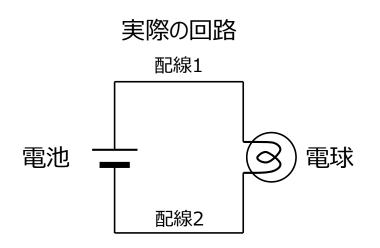
集積電子回路 2020年10月13日 10月20日

# 電気電子工学特別講義Ⅱ回路の回り道 ~回路論1枠組み

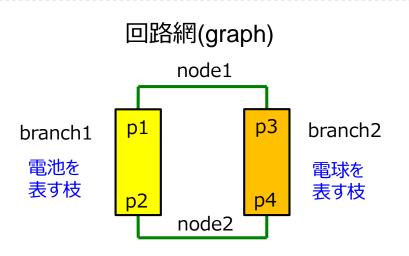
ザインエレクトロニクス株式会社 源代 裕治 yuji.gendai@gunma-u.ac.jp

# 第1章 回路の法則

## 『回路』って何?



電子回路は**部品**と、それらをつなぐ**配線**からできている。そこで、各部品をまずは 箱で置き換え、それらが持つ色々な機能は、箱の属性として付け加える、と定式 化する。



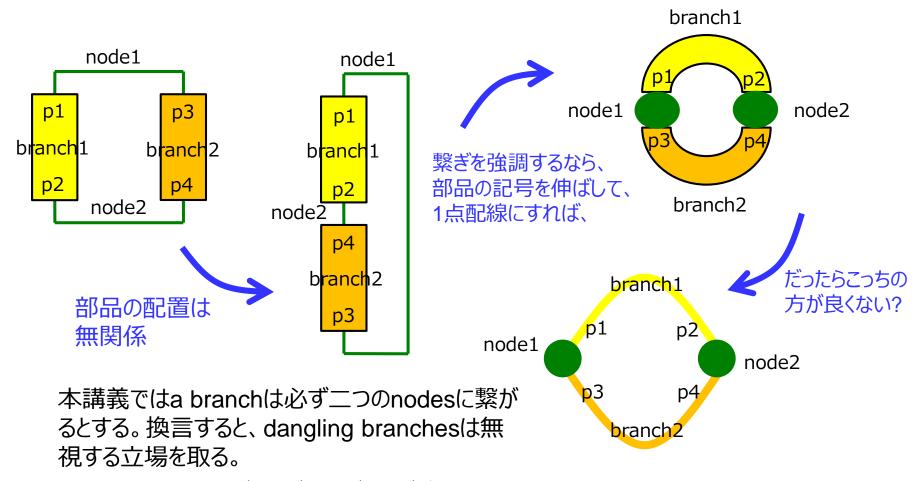
回路網は両端に端子を持つ**枝(branch)** と、端子間を接続する**節(node)**とからできている。

上図は、仮の表現である。 枝を箱で表すとその 属性の区別がつきにくいので、上図では色で区 別している。 端子は枝ごとに区別できれば良い が、すべて異なる名前を用いた。

電子回路を回路網(数学用語でいうとgraph)として捉える時は、node内では同一電圧、branchは電流一定(入った電流がそのまま出て来る)と単純化している。

## 回路は素子(branch)がどうつながっているかだけ

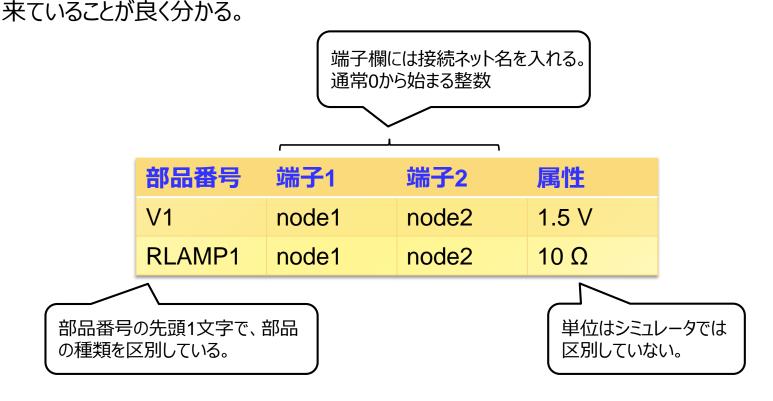
これらは、みんな同じ回路をイメージした図である



nodeとbranchの、どっちが点でどっちが線かを問うのは無意味であろう。 実際、どちらも点でも線でもない。抽象化した回路では、接続情報だけが意味を持つ。

#### net list

繋がりだけを表すなら、図ではなく文字を使う方が良い。そうすれば、
配線の長さとか、部品の位置とかの実装情報が消滅し、回路が部品同士のつながりだけで出

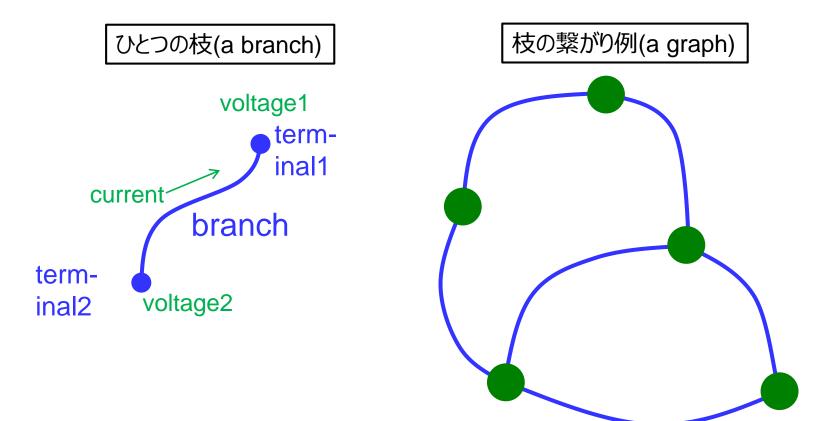


回路を文字列で表したものを net list と呼ぶ。計算機で処理するのに適した表現である。 一方、人間にとっての可読性は大幅に消失する。

便法として、回路図入力(schematic entry)  $\rightarrow$  net list 変換 という作業フローが標準的である。

#### 回路はグラフだ

branchesの接続関係からなる対象(object)は、数学用語でgraphと呼ばれている



回路はgraphである。 しかしgraphが電気回路になるには、まだ決定的に足りないものがある。 『電圧』って何?

『電流』って何?

