微細化による特性への影響

群馬大学
松田順一

概要

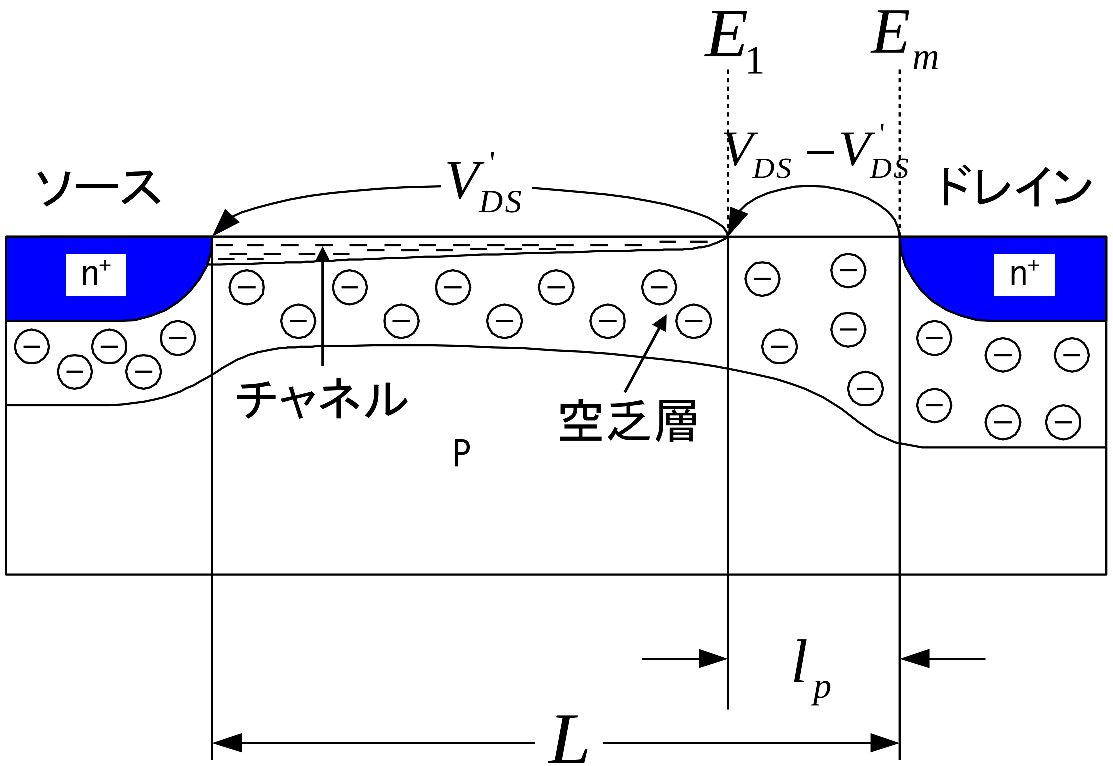
- チャネル長変調
- 短チャネルデバイス
  - 短チャネル効果（電荷配分）、ドレイン～ソース電圧の効果、逆短チャネル効果
- 狭チャネルデバイス
  - 狭チャネル効果、逆狭チャネル効果
- パンチスルー
- キャリア速度飽和
- ホットキャリア効果
- スケーリング
- ソースとドレイン抵抗
- 薄い酸化膜と高ドーピング効果
- 微細物理モデルの統合
- 付録
  - BSIMでの閾値電圧（短チャネル効果：擬似２次元）

（注）以下の本を参考に、本資料を作成。

(1) Yannis Tsividis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.

(2) Yannis Tsividis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.

チャネル長変調
（CLM: Channel Length Modulation）



ドレインの空乏層によりチャネル長が変化

ピンチオフ領域の長さ導出（1次元解析）

チャネル方向(x:ドレイン方向正）のポアソンの方程式を解く。

ピンチオフ点を$x=0$とし、境界条件を

$$\mathrm{E}=-\mathrm{E}_1 \quad (x=0)$$

ピンチオフ領域にかかる電圧：$V_{DS}-V_{DS}^{'}$

とすると、ピンチオフ領域の長さl_p は

$$l_p=\sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}}\left[\sqrt{\phi_D+\left(V_{DS}-V_{DS}^{'}\right)}-\sqrt{\phi_D}\right]$$

となる。ここで、ϕ_Dは以下で表される。

$$\phi_D=\frac{\varepsilon_s \mathrm{E}_1^2}{2qN_A}$$

（注）ピンチオフより先にキャリア速度飽和が起こる場合、

E_1をそれが起こる電界の値に置き換える。

チャネル長変調による飽和電流（1）

飽和領域の電流I_{DS}は、l_pを用いて以下の如く表される。

$$I_{DS} = I'_{DS} \frac{L}{L - l_p} \qquad \text{または} \qquad \frac{I'_{DS}}{1 - l_p / L}$$

$l_p / L \ll 1$の場合、

$$I_{DS} \approx I'_{DS} \left(1 + \frac{l_p}{L} \right)$$

で近似できる。（この形がコンピュータ計算上好まれる。）

ここで、l_pを以下の形にして用いる。

$$l_p = \frac{B_1}{\sqrt{N_A}} \left[\sqrt{\phi_D + \left(V_{DS} - V'_{DS} \right)} - \sqrt{\phi_D} \right]$$

$B_1 = \left(2\varepsilon_s / q \right)^{1/2}$で定数であるが、これと$\phi_D$は、実測値（電流）に合うように選ばれる。

チャネル長変調による飽和電流（２）

l_pを$V_{DS}=V'_{DS}$の周りでテイラー展開すると、以下になる。

$$l_p(V_{DS})=\frac{B_1}{\sqrt{N_A}}\left[\sqrt{\phi_D+(V_{DS}-V'_{DS})}-\sqrt{\phi_D}\right]$$

$$\approx l_p(V'_{DS})+\frac{B_1}{\sqrt{N_A}}\frac{1}{2\sqrt{\phi_D+(V_{DS}-V'_{DS})}}\Bigg|_{V_{DS}=V'_{DS}}(V_{DS}-V'_{DS})=\frac{B_1}{\sqrt{N_A}}\frac{(V_{DS}-V'_{DS})}{2\sqrt{\phi_D}}$$

I_{DS}は、以下となる。

$$I_{DS}\approx I'_{DS}\left(1+\frac{l_p}{L}\right)\approx I'_{DS}\left[1+\frac{1}{L\sqrt{N_A}}\frac{B_1}{2\sqrt{\phi_D}}(V_{DS}-V'_{DS})\right]=I'_{DS}\left[1+(V_{DS}-V'_{DS})/V_A\right]$$

となる。ここで、V_Aは以下で表される。

$$V_A=B_2L\sqrt{N_A},\quad \left(\text{但し、}B_2=2\sqrt{\phi_D}/B_1\right)$$

チャネル長変調による飽和電流（３）

飽和電流I_{DS}を以下のようにも表す。

$$I_{DS} = I'_{DS}\left[1+\left(V_{DS} - V'_{DS}\right)/\left(V_A + V'_{DS}\right)\right]$$

または、

$$I_{DS} = \hat{I}_{DS}\left[1+\left(V_{DS} - \hat{V}_{DS}\right)\Big/\left(V_A + \hat{V}_{DS}\right)\right] \qquad (V_{DS} > \hat{V}_{DS})$$

$$\hat{I}_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GS} - V_T\right)\hat{V}_{DS} - \frac{\alpha}{2}\hat{V}_{DS}^{\,2}\right]$$

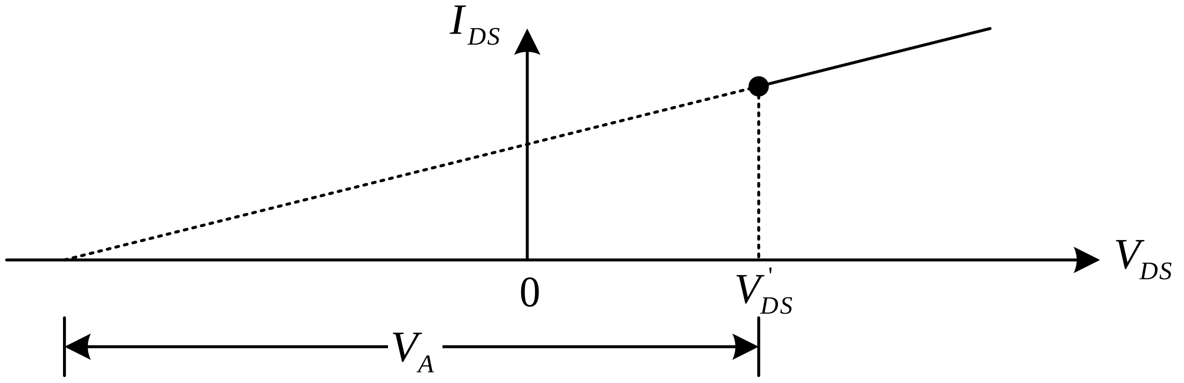
上記の飽和領域と以下の非飽和領域の電流式

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[\left(V_{GS} - V_T\right)V_{DS} - \frac{\alpha}{2}V_{DS}^{\,2}\right] \qquad (V_{DS} \le \hat{V}_{DS})$$

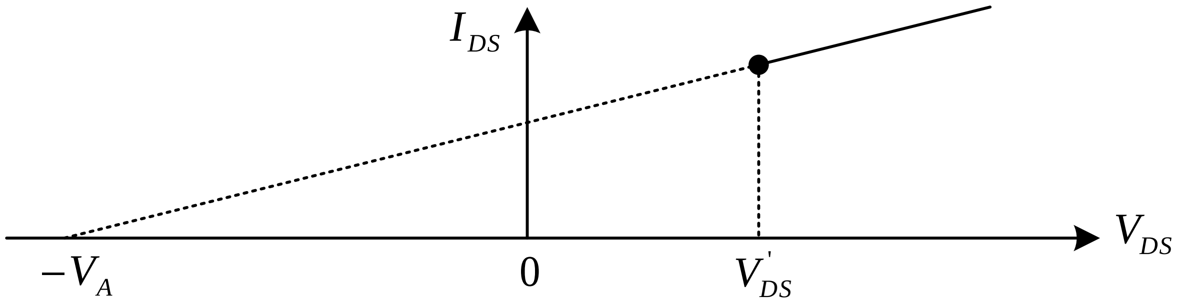
のdI_{DS}/dV_{DS}を等しいとして$\hat{V}_{DS}$を求めると、以下になる。

$$\hat{V}_{DS} = V_A\left[\sqrt{1+\frac{2\left(V_{GS} - V_T\right)}{\alpha V_A}} - 1\right]$$

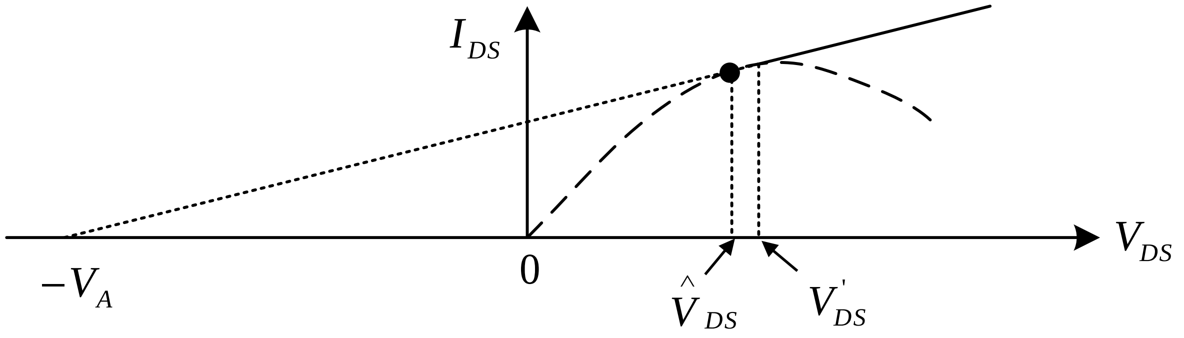
飽和領域のモデル



$$I_{DS} = I'_{DS}\left[1+\left(V_{DS}-V'_{DS}\right)/V_A\right]$$



$$I_{DS} = I'_{DS}\left[1+\left(V_{DS}-V'_{DS}\right)/\left(V_A+V'_{DS}\right)\right]$$



$$\hat{V}_{DS} = V_A\left[\sqrt{1+\frac{2\left(V_{GS}-V_T\right)}{\alpha V_A}}-1\right]$$

ピンチオフ領域の長さ導出（：２次元解析）

2次元解析によりl_pを導出すると、l_pは以下になる*。

$$l_p = l_a \ln \frac{\left[\left(V_{DS} - V_{DS}^{'}\right)/l_a\right] + \mathrm{E}_m}{\mathrm{E}_1}$$

$$\mathrm{E}_m = \sqrt{\frac{\left(V_{DS} - V_{DS}^{'}\right)^2}{l_a^2} + \mathrm{E}_1^2}, \quad l_a = \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{ox}} t_{ox} d_j} \approx \sqrt{3 t_{ox} d_j}$$

