

スイッチング電源のための インダクタと変圧器の基礎

群馬大学
松田順一

第293回群馬大学アナログ集積回路研究会 2016年01月08日(金) 15:00～17:00

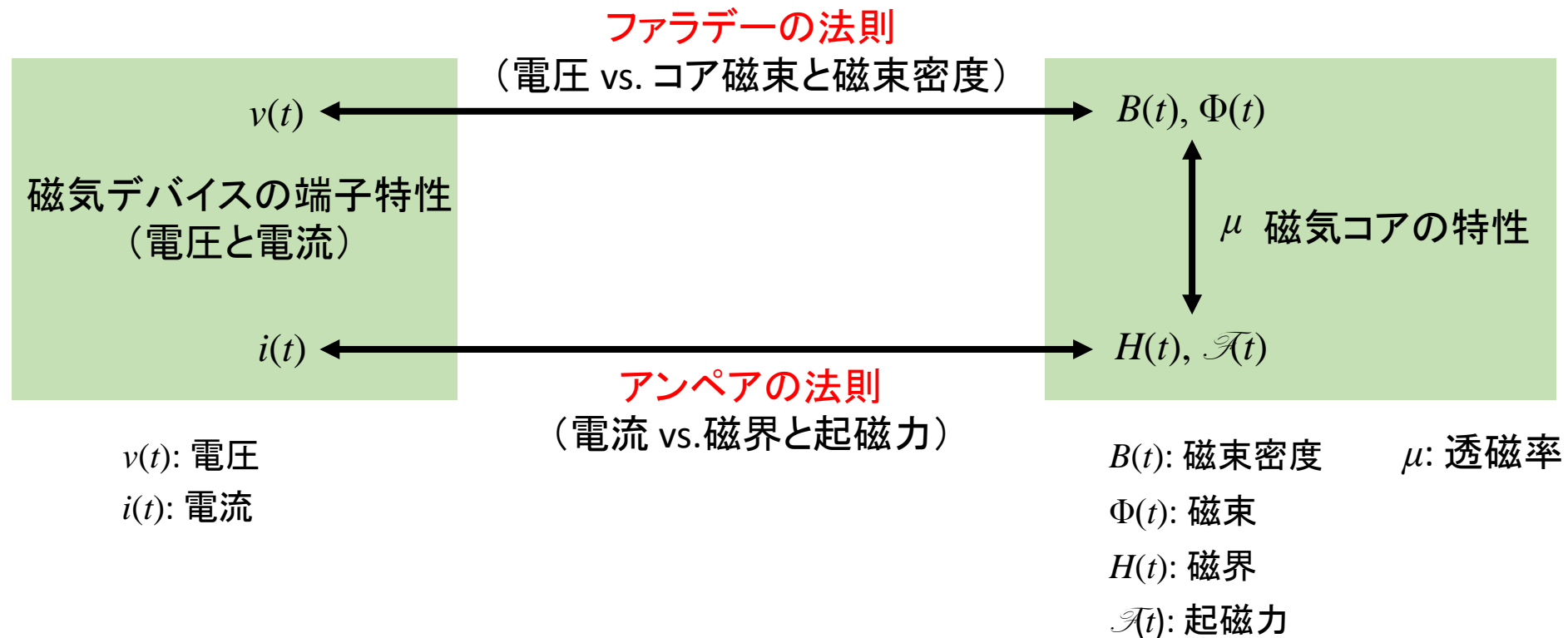
群馬大学共同研究イノベーションセンター(桐生キャンパス アクセスマップ 1番)3F研修室

概要

- 磁気学の基礎
 - 磁気量と電気量の比較
 - ファラデーの法則(レンツの法則)とアンペアの法則
 - 磁束密度と磁界の関係
 - n巻きコアのインダクタンス
- 磁気回路
 - 磁気抵抗、磁気回路のキルヒホッフの法則、エア・ギャップがあるインダクタの磁気回路
- 変圧器のモデル
 - 理想変圧器、磁化インダクタンスを考慮、漏れインダクタンスを考慮
- 磁気デバイスの損失
 - コア損失、低周波銅損
- 巻き線の渦電流
 - 表皮効果
 - 近接効果(変圧器内の近接効果解析、近接効果低減策、PWM高調波起因の近接効果による損失)
- 磁気デバイスの適用
- 付録

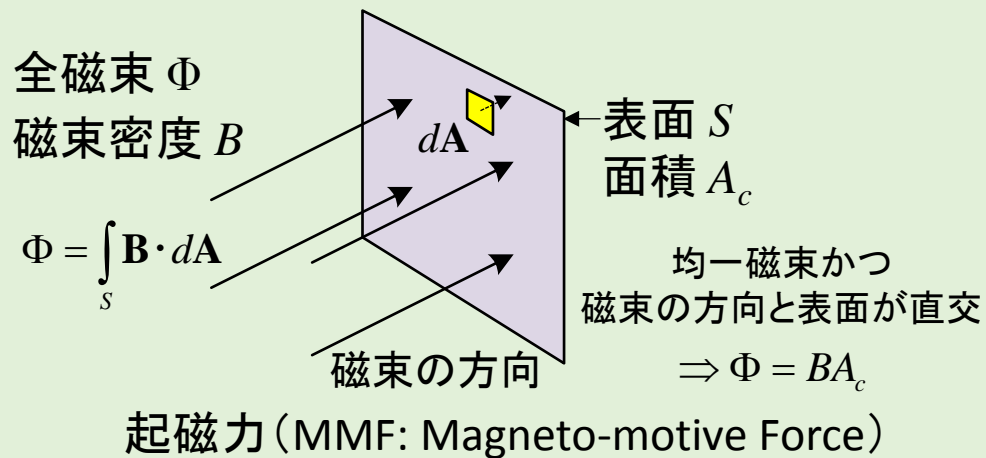
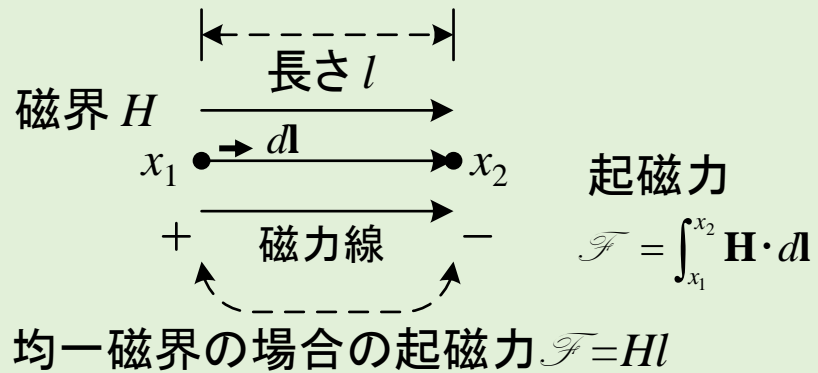
参考文献 R. W. Erickson and D. Maksimovic, Fundamentals of Power Electronics Second Edition, Springer Science + Business Media, 2001.

磁気デバイスの電気量と磁気量の関係

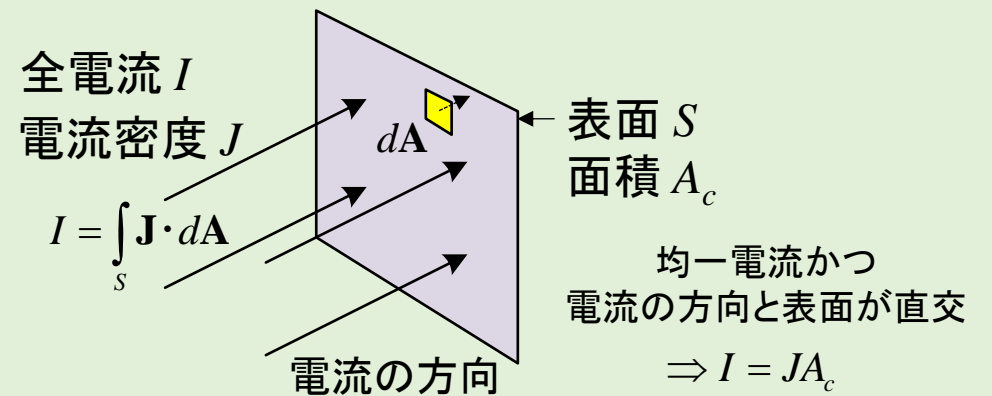
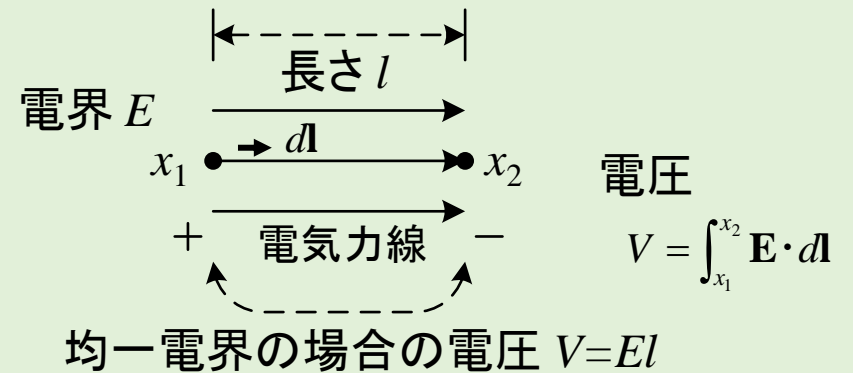


磁気量と電気量の比較

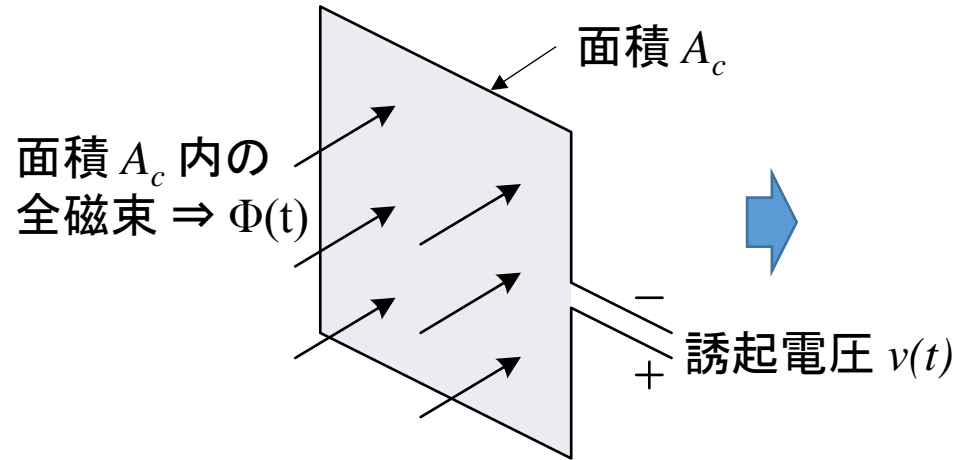
磁気量



電気量



ファラデーの法則とレンツの法則

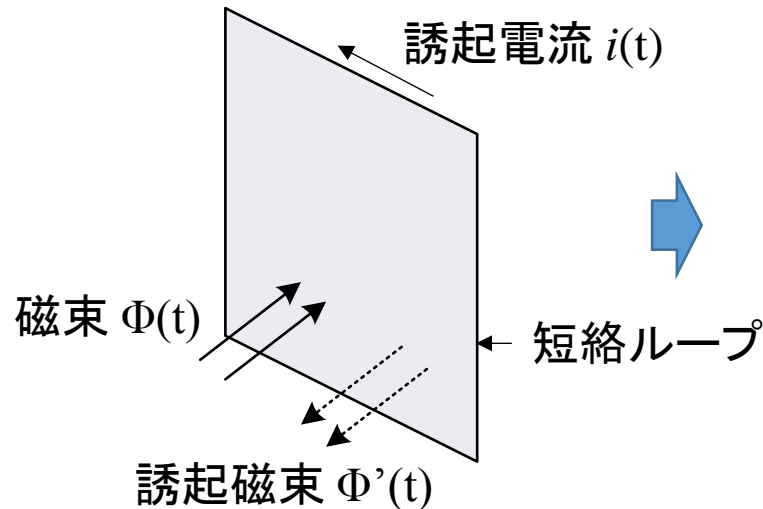


ファラデーの法則

$$v(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (\Phi(t) \text{と} v(t) \text{の極性} \\ \Rightarrow \text{フレミングの右手の法則})$$

均一磁束の場合

$$v(t) = A_c \frac{dB(t)}{dt}$$



レンツの法則

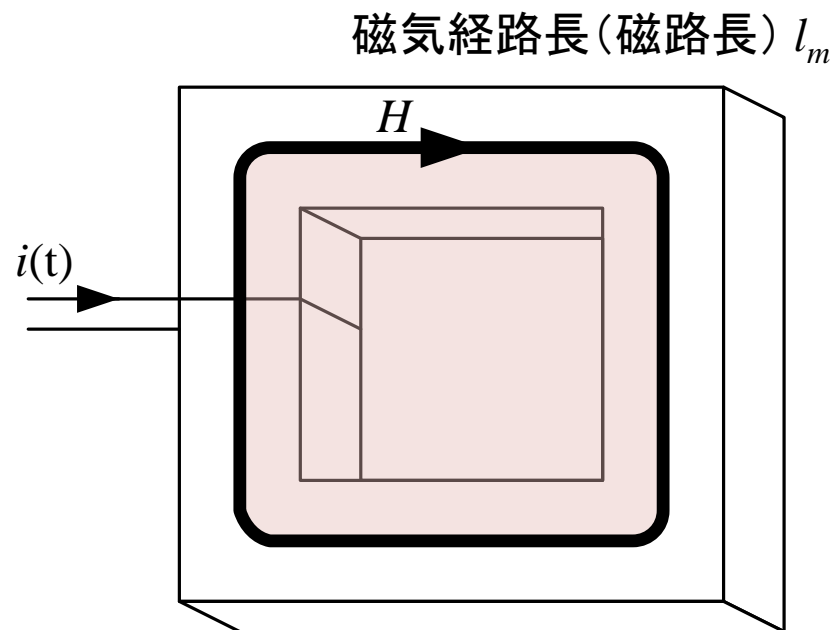
ループ内の磁束変化

⇒ループに電圧を誘起しループに電流を流す。

⇒この電流による誘起磁束が元の磁束変化に
対抗する。

(磁束変化を打ち消す方向に電流を誘起する。)

アンペアの法則



閉磁路の起磁力

$$\mathcal{F} = \oint_{\text{閉磁路}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i(t)$$

$i(t)$: 閉磁路を貫く(鎖交する)全電流

均一磁界の場合

$$\mathcal{F}(t) = H(t)l_m = i(t)$$

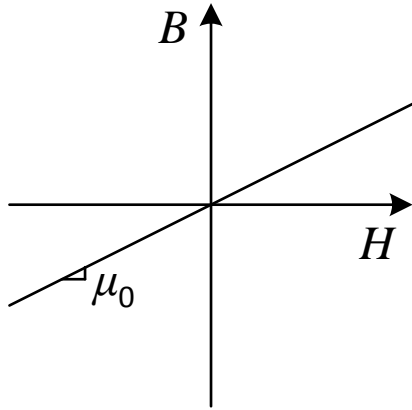
単位(MKS)

\mathcal{F} : A

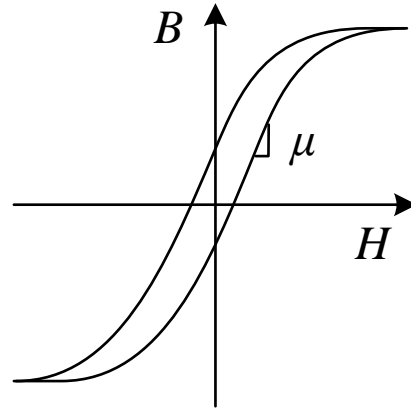
H : A/m

閉磁路の起磁力 = 閉磁路と鎖交する全電流

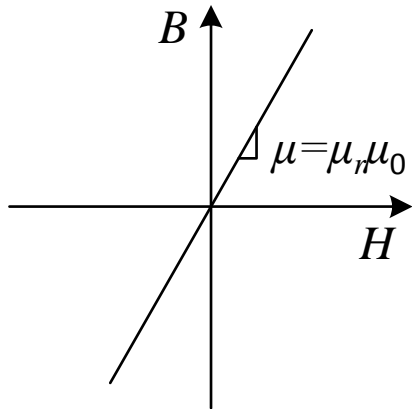
磁束密度と磁界の関係



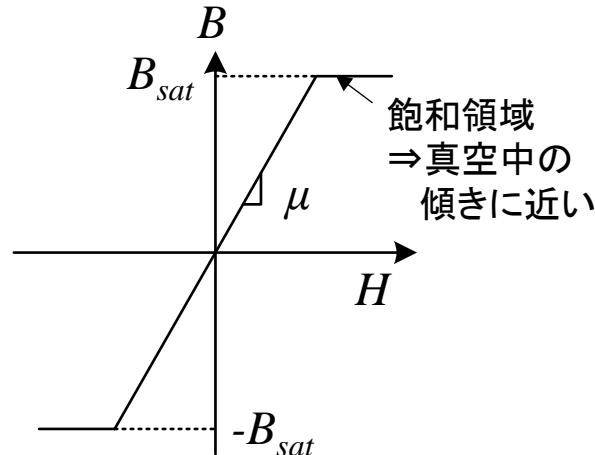
真空中のB-H特性



典型的な磁気コア材料のB-H特性



典型的な磁気コア材料のB-H特性の近似
(ヒステリシスと飽和特性無視)



典型的な磁気コア材料のB-H特性の近似
(ヒステリシス無視)

磁束密度と磁界の関係

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

μ_0 : 真空の透磁率 ($4\pi \times 10^{-7}$ H/m)

μ_r : 比透磁率 (典型値: $10^3 \sim 10^5$)

($\mu \Rightarrow$ 電気の導電率に対応)

ヒステリシスを無視した近似磁束密度

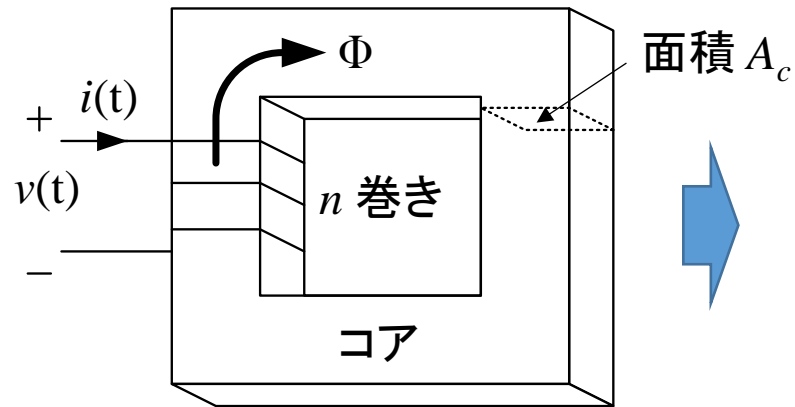
$$B = \begin{cases} = B_{sat} & \text{for } H \geq B_{sat} / \mu \\ = \mu H & \text{for } |H| < B_{sat} / \mu \\ = -B_{sat} & \text{for } H \leq -B_{sat} / \mu \end{cases}$$

単位 (MKS) B : T (テスラ) (Wb/m^2)

