

QS (Quasi Static) 動作

(大信号モデル)

群馬大学
松田順一

概要

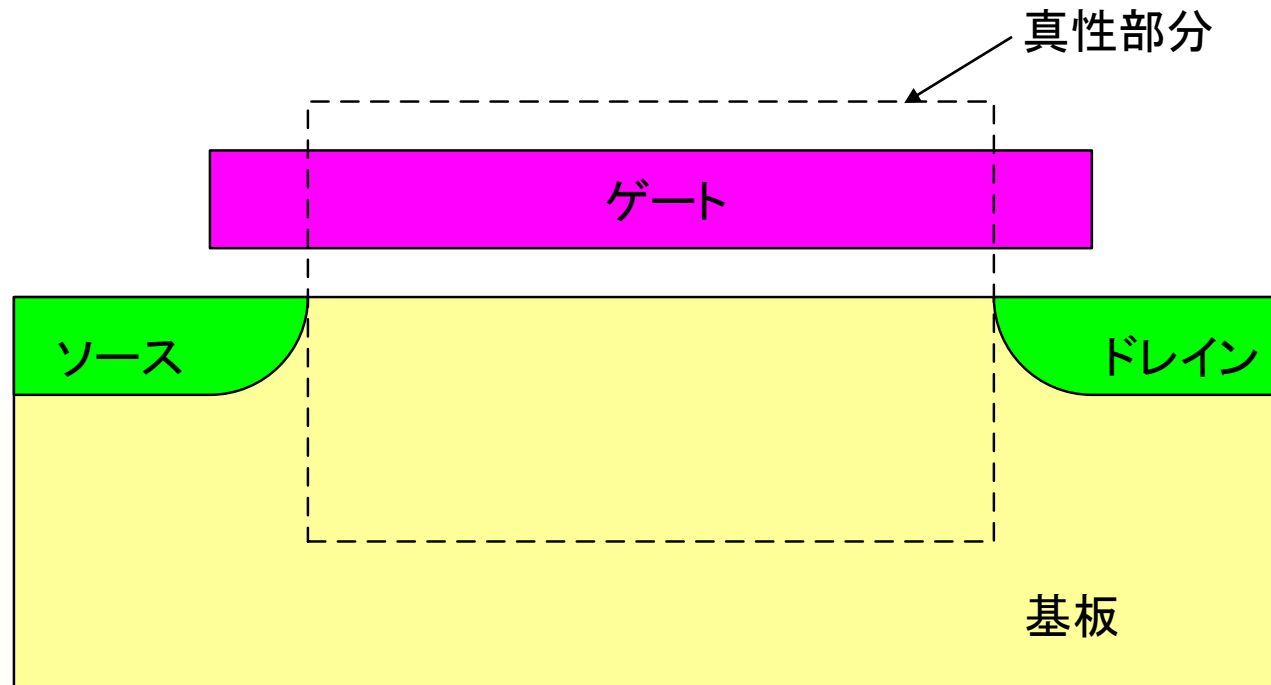
- QS(準定常)動作
- QS動作における端子電流
- QS動作における電荷
 - 強反転
 - 弱反転
- DC条件の下での通過時間
- QSモデルの限界
- Non-QSモデル
- 付録
 - 電流連続の式

(注)以下の本を参考に、本資料を作成。

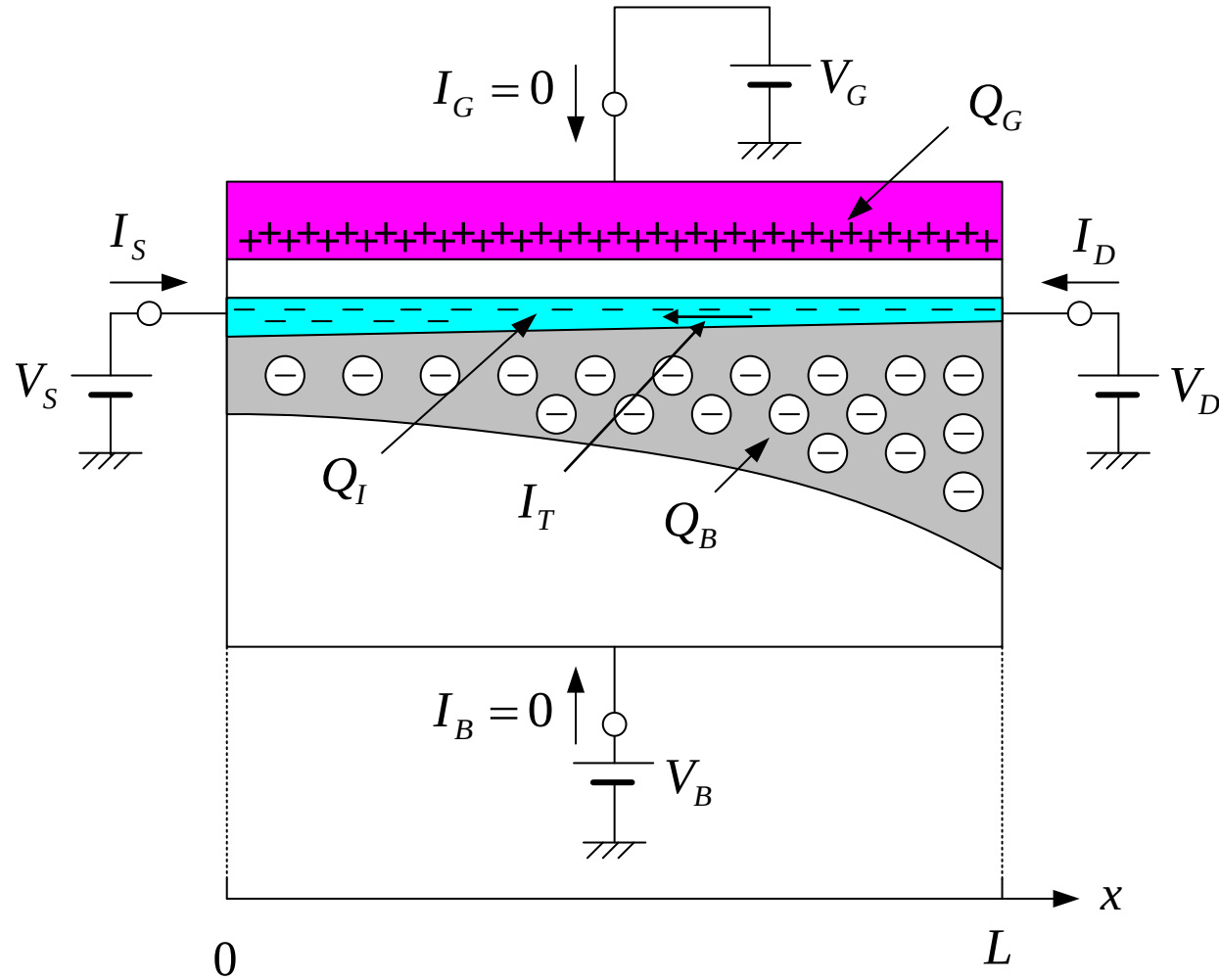
(1) Yannis Tsividis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.