### 回路のgraphには、電気固有の属性(attribute)が付く

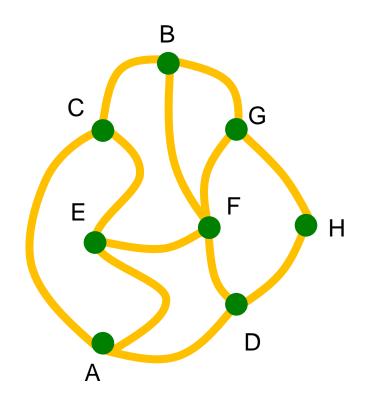
## 『電位』って何?

nodeに割り当てられたスカラー量(実数もしくは複素数)である。 換言すると、nodeは電位という属性を持つ。

## 『電流』って何?

branchに割り当てられたスカラー量(実数もしくは複素数)である。 換言すると、branchは電流という属性を持つ。

### 電圧は電位の差、電位はpotential



各node k は電位と呼ばれるscalar量が付与される。電位の差を電圧という。その関係をここでは

$$V_{A,C} = V_C - V_A$$

表記しよう。そこで例えば、左図でAからBへ至るパスを考えるとA,B間の電圧 $V_{A,B}$ は

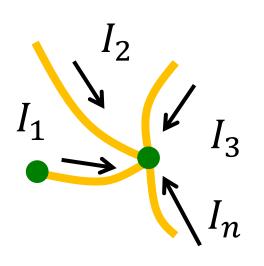
$$V_{A,B} = V_B - V_A = (V_B - V_C) + (V_C - V_A)$$
  
=  $V_{A,C} + V_{C,B}$ 

と、経路の電圧の和となる。2点間の電位差(すなわち電圧)は、経路によらず決まることは定義から自明であろう。このような量を一般に**potential**という。

電圧は行きと帰りで符号が逆になるから、閉経路(出発点と到着点が同じ経路)に対しては、

$$\sum_{p,q} V_{p,q} = 0$$

となる。これは Kirchhoff's Voltage Law (KVL) で常用される表現である。しかし、回りくどいではないか。 KVLは、a nodeにbranchの端子を接続するとそれが同じ電位を持つようになる、と解釈できる。



branchには電流というscalar量が付与される。 branch両端のnodesの片方には同じ極性で、もう片方 には反対の極性で、電流が注入される。

この極性を考慮に入れて、回路graphにおいては、 どのnodeでも、そこに接続されているbranchの電流の総 和は0となる、という規則を課す。数式で表すと

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \ .$$

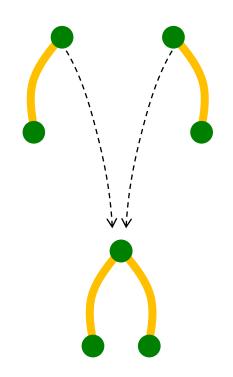
これが Kirchhoff's Current Law (KCL) と呼ばれる要請である。 KVLが回路グラフの追加特性(feature)で、KCLが公理(axiom)である。

#### コメント

- 1.KCLはnodeにおいて要請される規則であるが、実はbranch属性(すなわちどれだけの電流か流れているか)を司る掟である。
- 2.電流には管の中を流れる流体というメタフォーがあるが、KCLに『流れる』というイメージは本来持つべきでない。ここまでの定式化に時間や長さの概念はないので、移動するもの、は表現できないのである。

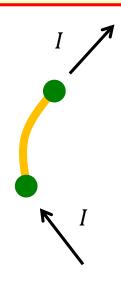
#### 回路は電圧と電流を持つ

#### node = 電位を伝えるもの



二つのnodeを結合すると同一電位になる(KVL)

#### branch = 電流を伝えるもの



両nodeで、電流という属性が転写される。入って来る電流と出て行く電流は等しい。(branch feature) ※力学の運動量保存則に対応する。

電流はnodeにおいても保存される。 生成も消滅もしない。(KCL)

# 第2章 ブランチ属性 (branch attribute)

グラフのブランチは回路では素子 (ブランチ=素子)になる。 素子にも色々ありますが、まずは、それらを記述する枠 組みから見て行きましょう。

#### ブランチの特徴づけ

おっと、その前に

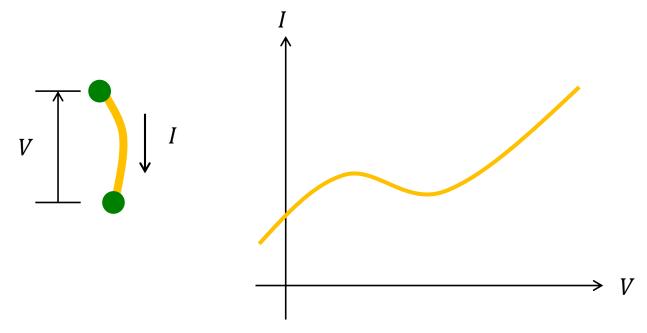
## 『オームの法則』って何?

この法則も、長い歴史の中で色々と『再定義』されてきた。

Ohmが見出した法則が電気の歴史に大きな影響を与えて来たことは十分認識すべきだが、我々の立場(回路をグラフと見る立場)からは、原型とは異なる解釈が一意(unique)に決まってくる。

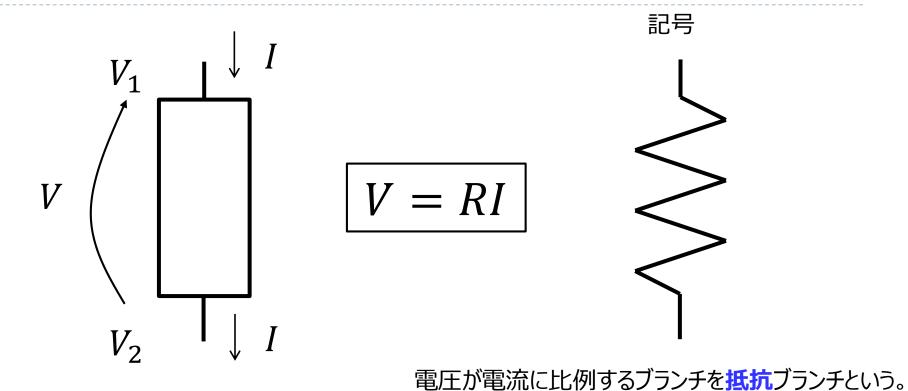
#### ブランチ特性

ブランチの性格(特性もしくは属性と呼んでも良い)は、両端のノードに電圧がかかった時に、どれだけ電流が流れるかで特長付けられる。



図的に把握するなら、「ブランチ特性はIV平面の曲線(直線も含む)で表現される。」と言える。 経験的に、縦軸を電流I、横軸を電圧Vとすると考え易い。 なお、後の講義では、このカテゴリーに含まれないブランチも導入する。

#### 抵抗ブランチ



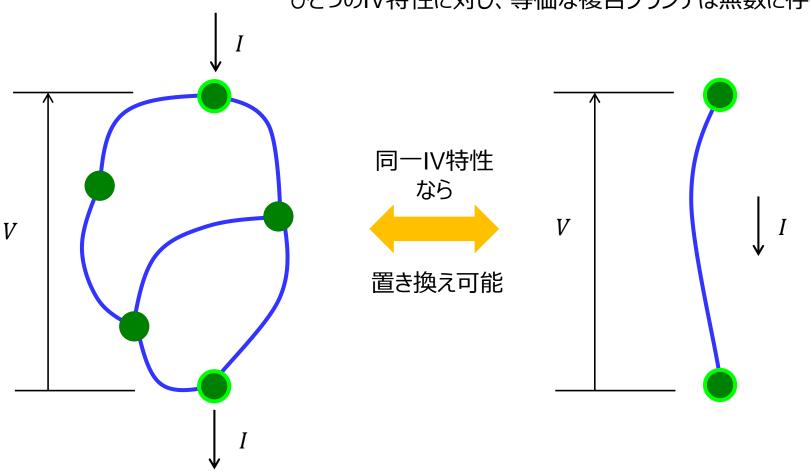
Ohmの法則は、回路論の立場からは抵抗の定義である。

 $V = V_1 - V_2$ 

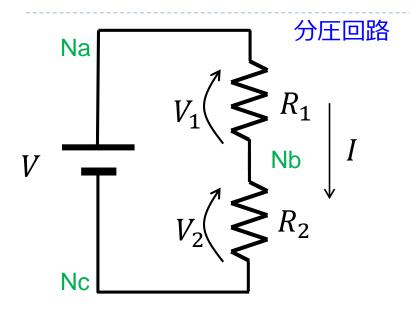
その比例係数を抵抗値と呼ぶ。 実部品に対応する記号として 旧 JIS C 0301(1952年4月制定) 新 JIS C 0617(1997-1999年制定) が制定されている。回路をグラフと見る立場からは曲 げたり伸ばしたり出来る記号の方が便利であるが、 この発想はない。

