3端子MOS構造

群馬大学
松田順一

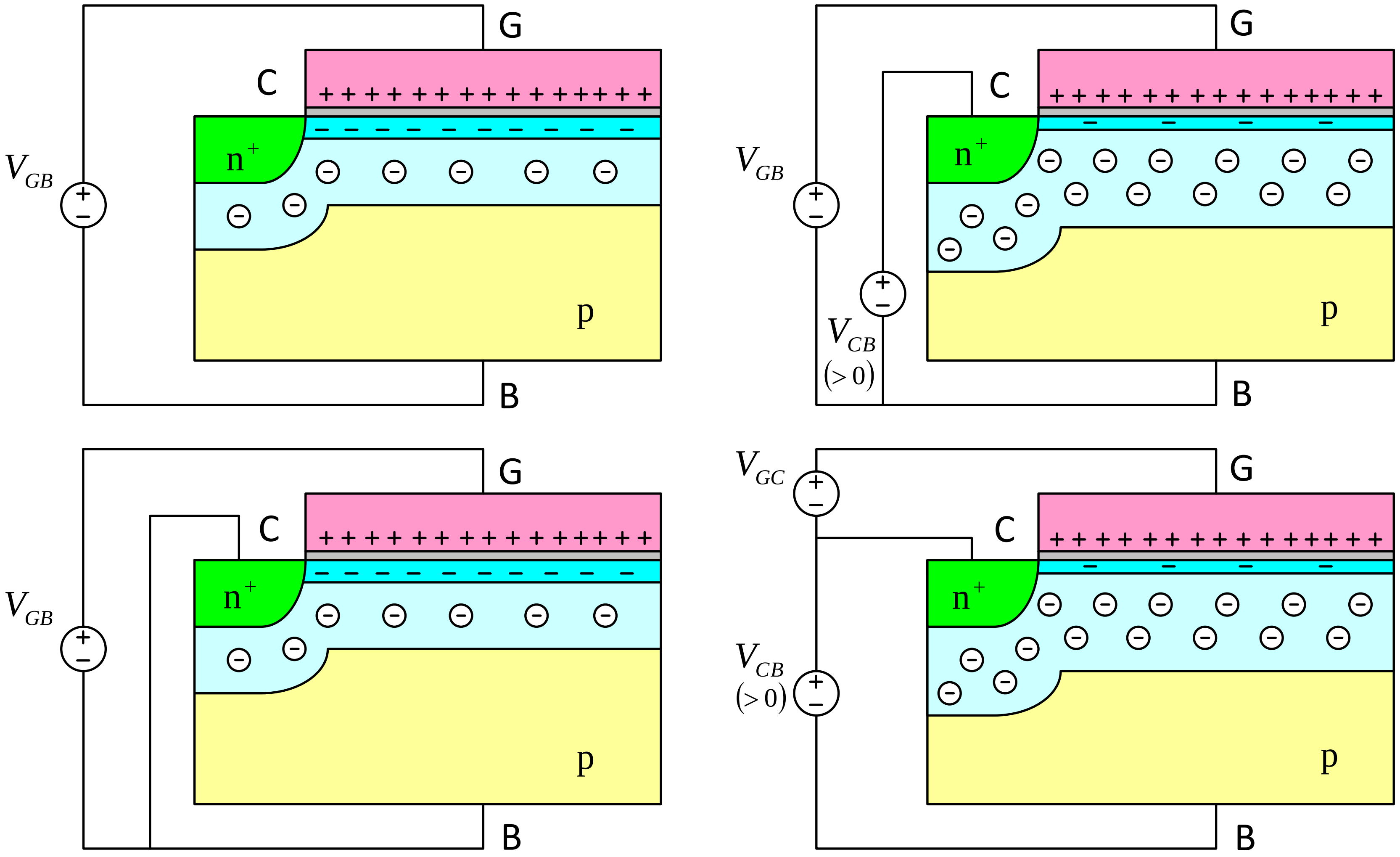
概要

- 反転層へのコンタクト
- 基板効果
- 反転領域
  - 強反転
  - 弱反転
- 基板電圧制御
  - ピンチオフ電圧

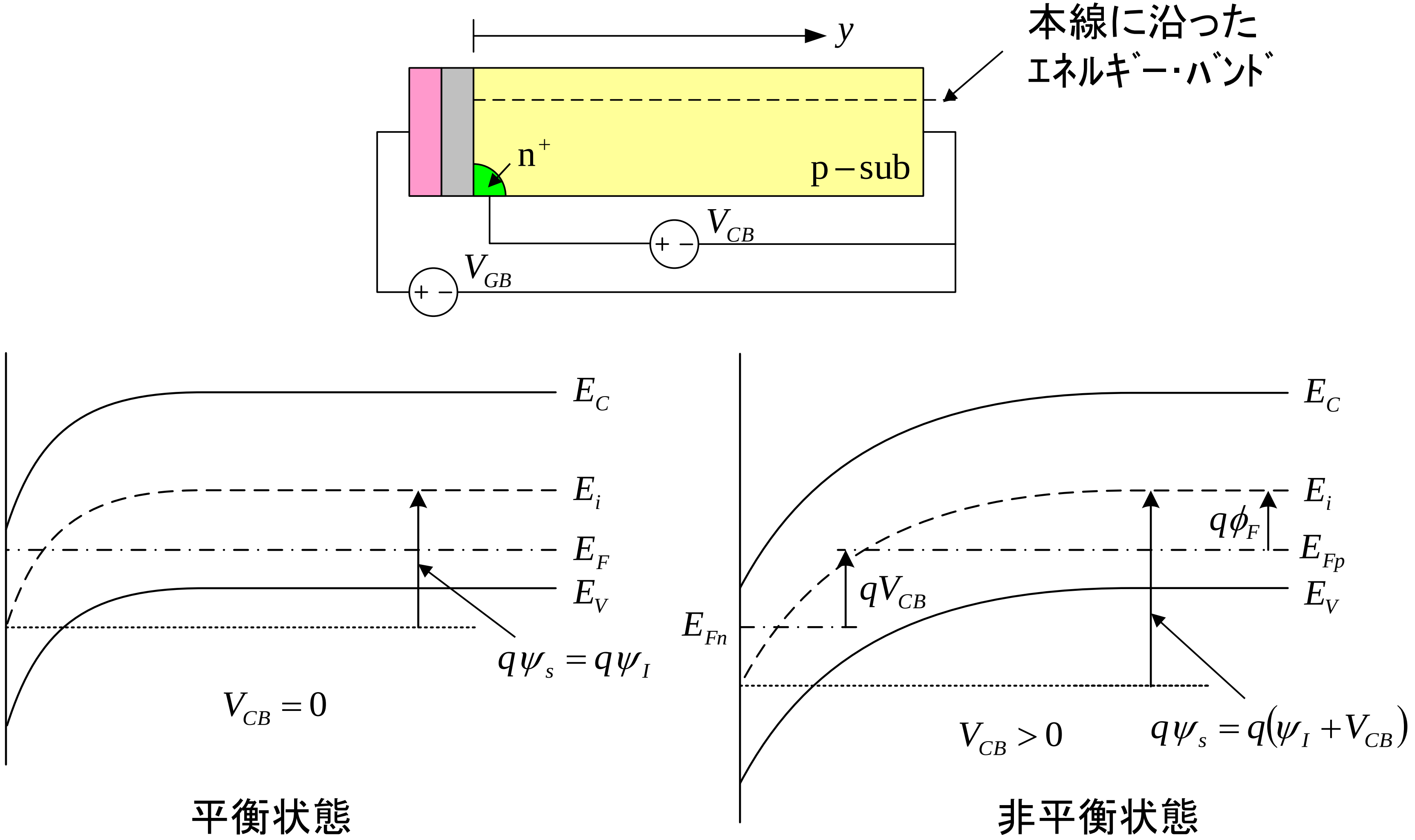
（注）以下の本を参考に、本資料を作成。

(1) Yannis Tsividis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.
(2) Yannis Tsividis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.