(2) Yannis Tsividis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.

トランジスタの動特性検討領域(真性部分)



dc印加における電流と電荷の定義



dc電圧印加時の電流と電荷

dc電圧印加時の電流

$$I_D = I_T, \quad I_G = 0, \quad I_B = 0, \quad I_S = -I_T$$

$$I_T = h_T(V_D, V_G, V_B, V_S), \quad h_T: \text{任意の関数}$$

dc電圧印加時の電荷

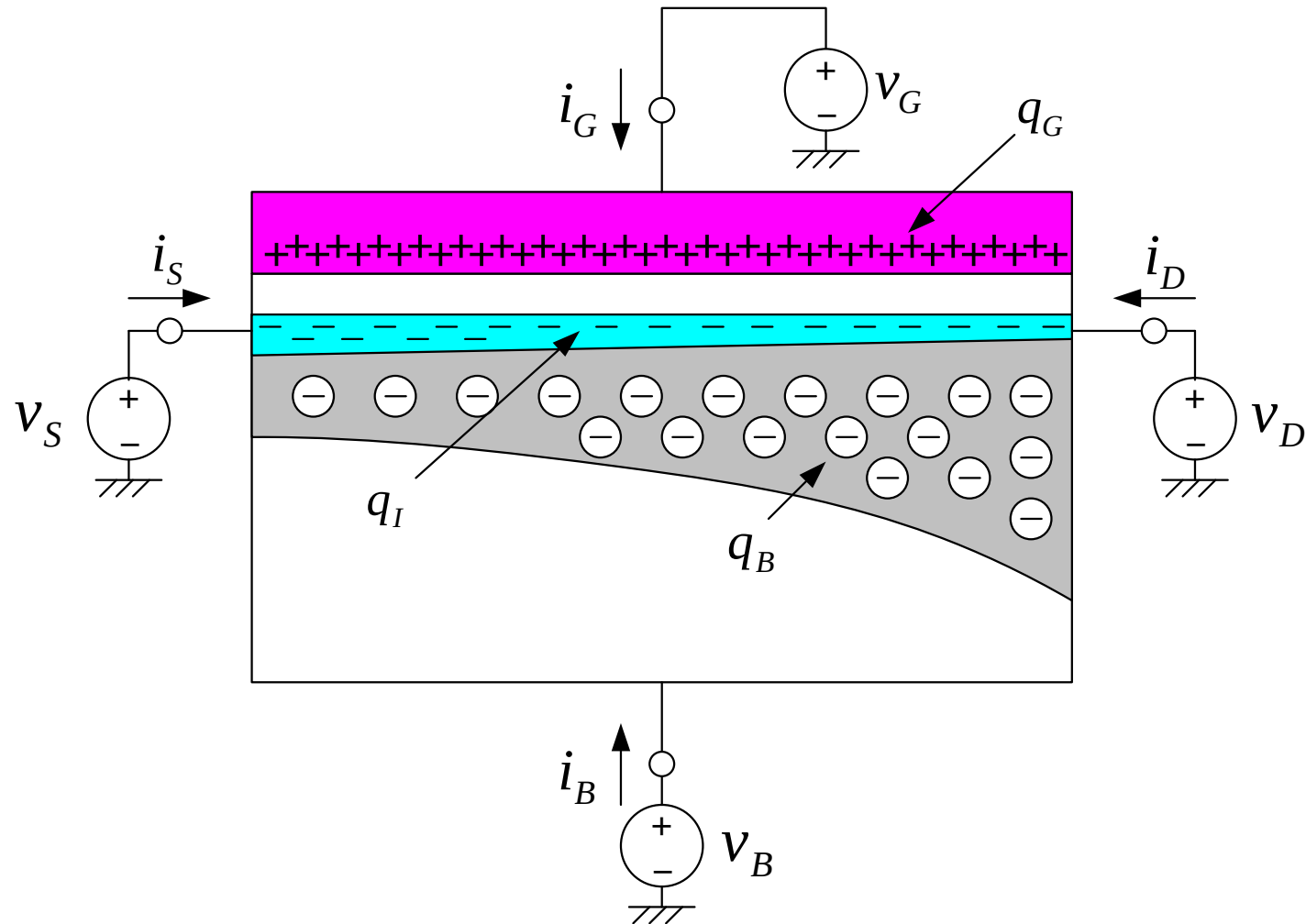
$$Q_I = f_I(V_D, V_G, V_B, V_S), \quad Q_I = W \int_0^L Q_I' dx$$

$$Q_G = f_G(V_D, V_G, V_B, V_S), \quad Q_G = W \int_0^L Q_G' dx$$

$$Q_B = f_B(V_D, V_G, V_B, V_S), \quad Q_B = W \int_0^L Q_B' dx$$

$f_I, \quad f_G, \quad f_B$: 任意の関数

変動端子電圧における電流と電荷の定義



QS(準定常)動作

QS状態の定義

端子電圧が時間変化する ($v_D(t), v_G(t), v_B(t), v_S(t)$) した場合の各場所で各時刻 t' における単位面積当りの電荷は、dc電圧が印加された場合と同じになる。