ここで、E_mはx方向の最大電界、d_jはドレインの接合深さ、

E_1は電子または正孔の速度飽和時の電界である。

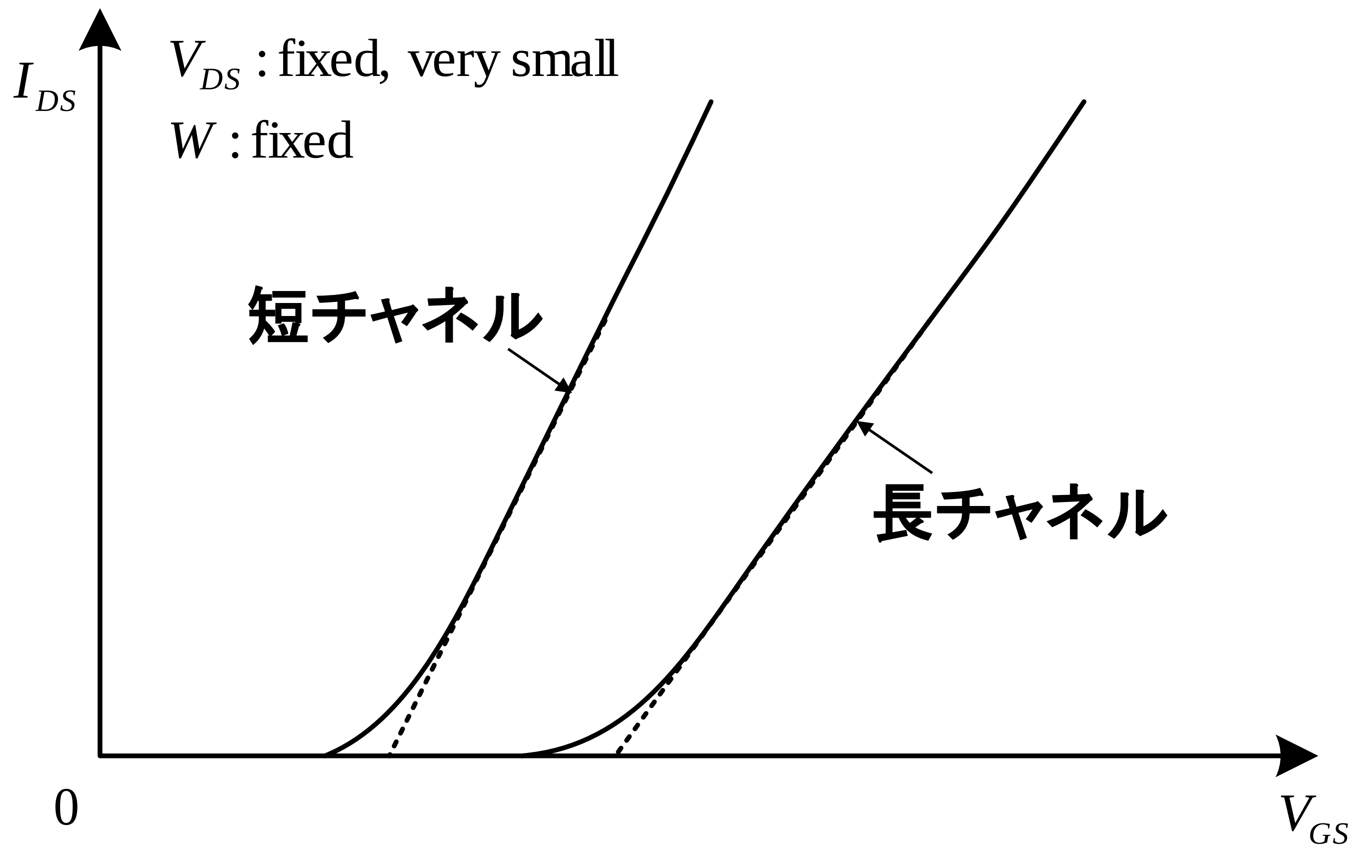
ここで、E_mを$\mathrm{E}_1 + (\mathrm{const})\left[\left(V_{DS} - V_{DS}^{'}\right)/l_a\right]$で近似すると、$l_p$は

$$l_p = l_a \ln\left[1 + \frac{V_{DS} - V_{DS}^{'}}{V_E}\right]$$

となる。V_Eは実験的に決められる。

*Y. A. Elmansy and A. R. Boothroyd, “A Simple two-dimensional model for IGFET operation in the saturation region,” IEEE Transaction on Electron Devices, vol. ED-24, pp.254-262, 1977.

チャネル長の違いによるI_{DS} vs. V_{GS}特性



短チャネル効果（電荷配分：1）

短チャネルトランジスタの実効閾値電圧$\hat{V}_T$は、

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \frac{\hat{Q}'_{B1}}{Q'_B}\gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

である。ここで、$\hat{Q}'_{B1}$は実効空乏層電荷であり、

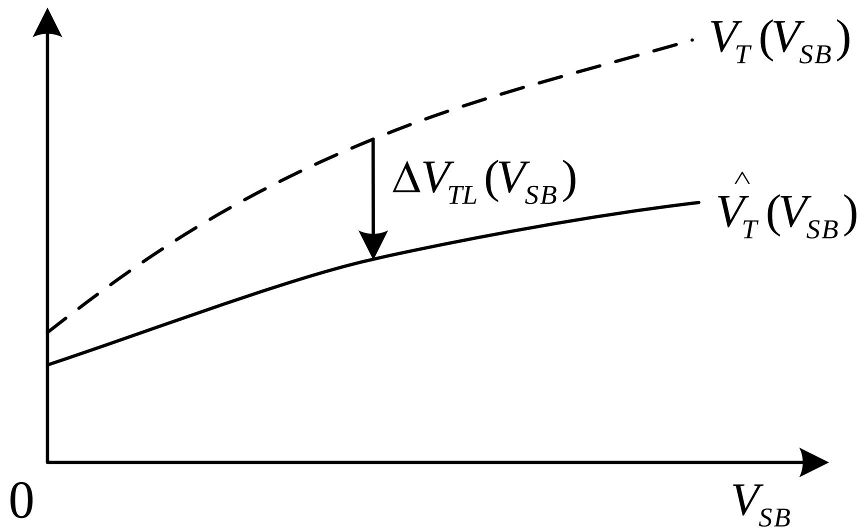
$\hat{V}_T$はまた、

$$\hat{V}_T = V_T + \Delta V_{TL}$$

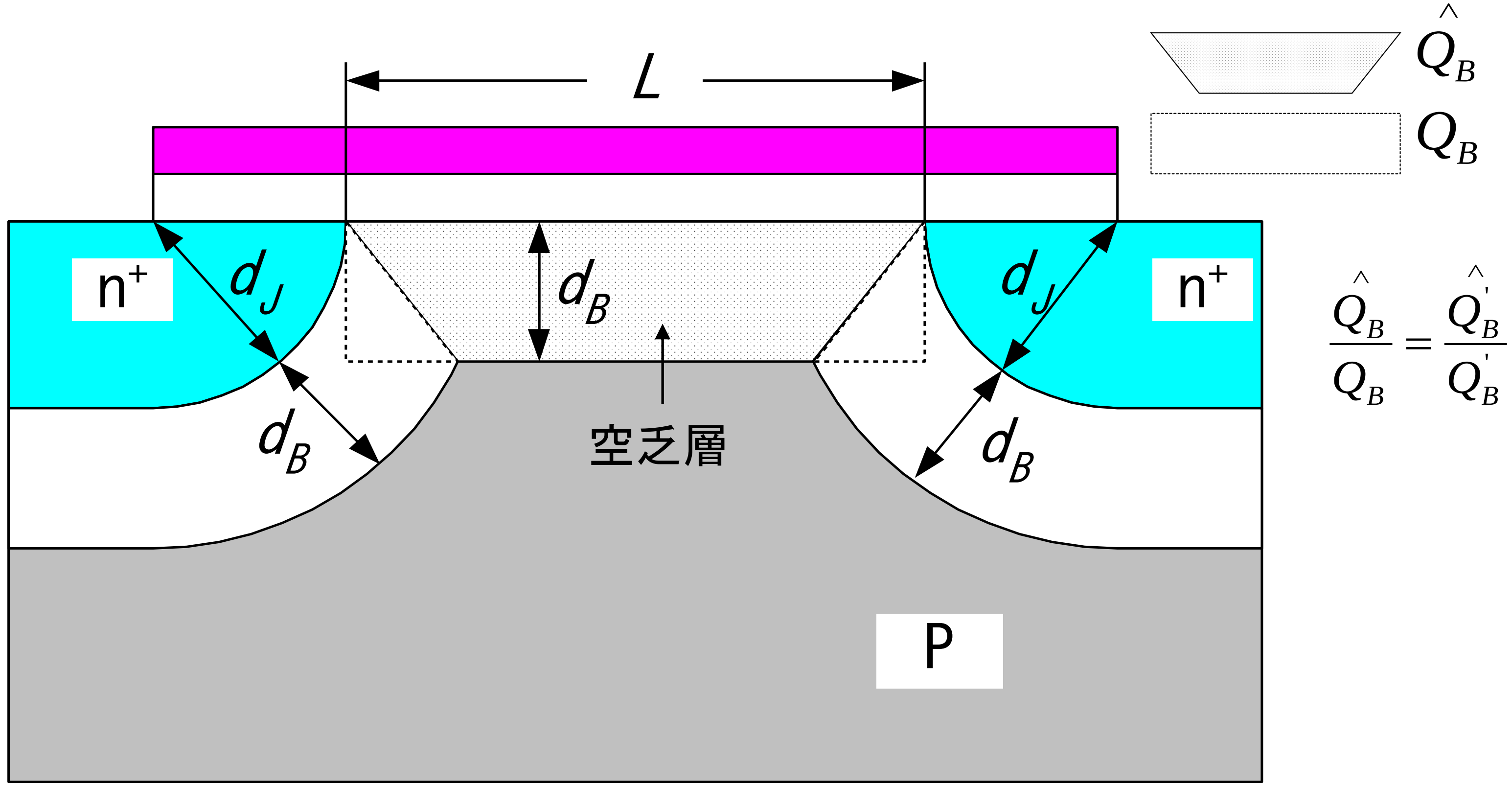
で表される。ここで、

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}, \qquad \Delta V_{TL} = \left(\frac{\hat{Q}'_{B1}}{Q'_B} - 1\right)\gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

である。ΔV_{TL}は閾値電圧の変化量を表す。



短チャネル効果（電荷配分）



$$\frac{\hat{Q}_B}{Q_B} = \frac{\hat{Q}_B'}{Q_B'}$$

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \frac{\hat{Q}_{B1}'}{Q_B'} \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

$$\hat{Q}_B' \big/ Q_B' = 1 - \frac{d_j}{L}\left(\sqrt{1 + \frac{2d_B}{d_j}} - 1\right)$$

短チャネル効果（電荷配分：２）

$\hat{Q}_B^{'} \Big/ Q_B^{'}$の導出:　空乏層幅$d_B$は

$$d_B = \zeta\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \quad \left(\text{但し、}\zeta = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}}\right)$$

である。これを使うと、$\hat{Q}_B^{'} \Big/ Q_B^{'}$は

$$\hat{Q}_B^{'} \Big/ Q_B^{'} = 1 - \frac{d_j}{L}\left(\sqrt{1 + \frac{2d_B}{d_j}} - 1\right)$$

となる。$2d_B/d_j \ll 1$の場合、$\hat{Q}_B^{'} \Big/ Q_B^{'}$は

$$\hat{Q}_B^{'} \Big/ Q_B^{'} \approx 1 - \frac{d_B}{L}$$

で近似される。$2d_B/d_j$が大きい場合も考慮して、以下で表す。

$$\hat{Q}_B^{'} \Big/ Q_B^{'} = 1 - \beta_1\frac{d_B}{L} \quad \left(\text{但し、}\beta_1\text{は定数}\right)$$

短チャネル効果（電荷配分：３）

β_1を含む$\hat{Q}'_B / Q'_B$の近似式を用いると$\hat{V}_T$は

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}\left(1 - \frac{\beta_1 \zeta}{L}\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}\right)$$

となる。また、ΔV_{TL}は以下の如くになる。

$$\Delta V_{TL} = -2\beta_1 \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{ox}} \frac{t_{ox}}{L}\left(\phi_0 + V_{SB}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta V_{TL} \propto 1/L$$

短チャネル効果（ドレイン～ソース電圧の影響）

ドレイン電圧が増大した場合、$\hat{Q}_B^{'}/Q_B^{'}$ は以下になる。

$$\hat{Q}_B^{'}/Q_B^{'} = 1 - \beta_1 \frac{1}{L}\frac{d_{BS}+d_{BD}}{2} \quad (\text{但し、}\beta_1\text{は定数})$$

ここで、d_{BS} と d_{BD} はそれぞれソース側とドレイン側の空乏層幅であるため、

$$\frac{d_{BS}+d_{BD}}{2} = \frac{\zeta}{2}\left(\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \sqrt{\phi_0 + V_{DB}}\right) \quad (\text{但し、}V_{DB} = V_{DS} + V_{SB})$$

$$\cong \zeta\left(\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\beta_2 V_{DS}}{\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}\right) \quad (\text{但し、}\beta_2 = 0.25)$$

となる。上記近似は V_{DS} が小の場合に成り立ち、$\hat{V}_T$ と ΔV_{TL} は以下になる。

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}\left[1 - \frac{\beta_1 \zeta}{L}\left(\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\beta_2 V_{DS}}{\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}\right)\right]$$

$$\Delta V_{TL} = -2\beta_1 \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{ox}}\frac{t_{ox}}{L}\left[(\phi_0 + V_{SB}) + \beta_2 V_{DS}\right]$$

短チャネル効果（ドレイン～ソース電圧の影響：２次元解析）

擬似２次元解析によると、ΔV_{TL}は以下の如くになる*。

$$\Delta V_{TL} \approx -\left[3\left(\phi_{bi}-\phi_0\right)+V_{DS}\right]e^{-L/\lambda}$$