3端子MOS構造

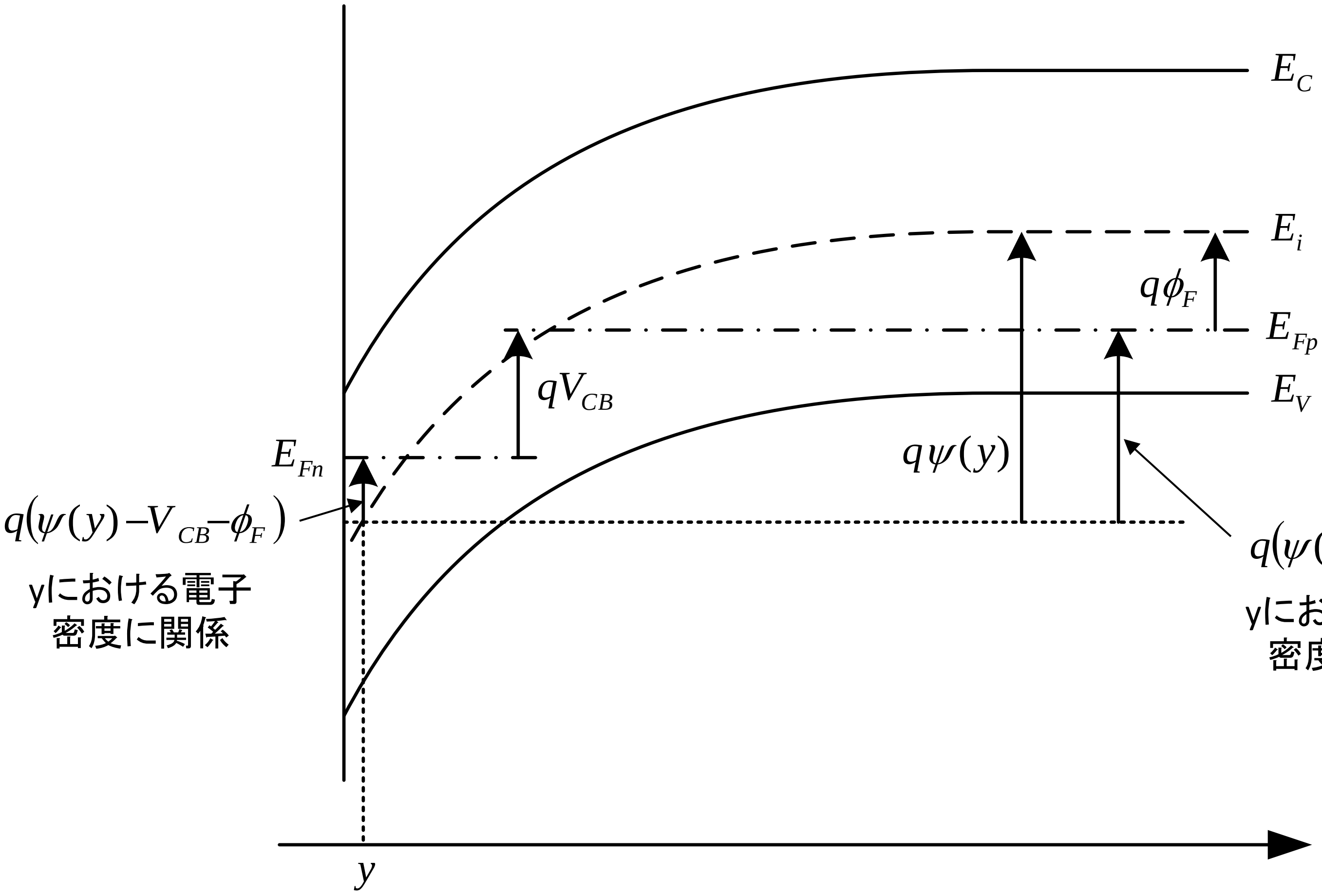


３端子MOS構造におけるエネルギー・バンド図（１）



反転状態にある場合

３端子MOS構造におけるエネルギー・バンド図（２）



3端子MOS構造（電子密度）

深さy方向の電子密度$n(y)$は以下になる。

$$n(y) = n_i \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_i(y)}{kT}\right) = n_i \exp\left(\frac{\psi(y) - V_{CB} - \phi_F}{\phi_t}\right) = n_0 \exp\left(\frac{\psi(y) - V_{CB}}{\phi_t}\right)$$

$$= p_0 \exp\left(\frac{\psi(y) - 2\phi_F - V_{CB}}{\phi_t}\right) \cong N_A \exp\left(\frac{\psi(y) - 2\phi_F - V_{CB}}{\phi_t}\right)$$

$$\because \phi_F = \phi_t \ln\left(\frac{n_i}{n_0}\right) \Rightarrow n_i = n_0 \exp\left(\frac{\phi_F}{\phi_t}\right), \quad \phi_F = \phi_t \ln\left(\frac{p_0}{n_i}\right) \Rightarrow n_i = p_0 \exp\left(-\frac{\phi_F}{\phi_t}\right)$$

したがって、表面電子密度$n_{surface}$は、$\psi(y) = \psi_s$として

$$n_{surface} \cong N_A \exp\left(\frac{\psi_s - 2\phi_F - V_{CB}}{\phi_t}\right)$$

$$\boxed{2\phi_F \Rightarrow 2\phi_F + V_{CB}}$$

となる。

３端子MOS構造（正孔密度）

深さy方向の正孔密度$p(y)$は

$$p(y) = n_i \exp\left(\frac{E_i(y) - E_{Fp}}{kT}\right)$$

$$= n_i \exp\left(\frac{\phi_F - \psi(y)}{\phi_t}\right)$$

$$= p_0 \exp\left(-\frac{\psi(y)}{\phi_t}\right)$$

$$\because \phi_F = \phi_t \ln\left(\frac{p_0}{n_i}\right) \Rightarrow n_i = p_0 \exp\left(-\frac{\phi_F}{\phi_t}\right)$$

３端子MOS構造の反転状態における関係式（１）

電圧と電荷の関係

$$V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_s + \phi_{MS}$$

$$Q_G^{'} + Q_o^{'} + Q_I^{'} + Q_B^{'} = 0$$

$$Q_G^{'} = C_{ox}^{'} \psi_{ox}$$

$$Q_B^{'} = -\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\psi_s} = -\gamma C_{ox}^{'}\sqrt{\psi_s}$$

$$Q_I{}' = -\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\left(\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\left[\psi_s - \left(2\phi_F + V_{CB}\right)\right]/\phi_t}} - \sqrt{\psi_s}\right)$$

また、$Q_I{}'$は以下の如く表される。

$$Q_I{}' = -C_{ox}^{'}\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma\sqrt{\psi_s}\right)$$

３端子MOS構造の反転状態における関係式（２）

$$V_{GB} = -\frac{1}{C_{ox}^{'}}\left[Q_o^{'} + Q_I^{'}(\psi_s) + Q_B^{'}(\psi_s)\right] + \psi_s + \phi_{MS}$$

$$= \phi_{MS} - \frac{Q_o^{'}}{C_{ox}^{'}} + \psi_s - \frac{Q_I^{'}(\psi_s) + Q_B^{'}(\psi_s)}{C_{ox}^{'}}$$

$$= V_{FB} + \psi_s - \frac{Q_I^{'}(\psi_s) + Q_B^{'}(\psi_s)}{C_{ox}^{'}}$$

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_s + \gamma\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\left[\psi_s - \left(2\phi_F + V_{CB}\right)\right]/\phi_t}}$$