$$V_D = v_D(t'), V_G = v_G(t'), V_B = v_B(t'), V_S = v_S(t')$$

電荷の全時間変化量

$$q_I(t) = f_I(v_D(t), v_G(t), v_B(t), v_S(t))$$

$$q_G(t) = f_G(v_D(t), v_G(t), v_B(t), v_S(t))$$

$$q_B(t) = f_B(v_D(t), v_G(t), v_B(t), v_S(t))$$

QS状態の場合、 f_I , f_G , f_B はdcの場合と同じ関数になる。

但し、電流はdcの場合と同じにならない。

QS状態における端子電流

ゲート電流（ゲート電荷の変化）

$$i_G(t) = \frac{dq_G}{dt} \quad (\text{但し、ゲートのリーク電流} = 0)$$

基板電流（空乏層の電荷変化）

$$i_B(t) = \frac{dq_B}{dt} \quad (\text{但し、基板のリーク電流} = 0)$$

ソースとドレイン電流の和

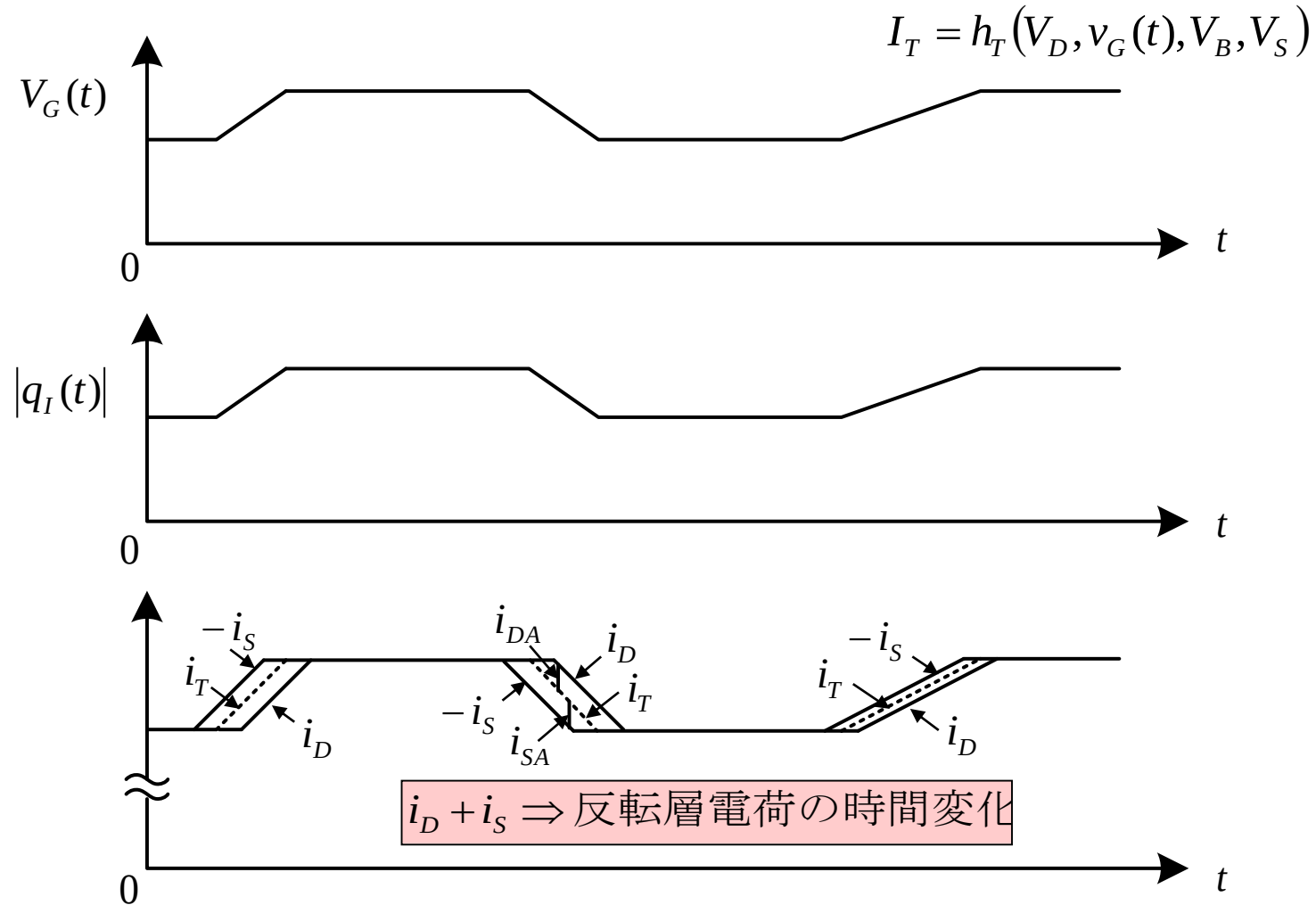
（チャネルに入る全電流：反転層電荷の変化）

$$i_D(t) + i_S(t) = \frac{dq_I}{dt}$$

ここで、dcの場合、 $i_D(t) = -i_S(t)$ であるから、 $dq_I/dt = 0$ となる。

電圧が変化する場合 $i_D(t) \neq -i_S(t)$ であるから、 $dq_I/dt \neq 0$ となる。

ゲート電圧変化に対応した電流変化



仮想的な電荷と反転層電荷

i_D と i_S は、以下の如く表される。

$$i_D(t) = i_T(t) + i_{DA}(t), \quad i_S(t) = -i_T(t) + i_{SA}(t)$$

ここで、 $i_D(t) + i_S(t) = dq_I/dt$ から、

$$i_{DA}(t) + i_{SA}(t) = \frac{dq_I}{dt}$$

となる。ここで、

$$i_{DA}(t): \Delta t \text{後に反転層電荷を} \Delta q_D \text{だけ変える。} \Rightarrow i_{DA}(t) = \frac{dq_D}{dt}$$

$$i_{SA}(t): \Delta t \text{後に反転層電荷を} \Delta q_S \text{だけ変える。} \Rightarrow i_{SA}(t) = \frac{dq_S}{dt}$$

したがって、以下の関係が得られる。

$$\frac{dq_D}{dt} + \frac{dq_S}{dt} = \frac{dq_I}{dt} \Rightarrow q_D(t) + q_S(t) = q_I(t)$$

q_D と q_S の表現(1)

電流連続の式

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = W \frac{\partial q_I'}{\partial t}$$

をソースからチャネル内の点 x まで積分すると、

$$i(x,t) - i(0,t) = W \int_0^x \frac{\partial q_I'(\hat{x},t)}{\partial t} d\hat{x}$$

となる。ここで、

$$i(0,t) \Rightarrow -i_S(t), \quad i(x,t) \Rightarrow -\mu W q_I'(x,t) \frac{\partial v_{CB}(x,t)}{\partial x}$$

とすると、 $i_S(t)$ は以下の如くになる。

$$i_S(t) = \mu W q_I'(x,t) \frac{\partial v_{CB}(x,t)}{\partial x} + W \int_0^x \frac{\partial q_I'(\hat{x},t)}{\partial t} d\hat{x}$$

q_D と q_S の表現(2)

$i_s(t)$ の両辺に dx を掛け、 $x=0$ から $x=L$ まで積分し、両辺を L で割ると、

$$i_s(t) = \frac{W}{L} \int_0^L \mu q_I'(x, t) \frac{\partial v_{CB}(x, t)}{\partial x} dx + \frac{W}{L} \int_0^L \int_0^x \frac{\partial q_I'(\hat{x}, t)}{\partial t} d\hat{x} dx$$

となる。右辺第二項の積分と微分の順序をかえると、

$$i_s(t) = \frac{W}{L} \int_0^L \mu q_I'(x, t) \frac{\partial v_{CB}(x, t)}{\partial x} dx + \frac{d}{dt} \left[\frac{W}{L} \int_0^L \int_0^x q_I'(\hat{x}, t) d\hat{x} dx \right]$$

となる。更に、右辺第二項の積分の順番を変えると、以下になる。

$$\begin{aligned} i_s(t) &= -\frac{W}{L} \int_0^L \mu [-q_I'(x, t)] \frac{\partial v_{CB}(x, t)}{\partial x} dx + \frac{d}{dt} \left[\frac{W}{L} \int_0^L \int_{\hat{x}}^L q_I'(\hat{x}, t) dx d\hat{x} \right] \\ &= -\frac{W}{L} \int_0^L \mu [-q_I'(x, t)] \frac{\partial v_{CB}(x, t)}{\partial x} dx + \frac{d}{dt} \left[W \int_0^L q_I'(\hat{x}, t) \left(1 - \frac{\hat{x}}{L} \right) d\hat{x} \right] \end{aligned}$$

q_D と q_S の表現(3)

ここで得られた $i_s(t)$ の右辺第一項は、強反転でのdcバイアスにおける電流（トランスポート電流： $-i_T$ ）を与える。したがって、 $i_s(t)$ は

$$i_s(t) = -i_T(t) + \frac{dq_s}{dt}$$

であるから、 q_s は以下の如く表される。

$$q_s = W \int_0^L q_I'(x, t) \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx$$

