

演習問題（Ⅰ）

群馬大学
松田順一

フェルミ電位

アクセプタ密度 $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ の場合のフェルミ電位 ϕ_F を求めよ。
温度は室温 ($T = 300 \text{ K}$) とする。

ボルツマン定数 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

素電荷密度 $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Siの真性キャリア密度 (室温) $n_i = 1.45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

$$\phi_F = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$$

$$\frac{kT}{q} \Rightarrow \frac{\text{J K}}{\text{K C}} \Rightarrow \frac{\text{J}}{\text{C}} \Rightarrow \frac{\text{Ws}}{\text{C}} \Rightarrow \frac{\text{AVs}}{\text{C}} \Rightarrow \text{V}$$

$$\phi_F = 0.407 \text{ V}$$

pn接合の接触(ビルトイン)電位

p 型の不純物密度を $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ とする n^+p 接合のビルトイン電位 ϕ_{bi} を求めよ。
温度は室温、 n^+ のフェルミ電位を $\phi_F = -0.55 \text{ V}$ とせよ。

$$\phi_{bi} = 0.957 \text{ V}$$

pn接合の空乏層幅

p 型の不純物密度を $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ とする n^+p 接合に逆バイアス $V_R = 0 \text{ V}, 5 \text{ V}$ を印加した場合の空乏層幅と単位面積当たりの電荷を求めよ。温度は室温とする。

p 側の空乏層幅は次式で表される。

Siの誘電率 $\epsilon_s = 11.7 \times 8.854 \times 10^{-14} \text{ F/cm}$

$$l \approx \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (\phi_{bi} + V_R)}$$

この場合 l 側の単位面積当たりの電荷 Q' は、以下になる。

$$Q' = -qlN_A \approx -\sqrt{2q\epsilon_s N_A (\phi_{bi} + V_R)}$$

$$l = 0.111 \mu\text{m} \quad \text{at } V_R = 0 \text{ V}$$

$$l = 0.278 \mu\text{m} \quad \text{at } V_R = 5 \text{ V}$$

$$Q' = -1.78 \times 10^{-7} \text{ C/cm}^2 \quad \text{at } V_R = 0 \text{ V}$$

$$Q' = -4.44 \times 10^{-7} \text{ C/cm}^2 \quad \text{at } V_R = 5 \text{ V}$$

フラット・バンド電圧

n^+ ゲート、 p 基板のMOS構造の仕事関数差電位 ϕ_{MS} を求めよ。

p 基板のアクセプタ密度を $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, n^+ ゲートのフェルミ電位を $\phi_F = -0.55 \text{ V}$ とせよ。
温度は室温とする。

上記構造で、界面電荷密度 $Q'_o = (1.6 \times 10^{-19}) \times (3 \times 10^{10}) \text{ C/cm}^2$ 、
ゲート酸化膜厚 $t_{ox} = 12 \text{ nm}$ としてフラット・バンド電圧 V_{FB} を求めよ。

$$V_{FB} = \phi_{MS} - \frac{Q'_o}{C'_{ox}}$$

$$\phi_{MS} = -0.957 \text{ V}$$

$$V_{FB} = -0.974 \text{ V}$$

$$\text{酸化膜の誘電率 } \epsilon_{ox} = 3.84 \times 8.854 \times 10^{-14} \text{ F/cm}$$

$$C'_{ox} = 2.83 \times 10^{-7} \text{ F/cm}^2$$

$$-\frac{Q'_o}{C'_{ox}} = -0.017 \text{ V}$$

閾値電圧

前記MOS構造における基板バイアス係数 γ を求めよ。

$$\gamma = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{C'_{ox}}$$

この場合の表面電位 $\psi_s = 2\phi_F$ における閾値電圧 V_{M0} を求めよ。

$$V_{M0} = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F}$$

$$\gamma = 0.643 \text{ V}^{0.5}$$

$$V_{M0} = 0.421 \text{ V}$$

基板電圧印加による閾値電圧

前記MOS構造において、基板電位 $V_{CB} = 0\text{ V}, 2\text{ V}$ の場合の下記閾値電圧 V_T を求めよ。

また、ゲート電圧 $V_{GC} = 3\text{ V}$ 印加した場合の反転層電荷を各 V_{CB} で求めよ。温度は室温とする。

閾値電圧は、

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{CB}}, \quad \phi_0 = 2\phi_F + \Delta\phi \quad (\Delta\phi \cong 6\phi_t)$$

