

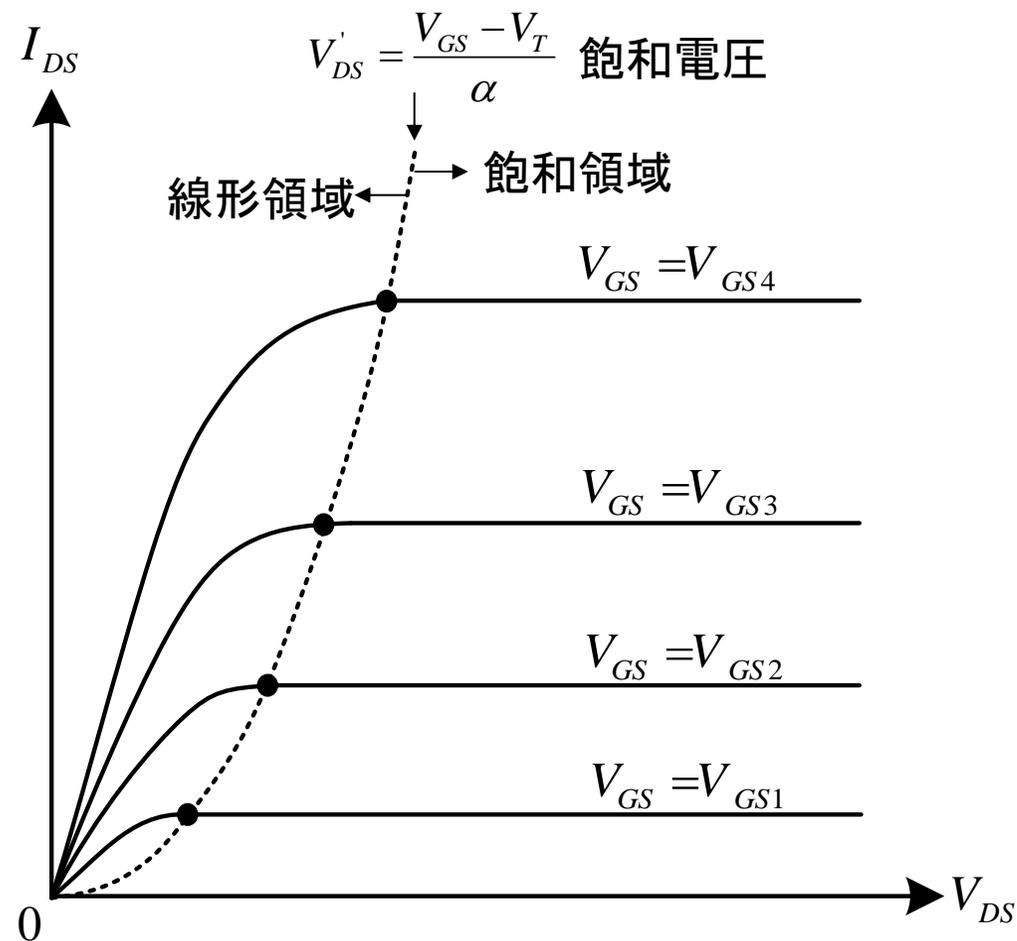
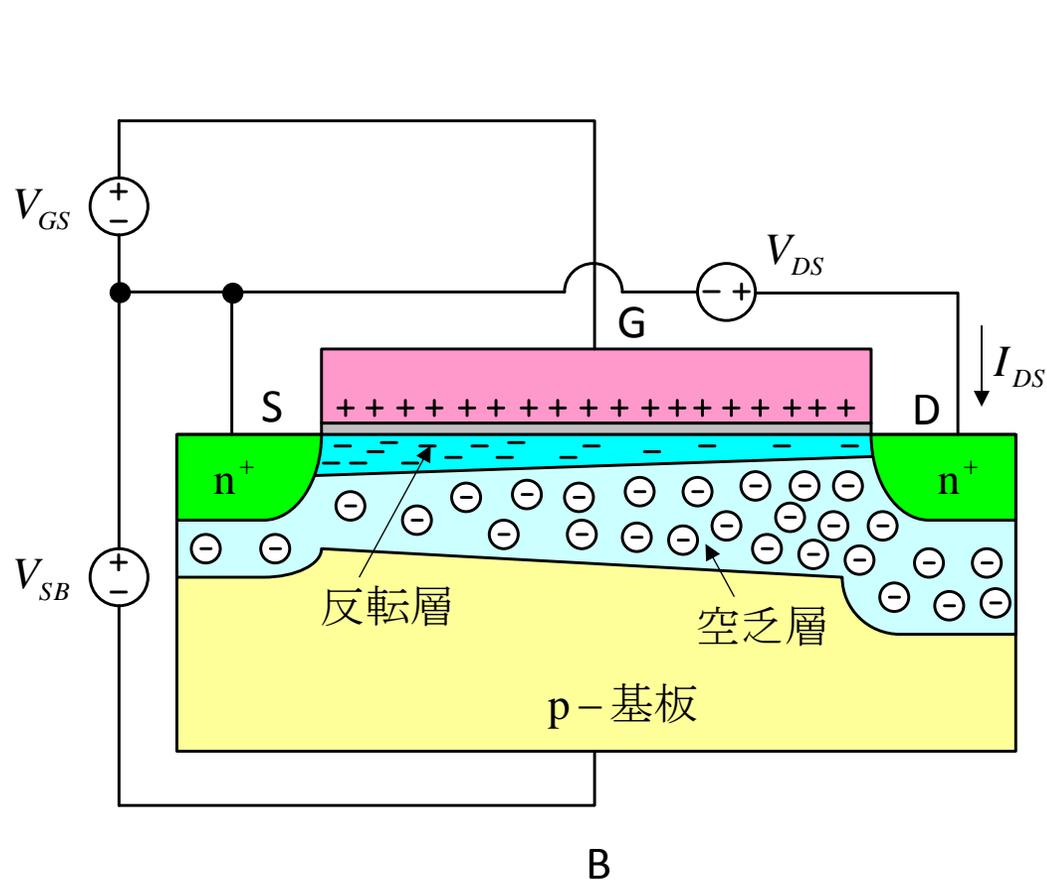
アナログ回路用MOSFET特性と 増幅器の小信号等価回路

群馬大学
松田順一

概要

- MOSFET特性
 - 強反転特性、飽和領域特性、弱反転特性、小信号等価回路
- 基礎定理・法則
 - キルヒホッフの法則、テブナンの定理、ノートンの定理、重ねの理
- 増幅回路と等価回路
 - ソース接地、ゲート接地、ドレイン接地、カスコード接続
- 増幅回路の周波数特性
 - 出力側ローパス・フィルタ、遮断周波数、ミラー効果、入力側ローパス・フィルタ、ソース接地とカスコード増幅回路の周波数特性
- 差動増幅回路利得
- 付録

MOSFET構造とバイアス設定と $I_{DS}-V_{DS}$ 特性(強反転)



強反転の $I_{DS}-V_{DS}$ 電流式

線形領域の電流式

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right], \quad V_{DS} \leq V'_{DS}$$

飽和領域の電流式

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha}, \quad V_{DS} > V'_{DS}$$

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \quad \alpha = \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

$$\phi_0 = 2\phi_F + \Delta\phi \quad (\Delta\phi = 6\phi_t) \quad \phi_t = kT/q$$

$$\gamma = \sqrt{2q\epsilon_s N_A / C'_{ox}}$$

簡単のため $\alpha=1$ として扱う。また、 $\beta = \frac{W}{L} \mu C'_{ox}$ とする。

W : チャンネル幅

L : チャンネル長

μ : 移動度

C'_{ox} : 単位面積当たりのゲート容量

V_T : 閾値電圧

V_{FB} : フラット・バンド電圧

γ : 基板バイアス係数

ϵ_s : 基板誘電率

N_A : 基板不純物濃度

ϕ_F : フェルミ電位

ϕ_t : 熱電圧

k : ボルツマン定数 (1.38×10^{-23} J/K)

T : 絶対温度

q : 素電荷量 (1.602×10^{-19} C)

MOSFET電流(飽和領域の特性)

飽和電流(飽和領域の傾き含む)

$$I_{DS} = \frac{\beta}{2} (V_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{DS}) \approx \frac{\beta}{2} (V_{GS} - V_T)^2$$

飽和ドレイン電圧

$$V_{Dsat} \equiv V_{GS} - V_T = \sqrt{\frac{2I_{DS}}{\beta}} = \Delta_{ov}$$

Δ_{ov} : オーバードライブ電圧

出力コンダクタンス(ソース・ドレイン・コンダクタンス)

$$g_o = g_{sd} = \frac{1}{r_o} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} = \lambda I_{DS}$$

ゲート相互コンダクタンス

$$g_m = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} = \beta (V_{GS} - V_T) = \sqrt{2\beta I_{DS}}$$

$$\begin{aligned} I_{DS} &= \frac{W}{L - \Delta L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2} \\ &\approx \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2} \left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right) \\ &\approx \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2} (1 + \lambda V_{DS}) \\ &\quad \because \Delta L \propto V_{DS} \end{aligned}$$

速度飽和がある場合、

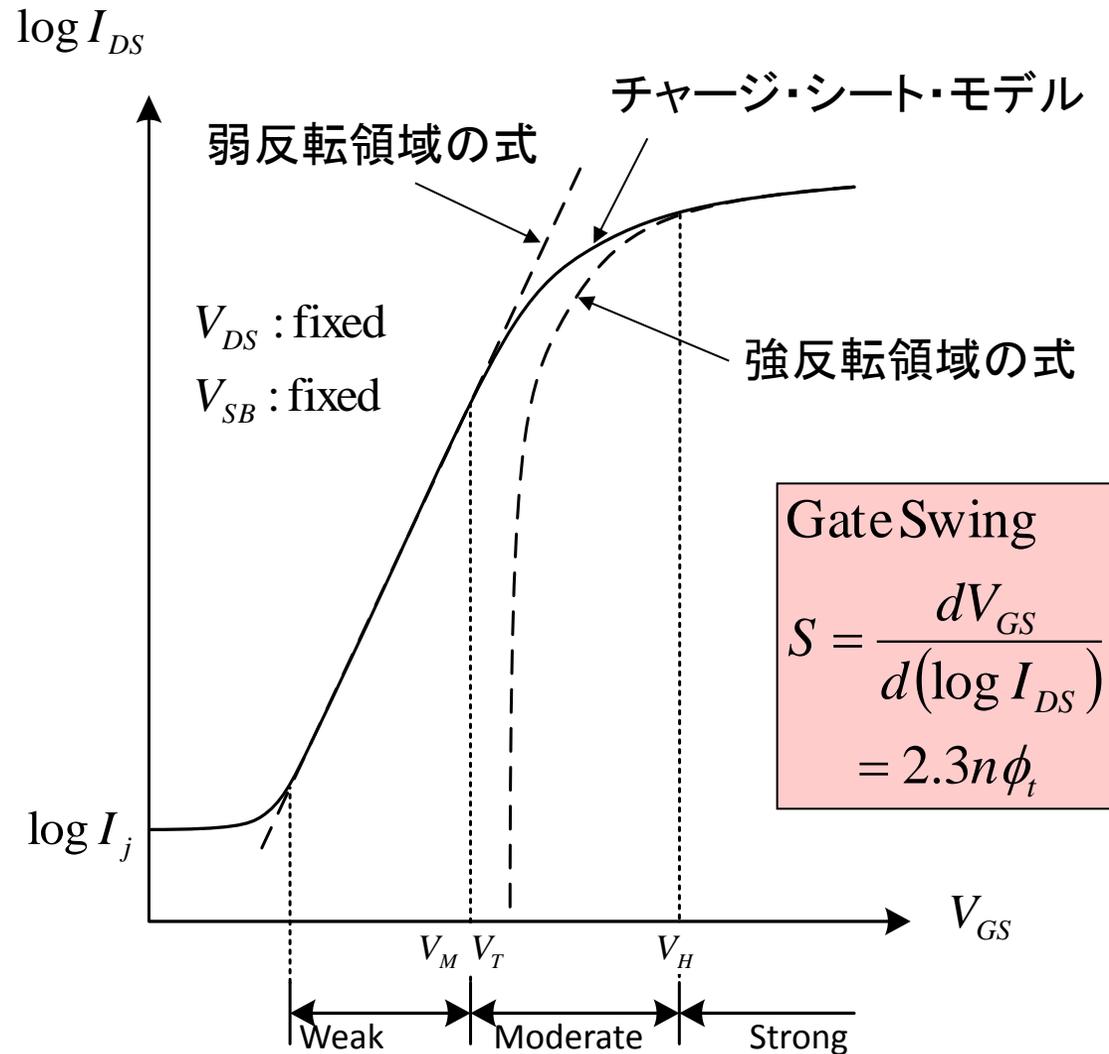
$$g_m \approx WC'_{ox} \mu E_c \approx WC'_{ox} |v_d|_{\max}$$

となる。

$$I'_{DS} \approx WC'_{ox} (V_{GS} - V_T) \mu E_c$$

E_c : 臨界電界, $|v_d|_{\max}$: キャリアの飽和速度

弱反転の $\log I_{DS}-V_{DS}$ 特性



弱反転領域の電流式

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (n-1) \phi_t^2 e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)} \left(1 - e^{-V_{DS}/\phi_t}\right)$$

$$V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma \sqrt{2\phi_F + V_{SB}}$$

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V_{SB}}}$$

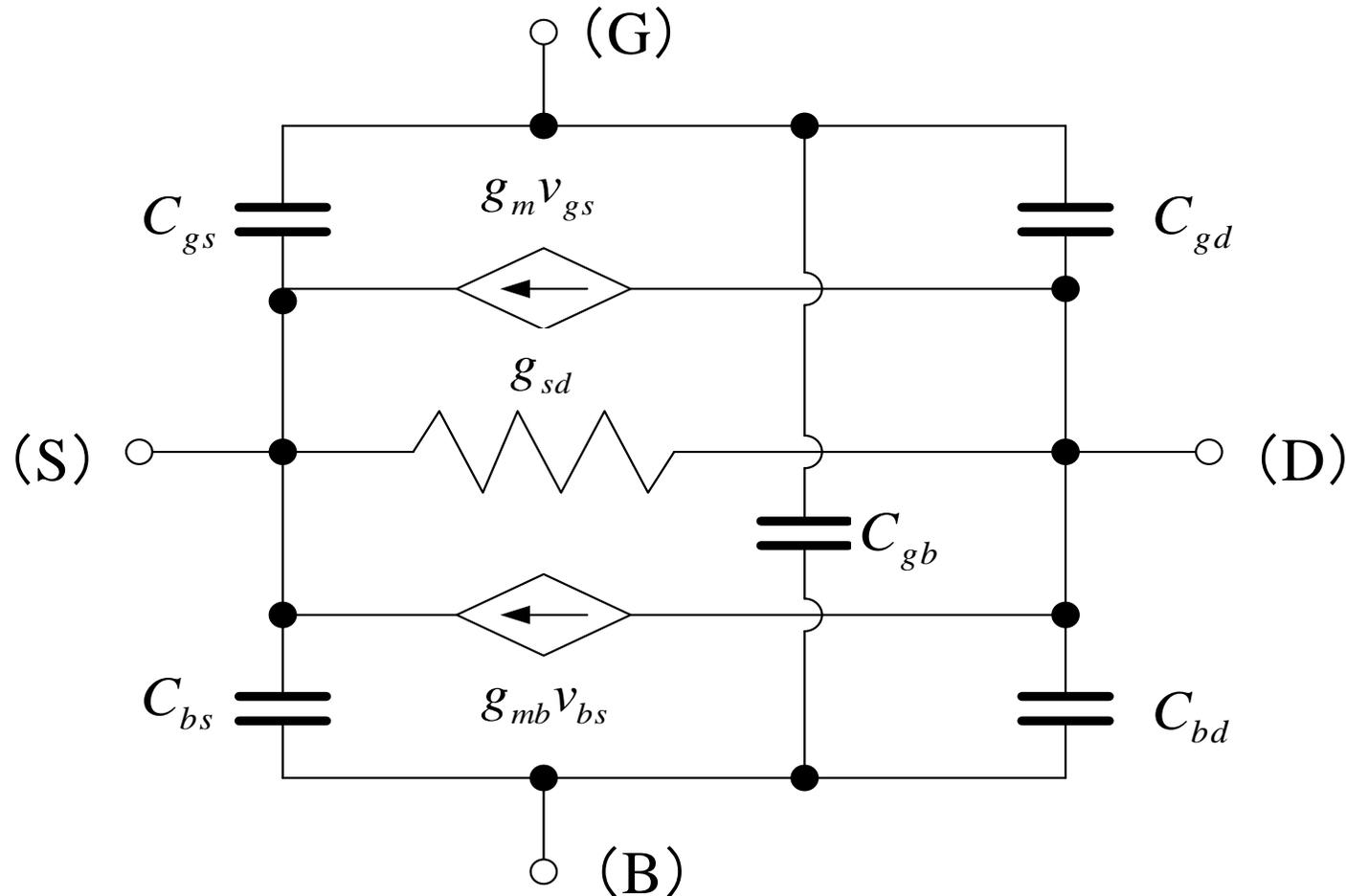
$$\phi_t = kT/q$$

$$I_{DS} \propto \beta e^{(V_{GS}-V_T)/(n\phi_t)}, \quad V_{DS} \geq 0.1 \text{ V}, \quad V_M \rightarrow V_T$$

ゲート相互コンダクタンス

$$g_m = \left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} \right|_{V_{BS}, V_{DS}} = \frac{1}{n} \frac{I_{DS}}{\phi_t}$$

MOSTランジスタ小信号等価回路(簡易版)



ゲート相互コンダクタンス

$$g_m = \left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} \right|_{V_{BS}, V_{DS}}$$