一方、 $x = L$ では、 $i_D(t) = i(L, t)$ であるから、

$$i(L, t) - i(0, t) = i_D(t) + i_s(t) = W \int_0^L \frac{\partial q_I'(x, t)}{\partial t} dx$$

となる。これから、 $i_D(t)$ は以下の如くになる。

$$i_D(t) = i_T(t) - \frac{d}{dt} \left[W \int_0^L q_I'(x, t) \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx \right] + \frac{d}{dt} \left[W \int_0^L q_I'(x, t) dx \right] = i_T(t) + \frac{d}{dt} \left[W \int_0^L q_I'(x, t) \frac{x}{L} dx \right]$$

q_D と q_S の表現(4)

$i_D(t)$ は以下の如く与えられるから、

$$i_D(t) = i_T(t) + \frac{dq_D}{dt}$$

この式と前式とを比較すると q_D は、

$$q_D = W \int_0^L q_I'(x, t) \frac{x}{L} dx$$

となる。準定常状態の場合、

$$q_I' \Rightarrow Q_I', \quad q_S \Rightarrow Q_S, \quad q_D \Rightarrow Q_D$$

となるため、 Q_S と Q_D は以下の如く表される。

$$Q_S = W \int_0^L Q_I'(x, t) \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx, \quad Q_D = W \int_0^L Q_I'(x, t) \frac{x}{L} dx$$

各電流と各端子電圧の関係

$$i_{DA} = \frac{dq_D}{dt} = \frac{\partial q_D}{\partial v_D} \frac{dv_D}{dt} + \frac{\partial q_D}{\partial v_G} \frac{dv_G}{dt} + \frac{\partial q_D}{\partial v_B} \frac{dv_B}{dt} + \frac{\partial q_D}{\partial v_S} \frac{dv_S}{dt}$$

$$i_G = \frac{dq_G}{dt} = \frac{\partial q_G}{\partial v_D} \frac{dv_D}{dt} + \frac{\partial q_G}{\partial v_G} \frac{dv_G}{dt} + \frac{\partial q_G}{\partial v_B} \frac{dv_B}{dt} + \frac{\partial q_G}{\partial v_S} \frac{dv_S}{dt}$$

$$i_B = \frac{dq_B}{dt} = \frac{\partial q_B}{\partial v_D} \frac{dv_D}{dt} + \frac{\partial q_B}{\partial v_G} \frac{dv_G}{dt} + \frac{\partial q_B}{\partial v_B} \frac{dv_B}{dt} + \frac{\partial q_B}{\partial v_S} \frac{dv_S}{dt}$$

$$i_{SA} = \frac{dq_S}{dt} = \frac{\partial q_S}{\partial v_D} \frac{dv_D}{dt} + \frac{\partial q_S}{\partial v_G} \frac{dv_G}{dt} + \frac{\partial q_S}{\partial v_B} \frac{dv_B}{dt} + \frac{\partial q_S}{\partial v_S} \frac{dv_S}{dt}$$

$$Q_D(t) = f_D(V_D(t), V_G(t), V_B(t), V_S(t))$$

$$Q_S(t) = f_S(V_D(t), V_G(t), V_B(t), V_S(t))$$

$$q_D(t) = f_D(v_D(t), v_G(t), v_B(t), v_S(t))$$

$$q_S(t) = f_S(v_D(t), v_G(t), v_B(t), v_S(t))$$

$$i_T = h_T(v_D(t), v_G(t), v_B(t), v_S(t)), \quad h_T : \text{dcの場合と同じ関数}$$

キルヒホッフの電流の法則

全電流に関して、

$$i_D(t) + i_G(t) + i_B(t) + i_S(t) = 0$$

が成り立つ。また、

$$i_{DA}(t) + i_G(t) + i_B(t) + i_{SA}(t) = 0$$

も成り立つ。

準定常動作における強反転領域の電荷(1)

(非飽和における全般的表現)

ゲート電荷 Q_G は

$$Q_G = W \int_0^L Q'_G dx$$
$$= W \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q'_G \left(-\frac{\mu W}{I_{DSN}} Q'_I \right) dV_{CB} = -\frac{\mu W^2}{I_{DSN}} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q'_G Q'_I dV_{CB}$$

となる。 $\left[\text{但し、} I_{DSN} = \mu W (-Q'_I) \frac{dV_{CB}}{dx} \Rightarrow dx = -\frac{\mu W}{I_{DSN}} Q'_I dV_{CB} \right]$

同様に空乏層電荷 Q_B は以下の如くなる。

$$Q_B = W \int_0^L Q'_B dx = -\frac{\mu W^2}{I_{DSN}} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q'_B Q'_I dV_{CB}$$

準定常動作における強反転領域の電荷(2)

(非飽和における全般的表現)

反転層電荷 Q_I 、ドレイン電荷 Q_D 、及びソース電荷 Q_S は

$$Q_I = W \int_0^L Q'_I dx = -\frac{\mu W^2}{I_{DSN}} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q_I'^2 dV_{CB}$$

$$Q_D = -\frac{\mu W^2}{I_{DSN}} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \frac{x}{L} Q_I'^2 dV_{CB}, \quad Q_S = -\frac{\mu W^2}{I_{DSN}} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \left(1 - \frac{x}{L}\right) Q_I'^2 dV_{CB}$$

となる。上式で x は

$$x = -\frac{\mu W}{I_{DSN}} \int_{V_{SB}}^{V_{CB}} Q'_I dU_{CB}, \quad \left[\text{但し、} dx = -\frac{\mu W}{I_{DSN}} Q'_I dV_{CB} \right]$$

となる。また x は以下の式でも表される。

$$x = L \frac{h(V_{GB}, V_{SB}, V_{CB})}{h(V_{GB}, V_{SB}, V_{DB})}, \quad \left[\text{但し、} I_{DSN} = \frac{W}{L} h(V_{GB}, V_{SB}, V_{DB}) \right]$$

準定常動作における強反転領域の電荷(3)

(飽和を含む簡単化モデル)

簡単化されたソース参照強反転モデルを使用する。

$$I_{DS} = I'_{DS} (1 - \eta^2)$$

$$I'_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha}, \quad \eta = \begin{cases} 1 - \frac{V_{DS}}{V'_{DS}}, & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ 0, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases} \quad V'_{DS} = \frac{V_{GS} - V_T}{\alpha}$$

ここでは、 Q'_I と Q'_B は以下の式で与えられる。

$$Q'_I = -C'_{ox} [V_{GB} - V_{SB} - V_T - \alpha(V_{CB} - V_{SB})]$$

$$Q'_B = -C'_{ox} [\gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha - 1)(V_{CB} - V_{SB})]$$

これらから、 Q_I, Q_B, Q_G, Q_D, Q_S をそれぞれ求める。

準定常動作における強反転領域の電荷(4)