ここで、ϕ_{bi}はソースまたはドレインとチャネル間の接合電位であり、

λ（特性長：Characteristic length）は以下である。

$$\lambda = \sqrt{\frac{\varepsilon_s t_{ox} d_B}{\varepsilon_{ox}\beta_3}}$$

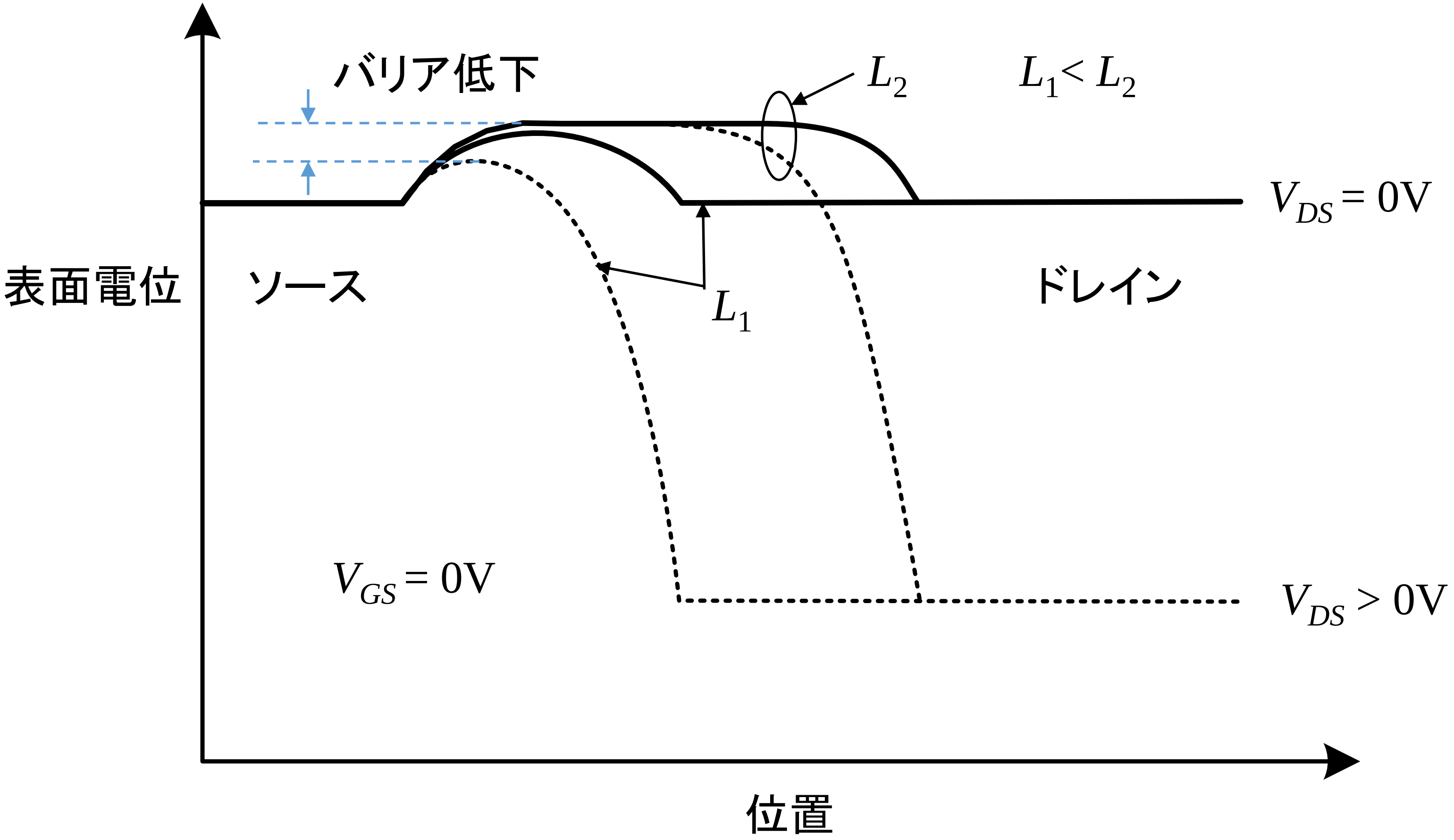
ここで、d_Bはチャネル下の空乏層深さであり、$\beta_3(\approx 1)$は

フィッティングパラメータである。

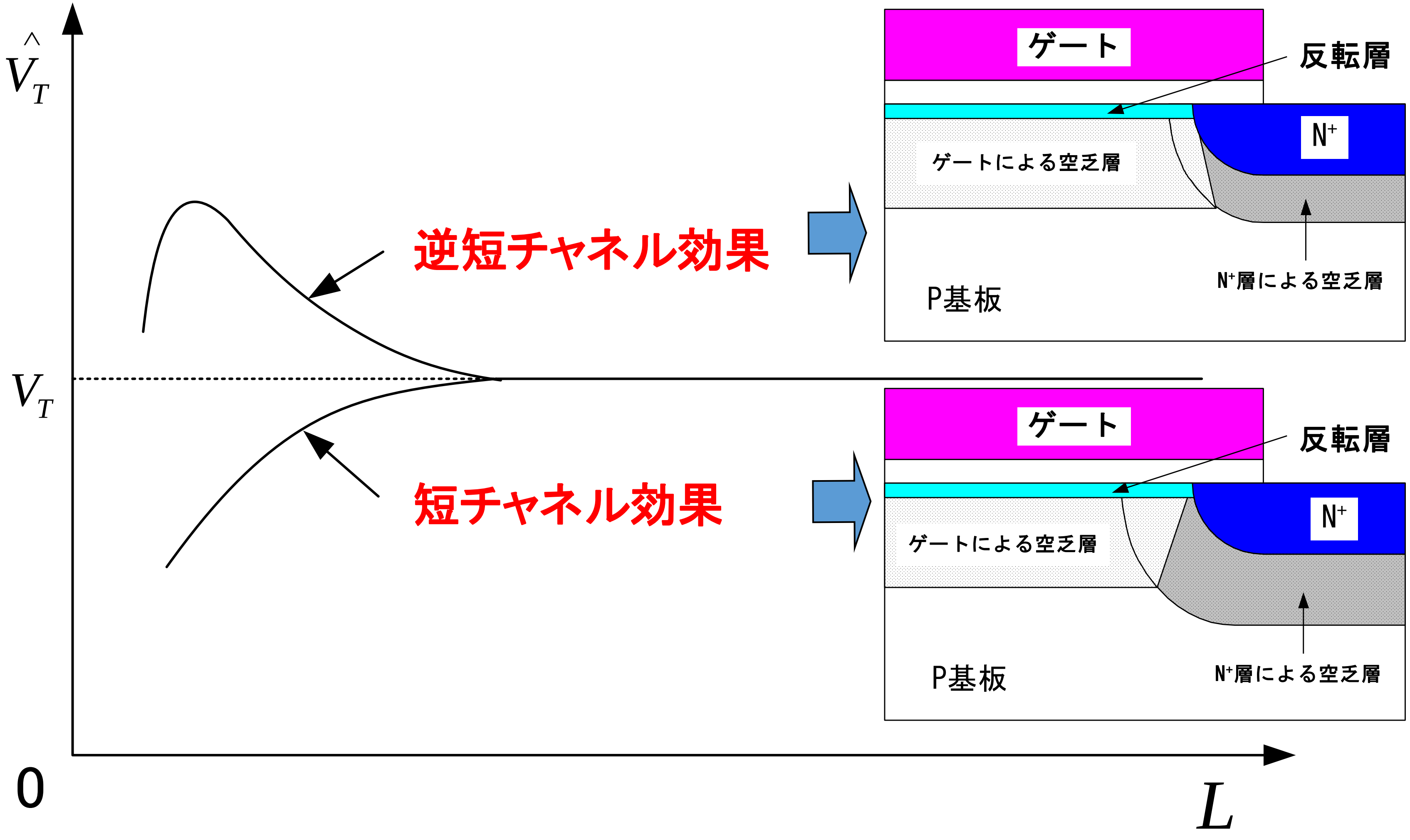
なお、上記ΔV_{TL}は$L \gg d_B$で成立する。

*Z-H Liu, et. Al., “Threshold voltage model for deep-submicrometer MOSFET’s,” IEEE Transaction on Electron Devices, Vol. 40, pp.86-95, 1993.

ドレイン電圧/短チャネル化によるバリア低下
（DIBL: Drain Induced Barrier Lowering）

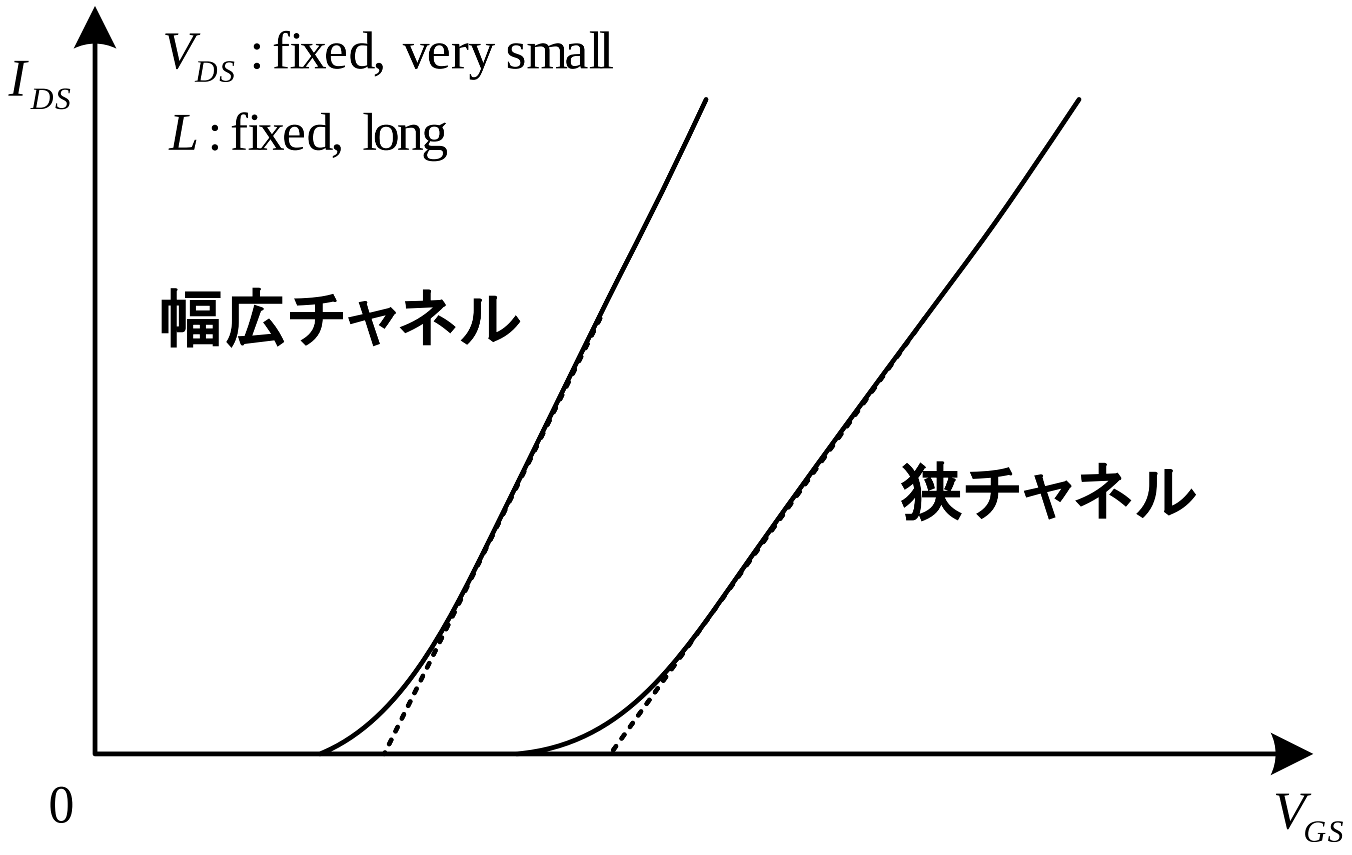


短/逆短チャネル効果



$\hat{V}_T$
V_T
0
L
逆短チャネル効果
短チャネル効果
ゲート
反転層
N+
ゲートによる空乏層
P基板
N+層による空乏層
ゲート
反転層
N+
ゲートによる空乏層
P基板
N+層による空乏層

チャネル幅の違いによるI_{DS} vs. V_{GS}特性



LOCOS分離の狭チャネル効果（1）

狭チャネルトランジスタの

実効閾値電圧$\hat{V}_T$は、

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \frac{\hat{Q}'_{B1}}{Q'_B}\gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

