

1. MOSFETの物性とモデル化の基礎

群馬大学 大学院 理工学府 電子情報部門

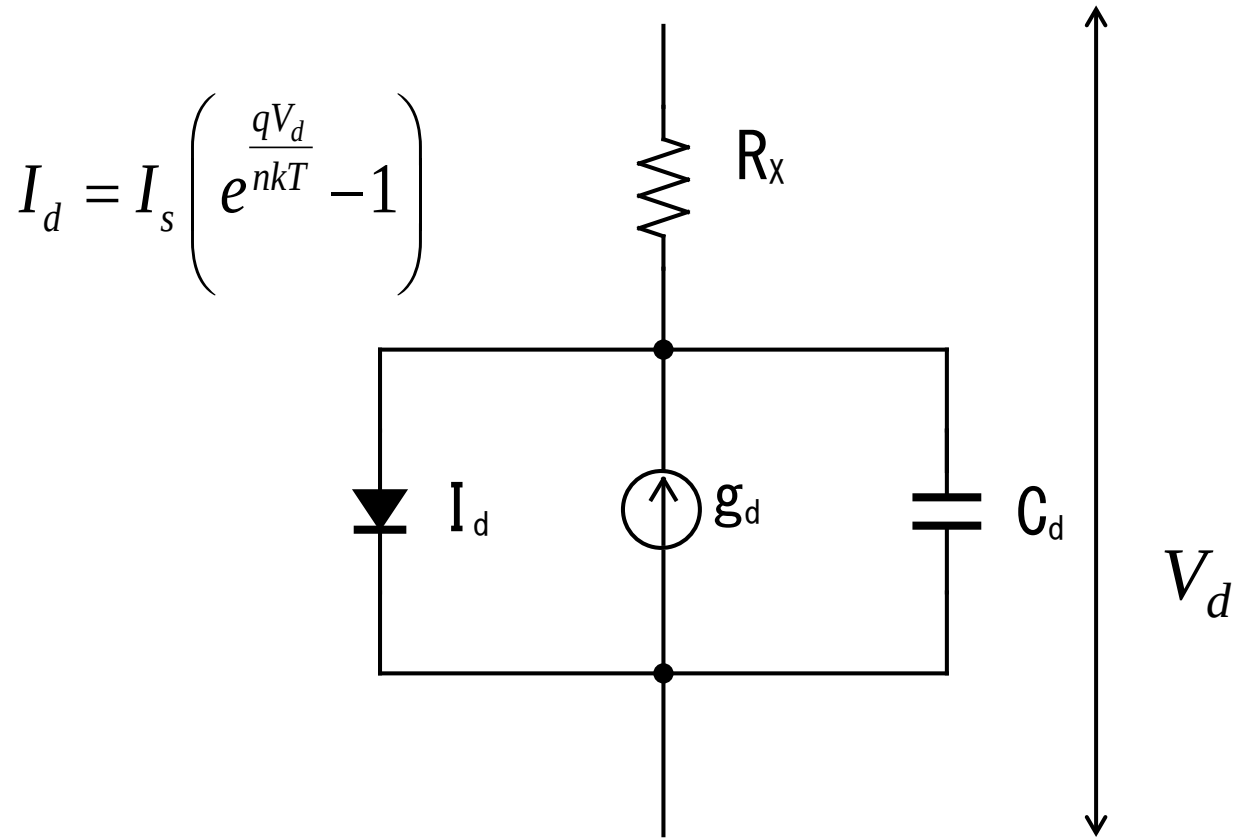
客員教授 青木 均

2015/6/25(14:20~15:50)

はじめに

簡単なSPICE用 デバイスコンパクトモデル

基本的なダイオードモデル



$$\begin{bmatrix} g_d & -g_d \\ -g_d & g_d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_d + \\ V_d - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_d \\ +I_d \end{bmatrix}$$

MOSFETの物性とモデル化の 基礎

MOSFETの物性とモデル化の基礎

- EDA関連技術研究, 海外と日本の違い
- 主なトランジスタモデルの種類
- SPICE用モデルの種類
- 半経験的なCompact Modelの要素
- モデル式の導出
- MOSFETのCompact Model
- BSIMモデルシリーズ
- バルクMOSFET用BSIMモデル
- 完全なMOSFETモデルの導出 (SPICEでは不可能)
- SPICEのコンパクトモデルの導出 (垂直電界からの導出)
- 等価回路のY-Matrix化
- 演習問題

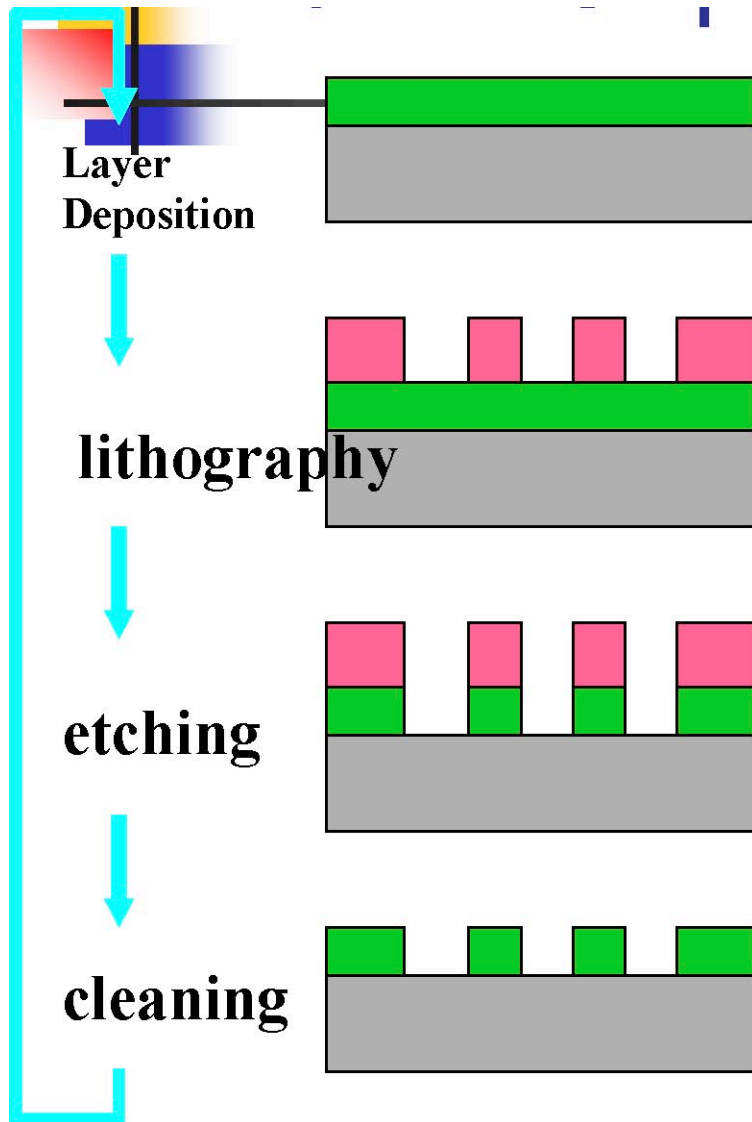
EDA関連技術研究, 海外と日本の違い

- シミュレーションツールの90%以上が欧米製品
- 総合LSI設計ツールでは, ほぼ100%が欧米製品
- 欧米ではシミュレーション技術, デバイスマデリング技術の研究がモチベートされている
 - 大学—UCB, Stanford, MIT. . .
 - 企業—Motorola, NXP, Xerox, TI, ST-Semicon...
- 日本では, LSI回路設計研究がモチベートされている
 - STARC-広島大学がMOSFETモデルHiSIM-HV, HiSIM2の研究実施

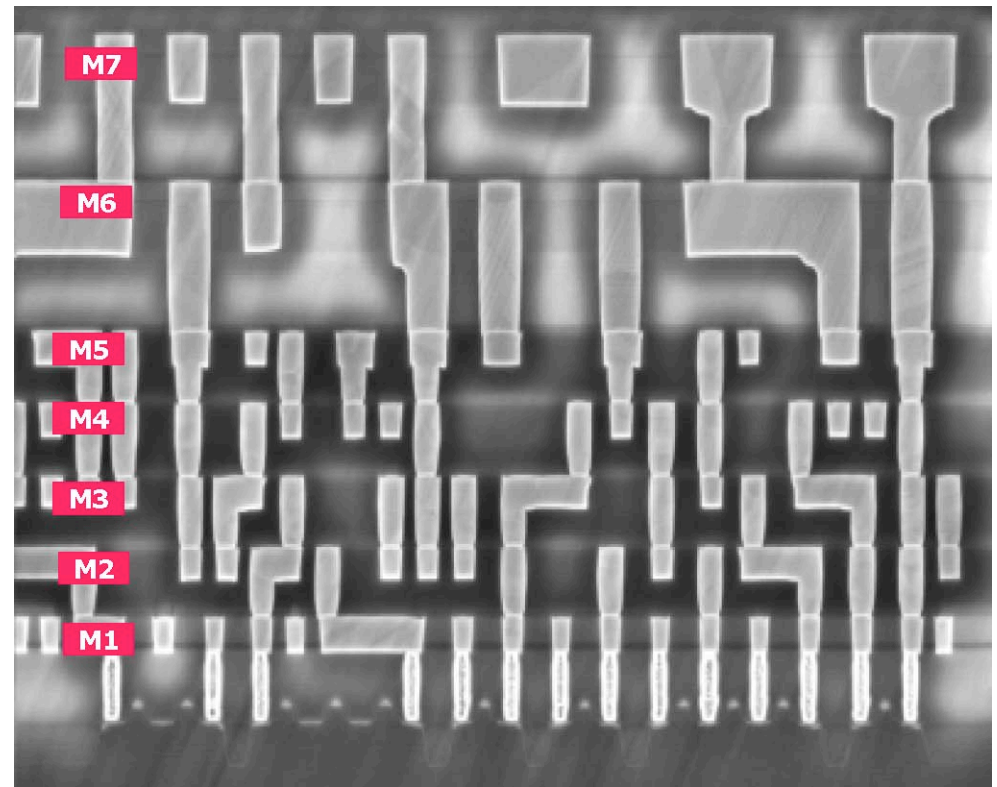
シミュレーション・ソフトウェア・ツール

- LSIプロセス設計（プロセスシミュレータ）
 - 化学的な行程
- デバイス設計（デバイスシミュレータ）
 - 物理的な行程
- 回路設計（回路シミュレータ）
 - 電氣的な行程–SPICE互換
- システム設計（システムシミュレータ）
 - アプリケーションベース（MatLab等で可能）

