近的に弱反転と強反転に近づく。

<u>弱反転領域 $\Rightarrow$ 指数項$\ll 1$</u>　であるから、$\ln(1+x)\approx x,\quad |x|\ll 1$から

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}(2n)\phi_t^2\left[e^{(V_P-V_{SB})/\phi_t}-e^{(V_P-V_{DB})/\phi_t}\right]$$

が得られる。これは、弱反転（対称モデル）の別表現の式で

$(n-1)e^{(\phi_0-2\phi_F)/\phi_t}$を$2n$とおいたものとなる。

<u>強反転かつ非飽和領域 $\Rightarrow$ 指数項$\gg 1$</u>　であるから、

$\left[\ln\left(1+e^y\right)\right]^2\approx\left(\ln e^y\right)^2=y^2,\quad e^y\gg 1$から

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\frac{n}{2}\left[\left(V_P-V_{SB}\right)^2-\left(V_P-V_{DB}\right)^2\right]$$

となる。これは、簡単化された対称強反転モデルになる。

EKVモデル（対称モデルへの展開2）

EKVの式で、V_{DS}が大きくなると、２番目の指数関数は無視でき、

$$I_{DS} = I'_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{n}{2}\left(V_P - V_{SB}\right)^2 \qquad （V_{DB} = V_P \text{で飽和}）$$

となる。I'_{DS}は順方向飽和電流である。

また、EKVの式に$V_P = \left(V_{GB} - V_{T0}\right)/n$を代入すると、以下を得る。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}(2n)\phi_t^2\left\{\left[\ln\left(1 + e^{(V_{GB}-V_{T0}-nV_{SB})/(2n\phi_t)}\right)\right]^2 - \left[\ln\left(1 + e^{(V_{GB}-V_{T0}-nV_{DB})/(2n\phi_t)}\right)\right]^2\right\}$$

<u>強反転の下では、指数項≫1</u>であるため、

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{1}{2n}\left[\left(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB}\right)^2 - \left(V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB}\right)^2\right]$$

$$= \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GB} - V_{T0}\right)\left(V_{DB} - V_{SB}\right) - \frac{n}{2}\left(V_{DB}^2 - V_{SB}^2\right)\right]$$

すなわち、簡単化された対称強反転モデルの式になる。

EKVモデル（展開時の誤差）

弱反転領域では、指数項≪1であるから、

$$I_{DS}=\frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}(2n)\phi_t^2\left[e^{(V_{GB}-V_{T0}-nV_{SB})/(n\phi_t)}-e^{(V_{GB}-V_{T0}-nV_{DB})/(n\phi_t)}\right]$$

となる。これは、弱反転（対称モデル）の別表現の式で$(n-1)e^{(\phi_0-2\phi_F)/\phi_t}$を$2n$とおいたものとなる。この置換えによる誤差は、$V_{T0}$を少し増大させることで$I_{DS}$を正しい値に近づけることができる。$V_{T0}$は指数関数内にあるため、ほんの少しの増大で対応できる。したがって、この増大があっても強反転領域での誤差は少ない。例えば、強反転飽和領域での電流式は、

$$I_{DS}=\frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\frac{1}{2n}(V_{GB}-V_{T0}-nV_{SB})^2$$

となり、括弧内の値は大きいので、V_{T0}の僅かな変化はI_{DS}への大きな誤差にはならない。

EKVモデル（ソース参照モデル１）

EKVモデルをソース参照モデルに変えると、以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}(2n)\phi_t^2\left\{\left[\ln\left(1+e^{(V_{GS}-V_T)/(2n\phi_t)}\right)\right]^2 - \left[\ln\left(1+e^{(V_{GS}-V_T-nV_{DS})/(2n\phi_t)}\right)\right]^2\right\}$$

$$V_T = V_{T0} + \gamma\left(\sqrt{\phi_0+V_{SB}} - \sqrt{\phi_0}\right), \qquad V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0}$$

このV_Tには、イオン注入、短チャネル効果等を考慮できる。

弱反転の場合、指数項≪1であるから、

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}(2n)\phi_t^2\left[e^{(V_{GS}-V_T)/(n\phi_t)} - e^{(V_{GS}-V_T-nV_{DS})/(n\phi_t)}\right]$$

$$= \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}(2n)\phi_t^2 e^{(V_{GS}-V_T)/(n\phi_t)}\left[1-e^{-V_{DS}/\phi_t}\right]$$

となる。これは、以下の弱反転のソース参照モデルに対応する。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}I_M^{'}e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)}\left(1-e^{-V_{DS}/\phi_t}\right)$$

$$I_M^{'} = \mu\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F+V_{SB}^{'}}}\phi_t^{\,2} = \mu C_{ox}^{'}(n-1)\phi_t^{\,2}, \qquad n = 1+\frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F+V_{SB}^{'}}}$$

$$V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F+V_{SB}^{'}} \qquad V_{SB} = V_{SB}^{'}\text{(固定)}$$

EKVモデル（ソース参照モデル2）

弱反転において、EKVモデルとソース参照モデルとの違いは、

$(n-1)e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)}$が$(2n)e^{(V_{GS}-V_T)/(n\phi_t)}$に置き換わっていることである。

$$V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F + V_{SB}}$$

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}, \qquad \phi_0 = 2\phi_F + \Delta\phi$$

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V_{SB}}} \Rightarrow n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi + V_{SB}}}$$

すなわち、$n-1$と$2n$の違いを指数の中の$V_T - V_M$で調整でき、正しいI_{DS}に近づけることができる。また、nにおいて$2\phi_F$をϕに換えることにより、更に精度は上がる。この場合nはα_3に変わる。