３端子MOS構造の反転状態における関係式（３）

容量と表面電位の関係

$$\frac{1}{C_g^{'}} = \frac{1}{C_{ox}^{'}} + \frac{1}{C_c^{'}}, \quad \frac{1}{C_g^{'}} = \frac{1}{C_{ox}^{'}} + \frac{1}{C_b^{'} + C_i^{'}}$$

$$C_c^{'} = \sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\,\frac{1 + e^{\left[\psi_s - \left(2\phi_F + V_{CB}\right)\right]/\phi_t}}{2\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\left[\psi_s - \left(2\phi_F + V_{CB}\right)\right]/\phi_t}}}$$

$$C_b^{'} = \sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\,\frac{1}{2\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\left[\psi_s - \left(2\phi_F + V_{CB}\right)\right]/\phi_t}}}$$

$$C_i^{'} = \sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\,\frac{e^{\left[\psi_s - \left(2\phi_F + V_{CB}\right)\right]/\phi_t}}{2\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\left[\psi_s - \left(2\phi_F + V_{CB}\right)\right]/\phi_t}}}$$

３端子MOS構造の反転状態における関係式（４）

弱反転領域：$\psi_s \Rightarrow \psi_{sa}$

$$V_{GB} \approx V_{FB} + \psi_{sa} - \frac{Q_B^{'}(\psi_{sa})}{C_{ox}^{'}} = V_{FB} + \psi_{sa} + \gamma\sqrt{\psi_{sa}}$$

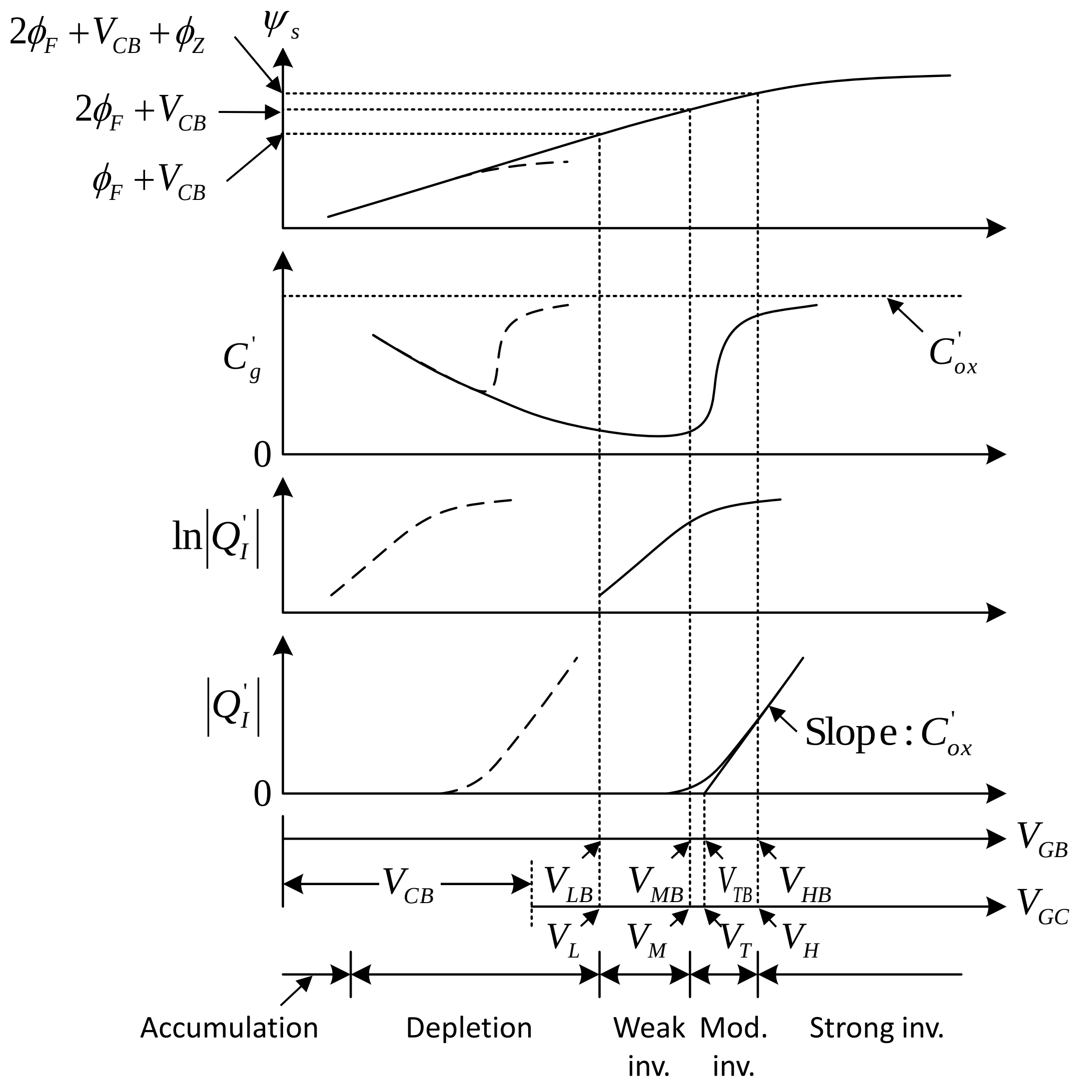
ψ_{sa}を解くと、

$$\psi_{sa} = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2$$

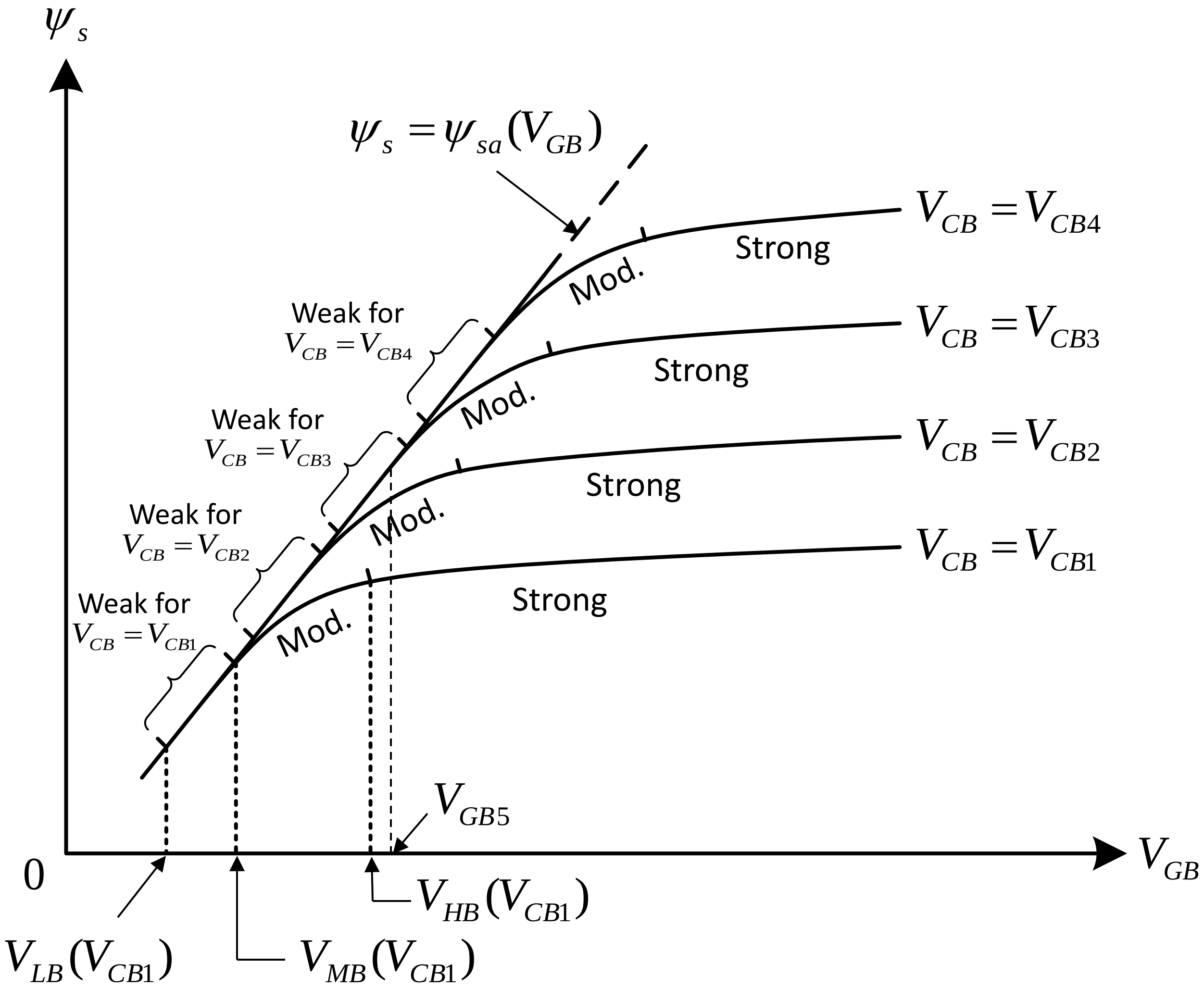
となる。また、nは、以下の如くになる。

$$n \equiv \left(\frac{d\psi_{sa}}{dV_{GB}} \right)^{-1} = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}$$