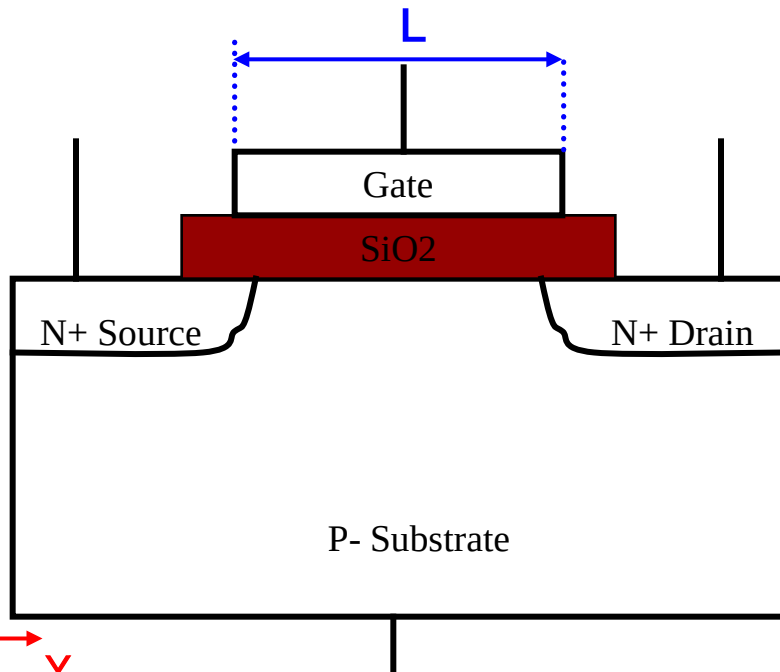
LSIプロセス設計



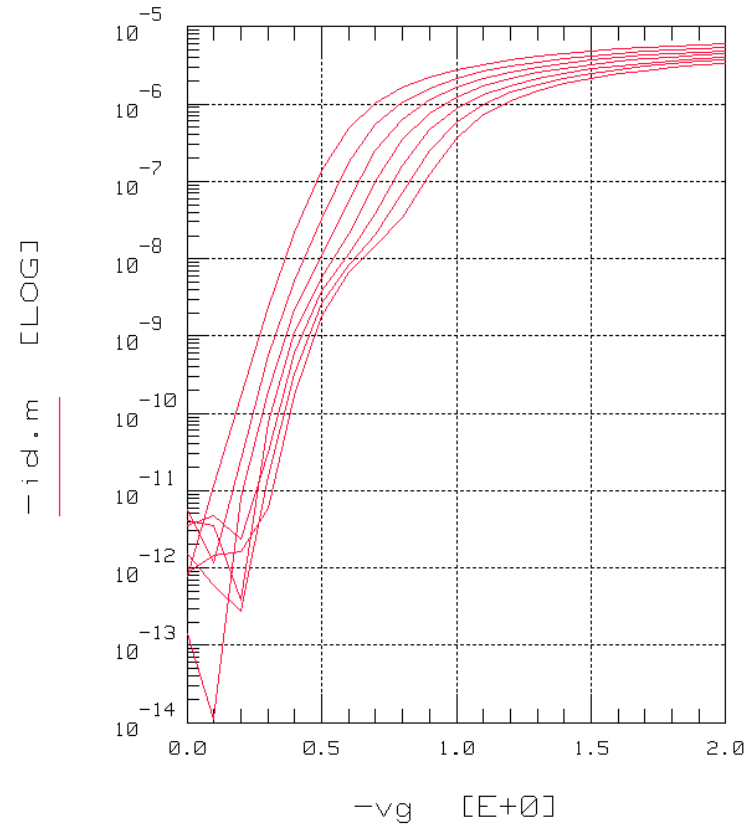
ロジックLSIのSEM写真



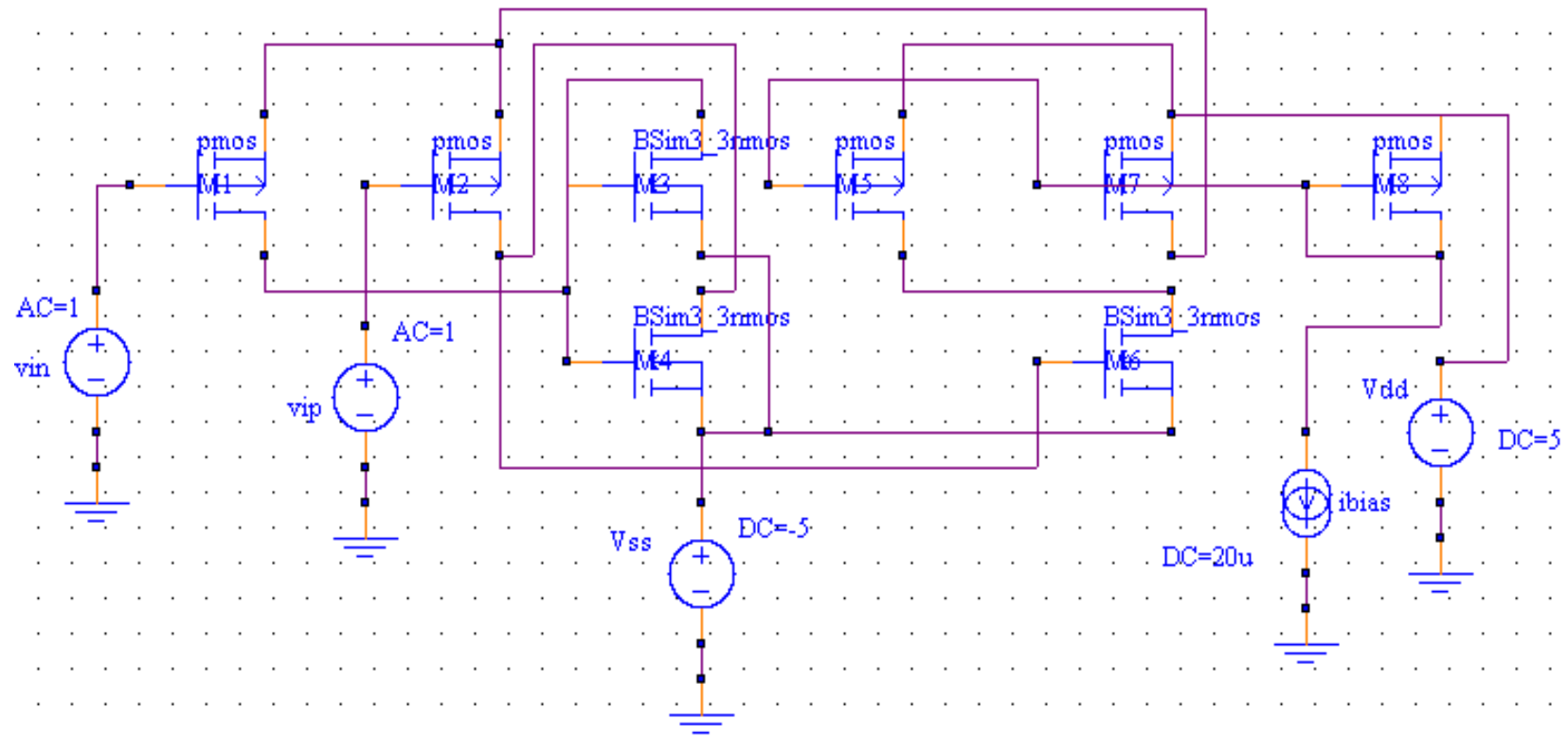
MOSFETデバイス設計



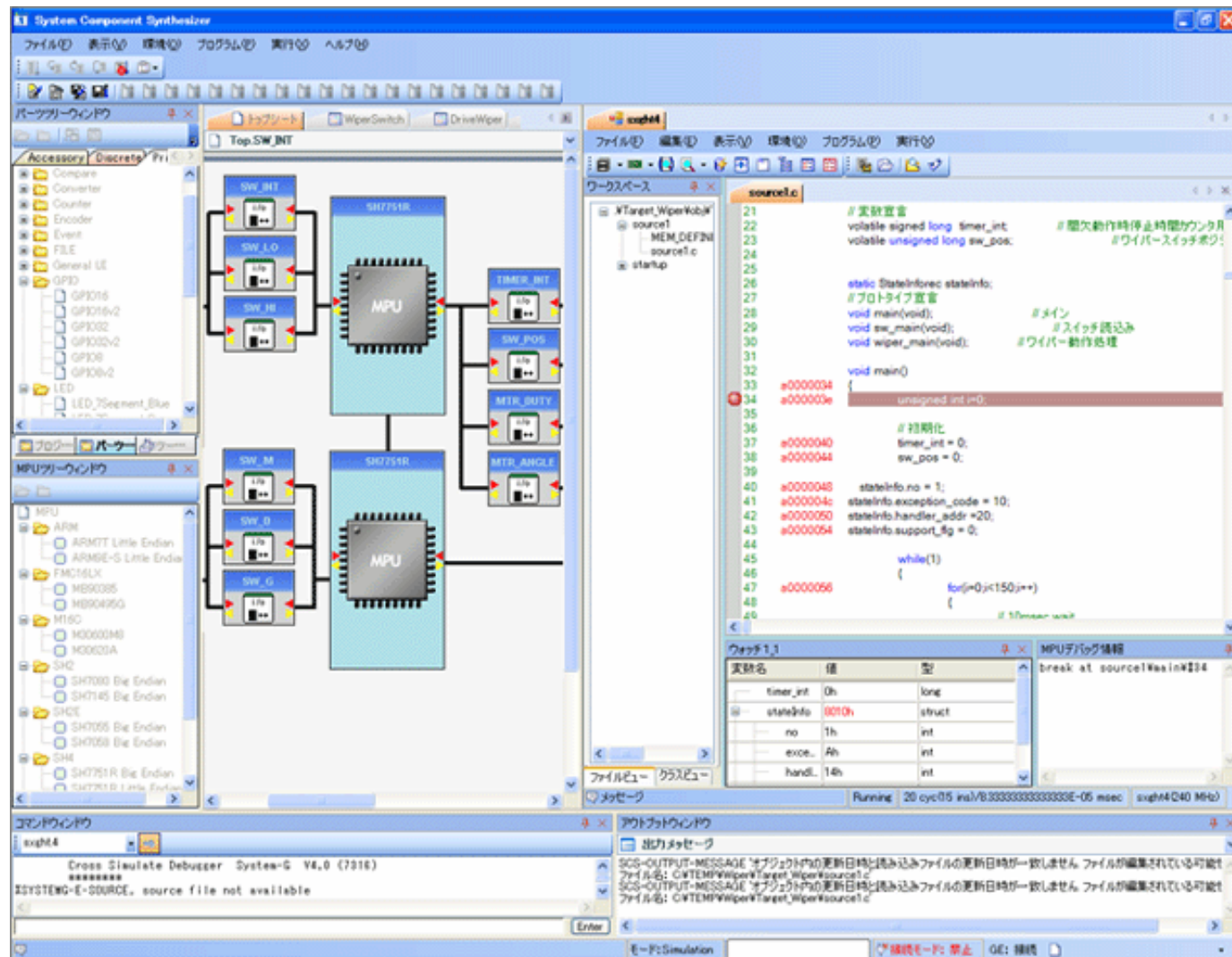
$$I_D = - \iint J_n dx \bullet dz$$



LSI回路設計



システム設計

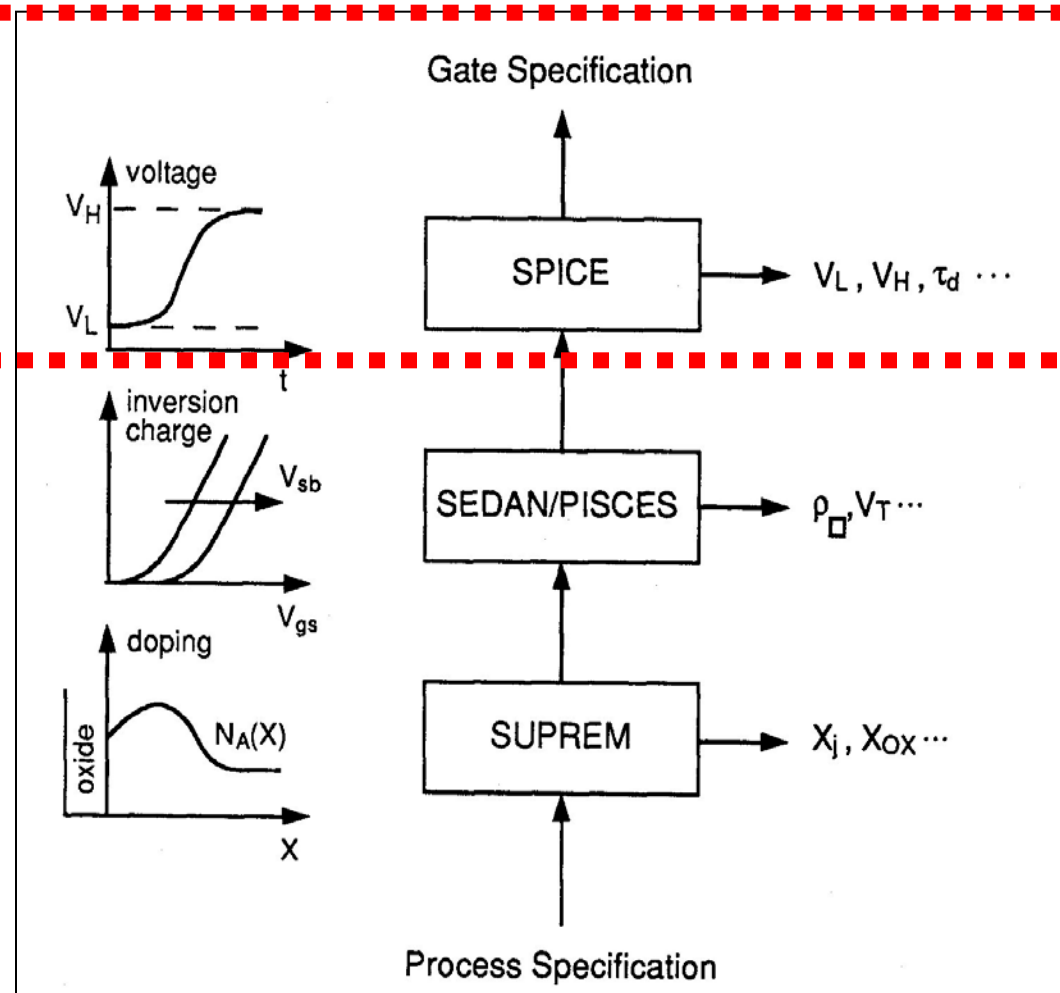


半導体デザインのT-CADツール

回路

デバイス

プロセス



主なトランジスタモデルの種類

デバイスの種類		一般的なモデル	最新のモデル(β を含む)
ユニポーラ デバイス	JFET	UCBモデルの改良型	
	Bulk MOSFET	BSIM3 , EKV2.0, SP2000	PSP－表面電位型
		BSIM4 , EKV3.0	HiSIM2－表面電位型
		RFマクロモデル	BSIM6－電荷ベース
	UTB MOSFET		BSIM-IMG
	Fin-FET, DG-MOSFET		BSIM-CMG
	SOI MOSFET	BSIMSOI3, 4	HiSIM-SOI, BSIMSOI, Florida-SOI, PSP-SOI
	DMOS, LDMOS HVMOS, IGBT, SiC JFET	HiSIM-HV , カスタムマクロモデル	HiSIM-IGBT, A-IGBT , A-LDMOS , A-SiC-JFET , A-Self-heat
	TFT	RPI-TFT (p-Si)	UOTFT (有機TFT用)
		HP-ATFT (a-Si) , RPI-aTFT	AA-TFT (a-Si)
バイポーラ デバイス	GaAs MESFET, HEMT	Curtice	
		Statz, Root	
		Parker, Tajima	
		その他多く存在	
	InP, GaAs HBT	UCSD, Agilent HBT	MEXTRAM
	BJT/SiGeBJT	HiCUM2.1	A-Scalable BJT
		MEXTRAM504	MEXTRAM , HiCUM
		Spice-Gummel-Poon	Kull's Enhanced G-P

赤字: 日本で多く使用 青文字: 青木が開発

SPICE用モデルの種類

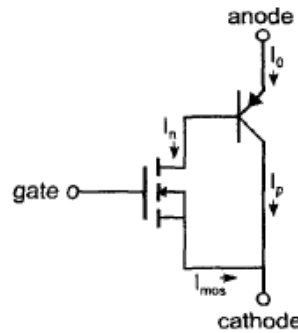
(IGBTの例)