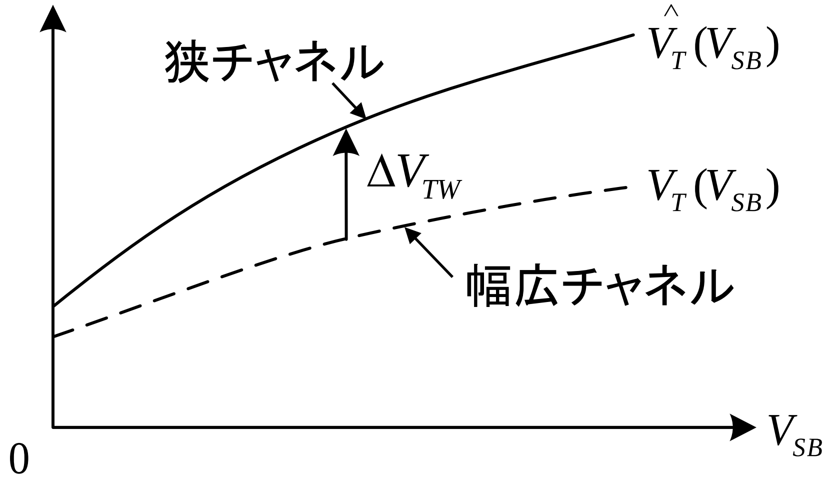
である。ここで、$\hat{Q}'_{B1}$は、実効空乏層電荷であり、

$\hat{Q}'_{B1}/Q'_B > 1$である。$\hat{V}_T$はまた、

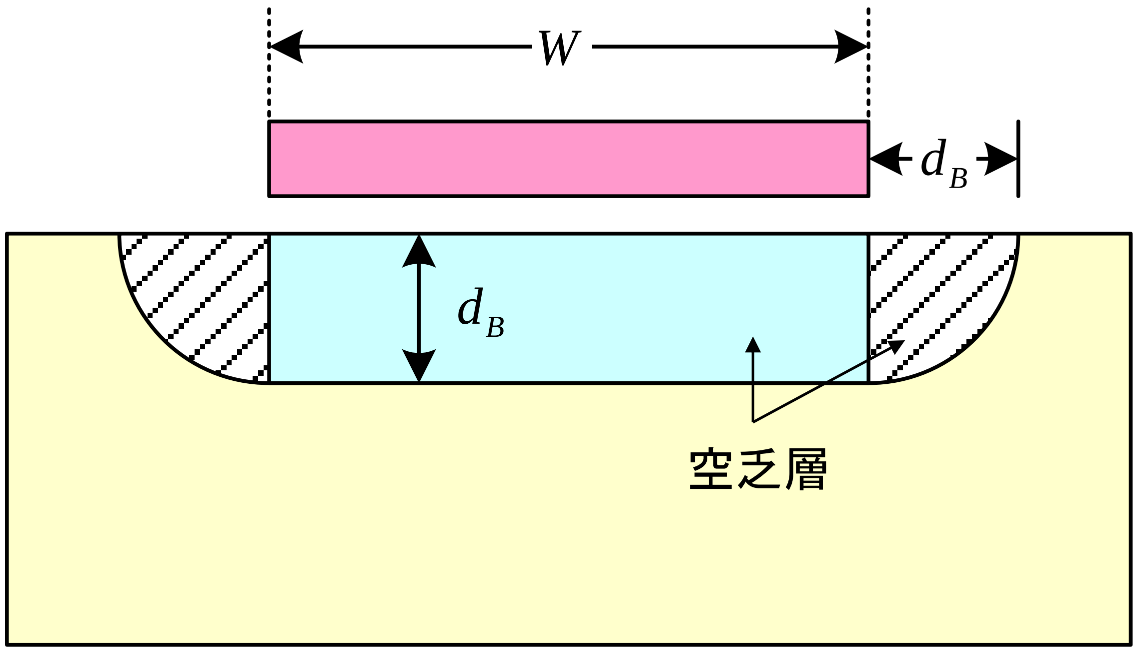
$$\hat{V}_T = V_T + \Delta V_{TW}$$

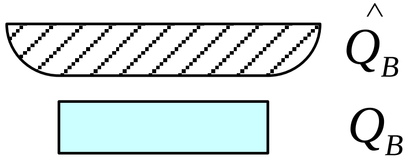
で表される。ここで、V_TとΔV_{TW}は以下である。

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}, \quad \Delta V_{TW} = \left(\frac{\hat{Q}'_{B1}}{Q'_B} - 1\right)\gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$



狭チャネル効果（電荷配分）





$$\frac{\hat{Q}_B}{Q_B} = \frac{\hat{Q}_B'}{Q_B'}$$

LOCOS分離の狭チャネル効果（2）

LOCOSの場合、$\hat{Q}'_{B1}\Big/Q'_B$を以下の如く近似できる。

$$\frac{\hat{Q}'_{B1}}{Q'_B}=1+\beta_4\frac{\pi}{2}\frac{d_B}{W}$$

ここで、β_4は通常1であり、フィティングパラメータとして用いる。

これから$\hat{V}_T$は以下になる。

$$\hat{V}_T=V_{FB}+\phi_0+\gamma\sqrt{\phi_0+V_{SB}}\left(1+\beta_4\frac{\zeta\pi}{2W}\sqrt{\phi_0+V_{SB}}\right)$$

また、ΔV_{TW}は以下になる。

$$\Delta V_{TW}=\beta_4\frac{\zeta\pi}{2W}\sqrt{\phi_0+V_{SB}}\,\gamma\sqrt{\phi_0+V_{SB}}$$

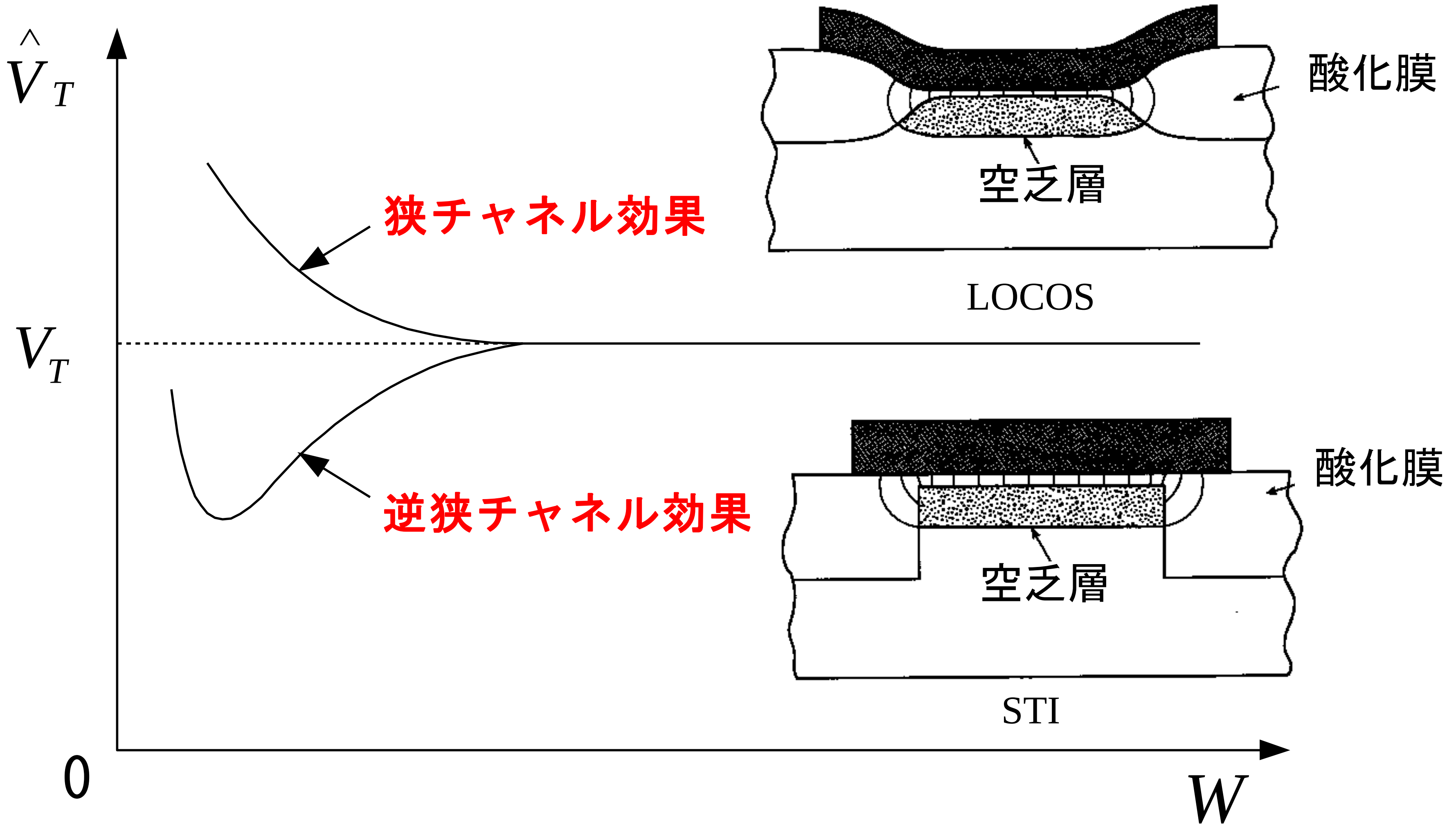
$$=\beta_4\pi\frac{\zeta\gamma}{2W}\left(\phi_0+V_{SB}\right)=\beta_4\pi\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{ox}}\frac{t_{ox}}{W}\left(\phi_0+V_{SB}\right)$$

$$d_B=\zeta\sqrt{\phi_0+V_{SB}}$$

$$\zeta=\sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}}$$

$$\gamma=\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{C'_{ox}}$$

狭/逆狭チャネル効果



STI分離の狭チャネル効果（1）

STIの場合の狭チャネル効果による$\hat{V}_T$は、以下である。

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 - \frac{Q_B}{C'_{ox}WL + 2C_F}$$

ここで、C_Fはフリンジング容量である。$\hat{V}_T$はまた、以下で表される。

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 - \frac{\hat{Q}_{B1}}{C'_{ox}WL}$$

ここで、$\hat{Q}_{B1}$は実効空乏層電荷である。上２式を比較して、以下を得る。

$$\frac{\hat{Q}_{B1}}{Q_B} = \frac{C'_{ox}WL}{C'_{ox}WL + 2C_F} < 1$$

STI分離の狭チャネル効果（２）

C_Fは、以下である*。

$$C_F = \frac{2\varepsilon_{ox} L}{\pi} \ln\left(\frac{2t_{Fox}}{t_{ox}}\right)$$

ここで、t_{Fox}はフィールド酸化膜厚である。このC_Fから以下を得る。

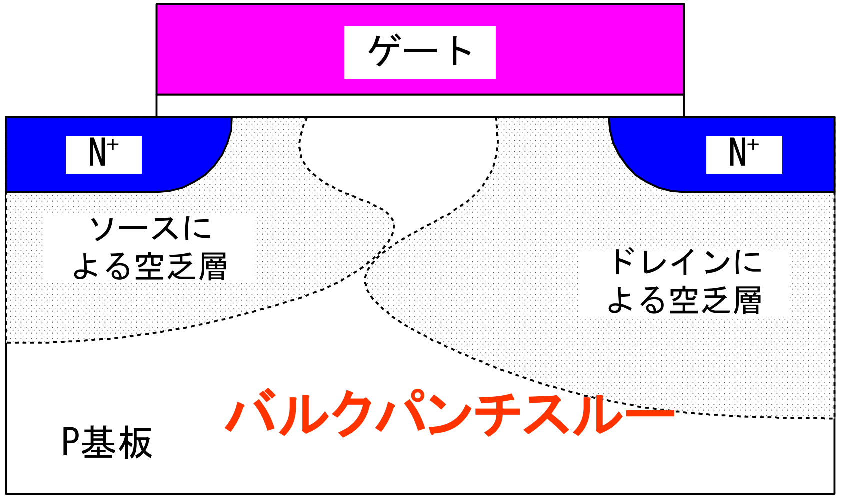
$$\frac{\hat{Q}_{B1}}{Q_B} = \frac{W}{W+F}, \qquad \text{但し、} F = \frac{4t_{ox}}{\pi} \ln\left(\frac{2t_{Fox}}{t_{ox}}\right)$$

したがって$\hat{V}_T$は、以下の如くになる。

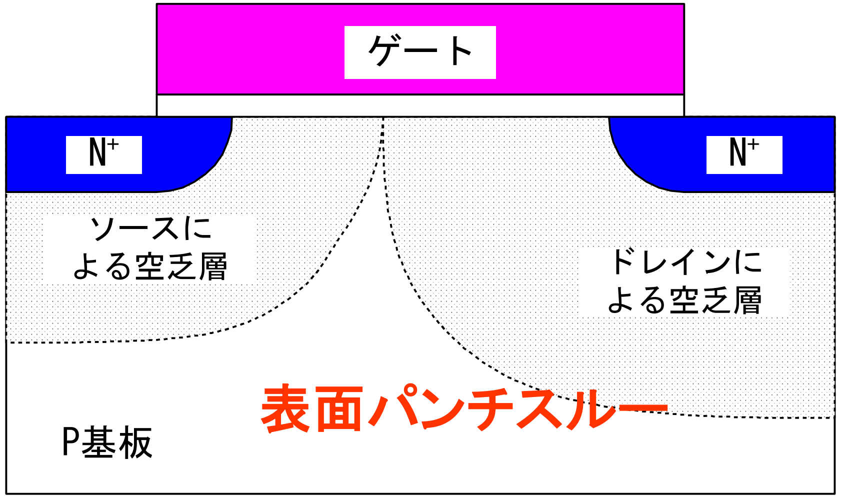
$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}\,\frac{W}{W+F}$$

* L. A. Akers, et. al., “Characterization of the inverse-narrow-width effect,” IEEE Transaction on Electron Devices, vol. ED-34, pp. 2476-2484, 1987.

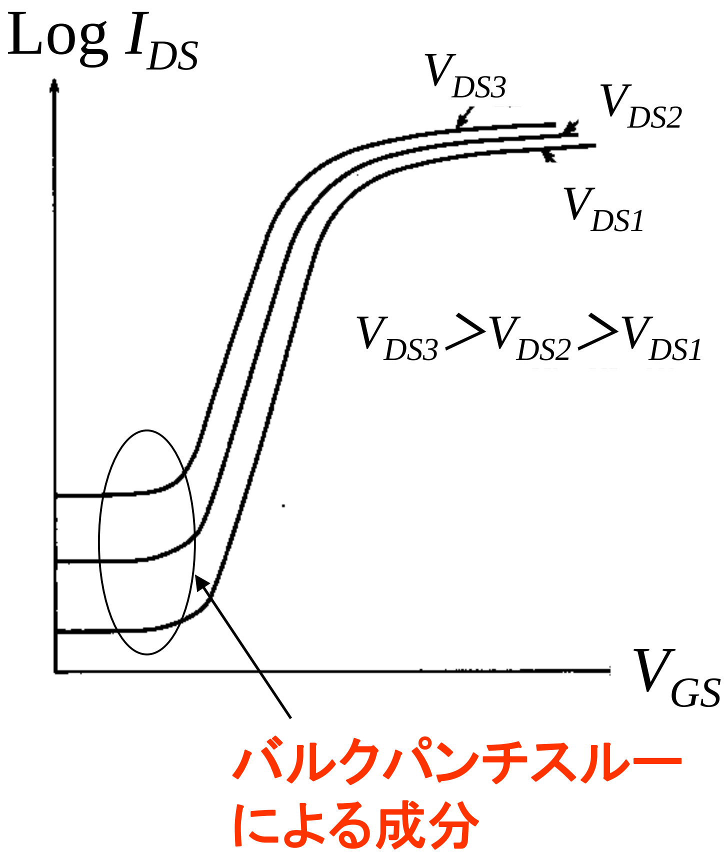
パンチスルー



ゲート
N+
N+
ソースに
よる空乏層
ドレインに
よる空乏層
P基板
バルクパンチスルー



ゲート
N+
N+
ソースに
よる空乏層
ドレインに
よる空乏層
P基板
表面パンチスルー



Log I_{DS}
V_{DS3}
V_{DS2}
V_{DS1}
$V_{DS3} > V_{DS2} > V_{DS1}$
V_{GS}
バルクパンチスルー
による成分