表面電位、ゲート容量、反転層電荷のV_{GB}及びV_{GC}依存性



表面電位とゲート基板間電圧（V_{CB}：パラメータ）



基板効果

- 反転層（強反転）－基板：　N^{+}－P接合
- V_{CB}増大
  - 同じ反転状態保持：　より大きなV_{GC}が必要（電荷バランス）
  - V_T増大
- 基板効果増大
  - 基板濃度大、酸化膜膜厚
- 弱反転又は空乏領域
  - V_{CB}の表面電位への影響なし

$$\gamma = \frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{C_{ox}^{'}}$$

各反転領域の境界

	境界		
	空乏領域と弱反転領域	弱反転領域と中反転領域	中反転領域と強反転領域
表面電位 ψ_s	$\phi_F + V_{CB}$	$2\phi_F + V_{CB}$	$2\phi_F + V_{CB} + \phi_Z$
V_{GB} for a given V_{CB}	$V_{LB} = V_L + V_{CB}$	$V_{MB} = V_M + V_{CB}$	$V_{HB} = V_H + V_{CB}$
V_{GC} for a given V_{CB}	$V_L =$ $V_{FB} + \phi_F + \sqrt{\phi_F + V_{CB}}$	$V_M =$ $V_{FB} + 2\phi_F + \sqrt{2\phi_F + V_{CB}}$	$V_H = V_M + V_Z$
V_{CB} for a given V_{GB}	$V_U =$ $\left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}\right)^2 - \phi_F$	$V_W =$ $\left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}\right)^2 - 2\phi_F$	$V_Q =$ $\left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB} - V_Z}\right)^2 - 2\phi_F$

（注1）ϕ_Z :ﾌﾟﾛｾｽ･ﾊﾟﾗﾒｰﾀ、温度、V_{CB}の弱い関数、 （注2）V_Z: 0.5～0.6V（室温）

各反転領域の範囲：3端子MOS構造

	弱反転	中反転	強反転
ψ_sの範囲	$\phi_F + V_{CB} \le \psi_s <$ $2\phi_F + V_{CB}$	$2\phi_F + V_{CB} \le \psi_s <$ $2\phi_F + V_{CB} + \phi_Z$	$2\phi_F + V_{CB} + \phi_Z \le \psi_s$
V_{GB} for a given V_{CB}	$V_{LB} \le V_{GB} < V_{MB}$	$V_{MB} \le V_{GB} < V_{HB}$	$V_{HB} \le V_{GB}$
V_{GC} for a given V_{CB}	$V_L \le V_{GC} < V_M$	$V_M \le V_{GC} < V_H$	$V_H \le V_{GC}$
V_{CB} for a given V_{GB}	$V_U \ge V_{CB} > V_W$	$V_W \ge V_{CB} > V_Q$	$V_Q \ge V_{CB}$

各反転領域の特性：３端子MOS構造

	弱反転	中反転	強反転
$\dfrac{\lvert Q_I' \rvert}{\lvert Q_B' \rvert}$	$\ll 1$	Varies	$\gg 1$
$\dfrac{\lvert C_I' \rvert}{\lvert C_b' \rvert}$	$\ll 1$	Varies	$\gg 1$
$\dfrac{d\psi_s}{dV_{GB}}$	Approximately constant	Varies	Small
$\dfrac{d\psi_s}{dV_{CB}}$	Very small	Varies	Close to 1
Dependence of Q_I' on V_{GB} or V_{GC} for V_{CB} constant	Approximately exponential	—	Approximately first-degree polynomial
$\dfrac{d \ln \lvert Q_I' \rvert}{d\psi_s}$	$\dfrac{1}{\phi_t}$	Varies	$\dfrac{1}{2\phi_t}$

強反転領域（1）

$$V_{GB} \geq V_{HB}(V_{CB}),\ |Q_I^{'}| \gg |Q_B^{'}|$$

表面電位

$$\psi_s \cong \phi_0 + V_{CB}, \qquad \phi_0 \cong 2\phi_F + \Delta\phi \qquad \Rightarrow \frac{d\psi_s}{dV_{CB}} \cong 1$$

空乏層幅

$$d_{Bm} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}}\sqrt{\phi_0 + V_{CB}}$$

空乏層電荷

$$Q_B^{'} = -\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\phi_0 + V_{CB}}$$

反転層電荷

$$Q_I^{'} = -C_{ox}^{'}\left(V_{GB} - \phi_{MS} - \phi_0 - V_{CB}\right) - Q_o^{'} - Q_B^{'} = -C_{ox}^{'}(V_{GB} - V_{TB})$$

$$V_{TB} = V_{FB} + \phi_0 + V_{CB} + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{CB}}$$

強反転領域（2）

V_{TB}は

$$V_{TB} = V_T + V_{CB}$$

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{CB}}$$

である。また、V_Tは

$$V_T = V_{T0} + \gamma(\sqrt{\phi_0 + V_{CB}} - \sqrt{\phi_0})$$

$$V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0}$$

である。ここで、$\phi_0 = 2\phi_F$の場合、

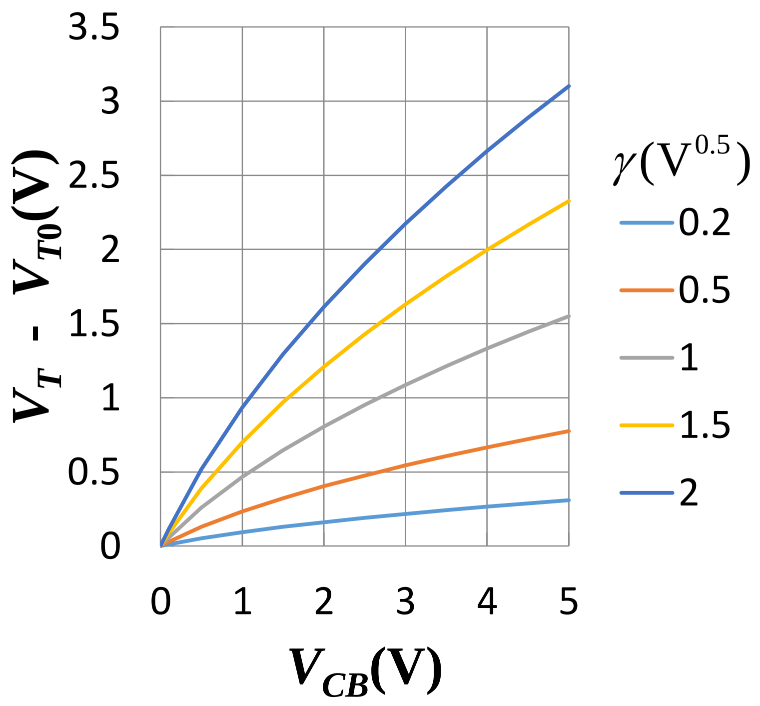
$$V_T = V_M$$

となる。また、反転層電荷は、

$$Q_I^{'} = -C_{ox}^{'}(V_{GB} - V_{TB}) = -C_{ox}^{'}(V_{GC} - V_T)$$

である。V_{GB}は以下で表される。

$$V_{GB} = V_{GC} + V_{CB}$$



弱反転領域（１）

$$V_{LB}(V_{CB}) \le V_{GB} \le V_{MB}(V_{CB}), \quad Q_I^{'} \ll Q_B^{'}$$

$$\psi_s < 2\phi_F + V_{CB}$$ だから

$$Q_I^{'} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t e^{[\psi_s - (2\phi_F + V_{CB})]/\phi_t}$$