強反転の場合（非飽和）、EKVモデル中の両指数項≫1であるから、

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{1}{2n}\left[(V_{GS}-V_T)^2 - (V_{GS}-V_T-nV_{DS})^2\right]$$

$$= \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[(V_{GS}-V_T)V_{DS} - \frac{\alpha}{2}V_{DS}{}^2\right], \qquad \text{ここで}\ n \Rightarrow \alpha$$

となる。これは、簡単化されたソース参照強反転モデル（非飽和）である。

EKVモデル（ソース参照モデル3）

強反転の場合（飽和）、EKVモデル中の最初の指数項$\gg 1$、2番目の指数項$\ll 1$であるから、

$$I_{DS}=\frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\frac{1}{2n}\left[\left(V_{GS}-V_{T}\right)^{2}\right]$$

$$=\frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\frac{1}{2\alpha}\left[\left(V_{GS}-V_{T}\right)^{2}\right],\quad \text{ここで} n\Rightarrow\alpha$$

となる。これは、簡単化されたソース参照強反転モデル（飽和）である。

反転とは無関係にV_{DS}が高いとEKVモデル中の２番目の項は無視でき、

$$I_{DS}=\frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\left(2n\right)\phi_{t}^{2}\left[\ln\left(1+e^{\left(V_{GS}-V_{T}\right)/\left(2n\phi_{t}\right)}\right)\right]^{2}$$

となる。アナログ回路では、たいていのデバイスは飽和領域で動作しており、上式は近似計算には向いている。

EKVモデルは、インターポレーション（弱反転と強反転の間）モデルに非常に有効である。

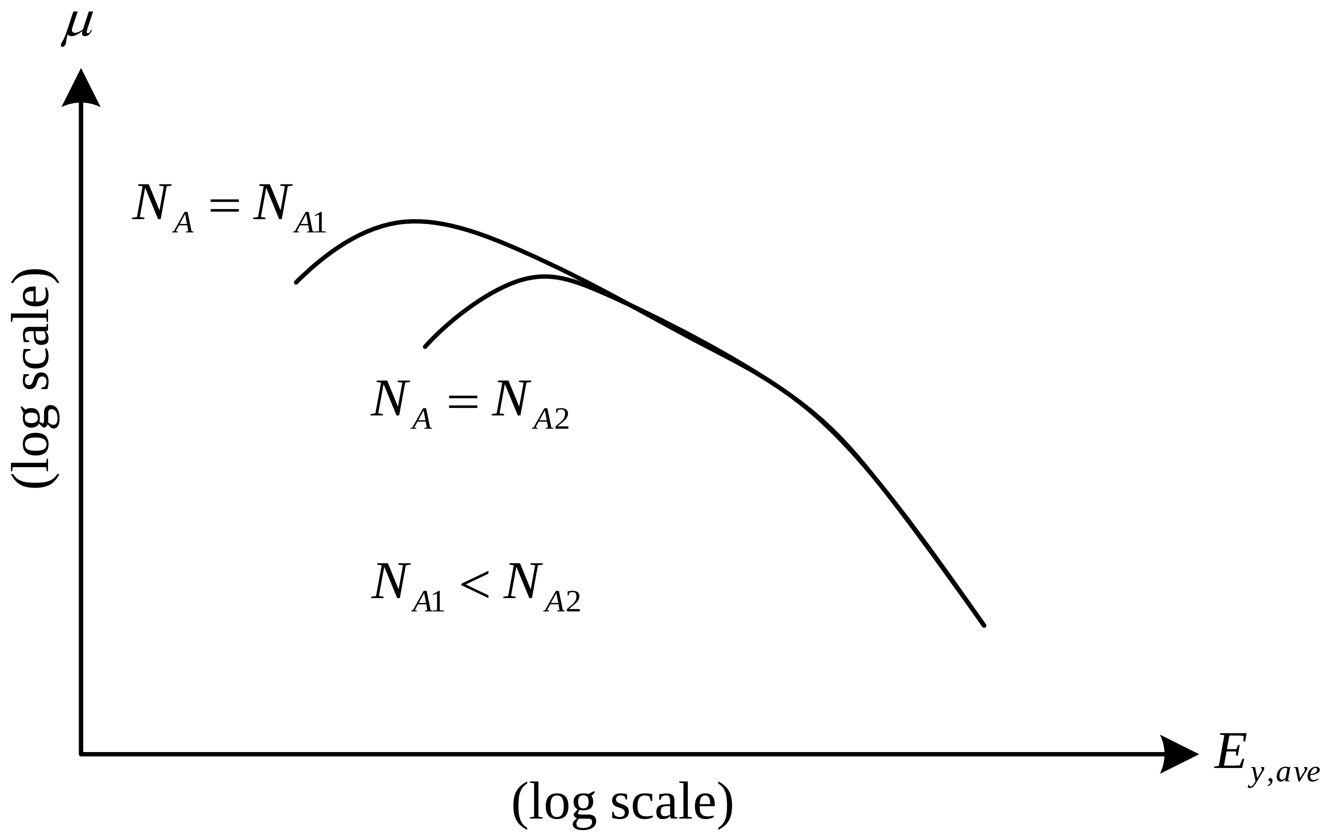
ソース参照モデルの利点

- 通常の印加電圧に対応している。
- 閾値電圧が電流式中に自然に表れる。
- バックゲートを第２のゲートとして扱える。
- キャリア速度飽和をV_{DS}によって簡単に扱える。
- 非対称デバイスに対応できる。
- ソース参照モデルが高周波動作に対応している。