キャリアの速度飽和

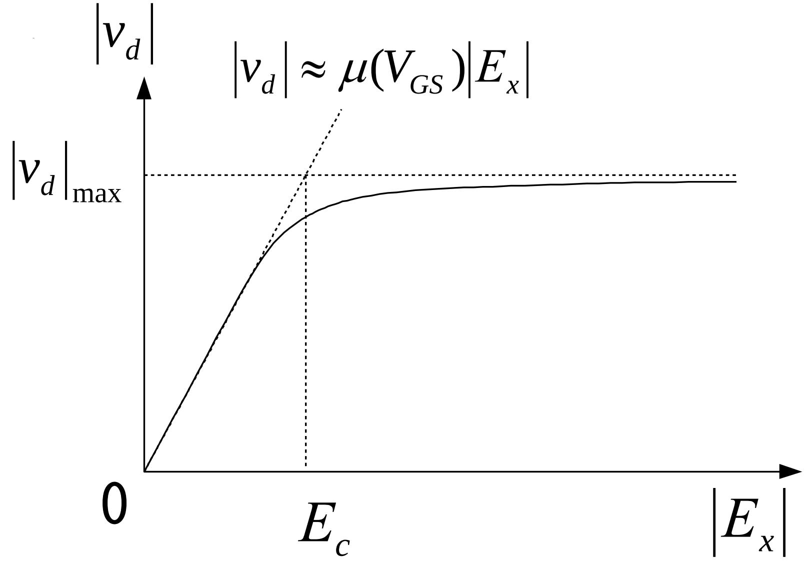
キャリアの速度飽和を含む電流式

$$I_{DSN,\text{速度飽和を含む}} = \frac{I_{DSN,\text{速度飽和を含まない}}}{1+V_{DS}/(LE_c)}$$

電界が臨界電界より小： $|E_x| \ll E_c \Rightarrow |v_d| \approx \mu |E_x|$

電界が臨界電界より大： $|E_x| \gg E_c \Rightarrow |v_d| \approx |v_d|_{\max}$

$$\text{臨界電界}: E_c = \frac{|v_d|_{\max}}{\mu}$$



キャリア速度飽和の解析（1）

$|v_d|$を経験的な以下の関係式で表す。

$$|v_d| = |v_d|_{\max} \frac{|\mathrm{E}_x|/\mathrm{E}_c}{1+|\mathrm{E}_x|/\mathrm{E}_c}$$

ここで、$|\mathrm{E}_x| = dV_{CB}/dx$であるから、

$$|v_d(x)| = |v_d|_{\max} \frac{(1/\mathrm{E}_c)(dV_{CB}/dx)}{1+(1/\mathrm{E}_c)(dV_{CB}/dx)} = \mu \frac{(dV_{CB}/dx)}{1+(1/\mathrm{E}_c)(dV_{CB}/dx)}$$

となる。一方、非飽和領域での電流I_{DSN}は

$$I_{DSN} = W(-Q_I^{'})|v_d(x)|$$

であるから、

$$I_{DSN}\left(1+\frac{1}{\mathrm{E}_c}\frac{dV_{CB}}{dx}\right) = \mu W(-Q_I^{'})\frac{dV_{CB}}{dx}$$

となる。これを、$x=0(V_{CB}=V_{SB})$から$x=L(V_{CB}=V_{DB})$まで積分する。

キャリア速度飽和の解析（2）

積分の結果、以下を得る。

$$I_{DSN}\left(L+\frac{\left(V_{DB}-V_{SB}\right)}{\mathrm{E}_c}\right)=\mu W\int_{V_{SB}}^{V_{DB}}\left(-Q_I^{'}\right)dV_{CB}$$

$$I_{DSN}=\frac{W}{L}\frac{\mu}{1+V_{DS}/\left(L\mathrm{E}_c\right)}\int_{V_{SB}}^{V_{DB}}\left(-Q_I^{'}\right)dV_{CB}$$

ここで、$V_{DB}-V_{SB}=V_{DS}$である。この式を完全対称強反転モデルの式

$$I_{DSN}=\frac{W}{L}\int_{V_{SB}}^{V_{DB}}\mu\left(-Q_I^{'}\right)dV_{CB} \qquad \text{（直接導出）}$$

とμを一定として比較すると、以下になる。

$$I_{DSN,including\quad velocity\quad saturation}=\frac{I_{DSN,not\quad including\quad velocity\quad saturation}}{1+V_{DS}/\left(L\mathrm{E}_c\right)}$$

キャリア速度飽和の解析（3）

簡単化されたソース参照強反転モデルの式に速度飽和効果を入れると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\frac{\mu C_{ox}^{'}\left[\left(V_{GS}-V_T\right)V_{DS}-\frac{\alpha}{2}V_{DS}^2\right]}{1+V_{DS}/\left(L\mathrm{E}_c\right)}, \quad V_{DS} \le V_{DS}^{'}$$

となる。$dI_{DS}/dV_{DS}=0$から飽和時の$V_{DS}\left(=V_{DS}^{'}\right)$は以下になる。

$$V_{DS}^{'} = \frac{V_{GS}-V_T}{\alpha}\frac{2}{\sqrt{1+\left(\frac{V_{GS}-V_T}{\alpha}\right)\bullet\frac{2}{L\mathrm{E}_c}}+1}$$

また、飽和時の電流は、V_{DS}を$V_{DS}^{'}$に、Lを$L-l_p$に置換えて、以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W\mu C_{ox}^{'}\left[\left(V_{GS}-V_T\right)V_{DS}^{'}-\frac{\alpha}{2}V_{DS}^{'2}\right]}{L\left(1-\frac{l_p}{L}+\frac{V_{DS}^{'}}{L\mathrm{E}_c}\right)}$$

キャリア速度飽和の解析（4）

Lが小さくなると、V'_{DS}も小さくなる。したがって、I'_{DS}は

$$I'_{DS} \approx \frac{\mu C'_{ox}(W/L)(V_{GS}-V_T)V'_{DS}}{V'_{DS}/(L\mathrm{E}_c)} \approx WC'_{ox}(V_{GS}-V_T)\mu\mathrm{E}_c$$

で近似できる。ここで、$l_p/L \ll 1$と仮定してある。

すなわち、I'_{DS}は$V_{GS}-V_T$にほぼ比例する。

ここで、チャネル電荷が場所xに依存しなく、一定であるとすると、

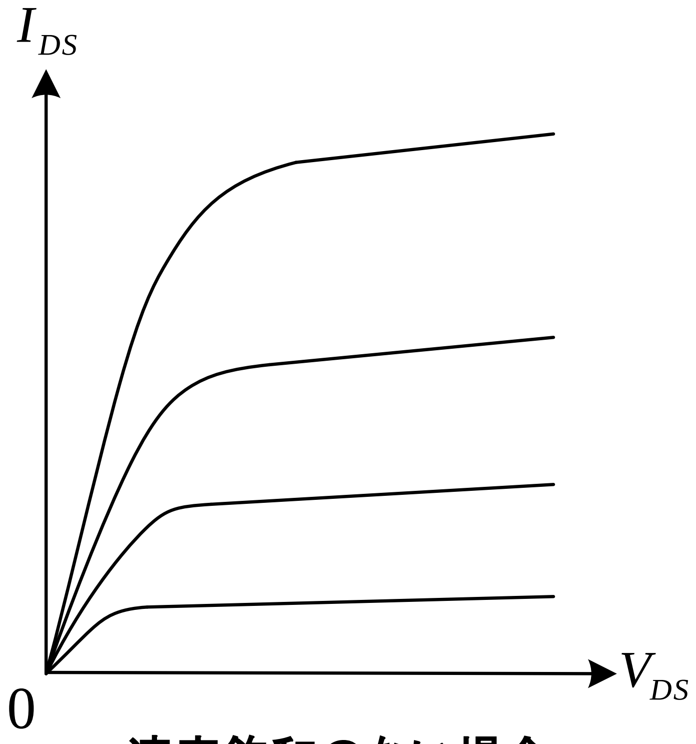
$-Q'_I \approx C'_{ox}(V_{GS}-V_T)$であるから、以下を得る。

$$I'_{DS} \approx W(-Q'_I)|v_d|_{\max}$$

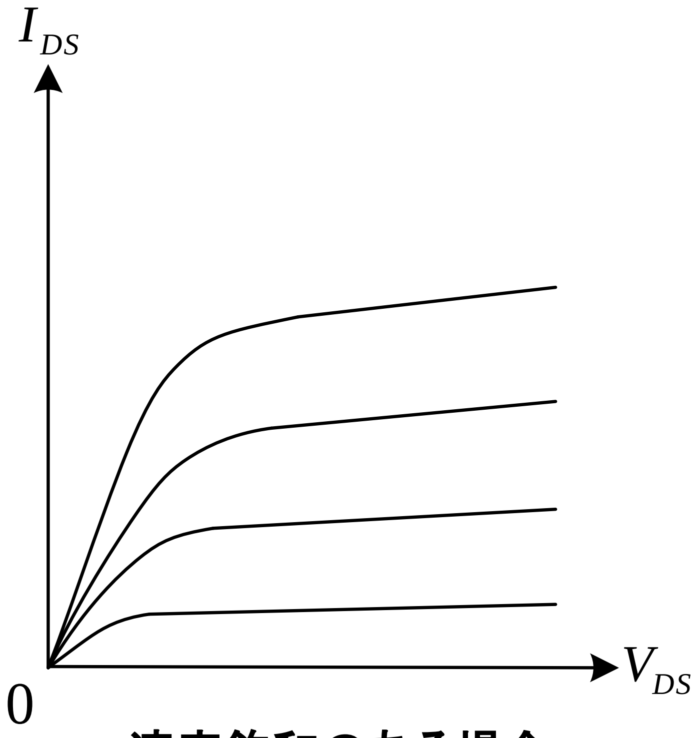
I_{DS}-V_{DS}特性：速度飽和の有無

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{\left(V_{GS} - V_T\right)^2}{2\alpha}$$