Q_I と Q_B は以下の如くなる。

$$Q_I = -WLC'_{ox}(V_{GS} - V_T) \frac{2}{3} \frac{1+\eta+\eta^2}{1+\eta}$$

$$Q_B = -WLC'_{ox} \left[\gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\alpha-1}{\alpha} (V_{GS} - V_T) \left(1 - \frac{2}{3} \frac{1+\eta+\eta^2}{1+\eta} \right) \right]$$

$Q_G + Q_o + Q_I + Q_B = 0$ から、

$$Q_G = WLC'_{ox} \left[\frac{V_{GS} - V_T}{\alpha} \left(\alpha - 1 + \frac{2}{3} \frac{1+\eta+\eta^2}{1+\eta} \right) + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \right] - Q_o$$

となる。また、 Q_D と Q_S は以下の如くなる。

$$Q_D = -WLC'_{ox}(V_{GS} - V_T) \frac{4+8\eta+12\eta^2+6\eta^3}{15(1+\eta)^2}, \quad Q_S = -WLC'_{ox}(V_{GS} - V_T) \frac{6+12\eta+8\eta^2+4\eta^3}{15(1+\eta)^2}$$

Q_S と Q_D での計算に以下の χ を用いる。

$$\chi = L \frac{(V_{GS} - V_T)(V_{CB} - V_{SB}) - \frac{1}{2}\alpha(V_{CB} - V_{SB})^2}{(V_{GS} - V_T)(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{1}{2}\alpha(V_{DB} - V_{SB})^2}$$

$\eta=1$ ($V_{DS}=0$)における電荷(強反転)

$\eta=1$ ($V_{DS}=0$)における Q_B, Q_I, Q_D, Q_S, Q_G は以下になる。

$$Q_B|_{V_{DS}=0} = -WLC'_{ox}\gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

$$Q_I|_{V_{DS}=0} = -WLC'_{ox}(V_{GS} - V_T)$$

$$Q_D|_{V_{DS}=0} = -\frac{WLC'_{ox}(V_{GS} - V_T)}{2}$$

$$Q_S|_{V_{DS}=0} = -\frac{WLC'_{ox}(V_{GS} - V_T)}{2}$$

$$Q_G|_{V_{DS}=0} = WLC'_{ox}[(V_{GS} - V_T) + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}] - Q_o$$

飽和領域 ($\eta=0$) における電荷 (強反転)

飽和領域 $\eta = 0$ における Q_B, Q_I, Q_D, Q_S, Q_G は以下になる。

$$Q_{B,sat} = -WLC'_{ox} \left[\gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\alpha - 1}{3\alpha} (V_{GS} - V_T) \right]$$

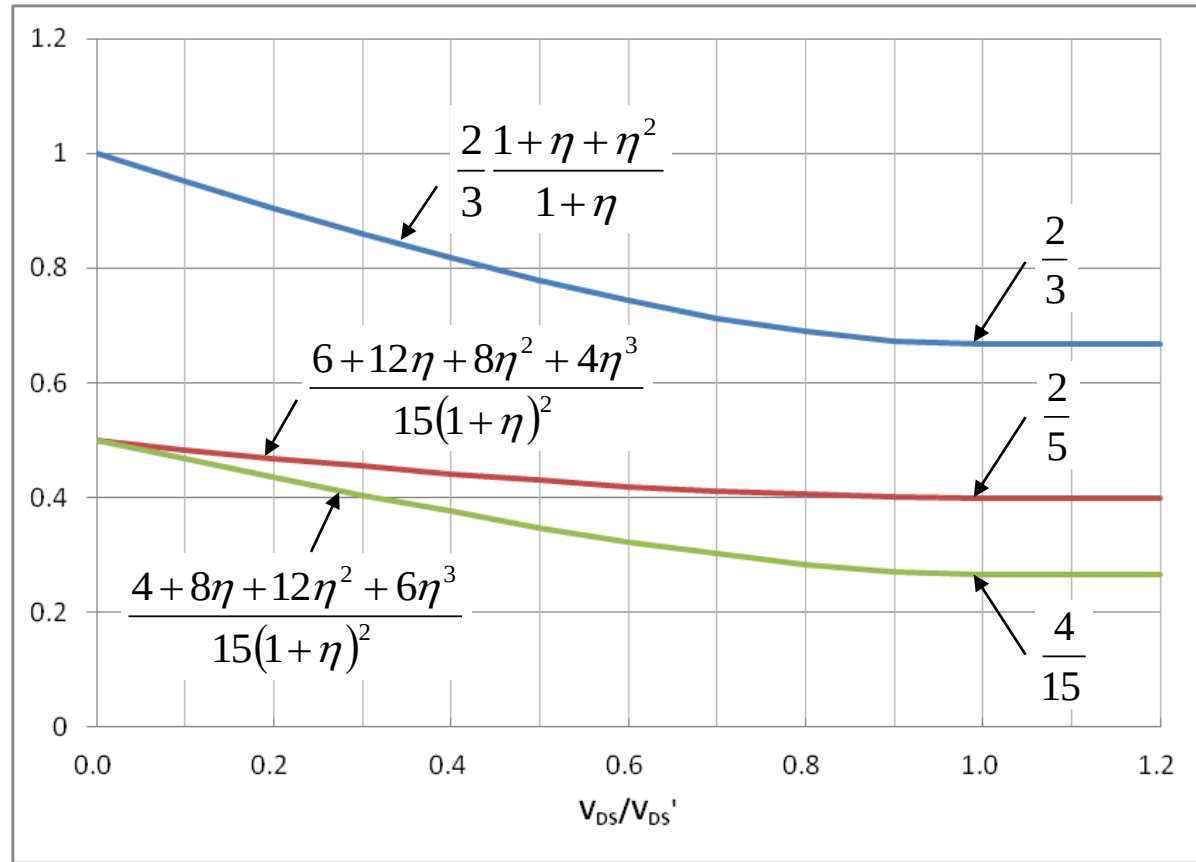
$$Q_{I,sat} = -\frac{2}{3} WLC'_{ox} (V_{GS} - V_T)$$