• CAD(Function) Model

E_i	$E_0 = b_0 V_D V_{th} - a_0 b_0 V_s V_{th} - \frac{1}{2} a_0 b_0 (V_s - V_D)^2$ $E_1 = a_0 b_0 V_s - b_0 V_D + b_1 V_D V_{th} - (a_1 b_0 + a_0 b_1) V_s V_{th} - \frac{1}{2} (a_1 b_0 + a_0 b_1) (V_s - V_D)^2$ $E_2 = (a_1 b_0 + a_0 b_1) V_s - b_1 V_D + b_2 V_D V_{th} - (a_2 b_0 + a_0 b_2 + a_1 b_1) V_s V_{th}$ $- \frac{1}{2} (a_2 b_0 + a_0 b_2 + a_1 b_1) (V_s - V_D)^2$ $E_3 = (a_2 b_0 + a_0 b_2 + a_1 b_1) V_s - b_2 V_D - (a_2 b_1 + a_1 b_2) V_s V_{th} - \frac{1}{2} (a_2 b_1 + a_1 b_2) (V_s - V_D)^2$ $E_4 = (a_2 b_1 + a_1 b_2) V_s - a_2 b_2 V_s V_{th} - \frac{1}{2} a_2 b_2 (V_s - V_D)^2$ $E_5 = a_2 b_2 V_s$
R_i	$R_0 = E_0 + E_1 v_{ge} + E_2 v_{ge}^2 + E_3 v_{ge}^3 + E_4 v_{ge}^4 + E_5 v_{ge}^5$ $R_1 = E_1 + 2E_2 v_{ge} + 3E_3 v_{ge}^2 + 4E_4 v_{ge}^3 + 5E_5 v_{ge}^4$ $R_2 = 2E_2 + 6E_3 v_{ge} + 12E_4 v_{ge}^2 + 20E_5 v_{ge}^3$ $R_3 = 6E_3 + 24E_4 v_{ge} + 60E_5 v_{ge}^2$ $R_4 = 24E_4 + 120E_5 v_{ge}$ $R_5 = 120E_5$
P_i^*	$P_0 = E_0 t_2 + \frac{1}{2s} E_1 (v_{ge1}^2 - v_{ge2}^2) + \frac{1}{3s} E_2 (v_{ge1}^3 - v_{ge2}^3) + \frac{1}{4s} E_3 (v_{ge1}^4 - v_{ge2}^4)$ $+ \frac{1}{5s} E_4 (v_{ge1}^5 - v_{ge2}^5) + \frac{1}{6s} E_5 (v_{ge1}^6 - v_{ge2}^6)$ $P_1 = sE_1 t_2 + E_2 (v_{ge1}^2 - v_{ge2}^2) + E_3 (v_{ge1}^3 - v_{ge2}^3) + E_4 (v_{ge1}^4 - v_{ge2}^4) + E_5 (v_{ge1}^5 - v_{ge2}^5)$ $P_2 = 2s^2 E_2 t_2 + 3sE_3 (v_{ge1}^2 - v_{ge2}^2) + 4sE_4 (v_{ge1}^3 - v_{ge2}^3) + 5sE_5 (v_{ge1}^4 - v_{ge2}^4)$ $P_3 = 6s^3 E_3 t_2 + 12s^2 E_4 (v_{ge1}^2 - v_{ge2}^2) + 20s^2 E_5 (v_{ge1}^3 - v_{ge2}^3)$ $P_4 = 24s^4 E_4 t_2 + 60s^3 E_5 (v_{ge1}^2 - v_{ge2}^2)$ $P_5 = 120s^5 E_5 t_2$
N_i	$N_1 = \frac{1}{2} k (b_0 + b_1 V_0 + b_2 V_0^2) (V_0 - V_{th})^2 (V_s + V_f) t_1$ $N_2 = \left(V_f t_1 + \frac{V_s - V_f}{t_1} \right) \left(\frac{dV_{se}}{dt} - \frac{V_s - V_f}{t_1} \right)$ $N_3 = V_f t_1 + V_s t_2 + \frac{1}{2} \frac{V_s - V_f}{t_1} (t_{12}^2 - t_{11}^2)$ $N_4 = -\frac{1}{2} V_f (t_{12}^2 - t_{11}^2) - \frac{1}{2} V_s (t_{22}^2 - t_{21}^2) - \frac{1}{3} \frac{V_s - V_f}{t_1} (t_{12}^3 - t_{11}^3)$

• Macro Model

- SPICEのエLEMENTのみで作成
- サブサーキット

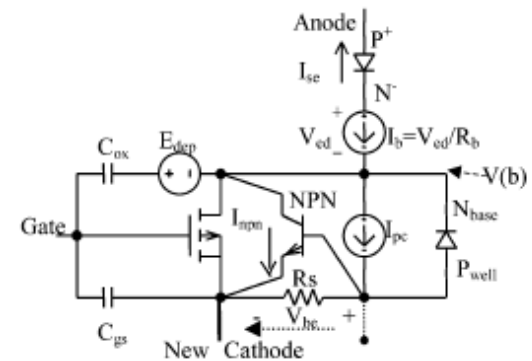


• Table-lookup Model (表参照型)

- シミュレーションするすべてのドメイン、範囲についての測定を行う。
- データベース化
- 測定データ間に値は、多項式で内挿する

• Compact Model

- 物理的なモデル
- 経験的なモデル
- 半経験的なモデル



$$Q_{b0} = \frac{2Q_{bd} - \frac{\eta^2}{2\alpha^2 T_d}}{F_3 - \eta + \sqrt{F_3^2 - 2\eta F_3 + 3T_d I_{se} \frac{Q_{bd}}{[qA\eta L \tanh(\frac{WL}{2L})]^2}}}$$

where

$$\eta = 2\alpha T_d \gamma \sqrt{I_{ne}}$$

$$\alpha^2 = \frac{I_{se}}{[qA\eta L \tanh(\frac{WL}{2L})]^2}$$

$$F_3 = 1 + \frac{T_d}{\tau_b}$$

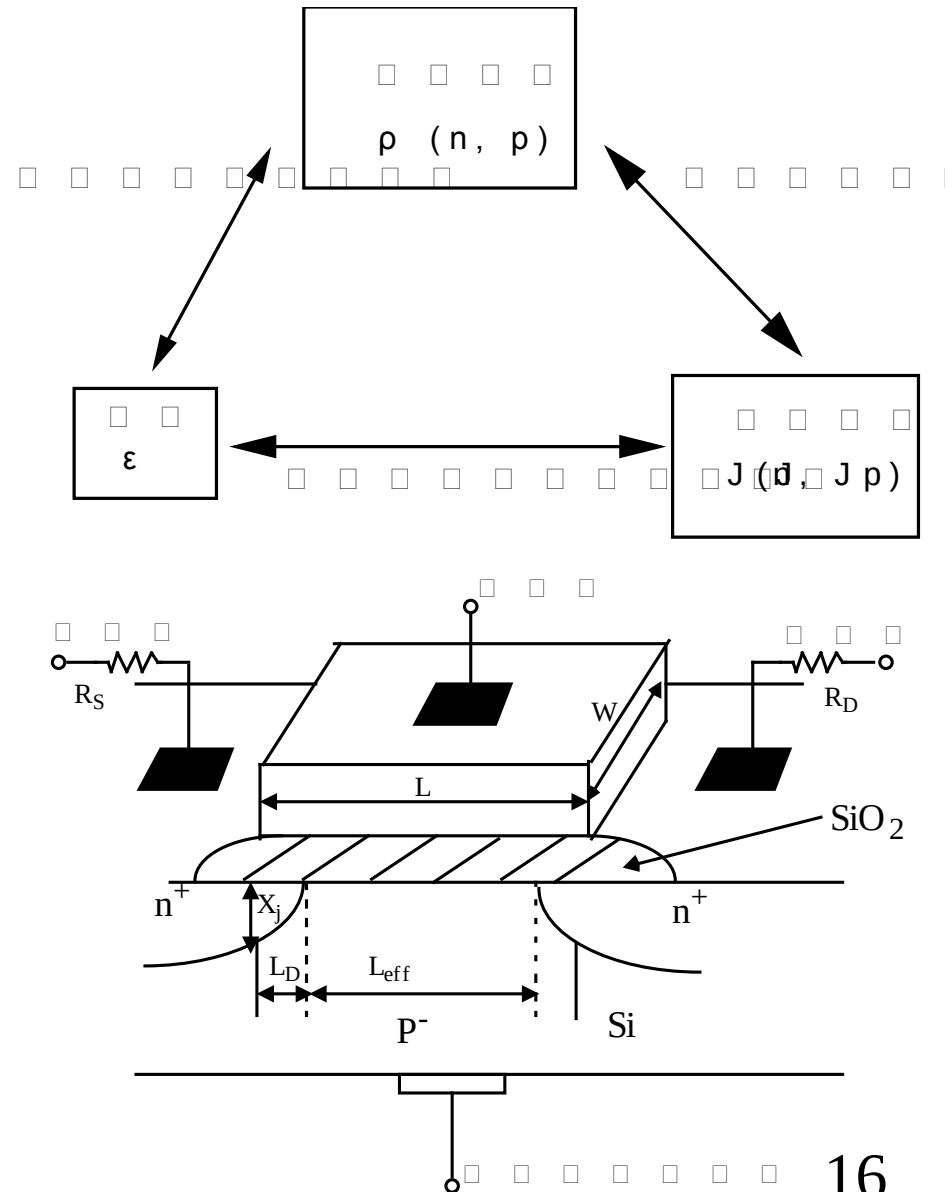
$$Q_{bd} = Q_b + T_d I_{ne}$$

半経験的なCompact Modelの要素

- **物理式に基づいた方程式**
 - 指数項、対数項が少ない
 - 微分方程式は境界条件を与える必要あり
 - 不連続点が出にくい
 - 多項式近似やテーラー展開などの関数により収束性を上げる
- **等価回路のY-Matrix**
 - どのデバイス・ノードを基準に作成するか
 - 対称型の方が収束有利

モデル式の導出

- デバイス構造、物性などから物理式を導出
- 多くのプロセスデバイスの測定データを元に、二次効果などを加える(不確定項はモデル・パラメータとする)
- シミュレーション確度にあまり影響しない、方程式の項を定数化
- 関数を簡略化
(Polynomial近似、テーラー展開など)
- モデルパラメータを、測定データから抽出・最適化してシミュレーション結果を測定と比較



MOSFETのCompact Model

- しきい値に基づいた電荷モデル(ソース基準)
 - MOSFET Level 1, 2, 3モデル
 - BSIM1, 3, 4モデル



- 電荷基準モデル(バルク基準)
 - EKVモデル
 - BSIM6モデル

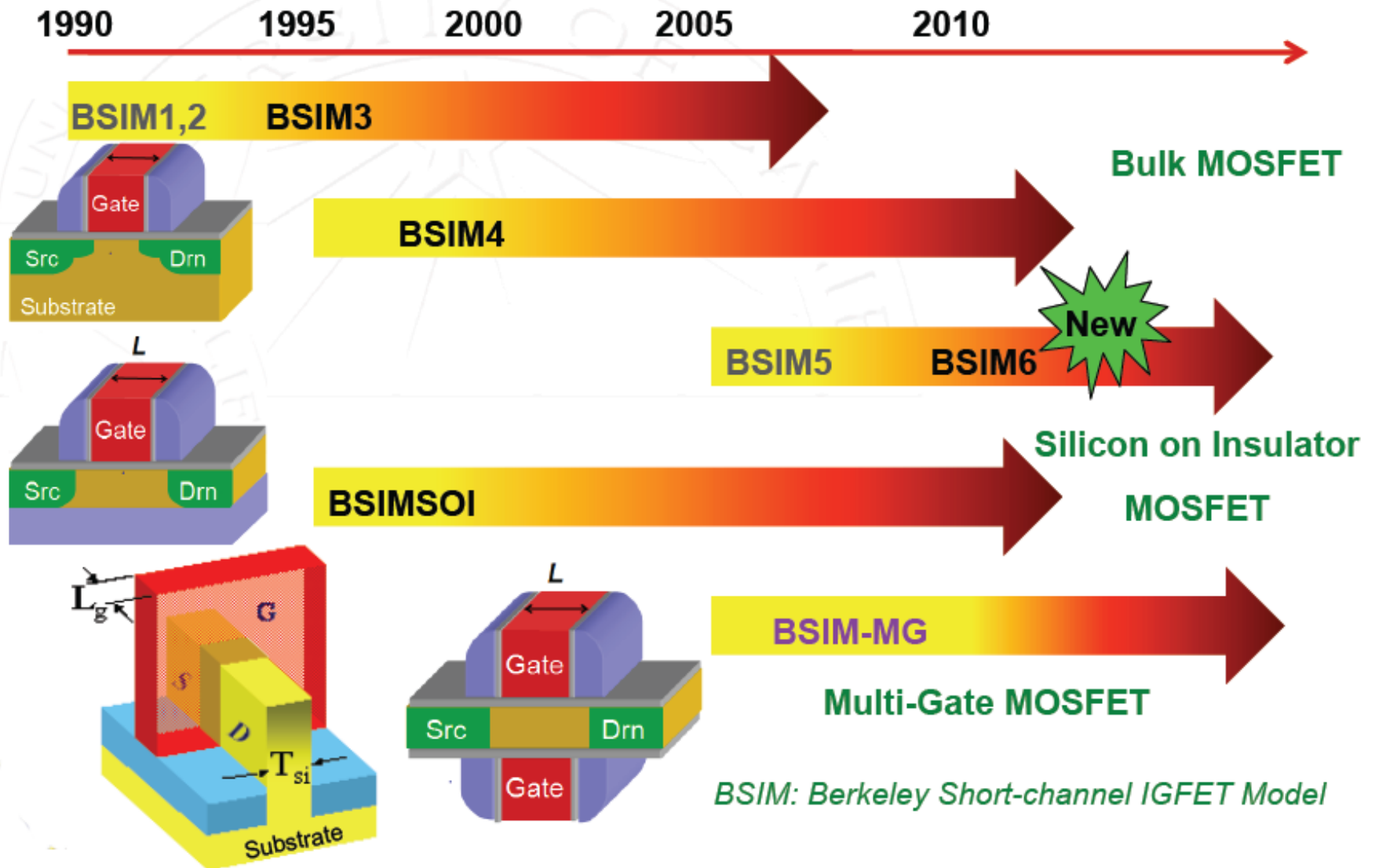


- 表面電位モデル(バルク基準)
 - HiSIM2モデル
 - PSPモデル



- 電流特性と対比して解析しやすい
 - 収束が早い
 - VDS=0において逆・順方向で非対称であり, 不連続点が発生しやすい
-
- DC, ACにおいて対称であり, 不連続点が発生しにくい
 - 物理的モデルの度合いが高い
 - しきい値パラメータが存在しないため, 電流特性が直感的にわからない
 - 収束性能が理論的にはしきい値基準モデルと同等
-
- DCにおいて対称であり, 不連続点が発生しにくい
 - 物理的モデルの度合いが高い
 - しきい値パラメータが存在しないため, 電流特性が直感的にわからない
 - 回路, ドメインによっては収束に問題あり