表面電位は、

$$\psi_s \cong \psi_{sa}(V_{GB}) = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}\right)^2$$

したがって、

$$Q_I^{'} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t e^{[\psi_{sa}(V_{GB}) - 2\phi_F]/\phi_t} \cdot e^{-V_{CB}/\phi_t}$$

弱反転領域（２）

表面電位とゲート電圧との関係は

$$\psi_{sa} - \left(2\phi_F + V_{CB}^{'}\right) \approx \frac{1}{n}\left(V_{GB} - V_{MB}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\left(V_{GC} - V_M\right)$$

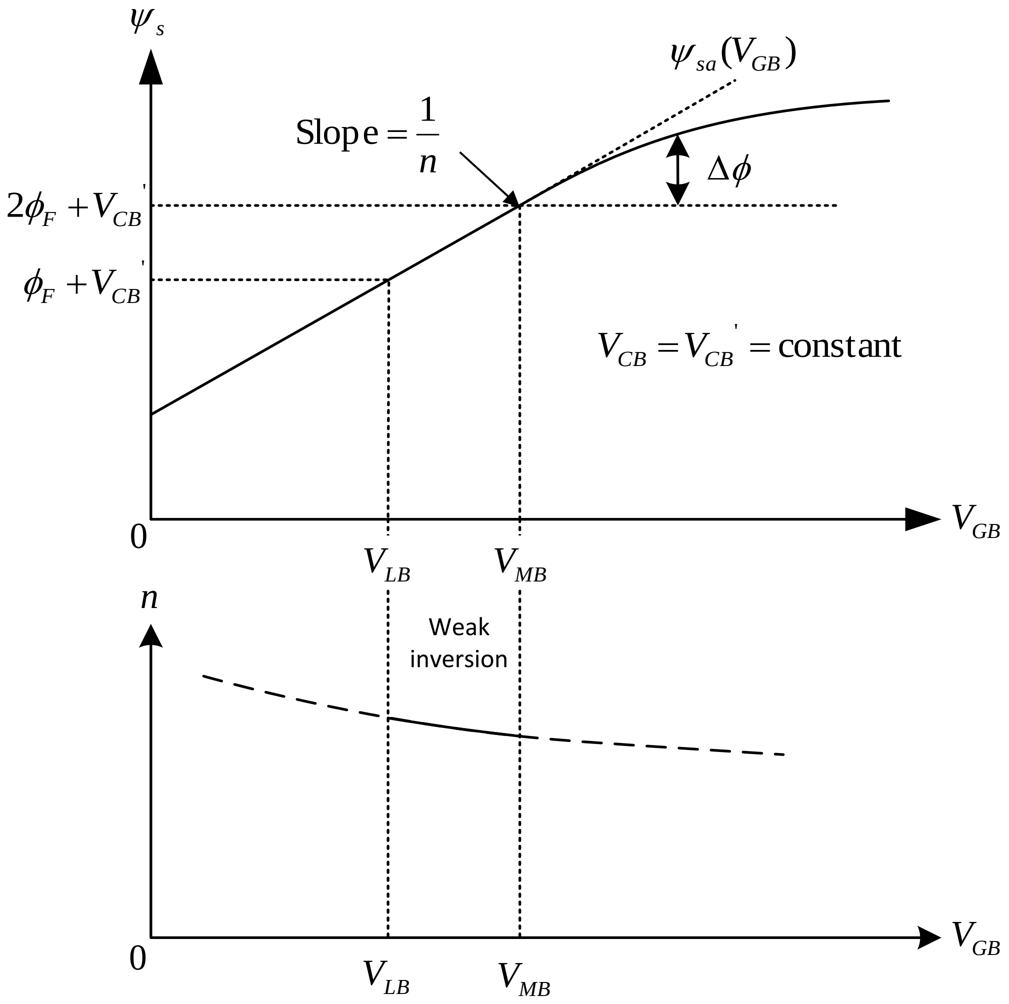
ここで、

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V_{CB}^{'}}}$$

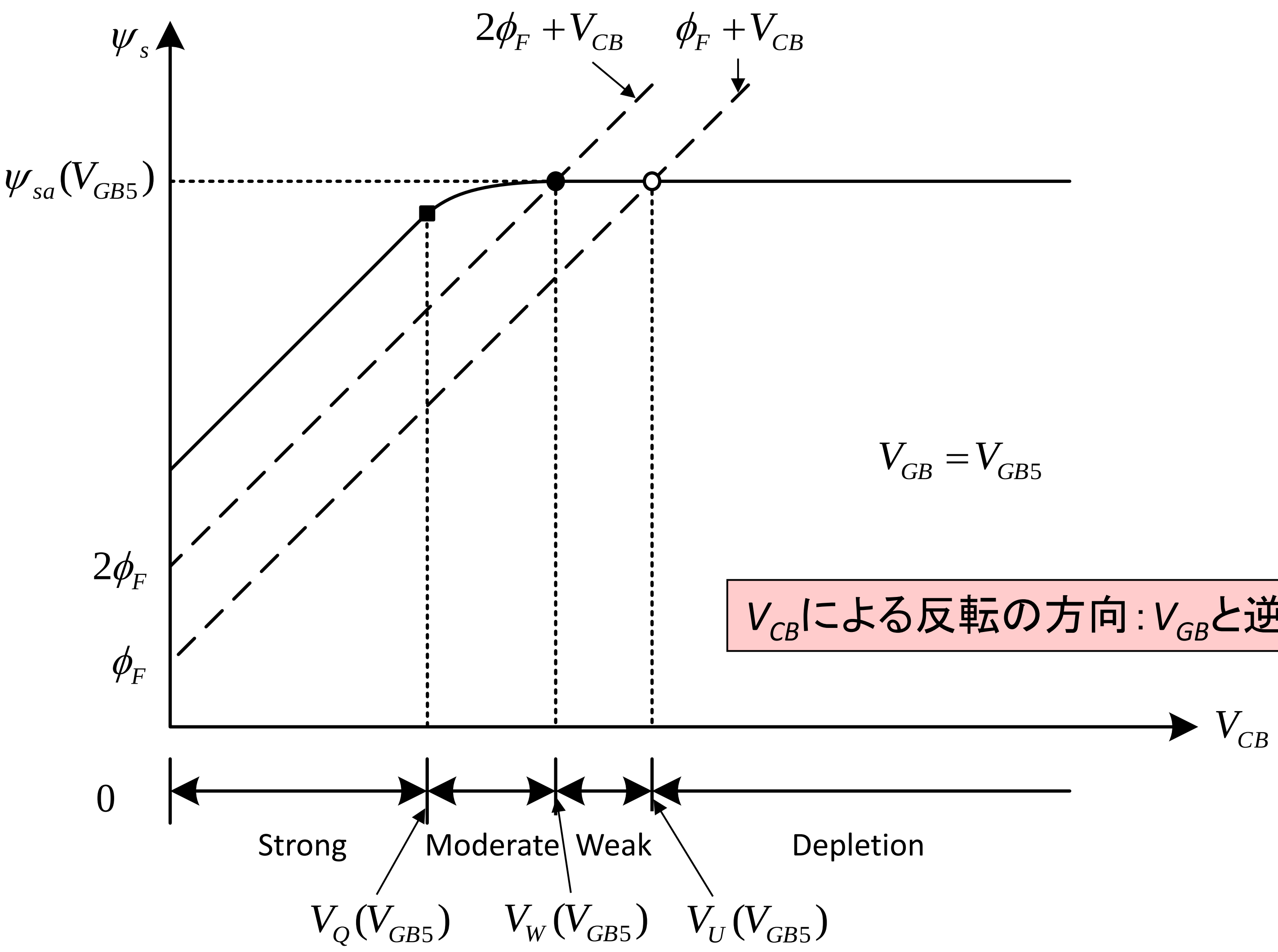
したがって、

$$Q_I^{'} \approx Q_M^{'} e^{(V_{GC} - V_M)/(n\phi_t)}$$

$$Q_M^{'} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F + V_{CB}^{'}}}\phi_t$$