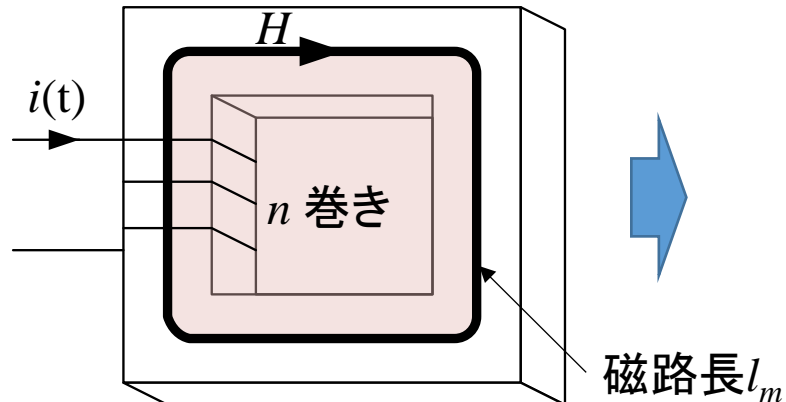
H : A/m

Φ : Wb (ウェーバー)

n 巻き コアでの電気特性



(n: 鎖交数)



磁路長 l_m

ファラデーの法則

コア内のΦの時間変化→各巻き(ターン)毎に電圧を誘起

$$v_{turn}(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

n巻きの場合の誘起電圧

$$v(t) = n \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad v(t) = nA_c \frac{dB(t)}{dt}$$

∴ $B(t) = \Phi(t)/A_c$ $B(t)$: 平均磁束密度

アンペアの法則

$$H(t)l_m = ni(t) \quad (\text{均一磁界の場合})$$

磁束密度が飽和する時の電流

$$I_{sat} = \frac{B_{sat}l_m}{\mu n} \quad \therefore H = B_{sat} / \mu$$

n 巻き コアのインダクタンス

ファラデーの法則から以下になる。

$$v(t) = nA_c \frac{dB(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad v(t) = \mu n A_c \frac{dH(t)}{dt} \quad \because B = \mu H \quad \text{for } |I| < I_{sat}$$

ファラデーの法則にアンペアの法則を用いると以下になる。

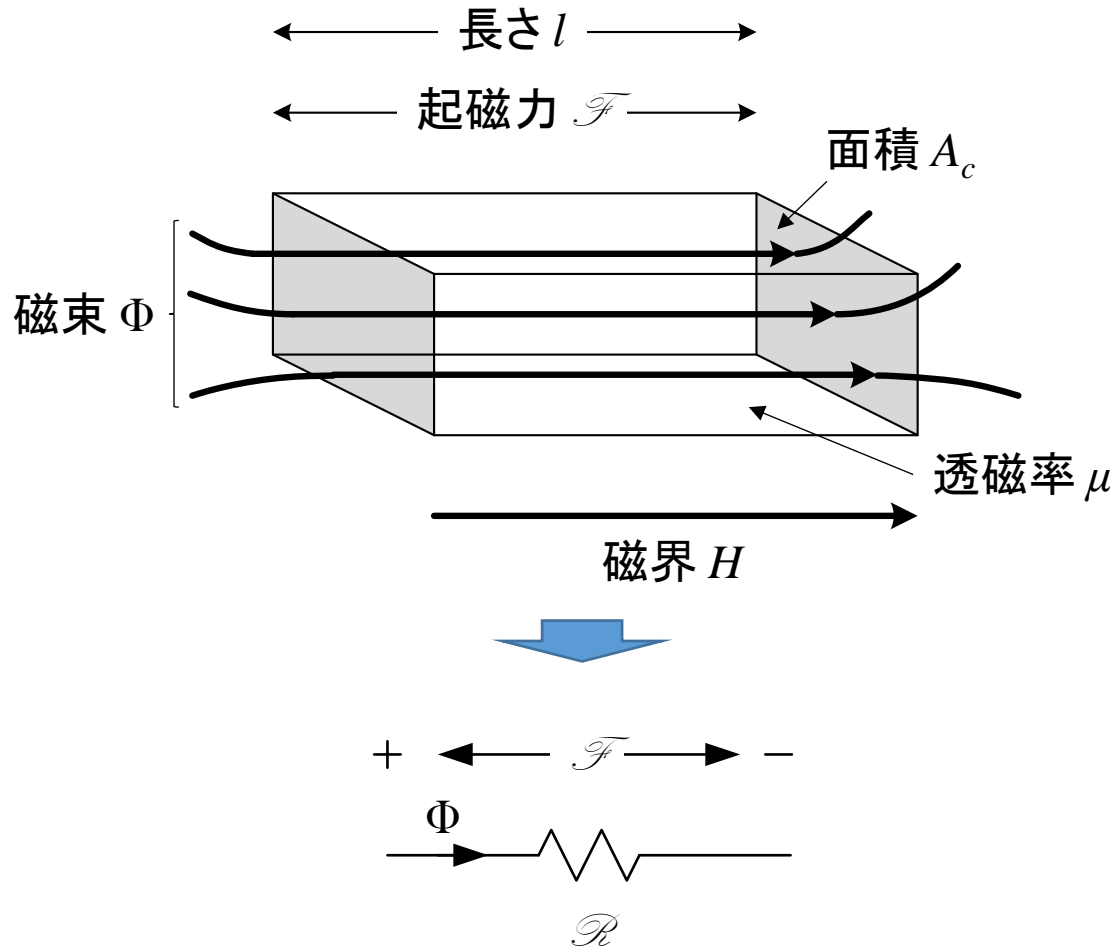
$$v(t) = \frac{\mu n^2 A_c}{l_m} \frac{di(t)}{dt} \quad \because H(t) l_m = ni(t)$$
$$\Rightarrow v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad L = \frac{\mu n^2 A_c}{l_m} \quad L: \text{インダクタンス}$$

$|I| < I_{sat}$ ➡ n 巻きコアはインダクタンスとして振舞う。

$|I| > I_{sat}$ ➡ n 巻きコアは短絡回路に近づく。 $\because v(t) = nA_c \frac{dB_{sat}}{dt} = 0$

(実際のインダクタは、飽和領域で小さな残留インダクタンスを示す。)

磁気回路(磁気抵抗)



起磁力

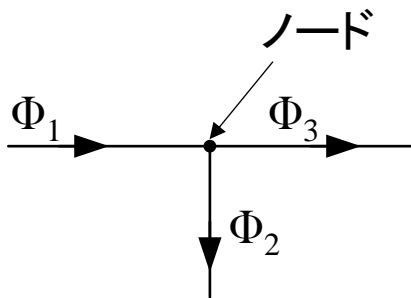
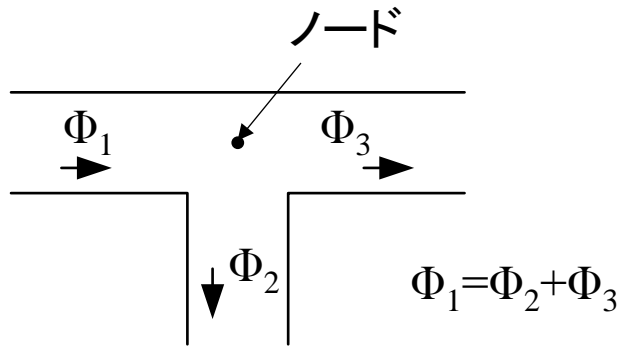
$$\mathcal{F} = Hl$$

$$\Rightarrow \mathcal{F} = \frac{l}{\mu A_c} \Phi \quad \because H = B/\mu, B = \Phi/A_c$$

$$\Rightarrow \mathcal{F} = \Phi \mathcal{R} \quad \Rightarrow \text{オームの法則に対応}$$

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A_c} \quad \Rightarrow \text{磁気抵抗(リラクタンス)}$$

磁気回路(キルヒホッフの法則)



- ・キルヒホッフの電流則⇒磁束に成立 (∵ B の発散はゼロ)

ノードに入り込む磁束の総和=0

- ・キルヒホッフの電圧則⇒アンペアの法則に成立

$$\oint_{\text{閉磁路}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i(t)$$

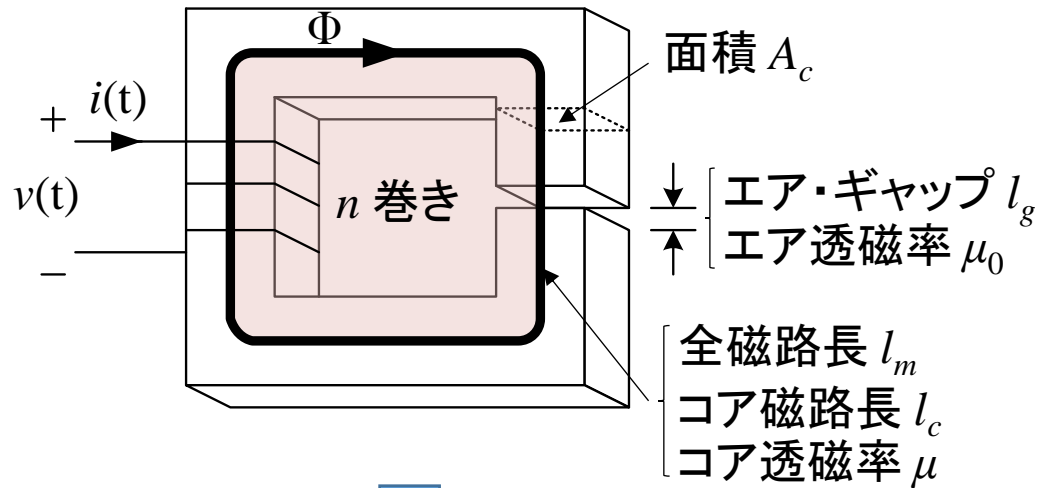
$\oint_{\text{閉磁路}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \Rightarrow$ 閉磁路の磁気抵抗を横切る起磁力の総和

$i(t) \Rightarrow$ 起磁力の源(電圧源と見なせる)

n 巻きの場合 $\Rightarrow ni(t)$

閉磁路の磁気抵抗の全起磁力+起磁力の源=0

エア・ギャップがあるインダクタの磁気回路



磁路にアンペアの法則を適用

$$\mathcal{F}_c + \mathcal{F}_g = ni$$

\mathcal{F}_c コアの起磁力、 \mathcal{F}_g ギャップの起磁力

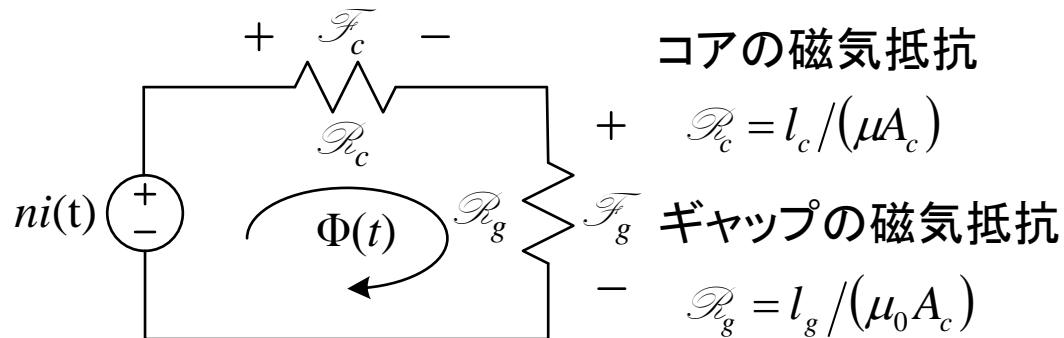
$$\Rightarrow ni = \Phi(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)$$

上記磁束をファラデーの法則に適用 $\left(v(t) = n \frac{d\Phi(t)}{dt} \right)$

$$v(t) = \frac{n^2}{\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g} \frac{di(t)}{dt}$$

インダクタンス $\Rightarrow L = \frac{n^2}{\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g}$

磁気等価回路



コアの磁気抵抗

$$\mathcal{R}_c = l_c / (\mu A_c)$$

ギャップの磁気抵抗

$$\mathcal{R}_g = l_g / (\mu_0 A_c)$$

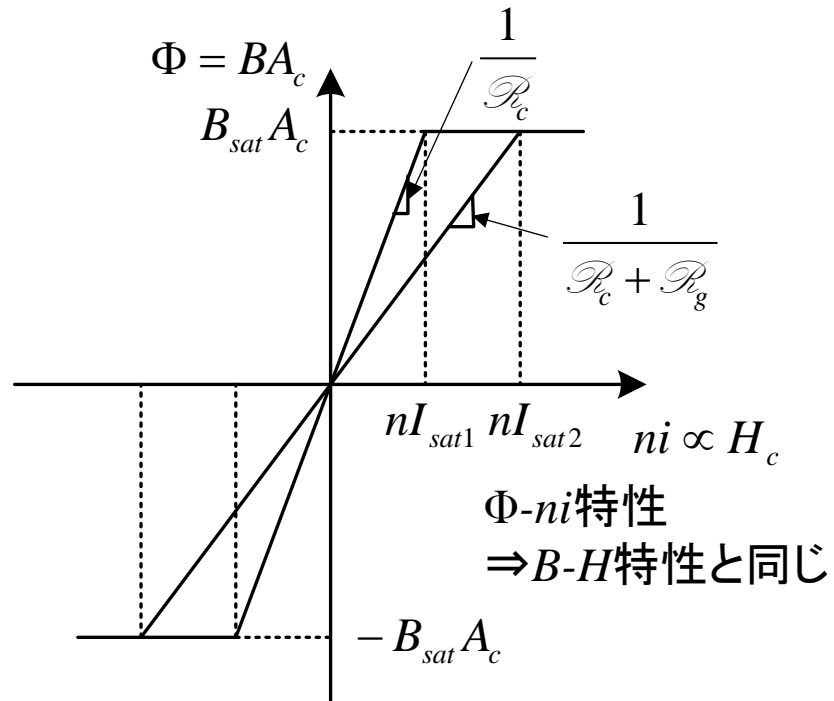
エア・ギャップ \Rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \cdot \text{磁気回路の磁気抵抗が増大} \\ \cdot \text{インダクタンスが低下} \end{array} \right.$

エア・ギャップの効果

(1) 磁気抵抗の安定化 (温度と動作点の変化に対し安定)

$\because \mathcal{R}_g \gg \mathcal{R}_c$ (温度と動作点に依存するコア μ の影響が低減)

(2) 飽和電流増大 (コアが飽和しない高いコイル電流でインダクタ動作が可能)



コアが飽和していない場合の磁束と起磁力の関係

$$\Phi = \left(\frac{1}{\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g} \right) (ni)$$

コアが飽和時の磁束

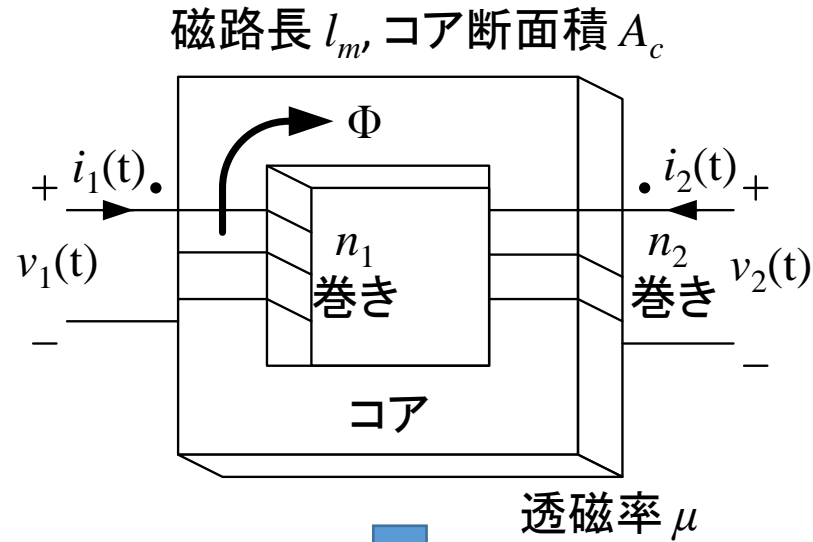
$$\Phi_{sat} = B_{sat} A_c$$

コアが飽和時の電流 (上2式から導出)

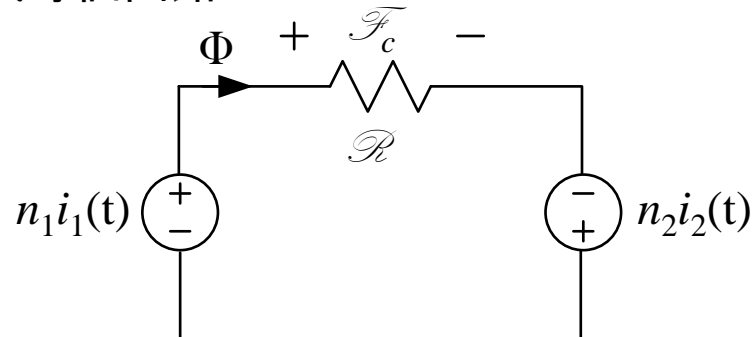
$$I_{sat} = \frac{B_{sat} A_c}{n} (\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)$$

$$nI_{sat1} (\text{エア・ギャップ無し}) < nI_{sat2} (\text{エア・ギャップ有り})$$

変圧器モデル



磁気等価回路



コアの磁気抵抗

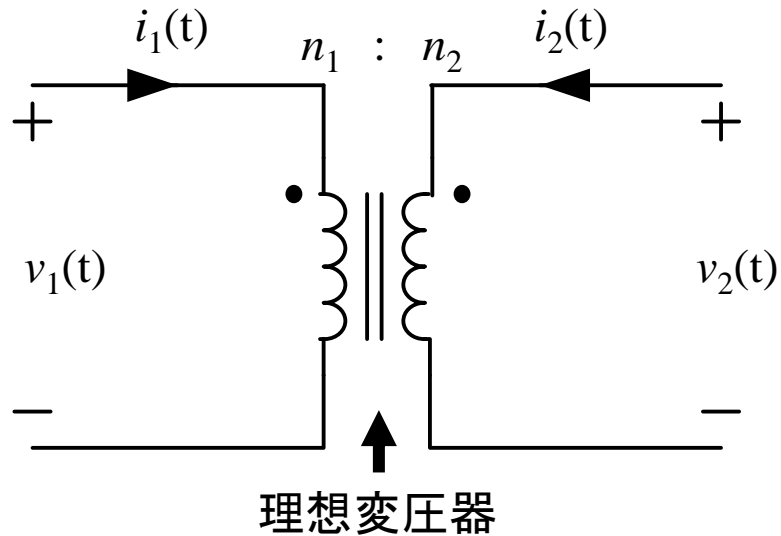
$$\mathcal{R} = \frac{l_m}{\mu A_c}$$

アンペアの法則から

$$\mathcal{F}_c = n_1 i_1 + n_2 i_2 \quad (\because i_1 \text{ と } i_2 \text{ の電流の向きは同じ})$$

$$\Rightarrow \Phi \mathcal{R} = n_1 i_1 + n_2 i_2 \quad \because \mathcal{F}_c = \Phi \mathcal{R}$$