BSIMモデルシリーズ



BSIM: Berkeley Short-channel IGFET Model

バルクMOSFET用BSIMモデル

ソース基準

- BSIM1
 - サブミクロン用解析モデル($L > 0.8\mu\text{m}$ を保証)
- BSIM2
 - ディープサブミクロンCADモデル(非線形近似)($L > 0.2\mu\text{m}$ を保証)
- BSIM3(Hewlett-Packard社協力)
 - しきい値電圧ベースのディープサブミクロン物理モデル($L > 0.1\mu\text{m}$ を保証)
 - 最初のCMC標準モデル
- BSIM4
 - 微細加工のMOSに対応のためサポートする物性を拡張した, しきい値電圧ベースのMOSモデル
 - RF-MOSFETをサポートのため小信号AC等価回路を拡張

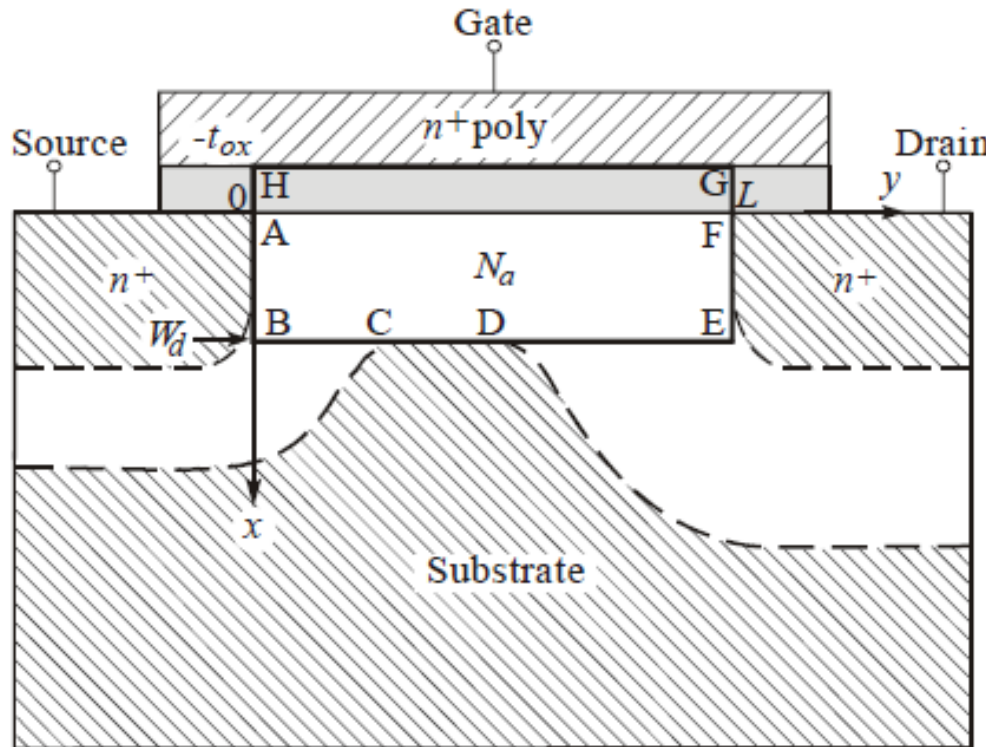
バルク基準

- BSIM6
 - チャージ(電荷)ベースの対象型MOSFETモデル
 - 電荷を中心にモデル式を導出
 - BSIM4の物性とモデルパラメータをサポート
 - CMC標準モデル
 - Verilog-Aコード供給

完全なMOSFETモデル

SPICEでは不可能なアプローチ

シリコンと酸化膜2D Poisson方程式の算出



- Si-SiO_x インターフェースにおいて境界条件を取り除くには、酸化膜領域を等価なシリコン領域で置き換える。つまり、

$$\left(\frac{\epsilon_{\text{Si}}}{\epsilon_{\text{ox}}}\right)t_{\text{ox}} \approx 3t_{\text{ox}}$$

- Nguyen and Plummer, IEDM 1981 [7].
- Sub-threshold領域において

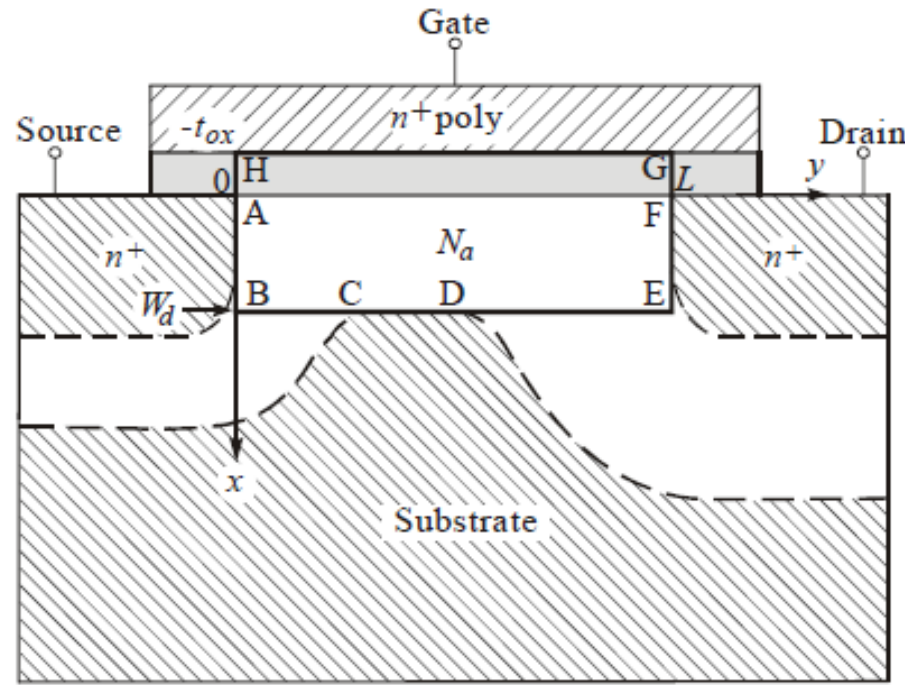
In AFGH (oxide), $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$

In ABEF (silicon), $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{qN_a}{\epsilon_{\text{si}}}$

- 境界条件:

$\psi(-3t_{\text{ox}}, y) = V_g - V_{fb}$ **Top: GH,**
 $\psi(x, 0) = \psi_{bi}$ **Left: AB,**
 $\psi(x, L) = \psi_{bi} + V_{ds}$ **Right: EF,**
 $\psi(W_d, y) = 0$ **Bottom: CD.**

2D境界値問題へのアプローチ(1)



$$\psi(x, y) = v(x, y) + u_L(x, y) + u_R(x, y) + u_B(x, y)$$

- $v(x, y)$ は N_a による均一でない式を扱い, Topの境界条件を満足するための項
- 固有値 u はラプラス方程式によるソース, ドレインに印加される電位に寄与する量
- u_L, u_R, u_B は $\psi(x, y)$ が他の境界条件を満足するために用いる均一な式
- Top, Bottom, Rightで: $u_L=0$. Top, Bottom, Leftで: $u_R=0$. Top, Left, Rightで: $u_B=0$.

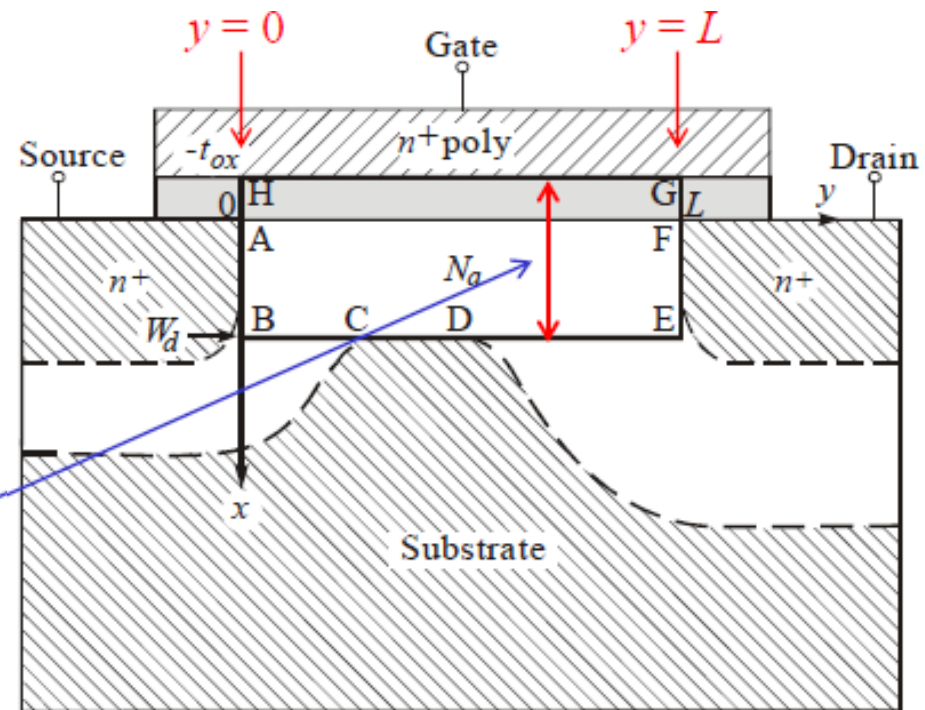
2D境界値問題へのアプローチ(2)

- 境界条件を満足するためには

$$u_L(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{\sinh\left(\frac{n\pi(L-y)}{W_d + 3t_{ox}}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi L}{W_d + 3t_{ox}}\right)} \sin\left(\frac{n\pi(x + 3t_{ox})}{W_d + 3t_{ox}}\right)$$

$$u_R(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{\sinh\left(\frac{n\pi y}{W_d + 3t_{ox}}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi L}{W_d + 3t_{ox}}\right)} \sin\left(\frac{n\pi(x + 3t_{ox})}{W_d + 3t_{ox}}\right)$$

$$u_B(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \frac{\sinh\left(\frac{n\pi(x + 3t_{ox})}{L}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi(W_d + 3t_{ox})}{L}\right)} \sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right)$$



- ここで

$$u = \sin(kx) \text{ の時 } \frac{d^2 u}{dx^2} = -k^2 u$$

$$u = \sinh(ky) \text{ の時 } \frac{d^2 u}{dy^2} = k^2 u$$

電位 ψ の2D近似解法

- u_B と高次項 u_L, u_R の消去

$$\psi(x, y) = \psi_s \left(1 - \frac{x}{W_d}\right)^2 + \frac{b_1 \sinh\left(\frac{\pi(L-y)}{W_d + 3t_{ox}}\right) + c_1 \sinh\left(\frac{\pi y}{W_d + 3t_{ox}}\right)}{\sinh\left(\frac{\pi L}{W_d + 3t_{ox}}\right)} \sin\left(\frac{\pi(x + 3t_{ox})}{W_d + 3t_{ox}}\right)$$

Long channel

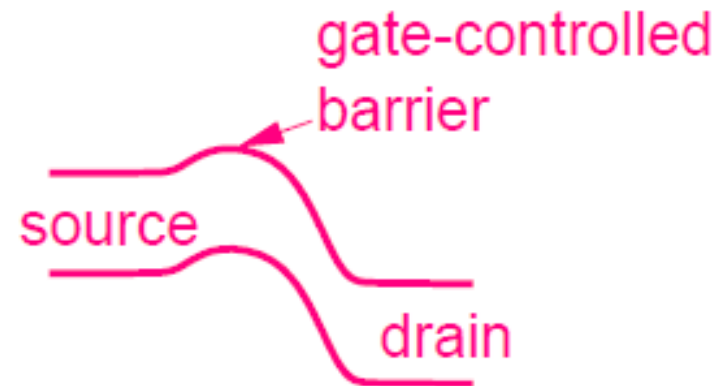
$x=0$ の時, $\sinh z \approx \frac{e^z}{2}$, $u + v \geq 2(uv)^{1/2}$. 表面電位は $y=y_c$ で最小

$$\psi(0, y_c) = \psi_s + 2\sqrt{b_1 c_1} e^{-\frac{\pi L/2}{W_d + 3t_{ox}}} \sin\left(\frac{\pi(3t_{ox})}{W_d + 3t_{ox}}\right)$$

SCE $\sim \exp(-L/l_{0g})$,

Scale length: $l_{0g} = \frac{2}{\pi} \left(W_{dm} + \frac{\epsilon_{si}}{\epsilon_{ox}} t_{ox} \right)$

$L_{\min} \approx 3l_{0g}$ (Note: $b_1 \sim \psi_{bi}$, $c_1 \sim \psi_{bi} + V_{ds}$)