#### 等価ブランチ

異なるブランチが同一のIV特性を持つとき、回路的にそれらは 区別できない。これらを等価な(複合:combined)ブランチという。 ひとつのIV特性に対し、等価な複合ブランチは無数に存在する。



#### 直列抵抗、並列抵抗



ノードNbのKCLから $R_1$ と $R_2$ に流れる電流は共にIである。Ohmの法則より $V_1 = IR_1, V_2 = IR_2$ である。KVLから、Na-Nc間の電圧Vは、

$$V = V_1 + V_2$$

$$= IR_1 + IR_2$$

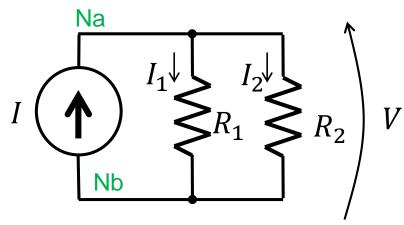
$$= I(R_1 + R_2) = IR$$

すなわちこの直列抵抗は

$$R = R_1 + R_2$$

の単一抵抗と等価である。

#### 分流回路



KVLから、 $R_1$ と $R_2$ の両端電圧は共にVである。 Ohmの法則より $I_1 = V/R_1, V_2 = I/R_2$ である。 NaでのKCLから、

$$I = I_1 + I_2$$
  
=  $V/R_1 + V/R_2$   
=  $V(1/R_1 + 1/R_2) = V/R$ 

すなわちこの並列抵抗は

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2$$
の単一抵抗と等価である。これはしばしば

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

と表現される。

### 抵抗、あるいはコンダクタ?

直列回路 → 抵抗値の和

並列回路 → 抵抗値の逆数の和の逆数



ここで、電圧に比例する電流を流すブランチを考える。

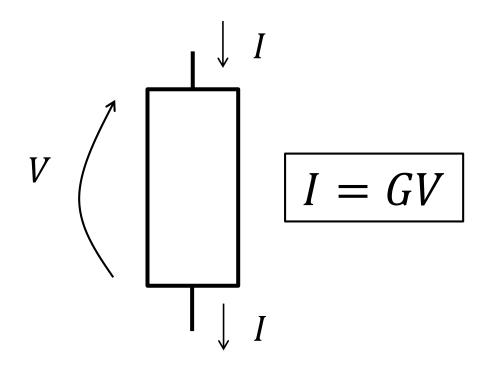
このIV特性を持つブランチを

#### コンダクタ(conductor)

と呼ぶ。パラメータGをコンダクタンス (conductance)と言う。 単位は S (Siemens) である。

$$G = 1/R$$

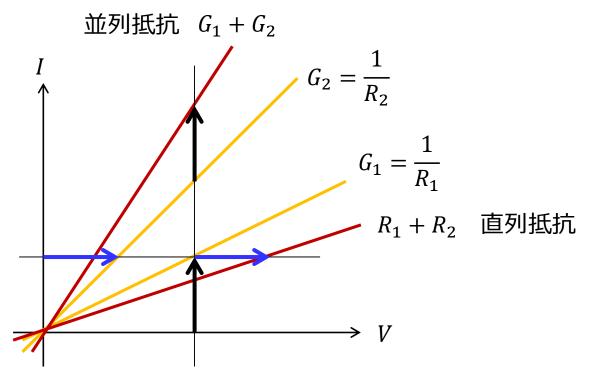
の関係が成り立つので、抵抗に対する Ohmの法則を書き直しただけに見える かも知れない。その通りであるが、コンダ クタという概念を用いると、色々と便利 なことがある。例えば、



■ コンダクタの並列接続コンダクタンスは、各コンダクタンスの和である。

みたいな表現が可能である。この表現なら、2並列に限らず、3並列とか4並列とか、数が増えて行っても表現を変えなくて済む。

#### 複合抵抗のIV直線



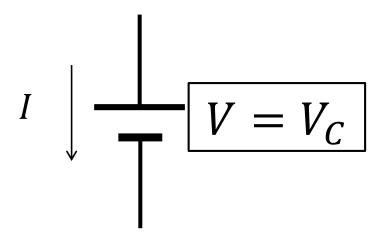
並列抵抗はIV直線の傾きを足す。

同じ電圧の所で、I値を加算した点を通る直線になる。 直列抵抗はIV座標を交換して傾きを足す。

同じ電流の所でV値を加算した点を通る直線になる。

➡ どのみち、原点を通る直線になる。

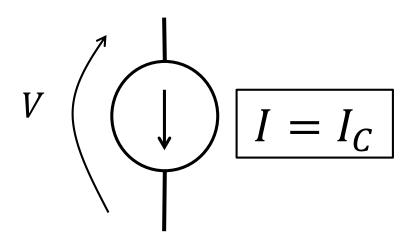
電圧源



電圧が電流の大きさや向きに関わりなく一定であるブランチを**電圧源**ブランチという。いくら電流を流しても電圧が変わらない点で、

電池の理想化である。

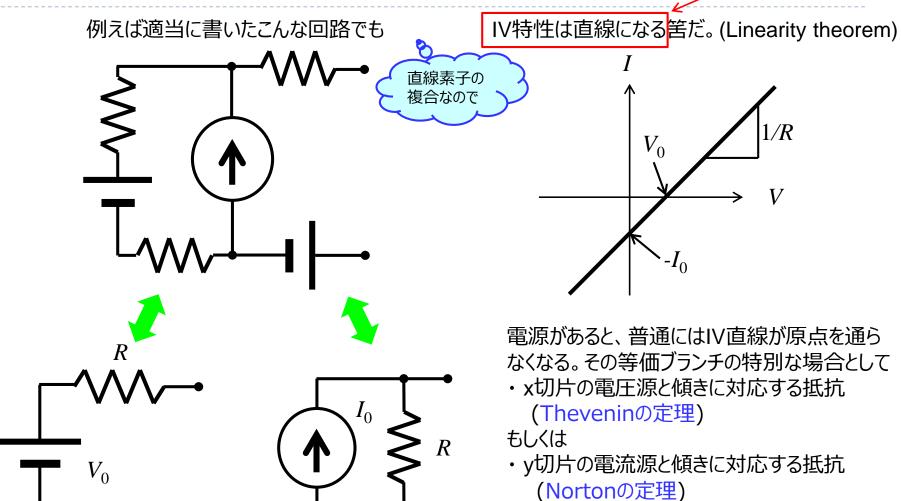
時間的に変化しない電圧源に対しては、専 用記号として上図のものが用いられることが多 い。 電流源