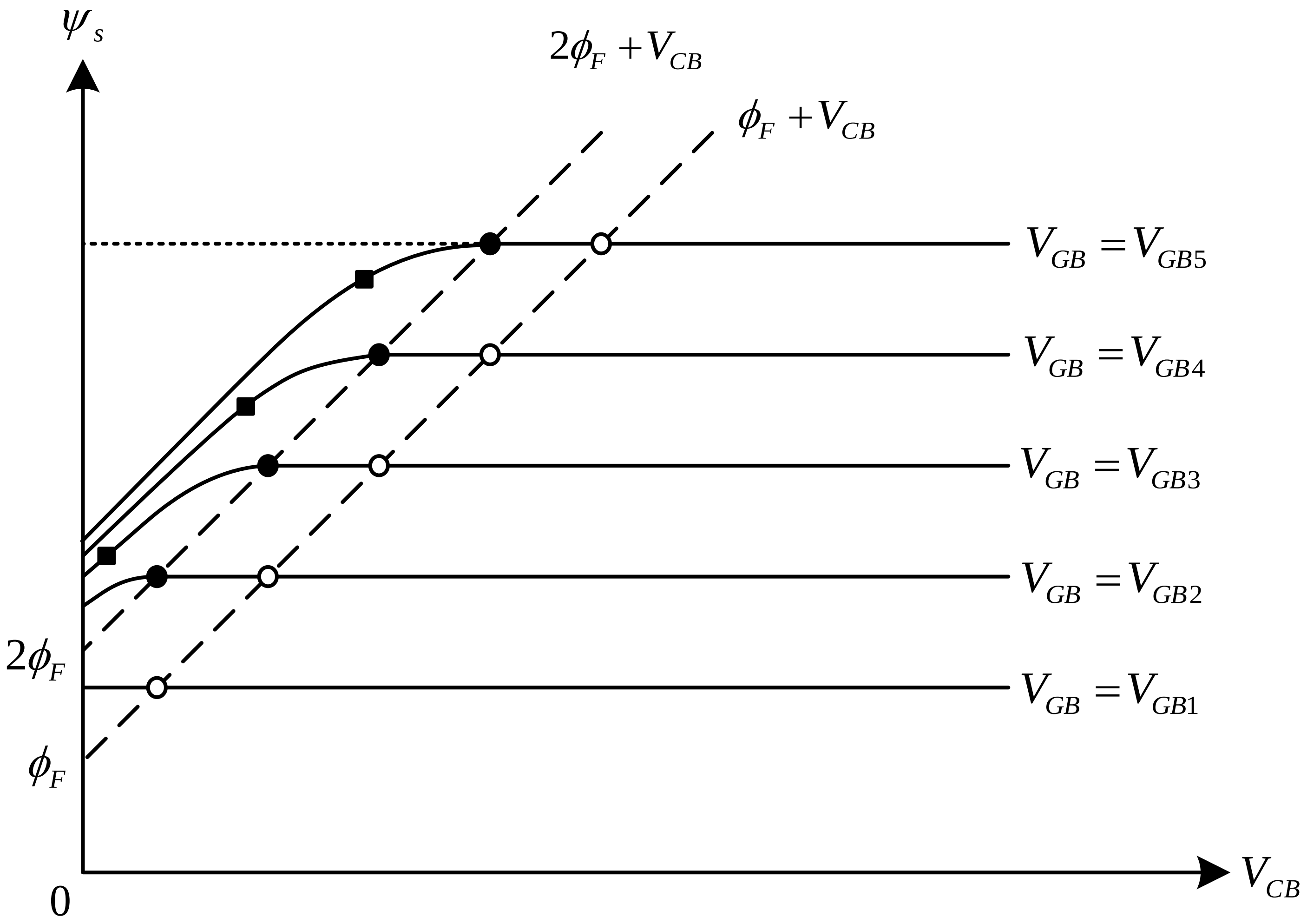


基板電圧制御（1）



V_{CB}による反転の方向：V_{GB}と逆

基板電圧制御（2）



ψ_s
$2\phi_F + V_{CB}$
$\phi_F + V_{CB}$
$V_{GB} = V_{GB5}$
$V_{GB} = V_{GB4}$
$V_{GB} = V_{GB3}$
$V_{GB} = V_{GB2}$
$V_{GB} = V_{GB1}$
$2\phi_F$
ϕ_F
0
V_{CB}

V_U、V_W、V_Qの導出（1）

V_Wの導出

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_s + \gamma\sqrt{\psi_s}$$

ここで、$\psi_s = 2\phi_F + V_W$　とおくと、

$$V_{GB} = V_{FB} + 2\phi_F + V_W + \gamma\sqrt{2\phi_F + V_W}$$

$$\sqrt{2\phi_F + V_W} = -\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}$$

$$\therefore V_W = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}\right)^2 - 2\phi_F$$

V_U :弱反転領域と空乏領域の境界でのV_{CB}
V_W :中反転領域と弱反転領域の境界でのV_{CB}
V_Q :強反転領域と中反転領域の境界でのV_{CB}