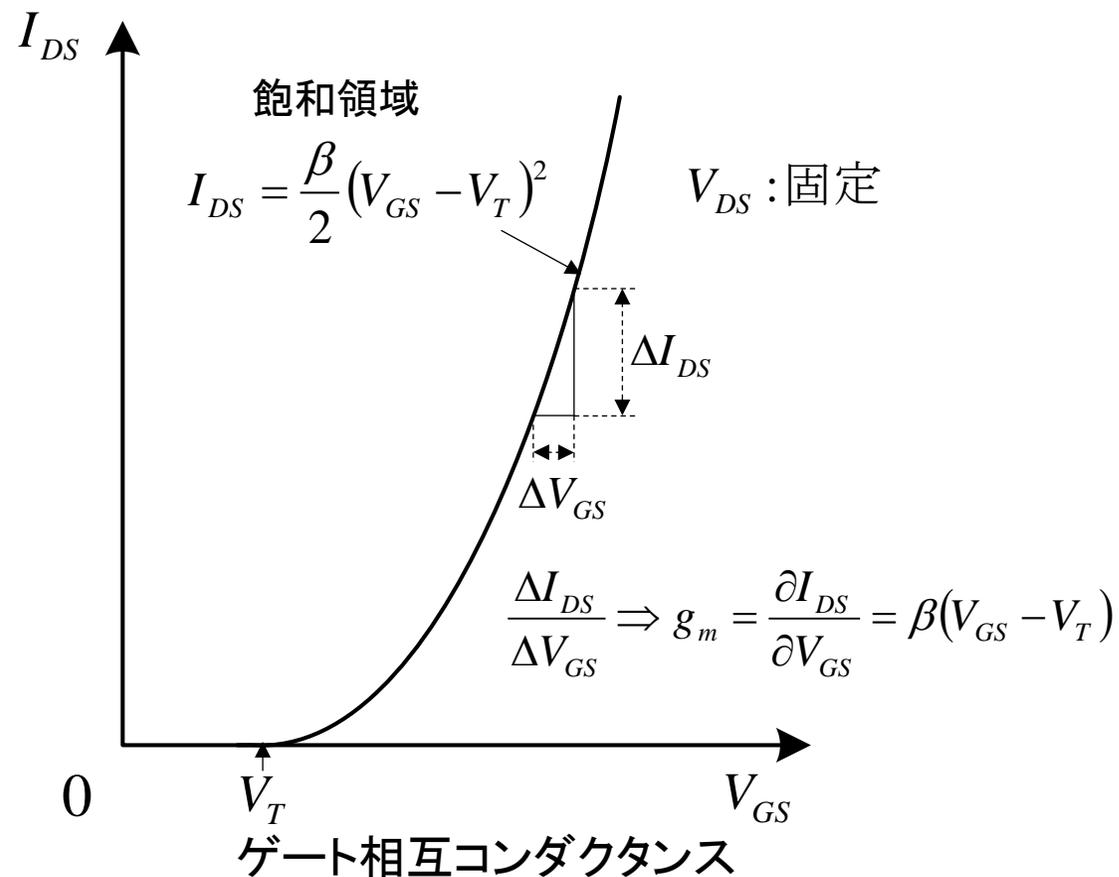
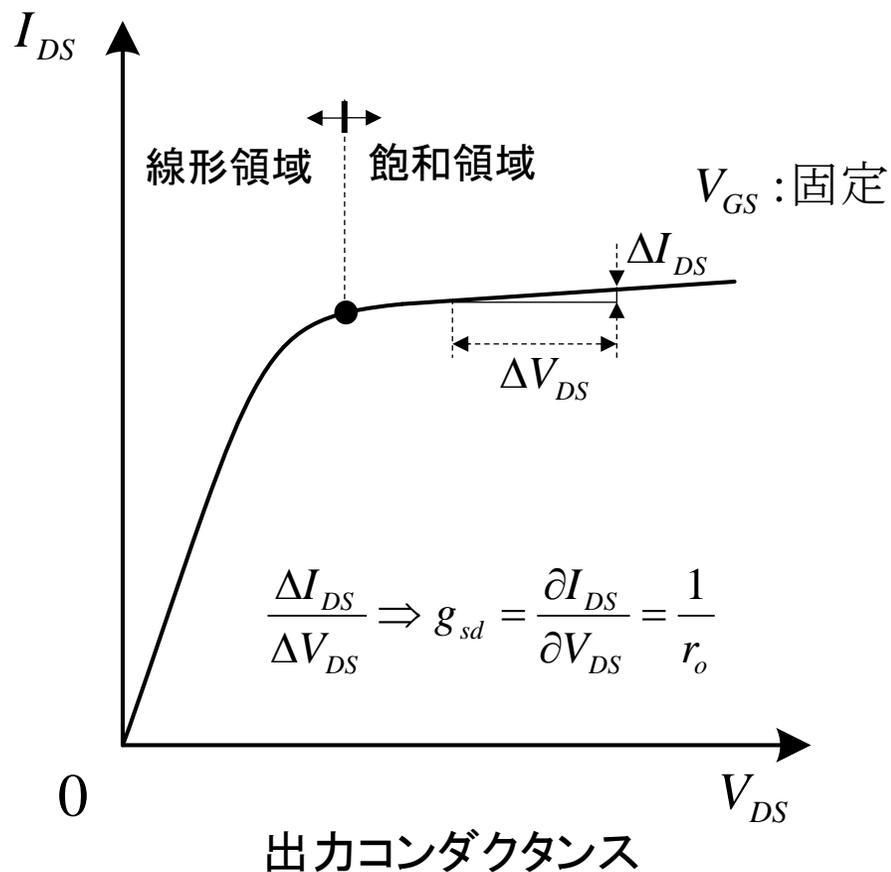
基板相互コンダクタンス

$$g_{mb} = \left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{BS}} \right|_{V_{GS}, V_{DS}}$$

ソース・ドレイン・コンダクタンス

$$g_{sd} = \left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} \right|_{V_{GS}, V_{BS}}$$

出力コンダクタンスとゲート相互コンダクタンス(飽和領域)



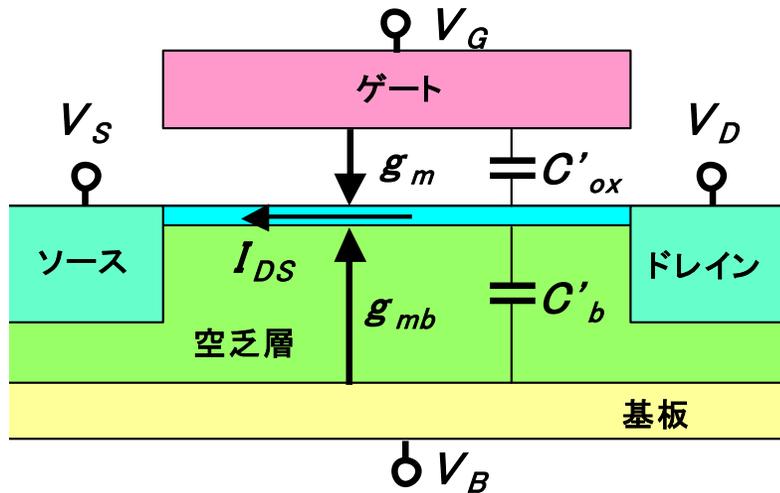
g_m と g_{mb} の関係、 g_m と g_{sd} の関係

g_m と g_{mb} の関係

$$\frac{g_{mb}}{g_m} \approx \frac{\gamma}{2\sqrt{V_{SB} + \phi_0}} = \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1 \approx n - 1 = \frac{C'_b}{C'_{ox}}$$

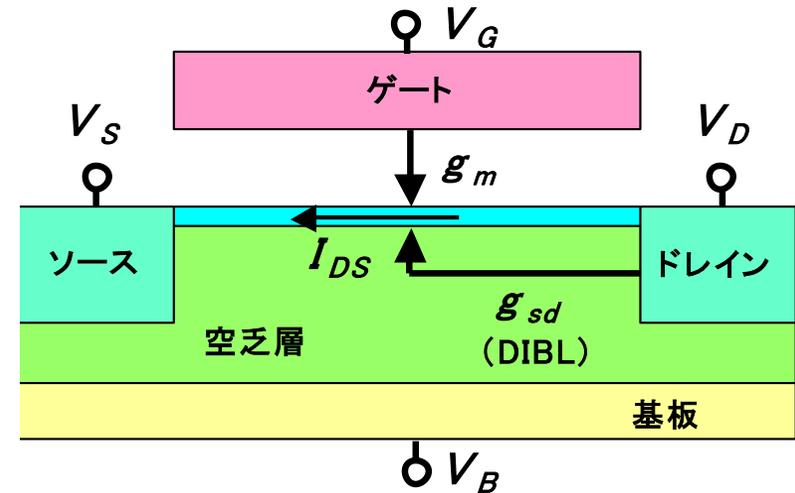
$$\alpha_1: \phi_0 \Rightarrow 2\phi_F + 6\phi_t$$

$$n: \phi_0 \Rightarrow 2\phi_F$$



g_m と g_{sd} の関係 (飽和領域: DIBLの場合)

$$\frac{g_{sd}}{g_m} = -\frac{\partial \hat{V}_T}{\partial V_{DS}} \approx 0.5 \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} \frac{t_{ox}}{L}$$



強反転領域での容量

$$C_{gs} = -\left. \frac{\partial Q_G}{\partial V_S} \right|_{V_G, V_D, V_B} = C_{ox} \frac{2(1+2\eta)}{3(1+\eta)^2}$$

$$C_{bs} = -\left. \frac{\partial Q_B}{\partial V_S} \right|_{V_G, V_D, V_B} = (\alpha_1 - 1) C_{ox} \frac{2(1+2\eta)}{3(1+\eta)^2} = (\alpha_1 - 1) C_{gs}$$

} ソース側
容量

$$C_{gd} = -\left. \frac{\partial Q_G}{\partial V_D} \right|_{V_G, V_S, V_B} = C_{ox} \frac{2(\eta^2 + 2\eta)}{3(1+\eta)^2}$$

$$C_{bd} = -\left. \frac{\partial Q_B}{\partial V_D} \right|_{V_G, V_S, V_B} = (\alpha_1 - 1) C_{ox} \frac{2(\eta^2 + 2\eta)}{3(1+\eta)^2} = (\alpha_1 - 1) C_{gd}$$

} ドレイン側
容量

$$C_{gb} = -\left. \frac{\partial Q_G}{\partial V_B} \right|_{V_G, V_S, V_D} = \frac{\alpha_1 - 1}{3\alpha_1} C_{ox} \left(\frac{1-\eta}{1+\eta} \right)^2$$

ゲート～基板間容量

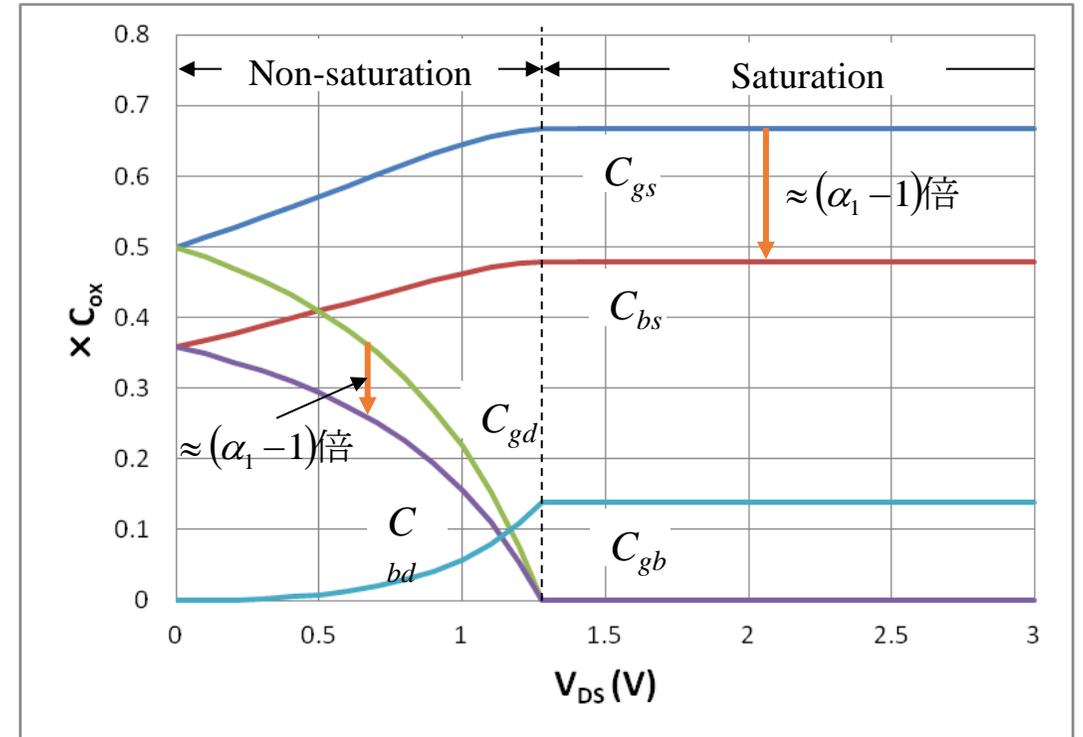
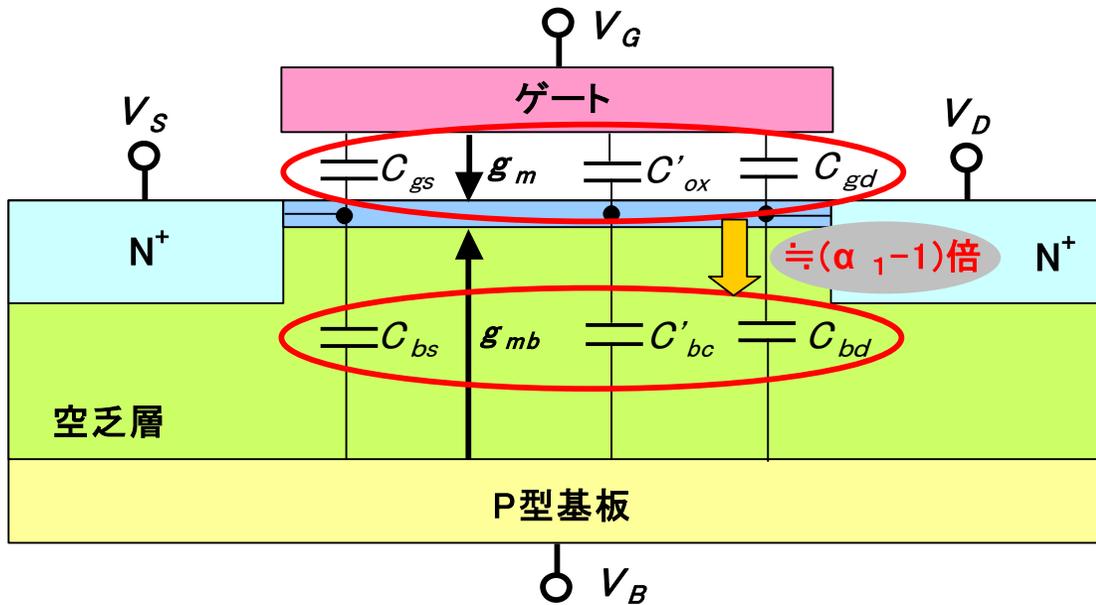
$$\alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

$$\eta = \begin{cases} 1 - \frac{V_{DS}}{V'_{DS}}, & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ 0, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}$$

強反転領域での各容量の関係

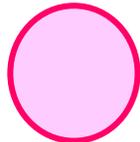
V_{DS} または V_{GS} が小さい場合

$$\frac{C_{bs}}{C_{gs}} \approx \frac{C_{bd}}{C_{gd}} \approx \frac{C'_{bc}(V_{SB})}{C'_{ox}} \approx \frac{g_{mb}}{g_m} \approx \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1 \approx n - 1$$



小信号容量 vs. V_{DS} ($V_{SB}=0$)

完全QS (Quasi Static) MOSFET小信号等価回路

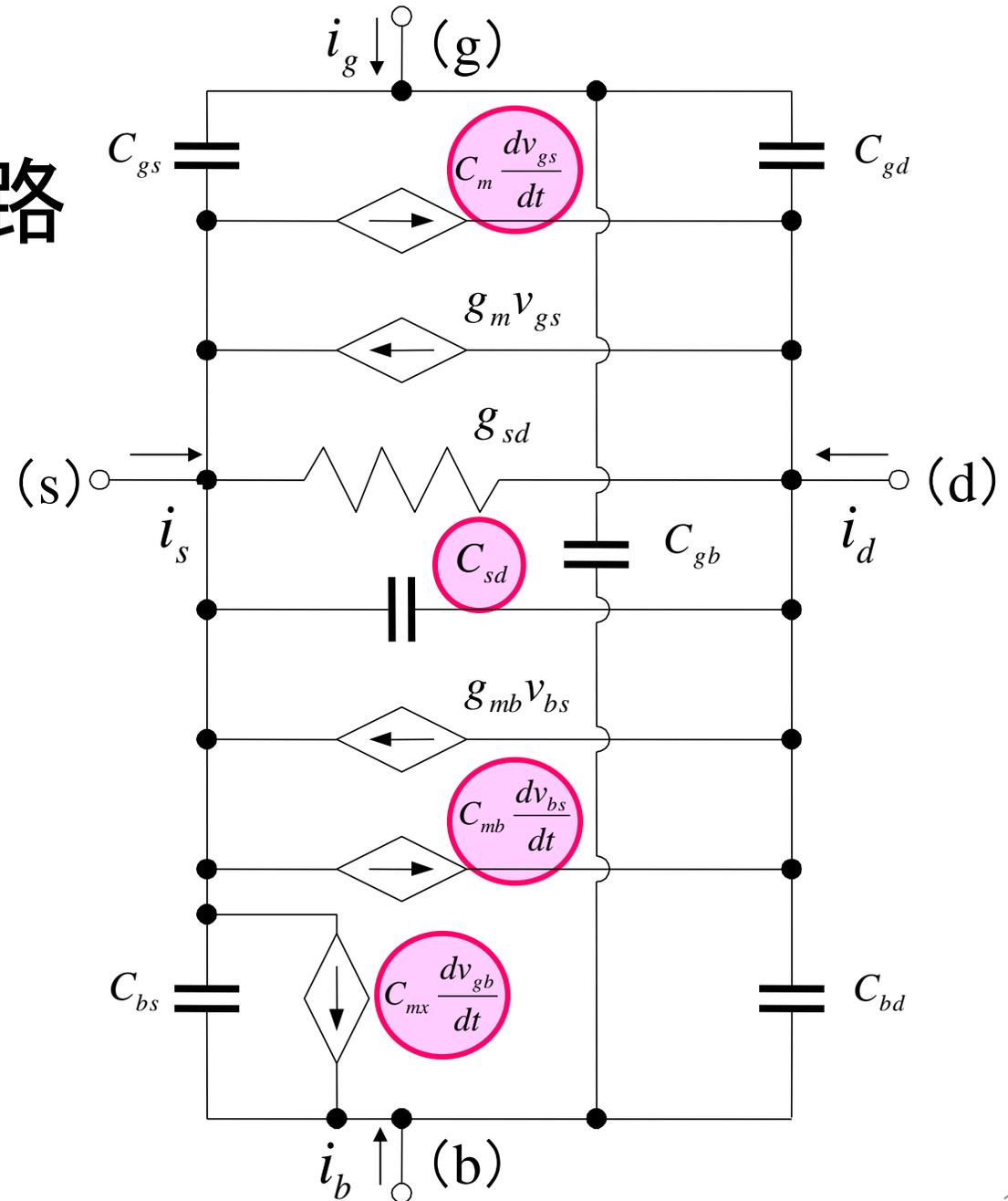
簡易版から追加  

$$\begin{cases} C_m = C_{dg} - C_{gd} \\ C_{mb} = C_{db} - C_{bd} \\ C_{mx} = C_{bg} - C_{gb} \end{cases}$$

動作点での容量

$$C_{kk} = + \left. \frac{\partial q_K}{\partial v_K} \right|_o, \quad C_{kl} = - \left. \frac{\partial q_K}{\partial v_l} \right|_o$$