同様に、電流が電圧に関わりなりく一定である ブランチが考えられる。これを**電流源**ブランチと いう。

このブランチはどんなに電圧を掛けても流れ込む電流が変わらない特性がある。

常用される記号がいくつかあって統一されていないが、上図のものが比較的良く用いられる。



Thevenin equivalence

Norton equivalence

電源があると、普通にはIV直線が原点を通ら なくなる。その等価ブランチの特別な場合として

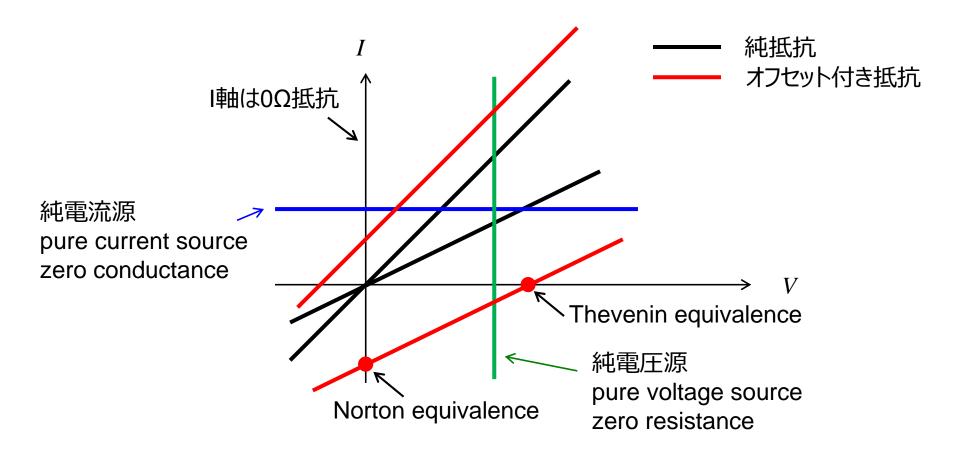
・x切片の電圧源と傾きに対応する抵抗

・y切片の電流源と傾きに対応する抵抗

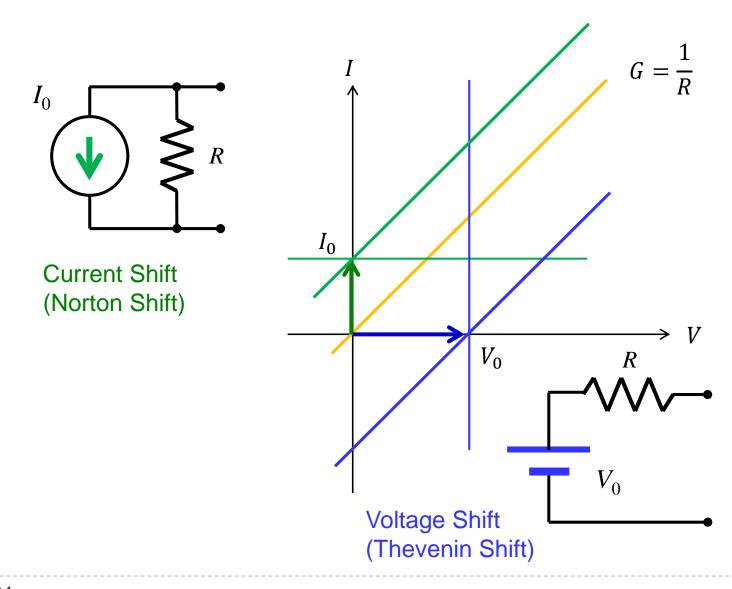
が簡明である。それぞれ人名を冠して「定理」と 言われるが、我々の観点からは自明に近い。

#### 線形ブランチ特性

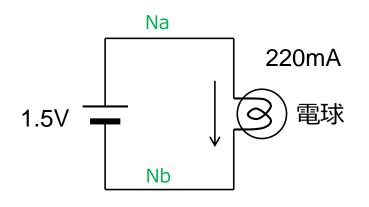
(純粋であろうと複合であろうと) 線形ブランチは全て、IV平面上の直線で表される。 たまたま原点を通るものが純抵抗である。



### 電源追加によるIV直線の平行移動



#### 豆球の抵抗は?



ある豆電球では、1.5Vの電圧を与えた時に220mVの電流が流ることが観測された。この時、豆電球の抵抗RはOhmの法則を使うと、

$$R = \frac{V}{I}$$
$$= \frac{1.5V}{220 \text{mA}} = 6.8\Omega$$

と求まる。が、これは妥当な推論だろうか。

通電中に抵抗を測ってはいけないよ。

ちなみに、<u>電池を外して</u>豆電球の両端の 抵抗を測定したら1.0Ωであった。この不一 致は、どう考えるべきだろうか。

言うまでもない注意であるが、時々やらかしてしまう^^;)