V_U、V_W、V_Qの導出（2）

同様に、

$$V_U = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2 - \phi_F$$

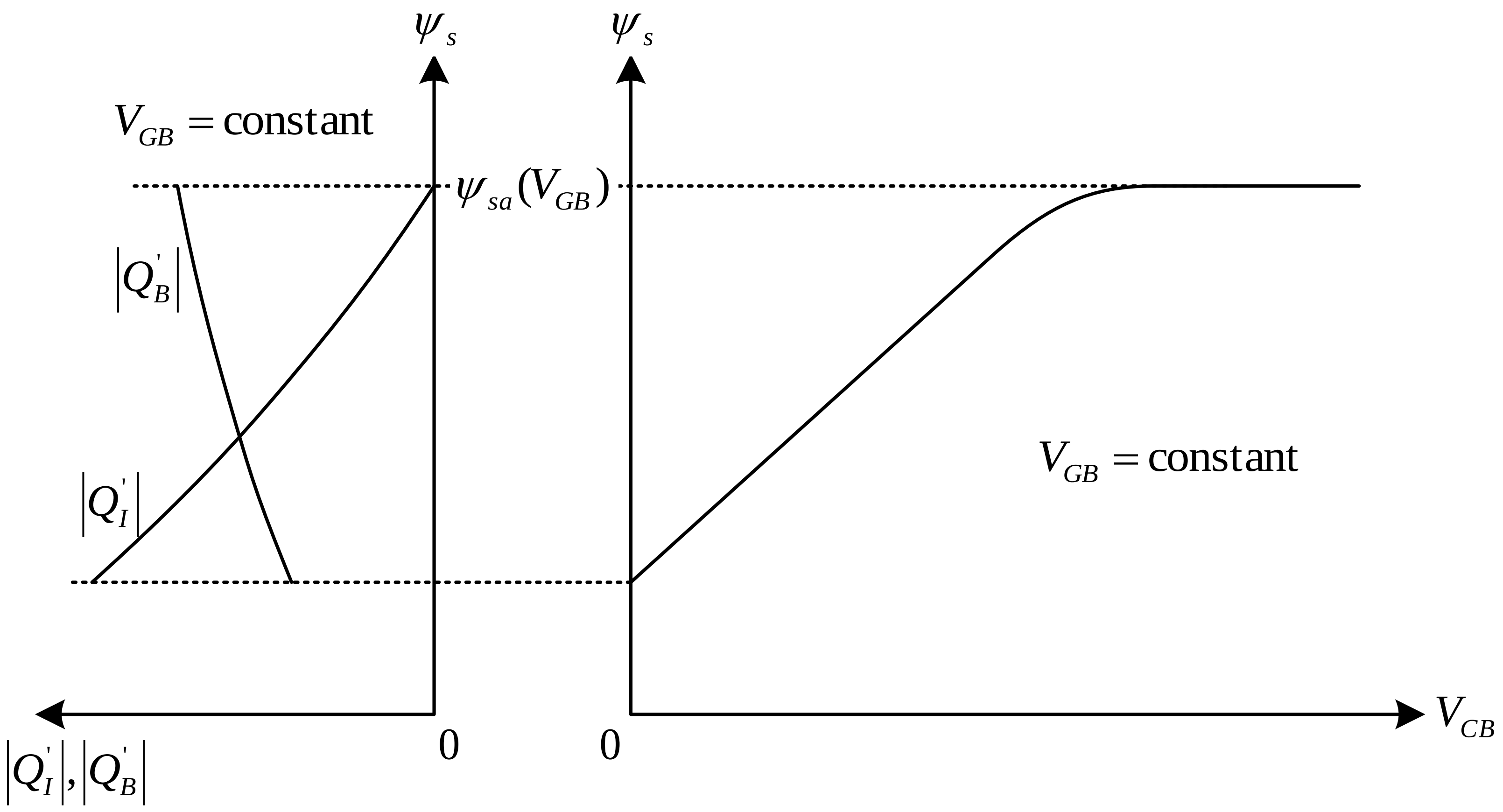
$$V_Q = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB} - V_Z} \right)^2 - 2\phi_F$$

ここで、

$$V_Z = V_H - V_M$$

V_Uの場合,$\psi_s = \phi_F + V_U$
V_Qの場合,$\psi_s = 2\phi_F + V_Q + \phi_Z$
とする。ここで、弱反転と中反転の境界から中反転と強反転の境界へψ_sがϕ_Z上昇し、V_{GB}はV_Z上昇する。

基板電圧vs.表面電位、反転層電荷、空乏層電荷



ピンチオフ電圧

ピンチオフ電圧V_P: $Q_I^{'}=0$となるV_{CB}

ピンチオフ電圧の導出

反転層電荷は、

$$Q_I^{'}=-C_{ox}^{'}\left(V_{GB}-V_{TB}(V_{CB})\right)=-C_{ox}^{'}\left(V_{GB}-V_{FB}-\phi_0-V_{CB}-\gamma\sqrt{\phi_0+V_{CB}}\right)$$

$Q_I^{'}=0$から、

$$V_{GB}-V_{FB}-\phi_0-V_P-\gamma\sqrt{\phi_0+V_P}=0 \quad \left(\text{但し、}V_{CB}\Rightarrow V_P\right)$$

$$\sqrt{\phi_0+V_P}=-\frac{\gamma}{2}+\sqrt{\frac{\gamma^2}{4}+V_{GB}-V_{FB}}$$

$$\therefore V_P=\left(-\frac{\gamma}{2}+\sqrt{\frac{\gamma^2}{4}+V_{GB}-V_{FB}}\right)^2-\phi_0$$

ピンチオフ電圧の別表現(1)

$$\boxed{V_{TB} = V_{FB} + \phi_0 + V_{CB} + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{CB}}}$$

反転層電荷は、

$$Q_I^{'} = -C_{ox}^{'}\left(V_{GB} - V_{TB}(V_{CB})\right)$$

であるから、V_Pは、

$$V_P = V_{CB}\big|_{V_{TB}=V_{GB}}$$

となる。ここで、

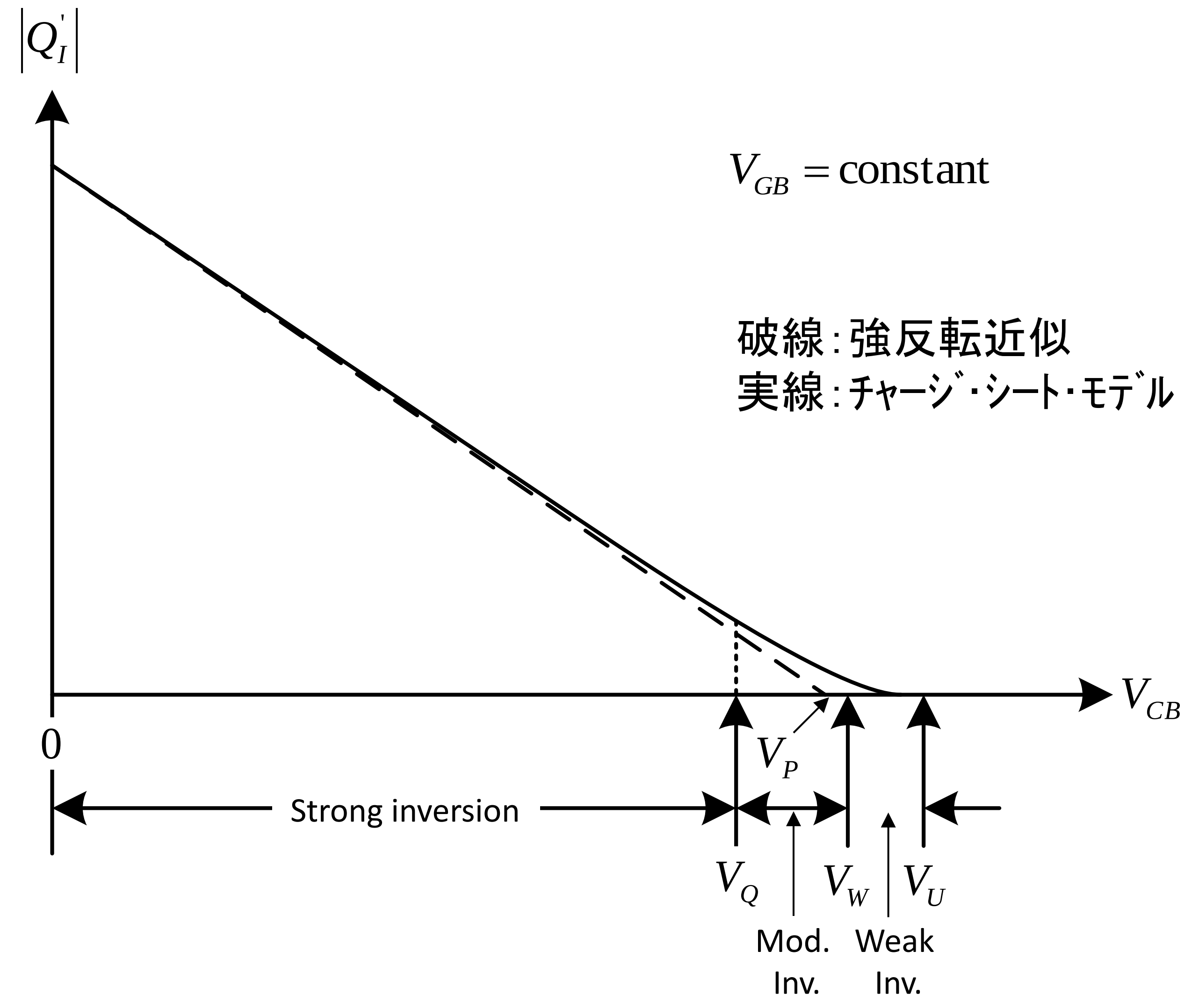
$$V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0}, \quad V_P = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}\right)^2 - \phi_0$$