$l \neq k$, 一般に、 $C_{kl} \neq C_{lk}$



非飽和領域での各容量

$V_{DS} = 0 (\eta = 1)$ での容量

$$C_{gg} = C_{ox} = C'_{ox} WL$$

$$C_{dg} = C_{gd} = C_{gs} = C_{sg} = \frac{C_{gg}}{2}$$

$$C_{bb} = (\alpha_1 - 1)C_{gg} = C'_{bc}(V_{SB})WL$$

$$C_{db} = C_{bd} = C_{bs} = C_{sb} = \frac{C_{bb}}{2}$$

$$C_{gb} = C_{bg} = 0$$

$$C_{dd} = C_{ss} = \alpha_1 \frac{C_{ox}}{3}$$

$$C_{ds} = C_{sd} = -\alpha_1 \frac{C_{ox}}{6}$$

$$C_m = C_{mb} = C_{mx} = 0$$

ゲート側容量

基板側容量

ゲート～基板間容量

ドレイン/ソース容量

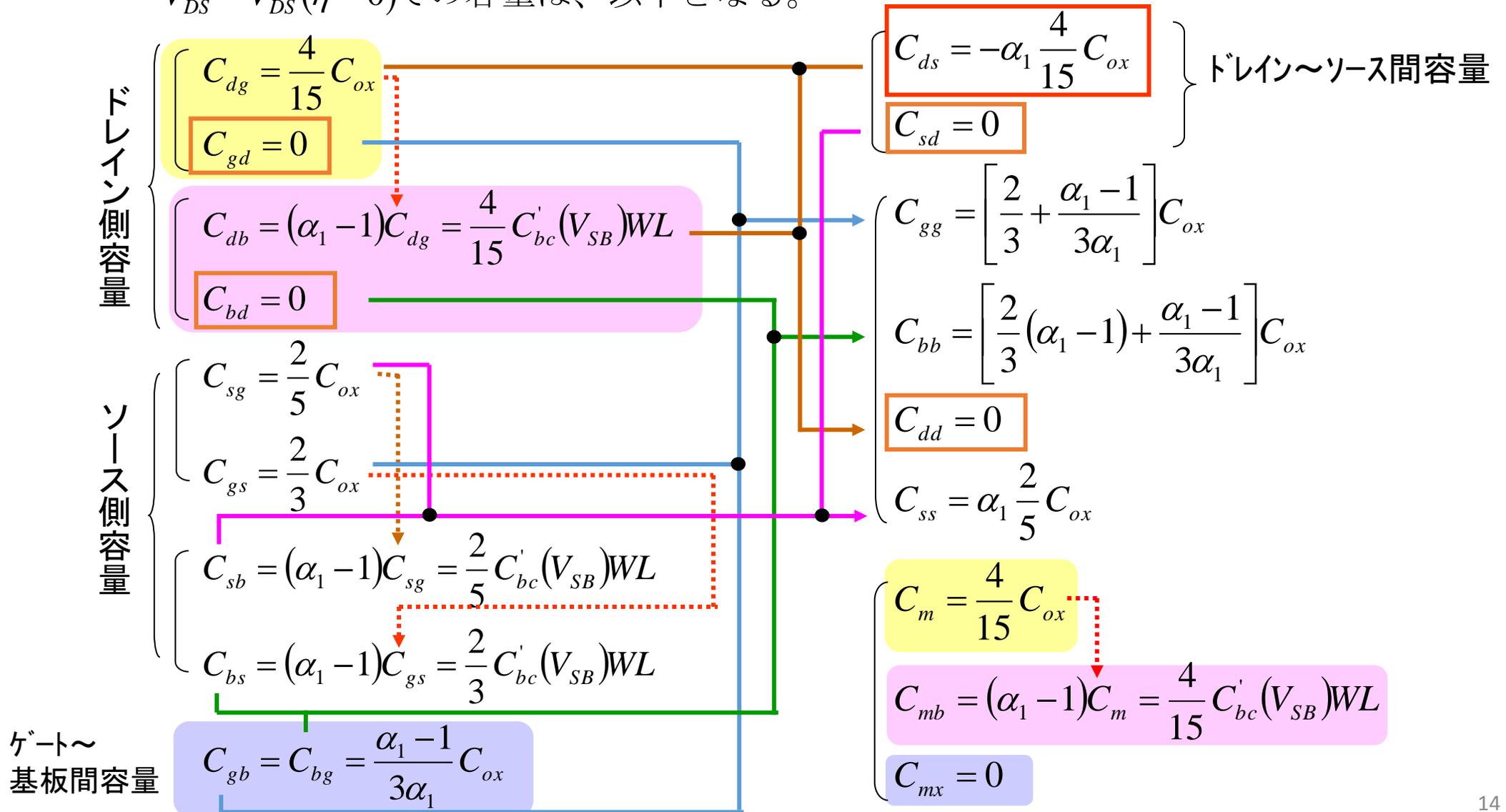
ドレイン～ソース間容量

$V_{DS} = 0$ の場合、 $C_{kl} = C_{lk}$

一般に、 $V_{DS} \neq 0$ の場合、 $C_{kl} \neq C_{lk}$

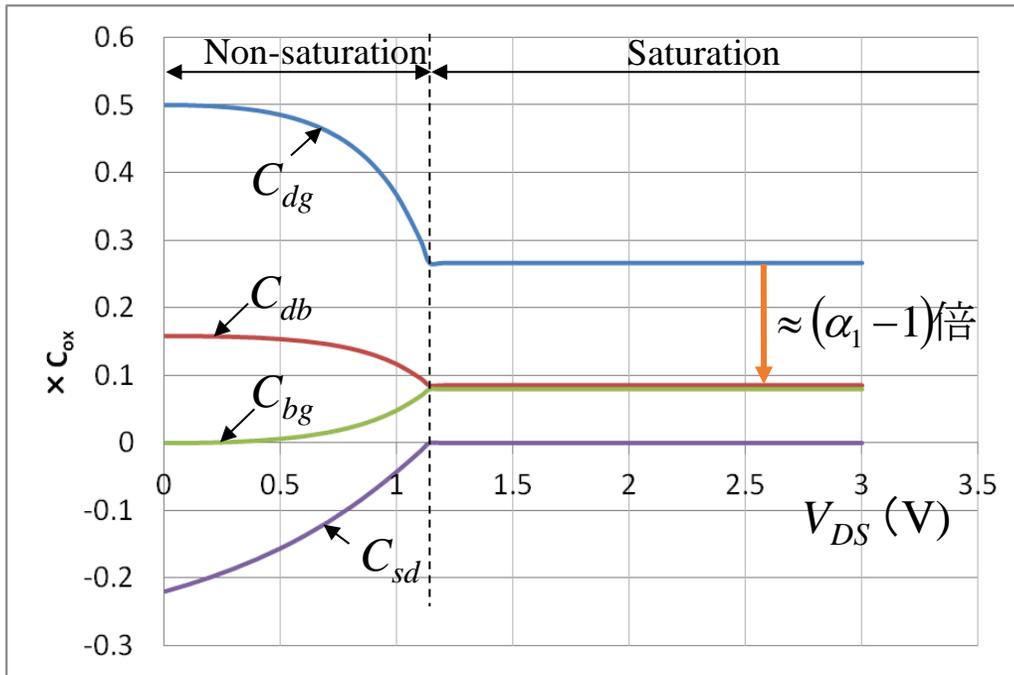
飽和領域での各容量

$V_{DS} = V_{DS}' (\eta = 0)$ での容量は、以下となる。

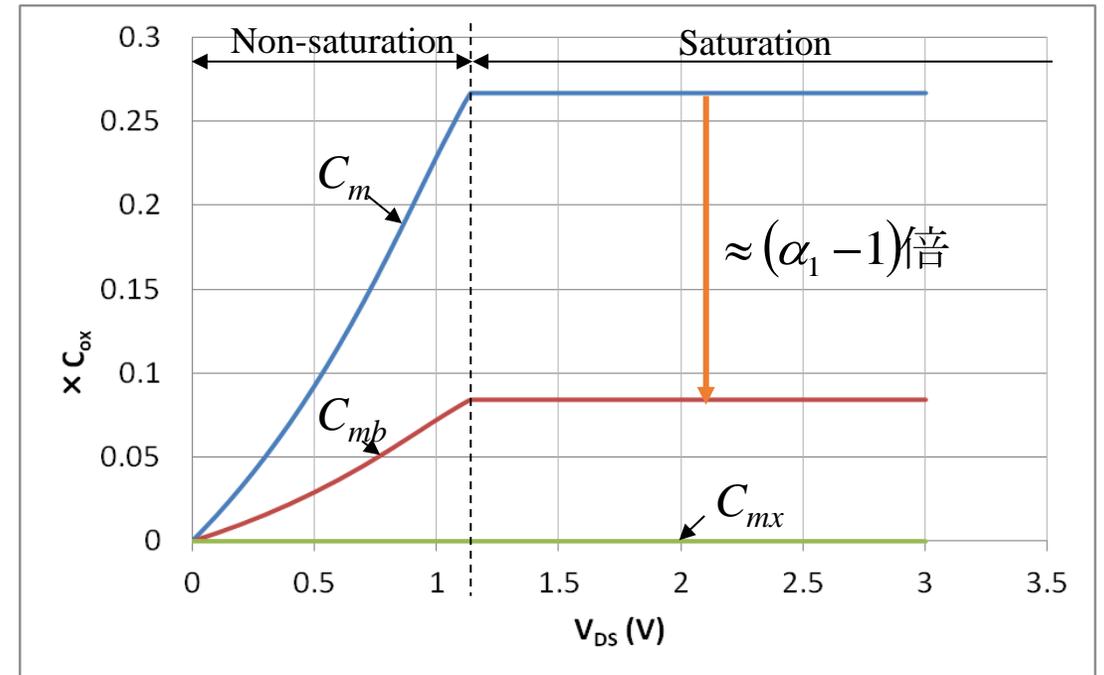


各容量の V_{DS} 依存性

$V_{T0} = 0.5 \text{ V}$, $\gamma = 0.6 \text{ V}^{0.5}$, $\phi_0 = 0.9 \text{ V}$, with $V_{GS} = 2 \text{ V}$



C_{dg} , C_{db} , C_{bg} , C_{sd} vs. V_{DS} ($V_{SB} = 0$)



C_m , C_{mb} , C_{mx} vs. V_{DS} ($V_{SB} = 0$)

キルヒホッフの法則

- キルヒホッフ電流法則(第1法則)

- 任意の接続点に流入(または流出)する電流の和はゼロになる。

$$\sum i = 0 \quad \Rightarrow \text{電流の連続性}$$

(注)電流源による電流も含まれる。

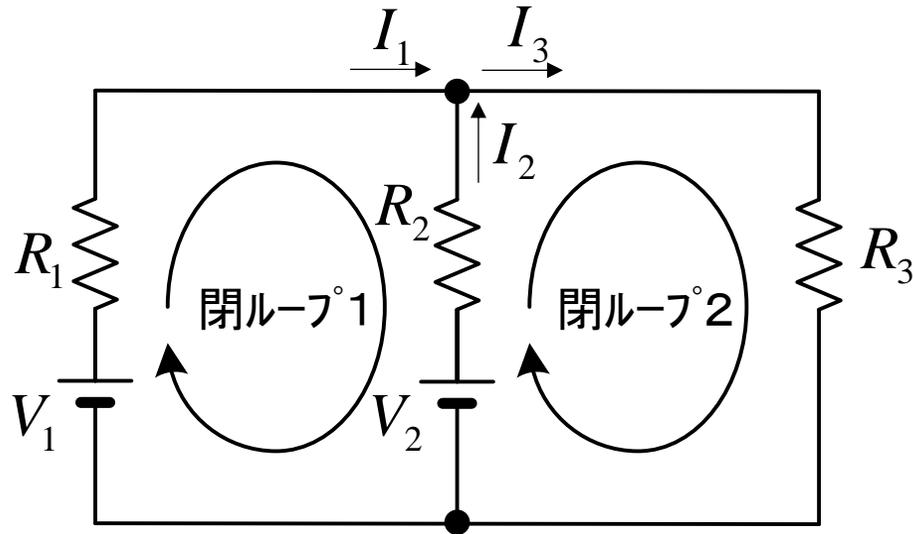
- キルヒホッフ電圧法則(第2法則)

- 任意の閉回路の各枝路の電圧降下の和はゼロになる。

$$\sum v = 0 \quad \Rightarrow \text{閉回路に沿っての仕事の積分がゼロ}$$

(注)電圧源による電圧上昇(負の電圧降下)も含まれる。

キルヒホッフの法則の例



キルヒホッフ第1法則

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

キルヒホッフ第2法則

閉ループ1

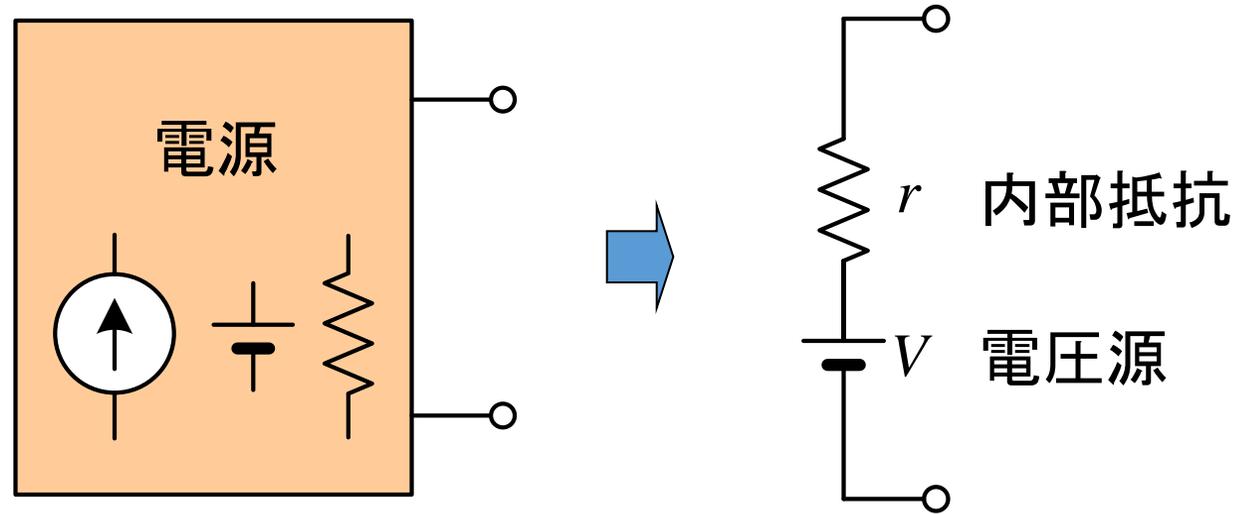
$$V_1 - R_1 I_1 + R_2 I_2 - V_2 = 0$$

閉ループ2

$$V_2 - R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0$$

$$I_1 = \frac{2R_2 V_1 - R_3 V_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \quad I_2 = \frac{(R_1 - R_3) V_1 + R_3 V_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \quad I_3 = \frac{(R_1 + 2R_2 - R_3) V_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

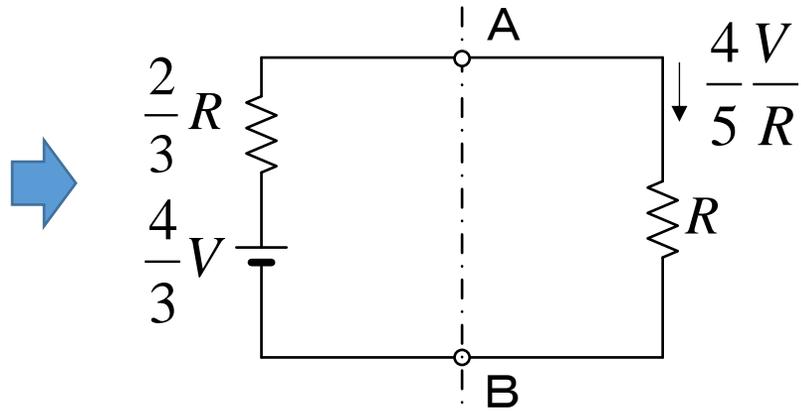
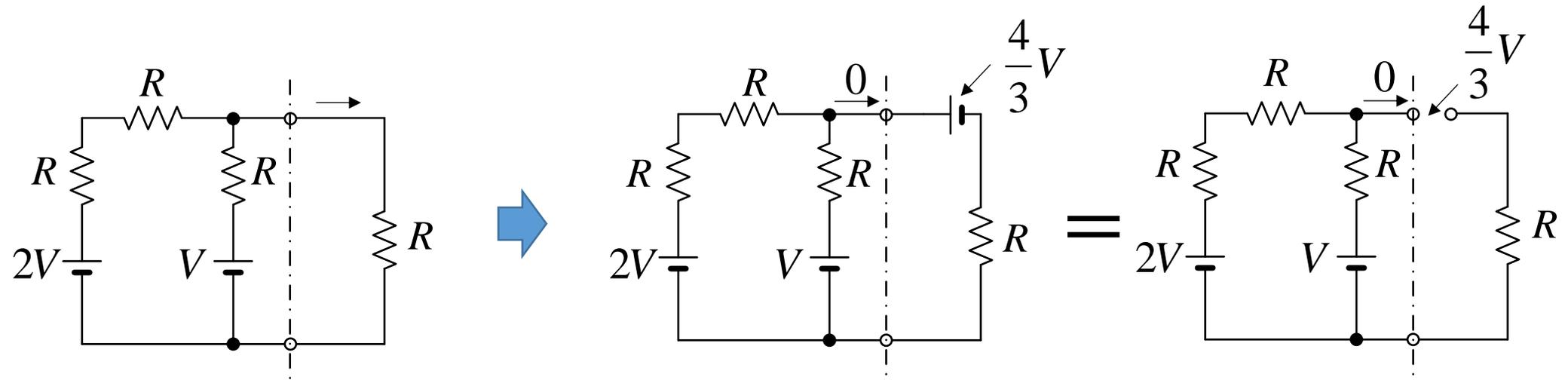
テブナンの定理



電源 → 内部抵抗ゼロの電圧源 + 内部抵抗 (電圧源に直列)

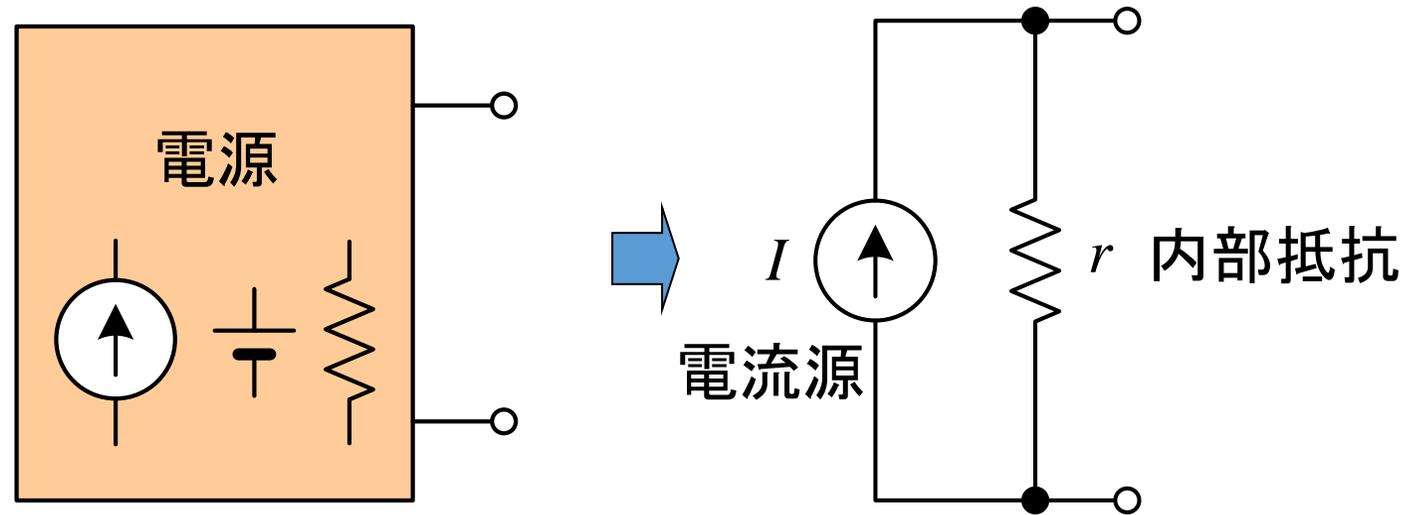
- ・電圧源: 電源の出力開放時の出力電圧
- ・内部抵抗: 電源の出力端子から見た抵抗
(電源内の電圧源 → 短絡、電源内の電流源 → 開放)