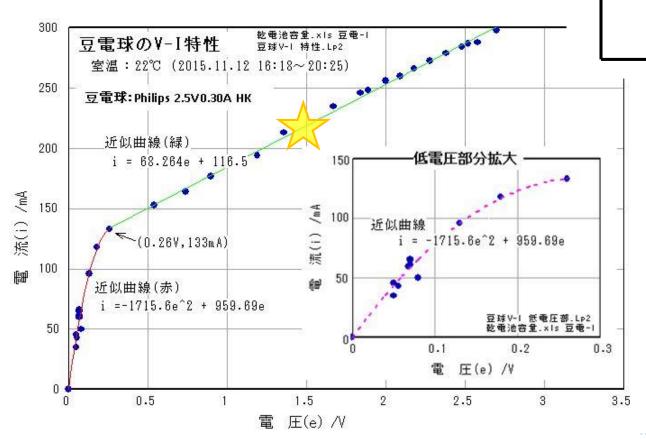
#### 豆電球の等価回路

局所線形化

電球はOhmの法則に従わない。 しかし動作点周りでは、電流源と抵抗の並列 回路で良く近似できる。

そこで、点灯時のこの豆電球の等価抵抗は

14.6Ωである、と言える。

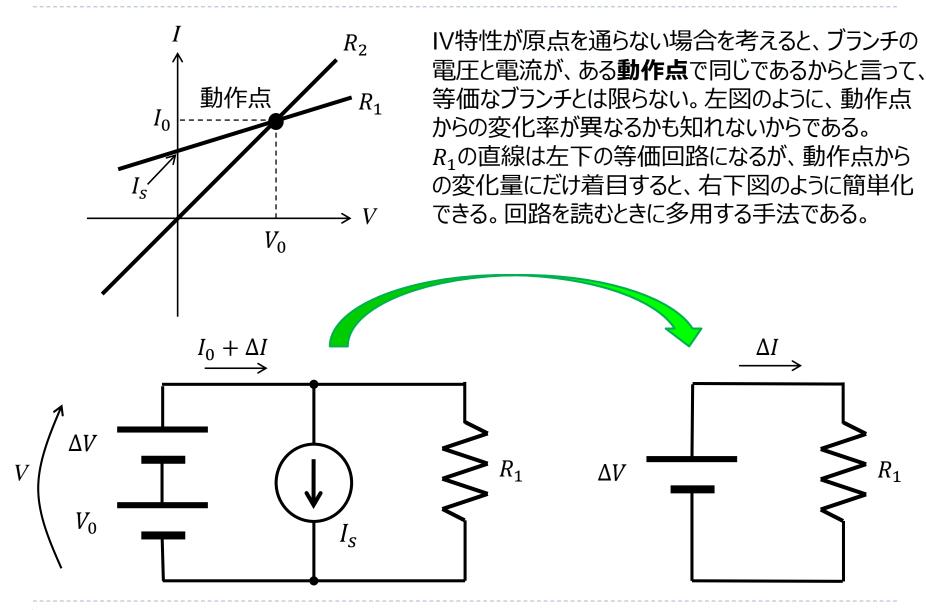


動作点周りでIV特性を直線 近似する**局所線形化**は、ト ランジスタなどのアクティブ素 子を含む回路を読むのに、 必須とも言える手法である。

220m

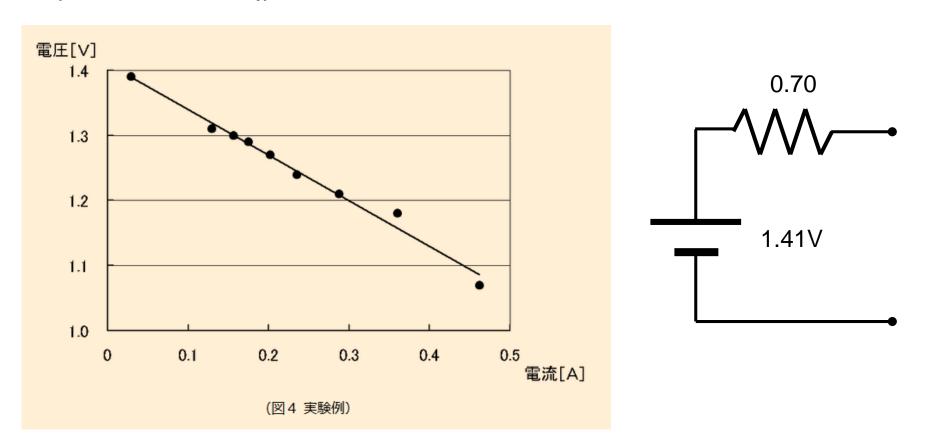
1.5

#### 局所線形化



#### 電池の内部抵抗

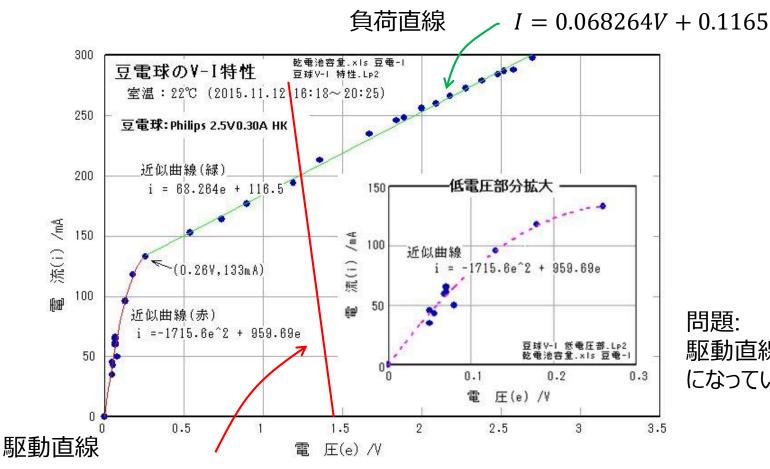
http://www.aichi-c.ed.jp/contents/rika/koutou/buturi/bu8/teikoukito/naibuteikoh.htm



理想電圧源は、内部抵抗0に理想化した電池と考えられる。 同様に、理想電流源はコンダクタンス(抵抗の逆数)を0に理想化した電流源である。

#### 豆電球駆動回路の動作点

ランプと電池の特性を重ね合わせプロットすると、その交点が動作点になる。



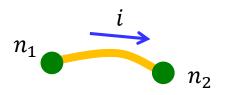
問題:

駆動直線は負性抵抗 になっている。なぜか。

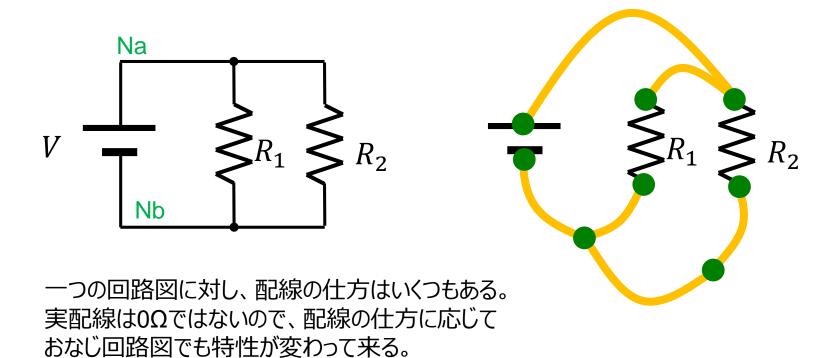
0.70 I = 1.41 - V

図的解法は、非線形ブランチでも有効である。が、交点精度は 出しにくい。精度を上げるため、それぞれを線形近似し、連立 方程式を解くと、I=203mA,V=1.27Vと求まった。

#### 配線=0Ω抵抗



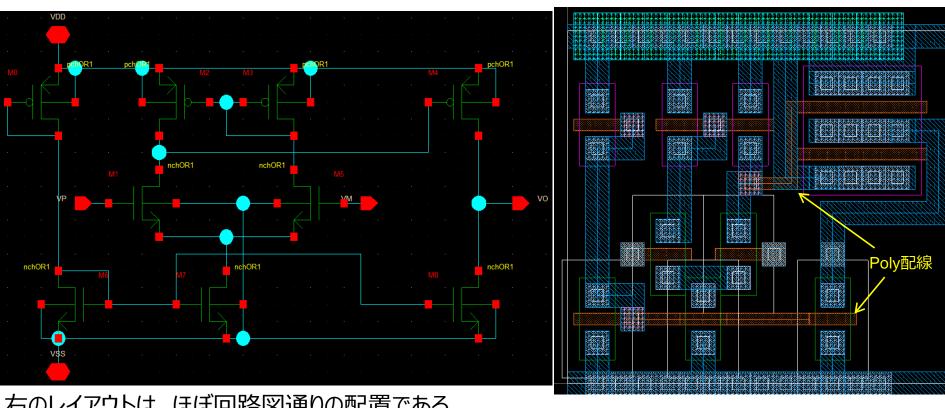
ブランチが $0\Omega$ 抵抗の場合、電流iの大きさに関わらずノード $n_1$ と $n_2$ の電位は同じになる。 $0\Omega$ ブランチで接続したノードは全て同電位となり、ひとつのノードであるかのように見なせる(ひとつのノードに縮退する)。電子回路の実配線は、回路論の立場で見ると、実ブランチ(抵抗や電池など)を $0\Omega$ ブランチでつないだもの(配線したもの)である。