$$Q_{D,sat} = -\frac{4}{15} WLC'_{ox} (V_{GS} - V_T)$$

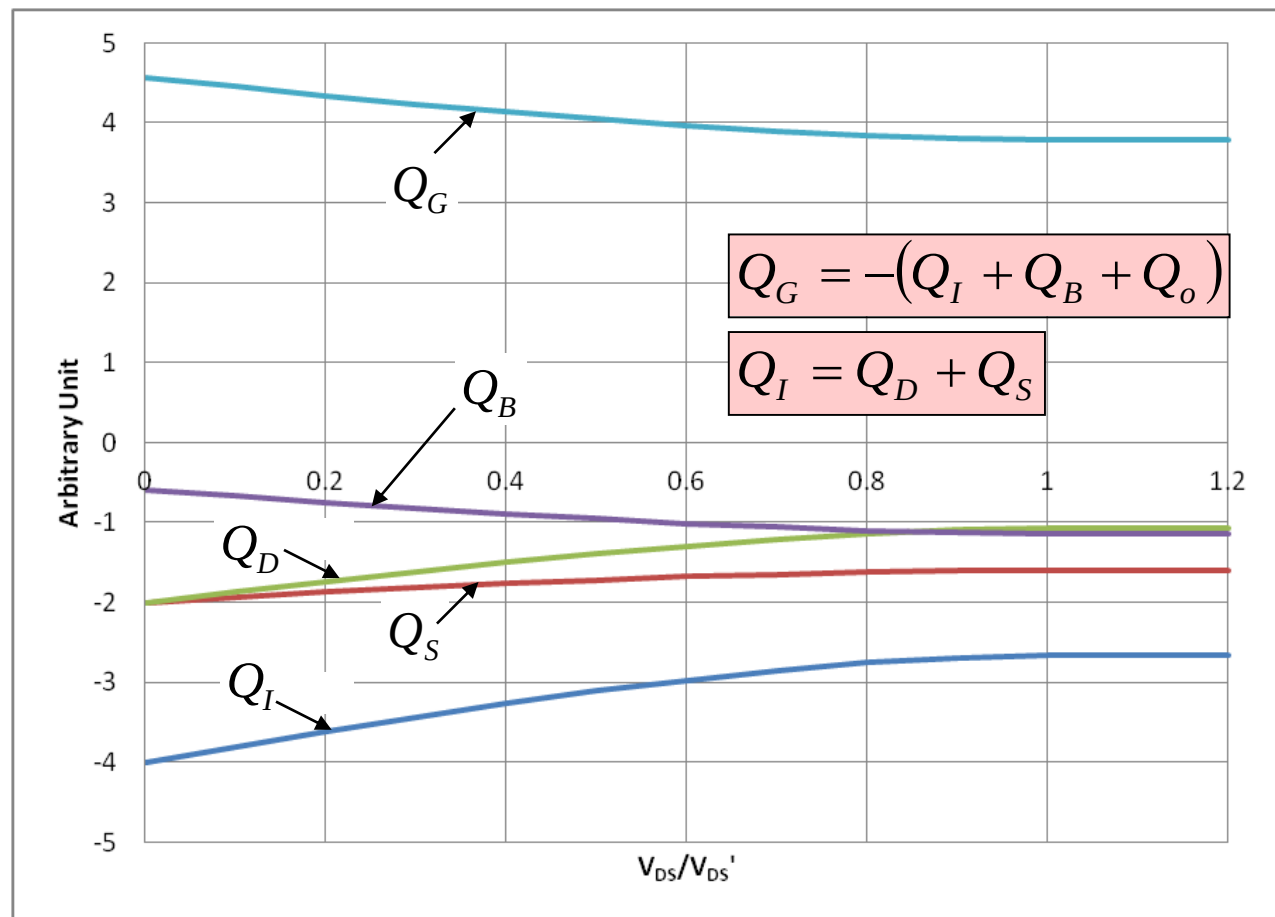
$$Q_{S,sat} = -\frac{2}{5} WLC'_{ox} (V_{GS} - V_T)$$

$$Q_{G,sat} = WLC'_{ox} \left[\frac{V_{GS} - V_T}{\alpha} \left(\alpha - \frac{1}{3} \right) + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \right] - Q_o$$

Q_I, Q_S, Q_D 成分の V_{DS}/V_{DS}' 依存性



各電荷の V_{DS} 依存性



弱反転での電荷(1)

単位面積当りの空乏層電荷は

$$Q_B' = -\gamma C_{ox}' \sqrt{\psi_s}$$

であり、弱反転領域では ψ_s は

$$\psi_s \approx \psi_{sa} = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2$$

となる。したがって、全空乏層電荷は

$$Q_B = -WLC_{ox}' \gamma \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)$$

となる。ゲート電荷は以下となる。

$$Q_G \approx -Q_B - Q_o \quad (\because Q_G + Q_o + Q_I + Q_B = 0, \quad Q_I \ll Q_B)$$

弱反転での電荷(2)

単位面積当りの反転層電荷は

$$Q'_I(x) = Q'_{I0} + \frac{x}{L}(Q'_{IL} - Q'_{I0})$$

であるから、全反転層電荷は、

$$Q_I = W \int_0^L Q'_I dx = WL \frac{Q'_{I0} + Q'_{IL}}{2}$$

となる。 Q_D と Q_S は、

$$Q_D = W \int_0^L Q'_I \frac{x}{L} dx = WL \left(\frac{Q'_{I0}}{6} + \frac{Q'_{IL}}{3} \right), \quad Q_S = W \int_0^L Q'_I \left(1 - \frac{x}{L} \right) dx = WL \left(\frac{Q'_{I0}}{3} + \frac{Q'_{IL}}{6} \right)$$

となる。しかしながら、弱反転では以下の如く近似できる。

$$Q_I \approx Q_D \approx Q_S \approx 0$$

空乏領域

空乏領域では反転層電荷は

$$Q_I = 0$$

となる。したがって、空乏層電荷とゲート電荷は、弱反転領域と同じになる。

$$Q_B = -WLC'_{ox}\gamma\left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}\right)$$

$$Q_G = -Q_B - Q_o$$

蓄積領域

蓄積領域では単位面積当りのゲート電荷は

$$Q'_G = C'_{ox} \psi_{ox} = C'_{ox} (V_{GB} - \phi_{MS})$$
$$(\because V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_s + \phi_{MS}, \psi_s \approx 0)$$

となる。したがって、全ゲート電荷は、以下になる。

$$Q_G = WLC'_{ox} (V_{GB} - \phi_{MS})$$

蓄積領域では、空乏層電荷を無視できるため、電荷のバランスの式が、

$Q_G + Q_C + Q_o = 0$ となるから、半導体中の電荷は、以下となる。

$$Q_C = -Q_G - Q_o$$

DC条件下での通過時間(強反転)

強反転非飽和(V_{DS} : 小)

$$\tau = \frac{|Q_I|}{I_{DS}} \approx \frac{C'_{ox} WL (V_{GS} - V_T)}{\mu C'_{ox} (W/L) (V_{GS} - V_T) V_{DS}} = \frac{L^2}{\mu V_{DS}}$$

強反転飽和

$$\tau = \frac{|Q_I|}{I_{DS}} \approx \frac{\frac{2}{3} C'_{ox} WL (V_{GS} - V_T)}{\frac{1}{2} \mu C'_{ox} (W/L) (V_{GS} - V_T)^2 / \alpha} = \frac{4}{3} \tau_0$$

$$\text{但し、} \tau_0 = \frac{\alpha L^2}{\mu (V_{GS} - V_T)}$$

DC条件下での通過時間(弱反転、速度飽和)

弱反転 (但し、 $V_{DS} > 5\phi_t$)