上の２式からV_{FB}を消去すると、

$$V_P = V_{GB} - V_{T0} - \gamma\left[\sqrt{V_{GB} - V_{T0} + \left(\sqrt{\phi_0} + \frac{\gamma}{2}\right)^2} - \left(\sqrt{\phi_0} + \frac{\gamma}{2}\right)\right]$$

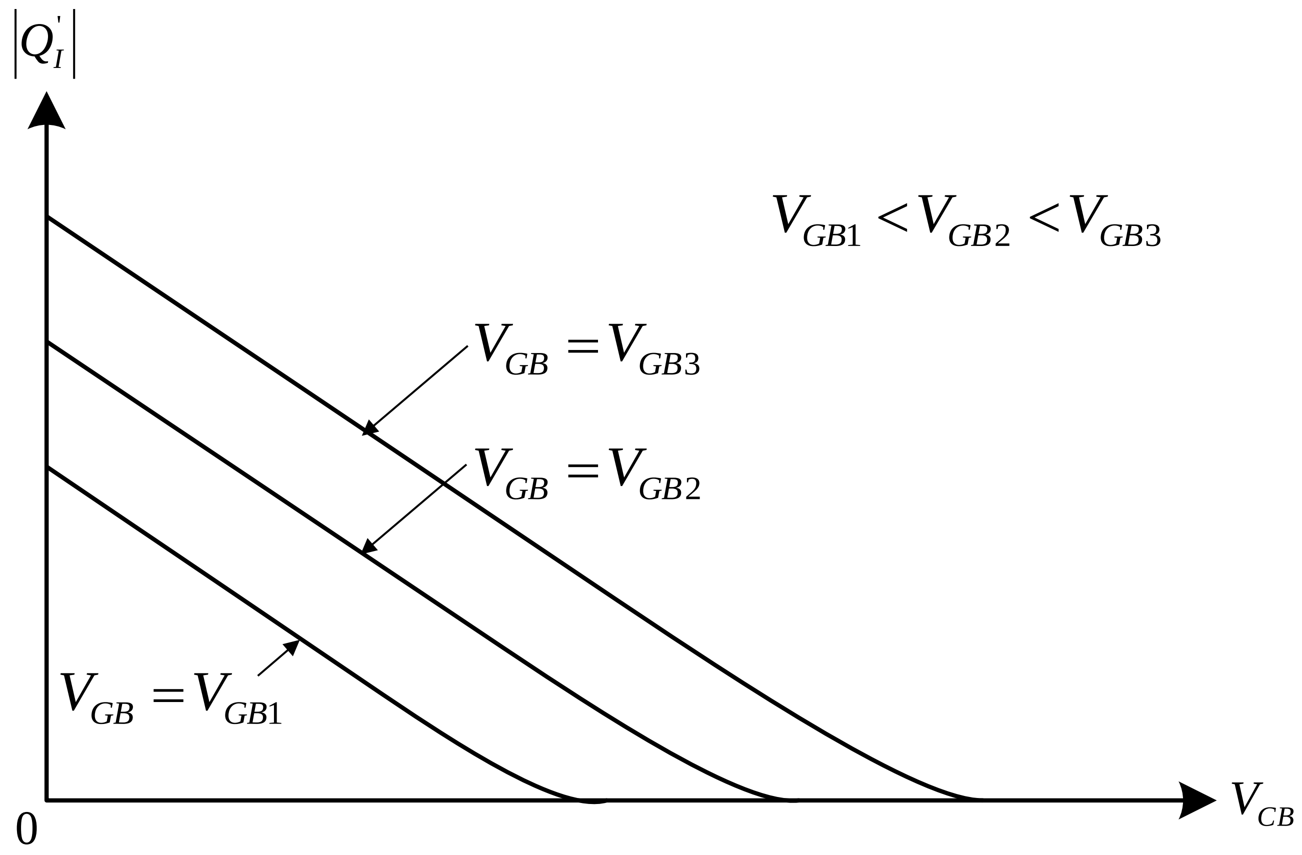
$V_{GB} = V_{T0}$の場合、$V_P = 0$となる。

反転層電荷vs. V_{CB}



$|Q_I'|$
$V_{GB} = \text{constant}$
破線：強反転近似
実線：ﾁｬｰｼﾞ･ｼｰﾄ･ﾓﾃﾞﾙ
V_{CB}
0
V_P
Strong inversion
V_Q
V_W
V_U
Mod.
Inv.
Weak
Inv.

反転層電荷vs. V_{CB}(V_{GB}パラメータ)



ピンチオフ電圧の別表現（２）

弱反転における以下の式と

$$\psi_{sa}(V_{GB}) = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2$$

ピンチオフ電圧の以下の式

$$V_P = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2 - \phi_0$$

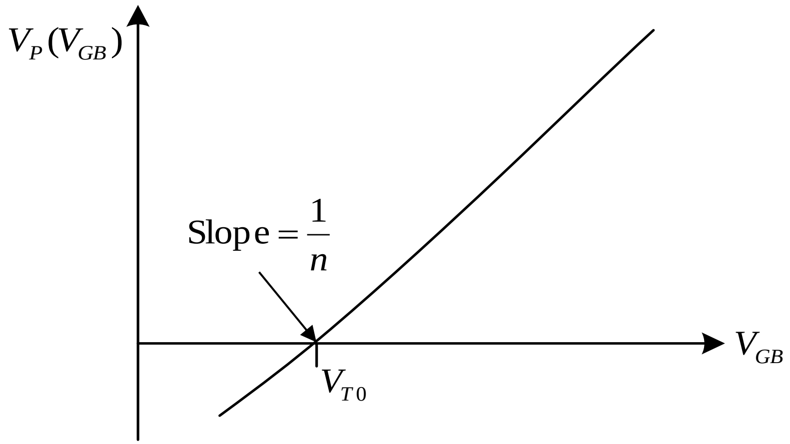
を対比すると、

$$\psi_{sa} = V_P + \phi_0$$

したがって、nは、

$$n = \left(\frac{d\psi_{sa}}{dV_{GB}} \right)^{-1} = \left(\frac{dV_P}{dV_{GB}} \right)^{-1}$$

つまり、$V_P vs. V_{GB}$の傾きは、$1/n$になる。



また、

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_P(V_{GB})}}$$

となり、nはV_{GB}で決まる（V_{CB}でない）。

上図から、V_Pは以下の如くになる。

$$V_P \approx \frac{V_{GB} - V_{T0}}{n}$$

ピンチオフ近傍の反転層電荷（強反転の場合）

強反転の場合、反転層電荷が

$$Q_I^{'} = -C_{ox}^{'}\left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} - \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{CB}}\right)$$

であるから、

$$\left.\frac{dQ_I^{'}}{dV_{CB}}\right|_{V_{CB}=V_P} = C_{ox}^{'}\left.\left(1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{CB}}}\right)\right|_{V_{CB}=V_P} = C_{ox}^{'}n$$

となる。したがって、$V_{CB} = V_P$近傍で1次の展開をすると、

$$Q_I^{'} \approx \left(\left.\frac{dQ_I^{'}}{dV_{CB}}\right|_{V_{CB}=V_P}\right)\left(V_{CB} - V_P\right)$$

$$Q_I^{'} \approx -nC_{ox}^{'}\left(V_P - V_{CB}\right)$$

ピンチオフ近傍の反転層電荷（弱反転の場合）

弱反転の場合、反転層電荷が

$$Q_I^{'} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t e^{[\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F]/\phi_t} \bullet e^{-V_{CB}/\phi_t}$$

であるから、上式に　$\psi_{sa} = V_P + \phi_0$　を代入すると、

$$Q_I^{'} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t e^{[\phi_0-2\phi_F]/\phi_t} \bullet e^{(V_P-V_{CB})/\phi_t}$$