#### IC配線のバックアノテーション

#### IC回路の例

#### そのレイアウト



右のレイアウトは、ほぼ回路図通りの配置である。

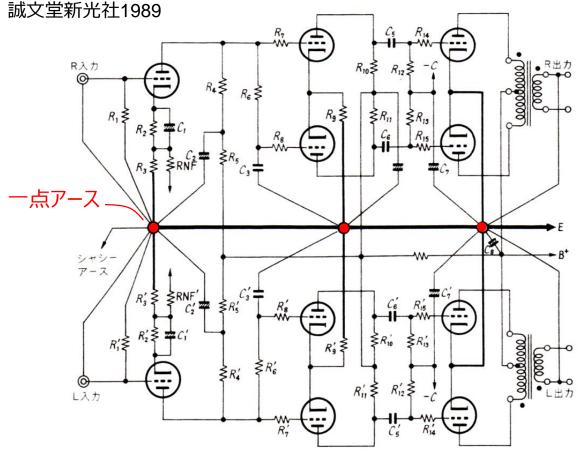
メタル配線(水色)を1層で済ますため、Poly配線(橙色で本来はTrのGに用いる)が使われている。 IC内ではノードとブランチの区別が曖昧になり、回路図にないブランチを想定(LPE: Layout Parasitic Extraction)しないと、実特性がシミュレーションできない。

#### 1点アースという迷信



ベたアース

黒川達夫: デジタル時代の真空管アンプ



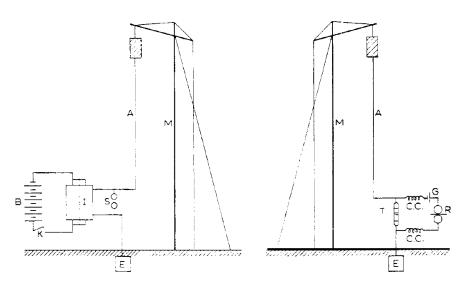
真空管の時代から、オーディオアン プでは1点アースが推奨されていた。 当時は部品を立体(3D)接続して いたが、その後プリント基板が発明 され、多層基板(2.5D配線)によ るベタアースが標準的になる。 しかしポイントは、1点アースか、ベ タアースかという教義争いではない。 信号は電位を経由して伝達され るが、回路ブランチは電位差(=電 圧)で動作するところにある。すな わち、信号電位の反対側にある ブランチ電位(かつてはそれがアー スであったが、IC内では電源のこと も多い。もちろん他の基準もある) をどう設計すべきか、という問題認 識である。

一点アースは、ネットで引けば色々出てくる。例えば https://www.zuken.co.jp/club\_Z/z/analog/007/ana\_110224\_2.html http://www.miyazaki-gijutsu.com/series2/noise092.html

#### GND, Earth, そして時にはVSS

電位は他のノードからの差分としてしか規定できない。 回路シミュレータでは電位を値として定めるため、回路のどこかにOVのノードを定めることになっ ている。この基準となるノードをGNDと呼ぶ。

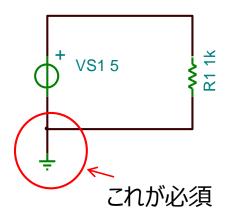
Marconiは無線機の一端をearthにつないでいた。 これが転じてGroundになったのだろうと推察している。



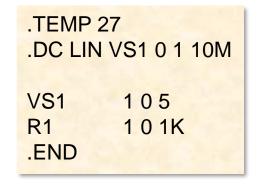
from his Nobel lecture

ICではVSSという呼び方を用いる事が多い。これは 系統が異なる命名規則から来ている(と思われる)。

#### Sim回路例



ネットリスト



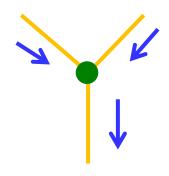
GNDノード番号には0が振られている。 どのシミュレータもこの慣習に従うようだ。

## 配線(0Ωブランチ)を流れる電流



ひとつの0Ωブランチを複数の0Ωブランチに分割すると、追加したノードは同じ電位になる。またブランチは本来が、電流をノード間で伝達するものであるから、分岐のないノードでは電流も同じになる。グラフには「長さ」という概念はないが、「ノードを何個伝わった」という数は数えられる。

これが、「配線に電流が流れる」という認識の起源なのではないだろうか。



配線で電流が合流する所では、KCLから電流値が加算されて出てゆく。

かくして、本来ノードの法則であるKCLが配線の法則である(かのように)認識されることになる。

#### Kirchhoffの法則は正しいか

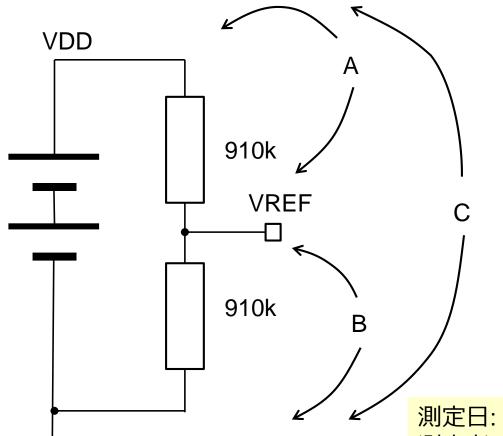
Kirchhoffの法則を実験で確認することを考えよう。

電圧は何で測るの? 答えは電圧計

電流は何で測るの? → 答えは電流計

では、電圧計や電流計は、どのような理屈に基づいて表示値を正当性しているのだろうか。電気回路の法則を使わずに、それらの動作を説明できるだろうか。 (鶏が先か卵が先か?)

#### 抵抗直列回路でのKVT検証



(単位: V)