テブナンの定理の例



ABの右側の電流は正しいが
ABの左側の電流は正しくない。

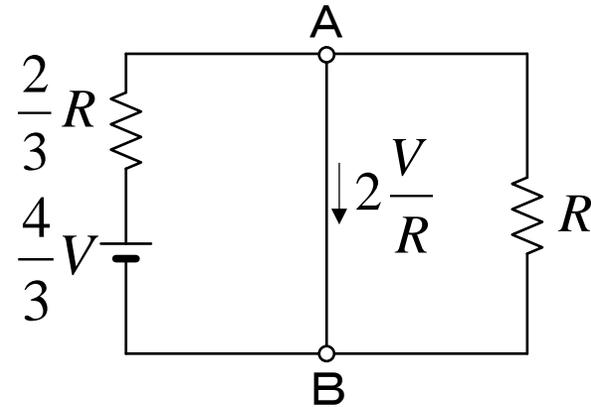
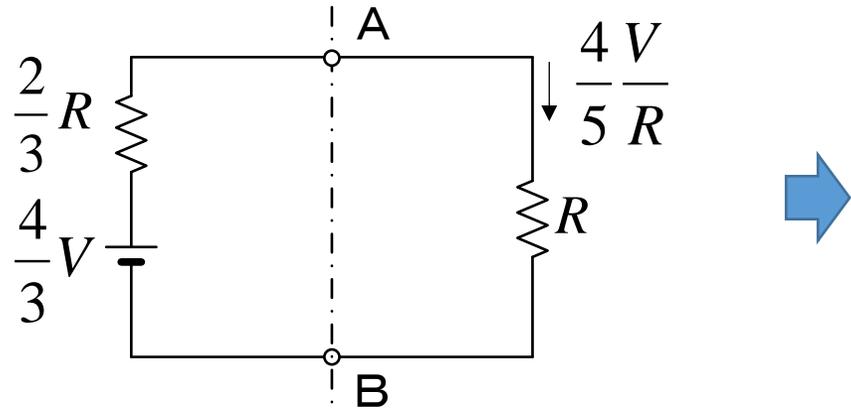
ノートンの定理



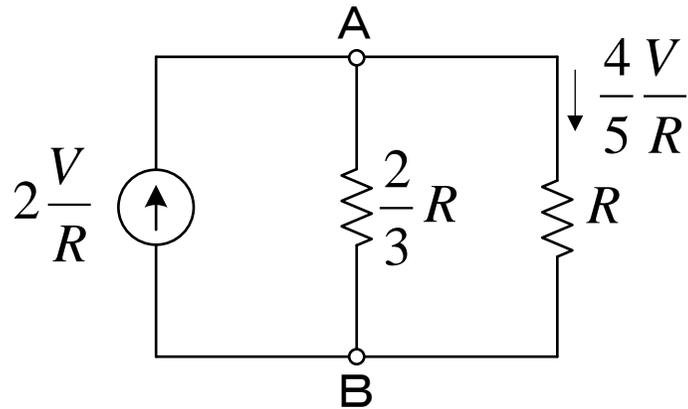
電源 → 内部抵抗 ∞ の電流源 + 内部抵抗 (電流源に並列)

- ・電流源: 電源の出力短絡時の出力電流
- ・内部抵抗: 電源の出力端子から見た抵抗
(電源内の電圧源 → 短絡、電源内の電流源 → 開放)

ノートの定理の例

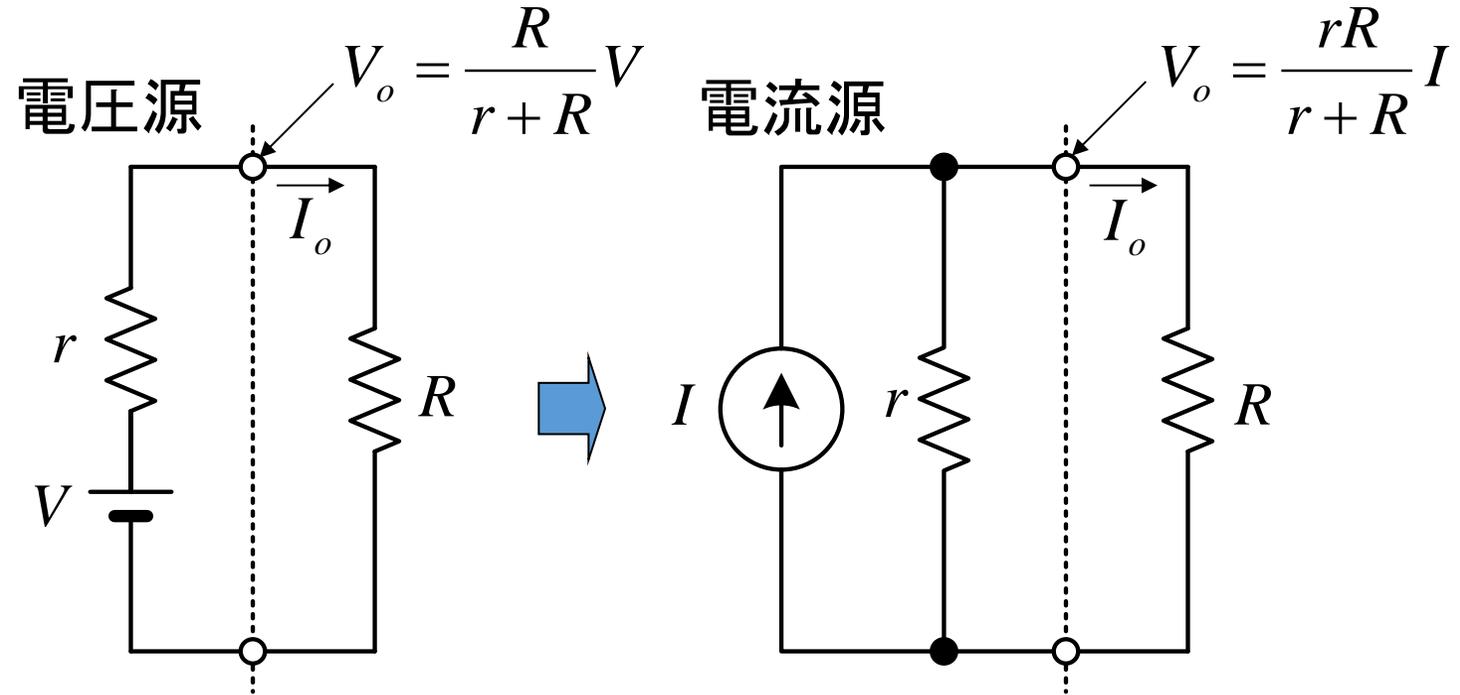


ABを短絡



ABの右側の電流は正しいが
ABの左側の電流は正しくない。

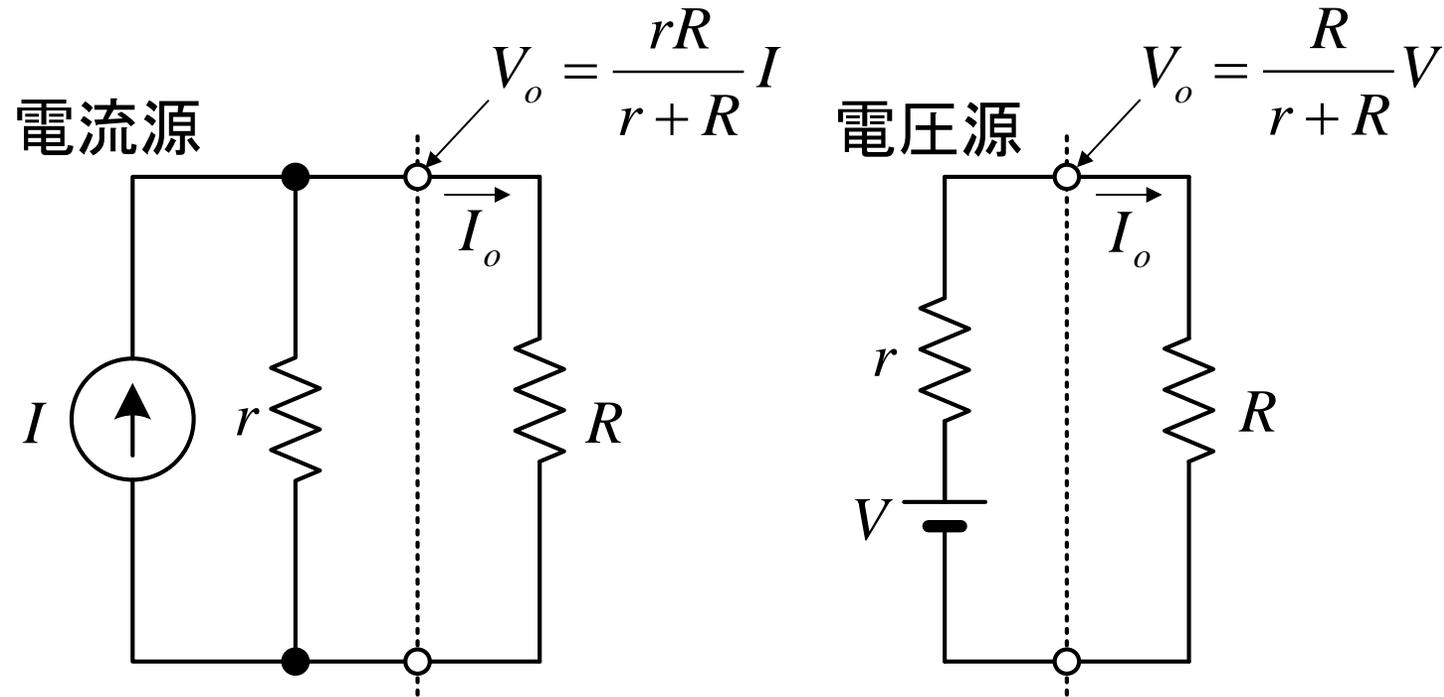
電圧源から電流源への変換



$$\text{電圧源 } V_o = \text{電流源 } V_o \Rightarrow I = \frac{V}{r}$$

(電圧源の出力を短絡した時の電流 \Rightarrow 電流源の電流)

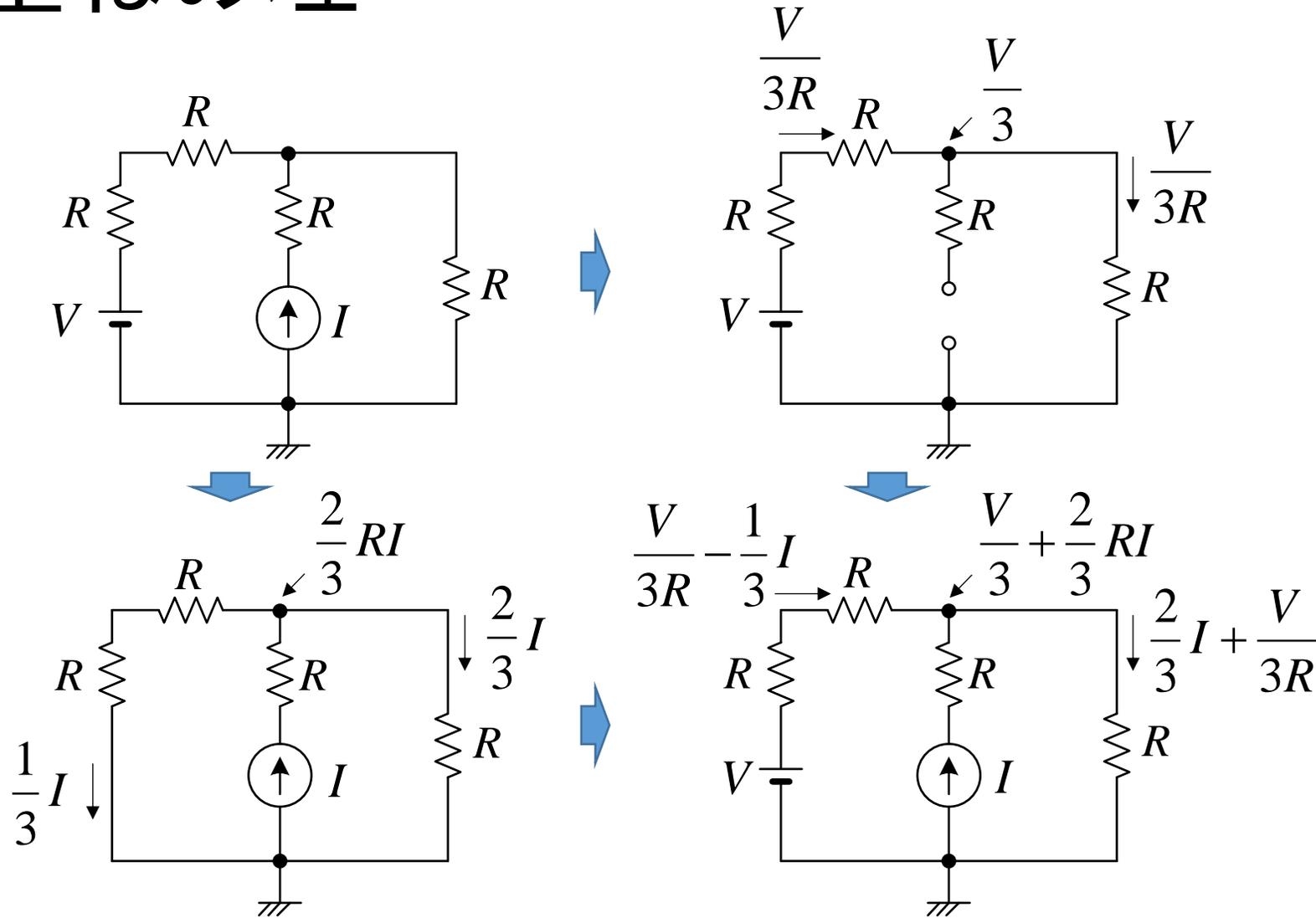
電流源から電圧源への変換



$$\text{電流源 } V_o = \text{電圧源 } V_o \quad \Rightarrow \quad V = Ir$$

(電流源の出力を開放した時の電圧 \Rightarrow 電圧源の電圧)

重ねの理



線形回路



個々の電源からの
電圧と電流を加算

↓

多数の電源がある
場合の電圧と電流

増幅回路：各接地による端子の役割

接地方式	ゲート端子	ドレイン端子	ソース端子
ソース接地	入力	出力	固定電位(接地)
ゲート接地	固定電位 (DCバイアス設定)	出力	入力
ドレイン接地	入力	固定電位(電源)	出力

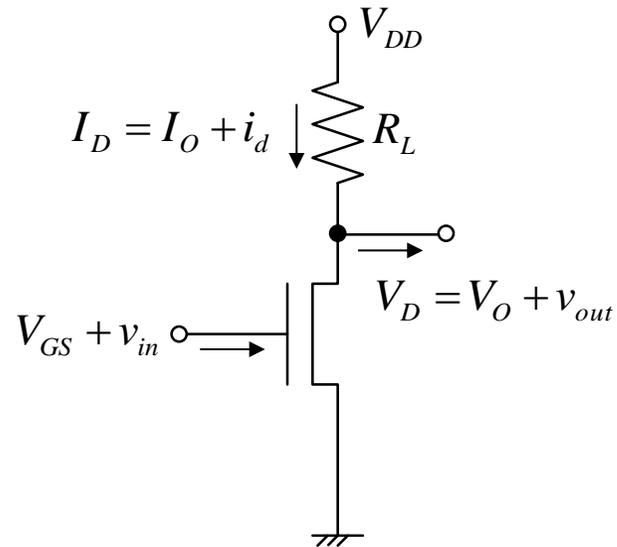
固定電位 ⇒ 交流信号に対し接地

各入出力端子への電圧印加 ⇒ DCバイアス+小信号

DCバイアス:MOSFETを飽和領域に設定

小信号:線形扱い

ソース接地増幅回路



相互コンダクタンス

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} = \beta(V_{GS} - V_T) = \sqrt{2\beta I_D}$$

MOSFET飽和動作

$$V_{Dsat} = V_{GS} - V_T = \sqrt{\frac{2I_D}{\beta}} = \Delta_{ov}$$

DCバイアス+小信号

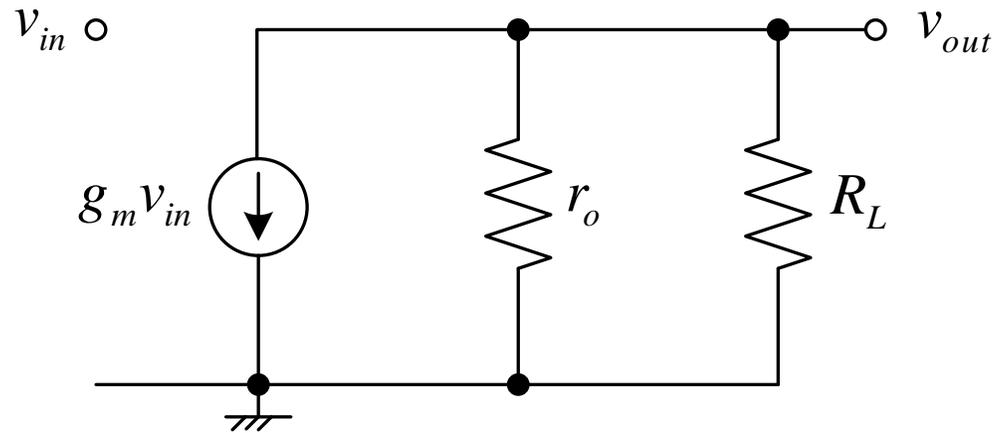
$$\begin{aligned} I_D &= \frac{\beta}{2}(V_{GS} + v_{in} - V_T)^2 \\ &\approx \frac{\beta}{2}(V_{GS} - V_T)^2 + \beta(V_{GS} - V_T)v_{in} \\ &= I_O + g_m v_{in} = I_O + i_d \Rightarrow i_d = g_m v_{in} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_D &= V_{DD} - R_L(I_O + i_d) \\ &= V_{DD} - R_L I_O - R_L i_d \\ &= V_O - R_L i_d = V_O + v_{out} \Rightarrow v_{out} = -R_L i_d \end{aligned}$$