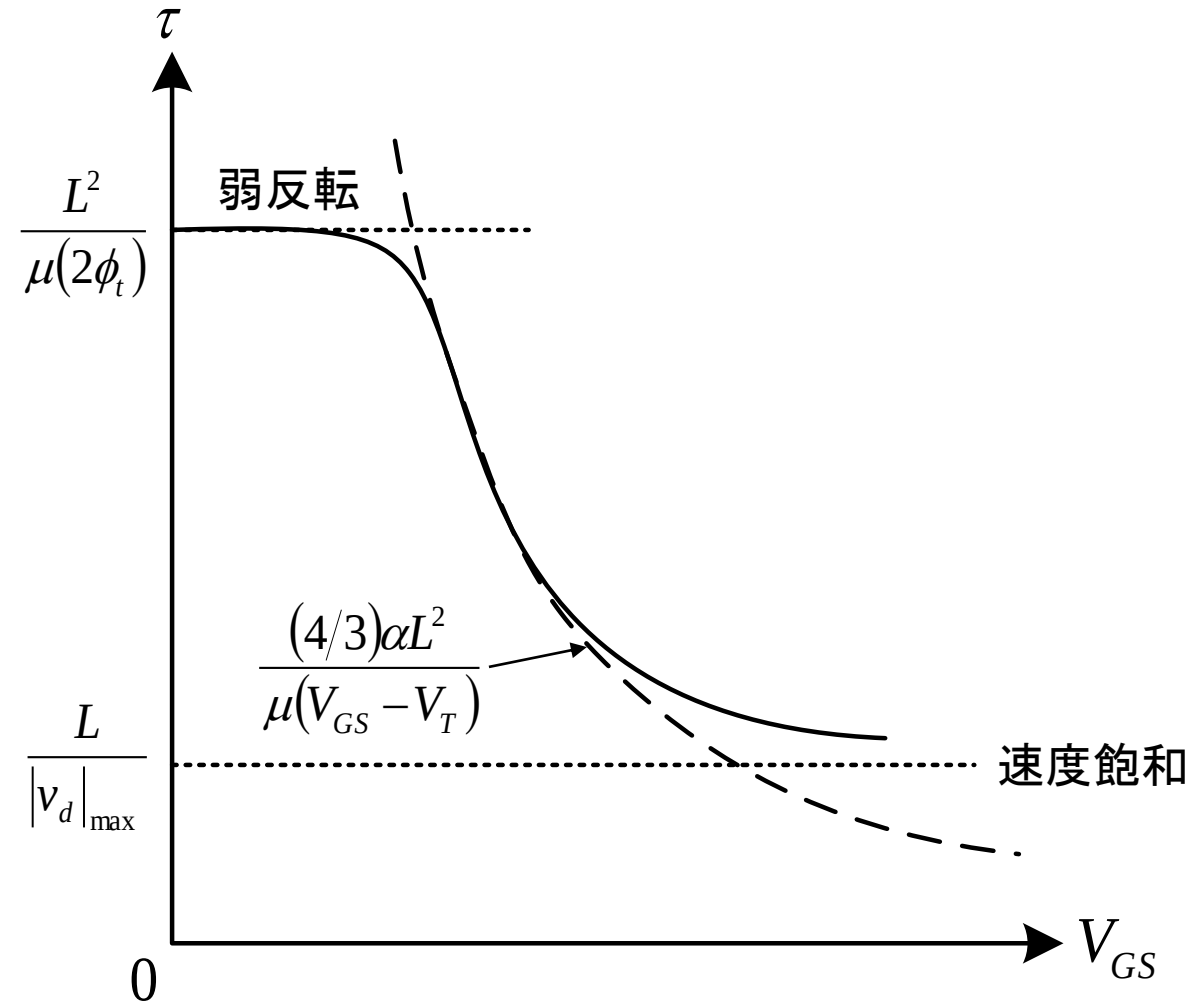
$$\tau = \frac{|Q_I|}{I_{DS}} = \frac{WL \frac{Q'_{I0} + Q'_{IL}}{2}}{\mu(W/L)\phi_t|Q'_{I0}|} \approx \frac{L^2}{\mu(2\phi_t)}$$

$$\text{弱反転電流} : I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (-Q'_{I0}) (1 - e^{-V_{DS}/\phi_t})$$

速度飽和

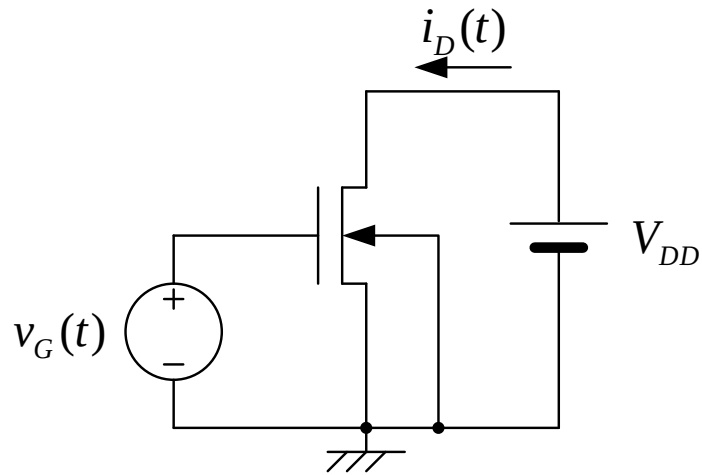
$$\tau > \frac{L}{|v_d|_{\max}}$$

通過時間と V_{GS} との関係



ドレイン電流（成分）の時間変化

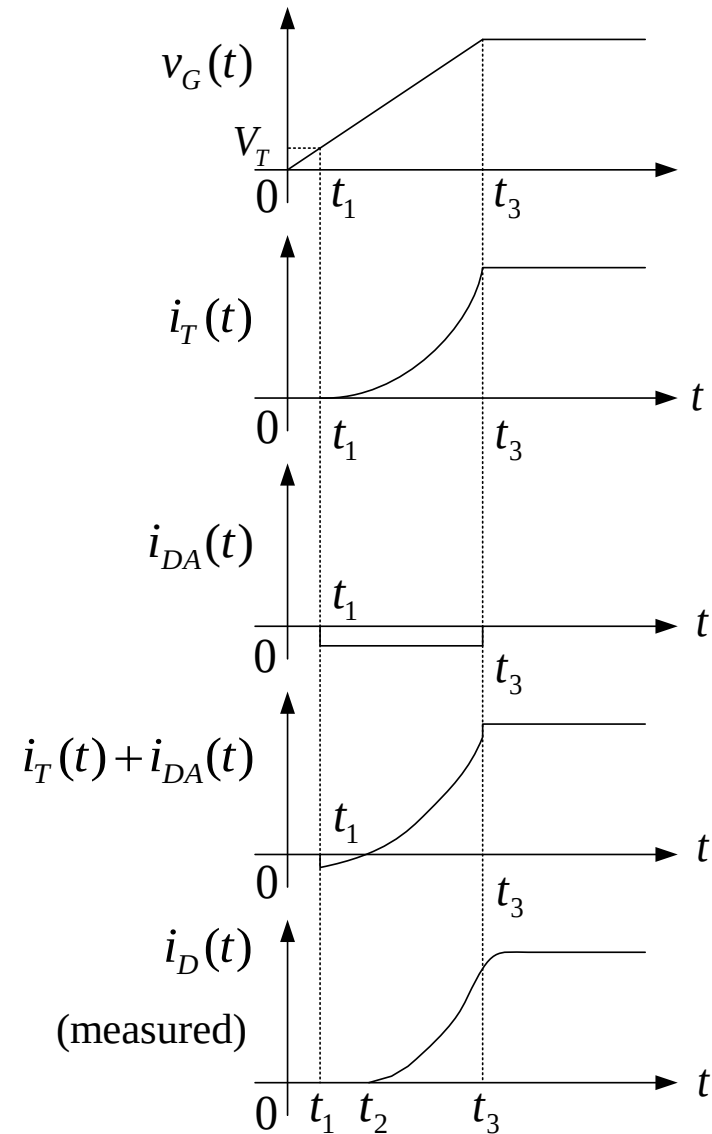
（ゲート電圧線形上昇時）



飽和領域

$$i_{DA} = \frac{\partial q_D}{\partial v_G} \frac{dv_G}{dt}$$

$$\frac{\partial q_D}{\partial v_G} = -\frac{4}{15} WLC'_{ox}$$



QSモデルの限界

QSモデルの成立(荒いルール)