基板参照モデルの利点

- 対称デバイスに対応できる。
  （アナログ回路対応）
- 電流の飽和点をV_{SB}に関係なくV_{DB}で直接表現できる。
  （基板参照長チャネルモデル）
- 弱反転領域をよく表現できる。
  （Ψ_{sa}はV_{GB}のみに依存）
- 縦方向電界による移動度変化をよく扱える。
- I_{DS}とその微分はV_{DS}=0で連続に扱える。
  （コンピュータシミュレーションに適合）

表面移動度と平均縦電界



実効移動度（1）

ドリフト電流と拡散電流を併せたI_{DS}は、

$$I_{DS} = \mu W\left(-Q_I^{'}\right)\frac{d\psi_s}{dx} + \mu W\phi_t \frac{dQ_I^{'}}{dx}$$

となる。μを一定とし、$x=0$から$x=L$まで積分すると、

μは積分の外にでるため、

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu\left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}}\left(-Q_I^{'}\right)d\psi_s + \phi_t\left(Q_{IL}^{'} - Q_{I0}^{'}\right)\right]$$

となる。ここで、μをμ_{eff}（実効移動度：縦電界依存性あり）

で置き換えると、I_{DS}は以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu_{eff}\left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}}\left(-Q_I^{'}\right)d\psi_s + \phi_t\left(Q_{IL}^{'} - Q_{I0}^{'}\right)\right]$$

実効移動度（2）

一方、ドリフト電流と拡散電流を併せたI_{DS}

$$I_{DS} = \mu W\left(-Q_I^{'}\right)\frac{d\psi_s}{dx} + \mu W\phi_t \frac{dQ_I^{'}}{dx}$$

の両辺をμで割り、$x=0$から$x=L$まで積分すると、

$$I_{DS}\int_0^L \frac{dx}{\mu} = W\left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}}\left(-Q_I^{'}\right)d\psi_s + \phi_t\left(Q_{IL}^{'} - Q_{I0}^{'}\right)\right]$$

となる。この式と前シートで求めたμ_{eff}を含む式を比較すると、以下が得られる。

$$\mu_{eff} = \frac{1}{\frac{1}{L}\int_0^L \frac{1}{\mu}dx}$$

実効移動度(3)

実験データから、μは強反転の場合、以下の如く近似できる。

$$\mu = \frac{\mu_0}{1+\alpha_\theta \mathrm{E}_{y,ave}}$$

ここで、

$$\mathrm{E}_{y,ave} = \frac{\mathrm{E}_{ys} + \mathrm{E}_{yb}}{2}$$

である。E_{ys}は表面での縦方向電界、E_{yb}は反転層下での縦方向電界である。つまり、

$$\mathrm{E}_{ys} = -\frac{Q_I^{'} + Q_B^{'}}{\varepsilon_s}, \qquad \mathrm{E}_{yb} = -\frac{Q_B^{'}}{\varepsilon_s}$$

である。この場合、$\mathrm{E}_{y,ave}$は次式になる。

$$\mathrm{E}_{y,ave} = -\frac{Q_B^{'} + 0.5 Q_I^{'}}{\varepsilon_s}$$

Mathiessenの法則

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}$$

実効移動度（4）

$E_{y,ave}$をμの式に代入すると、、μは以下の如くなる。

$$\mu = \frac{\mu_0}{1-(a_\theta/\varepsilon_s)(Q_B^{'}+0.5Q_I^{'})}$$

更に、μ_{eff}は、

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{\frac{1}{L}\int_0^L \left[1-(a_\theta/\varepsilon_s)(Q_B^{'}+0.5Q_I^{'})\right]dx}$$

である。ここで、V_{CB}がxに対し線形に変化するものとすると（低いV_{DS}の場合成立）、

$dV_{CB}/dx \approx (V_{DB}-V_{SB})/L$　となるため、μ_{eff}は次式になる。

$$\mu_{eff} \approx \frac{\mu_0}{[1/(V_{DB}-V_{SB})]\int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \left[1-(a_\theta/\varepsilon_s)(Q_B^{'}+0.5Q_I^{'})\right]dV_{CB}}$$

実効移動度(5)

計算の結果、μ_{eff}は

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{1+\theta f_\mu} \qquad \left(\text{但し、} \theta = \frac{\alpha_\theta}{2\varepsilon_s} C'_{ox} \right)$$

となる。f_μは、完全対称強反転モデルの場合、

$$f_\mu = \left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0\right) - \frac{1}{2}\left(V_{DB} + V_{SB}\right) + \frac{2}{3}\gamma \frac{\left(\phi_0 + V_{DB}\right)^{3/2} - \left(\phi_0 + V_{SB}\right)^{3/2}}{V_{DB} - V_{SB}}$$

一方、簡単化されたソース参照強反転モデルの場合のf_μは、

$$f_\mu = V_{GS} - V_{FB} - \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) V_{DS}$$

$$= V_{GS} - V_T + 2\gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) V_{DS}$$

但し、$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$

実効移動度（5）

μ_{eff}の式の中の$Q_B^{'}$と$Q_I^{'}$に代入する式として、
完全対称強反転モデル（直接導出）からの式

$$Q_B^{'} = -\gamma C_{ox}^{'}\sqrt{\phi_0 + V_{CB}}$$

$$Q_I^{'} = -C_{ox}^{'}\left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} - \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{CB}}\right)$$

または、簡単化されたソース参照強反転モデル
（直接導出）の式

$$-\frac{Q_B^{'}}{C_{ox}^{'}} \approx \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha - 1)(V_{CB} - V_{SB})$$

$$Q_I^{'} = -C_{ox}^{'}\left[V_{GB} - V_{SB} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \alpha(V_{CB} - V_{SB})\right]$$