小信号成分 $\Rightarrow v_{out} = -g_m R_L v_{in}$

増幅度 $\Rightarrow A_0 = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -g_m R_L$

ソース接地増幅回路の小信号等価回路



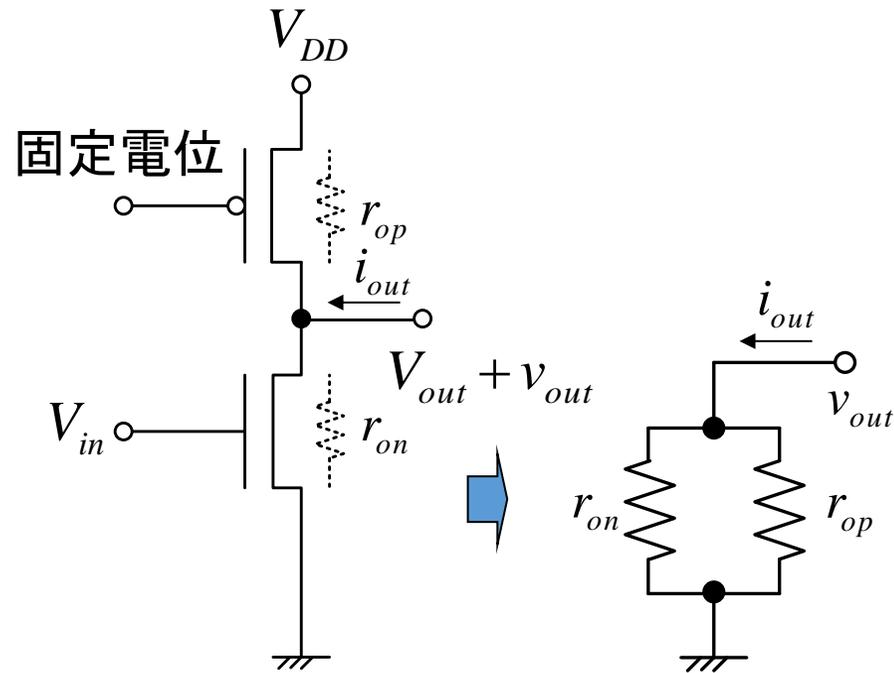
$$\begin{aligned} v_{out} &= -g_m v_{in} \frac{r_o R_L}{r_o + R_L} \\ &= -g_m v_{in} (r_o // R_L) \\ &= -g_m v_{in} R_{out}^{eff} \\ \text{ここで、} R_{out}^{eff} &= r_o // R_L \end{aligned}$$

出力コンダクタンス

$$g_o = \frac{1}{r_o} = \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \approx \lambda I_D$$

増幅度 $\Rightarrow A_0 = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -g_m R_{out}^{eff}$

ソース接地増幅回路の出力抵抗



出力抵抗

$$R_{out}^{eff} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{r_{op} r_{on}}{r_{op} + r_{on}} \equiv r_{op} // r_{on}$$

次段の入力抵抗 R_{in} を無視できない場合

$$R_{out}^{eff} = r_{op} // r_{on} // R_{in}$$

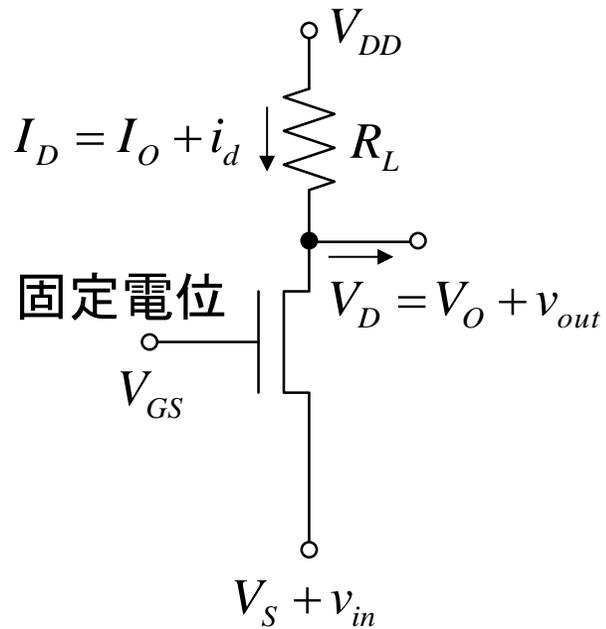
上記 R_{out}^{eff} の場合、

$$|A_0| = g_m R_{out}^{eff} \propto \frac{1}{\sqrt{I_D}}$$

$$\because g_m \propto \sqrt{I_D}, \quad R_{out}^{eff} \propto \frac{1}{I_D}$$

ゲート接地増幅回路

DCバイアス+小信号



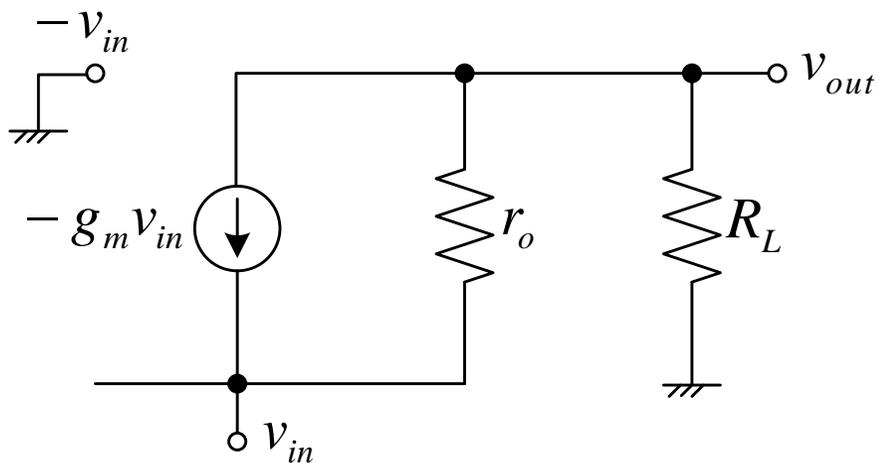
$$\begin{aligned} I_D &= \frac{\beta}{2} (V_{GS} - v_{in} - V_T)^2 \\ &\approx \frac{\beta}{2} (V_{GS} - V_T)^2 - \beta (V_{GS} - V_T) v_{in} \\ &= I_O - g_m v_{in} = I_O + i_d \Rightarrow i_d = -g_m v_{in} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_D &= V_{DD} - R_L (I_O + i_d) \\ &= V_{DD} - R_L I_O - R_L i_d \\ &= V_O - R_L i_d = V_O + v_{out} \Rightarrow v_{out} = -R_L i_d \end{aligned}$$

小信号成分 $\Rightarrow v_{out} = g_m R_L v_{in}$

増幅度 $\Rightarrow A_0 = \frac{v_{out}}{v_{in}} = g_m R_L$

ゲート接地増幅回路の小信号等価回路

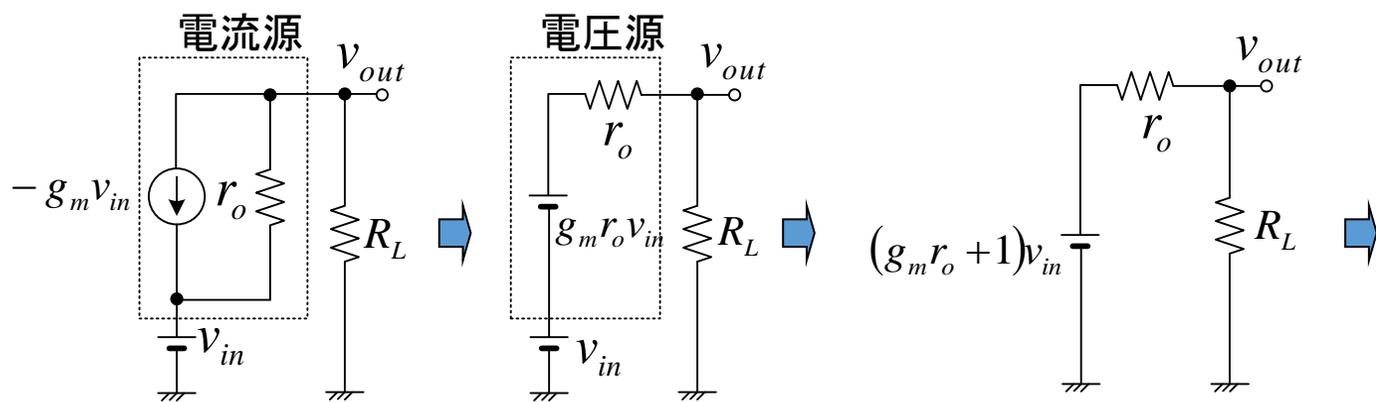


$$\frac{(v_{in} - v_{out})}{r_o} + g_m v_{in} = \frac{v_{out}}{R_L}$$

$$\Rightarrow v_{out} = R_{out}^{eff} \left(g_m + \frac{1}{r_o} \right) v_{in}$$

$$\Rightarrow A_0 = \frac{v_{out}}{v_{in}} = R_{out}^{eff} \left(g_m + \frac{1}{r_o} \right)$$

ここで、 $R_{out}^{eff} = r_o \parallel R_L$

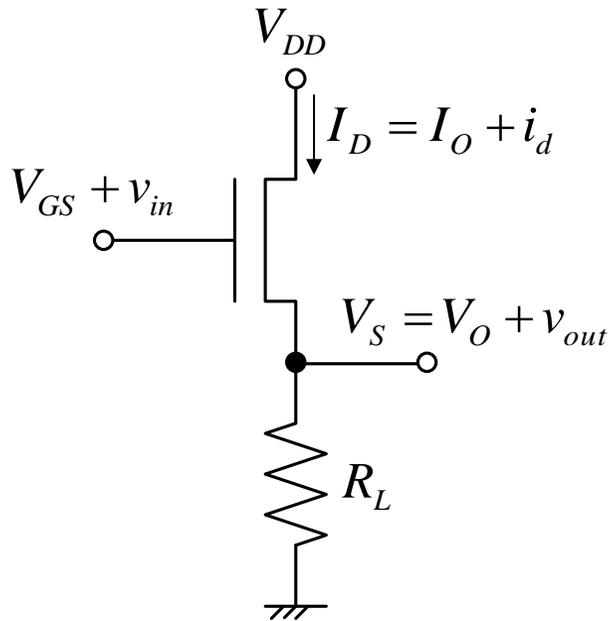


$$v_{out} = \frac{R_L}{r_o + R_L} (g_m r_o + 1) v_{in}$$

$$\Rightarrow A_0 = \frac{v_{out}}{v_{in}} = R_{out}^{eff} \left(g_m + \frac{1}{r_o} \right) v_{in}$$

ドレイン接地増幅回路

DCバイアス+小信号



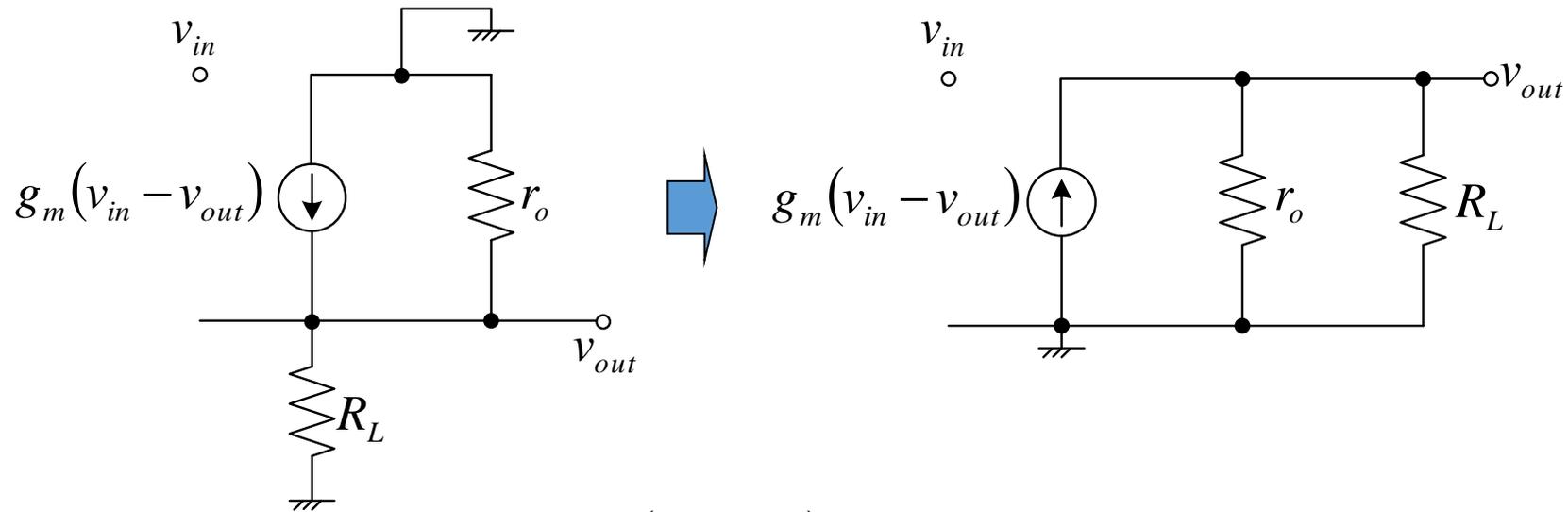
$$\begin{aligned} I_D &= \frac{\beta}{2} (V_{GS} + v_{in} - v_{out} - V_T)^2 \\ &\approx \frac{\beta}{2} (V_{GS} - V_T)^2 + \beta (V_{GS} - V_T) (v_{in} - v_{out}) \\ &= I_O + g_m (v_{in} - v_{out}) = I_O + i_d \Rightarrow i_d = g_m (v_{in} - v_{out}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_S &= R_L (I_O + i_d) \\ &= R_L I_O + R_L i_d \\ &= V_O + v_{out} \Rightarrow v_{out} = R_L i_d \end{aligned}$$

小信号成分 $\Rightarrow v_{out} = g_m R_L (v_{in} - v_{out})$

増幅度 $\Rightarrow A_0 = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_L}$

ドレイン接地増幅回路の小信号等価回路

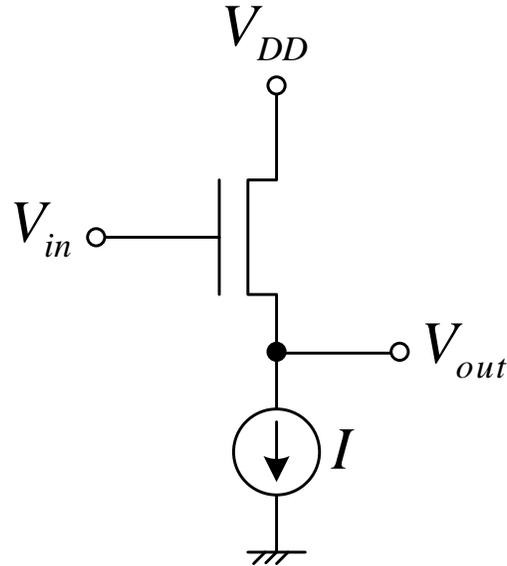


$$g_m (v_{in} - v_{out}) R_{out}^{eff} = v_{out}$$

$$\Rightarrow A_0 = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{g_m R_{out}^{eff}}{1 + g_m R_{out}^{eff}}$$

ここで、 $R_{out}^{eff} = r_o // R_L$

レベル・シフト回路



$$I = \frac{\beta}{2} (V_{in} - V_{out} - V_T)^2$$

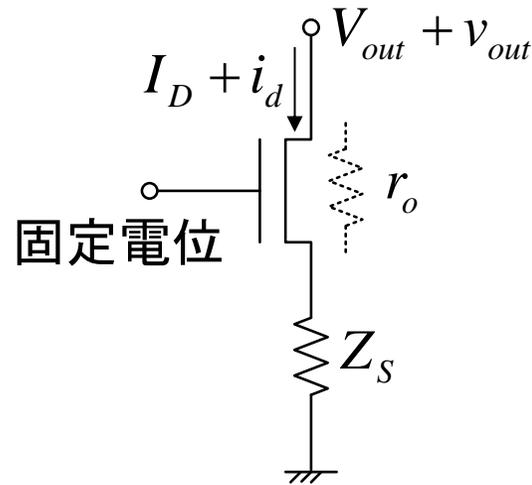
$$\Rightarrow V_{out} = V_{in} - V_T - \sqrt{\frac{2I}{\beta}}$$



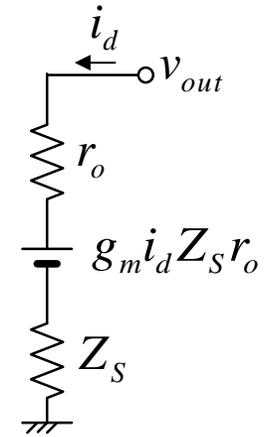
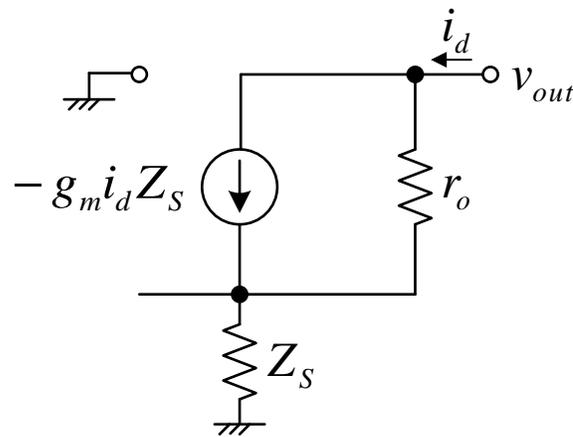
V_{out} は V_{in} から一定値 $\left(V_T + \sqrt{\frac{2I}{\beta}} \right)$ だけ低下

ドレイン接地増幅回路の $R_L \Rightarrow$ 電流源

出力抵抗の増大化 (ゲート電位固定 + ソースに抵抗接続)