$$I_{DS} \approx WC'_{ox}\left(V_{GS} - V_T\right)\mu \mathrm{E}_c$$

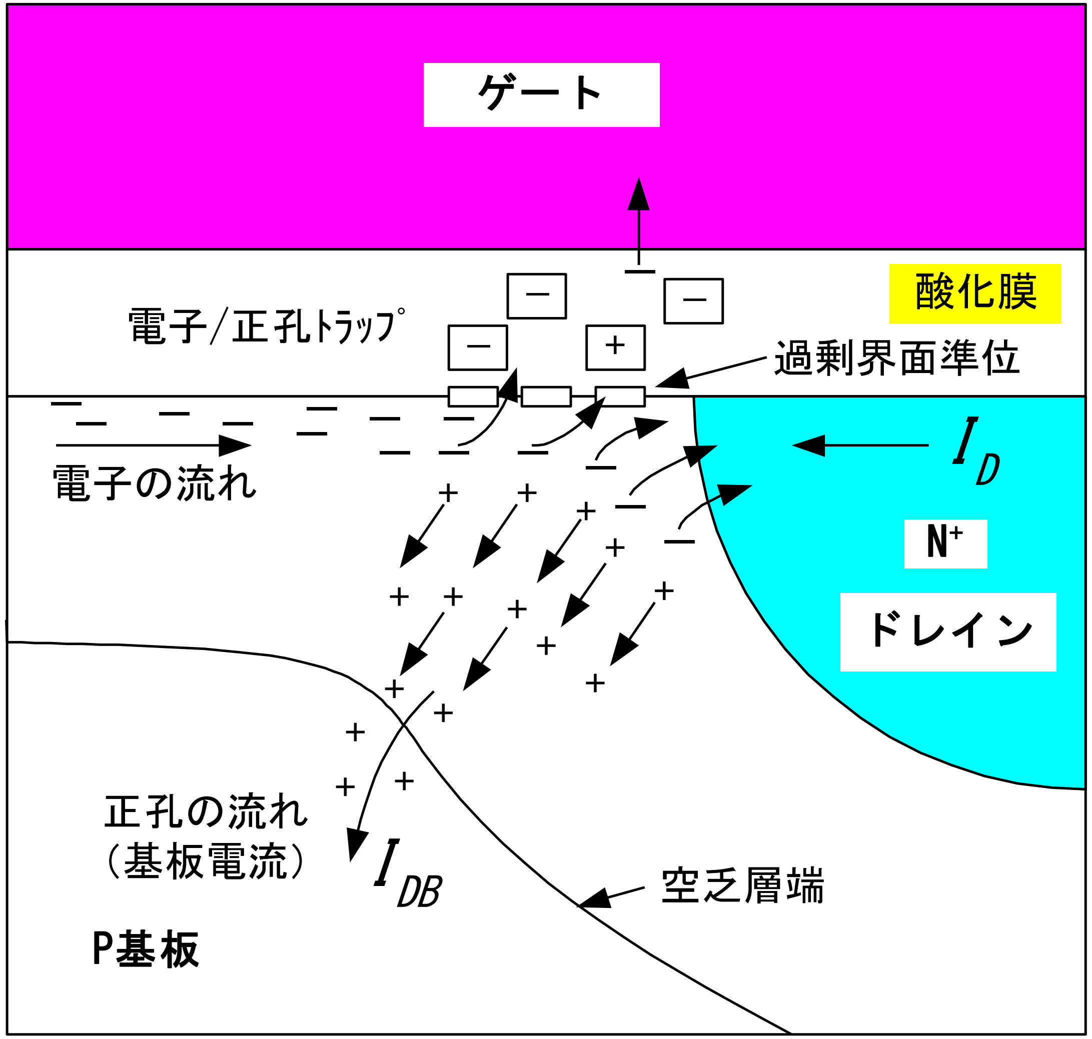


速度飽和のない場合



速度飽和のある場合

ホットキャリア効果



- 電子/正孔トラップ
- 過剰界面準位

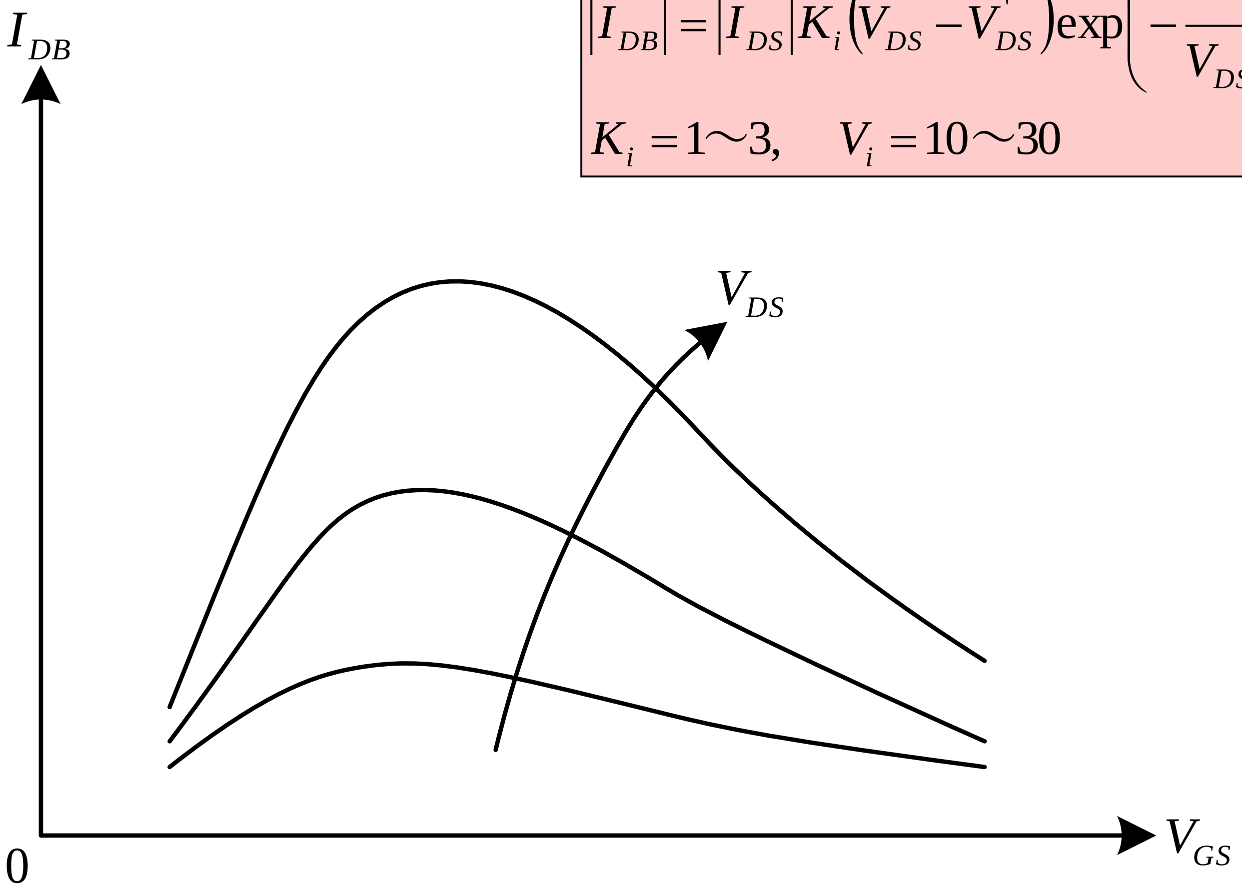
↓

- 閾値電圧上昇
  ソース・ドレイン逆方向
  閾値電圧上昇顕著
- ドライブ能力低下
  ドレイン抵抗増加

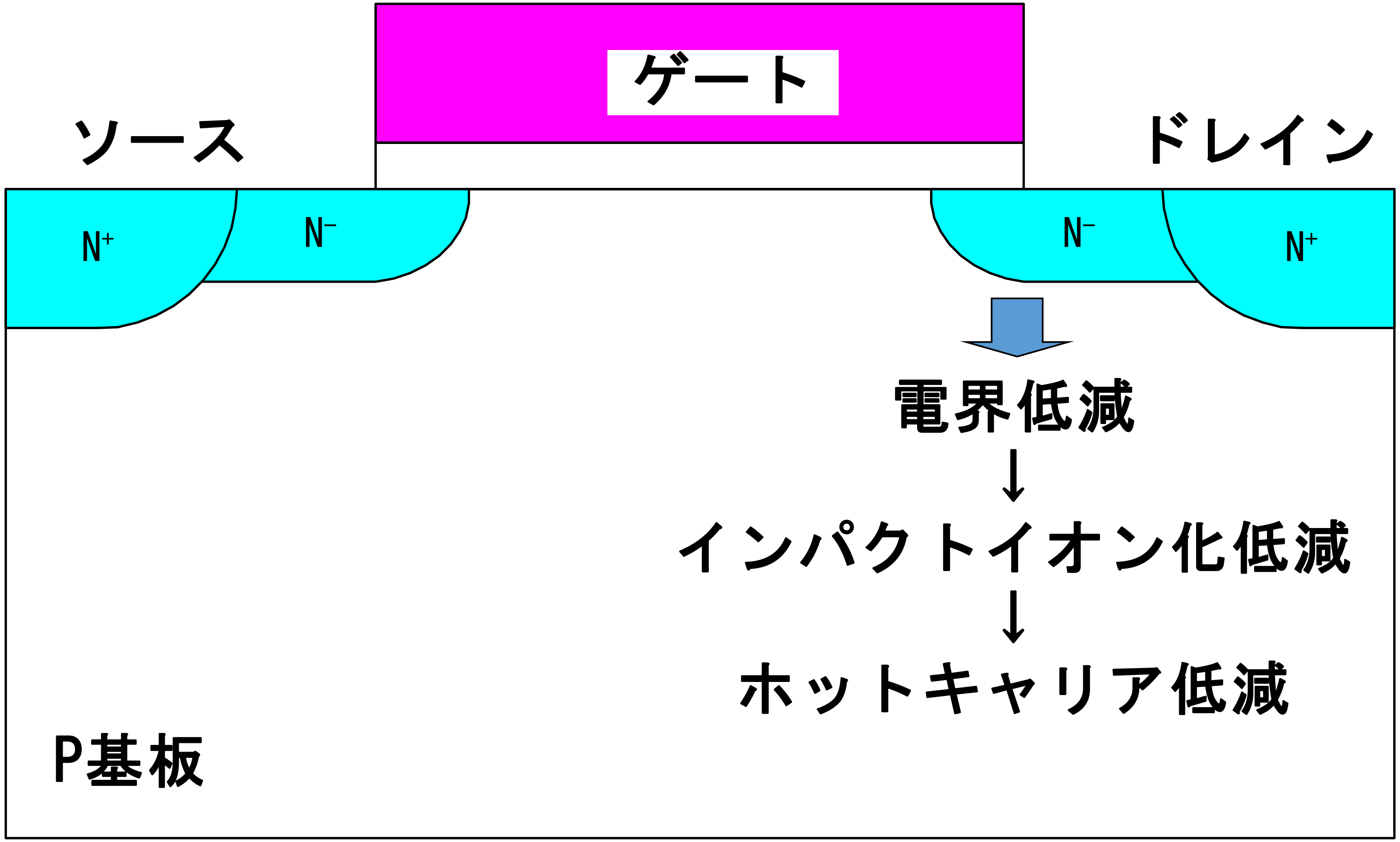
基板電流vs.ゲート～ソース電圧

$$\left|I_{DB}\right| = \left|I_{DS}\right| K_i \left(V_{DS} - V_{DS}^{'}\right) \exp\left(-\frac{V_i}{V_{DS} - V_{DS}^{'}}\right)$$

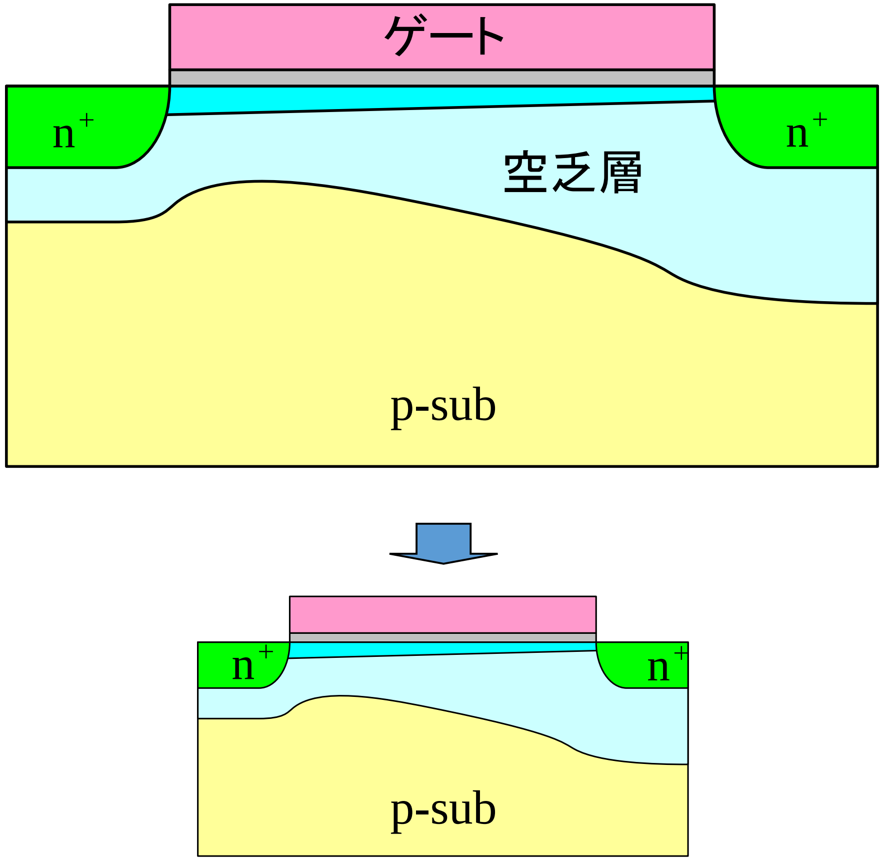
$K_i = 1 \sim 3, \quad V_i = 10 \sim 30$



ホットキャリア対策（LDDトランジスタ）



スケーリング



定電界スケーリング（１）

デバイスが$1/\kappa$（３次元)になる。

$\Rightarrow L, W, t_{ox}, d_j : 1/\kappa$

空乏層幅も$1/\kappa$にする。

$\Rightarrow N_A : \kappa, \quad V : 1/\kappa, \quad \left[空乏層幅 : d = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}(\phi_{bi} + V)} \right]$

この場合、動作電圧及び閾値電圧も、$1/\kappa$にする。

容量Cは、単位面積当りの増加と面積縮小から、$\kappa(1/\kappa^2) = 1/\kappa$になる。

また、γは以下になる。

$\Rightarrow \gamma : 1/\sqrt{\kappa} \quad \left[\gamma = \sqrt{2q\varepsilon_s N_A} / C'_{ox} \right]$

Q'_Bはスケールされない。$\left[Q'_B = -\sqrt{2q\varepsilon_s N_A} \sqrt{\phi_0 + V_{CB}} \right]$

$\Rightarrow Q'_B : 1$

定電界スケーリング（２）

ドレイン電流

$$\Rightarrow (\kappa)\left(1/\kappa^2\right) = 1/\kappa: \qquad （容量）\bullet（電圧）\bullet（電圧）$$

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C_{ox}^{'}\left[\left(V_{GS} - V_T\right)V_{DS} - \frac{\alpha}{2}V_{DS}{}^{2}\right]$$

弱反転領域での$\log I_{DS}$ vs. V_{GS}の傾き（V_{DS}一定）

$$\Rightarrow \left(1/\sqrt{\kappa}\right)/\left(1/\sqrt{\kappa}\right) = 1: \qquad (\gamma)/\sqrt{（電圧）}$$

$$\left(n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V_{SB}^{'}}}\right)$$

単位面積当り消費電力

$$\Rightarrow (1/\kappa)(1/\kappa)/\left(1/\kappa^2\right) = 1: \qquad （電圧）\bullet（電流）/（面積）$$

定電界スケーリング（３）

容量充電の変化率

$\Rightarrow (1/\kappa)/(1/\kappa) = 1:$　（電流)/（容量)、$dV/dt = I/C$

容量充電時間

$\Rightarrow 1/\kappa,$　（$\because$ 容量充電の変化率=1、電圧:$1/\kappa$）

回路スピード

$\Rightarrow \kappa$

電力遅延積（パワーディレイプロダクト）

$\Rightarrow (1/\kappa^2)(1/\kappa) = 1/\kappa^3:$

（トランジスタ当りの消費電力)•（容量充電時間)

定電界スケーリング(4)

配線内の電流密度

$\Rightarrow (1/\kappa)/(1/\kappa^2) = \kappa$ (電流)/(配線断面積)

配線抵抗

$\Rightarrow (1/\kappa)/(1/\kappa^2) = \kappa$ (配線長)/(配線断面積)

配線の容量と抵抗からの時定数

$\Rightarrow (1/\kappa)\kappa = 1$ (配線容量)•(配線抵抗)

配線内での電圧低下

$\Rightarrow (1/\kappa)\kappa = 1$ (電流)•(配線抵抗)

コンタクト抵抗

$\Rightarrow \kappa^2$ (コンタクト面積: $1/\kappa^2$)

コンタクトでの電圧低下

$\Rightarrow (1/\kappa)\kappa^2 = \kappa$ (電流)•(コンタクト抵抗)