を代入して計算する。

実効移動度（6）

簡単化されたソース参照強反転モデルからのμ_{eff}を更に近似すると、

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{1 + \theta\left(V_{GS} - V_T\right) + \theta_B V_{SB}} \qquad \left(\text{但し、}\theta_B\text{は定数}\right)$$

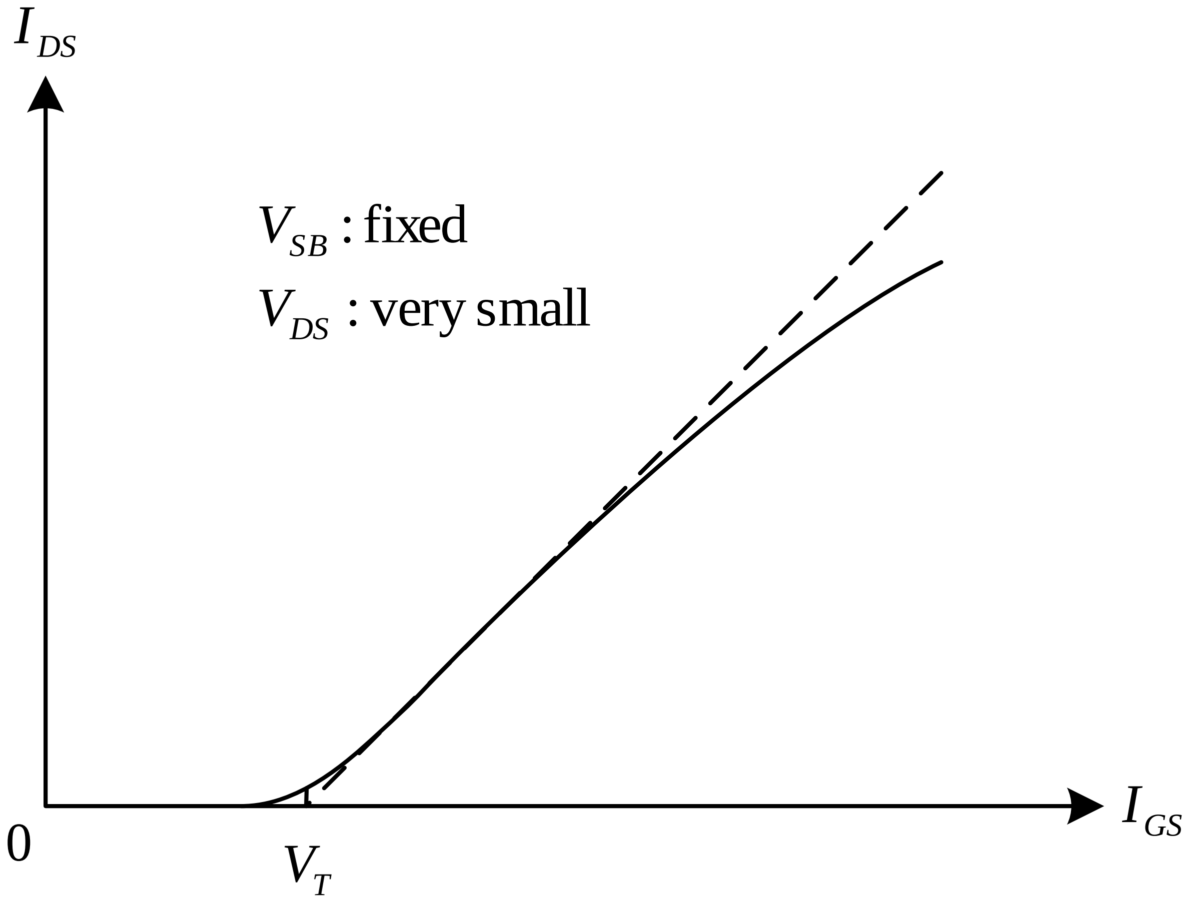
となる。ここでの近似は、

（１）　f_μの中のV_{DS}に関する項を落とした。

⇒飽和電圧V_{DS}'に関し、今までの式（μを一定とした式）を使える。

（２）　f_μの中のV_{SB}に関する項を線形近似した。

I_{DS} vs. V_{GS}特性



温度依存性