理想変圧器



理想変圧器: $\mathcal{R} = 0 \Rightarrow$ 起磁力: $\mathcal{F}_c = \Phi \mathcal{R} = 0$

アンペアの法則から

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0$$

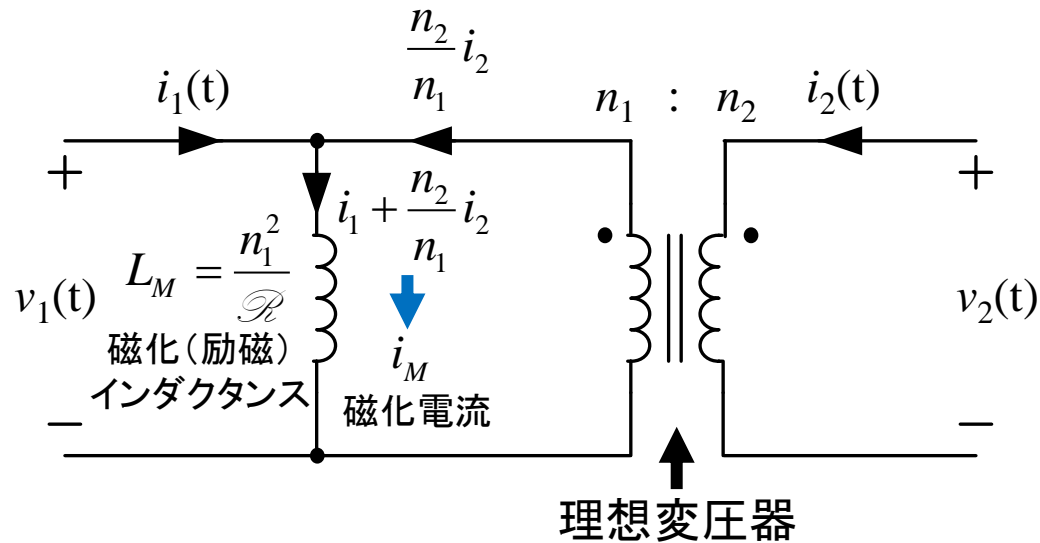
ファラデーの法則から

$$\frac{v_1}{n_1} = \frac{v_2}{n_2}$$

$$\therefore v_1 = n_1 \frac{d\Phi}{dt}, v_2 = n_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

(Φ は1と2で同じ)

実際の変圧器（磁化インダクタンスを考慮）



コア飽和状態 ($B > B_{sat}$) $\Rightarrow L_M$: 小、 i_M : 大 \Rightarrow 変圧器短絡

$$i_M(t) = \frac{1}{L_M} \int v_1(t) dt \quad \left(\text{or } B(t) = \frac{1}{n_1 A_c} \int v_1(t) dt \right)$$

$$\because L_M i_M = n_1 A_c B(t)$$

$$\left[\begin{array}{l} v_1(t) = n_1 A_c \frac{dB(t)}{dt} \quad v_1(t) = L_M \frac{di_M(t)}{dt} \\ \Rightarrow L_M i_M = n_1 A_c B(t) \end{array} \right]$$

実際の変圧器: $\mathcal{R} \neq 0 \Rightarrow$ 起磁力: $\mathcal{F}_c = \Phi \mathcal{R} \neq 0$

$$\Phi \mathcal{R} = n_1 i_1 + n_2 i_2 \quad v_1 = n_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

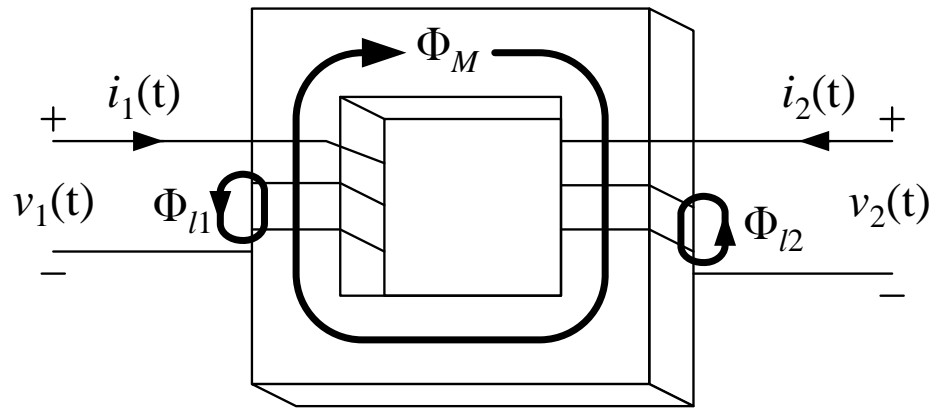
上2式の Φ を消去

$$v_1 = \frac{n_1^2}{\mathcal{R}} \frac{d}{dt} \left(i_1 + \frac{n_2}{n_1} i_2 \right) \Rightarrow v_1 = L_M \frac{di_M}{dt}$$

i_M の増大、 B の飽和 $\Rightarrow \lambda_1 = \int v_1(t) dt$ の増大

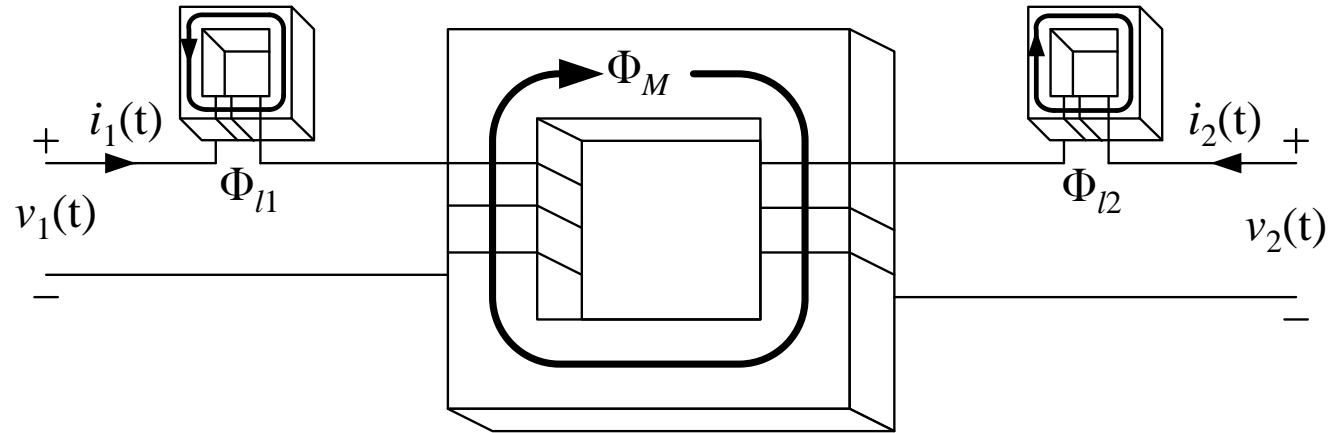
B の飽和抑制 $\Rightarrow n_1$ 大、 A_c 大 (エア・ギャップの追加は関係ない)

実際の変圧器（漏れインダクタンスを考慮）



(Φ_{l1} , Φ_{l2} : 漏れ磁束 \Rightarrow 漏れインダクタンス)

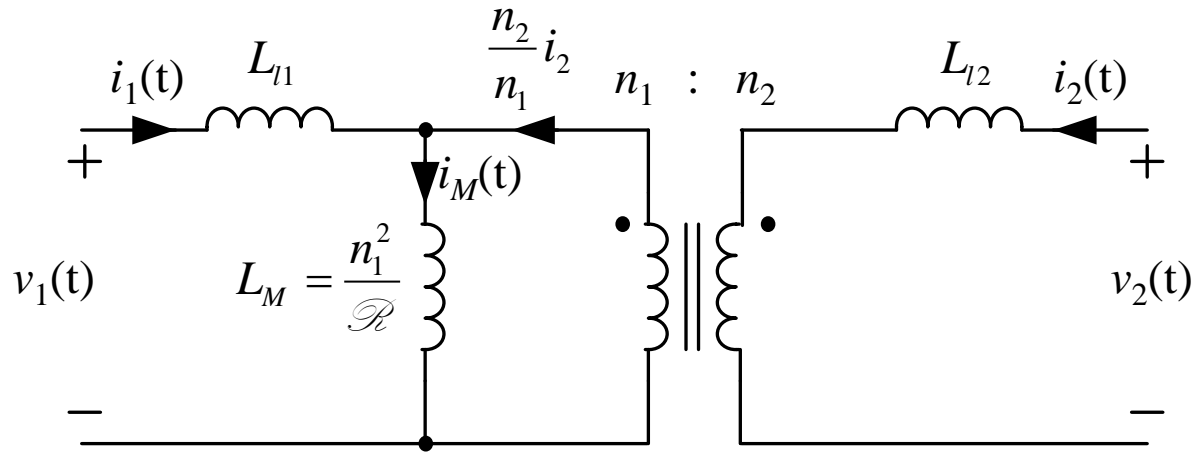
漏れインダクタンスがある場合の変圧器



(漏れインダクタンスが変圧器に直列接続)

漏れインダクタンスを含む等価システム

漏れインダクタンスを含む変圧器の等価回路



変圧器の端子電圧と電流

$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} v_1(t) = L_{11} \frac{di_1(t)}{dt} + L_M \frac{di_M(t)}{dt} \\ v_2(t) = L_{12} \frac{di_2(t)}{dt} + \frac{n_2}{n_1} L_M \frac{di_M(t)}{dt} \end{cases}$$

$$i_M(t) = i_1(t) + \frac{n_2}{n_1} i_2(t)$$

L_{12} : 相互インダクタンス

$$L_{12} = \frac{n_2}{n_1} L_M = \frac{n_1 n_2}{\mathcal{R}}$$

L_{11}, L_{22} : 自己インダクタンス

$$L_{11} = L_{l1} + L_M = L_{l1} + \frac{n_1}{n_2} L_{12}$$

2次側を開放した時
1次側から見たインダクタンス

$$L_{22} = L_{l2} + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 L_M = L_{l2} + \frac{n_2}{n_1} L_{12}$$

1次側を開放した時
2次側から見たインダクタンス

実効的な巻き数比

$$n_e = \sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}}$$

結合係数(1次側と2次側の磁束の結合度合)

$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11} L_{22}}} \quad 0 \leq k \leq 1$$

インダクタのコア損失

コア損失⇒ヒステリシス損＋渦電流損

ヒステリシス損 (B - H 曲線のヒステリシス)

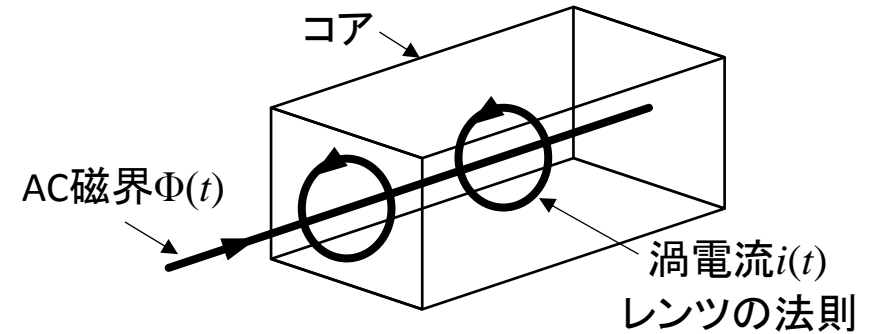
インダクタに1周期当たり流れ込むエネルギー

$$\begin{aligned}
 W &= \int_{\text{one cycle}} v(t)i(t)dt \\
 &= \int_{\text{one cycle}} \left(nA_c \frac{dB(t)}{dt} \right) \left(\frac{H(t)l_m}{n} \right) dt = \overbrace{A_c l_m}^{\text{コアの体積}} \int_{\text{one cycle}} HdB \\
 &\quad \begin{array}{ccc} \nearrow & \nwarrow & \longleftarrow \\ \text{ファラデーの法則} & \text{アンペアの法則} & \text{B-H曲線の面積} \end{array}
 \end{aligned}$$

ヒステリシス損 (鉄損) ⇒ 熱

$$P_H = (f)(A_c l_m) \int_{\text{one cycle}} HdB \quad f: \text{周波数}$$

渦電流損 (コア内のAC磁界)



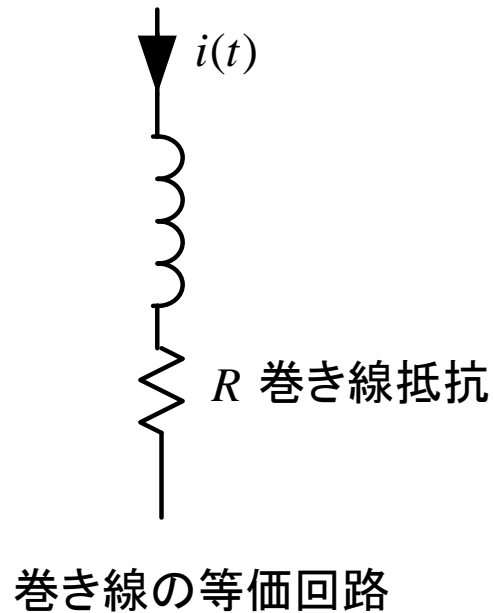
渦電流損 (コア内の抵抗による損失) ⇒ 熱
 誘起電圧 $\propto f \Rightarrow$ 渦電流 $\propto f$ (抵抗が一定の場合)
 (ファラデーの法則)

$$\blacktriangleright i^2 R \propto f^2 \Rightarrow \text{高周波で損失大}$$

コア損失 P_{fe} の経験式 (正弦波の場合)

$$\begin{aligned}
 P_{fe} &= K_{fe} (\Delta B)^\beta A_c l_m \quad (\text{ある周波数 } f \text{ で近似}) \\
 K_{fe}, \beta &: \text{フィティング・パラメータ} \quad (\beta: 2.6 \sim 2.8)
 \end{aligned}$$

巻き線の銅損（低周波領域）



銅損（巻き線抵抗の消費電力）

$$P_{cu} = I_{rms}^2 R$$

I_{rms} : $i(t)$ の自乗平均平方根

$$R = \rho \frac{l_b}{A_w}$$

ρ : 巻き線の比抵抗（抵抗率）

l_b : 巻き線の長さ

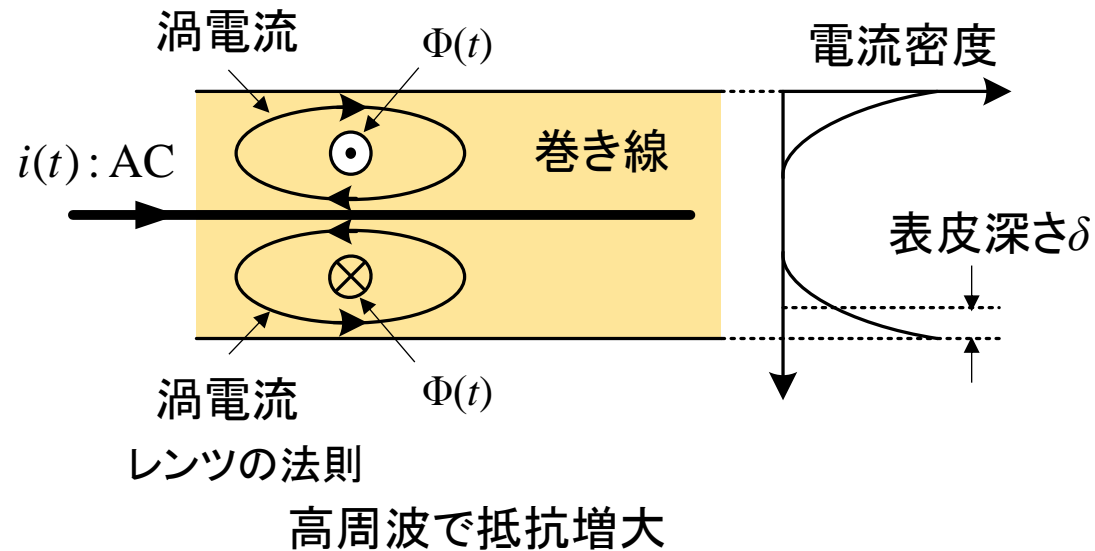
A_w : 巻き線の断面積

銅の場合

$$\rho = 1.68 \times 10^{-6} \Omega\text{cm} \quad (20^\circ\text{C})$$

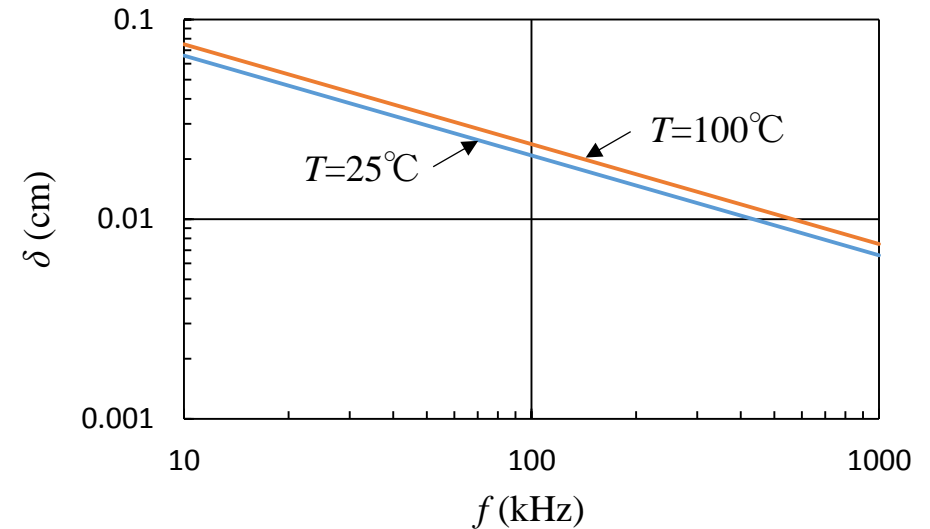
$$\rho \text{の温度係数: } 6.8 \times 10^{-9} \Omega\text{cm/K}$$

巻き線の表皮効果



周波数 f の正弦波の場合の表皮深さ δ

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu f}}$$

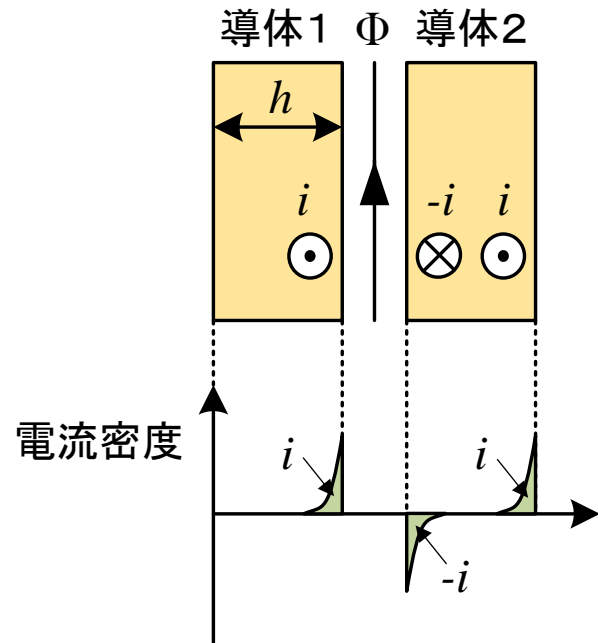


銅の場合 $\mu \rightarrow \mu_0$

$$\delta = \frac{6.6}{\sqrt{f}} \text{ (cm) at } T = 25^\circ\text{C} \quad f(\text{Hz})$$

$$\delta = \frac{7.5}{\sqrt{f}} \text{ (cm) at } T = 100^\circ\text{C}$$

隣り合う導体による近接効果



導体1の電流により磁束 Φ 発生

⇒ Φ が導体2に侵入

⇒レンツの法則により導体2に電流誘起(ループ電流)
(導体2の中の Φ を打ち消す)