である。また、強反転における単位面積当たりの反転層電荷は、

$$Q_I' = -C_{ox}'(V_{GC} - V_T)$$

である。

$$V_T = 0.629\text{ V} \quad \text{at } V_{CB} = 0\text{ V} \quad Q_I' = -6.72 \times 10^{-7}\text{ C/cm}^2 \quad \text{at } V_{CB} = 0\text{ V}$$

$$V_T = 1.103\text{ V} \quad \text{at } V_{CB} = 2\text{ V} \quad Q_I' = -5.37 \times 10^{-7}\text{ C/cm}^2 \quad \text{at } V_{CB} = 2\text{ V}$$

閾値電圧の温度依存性

前記MOS構造において、閾値電圧 V_{M0} の $T = 300 \text{ K}$ と 350 K における温度係数を求めよ。

$$V_{M0} = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F}$$

$$\phi_F = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$$

$$n_i = 3.87 \times 10^{16} T^{3/2} e^{-(7.02 \times 10^3)/T} \text{ cm}^{-3} \quad (1)$$

$$\frac{dV_{M0}}{dT} \Rightarrow -1.344 \text{ mV/K at } T = 300 \text{ K}, \quad -1.408 \text{ mV/K at } T = 350 \text{ K}$$

(1) B. Jayant Baliga, Fundamentals of Power Semiconductor Devices, p.25, Springer Science + Business Media, 2008.

ピンチオフ電圧

前記MOS構造において、ゲート・基板間電圧 $V_{GB} = 3\text{ V}$ 印加した場合のピンチオフ電圧 V_p を求めよ。温度は室温とする。

$$V_P = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2 - \phi_0$$

$$V_P = 1.913\text{ V}$$

α_1 の計算

前記MOS構造のMOSFETで、 $V_{SB} = 0\text{V}$ と 2V の場合の α_1 を求めよ。
温度は室温とする。

$$\alpha = \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

$$\alpha_1 = 1.326 \quad \text{at } V_{SB} = 0 \text{ V}$$

$$\alpha_1 = 1.186 \quad \text{at } V_{SB} = 2 \text{ V}$$

ドレイン電流（線形領域と飽和領域の電流）

前記MOSFETで、 $W = 10 \mu\text{m}$ 、 $L = 2 \mu\text{m}$ 、 $\mu = 400 \text{ cm}^2 / (\text{V} \cdot \text{s})$ として、 $V_{GS} = 1 \text{ V}$ 、 $V_{DS} = 0.1 \text{ V}$ の場合の I_{DS} を求めよ。また、 $V_{GS} = 1 \text{ V}$ の場合の飽和電圧 V'_{DS} と飽和電流 I'_{DS} を求めよ。

基板電圧は $V_{SB} = 0 \text{ V}$ とせよ。

但し、MOSFET電流式の α は α_1 とせよ。

$$I_{DS} = \begin{cases} \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right], & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha}, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases} \quad V'_{DS} = (V_{GS} - V_T) / \alpha$$

$$I_{DS} = 17.3 \mu\text{A}, \quad I'_{DS} = 29.5 \mu\text{A}, \quad V'_{DS} = 0.280 \text{ V}$$

弱反転領域のゲート・スウィング

前記MOSFETで、 $V_{SB} = 0 \text{ V}$ と 0.5 V の場合の Gate Swing を $T = 300 \text{ K}$ と 350 K で求めよ。

Gate Swing

$$S = \frac{dV_{GS}}{d(\log I_{DS})} = 2.3n\phi_t$$

但し、

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V_{SB}}} \quad \phi_t = \frac{kT}{q} \quad \phi_F = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$$

$$n_i = 3.87 \times 10^{16} T^{3/2} e^{-(7.02 \times 10^3)/T} \text{ cm}^{-3} \quad (1)$$

$$S = 80.7 \text{ mV/dec} \quad \text{at } V_{SB} = 0 \text{ V}, T = 300 \text{ K}$$

$$S = 95.4 \text{ mV/dec} \quad \text{at } V_{SB} = 0 \text{ V}, T = 350 \text{ K}$$

$$S = 76.5 \text{ mV/dec} \quad \text{at } V_{SB} = 0.5 \text{ V}, T = 300 \text{ K}$$

$$S = 89.5 \text{ mV/dec} \quad \text{at } V_{SB} = 0.5 \text{ V}, T = 350 \text{ K}$$

(1) B. Jayant Baliga, Fundamentals of Power Semiconductor Devices, p.25, Springer Science + Business Media, 2008.