移動度の温度依存性は、以下で表される。

$$\mu(T) = \mu(T_r)\left(\frac{T}{T_r}\right)^{-k_3}$$

ここで、Tは絶対温度、T_rは室温、$k_3\left(=1.2\sim2.0\right)$は定数である。

V_Tの温度依存性は、以下で表される。

$$V_T(T) = V_T(T_r) - k_4\left(T - T_r\right)$$

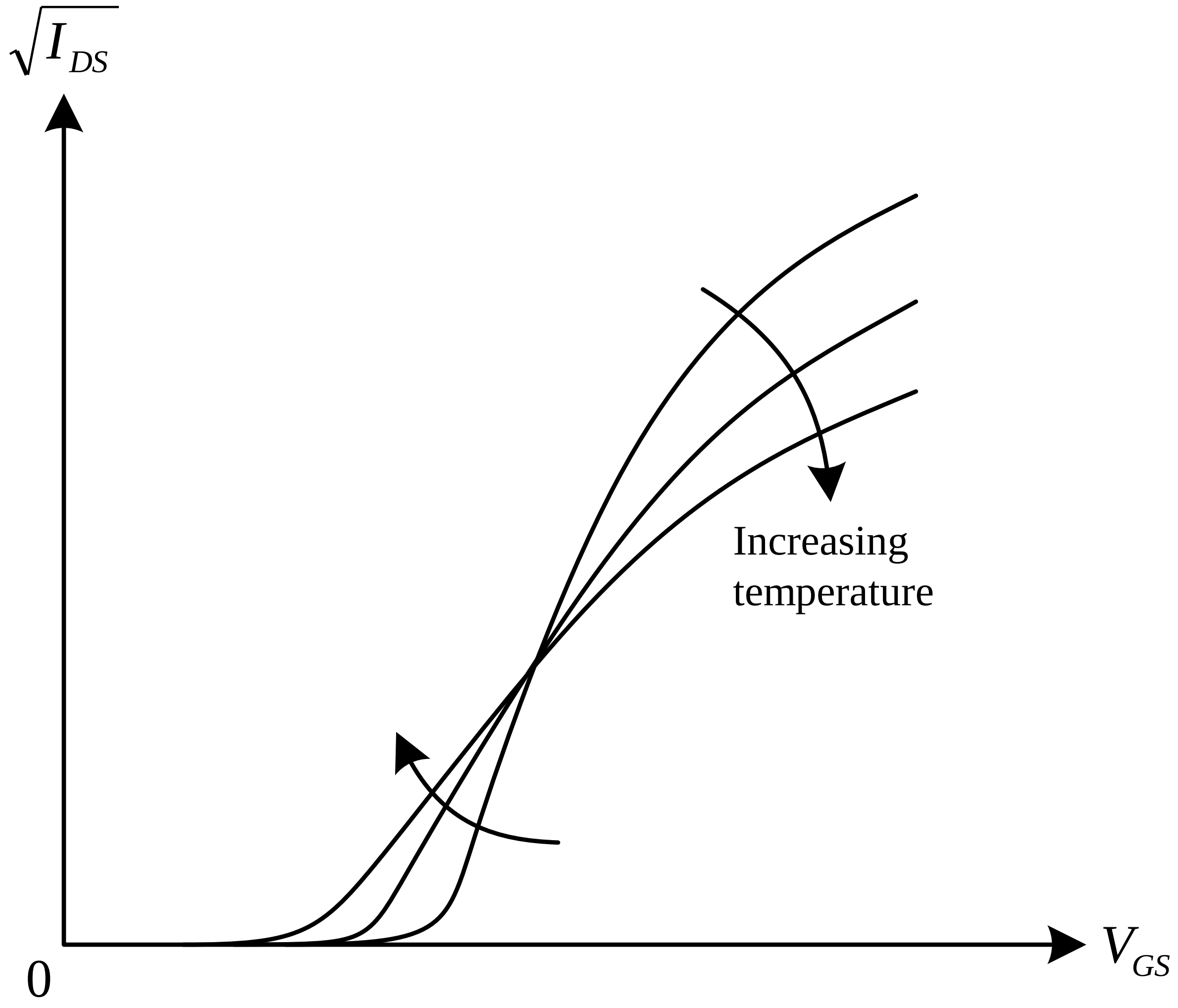
ここで、$k_4\left(=0.5\sim3\,mV/K\right)$は定数である。

V_Tは、ϕ_0とV_{FB}により温度依存性を持つ。

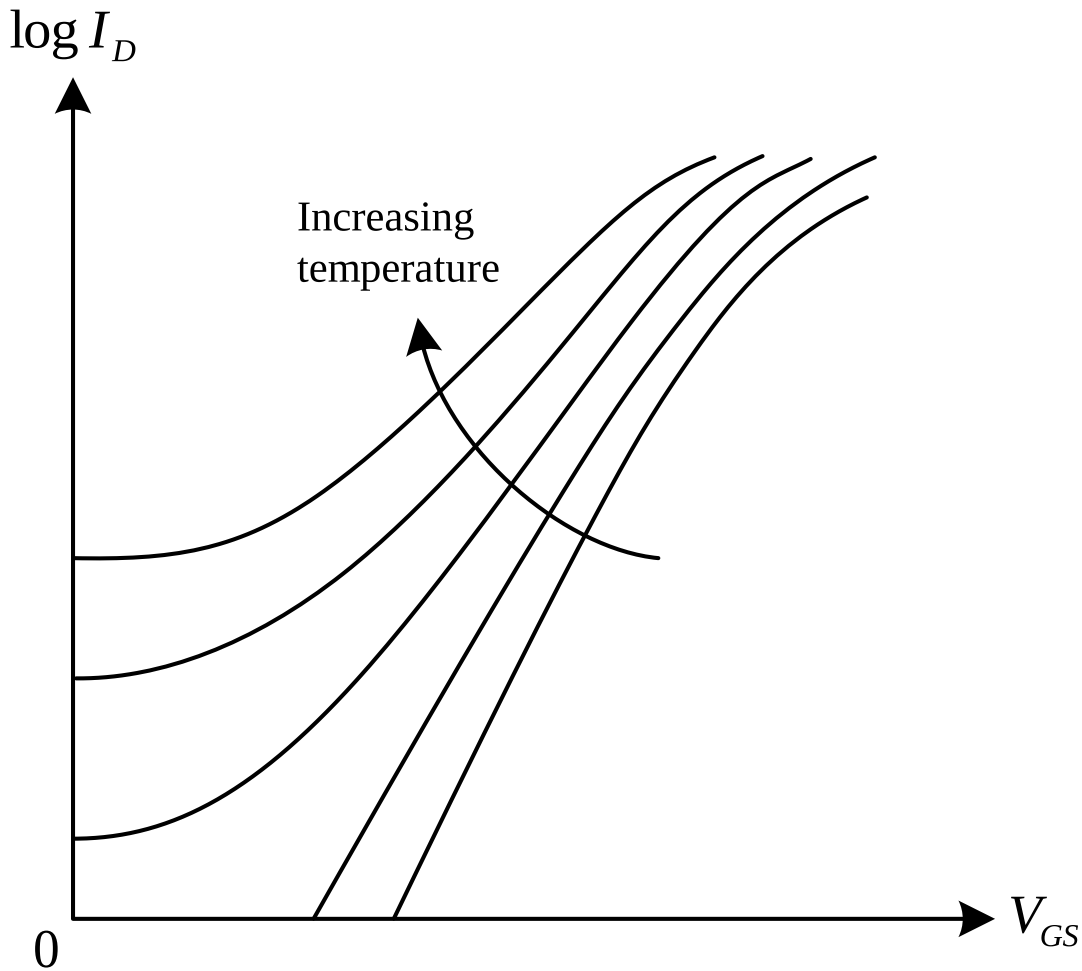
これらから、電流式（簡単化されたソース参照強反転モデル：飽和状態）は次式となる。

