電気電子工学特別講義 II 回路の回り道 レポート課題

学籍番号 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 名前 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 2020/11/10

1次LPFを題材にして、交流理論と積分変換の関係を調べよう。
回答は別途ファイルを作成して yuji.gendai@gunma-u.ac.jp まで提出のこと。
締め切りは2021/1/31とする。

1. 図1において、v_{IN}からv_{OUT}への伝達関数 $H(s) = V_{OUT}(s)/V_{IN}(s)$を求めよ。
(Laplace変換の世界)

2. $H(s)$のBode線図を示せ。
(交流理論の世界)

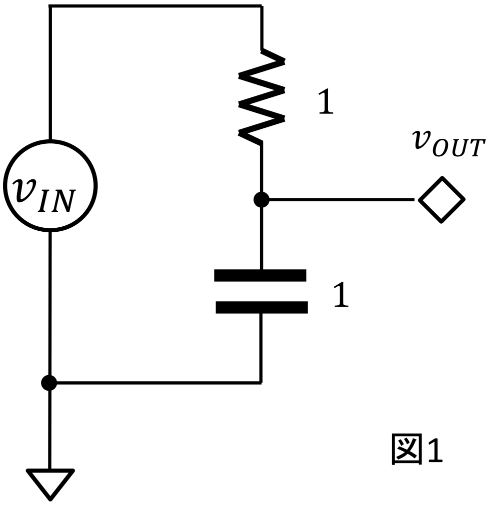

図1

3. $v_{IN}(t)$が図2のパルスのとき、応答波形 $v_{OUT}(t)$を、グラフと式の両方で求めよ。
(Laplace変換の世界)

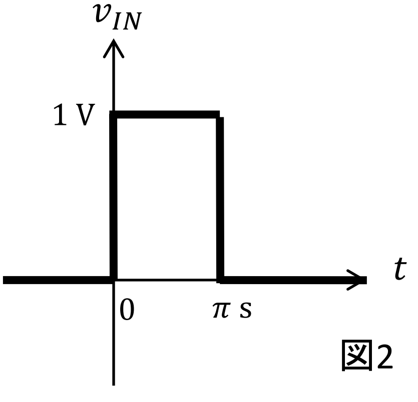

図2

4. 図1で、抵抗値を10^3倍の1kΩ、容量値を10^{-3}倍の1mFとしたときと、伝達関数はどう変化するか。何が起きているのだろうか。

5. 関数 $v(t)$ のFourier変換を、ここでは成分に分けて

$$V(f)=\int_{-\infty}^{\infty} v(t)\cos(2\pi f t)\,\mathrm{dt}\,,\qquad W(f)=\int_{-\infty}^{\infty} v(t)\sin(2\pi f t)\,\mathrm{dt}$$

の対と定義しよう。図2のパルス$v_{IN}(t)$の場合、積分区間が$[0,\pi]$になって、その Fourier変換は

$$V_{IN}(f)=\int_{0}^{\pi}\cos(2\pi f t)\,\mathrm{dt}=\frac{\sin(2\pi^2 f)}{2\pi f}$$

$$W_{IN}(f)=\int_{0}^{\pi}\sin(2\pi f t)\,\mathrm{dt}=\frac{\sin(\pi^2 f)^2}{\pi f}$$

と厳密に求まる。

ここで $f_c=1/(2\pi)$ Hzにおける $v_{IN}(t)$と$v_{OUT}(t)$のFourier変換の値(周波数成分)、$V_{IN}(f_c), W_{IN}(f_c)$ と $V_{OUT}(f_c), W_{OUT}(f_c)$を求めなさい。
(Fourier変換の世界)

注: 二つの関数の『相互相関』が両者の積の積分で定義されることに思い至れば、"Fourier変換は三角関数との相互相関である"という発想が出て来るだろう。

6. 前項のFourier係数から決まる二つの正弦波

$$\widetilde{v_{IN}}(t)=V_{IN}(f_c)\cos(2\pi f_c t)+W_{IN}(f_c)\ \sin(2\pi f_c t)$$

$$\widetilde{v_{OUT}}(t)=V_{OUT}(f_c)\cos(2\pi f_c t)+W_{OUT}(f_c)\ \sin(2\pi f_c t)$$

は、周波数 f_c における入出力信号の周波数成分から作った周期関数である。
これらの波形を $v_{IN}(t)$ と $v_{OUT}(t)$ のグラフに重ね書きしてみよう。どのような推察ができるだろうか。
続いて、$\widetilde{v_{OUT}}(t)$ と $\widetilde{v_{IN}}(t)$ の振幅比と位相差を、2.項で求めたBode線図に追記してみよう。どのような一般則が推察されるだろうか。
(Fourier展開から交流理論の世界へ)