小信号等価回路



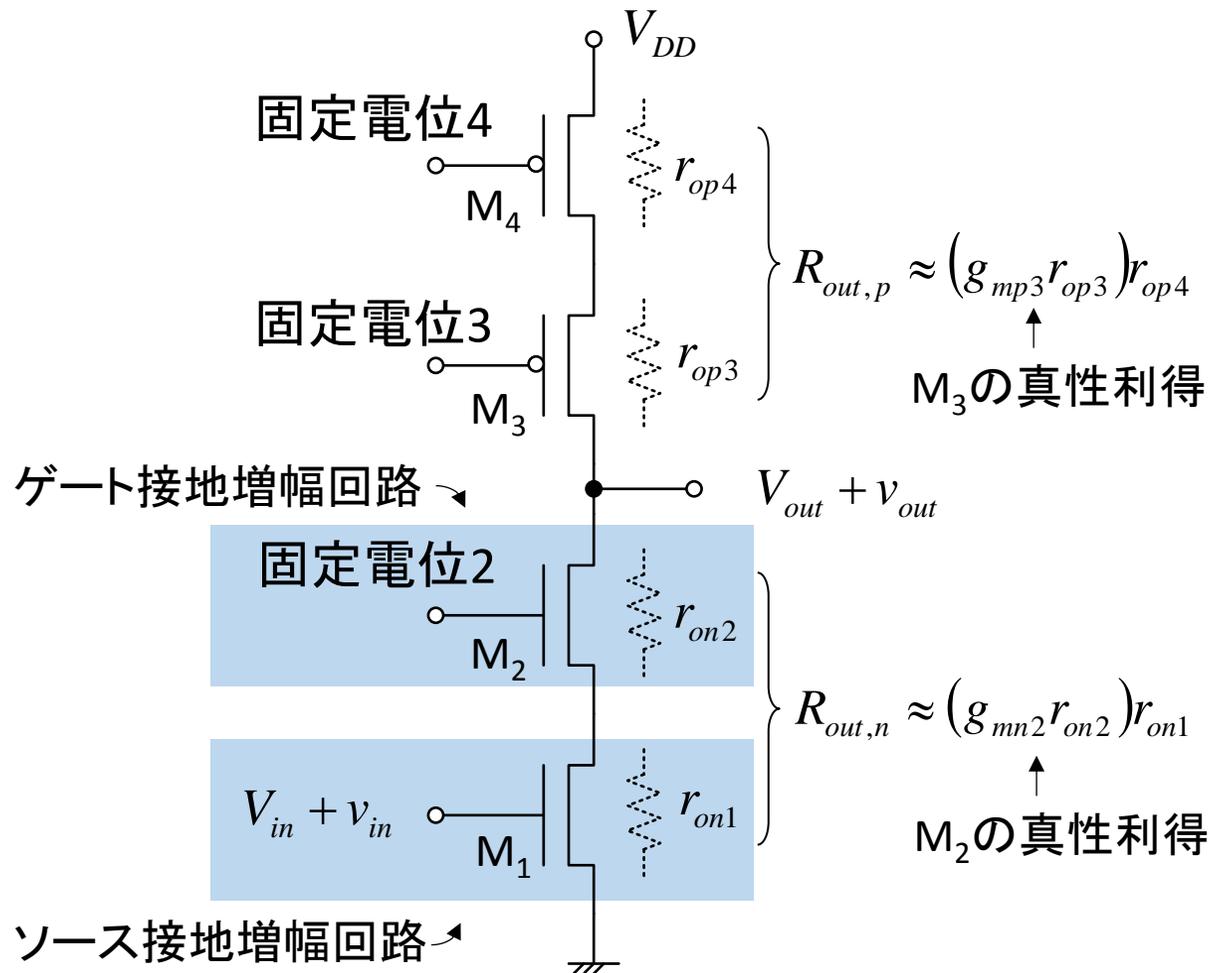
$$v_{out} = (r_o + Z_S) i_d + g_m i_d Z_S r_o$$

$$= (r_o + Z_S + g_m Z_S r_o) i_d$$

$$\Rightarrow R_{out} = \frac{v_{out}}{i_d} = r_o + Z_S + g_m Z_S r_o \approx g_m r_o Z_S$$

ドレインから見た出力抵抗
 $\Rightarrow g_m r_o$ (真性利得) $\times Z_S$ (ソース側の抵抗)

カスコード増幅回路の出力抵抗

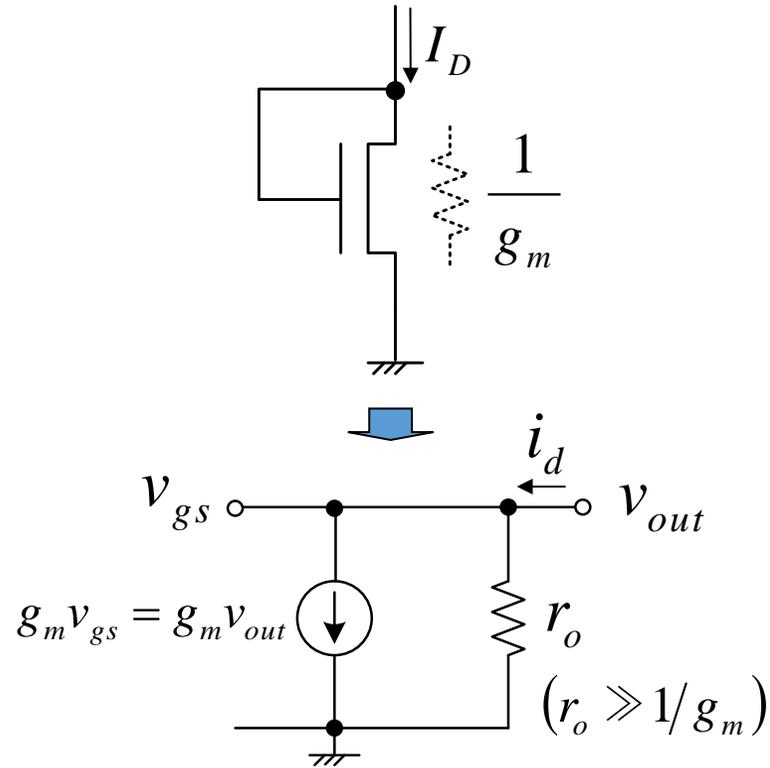


出力抵抗
(nch-MOSFETとpch-MOSFETの並列抵抗)

$$R_{out}^{eff} \approx R_{out,n} // R_{out,p}$$

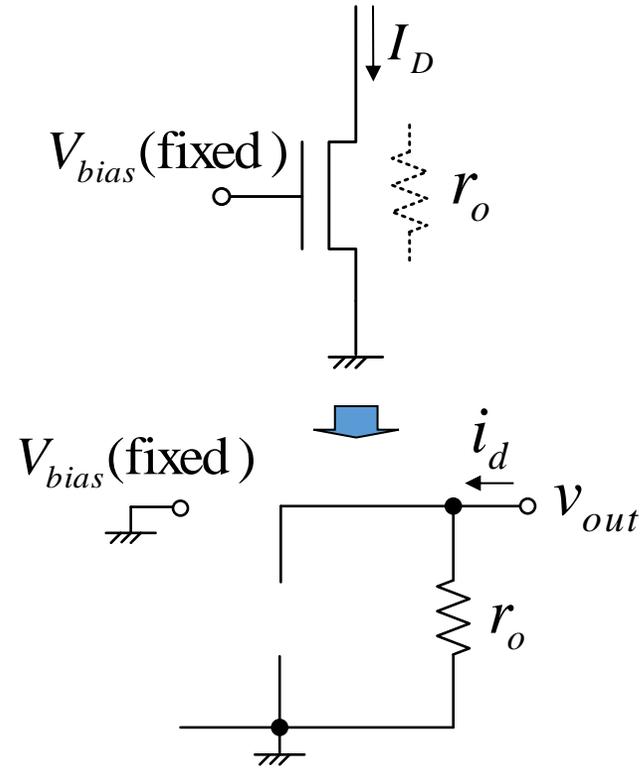
出力抵抗増大
⇒利得増大(60dB程度)

アナログ解析基本素子パラメータと回路の関係



$$i_d = g_m v_{gs} = g_m v_{out} \Rightarrow \frac{v_{out}}{i_d} = \frac{1}{g_m}$$

ダイオード接続MOSFET



$$v_{out} = i_d r_o \Rightarrow \frac{v_{out}}{i_d} = r_o$$

ゲート・バイアス印加のMOSFET

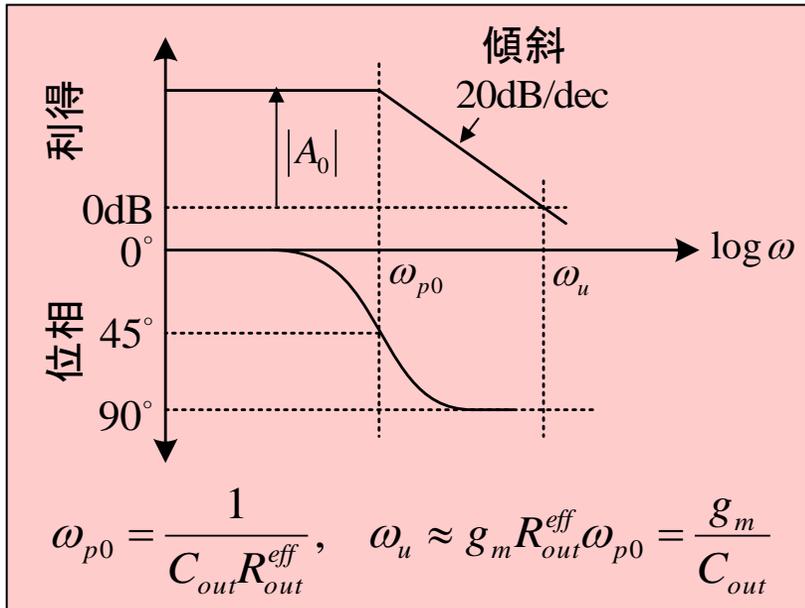
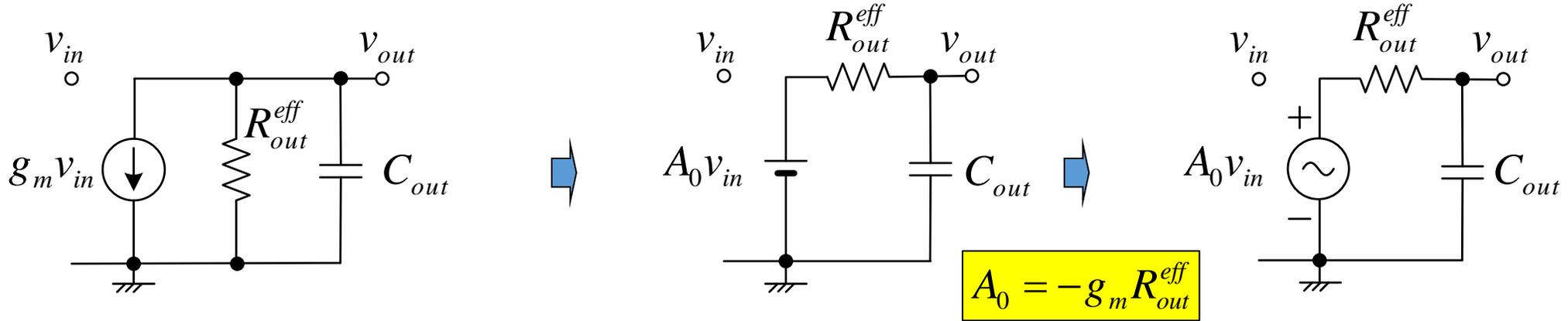
基本素子パラメータ

$$g_m = \frac{dI_D}{dV_{GS}} \approx \sqrt{2\beta I_D}$$

$$r_o = \left(\frac{dI_D}{dV_{DS}} \right)^{-1} \approx \frac{1}{\lambda I_D}$$

$$V_{Dsat} = \sqrt{\frac{2I_D}{\beta}} = \Delta_{ov}$$

増幅回路のローパス・フィルタ特性(出力端子側)



$$v_{out} = \frac{1}{R_{out}^{eff} + \frac{1}{j\omega C_{out}}} A_0 v_{in}$$

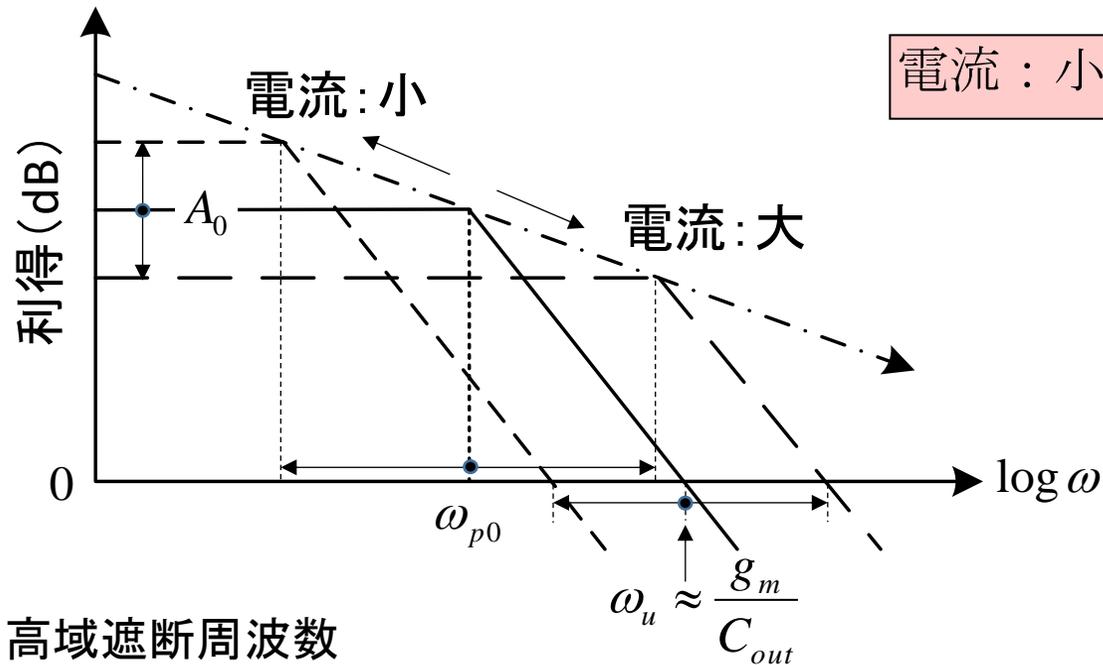
$$\text{利得(dB)} = 20 \log \left(\frac{v_{out}}{v_{in}} \right)$$

$$\Rightarrow A(\omega) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{1}{R_{out}^{eff} + \frac{1}{j\omega C_{out}}} A_0 = \frac{A_0}{1 + j\omega C_{out} R_{out}^{eff}} = -\frac{g_m R_{out}^{eff}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{p0}}}$$

ω_{p0} : 出力端子側の高域遮断角周波数 A_0 : 直流増幅利得

ω_u : 電圧増幅利得が 1 となる角周波数

高域遮断周波数と利得の電流依存性



電流：小 → 大 ⇒ ω_{p0}, ω_u ：小 → 大, A_0 ：大 → 小

利得

$$A_0 = g_m R_{out}^{eff} \propto \frac{\sqrt{I_{DS}}}{I_{DS}} \propto \frac{1}{\sqrt{I_{DS}}}$$

$$\because g_m \propto \sqrt{I_{DS}}, R_{out}^{eff} \propto r_o \propto 1/I_{DS}$$

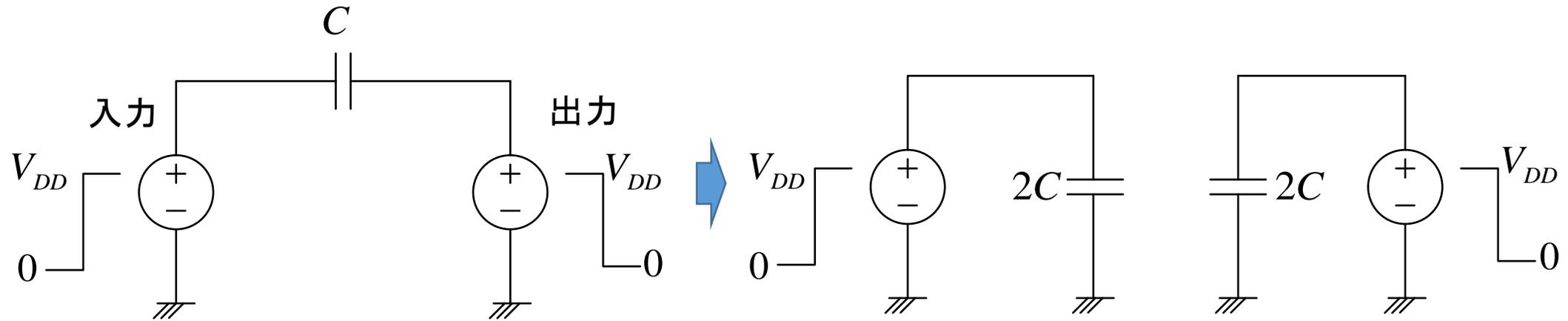
$$(g_m = \beta(V_{GS} - V_T) = \sqrt{2\beta I_{DS}})$$

高域遮断周波数

$$\omega_{p0} \propto \frac{1}{A_0^2} \propto I_{DS} \quad \because A_0^2 \omega_{p0} = (g_m R_{out}^{eff})^2 \omega_{p0} = \frac{g_m^2 R_{out}^{eff}}{C_{out}} \propto \frac{(\sqrt{I_{DS}})^2 (1/I_{DS})}{C_{out}} \Rightarrow (\text{一定})$$

$$\omega_u \approx g_m R_{out}^{eff} \omega_{p0} = \frac{g_m}{C_{out}} \propto \frac{\sqrt{I_{DS}}}{C_{out}}$$

ミラー(Miller)効果の理解



入出力の両側で逆方向の電圧変化

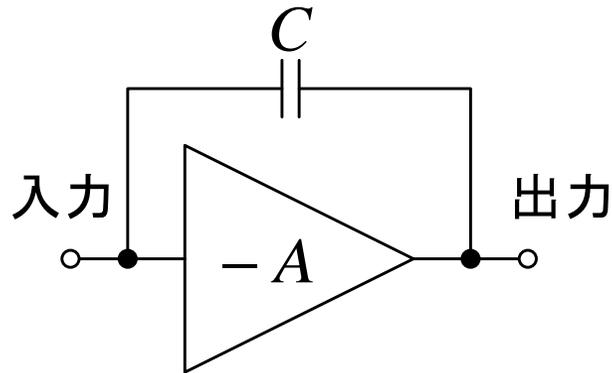
入力側のみ電圧変化

出力側のみ電圧変化

$$\begin{cases} Q_{initial} = C(0 - V_{DD}) = -CV_{DD} \\ Q_{final} = C(V_{DD} - 0) = CV_{DD} \end{cases}$$

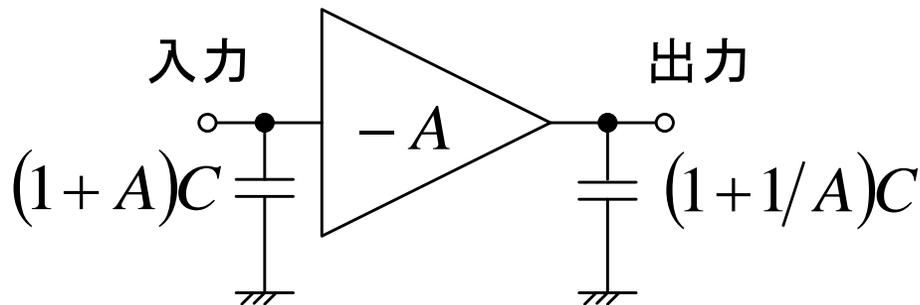
$$Q_{total} = Q_{final} - Q_{initial} = 2CV_{DD}$$

ミラー(Miller)効果



$$\Delta V_{in} \rightarrow \Delta V_{out} = -A\Delta V_{in}$$

$$\Delta V_{in} = (-1/A)\Delta V_{out}$$



入力端子からCに流れ込む電荷

$$\Delta Q_{in} = C(\Delta V_{in} - \Delta V_{out}) = C(1+A)\Delta V_{in}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Q_{in}}{\Delta V_{in}} = (1+A)C$$