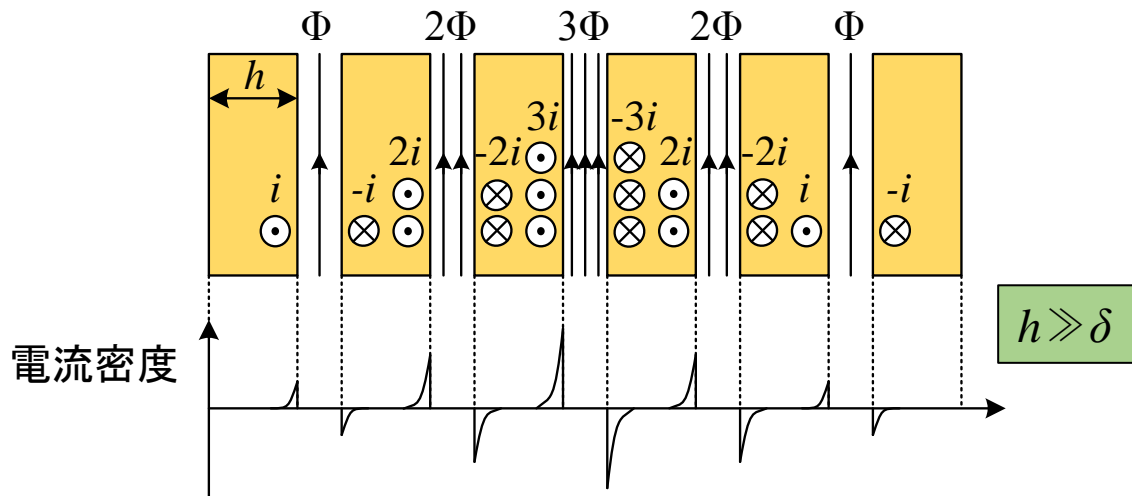
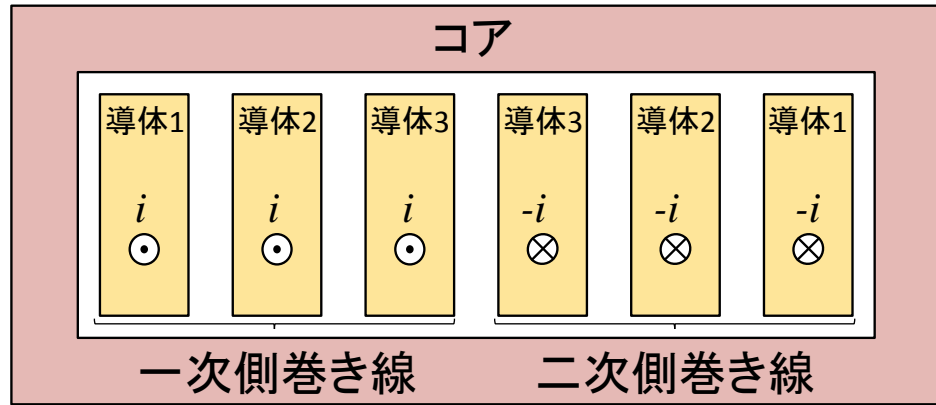
i : 高周波正弦波電流

h : 導体の厚み

$$h \gg \delta$$

導体2: 開放回路⇒正味の電流ゼロ

変圧器内の近接効果



i : 高周波正弦波電流 導体1-2-3: 直列接続

導体1のac抵抗 $R_{ac} = \frac{h}{\delta} R_{dc}$ R_{dc} : 導体1のDC抵抗

導体1の銅損 $P_1 = I^2 R_{ac}$ I : $i(t)$ の自乗平均平方根

導体2の銅損 $P_2 = P_1 + (2I)^2 R_{ac} = P_1 + 4P_1 = 5P_1$

導体3の銅損 $P_3 = (2^2 + 3^2)P_1 = 13P_1$

導体mの銅損 $P_m = [(m-1)^2 + m^2]P_1$

m層の全銅損

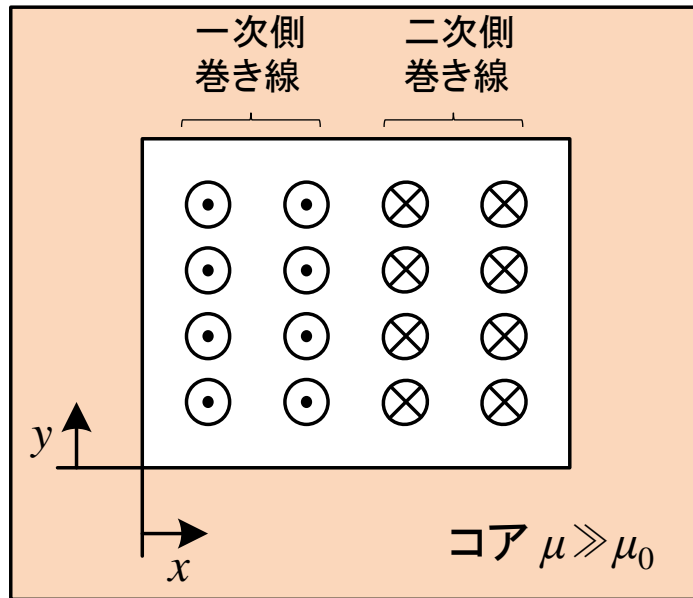
$$P = I^2 \left(\frac{h}{\delta} R_{dc} \right) \sum_{m=1}^M [(m-1)^2 + m^2] = I^2 \left(\frac{h}{\delta} R_{dc} \right) \frac{M}{3} (2M^2 + 1)$$

$$\Rightarrow P = P_{dc} F_R$$

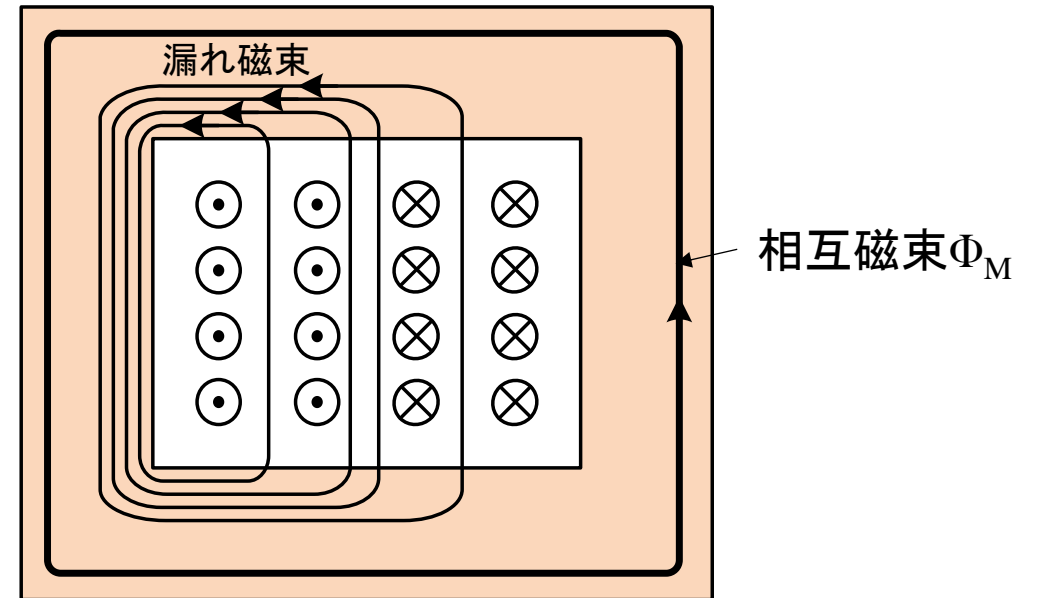
$$P_{dc} = I^2 M R_{dc} \quad F_R = \frac{1}{3} \left(\frac{h}{\delta} \right) (2M^2 + 1)$$

(DC成分による銅損) (近接効果による増大分)

変圧器の巻き線の漏れ磁束

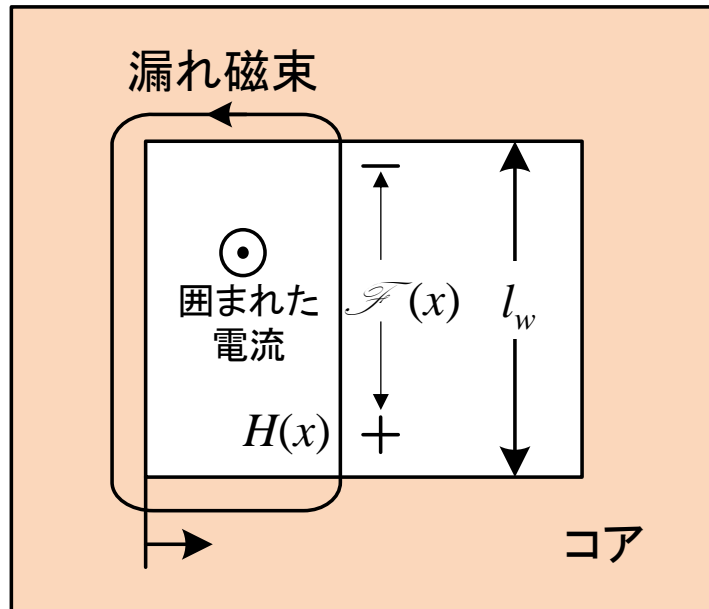


コアと巻き線の構造



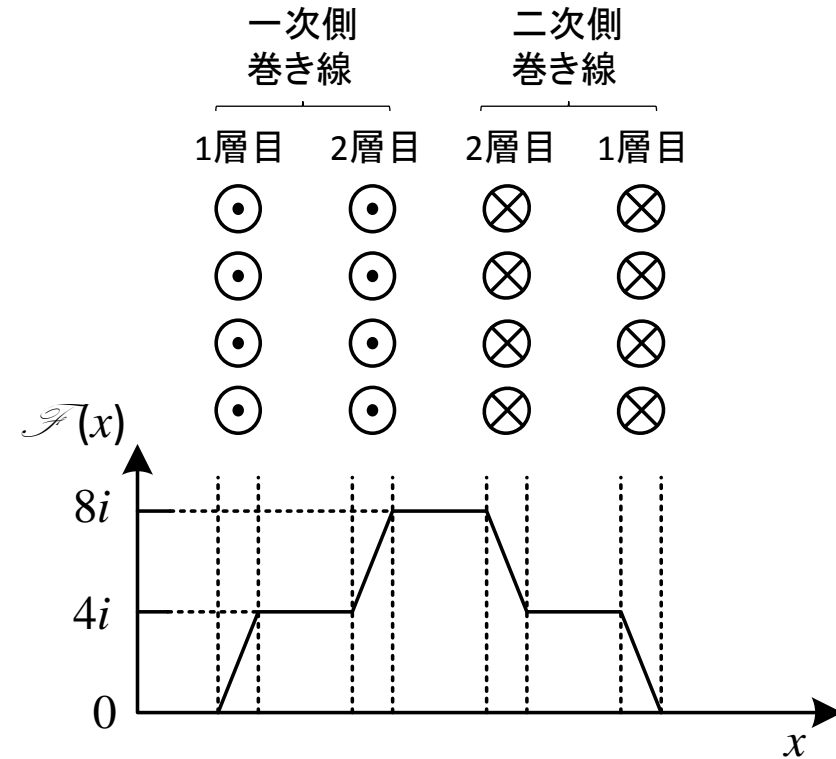
典型的な磁束分布

変圧器漏れ磁束の解析



$$(\text{囲まれた電流}) = \mathcal{F}(x) = H(x)l_w$$

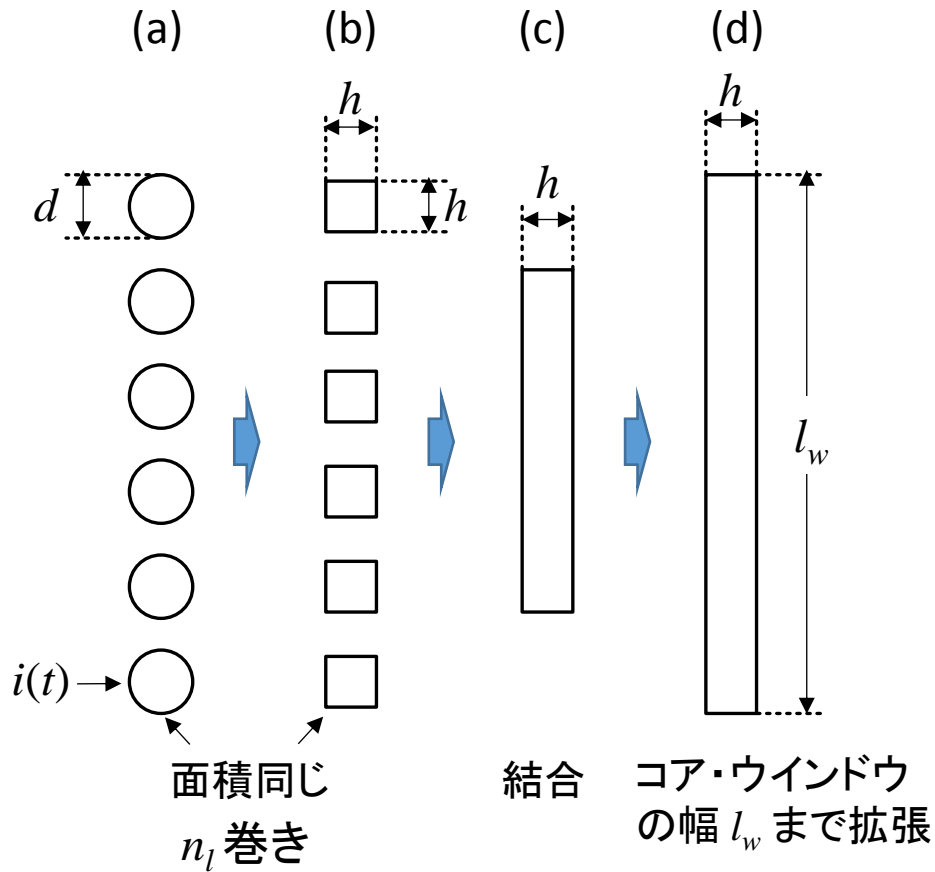
∵ コア内の起磁力 ≪ コア・ウインドウ内の起磁力



$H(x)$ は $\mathcal{F}(x)$ に比例

$$\therefore H(x) = \mathcal{F}(x)/l_w$$

巻き線のフォイル(薄層)近似



丸型線: n_l 巻き 直径 d

角型線: n_l 巻き 正方形一辺 $h = (\sqrt{\pi/4})d$

フォイル: 1回巻き \Rightarrow 電流 $n_l i(t)$

フォイル幅をコア・ウインドウの幅 l_w まで拡張

(a)と(d)でDC抵抗を同じにする必要あり(ρ を調整)

補償ファクター η 導入

η : Conductor Spacing Factor (or Winding Porosity)

$$\eta: [(a)の面積]/[(d)の面積] \quad \eta = \sqrt{\frac{\pi}{4}} d \frac{n_l}{l_w}$$

$$\Rightarrow [(a)の\rho]/[(d)の実効\rho]=\eta$$

(d)の実効表皮深さ $\delta' = \frac{\delta}{\sqrt{\eta}} \quad \because \delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi\mu f}}$

[実効フォイル厚み h]/[(d)の実効表皮深さ] $\varphi = \frac{h}{\delta'} = \sqrt{\eta} \sqrt{\frac{\pi}{4}} \frac{d}{\delta}$

近接効果による薄層の銅損(1)

近接効果による薄層の全銅損⁽¹⁾

n_l : 薄層の中の巻き数

R_{dc} : 薄層のDC抵抗

$$P = R_{dc} \frac{\varphi}{n_l^2} \left[(\mathcal{F}^2(h) + \mathcal{F}^2(0))G_1(\varphi) - 4\mathcal{F}(h)\mathcal{F}(0)G_2(\varphi) \right]$$

$$G_1(\varphi) = \frac{\sinh(2\varphi) + \sin(2\varphi)}{\cosh(2\varphi) - \cos(2\varphi)}$$

$$G_2(\varphi) = \frac{\sinh(\varphi)\cos(\varphi) + \cosh(\varphi)\sin(\varphi)}{\cosh(2\varphi) - \cos(2\varphi)}$$

$$\mathcal{F}(h) - \mathcal{F}(0) = n_l I$$

$$\mathcal{F}(h) = mn_l I$$

$$\frac{\mathcal{F}(0)}{\mathcal{F}(h)} = \frac{m-1}{m}$$

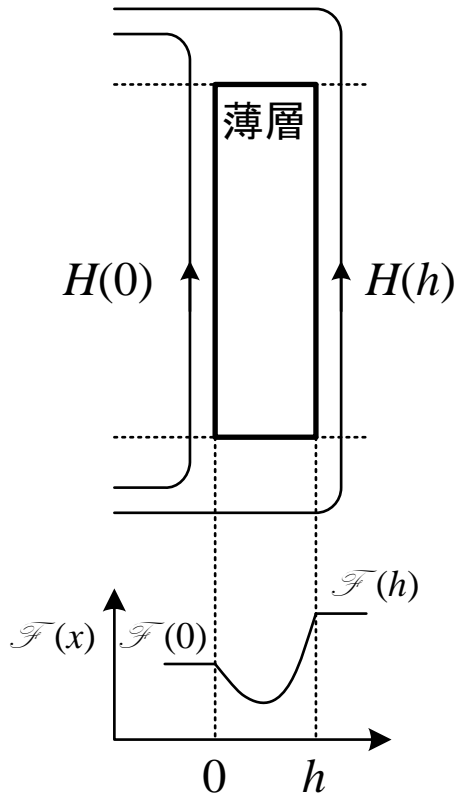
I : 正弦波の実効値

m : MMF $\mathcal{F}(h)$ と $n_l I$ との比

$$P = I^2 R_{dc} \varphi Q'(\varphi, m)$$

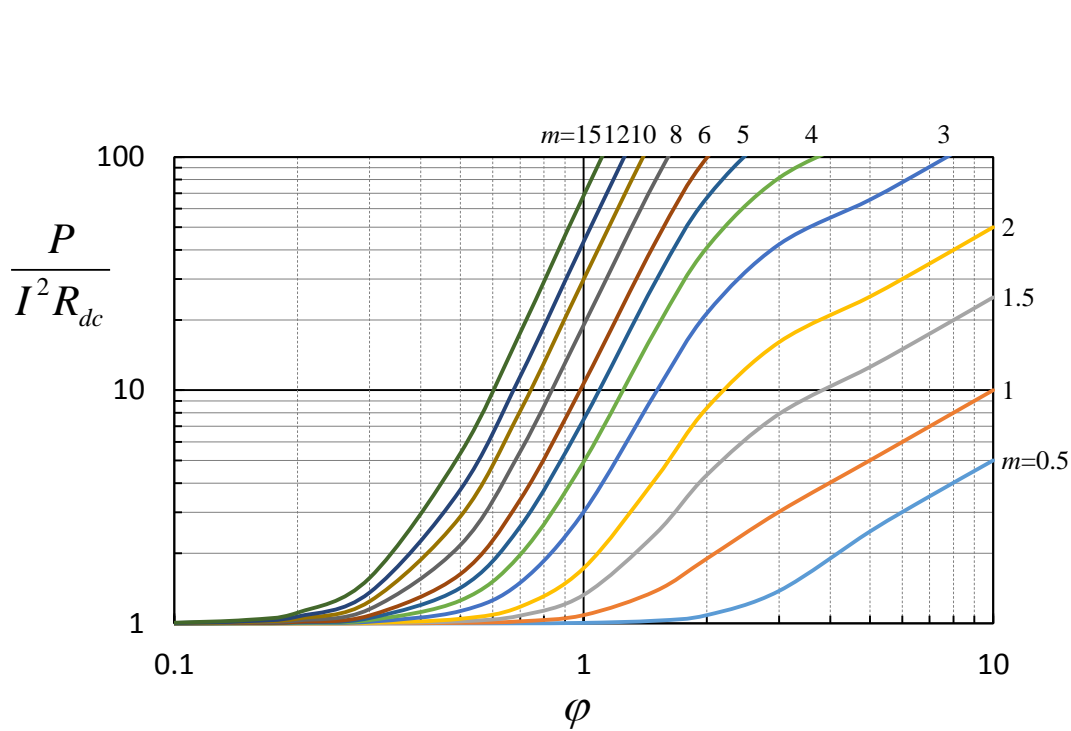
$$Q'(\varphi, m) = (2m^2 - 2m + 1)G_1(\varphi) - 4m(m-1)G_2(\varphi)$$

$$\Rightarrow \frac{P}{I^2 R_{dc}} = \varphi Q'(\varphi, m) \quad (\text{近接効果による銅損の増大分})$$