$$t_R > 20\tau_0$$

t_R : 波形の上昇時間

$$\tau_0 = \frac{\alpha L^2}{\mu(V_{GS} - V_T)}$$

但し、速度飽和が起こらない場合

NQS(非準定常)解析

強反転を考える。完全対称強反転モデルから反転層電荷 $q_I'(x,t)$ は、以下となる。

$$q_I'(x,t) = -C_{ox}' \left[v_{GB}(t) - V_{FB} - \phi_0 - v_{CB}(x,t) - \gamma \sqrt{\phi_0 + v_{CB}(x,t)} \right] \quad (\text{直接導出})$$

一方、電流は以下の如く表される。

$$i(x,t) = -\mu W q_I'(x,t) \frac{\partial v_{CB}(x,t)}{\partial x}$$

また、電流連続の式は以下の如くである。

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = W \frac{\partial q_I'(x,t)}{\partial t}$$

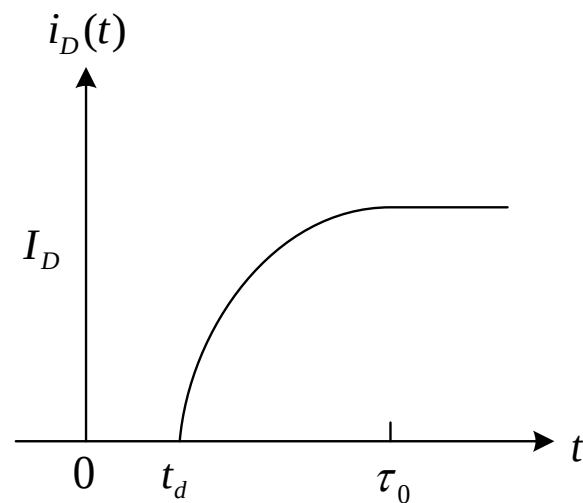
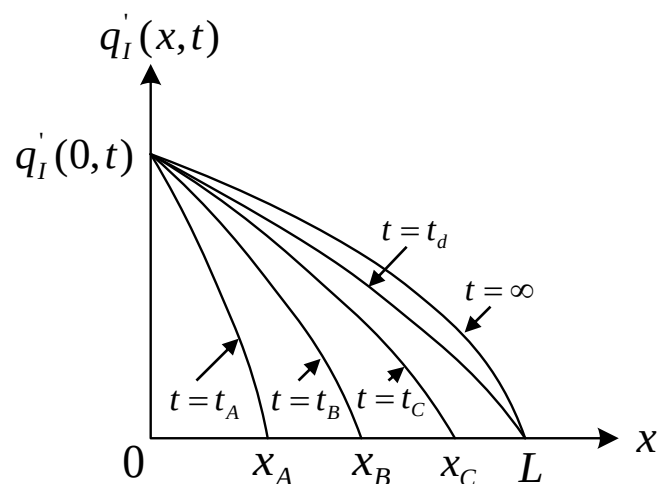
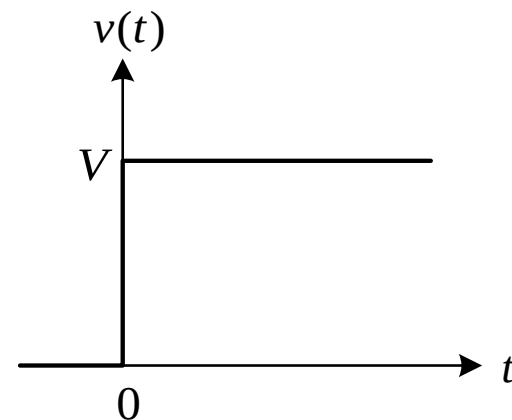
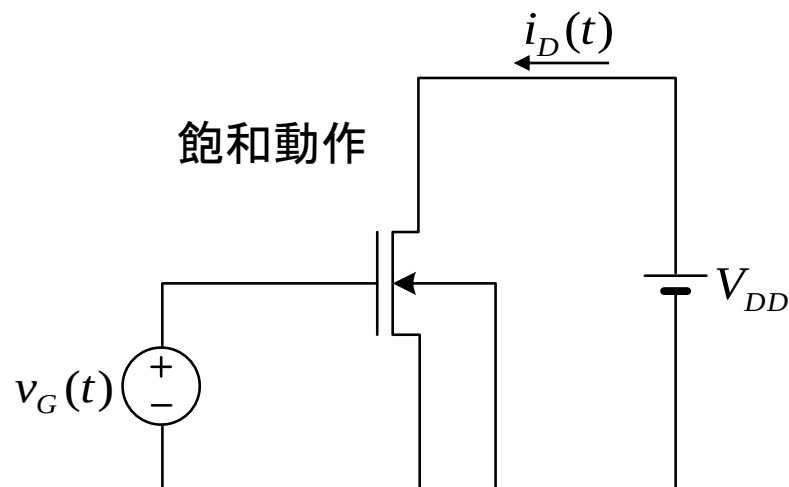
境界条件に以下を用いる。

$$q_I'(0,t) = -C_{ox}' \left[V - V_{FB} - \phi_0 - \gamma \sqrt{\phi_0} \right], \quad q_I'(L,t) = 0 \quad (\text{飽和状態に設定})$$

ここで、 $v_{GB}(t) = V$, ソース端で $v_{CB} = v_{SB} = 0$ である。

これらから、 $q_I'(x,t)$, $i(x,t)$, $v_{CB}(x,t)$ を求めることができる。

反転層電荷とドレイン電流の経時変化 (ステップ・ゲート電圧印加)



付録：電流連続の式

Δt 内に右から入る全電荷量: $(i + \Delta i)\Delta t$

Δt 内に左から出で行く全電荷量: $i\Delta t$

Δx 内の電荷の増加量: $(i + \Delta i)\Delta t - i\Delta t = \Delta i\Delta t$

単位面積当りの反転層電荷の増大量 $\Delta q_I'$ は

$$\Delta q_I' = \frac{\Delta i \Delta t}{W \Delta x}$$

となる。これを変形して、

$$\frac{\Delta i}{\Delta x} = W \frac{\Delta q_I'}{\Delta t}$$

となる。微分量に変えると、以下の電流連続の式を得る。

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = W \frac{\partial q_I'(x, t)}{\partial t}$$