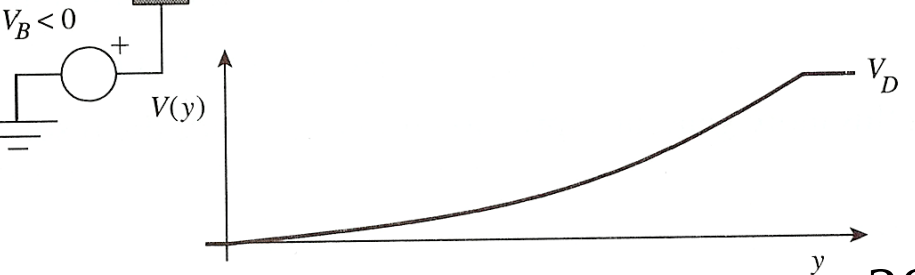
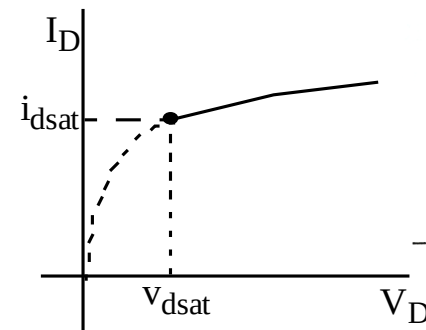
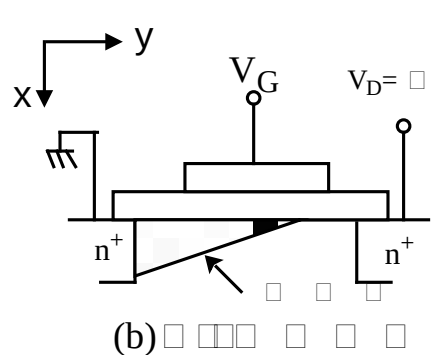
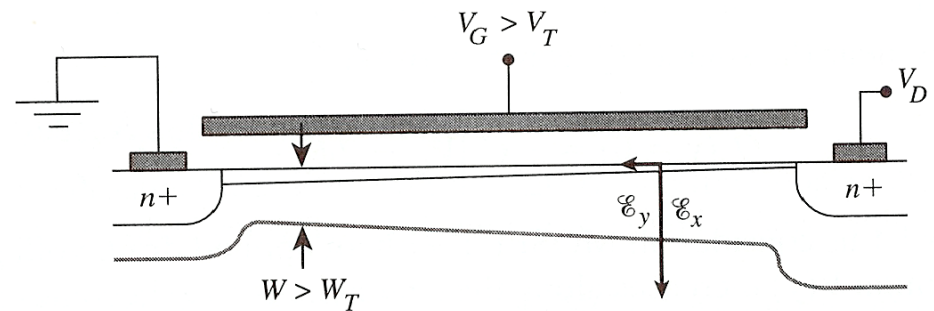
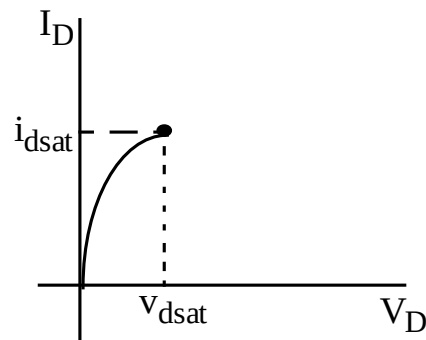
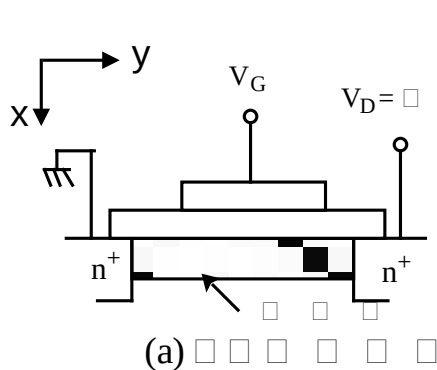
SPICEのコンパクトモデル導出

垂直電界からの導出

MOSFETの基本物理モデル

NチャネルMOSFETのチャネルピンチオフ状態での断面図

- 長チャネル ($L_{mask} > 10\mu\text{m}$)
- 電流密度方程式による解法



UCB MOSFET レベル2 モデルの例

- 基板バイアス効果、短チャネル・狭チャネル効果、ドレインからゲートへの静電帰還効果のしきい値電圧への影響
- キャリアのドリフト速度飽和と、有限の電圧依存出力コンダクタンスによる飽和特性
- 表面電界依存の移動度
- 弱反転状態での導電特性

UCB MOSFET レベル2

ドレイン電流式

ドレイン・ソース間の電流は、

$$I_{DS} = -\frac{Z\bar{\mu}_n}{L} \int_0^{V_D} Q_n(y) dy$$

ここで $Q_n(y)$ は、チャネルに沿った方向の反転層における電荷であった。
 $Q_n(y)$ に、表面空乏層における電荷 $Q_{sc}(y)$ を考慮して表すと、

$$Q_n(y) = -C_{ox}(V_G - V_T - \phi) - Q_{sc}(y)$$

$$Q_{sc}(y) = -q \cdot N_a \cdot W_{\max} = -\sqrt{2\epsilon_s \cdot q \cdot N_a} \left[V(y) + 2\phi_B \right]$$


$$I_{DS} = \frac{W}{L} \cdot \mu_n \cdot C_{ox} \left\{ \left[V_G - V_T - \frac{V_D}{2} \right] V_D - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{2 \cdot \epsilon_s \cdot q \cdot N_a}}{C_{ox}} \left[(V_D + 2\phi_B)^{\frac{3}{2}} - (2\phi_B)^{\frac{3}{2}} \right] \right\}$$

しきい値電圧

しきい値電圧 V_T はチャネル幅の変化によって空乏電荷が変化することから，式(2.15)のようになる．

$$V_T = V_{FB} + 2\phi_B + \delta \frac{\pi \cdot \epsilon_{si}}{4 \cdot C_{ox} \cdot W} (2\phi_B - V_{BS}) + \gamma \sqrt{2\phi_B - V_{BS}} \quad (2.15)$$

またさらに，式(2.15)中の γ はドレインからゲートへの静電帰還によって，以下のように置き換えられる．

$$\gamma = \gamma' (1 - \alpha_S - \alpha_D) \quad (2.16)$$

ここで， α_S, α_D はそれぞれソース，ドレインでの空乏電荷用補正係数である．これらは，

$$\alpha_S = \frac{1}{2} \frac{X_J}{L} \left[\sqrt{1 + 2 \frac{W_{SS}}{X_J}} - 1 \right] \quad (2.17)$$

$$\alpha_D = \frac{1}{2} \frac{X_J}{L} \left[\sqrt{1 + 2 \frac{W_{SD}}{X_J}} - 1 \right] \quad (2.18)$$

となっている．ここで X_J は接合の深さ，空乏層幅 W_{SS}, W_{SD} はそれぞれ，

$$W_{SS} = X_d \sqrt{2\phi_B - V_{BS}} \quad (2.19)$$

$$W_{SD} = X_d \sqrt{2\phi_B - V_{BS} + V_{DS}} \quad (2.20)$$

$$X_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_{si}}{q \cdot N_a}} \quad (2.21)$$

飽和領域でのドレイン電流

飽和領域では、 $X=L'$ のドレイン端での電荷は大体ゼロである。つまり、

$$Q_n(L') = (V_{GS} - V_{DSAT} - 2\phi_B - V_{FB})C_{ox} - \gamma \cdot C_{ox} \sqrt{V_{DSAT} - V_{BS} + 2\phi_B} \doteq 0 \quad (2.22)$$

これを V_{DSAT} について整理すると、

$$V_{DSAT} = V_{GS} - V_{FB} - 2\phi_B + \gamma^2 \left[1 - \sqrt{1 + \frac{2}{\gamma^2} (V_{GS} - V_{FB} - V_{BS})} \right] \quad (2.23)$$

この V_{DSAT} でのドレイン電流を式(2.14)から求めれば、 I_{DSAT} が求まる。

飽和領域での出力コンダクタンスは、チャネル長とチャネル幅の比によって左右される。チャネル長変調によって L は ΔL だけ短くなるので、

$$\frac{W}{L - \Delta L} = \frac{W}{L \cdot (1 - \lambda \cdot V_{DS})} \quad (2.24)$$

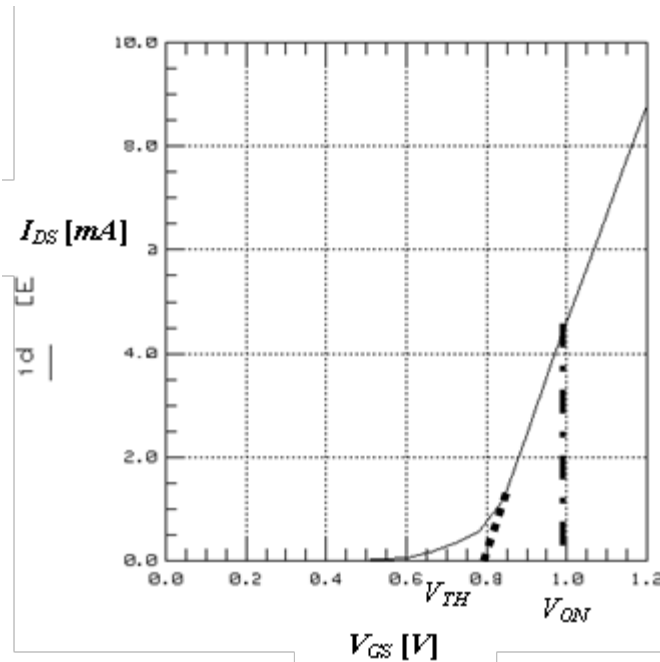
$$\lambda = \frac{\Delta L}{L \cdot V_{DS}} \quad (2.25)$$

飽和領域のドレイン電流は、

$$I_{DS} = I_{DSAT} \frac{1}{1 - \lambda V_{DS}} \quad (2.26)$$

弱反転領域でのドレイン電流

弱反転領域から強反転領域をスムーズにモデル化するため、もう 1 つのしきい値電圧として V_{ON} を定義する．これは図 2.3 に示すように、 V_{TH} より高い電流が流れる電圧にとり、電流の傾きが徐々に変化できるように指定される．



$$V_{ON} = V_T + \frac{nkT}{q} \quad (2.30)$$

ここで、

$$n = 1 + \frac{C_{FS}}{C_{ox}} + \frac{C_D}{C_{ox}} \quad (2.31)$$

$$C_{FS} = q \times N_{FS} \quad (2.32)$$

$$C_D = \frac{\partial Q_B}{\partial V_{BS}} \quad (2.33)$$

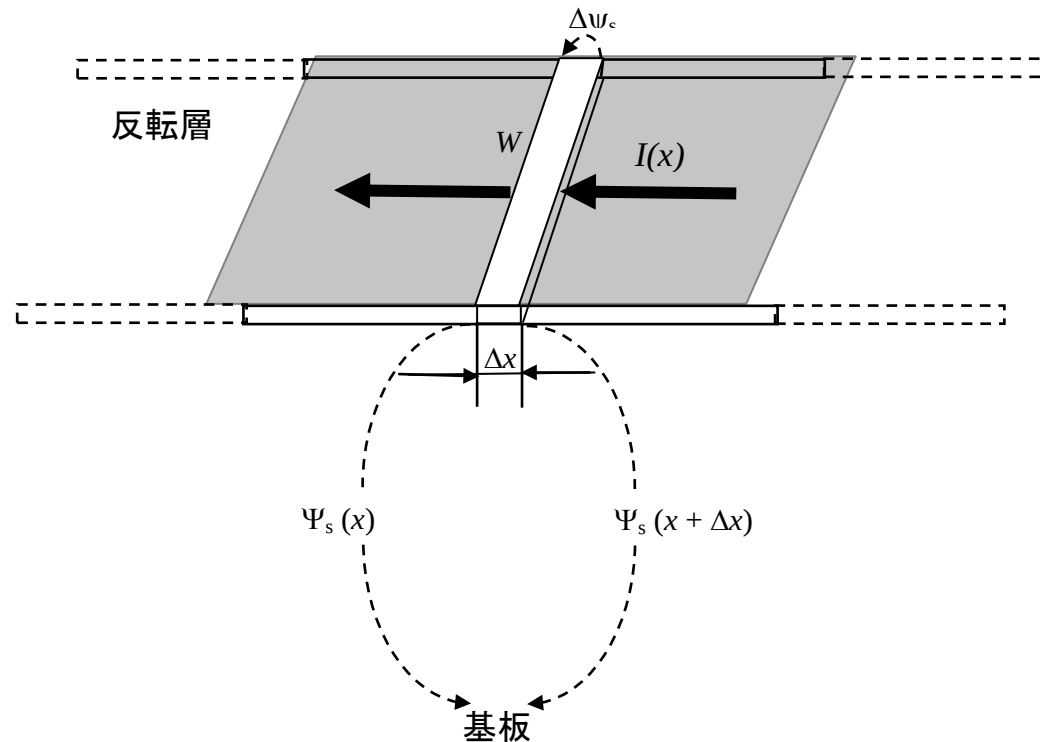
N_{FS} は物理的な意味はなく、フィッティング・パラメータである．弱反転領域での電流式は、 $V_{GS} < V_{ON}$ の条件下で、

$$I_{DS} = \mu_S \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \left\{ \left(V_{ON} - V_T - \frac{\eta V_{DS}}{2} \right) \cdot V_{DS} - \frac{2}{3} \gamma_S \left[(2\phi_B - V_{BS} + V_{DS})^{\frac{3}{2}} - (2\phi_B - V_{BS})^{\frac{3}{2}} \right] \right\} \times e^{\frac{q}{n k T} (V_{GS} - V_{ON})} \quad (2.34)$$

ナノスケールMOSFETモデルの物性

Pao&Sahのチャージシート近似モデル

“反転層は限りなく薄く,
チャネルの厚さによって電位は変化しない”



ドリフト電流と拡散電流(1)

$$I(x) = I_{drift}(x) + I_{diff}(x)$$

x と $x + \Delta x$ 間の電位差は,

$$\Delta\psi_s(x) = \psi_s(x + \Delta x) - \psi_s(x)$$

この表面電位差と, 表面移動度 (μ), 反転電荷 (Q'_I), チャネル幅 (W)を使って I_{drift} を表すと,

$$I_{drift}(x) = \mu(-Q'_I) \frac{W}{\Delta x} \Delta\psi_s(x) \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} I_{drift}(x) = \mu W (-Q'_I) \frac{d\psi_s}{dx}$$

$$I_{diff}(x) = \mu W \phi_t \frac{dQ'_I}{dx} \quad (\phi_t \text{は熱電圧})$$

$$I_{DS} = \mu W (-Q'_I) \frac{d\psi_s}{dx} + \mu W \phi_t \frac{dQ'_I}{dx}$$

ドリフト電流と拡散電流(2)