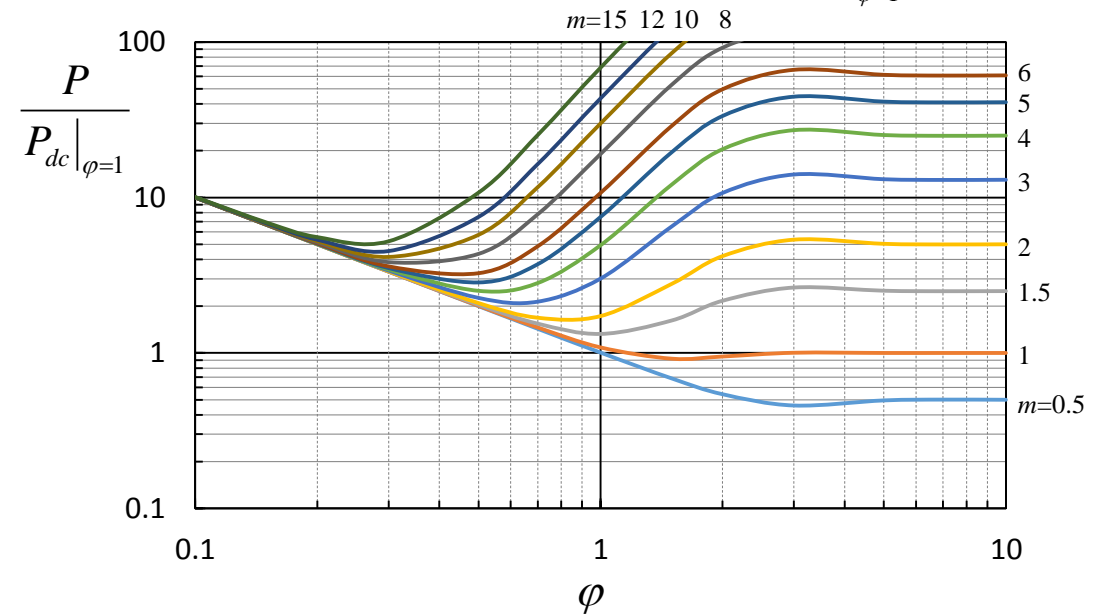
(1) A. M. Urling, V. A. Niemela, G.R. Skutt, and T. G. Wilson, "Characterizing High-Frequency Effects in Transformer Windings — A Guide to Several Significant Articles," IEEE Applied Power Electronics Conference, 1989 Record, pp. 373-385.

近接効果による薄層の銅損(2)



近接効果による銅損の増大分の ϕ 依存性

$$\frac{P}{P_{dc}|_{\phi=1}} = Q'(\phi, m)$$



銅損 P と $\phi=1$ の薄層で得られる DC 損失 $P_{dc}|_{\phi=1}$ の比の ϕ 依存性

銅損を最小にする ϕ がある

変圧器巻き線の近接効果による銅損(1)

近接効果による一次巻き線銅損の全増大分 F_R

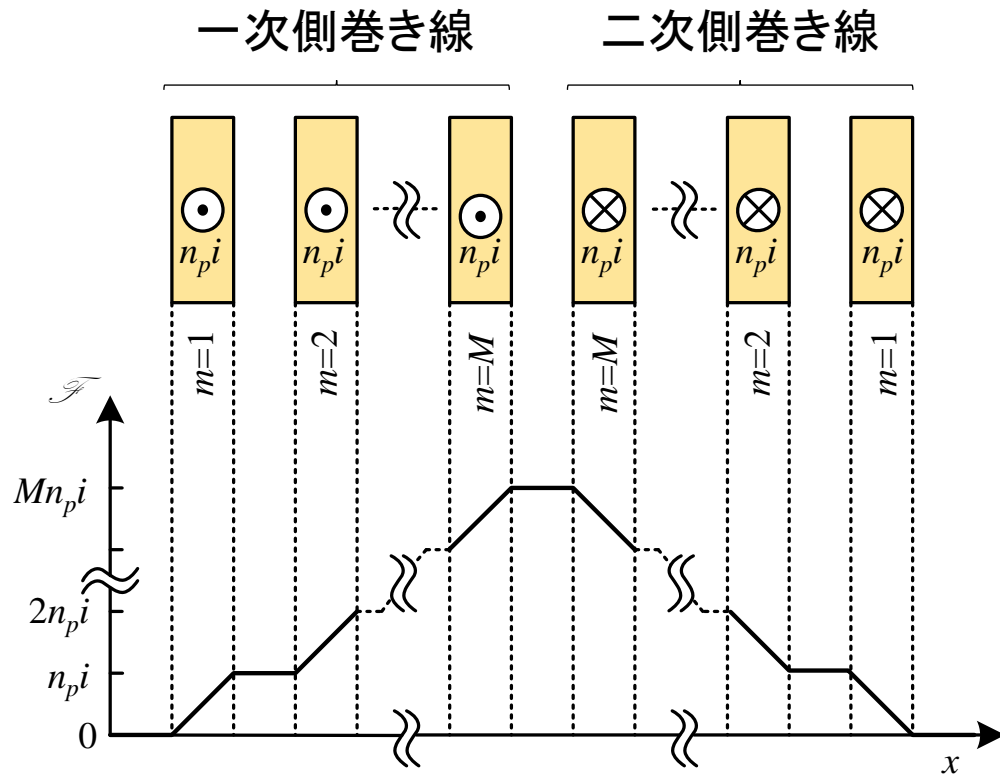
$$F_R = \frac{P_{pri}}{P_{pri,dc}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \varphi Q'(\varphi, m)$$

$$F_R = \frac{\varphi}{M} \sum_{m=1}^M [m^2(2G_1(\varphi) - 4G_2(\varphi)) - m(2G_1(\varphi) - 4G_2(\varphi)) + G_1(\varphi)]$$

$$\sum_{m=1}^M m = \frac{M(M+1)}{2}$$

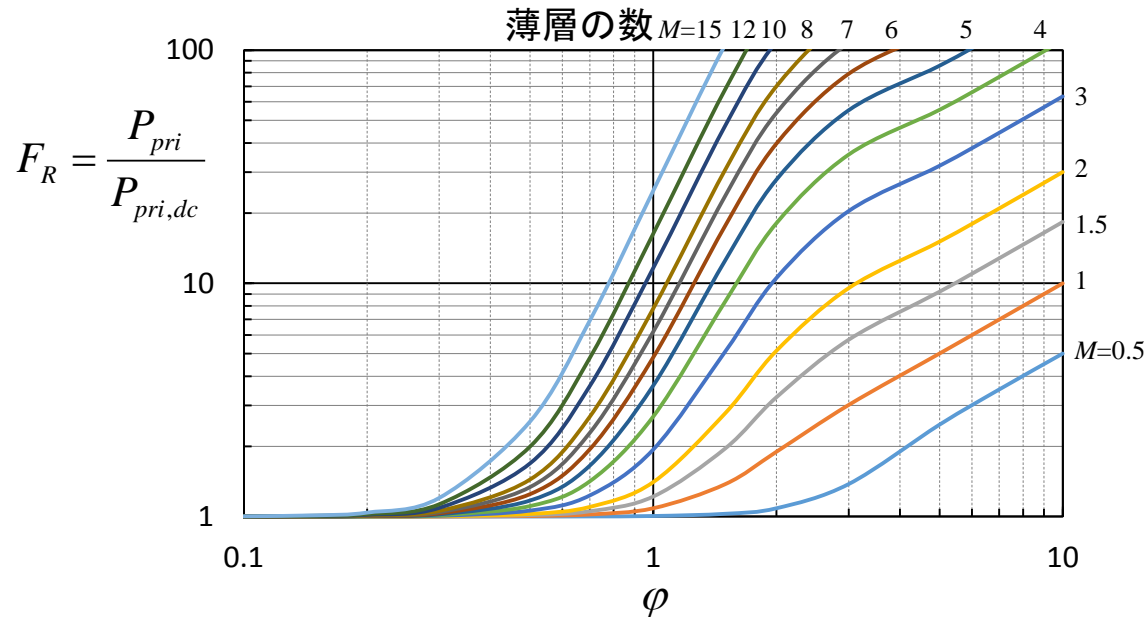
$$\sum_{m=1}^M m^2 = \frac{M(M+1)(2M+1)}{6}$$

$$F_R = \varphi \left[G_1(\varphi) + \frac{2}{3}(M^2 - 1)(G_1(\varphi) - 2G_2(\varphi)) \right]$$

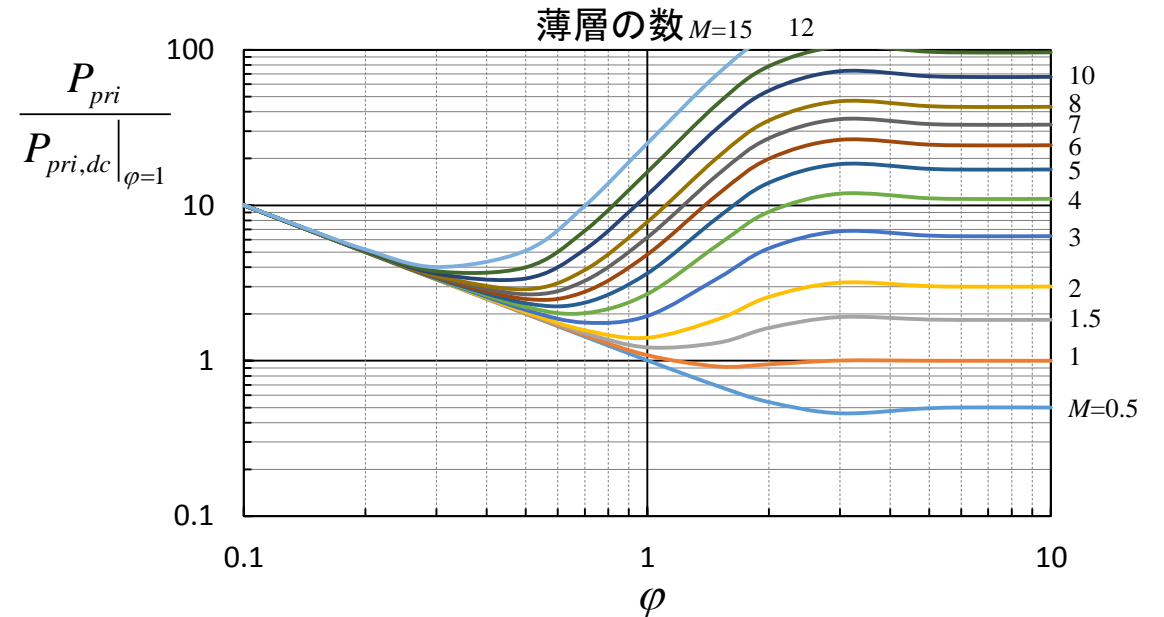


変圧器全巻き線の近接効果による銅損(2)

$$\frac{P_{pri}}{P_{pri,dc}|_{\varphi=1}} = G_1(\varphi) + \frac{2}{3}(M^2 - 1)(G_1(\varphi) - 2G_2(\varphi))$$



変圧器全巻き線の近接効果による銅損の増大の φ 依存性



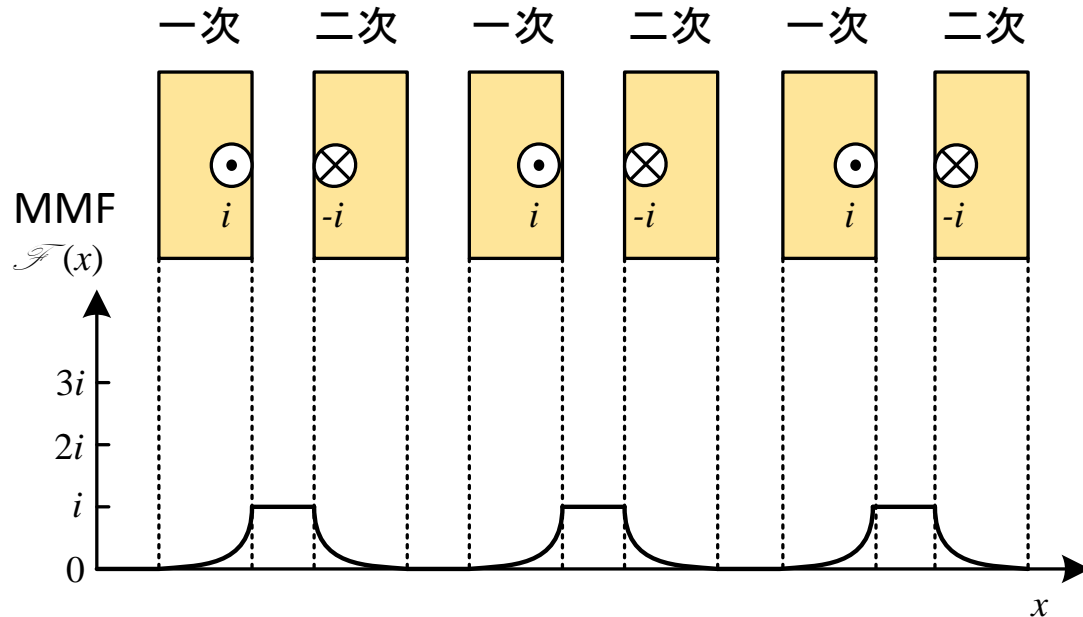
変圧器全銅損 P_{pri} と $\varphi=1$ の薄層で得られる DC 損失 $P_{pri,dc}|_{\varphi=1}$ の比の φ 依存性

銅損を最小にする φ がある

大きな $\varphi \Rightarrow G_1(\varphi) \rightarrow 1, G_2(\varphi) \rightarrow 0 \Rightarrow F_R = \varphi \left[G_1(\varphi) + \frac{2}{3}(M^2 - 1)(G_1(\varphi) - 2G_2(\varphi)) \right] \Rightarrow F_R = \frac{\varphi}{3} [2M^2 + 1]$ (23ページ参照)

近接効果の低減（巻き線のインターリーブ）

一次と二次の交互のインターリーブ

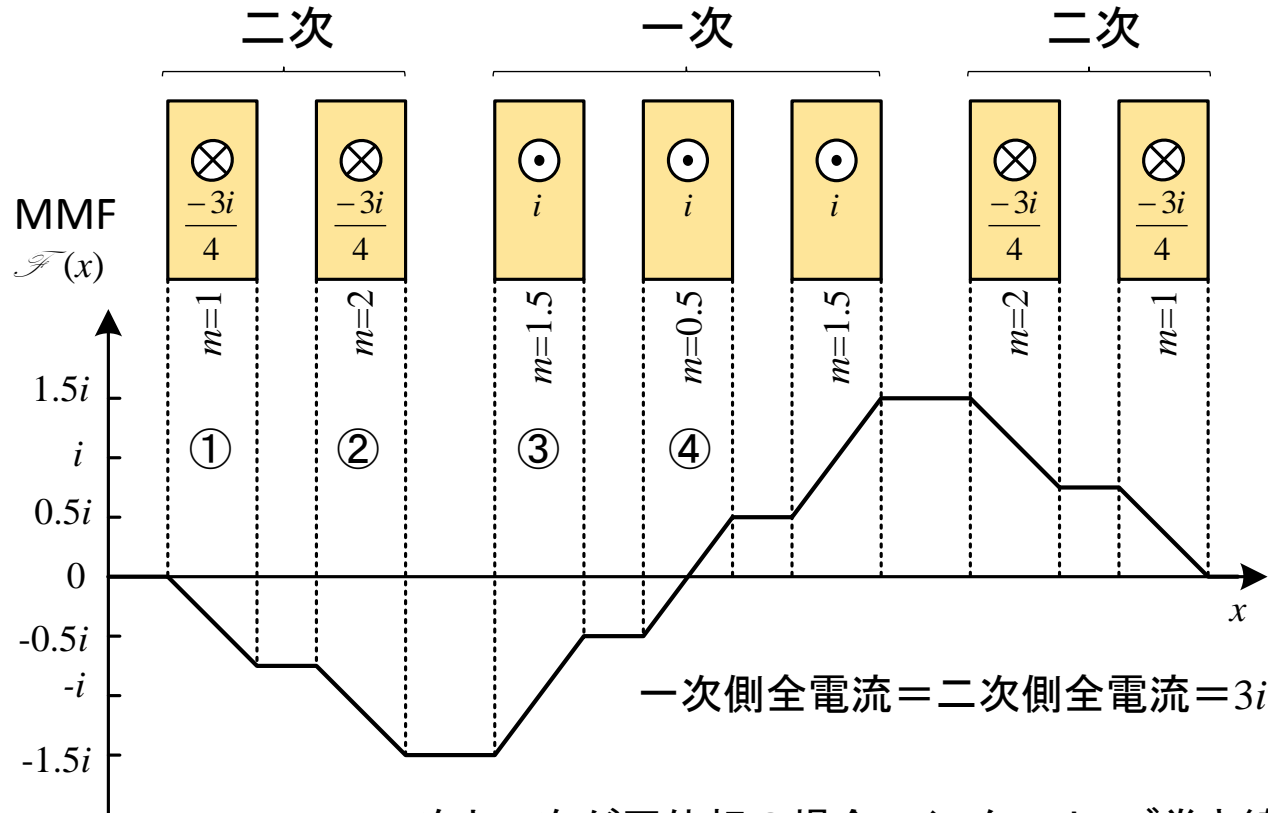


インターリーブ巻き線のMMF: 各層 $m=1$ で動作

巻き線を一次と二次で交互にインターリーブした場合の近接効果による全銅損
⇒「変圧器全巻き線の銅損(2)」の $M=1$ の場合になる

この場合の最小の銅損
⇒ $\varphi=\pi/2$ で起こる(正弦波電流)
⇒ $\varphi=1$ で得られるDC銅損に近似的に等しい

巻き線の部分的なインターリーブ



$$m = \frac{\mathcal{F}(h)}{\mathcal{F}(h) - \mathcal{F}(0)} \rightarrow \begin{cases} |\mathcal{F}(0)| > |\mathcal{F}(h)| \\ \Rightarrow m \text{ 式の } h \text{ と } 0 \text{ を入れ換える} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad m = \frac{-0.75i}{-0.75i - 0} = 1$$

$$\textcircled{3} \quad m = \frac{-1.5i}{-1.5i - (-0.5i)} = 1.5$$

$$\textcircled{2} \quad m = \frac{-1.5i}{-1.5i - (-0.75i)} = 2$$

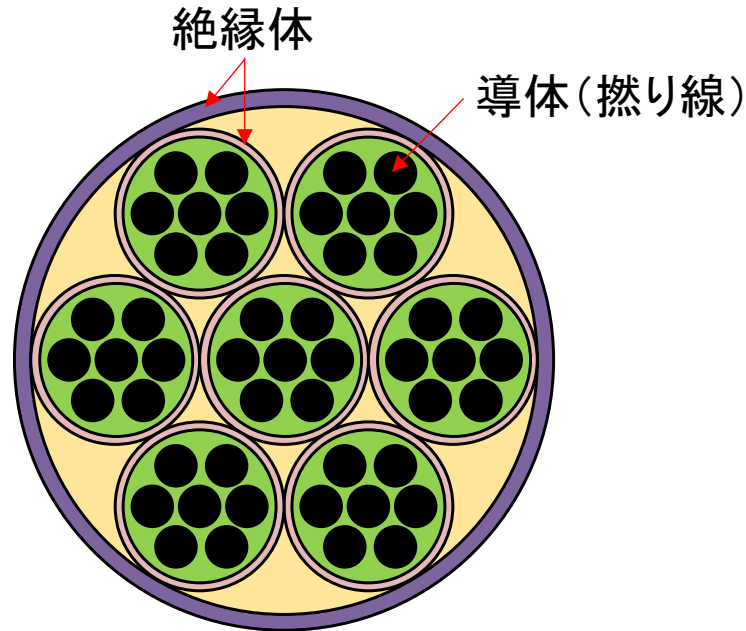
$$\textcircled{4} \quad m = \frac{0.5i}{0.5i - (-0.5i)} = 0.5$$