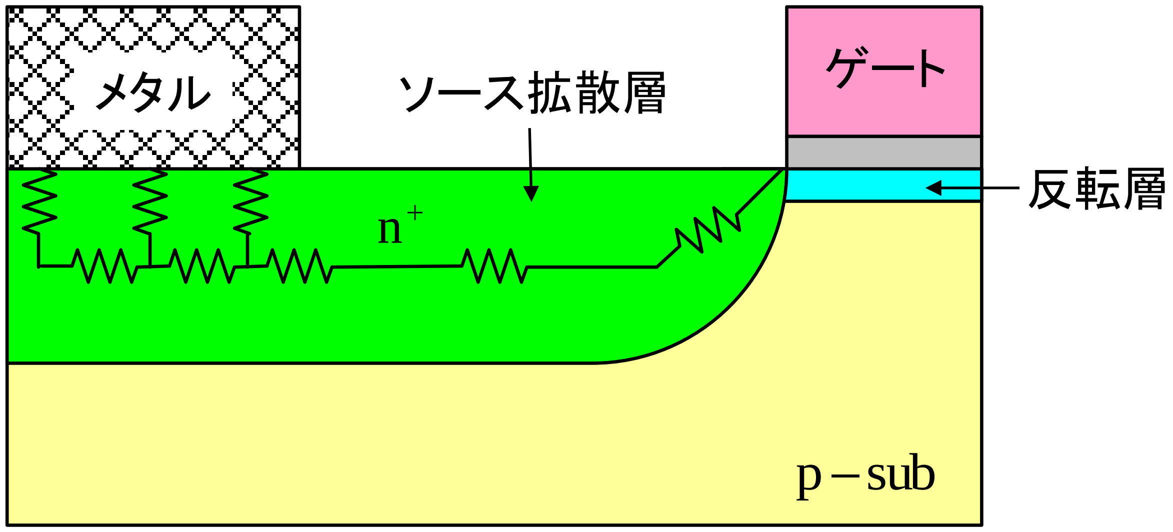
定電界スケーリング・ファクター

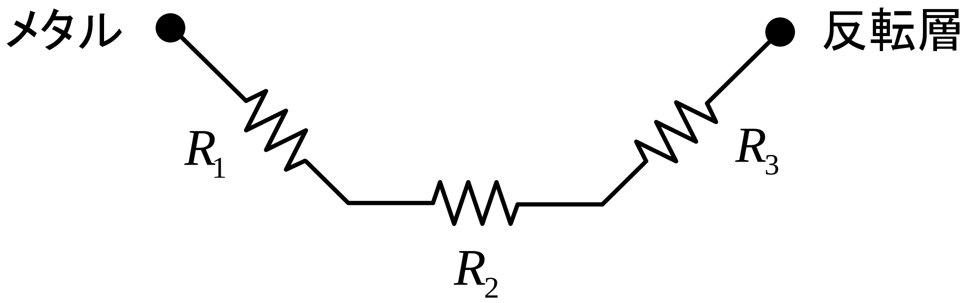
量	スケーリング・ファクター
デバイス・ディメンジョン　L, W, t_{ox}, d_j	$1/\kappa$
面積	$1/\kappa^2$
パッキング密度（単位チップ当りのデバイス数）	κ^2
ドーピング密度　N_A	κ
バイアス電圧と V_T	$1/\kappa$
バイアス電流	$1/\kappa$
電力消費（一定の回路当り）	$1/\kappa^2$
電力消費（単位チップ当り）	1
容量　C	$1/\kappa$
容量（単位面積当り）　C'	κ
電荷　Q	$1/\kappa^2$
電荷（単位面積当り）Q'	1
電界強度	1
基板バイアス係数　γ	$1/\sqrt{\kappa}$
トランジスタ通過時間　τ	$1/\kappa$
トランジスタ電力・遅延積	$1/\kappa^3$

スケーリングの規則

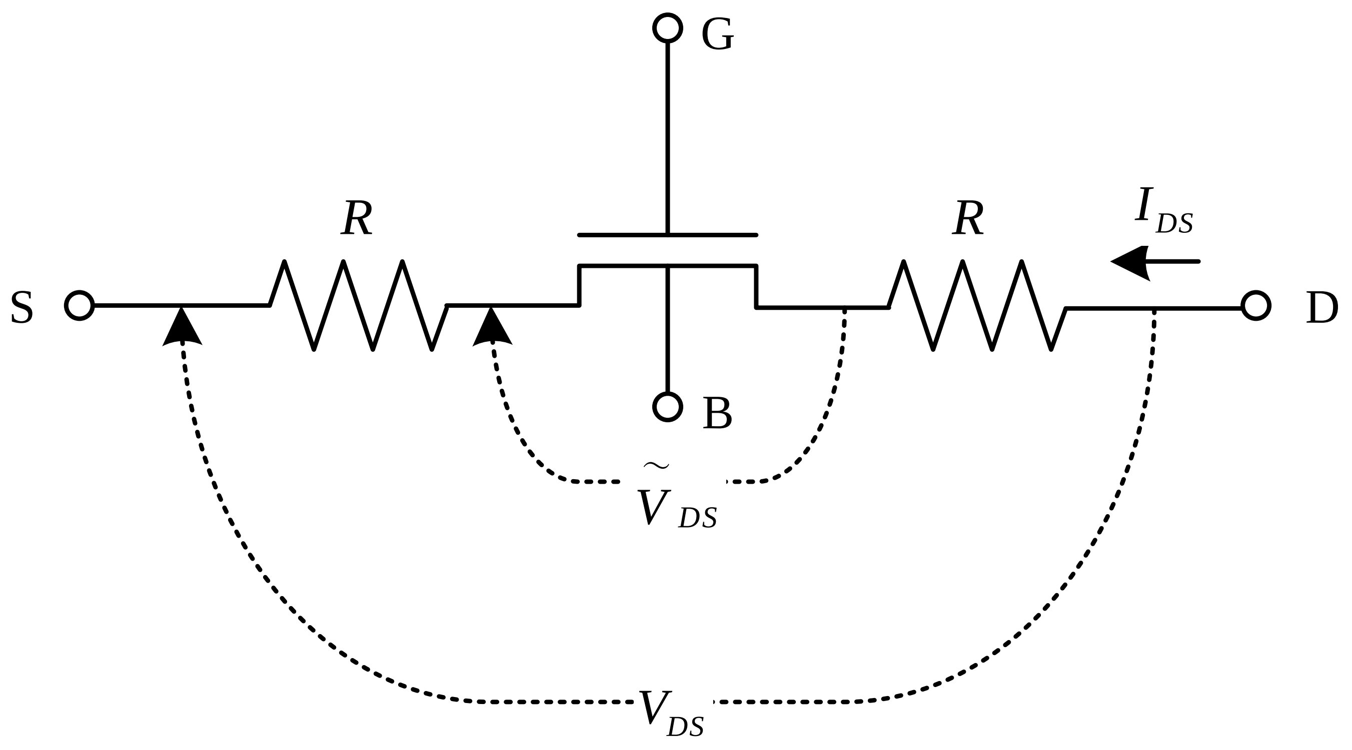
量	スケーリング・ファクター			
	定電界スケーリング	定電圧スケーリング $1<\kappa^{'}<\kappa$	準定電圧スケーリング $1<\kappa^{'}<\kappa$	一般化されたスケーリング $1<\kappa^{'}<\kappa$
W, L	$1/\kappa$	$1/\kappa$	$1/\kappa$	$1/\kappa$
t_{ox}	$1/\kappa$	$1/\kappa^{'}$	$1/\kappa$	$1/\kappa$
N_A	κ	κ	κ	$\kappa^2/\kappa^{'}$
V, V_T	$1/\kappa$	1	$1/\kappa^{'}$	$1/\kappa^{'}$

ソースとドレイン抵抗





ソースとドレイン抵抗を入れたMOSトランジスタ



ソースとドレイン抵抗の解析（1）

実効的なドレイン～ソース電圧$\tilde{V}_{DS}$は、

$$\tilde{V}_{DS} = V_{DS} - 2RI_{DS}$$

で表される。以下の式において、V_{DS}を$\tilde{V}_{DS}$で置換える。

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{\alpha}{2}V_{DS}^2\right]$$

更に、$V_{GS} - V_T$へのRI_{DS}の寄与は少ないとし、いまV_{DS}の小さい場合を考え、$(\alpha/2)V_{DS}^2$の項は、無視できるものとすると、

$$I_{DS} \approx \frac{W}{L}\mu C'_{ox}(V_{GS} - V_T)\tilde{V}_{DS}$$

となる。これから、I_{DS}を解くと、以下になる。

$$I_{DS} = \frac{\mu C'_{ox}(W/L)}{1 + \beta_R(V_{GS} - V_T)}(V_{GS} - V_T)V_{DS}, \qquad \beta_R = \frac{2\mu C'_{ox}RW}{L}$$

ソースとドレイン抵抗の解析（２）

得られた電流式のμに以下のμ_{eff}を代入すると、

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{1+\theta\left(V_{GS}-V_T\right)}$$

（ここで、$\theta_B V_{SB}$を無視）

$$I_{DS} = \frac{\mu_0}{1+\theta\left(V_{GS}-V_T\right)} \bullet \frac{C'_{ox}\left(W/L\right)}{1+\beta_R\left(V_{GS}-V_T\right)}\left(V_{GS}-V_T\right)V_{DS}$$

$$\approx \frac{\mu C'_{ox}\left(W/L\right)_0}{1+\left(\theta+\beta_R\right)\left(V_{GS}-V_T\right)}\left(V_{GS}-V_T\right)V_{DS}$$

となる。ここで、$\theta\left(V_{GS}-V_T\right) \ll 1, \quad \beta_R\left(V_{GS}-V_T\right) \ll 1$

と仮定してある。

薄い酸化膜と高ドーピングの効果

（１）量子効果によるゲート酸化実効膜厚の増大

（量子論によるキャリア分布：チャージシートモデルの限界）

$$\hat{t}_{ox} = t_{ox} + \frac{\varepsilon_{ox}}{\varepsilon_s} d_m, \quad d_m = B_1 \left| Q_B^{'} + \frac{11}{32} Q_I^{'} \right|^{-1/3}$$

（$B_1 \approx 10^{-9}$ (C・cm)$^{1/3}$）

（２）ポリシリコンゲートの空乏化

$$\hat{t}_{ox} = t_{ox} + \frac{\varepsilon_{ox}}{\varepsilon_s} \left(d_m + d_p \right)$$

（３）量子効果による$|V_{T0}|$の増大効果（反転層電荷の量子化）

$$|\Delta\psi_s| = B_2 \left| Q_B^{'} \right|^{2/3} + \frac{\left| Q_B^{'} \right|}{\varepsilon_s} d_m$$

$\Delta\psi_s$:強反転でのψ_sのシフト

$$|\Delta V_{T0}| = |\Delta\psi_s| + \gamma \left(\sqrt{\phi_0 + \Delta\psi_s} - \sqrt{\phi_0} \right)$$

ここで、$B_2 \approx 500$V/(C・cm^{-2})$^{2/3}$である。

（４）ゲート絶縁膜を通してのトンネル効果: ゲート酸化膜の限界$\approx$15Å

電流式に考慮すべき微細ｻｲｽﾞ効果

- 閾値電圧の変化
  - チャネル長Lの影響：短（逆短）チャネル効果
  - チャネル幅Wの影響：狭（逆狭）チャネル効果
  - ドレイン電圧V_{DS}の影響（DIBL）
- 高電界による移動度の低下
  - キャリアの表面散乱（電流と垂直方向）
  - キャリアの速度飽和（電流の方向）
- 飽和領域におけるチャネル長変調

微細サイズ効果を取込んだ電流式

実効閾値電圧

$$\hat{V}_T(L,W,V_{DS},V_{SB}) = V_T(V_{SB}) + \Delta V_{TL}(L,V_{DS},V_{SB}) + \Delta V_{TW}(W,V_{SB})$$

非飽和領域の電流: $V_{DS} \ll V_{DS}^{'}$

$$I_{DS} = \frac{\mu C_{ox}^{'} \dfrac{W}{L}\left\{\left[V_{GS} - \hat{V}_T(L,W,V_{DS},V_{SB})\right]V_{DS} - \dfrac{\alpha}{2}V_{DS}^2\right\}}{\left\{1+\theta\left[V_{GS} - \hat{V}_T(L,W,V_{DS},V_{SB})\right] + \theta_B V_{SB}\right\}\left[1 + V_{DS}/(L\mathrm{E}_c)\right]}$$