ここでチャネルのソース端 ($x = 0$)における表面電位を ψ_{s0} そこでの Q'_I を Q'_{I0} とおく. 同様にドレイン端($x = L$)における表面電位を ψ_{sL} そこでの Q'_I を Q'_{IL} とおく. I_{DS} を $x = 0$ から $x = L$ まで積分すると以下ようになる.

$$\int_0^L I_{DS} dx = W \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \mu (-Q'_I) d\psi_s + W \phi_t \int_{Q'_{I0}}^{Q'_{IL}} \mu dQ'_I$$

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \mu (-Q'_I) d\psi_s + \phi_t \int_{Q'_{I0}}^{Q'_{IL}} \mu dQ'_I \right]$$

$$I_{DS} = I_{DS1} + I_{DS2}$$

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q'_I) d\psi_s$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0})$$

キャリアの移動度がチャネル内のすべてにおいて一定とする

逐次チャネル近似

I_{DS1} と I_{DS2} を解析するために、 Q'_I を ψ_s の関数として求める必要がある。逐次チャネル近似 (Gradual Channel Approximation)を思い出して、UCB MOSFETレベル2の導出をBulk基準に応用すると

$$Q'_I = -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s + \frac{Q'_B}{C'_{ox}} \right)$$

C'_{ox} は酸化膜容量、 V_{GB} はゲート・基盤電圧、 V_{FB} はフラットバンド電圧、 Q'_B は基盤電荷で、

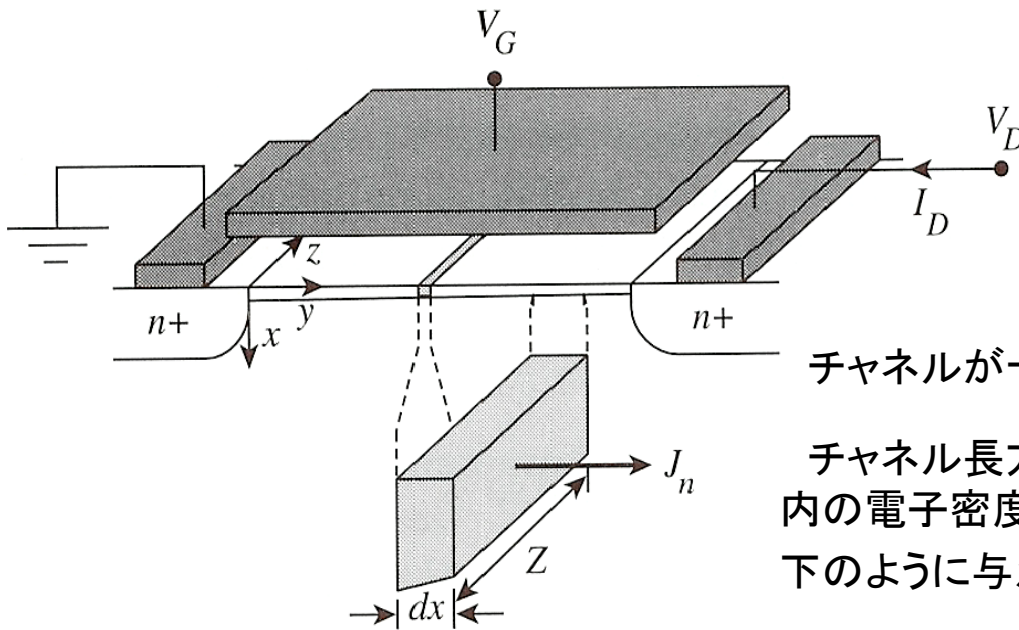
$$Q'_B = -q \cdot d_B \cdot N_A$$

ここで d_B は空乏層の厚み、 N_A はアクセプタの濃度を表す。

$$d_B = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}} \sqrt{\psi_s}$$

逐次チャネル近似

微小領域 dx の電流密度概念図



チャネルが十分に長い場合, $\xi_x \ll \xi_y$

チャネル長方向の微小部分 dx に着目してみる. チャネル内の電子密度を $n(x, y)$ とするとドリフトによる電流密度は以下のように与えられる.

$$J_n = q\mu_n n(x, y)\xi = -q\mu_n n(x, y)\frac{dV}{dy}$$

ドレイン電流を J_n についてチャネルの境界面積で積分すれば,

$$I_D = -\int_0^Z dz \int_0^W J_n dx$$

ドリフト電流と拡散電流(3)

前頁より

$$Q'_B = -\sqrt{2q\epsilon_s N_A} \sqrt{\psi_s}$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{C'_{ox}} \longrightarrow Q'_B = -\gamma C'_{ox} \sqrt{\psi_s}$$

前頁の Q'_I は $Q'_I = -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma \sqrt{\psi_s} \right)$

以上を代入すると,

ドレイン・ソースのドリフト電流は,

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB})(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{1}{2}(\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2) - \frac{2}{3}\gamma(\psi_{sL}^{3/2} - \psi_{s0}^{3/2}) \right]$$

ドレイン・ソースの拡散電流は,

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[\phi_t(\psi_{sL} - \psi_{s0}) + \phi_t \gamma (\psi_{sL}^{1/2} - \psi_{s0}^{1/2}) \right]$$

表面電位と電荷基準モデル

収束性を向上させコンパクトモデルとして実用的にするために、このチャージシートモデルを改良、様々な微細デバイスプロセスによる物理現象を取り入れてできたのが、表面電位 (Surface Potential) モデル

HiSIM2, PSP Modelなど

前頁の ψ_{s0} , ψ_{sL} はコンピュータを用いた繰り返し最適化によって求めるため収束問題の可能性有

ソース, ドレインにおける反転電荷に注目し, 面積密度関数として表していくのが電荷基準 (Charge Based) モデル

BSIM3/4/6 Modelなど

前頁の簡略化した表面電位から, しきい値電圧に置き換えている. 物理ベースの解析モデルなので近似的モデル式が多く存在する

今後普及される可能性の高いモデル



BSIM6

BSIM6の基礎物性(1)

- Gaussの法則

$$V_G - V_{FB} - \Psi_S = -\frac{Q_{si}}{C_{ox}} = -\frac{Q_i + Q_b}{C_{ox}}$$

- 長チャネルMOSFETにおけるPoisson方程式

$$\frac{Q_{si}}{\Gamma C_{ox} \sqrt{V_t}} = \mp \sqrt{e^{-\frac{\Psi_S}{V_t}} + \frac{\Psi_S}{V_t} - 1 + e^{-\frac{2\Phi_F + V_{ch}}{V_t}} \left(e^{\frac{\Psi_S}{V_t}} - \frac{\Psi_S}{V_t} - 1 \right)}$$

- 基板電荷密度

$$\frac{Q_b}{\Gamma C_{ox} \sqrt{V_t}} = \mp \sqrt{e^{-\frac{\Psi_S}{V_t}} + \frac{\Psi_S}{V_t} - 1}$$

- 上記を合わせると

$$V_G - V_{FB} - \Psi_S = -\frac{Q_i}{C_{ox}} \pm \Gamma \sqrt{V_t \left(e^{-\frac{\Psi_S}{V_t}} + \frac{\Psi_S}{V_t} - 1 \right)}$$

- 基板効果

$$\Gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \delta_{PD}}$$

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{2 \cdot q \cdot \epsilon_{si} \cdot N_{DEP}}}{C_{ox} \sqrt{n V_t}}$$

$$\delta_{PD} = \frac{N_{DEP}}{N_{GATE}}$$

BSIM6の基礎物性(2)

- $Q_i=0$ の時, ピンチオフ電位を $\psi_P=\psi_S$ とおくと

$$V_G - V_{FB} - \Psi_P = \text{sign}(\Psi_P) \Gamma \sqrt{V_t \left(e^{-\frac{\Psi_P}{V_t}} + \Psi_P - 1 \right)}$$

- V_t が小さく, $\psi_S > V_t$ のとき

$$-\frac{Q_i}{\Gamma C_{ox} \sqrt{V_t}} = \sqrt{\frac{\Psi_S}{V_t} + e^{\frac{\Psi_S - 2\Phi_F - V_{ch}}{V_t}}} - \sqrt{\frac{\Psi_S}{V_t}}$$

- 反転電荷の線形化すると

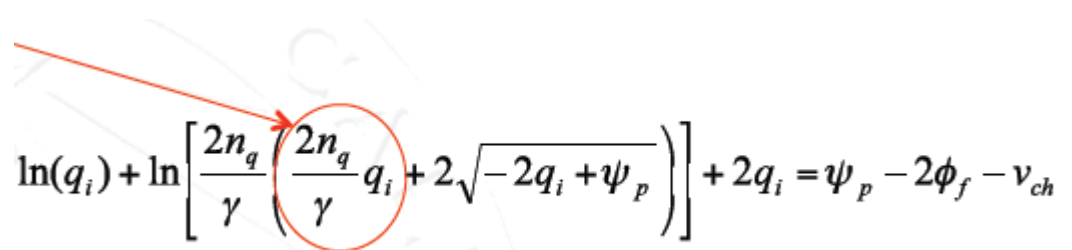
$$-\frac{Q_i}{C_{ox}} = n_q (\Psi_P - \Psi_S)$$

ここで n_q は傾き係数

BSIM6の基礎物性(3)

- 線形化と正規化を行うと

他のモデルでは無視している


$$\ln(q_i) + \ln \left[\frac{2n_q}{\gamma} \left(\frac{2n_q}{\gamma} q_i + 2\sqrt{-2q_i + \psi_p} \right) \right] + 2q_i = \psi_p - 2\phi_f - v_{ch}$$

- 他のモデルと違い，電荷式を解くときに近似を行っていない
- 電荷方程式を解析的に導出
- 反転電荷 q_i は解析的手法を用い解いている

BSIM6のドレイン電流式

- ドレイン電流

$$I_D = I_{drift} + I_{diff} = \mu W \left(-Q_i \frac{d\Psi_s}{dx} + V_T \frac{dQ_i}{dx} \right)$$

- 移動度モデル(対称性を保っている)

$$I_D = \frac{\mu_v}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu_v}{v_{sat}} \left| \frac{d\Psi_s}{dx} \right| \right)^2}} W \left(-Q_i \frac{d\Psi_s}{dx} + V_T \frac{dQ_i}{dx} \right)$$

- 電荷線形化と正規化による計算

$$-\frac{Q_i}{C_{ox}} = n_q (\Psi_P - \Psi_S), q = \frac{-Q_i}{2n_q C_{ox} V_T}, i_d = \frac{I_D}{2n_q \frac{W}{L} \mu_v C_{ox} V_t^2}, \lambda_c = \frac{2\mu_v V_t}{v_{sat} L}$$

$$i_d = \frac{(q_s^2 + q_s) - (q_d^2 + q_d)}{\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + [\lambda_c (q_s - q_d)]^2} \right)}$$

しきい値電圧の扱い

- チャージベースのため直接的なゼロ電圧での V_{TH} はパラメータとして存在しない
- 基板基準のモデル←EKVモデルの応用
- フラットバンド電圧, ドーピング濃度によって内部で算出される

BSIM4

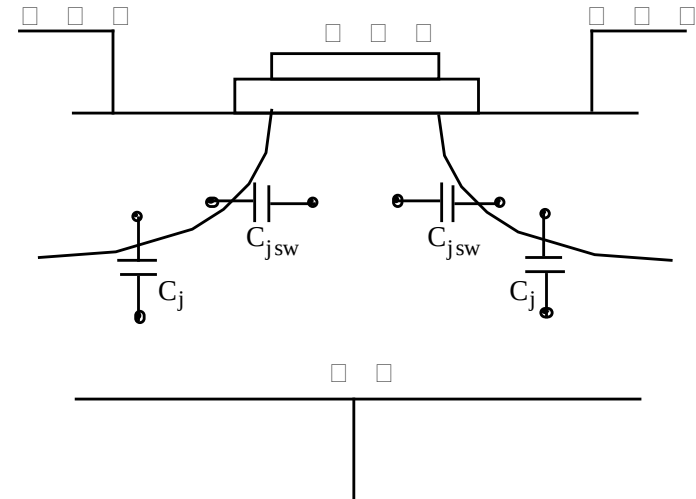
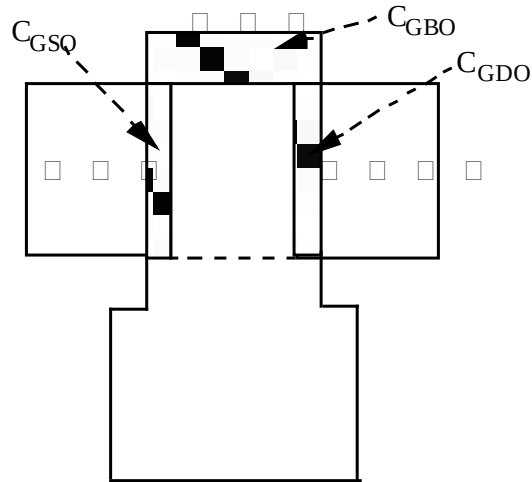
V_{TH0}
または
NDEP