巻き線を部分的にインターリーブした場合の
近接効果による銅損
⇒「近接効果による薄層の銅損(2)」の図を使う

全銅損 ⇒ 各薄層の銅損の和

一次と二次が同位相の場合、インターリーブ巻き線は近接効果による銅損を著しく減じる
(一次と二次が同位相でない場合、近接効果による銅損はインターリーブ巻き線でも本質的に低減しない)

Litz Wire (近接効果低減 + 表皮効果低減)



Litz線断面の例

Litz Wire (1)

細い撚り線の束

⇒各撚り線は絶縁体で被服されている

⇒各撚り線は外部で並列接続されている

⇒撚り線の直径は表皮深さより十分に小さい

撚り線間の高周波電流の循環遮断⇒近接効果低減

導線の表面積拡大⇒表皮効果低減

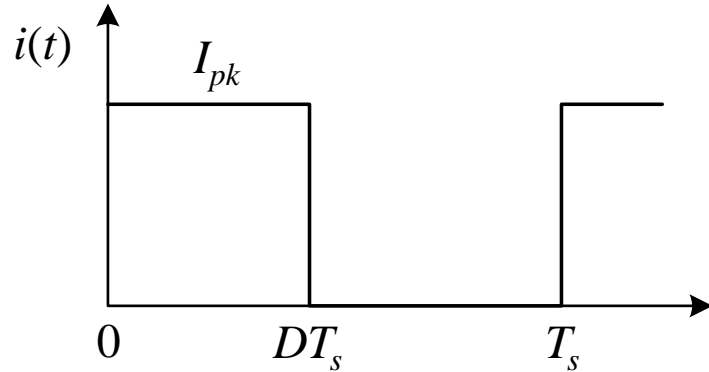
Litz線のデメリット

⇒コスト高

⇒コアウインドウを埋める率 (Fill Factor) が低い

(1) http://www.litzwire.com/litz_types.htm

PWM波形の高調波



PWMによる巻き線電流

φ_j : j 番目高調波の φ

$$\varphi_j = \sqrt{\eta} \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{d}{\delta_j}} = \sqrt{j} \left(\sqrt{\eta} \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{d}{\delta_1}} \right) = \sqrt{j} \varphi_1 \quad \Rightarrow \varphi_j = \sqrt{j} \varphi_1$$

$$\varphi_1 = \sqrt{\eta} \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{d}{\delta_1}} \quad (\varphi_1: \text{基本波の}\varphi)$$

$$\delta_j = \sqrt{\frac{\rho}{\pi\mu(jf)}} = \frac{1}{\sqrt{j}} \delta_1 \quad \delta_1 = \sqrt{\frac{\rho}{\pi\mu f}} \quad (\delta_1: \text{基本波の}\delta)$$

$i(t)$ のフーリエ級数展開

$$i(t) = I_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \sqrt{2} I_j \cos(j\omega t) \quad \omega = 2\pi/T_s$$

$$I_j = \frac{\sqrt{2} I_{pk}}{j\pi} \sin(j\pi D) \quad (\text{高調波成分} \rightarrow \text{近接効果に影響する})$$

$$I_0 = D I_{pk} \quad (\text{DC成分} \rightarrow \text{近接効果に影響しない})$$

例：PWMフォワード・コンバータの変圧器（2巻き線変圧器）での銅損

変圧器巻き線の近接効果による銅損（1）の変圧器を想定

仮定：M層の巻き線、DC抵抗： R_{dc}

DC成分に起因する銅損

$$P_{dc} = I_0^2 R_{dc}$$

j 高調波成分に起因する銅損

$$P_j = I_j^2 R_{dc} \sqrt{j} \varphi_1 \left[G_1(\sqrt{j} \varphi_1) + \frac{2}{3} (M^2 - 1) (G_1(\sqrt{j} \varphi_1) - 2G_2(\sqrt{j} \varphi_1)) \right] \quad \because \varphi_j = \sqrt{j} \varphi_1$$

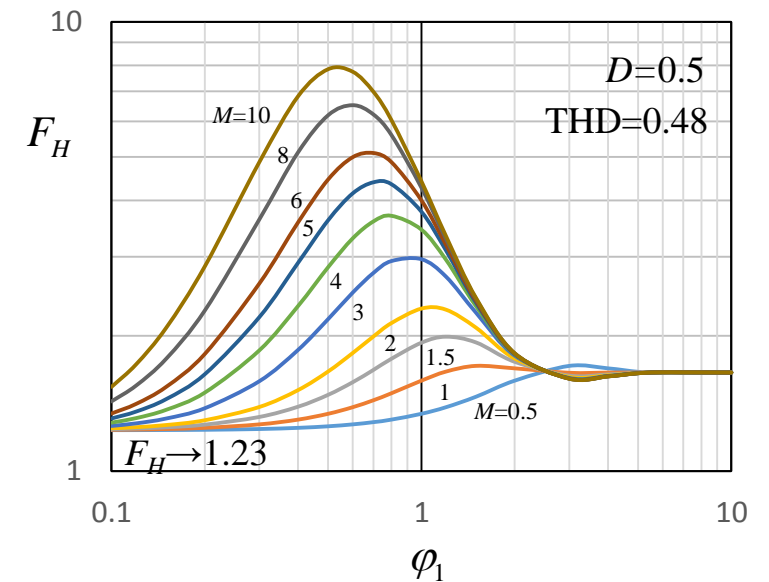
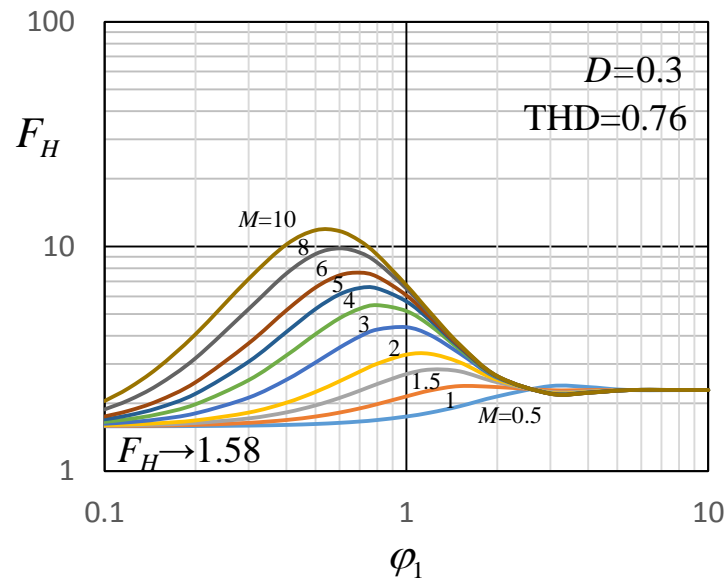
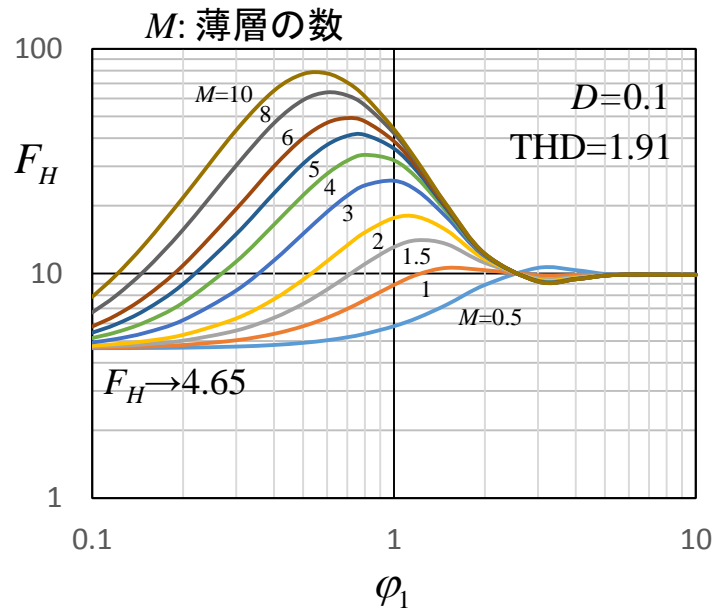
巻き線の全銅損 P_{cu}

$$\frac{P_{cu}}{DI_{pk}^2 R_{dc}} = D + \frac{2\varphi_1}{D\pi^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\sin^2(j\pi D)}{j\sqrt{j}} \left[G_1(\sqrt{j} \varphi_1) + \frac{2}{3} (M^2 - 1) (G_1(\sqrt{j} \varphi_1) - 2G_2(\sqrt{j} \varphi_1)) \right] \quad \because I_j = \frac{\sqrt{2} I_{pk}}{j\pi} \sin(j\pi D)$$

高調波損失ファクター

高調波損失ファクター $F_H = \frac{\sum_{j=1}^{\infty} P_j}{P_1}$

$F_H \rightarrow 1 + (\text{THD})^2$ for $\varphi_1 \ll 1$ $\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{j=2}^{\infty} I_j^2}}{I_1}$
 THD: Total Harmonic Distortion



全銅損 $P_{cu} = I_0^2 R_{dc} + \sum_{j=1}^{\infty} P_j = I_0^2 R_{dc} + F_H F_R I_1^2 R_{dc}$

$F_R = \frac{P_1}{I_1^2 R_{dc}}$

第一項: DC成分の銅損 第二項: 基本波と高調波の近接効果による銅損

P_1 : 基本波の近接効果 (M 薄層) による銅損

$I_1^2 R_{dc}$: 基本波の直列抵抗による銅損

(I_1 : 基本波電流のrms値、 R_{dc} : 直列抵抗)

高いTHDを含む電流の銅損を抑えるには

⇒ $\varphi_1 \ll 1$ を選択 (インターリーブ巻き線の場合大きな φ_1 を使える)

磁気デバイスの適用

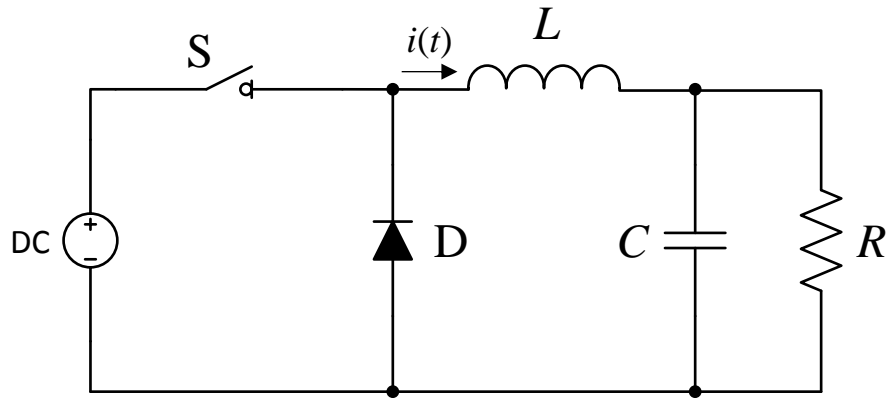
磁気デバイスの設計⇒要求されたインダクタンスと巻き数比
⇒コア材料を飽和させない
⇒全電力損失は許容内にする

ピークAC磁束密度⇒コア損失を受容できる程度に十分に小さくする

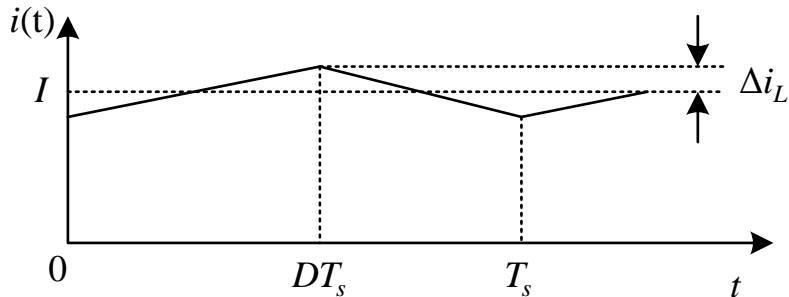
ワイヤ断面積⇒コアウインドウに要求された巻き数に適合するように十分に小さくする
⇒巻き線のDC抵抗(銅損)を下げるためにできるだけ大きくする
⇒断面積が大きすぎると表皮効果や近接効果による許容できない銅損が起きる

コアのエア・ギャップ⇒磁気デバイスが十分なエネルギーを蓄える必要のあるとき使用
⇒変圧器では好ましくない

フィルター・インダクタ

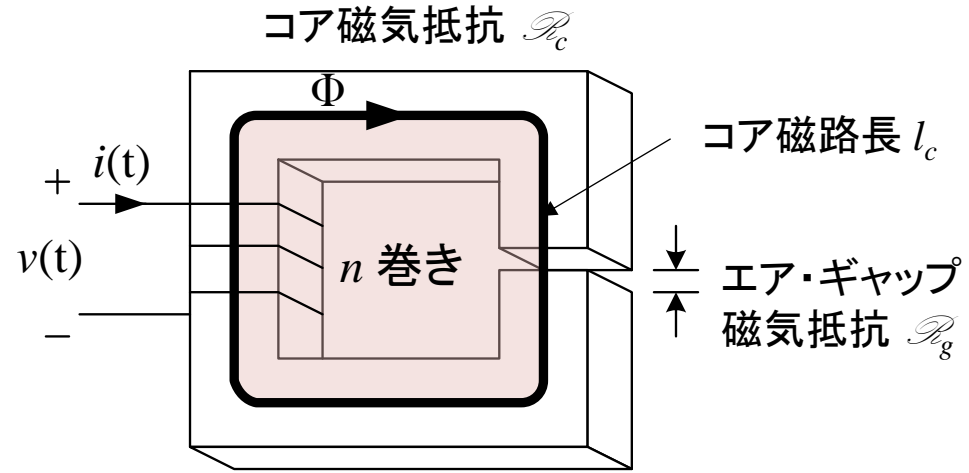


降圧DC-DCコンバータ

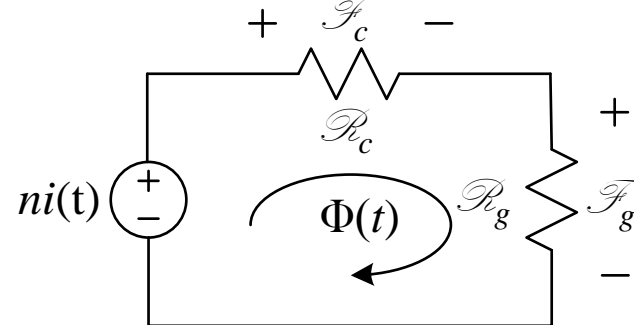


フィルター・インダクタ電流(連続モード)

ピーク電流 $I + \Delta i_L$ によるコアの飽和を防ぐためにエア・ギャップを使用



磁気等価回路



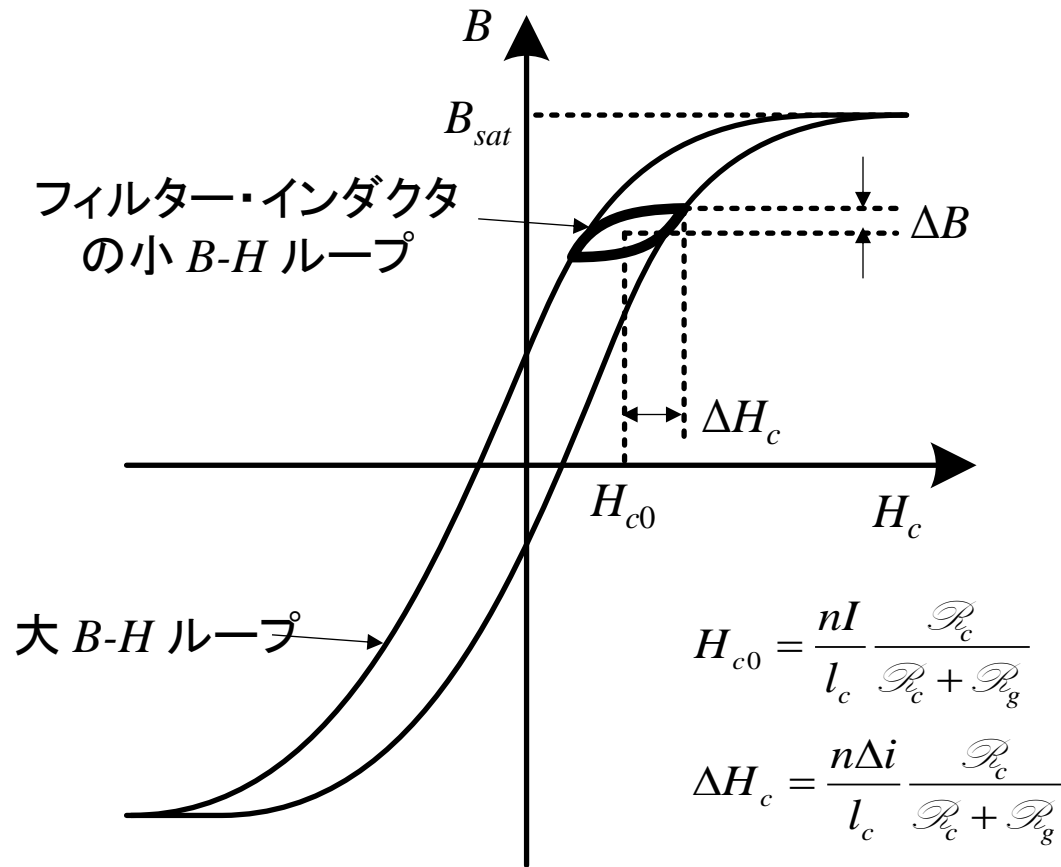
コア内起磁力

$$\mathcal{F}_c(t) = H_c l_c$$

コア磁界強度

$$H_c(t) = \frac{ni(t)}{l_c} \frac{R_c}{R_c + R_g}$$

フィルター・インダクタの小B-Hループ



インダクタ電流リップル

⇒コア損失(小 B - H ループ):無視できる

rms インダクタ電流リップル(DC成分 I)