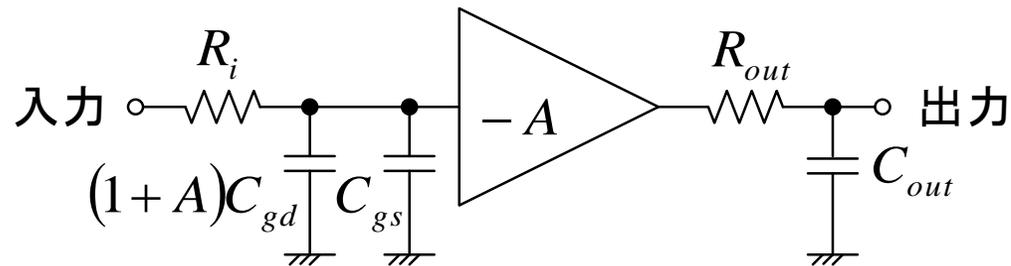
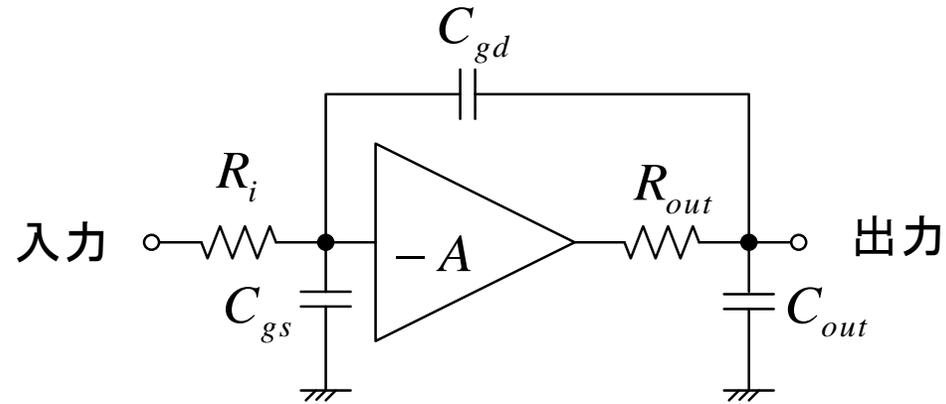
出力端子からCに流れ込む電荷

$$\Delta Q_{out} = C(\Delta V_{out} - \Delta V_{in}) = C(1+1/A)\Delta V_{out}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Q_{out}}{\Delta V_{out}} = (1+1/A)C$$

入力端子から見た実効容量: $(1+A)C$
 出力端子から見た実効容量: $(1+1/A)C$

増幅回路入力端子側のフィルタ特性と入出力間の信号伝播



入力側フィルタ特性

入力容量 : $(1+A)C_{gd} + C_{gs} \approx AC_{gd}$

入力側高域遮断周波数 : $\omega_{pi} \propto \frac{1}{AR_iC_{gd}}$

ω_{pi} の値 :

ソース接地 < ゲート or ドレイン 接地

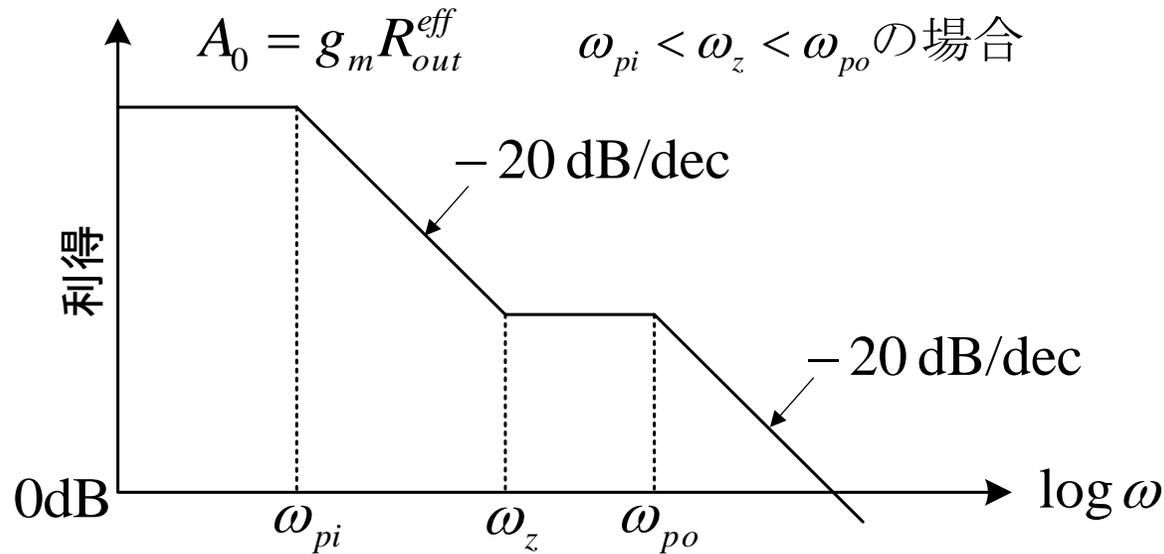
入出力間の信号伝播

トランス・コンダクタンスによる電流 = C_{gd} を介する電流

$$g_m v_{in} = |j\omega_z C_{gd} v_{in}|$$

$$\Rightarrow \omega_z = \frac{g_m}{C_{gd}} \quad \omega_z : \text{ゼロ点}$$

ソース接地増幅回路の周波数特性(ボード線図)



利得=20log|A|

$$A(\omega) = - \frac{g_m R_{out}^{eff} \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_z} \right)}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_{pi}} \right) \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_{po}} \right)}$$

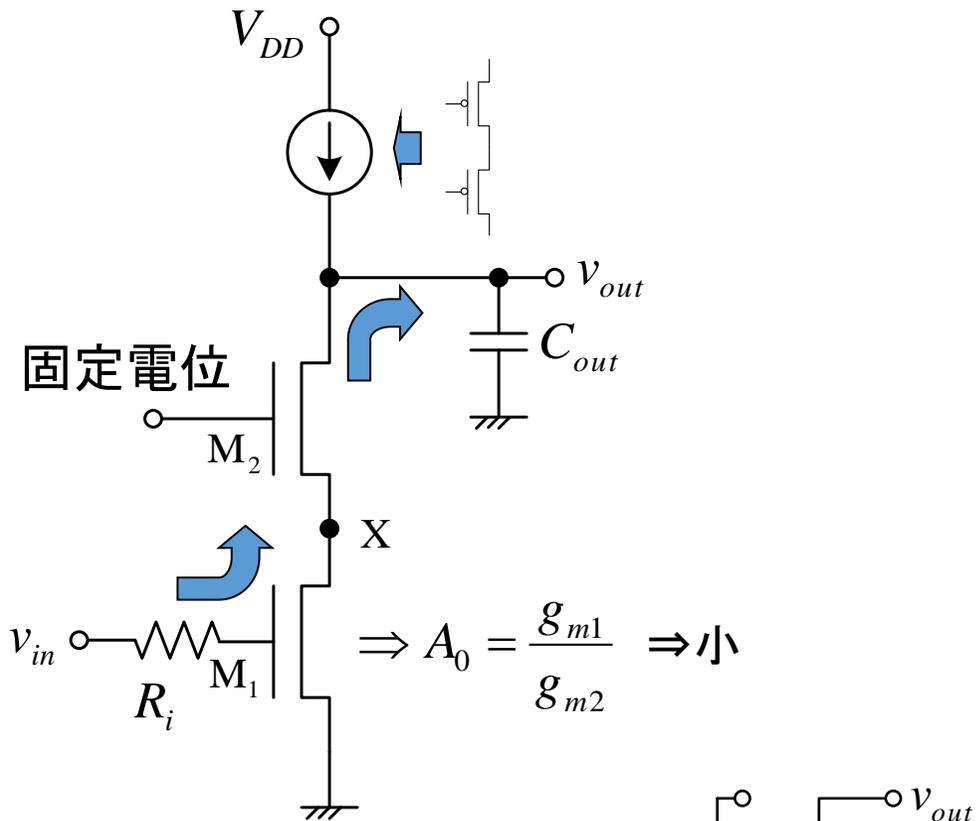
ω_{pi} : 入力側遮断周波数

ω_z : ゼロ点周波数

ω_{po} : 出力側遮断周波数

$$\omega_{pi} = \frac{1}{A_0 R_i C_{gd}}, \quad \omega_z = \frac{1}{\left(\frac{1}{g_m} \right) C_{gd}} = \frac{g_m}{C_{gd}}, \quad \omega_{po} = \frac{1}{R_{out}^{eff} C_{out}}$$

カスコード増幅回路の遮断周波数



入力端子での遮断周波数
(ミラー効果の影響小→高周波側へシフト)

$$\omega_{pi} = \frac{1}{R_i \left[C_{gs1} + \left(1 + \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \right) C_{gd1} \right]}$$

$$1 + \frac{g_{m1}}{g_{m2}} = 1 + A_0$$

点Xでの遮断周波数

$$\omega_{pX} = \frac{g_{m2}}{\left(1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \right) C_{gd1} + C_D + C_{gs2}}$$

$$1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}} = 1 + \frac{1}{A_0}$$

C_D : 点Xの拡散容量

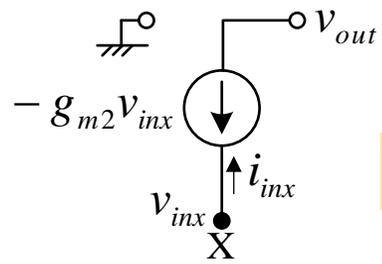
出力端子での遮断周波数
(出力抵抗大→高域遮断周波数を低周波側へシフト)

$$\omega_{po} = \frac{1}{R_{out,cas}^{eff} (C_{gd2} + C_{out})}$$

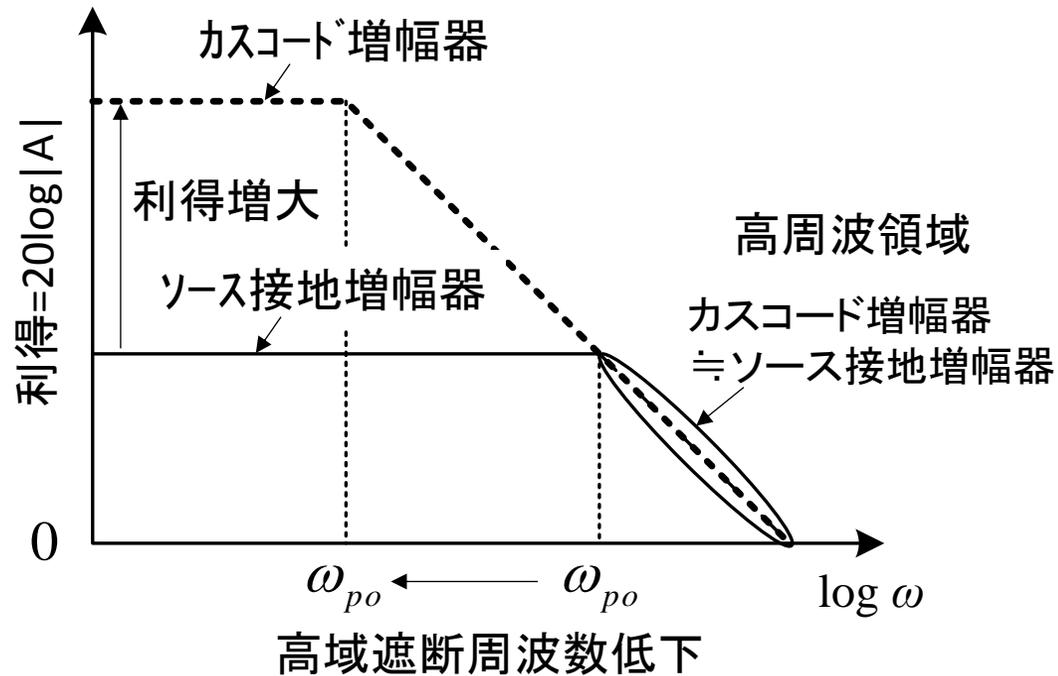
$$R_{out,cas}^{eff} \approx (g_{m2} r_{o2}) r_{o1}$$

一般に、 $\omega_{pi}, \omega_{po} \ll \omega_{pX} \Rightarrow \omega_{pi}, \omega_{po}$ の2ポール特性と見なせる

点XからM₂を見た抵抗: $1/g_{m2}$
 $i_{inx} = g_{m2} v_{inx} \Rightarrow R_{inx} = v_{inx} / i_{inx} = 1/g_{m2}$



周波数特性比較(カスコードとソース接地増幅回路)



・利得:カスコード増幅器 ≫ ソース接地増幅器

・高周波(出力端子での)遮断周波数:

カスコード増幅器 ≪ ソース接地増幅器

∴ 出力抵抗: $R_{out,cas}^{eff} \approx (g_{m2}r_{o2})r_{o1} \gg R_{out}^{eff} \approx g_{m1}(r_{o1} // R_L)$

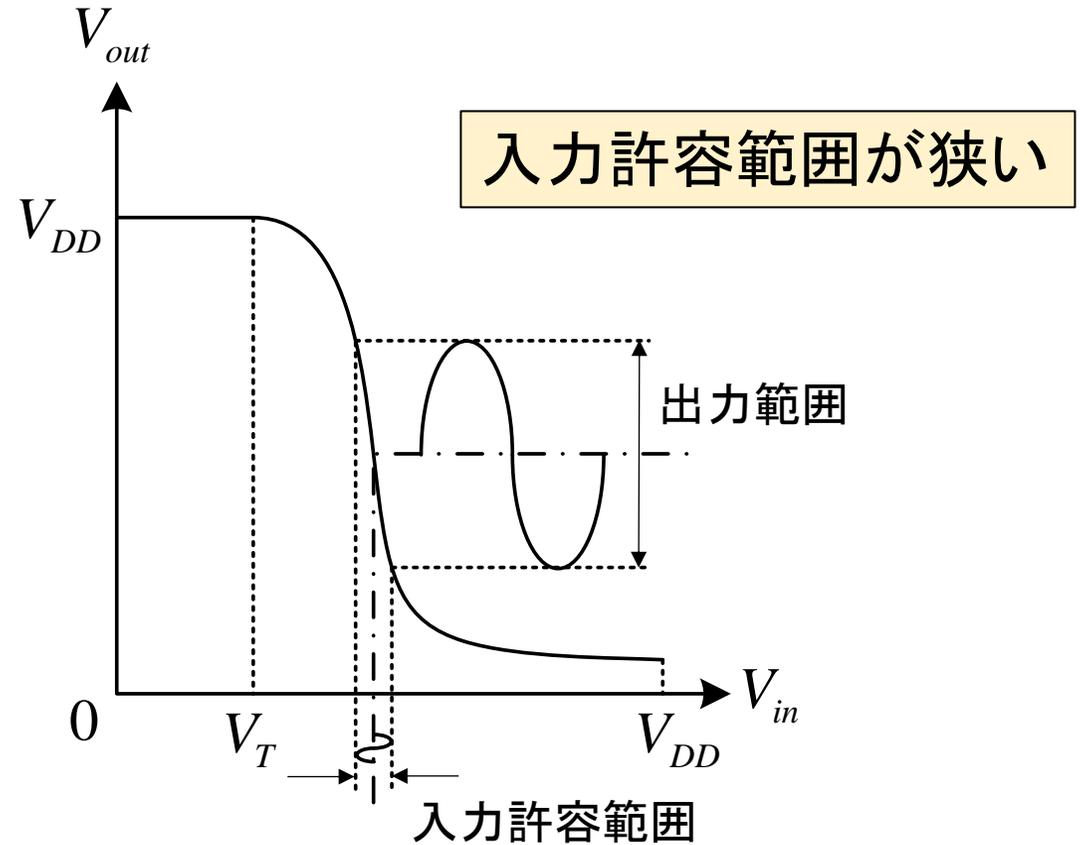
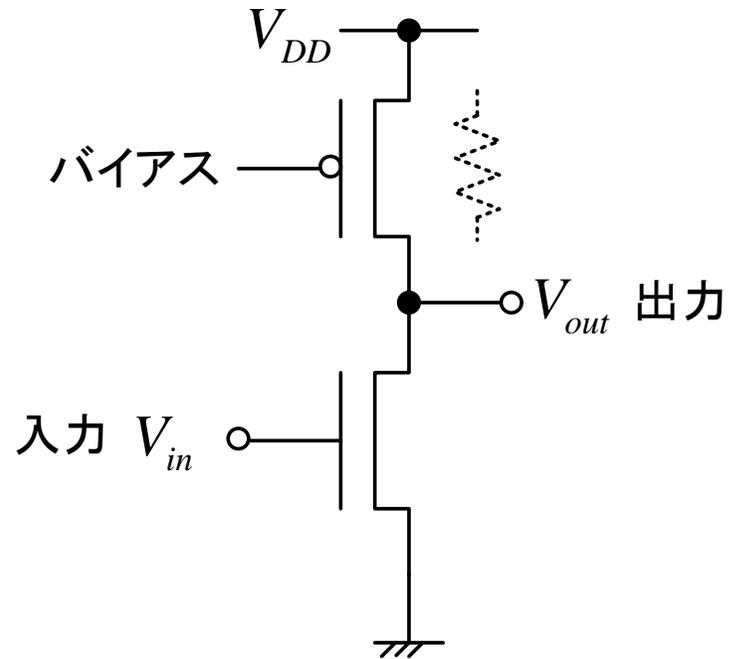
↑
↑

カスコード増幅器 ソース接地増幅器

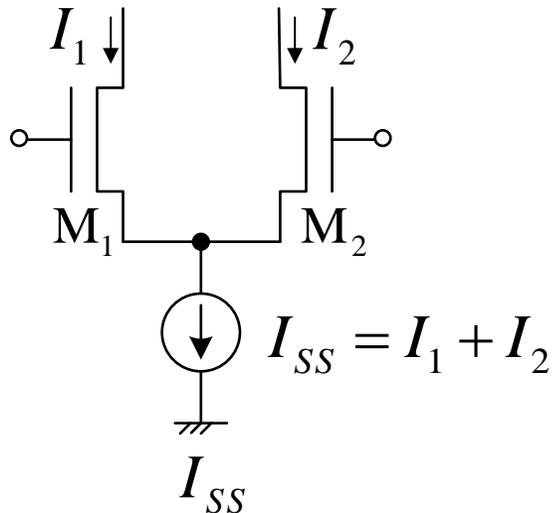
⇒ 高周波領域の周波数特性:

カスコード増幅器 ≒ ソース接地増幅器

単独増幅器(ソース接地)の入力許容範囲



差動入力回路(差動入力信号と電流)



差動入力信号(電圧)

$$v_{in} \equiv V_{GS1} - V_{GS2} = \sqrt{\frac{2}{\beta}} (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})$$