温度依存性を持たない飽和電流

移動度と閾値電圧に以下の温度依存性を持つn-MOSFETにおいて室温 ($T_r = 300 \text{ K}$) と高温 ($T = 350 \text{ K}$) で飽和電流が変化しないゲート電圧 V_{GS} を求めよ。

$$\mu(T) = \mu(T_r) \left(\frac{T}{T_r} \right)^{-1.5} \quad \mu(T_r) = 400 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$$

$$V_T = V_T(T_r) + k_4(T - T_r) \quad V_T(T_r) = 0.6 \text{ V} \quad k_4 = \frac{dV_T}{dT} = -1.3 \text{ mV/K}$$

飽和電流の式は以下 ($\alpha = 1$) とする。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2} \quad V_{GS} = 1.130 \text{ V}$$

短チャネル効果（電荷配分）

下記構造のMOSFETにおいて、 $L = 0.35 \pm 0.05, 1 \pm 0.05 \mu\text{m}$ での実効閾値電圧 \hat{V}_T を求めよ。
 温度は室温、 $V_{SB} = 0 \text{ V}$ とする。

n^+ ゲート ($\phi_F = -0.55 \text{ V}$)、 p 基板 ($N_A = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$)、酸化膜厚 ($t_{ox} = 12 \text{ nm}$)、
 界面電荷密度 $Q'_o = (1.6 \times 10^{-19}) \times (3 \times 10^{10}) \text{ C/cm}^2$ 、拡散層深さ $d_j = 0.15 \mu\text{m}$

$$\hat{V}_T = V_T + \Delta V_{TL}$$

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}, \quad \Delta V_{TL} = \left(\frac{\hat{Q}'_{B1}}{Q'_B} - 1 \right) \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

$$d_B = \zeta \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \quad \left(\text{但し、} \zeta = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}} \right)$$

$$\hat{Q}'_B / Q'_B = 1 - \frac{d_j}{L} \left(\sqrt{1 + \frac{2d_B}{d_j}} - 1 \right)$$

$$\hat{V}_T = \begin{cases} 0.724 \text{ V} & \text{at } L = 0.30 \mu\text{m} \\ 0.753 \text{ V} & \text{at } L = 0.35 \mu\text{m} \\ 0.775 \text{ V} & \text{at } L = 0.40 \mu\text{m} \end{cases}$$

$$\hat{V}_T = \begin{cases} 0.862 \text{ V} & \text{at } L = 0.95 \mu\text{m} \\ 0.865 \text{ V} & \text{at } L = 1.00 \mu\text{m} \\ 0.868 \text{ V} & \text{at } L = 1.05 \mu\text{m} \end{cases}$$

飽和領域の g_m と g_{sd}

下記構造のMOSFETにおいて、飽和領域の g_m と g_{sd} を $W = 10 \mu\text{m}$ 、 $L = 0.35, 1 \mu\text{m}$ で求めよ。

$V_{GS} = 1 \text{V}$, $V_{DS} = 1 \text{V}$, $V_{SB} = 0 \text{V}$ とし、温度は室温とする。

n^+ ゲート ($\phi_F = -0.55 \text{V}$)、 p 基板 ($N_A = 1 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$)、酸化膜厚 ($t_{ox} = 12 \text{nm}$)、

界面電荷密度 $Q'_o = (1.6 \times 10^{-19}) \times (3 \times 10^{10}) \text{C/cm}^2$

移動度 $\mu = 400 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ 、ピンチオフ点での電界 $E_1 = 2.5 \times 10^4 \text{V/cm}$ とせよ。

$$g_m = \frac{W}{L} \frac{\mu C'_{ox}}{\alpha} (V_{GS} - V_T)$$

$$g_{sd} = \frac{B_1 I'_{DS}}{2L \sqrt{N_A} \sqrt{\phi_D + V_{DS} - V'_{DS}}}$$

$$I'_{DS} = \frac{1}{2} (W/L) \mu C'_{ox} (V_{GS} - V_T)^2 / \alpha$$

$$\phi_D = \frac{\epsilon_s E_1^2}{2qN_A} \quad B_1 = (2\epsilon_s/q)^{1/2}$$

$$g_m = \begin{cases} 9.07 \times 10^{-4} \Omega^{-1} & \text{at } L = 0.35 \mu\text{m} \\ 3.17 \times 10^{-4} \Omega^{-1} & \text{at } L = 1 \mu\text{m} \end{cases}$$

$$g_{sd} = \begin{cases} 3.18 \times 10^{-5} \Omega^{-1} & \text{at } L = 0.35 \mu\text{m} \\ 3.90 \times 10^{-6} \Omega^{-1} & \text{at } L = 1 \mu\text{m} \end{cases}$$