⇒銅損

近接効果⇒無視できる

最大の磁束密度⇒コアの飽和により限定

高周波フェライト材料使用可能

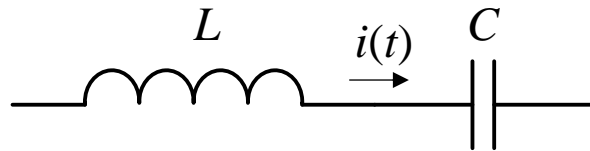
高いコア損失を持つが大きな飽和磁束密度を持つ材料も使用可能

⇒物理的に小さなデバイスになる

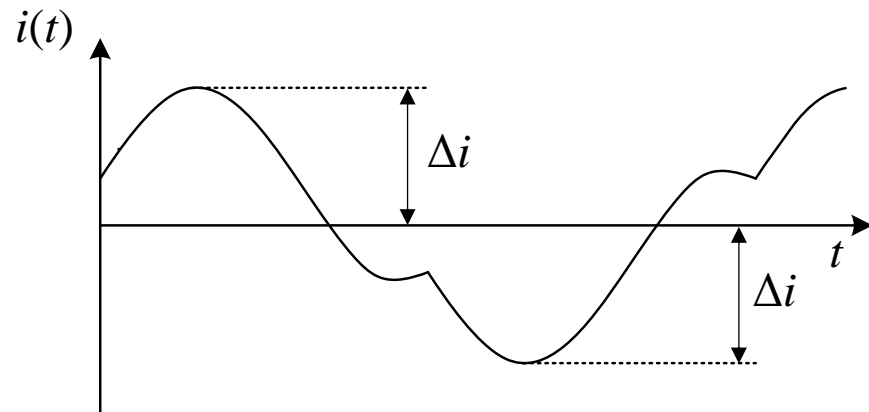
最大磁束密度を設計に考慮

ACインダクタ

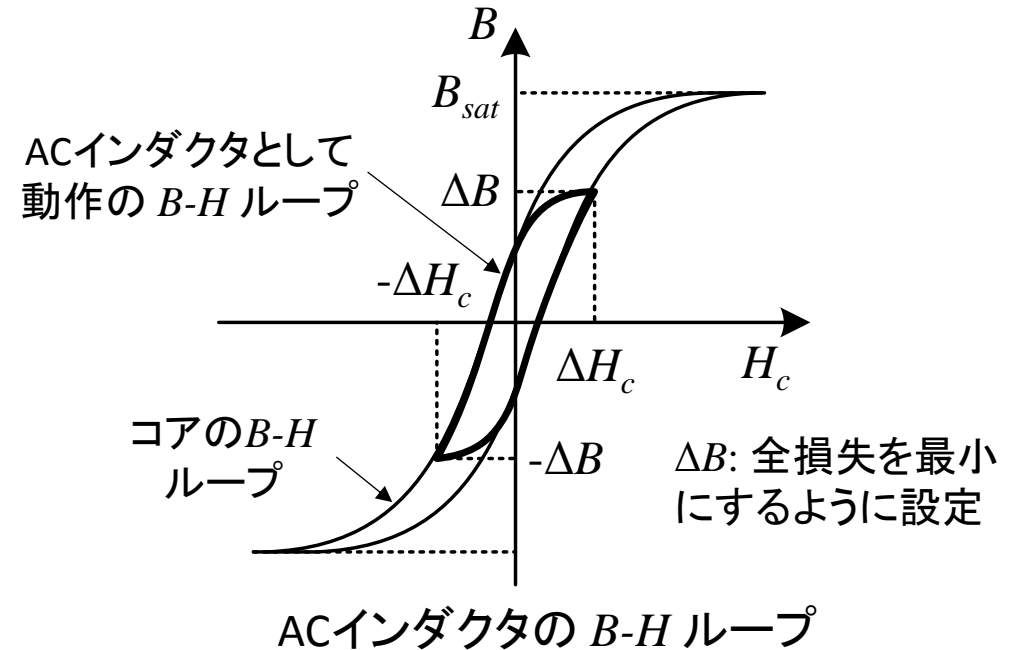
ACインダクタ⇒共振コンバータで使用



共振タンク回路



インダクタ電流波形

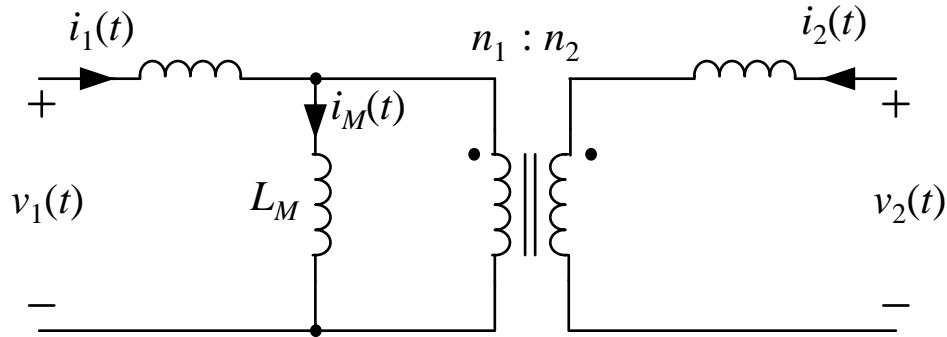


コア損失と近接効果による損失
⇒大(低コア損失高周波材料(フェライト)を使用)

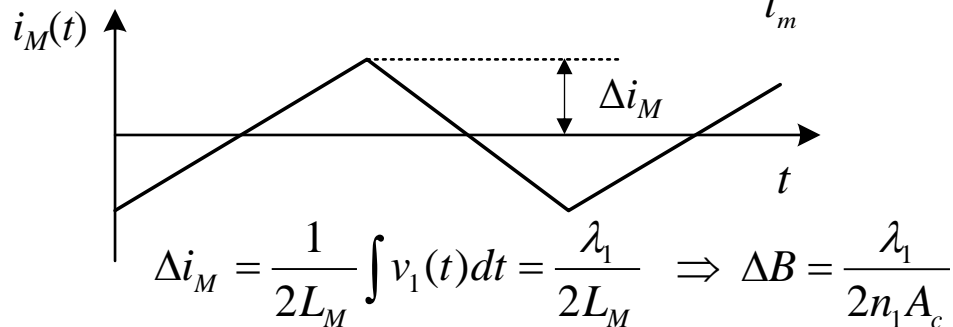
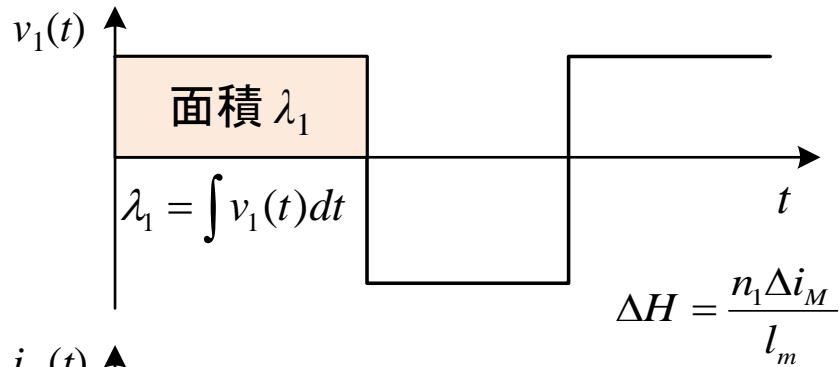
最大の磁束密度
⇒コアの飽和よりむしろコア損失で限定

コア損失と銅損を設計に考慮

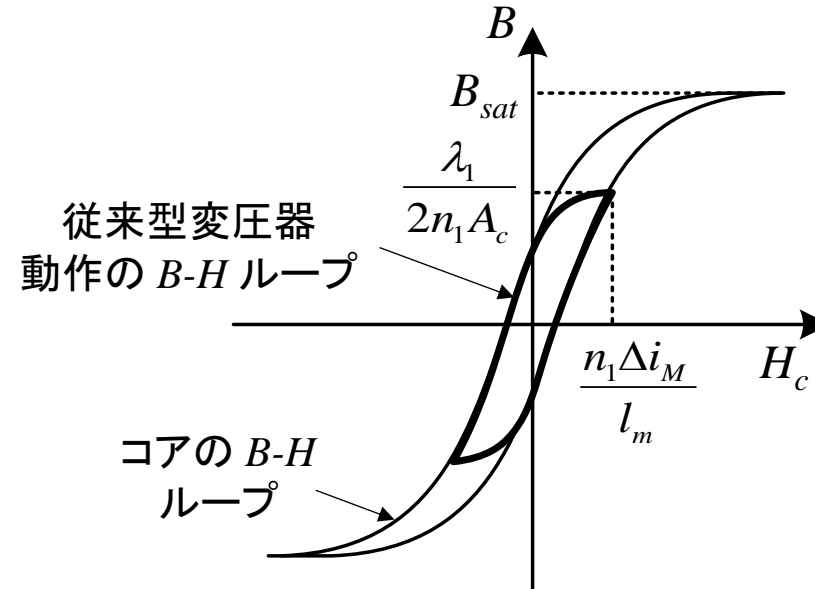
変圧器



スイッチングコンバータ用(従来型)変圧器の等価回路



$$\therefore L_M \Delta i_M = n_1 A_c \Delta B$$

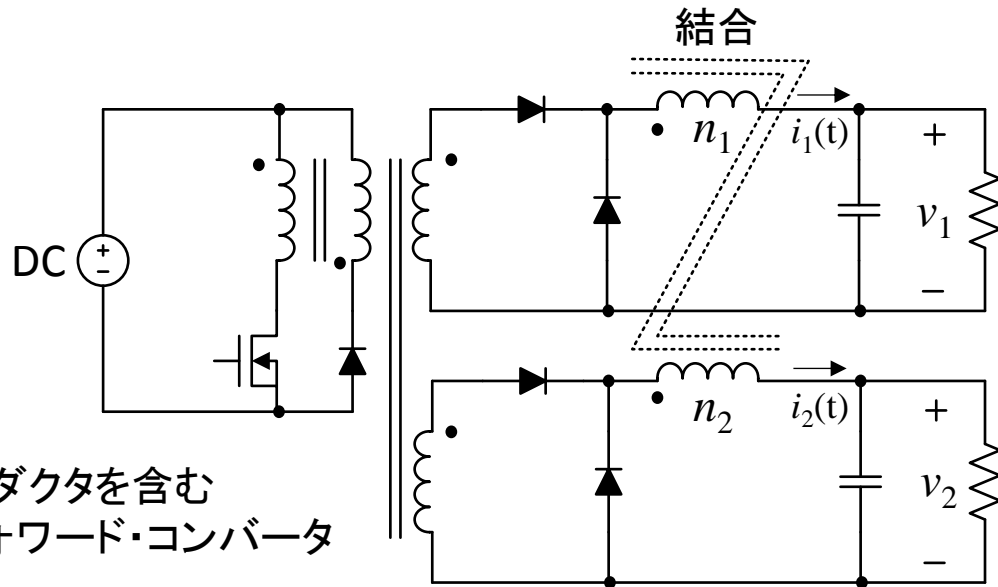


コア損失と近接効果による損失
⇒大(低コア損失高周波材料(フェライト)を使用)

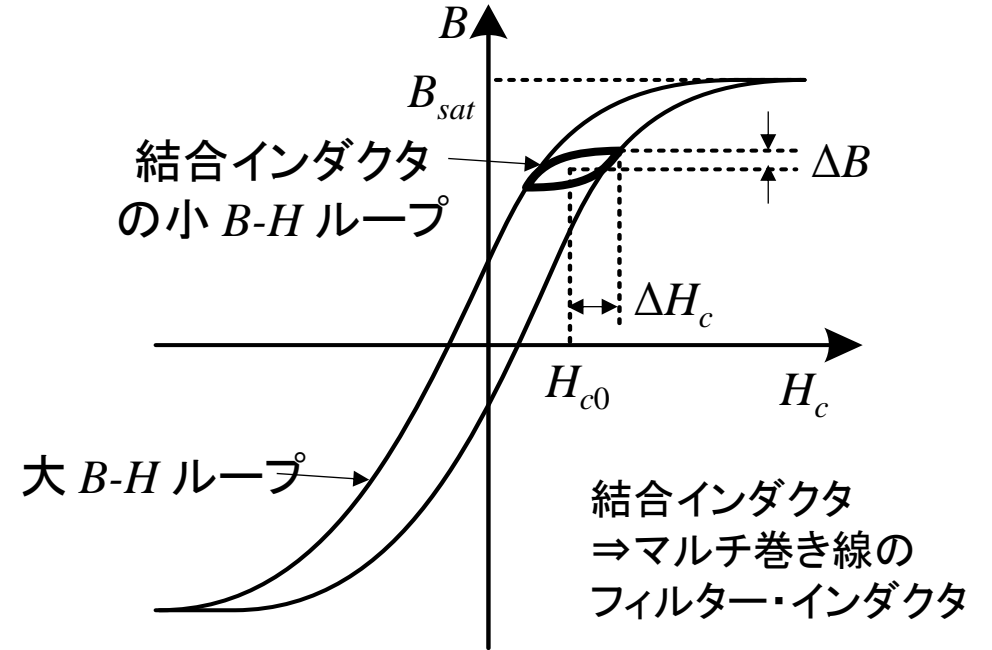
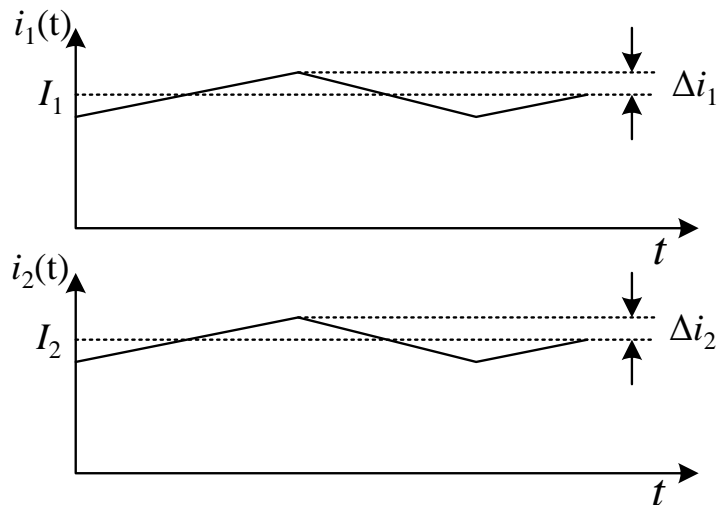
最大の磁束密度
⇒コアの飽和よりむしろコア損失で限定

コア損失と銅損を設計に考慮

結合インダクタ



結合インダクタを含む
2出力フォワード・コンバータ



結合インダクタのコアの正味の磁界強度

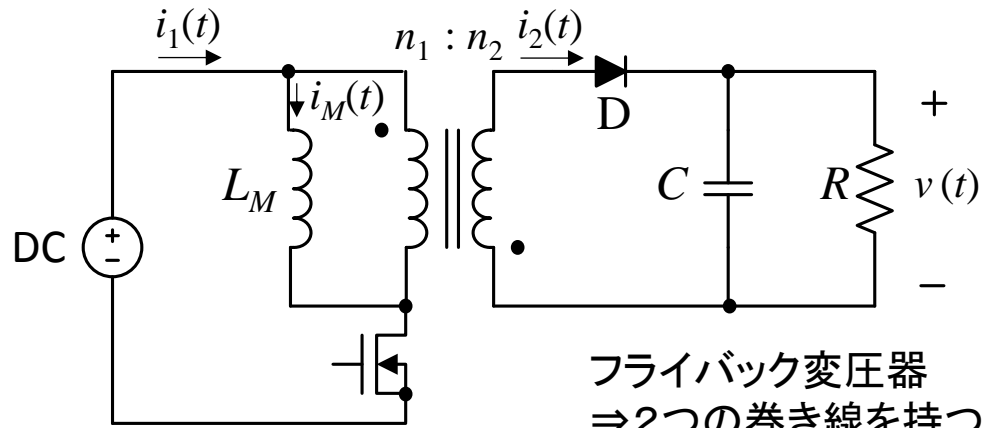
$$H_c(t) = \frac{n_1 i_1(t) + n_2 i_2(t)}{l_c} \frac{\mathcal{R}_c}{\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g}$$

小電流リップル⇒小コア損失と小近接効果

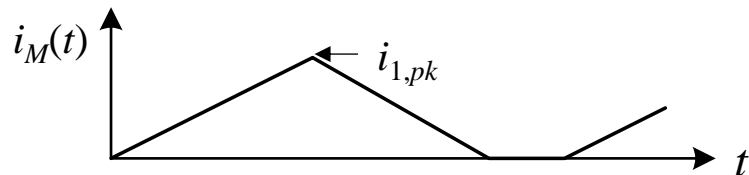
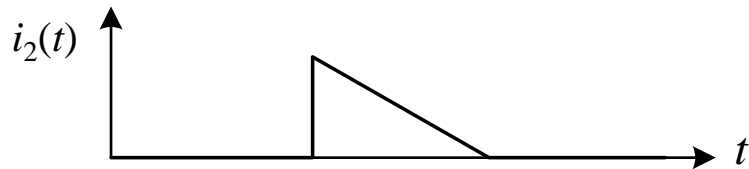
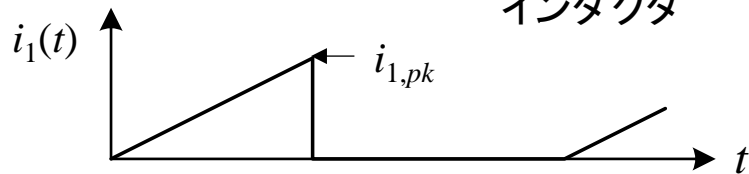
最大の磁束密度⇒コアの飽和により限定(エア・ギャップ使用)