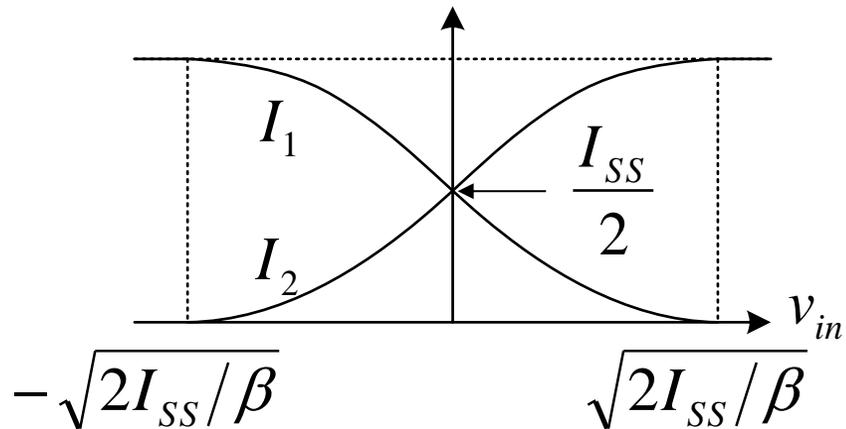
$$V_{GS1} = V_T + \sqrt{\frac{2I_1}{\beta}}, \quad V_{GS2} = V_T + \sqrt{\frac{2I_2}{\beta}}$$

$$I_{1,2} = \frac{I_{SS}}{2} \pm \frac{I_{SS}}{2} \sqrt{\frac{\beta v_{in}^2}{I_{SS}} - \frac{\beta^2 v_{in}^4}{4I_{SS}^2}} \Rightarrow I_{1,2} \approx \frac{I_{SS}}{2} \pm \frac{\sqrt{\beta I_{SS}}}{2} v_{in}$$

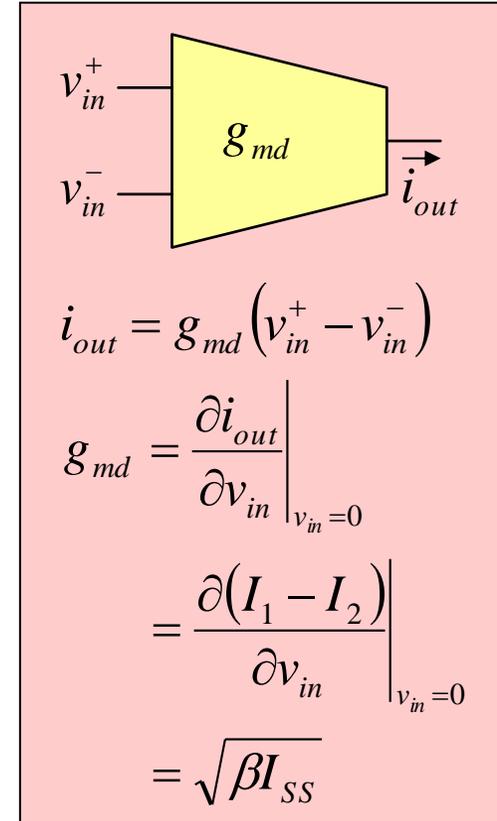
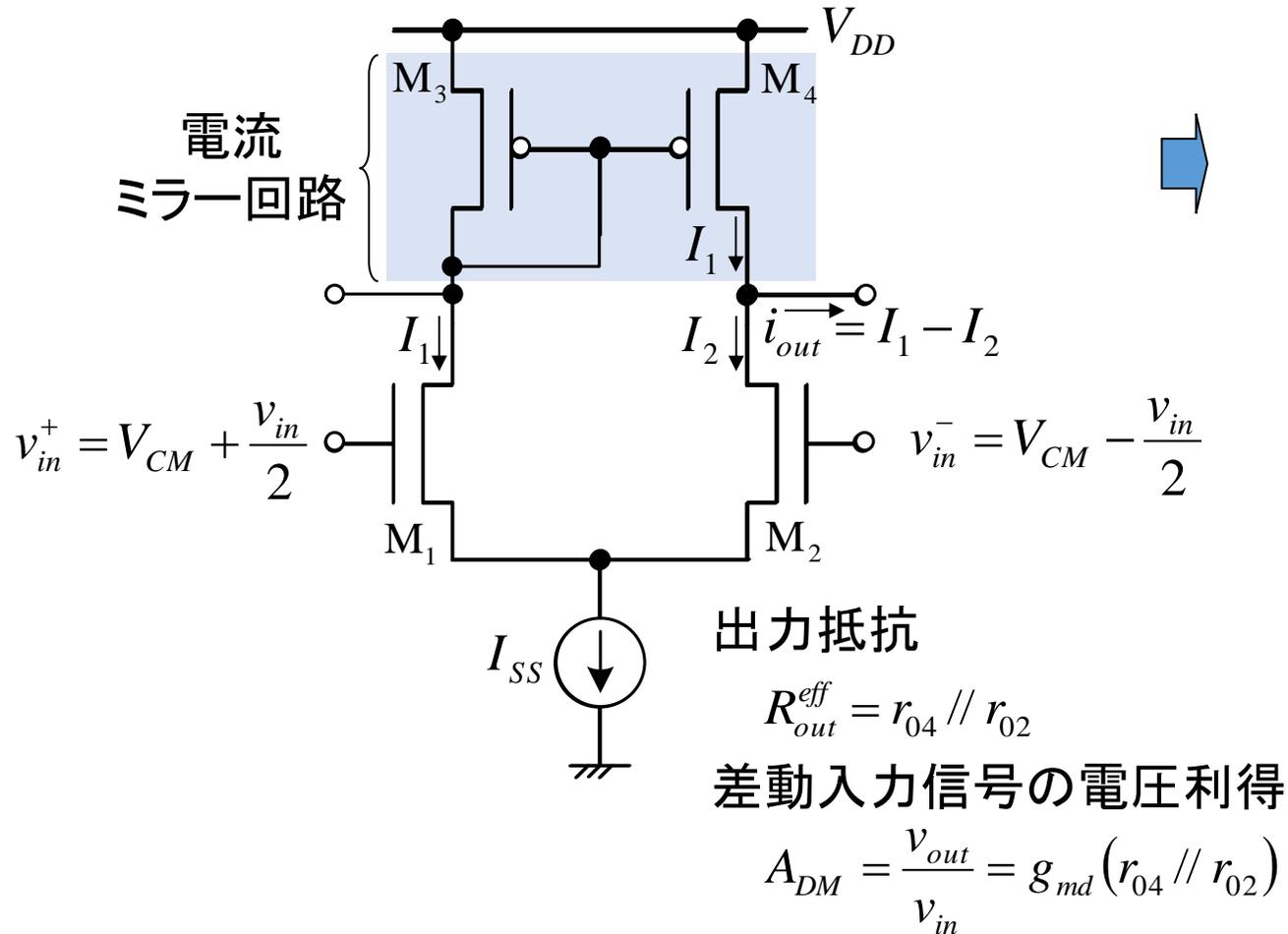
ゲート相互コンダクタンス

$$g_{m1,2} \equiv \left. \frac{\partial I_{1,2}}{\partial v_{in}} \right|_{v_{in}=0} = \pm \frac{\sqrt{\beta I_{SS}}}{2}$$

($I_{1,2} \propto v_{in}$, for v_{in} : 小)
差動増幅にすると単独増幅
より広い入力範囲で線形



差動増幅回路(差動入力信号の電圧利得)



OTA: Operational Trans-conductance Amplifier

参考文献

アナログ回路

1. 谷口研二, CMOSアナログ回路入門, CQ出版社, 2005.
2. Behzad Razavi, Design of Analog CMOS Integrated Circuits, McGraw-Hill, New York, 2001.
3. R. Jacob Baker, CMOS: Circuit Design, Layout, and Simulation (IEEE Press Series on Microelectronic Systems) Third Edition, Wiley-IEEE Press, New Jersey, 2011.
4. David A. Johns and Ken Martin, Analog Integrated Circuit Design, John Wiley & Sons, 1996.
5. Phillip E. Allen and Douglas R. Holberg, CMOS Analog Circuit Design Second Edition, Oxford University Press, 2002.

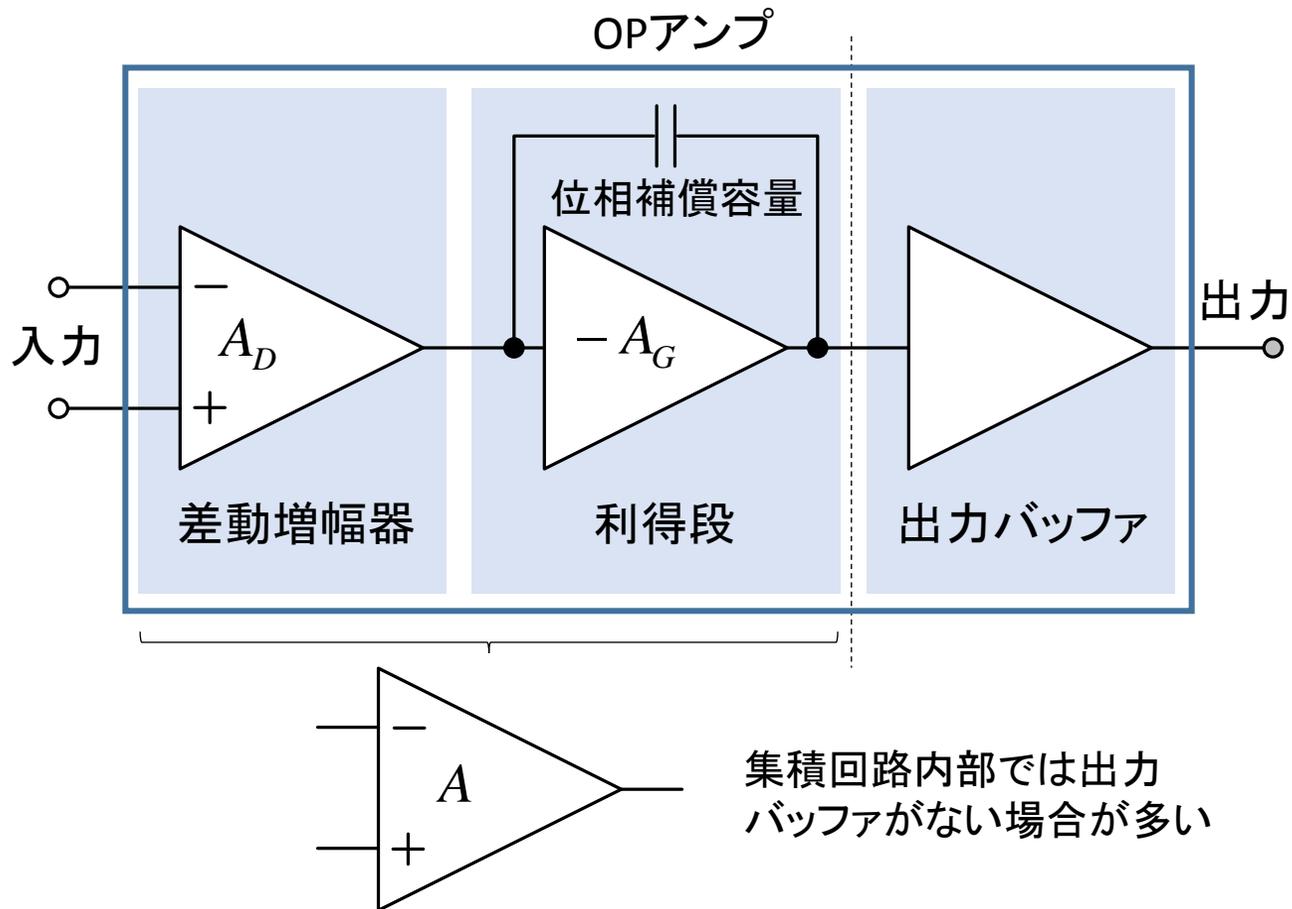
MOSFET

1. Yannis Tsividis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.
2. Yannis Tsividis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.
3. Yuan Taur and Tak H. Ning, Fundamental of Modern VLSI Devices, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
4. Yuan Taur and Tak H. Ning, Fundamental of Modern VLSI Devices Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge, 2013.

付録

- OPアンプの構成要素
- OPアンプの仮想短絡と電圧フォロア
- OPアンプの反転増幅回路と非反転増幅回路
- 降圧型DC-DCコンバータのアナログ制御

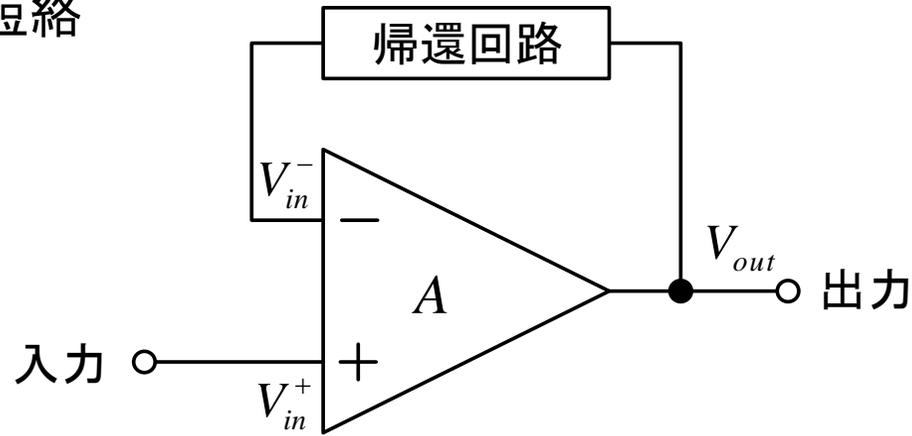
OPアンプの構成要素回路



- ・差動増幅器
(広入力範囲、高利得、高入力インピーダンス確保)
 - ・ソース接地増幅器
- ・利得段(大きな利得確保)
 - ・ソース接地増幅器
 - ・ゲート接地増幅器
- ・出力バッファ(大きな負荷を駆動)
 - ・ドレイン接地増幅器(ソース・フォロワ)
⇒出力端子に負荷抵抗や大容量がある場合
(ミラー容量なし)
 - ・ソース接地増幅器

OPアンプの仮想短絡と電圧フォロア

入力の仮想短絡

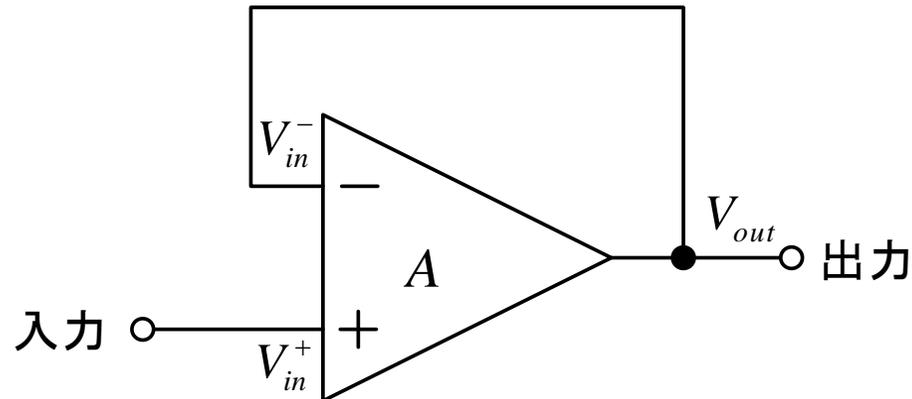


$$V_{out} = A(V_{in}^+ - V_{in}^-)$$

↓ $A \rightarrow \infty$

$$V_{in}^+ = V_{in}^- \rightarrow \text{仮想短絡}$$

入出力の電圧フォロア(追従)



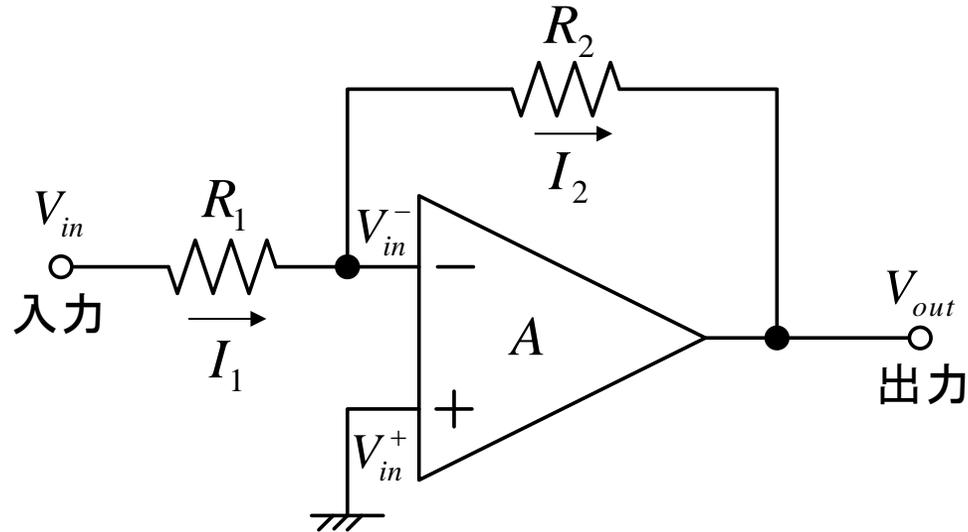
$$V_{out} = A(V_{in}^+ - V_{out}) \rightarrow V_{out} = \frac{A}{1+A} V_{in}^+$$

↓ $A \rightarrow \infty$

$$V_{out} = V_{in}^+ \rightarrow \text{電圧フォロア (ユニティ・ゲイン)}$$

OPアンプ (反転増幅回路と非反転増幅回路)

反転増幅回路



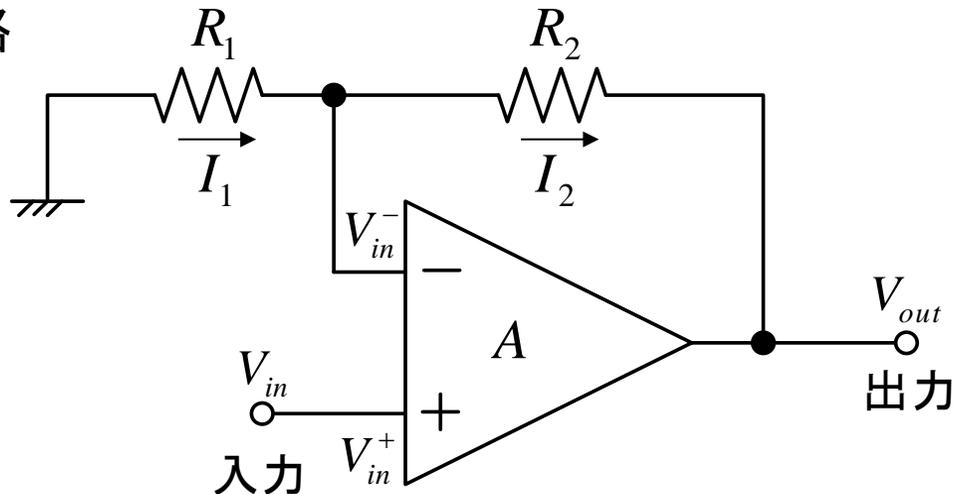
$$V_{in} = R_1 I_1$$

$$V_{out} = -R_2 I_2$$

$$\Rightarrow V_{out} = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right) V_{in}$$

$$\because V_{in}^+ = V_{in}^-, I_1 = I_2$$

非反転増幅回路



$$V_{in} = -R_1 I_1$$

$$V_{out} = -R_2 I_2 + V_{in}$$

$$\Rightarrow V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{in}$$

$$\because V_{in}^+ = V_{in}^-, I_1 = I_2$$

降圧型DC-DCコンバータのアナログ制御