| Α   | 1.258 |
|-----|-------|
| В   | 1.219 |
| С   | 2.59  |
| A+B | 2.477 |

A+B≒C x 0.956 期待値より4%程小さく出ている。

#### 測定条件

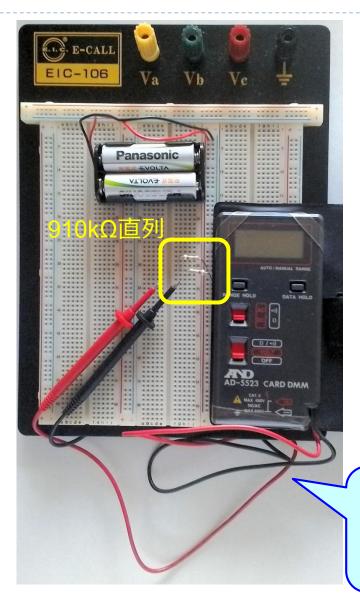
測定日: 2018/8/27 測定者: 源代裕治

気温: 32.5℃ 湿度: 53%

電源: Panasonic Evolta BK-3MLE

デジボル: AND AD-5523 デジタルマルチメータ

## 測定系



何があるか分からないので、測定 条件は、無関係に思える項目も 含め、出来るだけ詳しく記録して おく。

測定日: 2018/8/27

測定者: 源代裕治

気温: 32.5℃ 湿度: 53%

電源: Panasonic Evolta BK-3MLE

デジボル: AND AD-5523 デジタルマルチメータ

スペックへのリンクがあると便利。 このデジボルはカタログデータでは 入力インピーダンス>10MΩ

を持つ。

経験的に、担当者の

名前が最大の情報量

写真は残しておくと、後で役に立つことがある。 測定プログラムとか評価基板とかは、評価中ドンドン 変化して行くものなので、記録の残し方に努力と工夫 が必要である。

## 理論と実験が矛盾するときは、実験が間違っている

勿論、理論が間違っていることもタマにある。が、この主張が正しい場合が圧倒的に多い。

では、

世の中が自分の思い通りにならないときは、世の中が間違っているというのはどうだ。

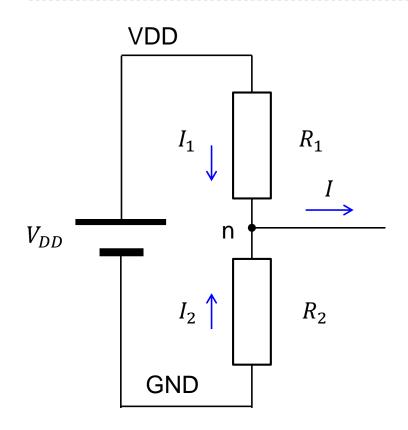
有限個の実験と無限個の理論があれば、実験と合う理論も無限にある。 (伝 Niels Bohr)

Minkowskiの『部屋割り論法』に触発された発言と思うが、この主張は勿論間違っている。

事実が理論と合わない時、エンジニアは『寄生素子』をくっつけて辻褄合わせに走る。 それが正しい行動かは、効能に依って測られる。(pragmatism) 適切に配置された寄生素子は美しい。現象の枝葉を払い、本質を見せてくれる。 エンジニアの技量が問われる場面でもある。

閑話休題

## 電流はどっち向きに流れるか

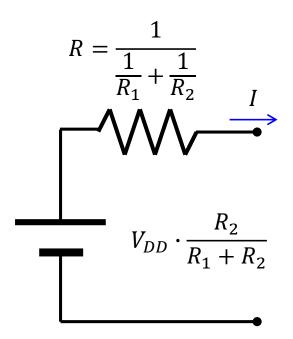


上図の状況では $I_2$ はGNDから $V_{DD}$ の方向に流れる。動作点からの変化分を考えるときは、電源とGNDはショートされている(同電位)と見做す。

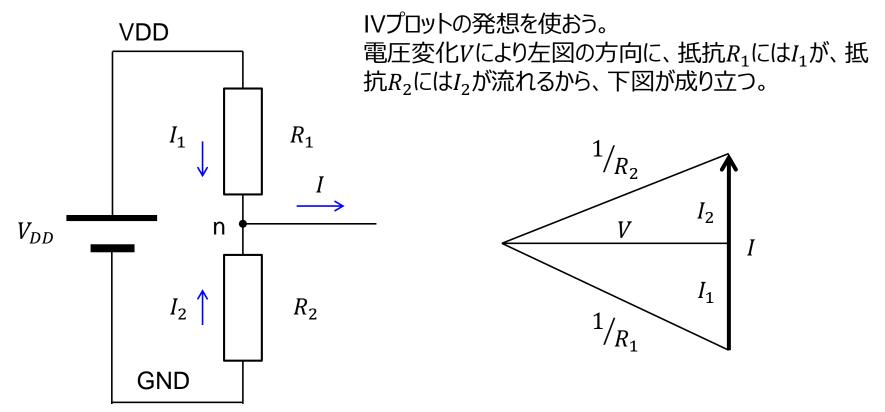
左図の分圧回路を考えよう。抵抗に流れる電流は下向きに $V_{DD}/(R_1 + R_2)$ である。常識的に、電流は低きにながれるものであるから、電圧が低い側から高い側に電流が流れることはない。

ここでノードnから電流Iを引き抜くことを考えよう。その時、ノードnの電圧は変化どれだけ変化するであろうか。 また、電流Iはどのように分流して行くであろうか。

並列抵抗にThevenin equivalenceを用いると、 ノードnの電圧が分かる。 そこから各抵抗に流れる 電流を求めて、変化分を 計算する手もあるが、、、



## 並列抵抗の図的解法



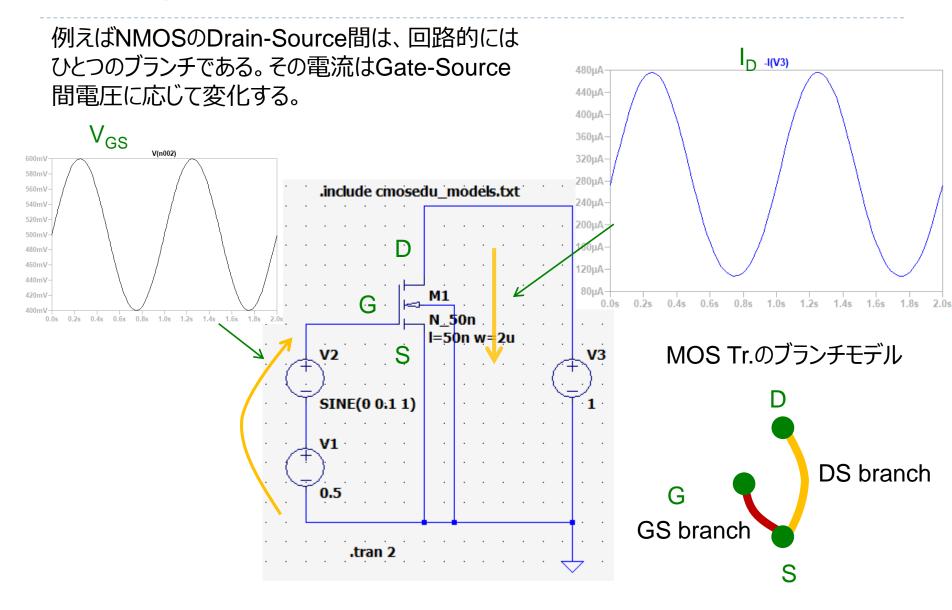
分かっているものから図を描いて行くと、

- 縦向きに電流Iの矢印を引く。
- Iの上端から $^{1}/_{R_{2}}$ の直線を、下端から $^{-1}/_{R_{1}}$ の直線を引く。
- その交点の横幅が電圧変化V、Iの分割が $I_2$ と $I_1$ になる。

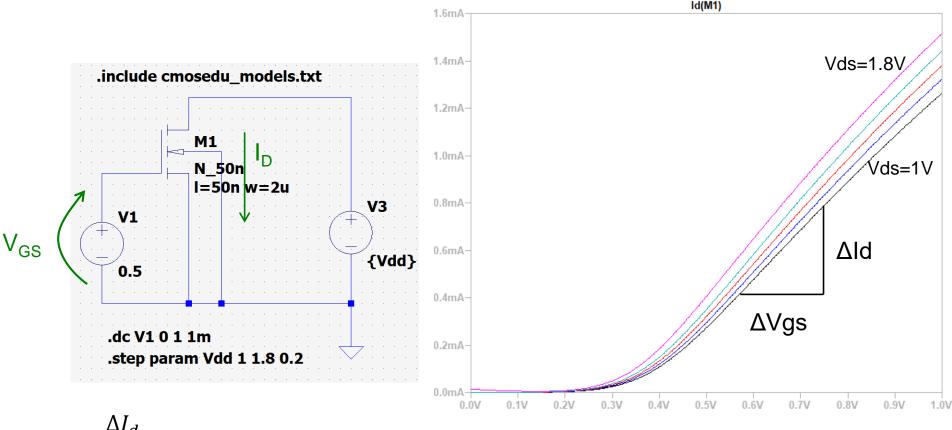
変化分に関しては、Δを付けたり小文字でiやvと表記することが多いが、 回路を鑑賞する時には区別しない方が、思考の節約になる。