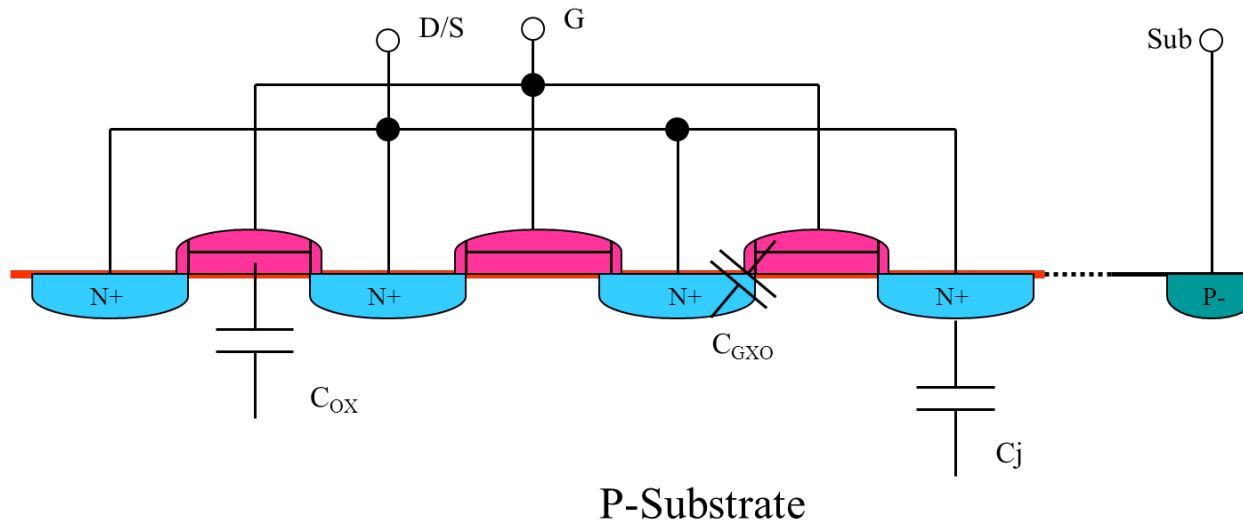
BSIM6

NDEP

MOSFETの容量モデル



実際の容量測定TEG



アクティブなゲート容量

チャネル電荷は電荷保存則より

$$Q_c = -(Q_G + Q_B) \quad \text{または} \quad Q_c = Q_S + Q_D \quad Q_B = -Q_G$$

として表せる. 反転層の電荷を Q_n とすると, Q_S と Q_D はそれぞれ,

$$Q_S = -W \int_0^L \left(1 - \frac{y}{L}\right) Q_n dy$$

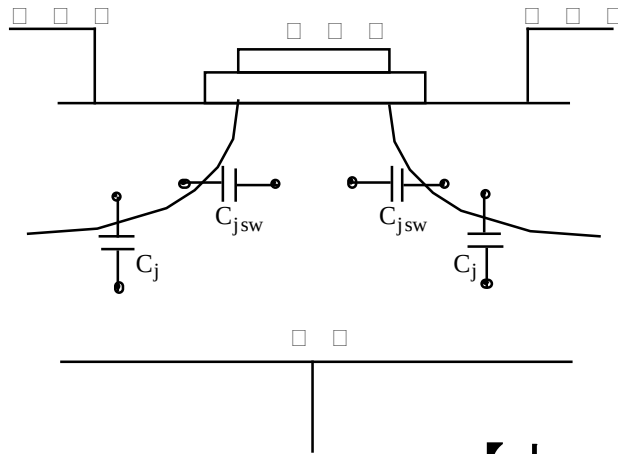
$$Q_D = -W \int_0^L \frac{y}{L} Q_n dy$$

以上の関係式から各容量が導ける. 例えば,

$$C_{GS} = \frac{\delta Q_G}{\delta V_S} \quad C_{GB} = \frac{\delta Q_G}{\delta V_B}$$

接合容量とオーバーラップ容量

【接合容量】



底部の面積容量と周囲長容量の和

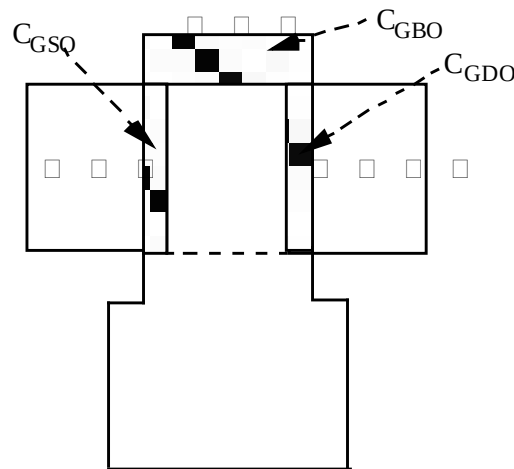
$$C_{BS} = \frac{C_j \cdot A_S}{(1 - V_{BS} / P_B)^{M_j}} + \frac{C_{jsw} \cdot P_S}{(1 - V_{BS} / P_B)^{M_{jsw}}}$$

$$C_{BD} = \frac{C_j \cdot A_D}{(1 - V_{BD} / P_B)^{M_j}} + \frac{C_{jsw} \cdot P_D}{(1 - V_{BD} / P_B)^{M_{jsw}}}$$

【オーバーラップ容量】

チャネル外容量のために基本的には固定容量.
フリンジング容量と分割不可能.

例えば線形領域 ($V_{GS} > V_{on} + V_{DS}$) では,

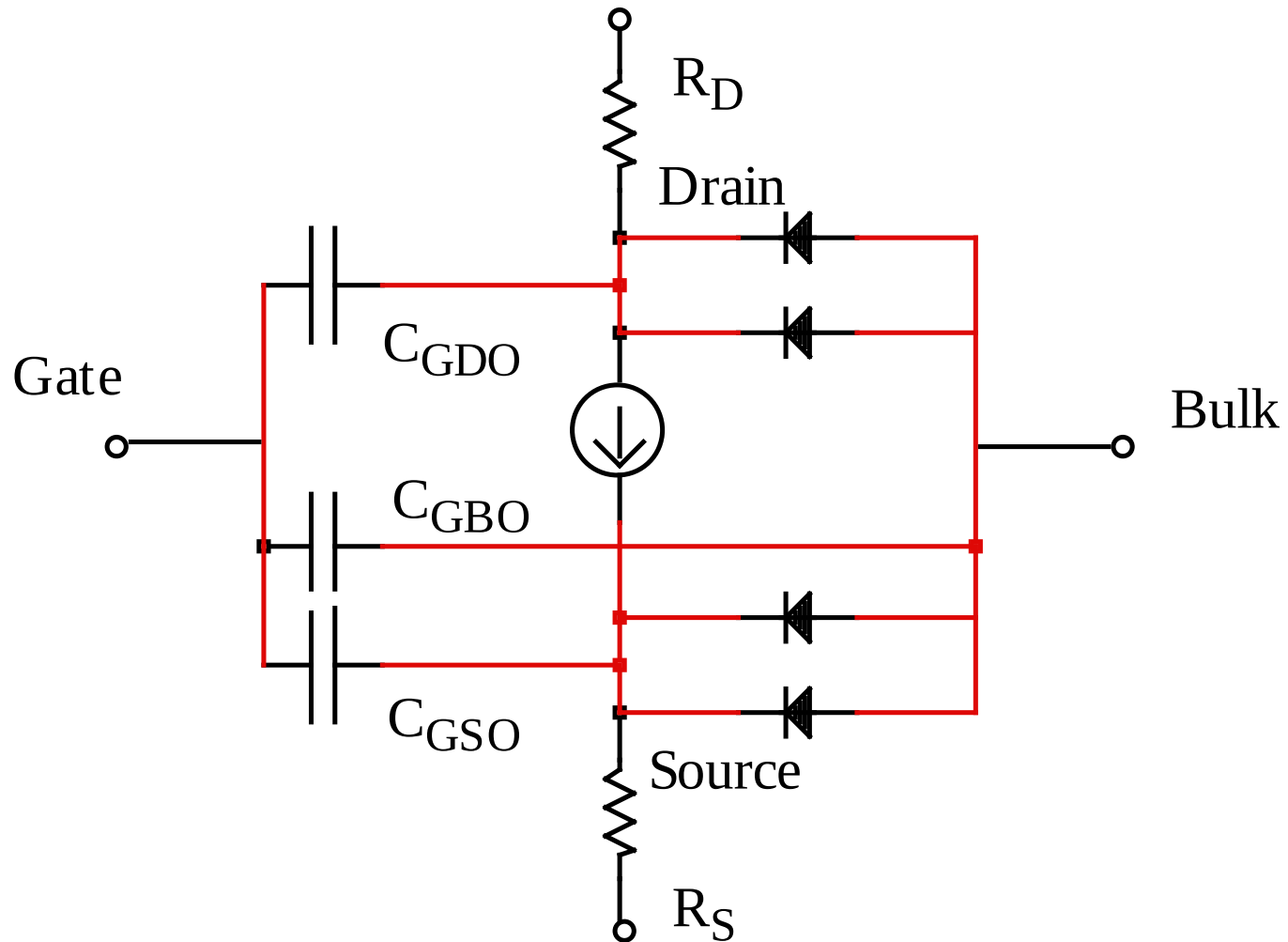


$$C_{GB} = C_{GBO} \cdot L$$

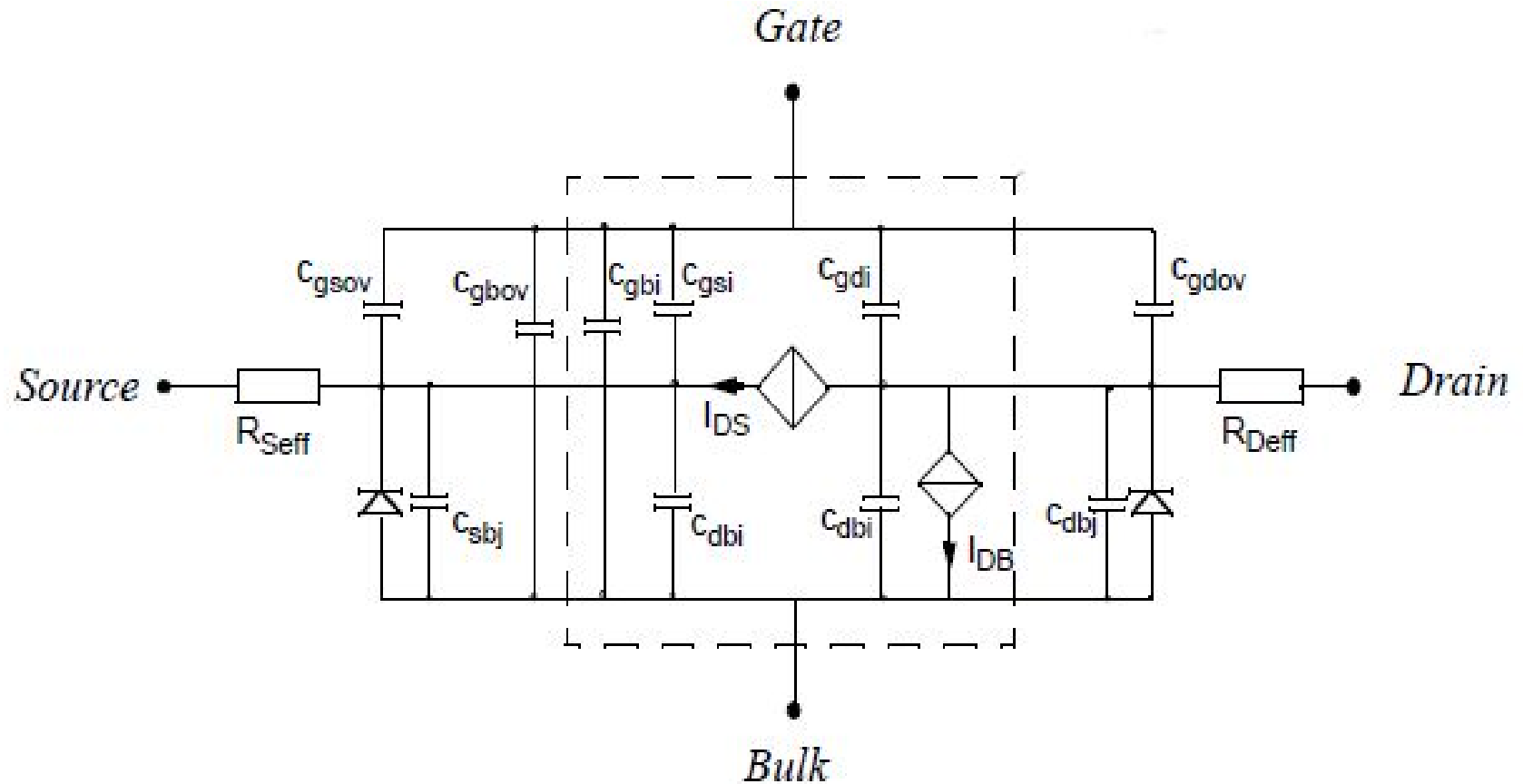
$$C_{GS} = C_0 \left\{ 1 - \left[\frac{V_{GS} - V_{DS} - V_{on}}{2(V_{GS} - V_{on}) - V_{DS}} \right]^2 \right\} + C_{GSO} \cdot W$$

$$C_{GD} = C_0 \left\{ 1 - \left[\frac{V_{GS} - V_{on}}{2(V_{GS} - V_{on}) - V_{DS}} \right]^2 \right\} + C_{GDO} \cdot W$$