飽和領域の電流: $V_{DS} \gg V_{DS}^{'}$

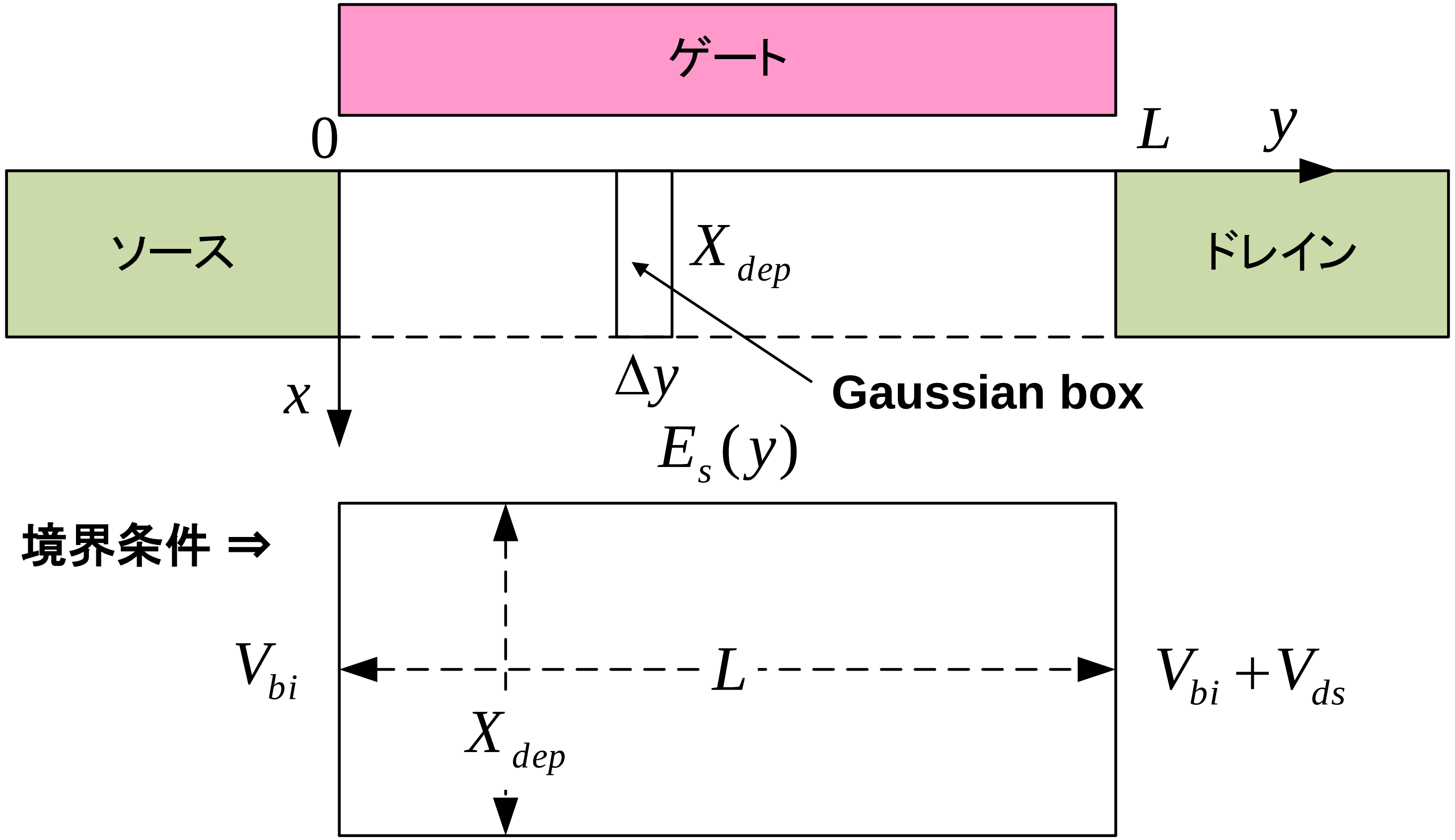
$$I_{DS} = \frac{\mu C_{ox}^{'} \dfrac{W}{L}\left\{\left[V_{GS} - \hat{V}_T(L,W,V_{DS},V_{SB})\right]V_{DS}^{'} - \dfrac{\alpha}{2}V_{DS}^{'2}\right\}}{\left\{1+\theta\left[V_{GS} - \hat{V}_T(L,W,V_{DS},V_{SB})\right] + \theta_B V_{SB}\right\}\left[1 - \dfrac{l_p}{L} + V_{DS}^{'}/(L\mathrm{E}_c)\right]}$$

付録

BSIMでのMOSFET閾値電圧
（短チャネル効果：擬似２次元）

閾値電圧導出：短チャネル効果（擬似2次元）

記号の定義と境界条件



$$\left.\frac{dV_s(x,y)}{dx}\right|_{X_{dep}} = 0$$

Gaussian boxにGaussの法則適用（1）

Gaussの法則

$$\int_S \mathbf{E} \bullet \mathbf{n} dS = \int_V \frac{\rho}{\varepsilon_{si}} dv$$

y方向電界のフラックス

$$\left[E_y(x, y+\Delta y) - E_y(x, y)\right] X_{dep}$$
$$= \frac{E_y(x, y+\Delta y) - E_y(x, y)}{\Delta y} X_{dep} \Delta y = \frac{\Delta E_y}{\Delta y} X_{dep} \Delta y$$

x方向電界のフラックス

$$\left[E_x(X_{dep}, y) - E_x(0, y)\right] \Delta y = -\frac{\left(V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)\right) C_{ox}}{\varepsilon_{si}} \Delta y$$

$$E_x(X_{dep}, y) = 0$$
$$\varepsilon_{si} E_x(0, y) = \left(V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)\right) C_{ox}$$

Gaussian boxにGaussの法則適用（２）

Gaussの法則の適用

$$\frac{\Delta E_y}{\Delta y} X_{dep}\Delta y - \frac{\left(V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)\right)C_{ox}}{\varepsilon_{si}}\Delta y = -\frac{qN_{peak}}{\varepsilon_{si}} X_{dep}\Delta y$$

$$\Delta y \to 0, \quad E_y(x,y) \to E_y(0,y) = E_s(y), \quad X_{dep} \to X_{dep}/\eta$$

$$-\varepsilon_{si}\frac{X_{dep}}{\eta}\frac{dE_s(y)}{dy} + \left(V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)\right)C_{ox} = qN_{peak}X_{dep}$$

$$E_s(y) = -dV_s(y)/dy, \quad C_{ox} = \varepsilon_{ox}/T_{ox}$$

$$\varepsilon_{si}\frac{X_{dep}}{\eta}\frac{d^2V_s(y)}{dy^2} + \varepsilon_{ox}\frac{V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)}{T_{ox}} = qN_{peak}X_{dep}$$

X_{dep}/η ⇒ チャネルに沿う空乏層幅の平均　　η ⇒ フィッテングパラメータ

表面電位の微分方程式

下記微分方程式を解く

境界条件　$V_s(0) = V_{bi}$，$V_s(L) = V_{ds} + V_{bi}$

$$\varepsilon_{si}\frac{X_{dep}}{\eta}\frac{d^2V_s(y)}{dy^2} + \varepsilon_{ox}\frac{V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)}{T_{ox}} = qN_{peak}X_{dep} \tag{1-1}$$

(1-1)式の整理　　**（基板電位：グラウンド）**

$$\frac{d^2V_s(y)}{dy^2} - AV_s(y) = B \tag{1-2}$$

$$A = \frac{\varepsilon_{ox}\eta}{\varepsilon_{si}X_{dep}T_{ox}},\ B = \frac{\eta qN_{peak}}{\varepsilon_{si}} - \frac{\varepsilon_{ox}\eta}{\varepsilon_{si}X_{dep}T_{ox}}\left(V_{gs} - V_{FB}\right)$$

表面電位の解法：微分方程式を解く(1/5)

(1−2)式の同次式

$$\frac{d^2V_s(y)}{dy^2}-AV_s(y)=0 \qquad (1\text{-}3)$$

(1−3)式において、$V_s(y)=e^{\rho y}$とおくと、

$$\rho^2-A=0 \quad \Rightarrow \quad \rho=\pm\sqrt{A} \qquad (1\text{-}4)$$

となる。従って、以下を得る。

$$V_s(y)=C_1e^{\sqrt{A}y}+C_2e^{-\sqrt{A}y} \quad C_1,C_2:\text{任意定数} \qquad (1\text{-}5)$$

次に、

$$\frac{d^2V_s(y)}{dy^2}-AV_s(y)=B \qquad (1\text{-}6)$$

の解を、C_1,C_2をyの関数と見なして

$$V_s(y)=C_1(y)e^{\sqrt{A}y}+C_2(y)e^{-\sqrt{A}y} \qquad (1\text{-}7)$$

とする。（定数変化法）

表面電位の解法：微分方程式を解く（2/5）

(1−7)式の1階微分は以下となる。

$$\frac{dV_s(y)}{dy} = C_1\sqrt{A}e^{\sqrt{A}y} - C_2\sqrt{A}e^{-\sqrt{A}y} \quad (1\text{-}8)$$

ここで、以下とおいた。

$$C_1'\sqrt{A}e^{\sqrt{A}y} + C_2'\sqrt{A}e^{-\sqrt{A}y} = 0 \quad (1\text{-}9)$$

(1−7)式の2階微分は(1−8)式から以下となる。

$$\frac{d^2V_s(y)}{dy^2} = C_1'\sqrt{A}e^{\sqrt{A}y} + C_1Ae^{\sqrt{A}y} - C_2'\sqrt{A}e^{-\sqrt{A}y} + C_2Ae^{-\sqrt{A}y} \quad (1\text{-}10)$$

(1−7)式と(1−10)式を(1−6)式に代入すると、以下を得る。

$$C_1'\sqrt{A}e^{\sqrt{A}y} - C_2'\sqrt{A}e^{-\sqrt{A}y} = B \quad (1\text{-}11)$$

表面電位の解法:微分方程式を解く(3/5)

$(1-9)$式と$(1-11)$式から以下を得る。

$$C_1^{'}=\frac{B}{2\sqrt{A}}e^{-\sqrt{A}y} \quad (1\text{-}12)$$

$$C_2^{'}=-\frac{B}{2\sqrt{A}}e^{\sqrt{A}y} \quad (1\text{-}13)$$

$(1-12)$式と$(1-13)$式から、以下を得る。

$$C_1(y)=-\frac{B}{2A}e^{-\sqrt{A}y}+D_1 \quad (1\text{-}14)$$

$$C_2(y)=-\frac{B}{2A}e^{\sqrt{A}y}+D_2 \qquad D_1, D_2:\text{任意定数} \quad (1\text{-}15)$$

$(1-14)$式と$(1-15)$式を$(1-7)$式に代入して、以下を得る。

$$V_s(y)=-\frac{B}{A}+D_1e^{\sqrt{A}y}+D_2e^{-\sqrt{A}y} \quad (1\text{-}16)$$

表面電位の解法:微分方程式を解く(4/5)

境界条件$V_s(0)=V_{bi}, V_s(L)=V_{ds}+V_{bi}$を
(1−14)式に適用して、以下を得る。

$$D_1+D_2=\frac{B}{A}+V_{bi} \tag{1-17}$$

$$D_1 e^{\sqrt{A}L}+D_2 e^{-\sqrt{A}L}=\frac{B}{A}+V_{ds}+V_{bi} \tag{1-18}$$

これから、D_1とD_2は以下となる。

$$D_1=\frac{1}{2\sinh\left(\sqrt{A}L\right)}\left[\frac{B}{A}+V_{ds}+V_{bi}-\left(\frac{B}{A}+V_{bi}\right)e^{-\sqrt{A}L}\right] \tag{1-19}$$

$$D_2=\frac{1}{2\sinh\left(\sqrt{A}L\right)}\left[-\left(\frac{B}{A}+V_{ds}+V_{bi}\right)+\left(\frac{B}{A}+V_{bi}\right)e^{\sqrt{A}L}\right] \tag{1-20}$$

表面電位の解法:微分方程式を解く(5/5)

D_1とD_2を(1−16)式に代入して整理すると、$V_s(y)$は以下になる。

$$V_s(y)=-\frac{B}{A}+\frac{\sinh\left(\sqrt{A}y\right)}{\sinh\left(\sqrt{A}L\right)}\left(\frac{B}{A}+V_{ds}+V_{bi}\right)+\frac{\sinh\left[\sqrt{A}\left(L-y\right)\right]}{\sinh\left(\sqrt{A}L\right)}\left(\frac{B}{A}+V_{bi}\right)$$

$$=V_{sL}+\left(V_{bi}+V_{ds}-V_{sL}\right)\frac{\sinh\left(\dfrac{y}{l_t}\right)}{\sinh\left(\dfrac{L}{l_t}\right)}+\left(V_{bi}-V_{sL}\right)\frac{\sinh\left(\dfrac{L-y}{l_t}\right)}{\sinh\left(\dfrac{L}{l_t}\right)}$$

ここで、

$$-\frac{B}{A}=V_{gs}-\left(V_{FB}+\frac{qN_{peak}X_{dep}T_{ox}}{\varepsilon_{ox}}+\phi_s\right)+\phi_s=V_{gs}-V_{th0}+\phi_s=V_{sL}$$

$$\sqrt{A}=\frac{1}{l_t}$$

表面電位の解

表面電位のチャネル位置依存性

$$V_s(y) = V_{sL} + \left(V_{bi} + V_{ds} - V_{sL}\right)\frac{\sinh\left(y/l_t\right)}{\sinh\left(L/l_t\right)} + \left(V_{bi} - V_{sL}\right)\frac{\sinh\left[\left(L-y\right)/l_t\right]}{\sinh\left(L/l_t\right)}$$

$$V_{sL} = V_{gs} - V_{th0} + \phi_s$$ ⇒ **長チャネル表面電位**

$$V_{th0} = V_{FB} + \frac{qN_{peak}X_{dep}T_{ox}}{\varepsilon_{ox}} + \phi_s$$ ⇒ **長チャネル閾値電圧**

閾値電圧:短チャネル効果(擬似2次元)

$V_{ds} \ll V_{bi} - V_{sL}$ の場合の表面電位最小位置

$$V_{s\min} = V_s(y_0) \rightarrow y_0 \cong L/2$$

最小表面電位

$$V_{s\min} = V_{sL} + \left[2(V_{bi} - V_{sL}) + V_{ds}\right]\frac{\sinh(L/2l_t)}{\sinh(L/l_t)}$$

閾値電圧　$V_{s\min} = \phi_s,\ \mathrm{at}\, V_{gs} = V_{th}$

$$V_{th}(L) = V_{th0} - \frac{\left[2(V_{bi} - \phi_s) + V_{ds}\right]}{2\cosh(L/2l_t) - 2} \equiv V_{th0} - \Delta V_{th}$$

閾値電圧変化:短チャネル効果（擬似2次元）

近似　$l_t \ll L$

$$\frac{1}{2\cosh(L/2l_t)-2} = \frac{1}{e^{L/2l_t} - e^{-L/2l_t} - 2}$$

$$\cong \frac{e^{-L/2l_t}}{1-2e^{-L/2l_t}} \cong e^{-L/2l_t}\left(1+2e^{-L/2l_t}\right) = \left(e^{-L/2l_t} + 2e^{-L/l_t}\right)$$

短チャネル効果による閾値電圧変化

$$\Delta V_{th}(L) = \left[2\left(V_{bi}-\phi_s\right)+V_{ds}\right]\left(e^{-L/2l_t} + 2e^{-L/l_t}\right)$$