$$\sqrt{I_{DS}} = \sqrt{\mu(T)}\sqrt{\frac{1}{2}\frac{W}{L}\frac{C'_{ox}}{\alpha}}\left[V_{GS} - V_T(T)\right]$$

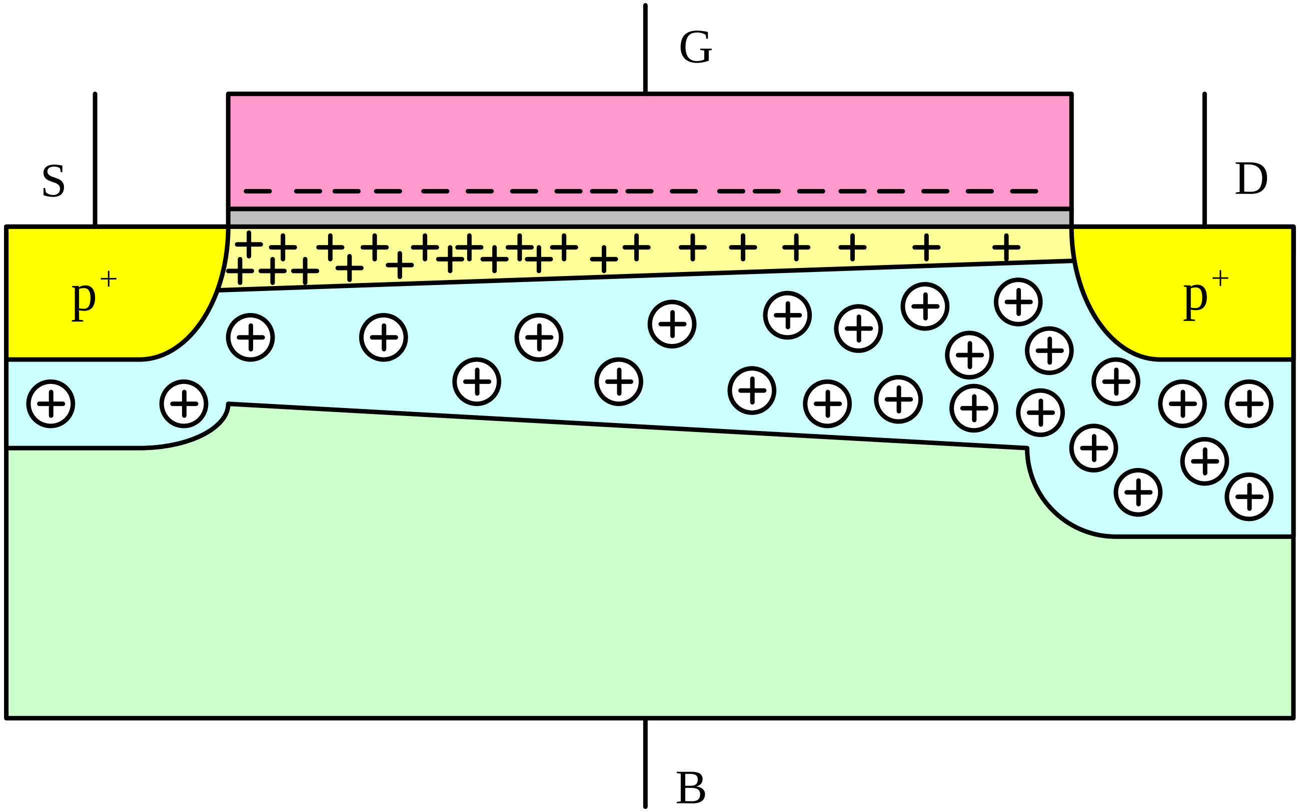
飽和領域での$I_{DS}^{1/2}$ vs. V_{GS}



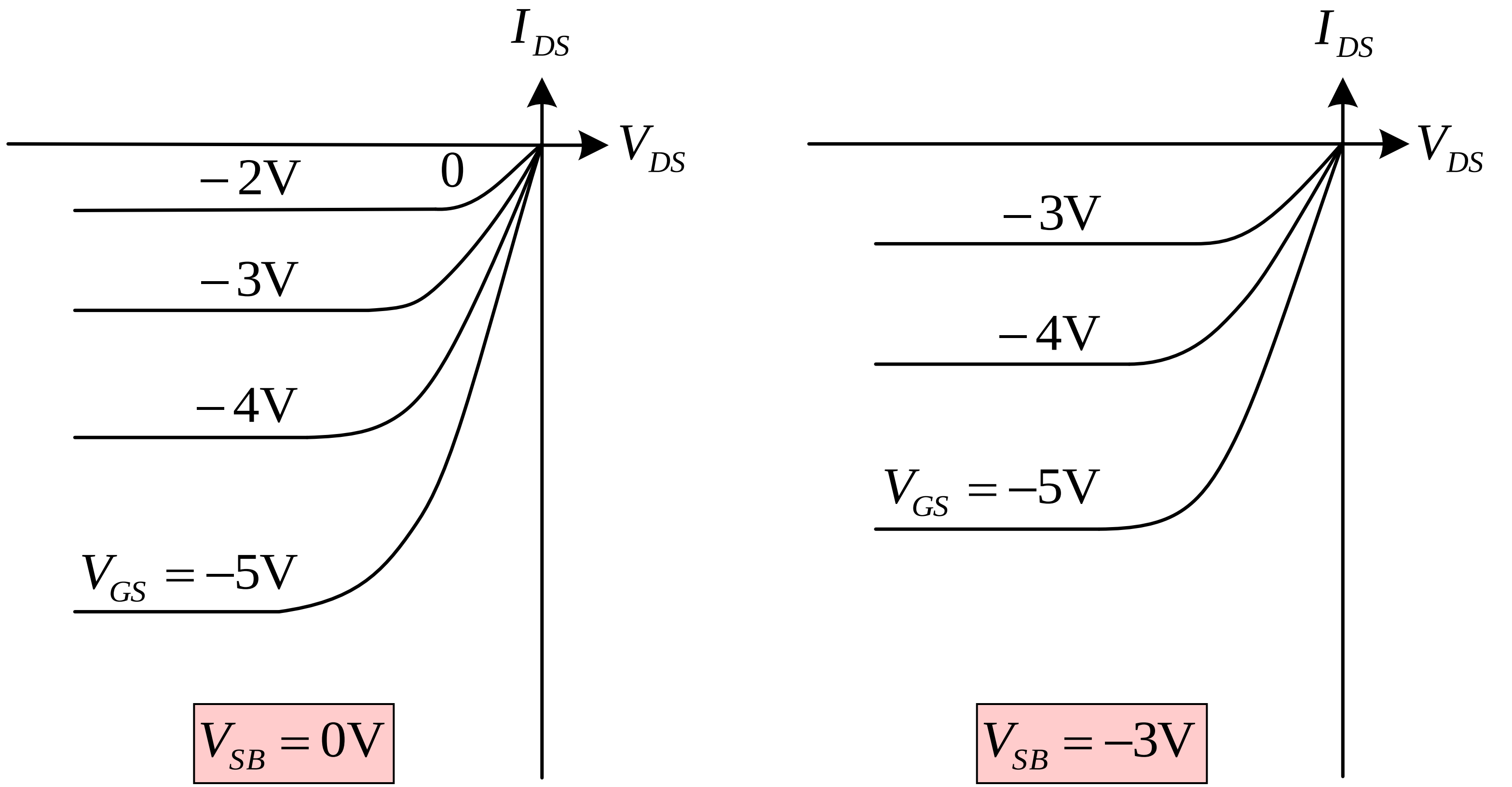
Log I_D vs. V_{GS}（低電流領域）



pチャネルMOSFET



pチャネルMOSFET I_{DS}-V_{DS} 特性



Ｐチャネルトランジスタ電流式

強反転領域の電流式は、以下の如くになる。

$$I_{DSN} = -\frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GS} - V_T\right)V_{DS} - \frac{\alpha}{2}V_{DS}{}^2\right]$$