# 第3章 飛び道具ブランチ達

## 電流が他所の電圧で決まるブランチもある



# 相互コンダクタンス(mutual conductance)



 $\frac{\Delta I_d}{\Delta V_{as}}$  は、別ノードの電流電圧比(コンダクタンス)なので、相互コンダクタンスと呼ばれる。

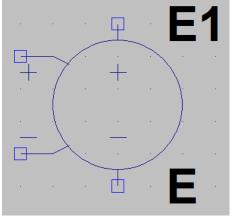
記号として  $g_m$  が広く用いられている。

## 従属電源ブランチ

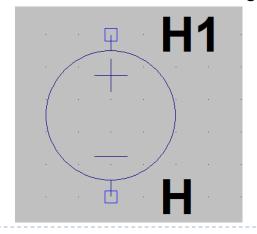
記号はLTspiceのもの。 デバイスの先頭文字割り当ては、Spiceでの規則

他所の電圧や電流をパラメータとする電源ブランチをdependent sourcesと称する。 実回路図には存在しない仮想的な素子であるが、実在する物理現象(電磁誘導など)の回路的表現である。 シミュレーションで(シミュレータ内部でも)多用する。

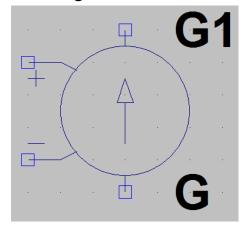
VCVS: Voltage Controlled Voltage Source



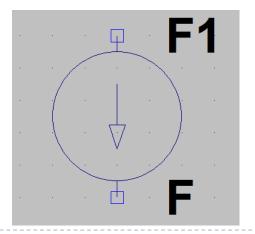
CCVS: Current Controlled Voltage Source



VCCS: Voltage Controlled Current Source

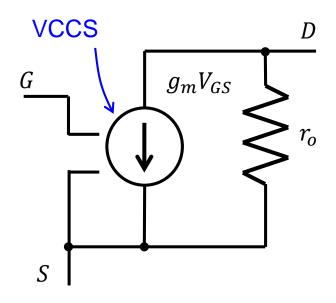


CCCS: Current Controlled Current Source



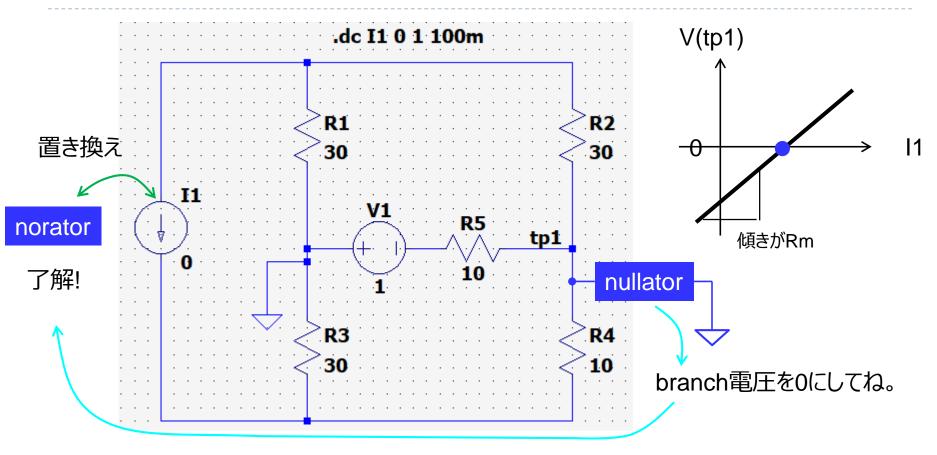
## 理想トランジスタの等価回路

実トランジスタを十分な精度で記述するには、非常に複雑な等価回路が必要になる。半面、 精度を追及すると、動作の大局を見失うことになる。回路を考えるときには、下図の等価回路 で十分なことが多い。



飛び道具ブランチは、必ずしもひとつの素子にまとまっている訳ではない。 しかし、能動素子の動作を回路で記述(等価回路で表現)するには、何らかの飛び道具 ブランチが必須になろう。

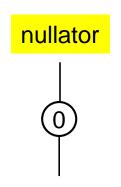
# フィードバック型ブランチ対



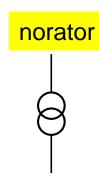
回路の電流源ブランチの電流を変えると、直結されていないノードの電圧が変化する。 この変化率は抵抗の次元なので、相互レジスタンス(mutual resistance)と呼ぶのが相応しかろう。 ここで、対象ノードにnullatorなる仮想素子(これは測定素子)をつなぎ、対象電流源をnoratorな る仮想素子(これは被制御素子)に置き換える。両者は協力して、対象ノードを指定電圧にする。

# 理想OPAMPのnullator/norator表現

nullator/noratorは、IV特性で表現される通常の素子ではなく、回路を特定の状態に持って行くという奇妙な素子である。もともとは回路理論の研究のため考案されたようだ。これを使うと理想 OPAMPを表現できる。

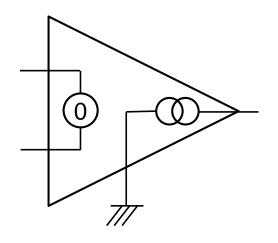


両端電圧を0にするが電流は流さない。

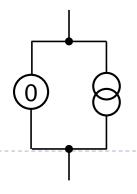


電圧に関わらず電流 は不定。対応する nullatorの両端電圧 を0にする。





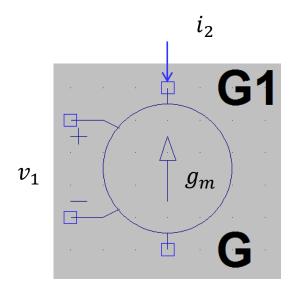
0Ω抵抗

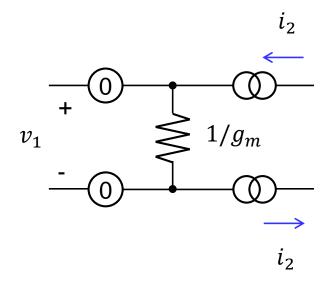


B.D.H. Tellegen, "On Nullators and Norators," IEEE Tran. on Circuit Theory, Vol. 3, Issue 4, pp. 466-469, Dec. 1966.

#### VCCSのnullator表現

feed-forward型素子をfeed-back型素子で置き換えることができる。 逆も真(に近い)なり





電流の向きが逆になるが、気にすることは無い。 同様に他の従属電源も書き直せる。 どれがどれと組になっているかは、自然であろう。

Mourad Fakhfakh, Marian Pierzchala "Pathological Elements in Analog Circuit Design," Springer, 2018.