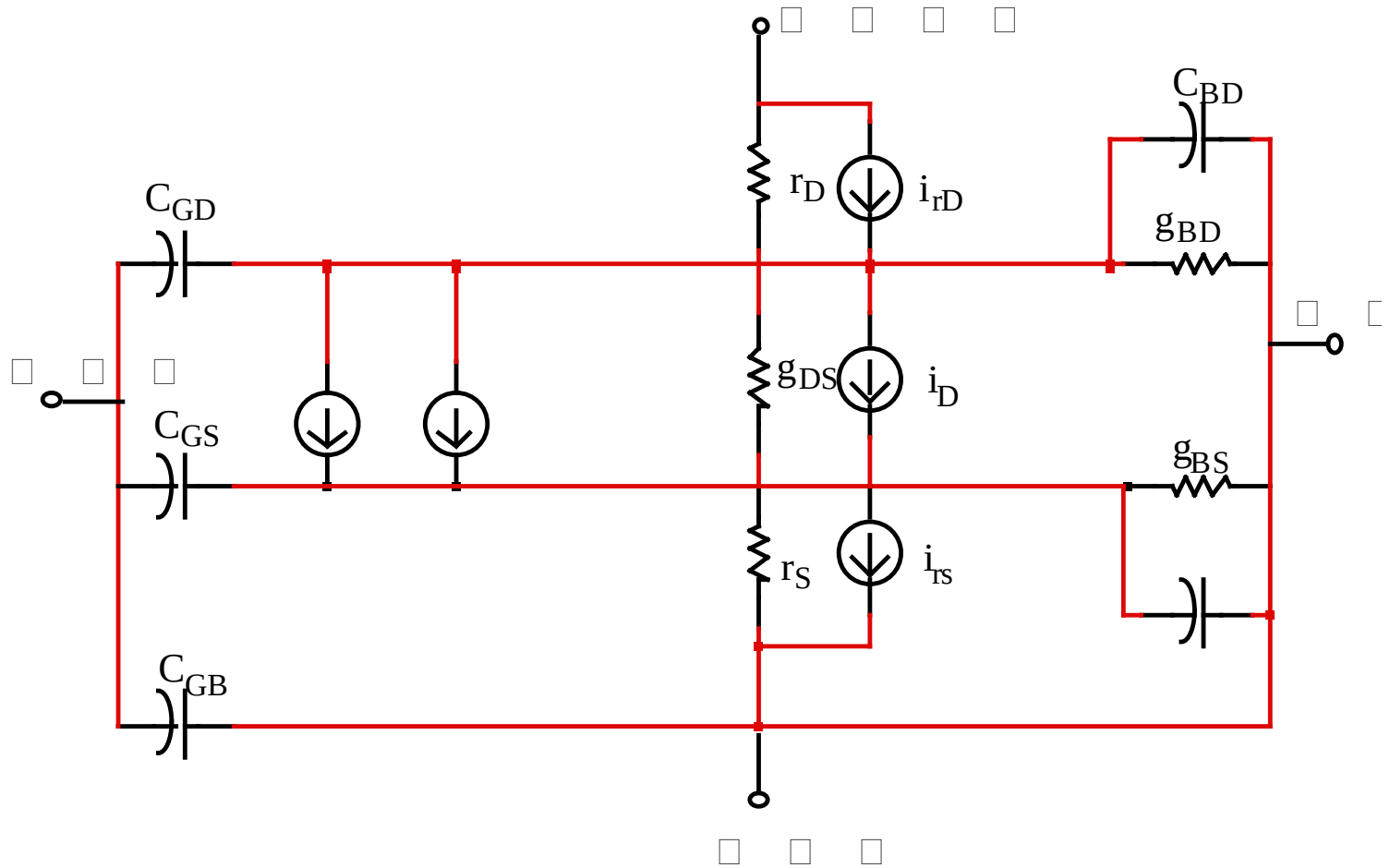
MOSFETの等価回路



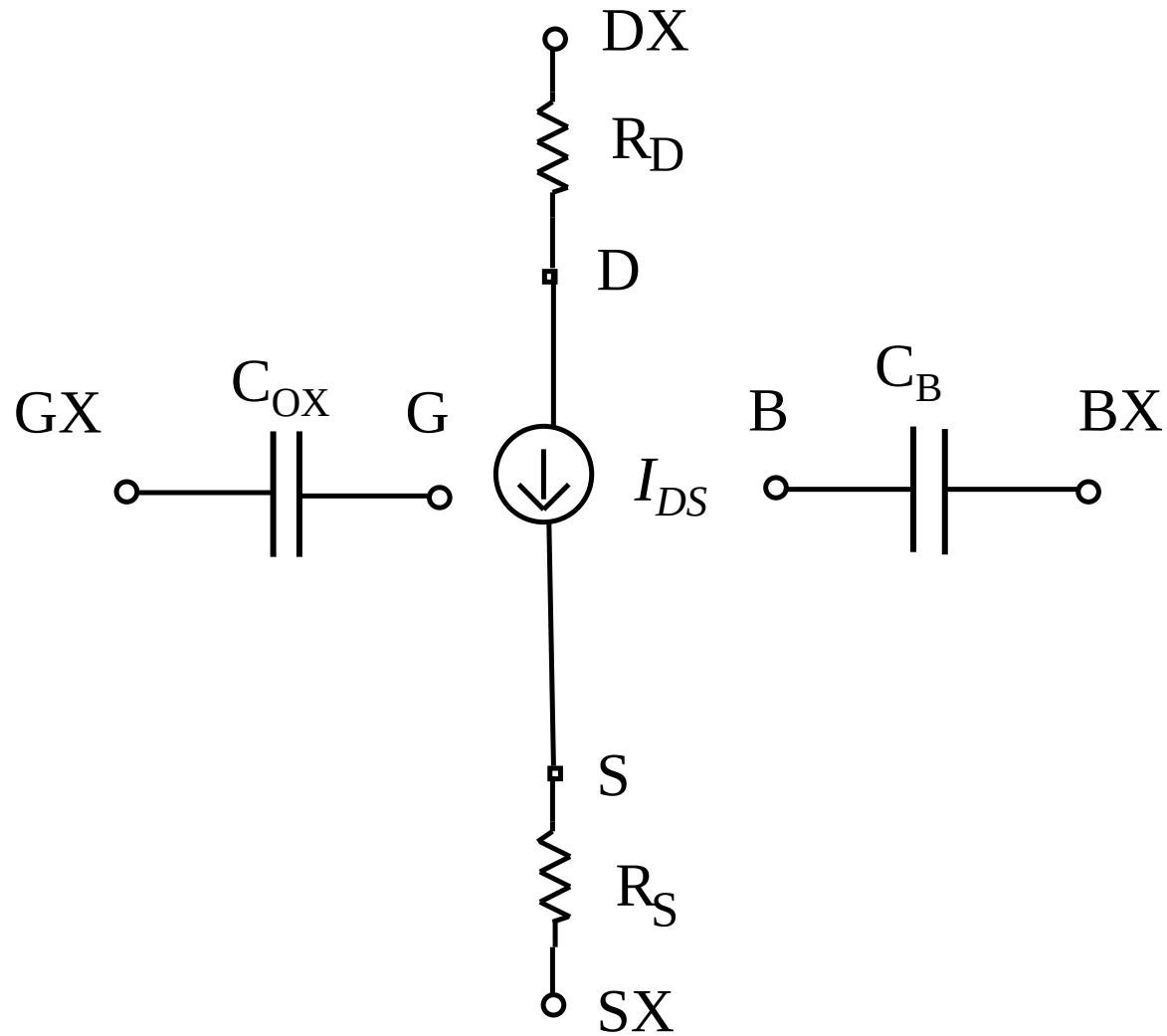
BSIM6の等価回路概略



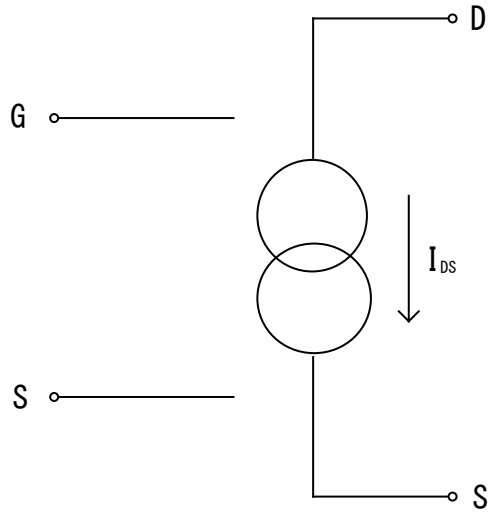
MOSFETのノイズ源モデル



MOSFETの簡略化等価回路

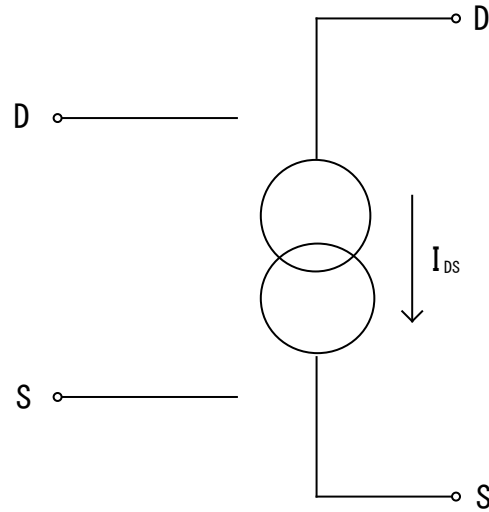


ソース基準電圧制御電流源



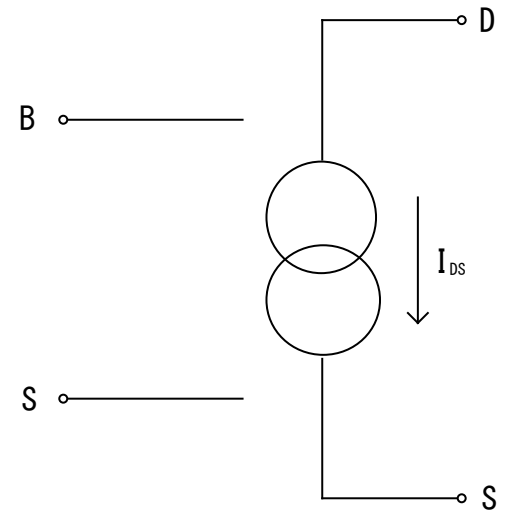
(a)

$$g_m = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}$$



(b)

$$g_{DS} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}}$$



(c)

$$g_{mBS} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{BS}}$$

コンダクタンスマトリックス要素

	G	S
D	g_m	$-g_m$
S	$-g_m$	g_m

	D	S
D	g_{DS}	$-g_{DS}$
S	$-g_{DS}$	g_{DS}

	B	S
D	g_{mBS}	$-g_{mBS}$
S	$-g_{mBS}$	g_{mBS}

MOSFETの複素Yマトリックス

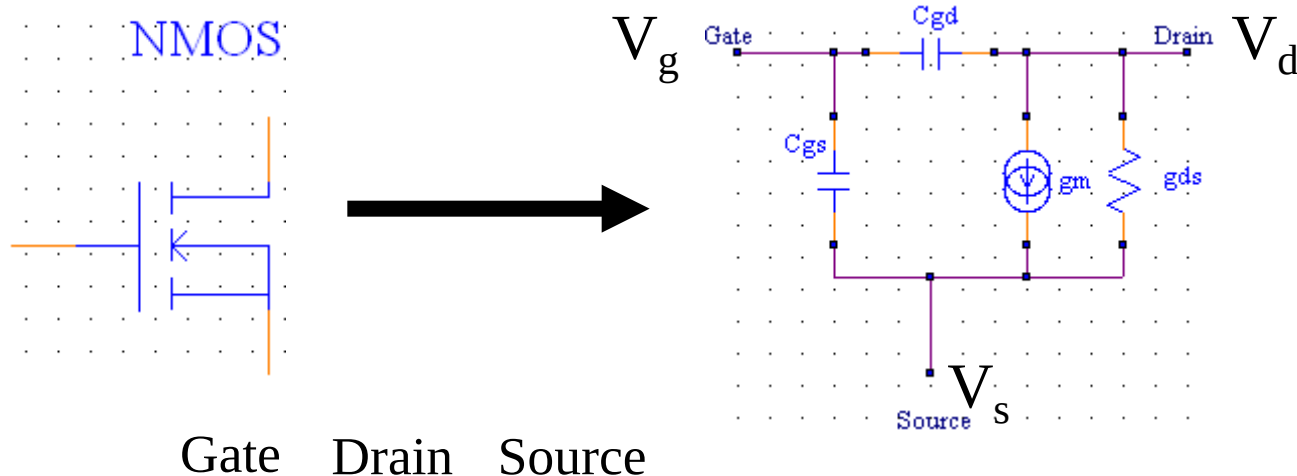
	DX	GX	SX	BX	D	G	S	B
DX	g_D				$-g_D$			
GX		$j\omega C_{OX}$				$-j\omega C_{OX}$		
SX			g_S				$-g_S$	
BX				$j\omega C_B$				
D	$-g_D$				g_{DS}	g_m	$-g_m - g_{DS}$ $-g_{mBS}$	g_{mBS}
G		$-j\omega C_{OX}$						
S			$-g_S$		$-g_{DS}$	$-g_m$	$g_m + g_{DS}$ $+g_{mBS}$	
B				$-j\omega C_B$				

演習問題1, 2

1. MOSFETのコンパクトモデルは, どのような外部変数によってシミュレートされますか？
まずは電圧, 電流がありますがその他をすべてあげてください.
2. MOSFETの, どのコンパクトモデルにもある, 物理的モデルパラメータを3つ挙げて, それぞれ30文字以上で説明してください.

演習問題3

【MOSFETの交流簡易化3端子等価回路】



$$\begin{matrix} \text{Drain} \\ \text{Gate} \\ \text{Source} \end{matrix} \begin{bmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_d \\ V_g \\ V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix}$$

MOSFETの複素
Y-Matrixを求めて
みよう！

行列の？マークを
埋めてください。

MOSTランジスタ関連お勧め書籍

- MIT基礎電子工学教科書〈2〉半導体素子とモデル (1979年),
C.L.サール(著), 宇都宮 敏男, 菅野 卓雄(訳)
- *Physics of Semiconductor*, 2nd (3rdより良い),
S. M. Sze
- *Device Electronics for Integrated Circuits*, 2nd,
Richard S. Muller, Theodore I. Kamins
- CMOSモデリング技術, 青木均ほか, 丸善出版
- シリコンFETのモデリング, 青木均著, 西義雄監修,
アジソン・ウェスレイ・パブリッシャーズ・ジャパン(増
版終了)