最大磁束密度を設計に考慮

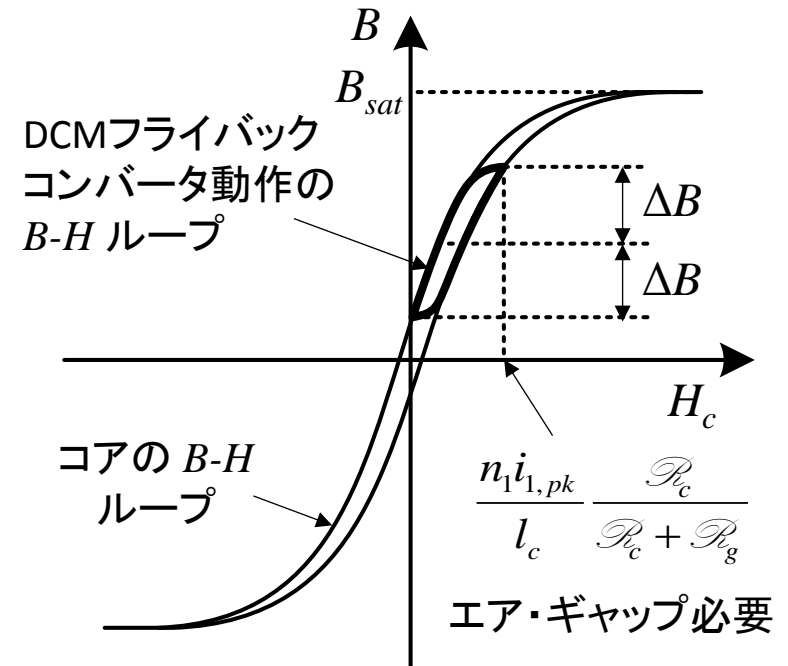
フライバック変圧器



フライバック変圧器
⇒2つの巻き線を持つ
インダクタ



DCM (不連続モード) の電流波形



コア損失

DCMで大⇒コア損失下げるとように ΔB を設定

CCMで小⇒最大磁束密度が飽和しないように動作を設定

近接効果

DCM, CCMで大

⇒一次と二次巻き線でのインターリーブは効果無し

(∵一次と二次で電流の位相が異なる)

付録1：電気回路と磁気回路の物理量の比較

電気回路			磁気回路		
物理量	記号・式	単位	物理量	記号・式	単位
電圧	$V=IR$	V	起磁力	$\mathcal{F}=NI=\Phi \mathcal{R}$	A
電流	$I=V/R$	A	磁束	$\Phi=NI/\mathcal{R}$	Wb
抵抗	R	Ω	磁気抵抗	\mathcal{R}	H^{-1} (A/Wb)
電界強度	$E=V/l$	V/m	磁界強度	$H=NI/l$	A/m
電流密度	$J=I/A$	A/m^2	磁束密度	$B=\Phi/A=\mu H$	T (Wb/m ²)
抵抗率	ρ	Ωm	—	—	—
導電率	σ	S/m	透磁率	μ	H/m
コンダクタンス	$G=1/R$	S	パーミアンス	$P=1/\mathcal{R}$	H
電気エネルギー	$Pt=Vit$	J	磁気エネルギー	$NI \cdot \Phi$	J

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{l}{\sigma A}$$

A:導体の断面積(m²)

l:導体の長さ(m)

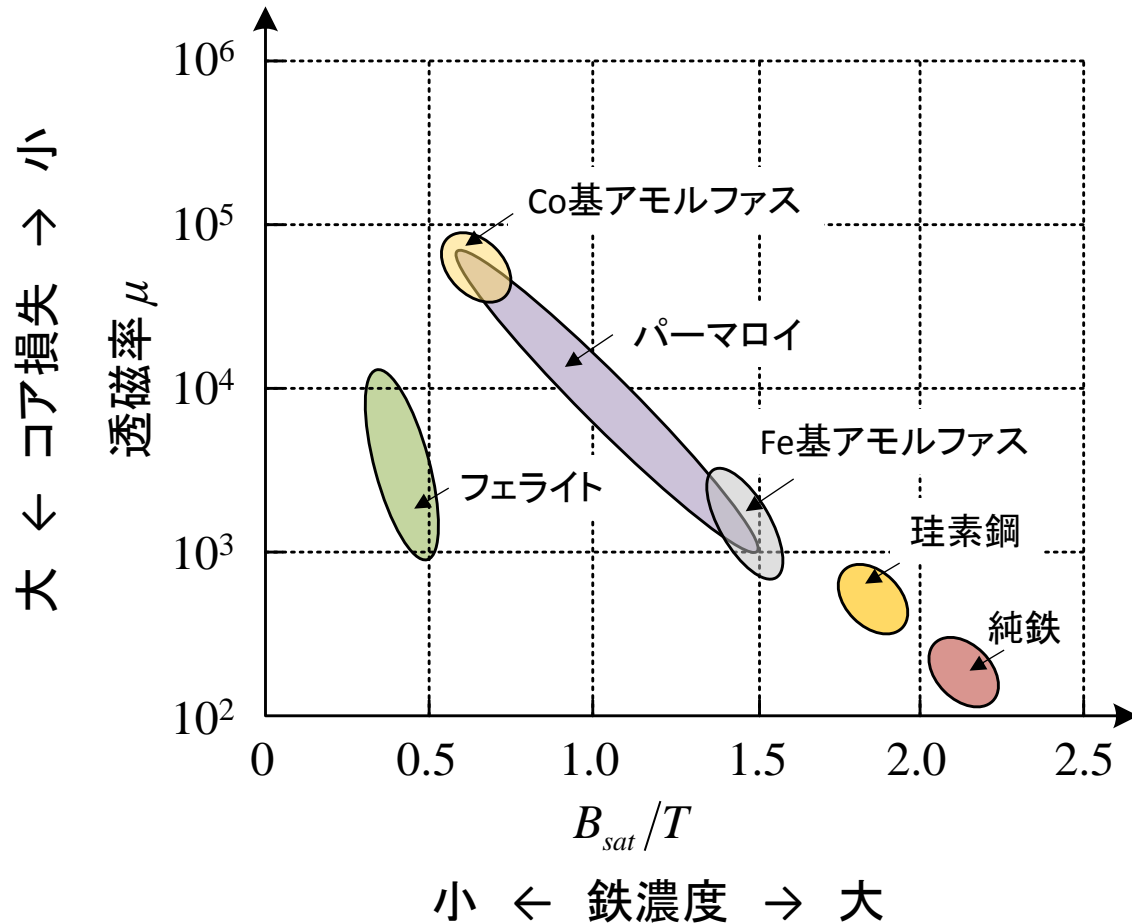
$$\mathcal{R} = \frac{l_m}{\mu A}$$

A:磁性体の断面積(m²)

l_m:磁性体の長さ(磁路長)(m)

参考文献 落合政司、「スイッチング電源の原理と設計」、付録E3、オーム社、2015.

付録2: 飽和磁束密度とコア損失の関係



飽和磁束密度 vs. コア損失 (トレードオフの関係)

珪素鋼

ラミネート構造コア → 渦電流低減
→ 低周波変圧器、フィルタ・インダクタに使用

パーマロイ (Fe-Ni合金)

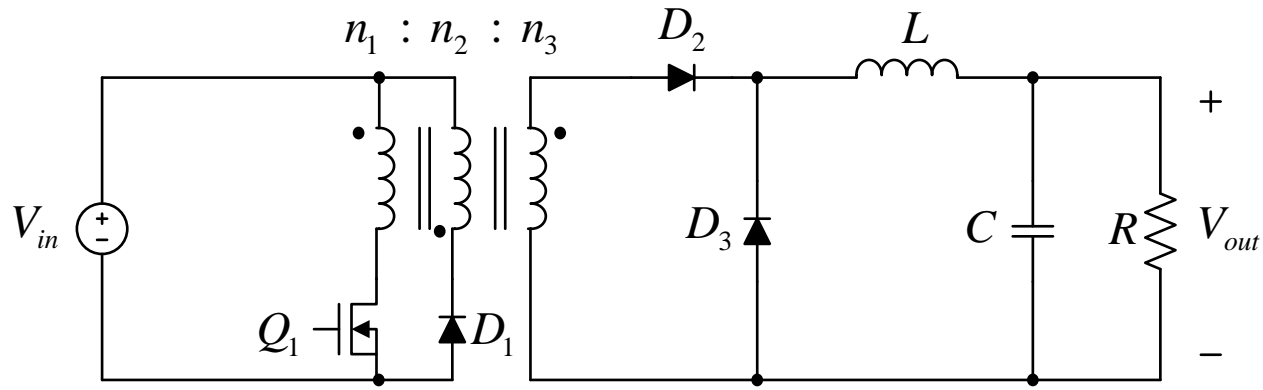
金属磁性粒子コア → 渦電流低減
→ 数kHz変圧器、高周波 (100kHz) スイッチング電源のフィルタ・インダクタに使用

フェライト (酸化鉄主成分のセラミック)

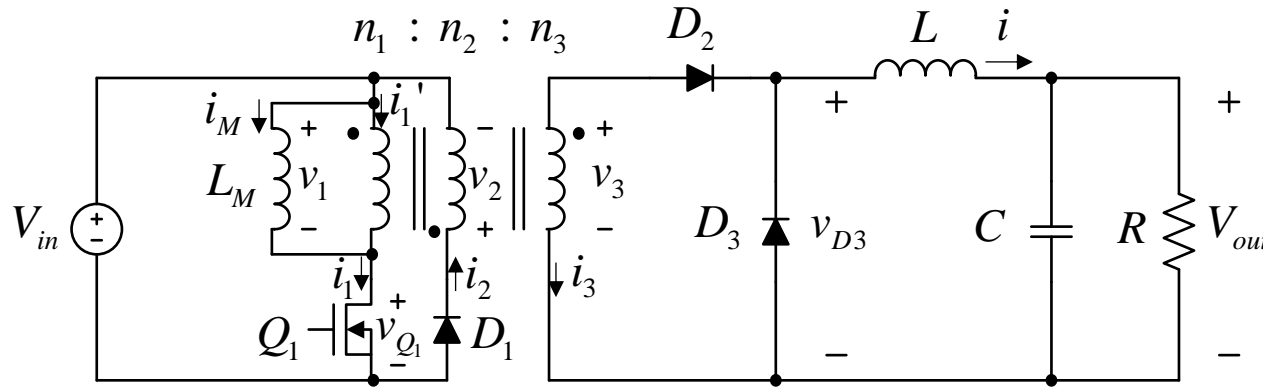
高抵抗率材料 → 渦電流低減
Mg-Zn系 → 10kHz ~ 1MHzのスイッチング電源のインダクタと変圧器に使用

Ni-Zn系 → 上記以上の周波数でスイッチング電源のインダクタと変圧器に使用

付録3-1: フォワード・コンバータ



変圧器の等価回路化



出力の目安

数十W～数百W

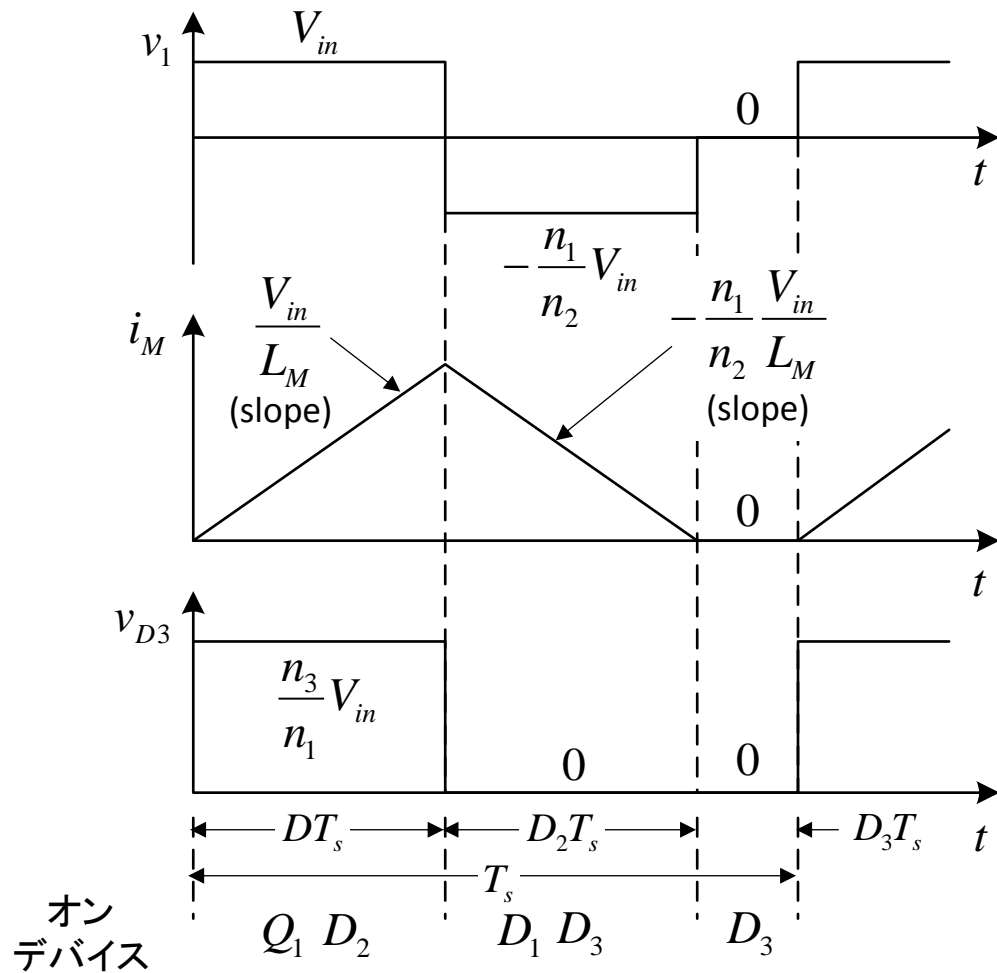
(この出力レベルはフル・ブリッジ・コンバータやハーフ・ブリッジ・コンバータより低い)

dc負荷電圧: V_{out}

$$V_{out} = \langle v_{D3} \rangle = \frac{n_3}{n_1} DV_{in}$$

(連続モード)

付録3-2: フォワード・コンバータの波形



定常状態

L_M に掛かる電圧の平均=0

$$\langle v_1 \rangle = DV_{in} + D_2 \left(-V_{in} \frac{n_1}{n_2} \right) + D_3(0) = 0$$

$$\Rightarrow D_2 = \frac{n_2}{n_1} D \quad (\text{inductor volt-second balance for } L_M)$$

1周期のデューティ比の関係

$$D + D_2 + D_3 = 1$$

$$\Rightarrow D_3 = 1 - D - D_2 \geq 0$$

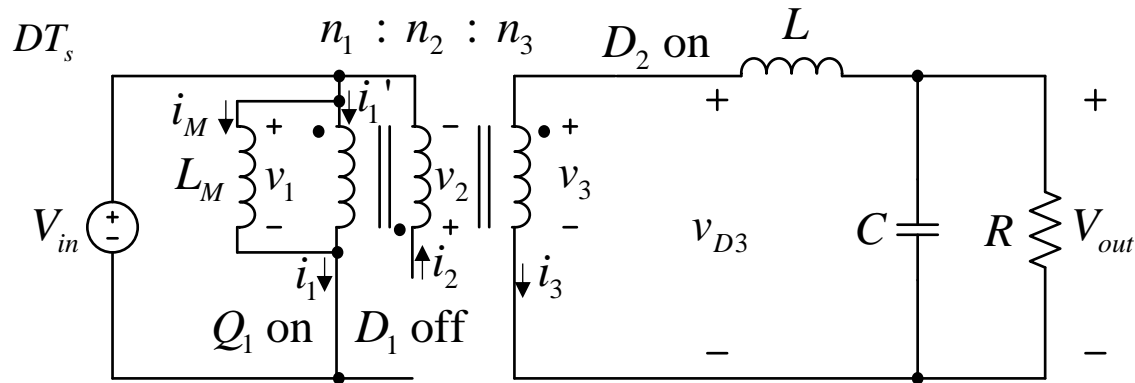
$$\Rightarrow D_3 = 1 - D \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \right) \geq 0$$

$$\Rightarrow D \leq \frac{1}{1 + \frac{n_2}{n_1}}$$

$$\Rightarrow D \leq 0.5 \quad \text{for } n_1 = n_2$$

上記が満たされないと磁化インダクタンスが飽和する可能性あり

付録3-3: フォワード・コンバータ動作モード

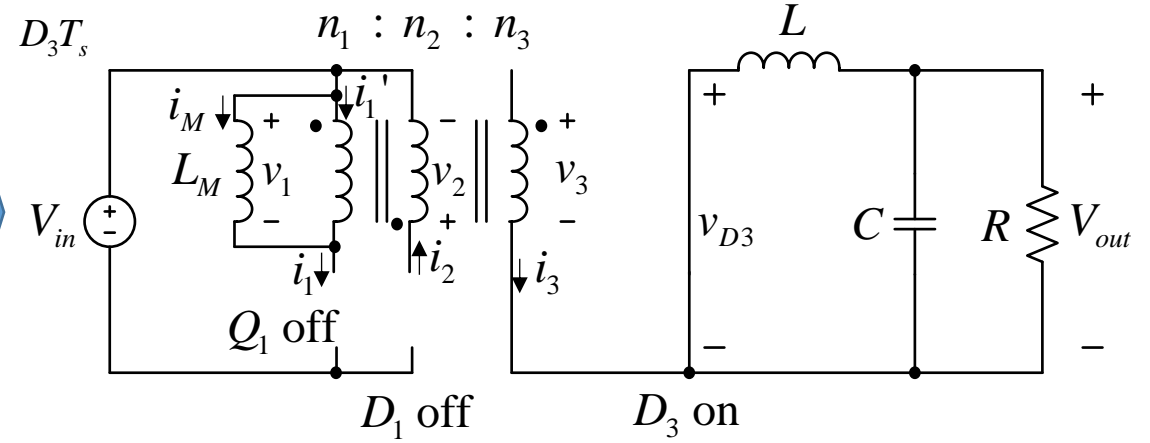
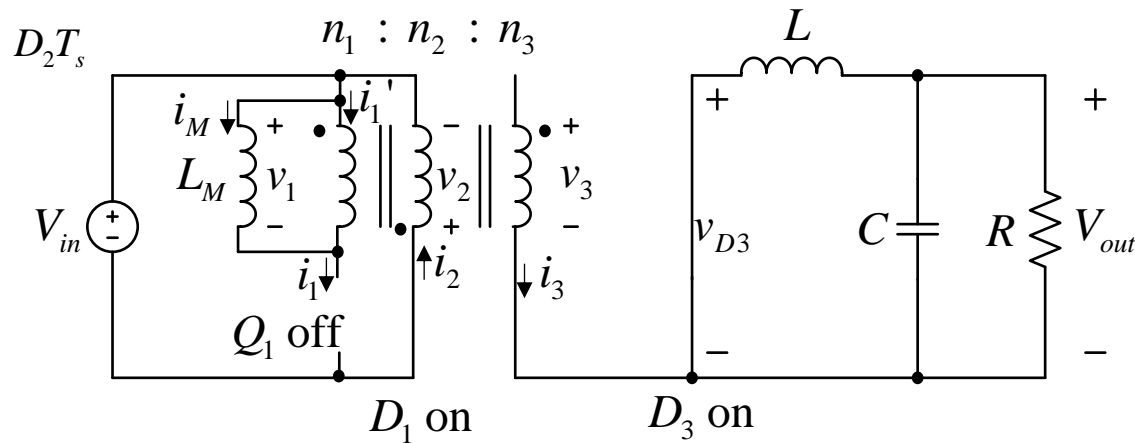


出力電圧

L のdc成分 $\Rightarrow 0$ (\because inductor volt-second balance for L)

$$V_{out} = \langle v_{D3} \rangle = \frac{n_3}{n_1} D V_{in} \quad (\text{連続モード})$$

(注) D を上げるために n_2/n_1 を小さくすると Q_1 トランジスタのストレスが大きくなる



$$i_2 = i_M \frac{n_1}{n_2} \quad \max(v_{Q1}) = V_{in} \left(1 + \frac{n_1}{n_2} \right) \quad \Rightarrow \max(v_{Q1}) = 2V_{in} \quad \text{at } n_1 = n_2$$