ここで、閾値電圧は以下の如くになる。

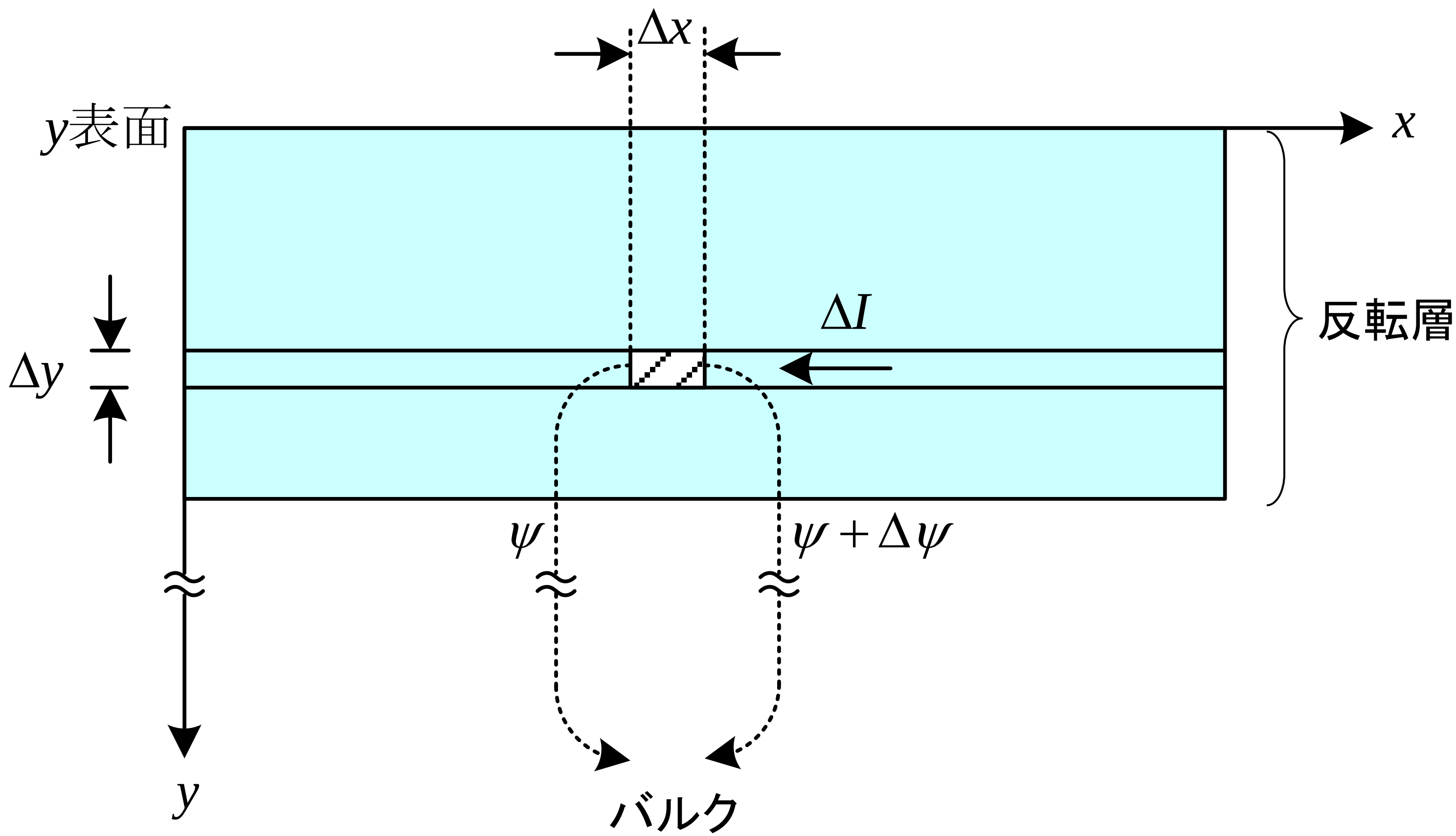
$$V_T\left(V_{SB}\right) = V_{T0} - \gamma\left(\sqrt{-\phi_0 - V_{SB}} - \sqrt{-\phi_0}\right)$$

$$V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 - \gamma\sqrt{-\phi_0}$$

ここで、V_{SB}とϕ_0は負の値である。

付録
擬フェルミ電位を用いたモデル（Ｐａｏ－Ｓａｈ）

擬フェルミレベルを用いたドレイン電流（１）
Pao-Sahモデル：反転層内の電流



擬フェルミレベルを用いたドレイン電流（２）

反転層内微小領域を流れる電流は、以下の如くである。

$$dI_{DS} = dI_{drift}(x, y) + dI_{diff}(x, y)$$

$$dI_{drift}(x, y) = (Wdy) q\mu n(x, y) \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x}$$

$$dI_{diff}(x, y) = -(Wdy) q\mu \phi_t \frac{\partial n(x, y)}{\partial x}$$

電子密度$n(x, y)$は、以下の如くである。

$$n(x, y) = n_0 e^{[\psi(x,y) - V(x)]/\phi_t}$$

$V(x)$は基板の深い領域と表面との擬フェルミ電位差である。

$$V(0) = V_{SB}, \quad V(L) = V_{DB}$$

$n(x, y)$をxで微分すると、以下を得る。

$$\frac{\partial n(x, y)}{\partial x} = \frac{n(x, y)}{\phi_t} \left[\frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x} - \frac{dV(x)}{dx} \right]$$

擬フェルミレベルを用いたドレイン電流（３）

$dI_{diff}(x,y)$は次式になる。

$$dI_{diff}(x,y) = -(Wdy)q\mu n(x,y)\left[\frac{\partial\psi(x,y)}{\partial x} - \frac{dV(x)}{dx}\right]$$

この式と$dI_{drift}(x,y)$の式から、dI_{DS}は以下となる。

$$dI_{DS} = (Wdy)q\mu n(x,y)\frac{dV(x)}{dx}$$

全電流は、$y = y_{surface}$から$y = y_c$まで積分して、以下を得る。

(y_cより下では、電子密度を無視でき、μはyに依存しない)

$$I_{DS} = W\mu\frac{dV(x)}{dx}q\int_{y_{surface}}^{y_c} n(x,y)dy = W\mu(-Q_I^{'})\frac{dV(x)}{dx}$$

次に、チャネル長に沿って積分すると以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\int_{V_{SB}}^{V_{DB}}\mu(-Q_I^{'})dV$$

擬フェルミレベルを用いたドレイン電流（４）

電子と正孔が空乏層内に存在するとした場合、$Q_I^{'}$は以下になる。

$$Q_I^{'} = -qN_A e^{(-2\phi_F - V)/\phi_t} \int_{\psi_c}^{\psi_s} \frac{e^{\psi(y)/\phi_t}}{\mathrm{E}(\psi)} d\psi$$

ここで、ψ_cは、電子が無視できるところの基板に対する電位である。便宜的に、$n = n_i$のところにとる。すなわち

$$\psi_c = \phi_F + V$$

である。また、$\mathrm{E}(\psi)$は、

$$\mathrm{E}(\psi) = \frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{\varepsilon_s} \sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} + \psi - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} (\phi_t e^{\frac{\psi(y)-V}{\phi_t}} - \psi - \phi_t e^{-\frac{V}{\phi_t}})}$$

で与えられる。上記 $Q_I^{'}$ からI_{DS} は、下記の２重積分で表される。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} qN_A \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu \int_{\psi_c}^{\psi_s} \frac{e^{(\psi - 2\phi_F - V)/\phi_t}}{\mathrm{E}(\psi)} d\psi dV$$