

目次

RCポリフェーズフィルタと ヒルベルトフィルタの関係性の考察

群馬大学電気電子工学科 小林研究室
関山燎 田村善郎 浅見幸司 小林春夫

- 研究の動機
- RCポリフェーズフィルタ
- ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
 - 1次
 - 2次
 - 3次、4次
 - 一般のn次
- まとめ

1

2

目次

研究の動機

- 研究の動機
- RCポリフェーズフィルタ
- ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
 - 1次
 - 2次
 - 3次、4次
 - 一般のn次
- まとめ

RCポリフェーズフィルタ

- 無線通信回路で使用
- 特性に未知の部分あり
- ヒルベルトフィルタの特性に類似性ありと考察

RCポリフェーズフィルタの特性を解析

ヒルベルトフィルタとの関連性を示す

3

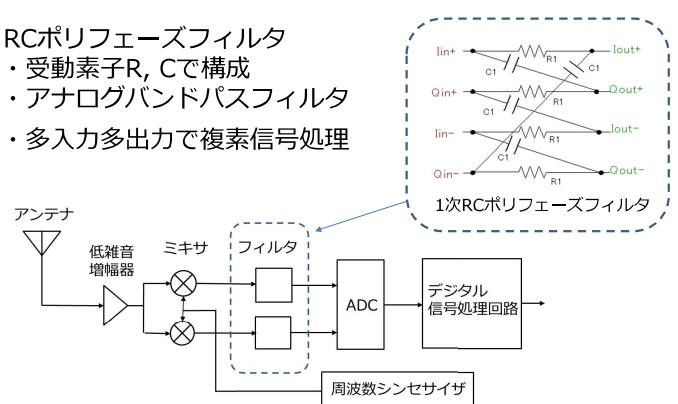
4

目次

RCポリフェーズフィルタとは

- 研究の動機
- RCポリフェーズフィルタ
- ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
 - 1次
 - 2次
 - 3次、4次
 - 一般のn次
- まとめ

- RCポリフェーズフィルタ
 - 受動素子R, Cで構成
 - アナログバンドパスフィルタ
 - 多入力多出力で複素信号処理



5

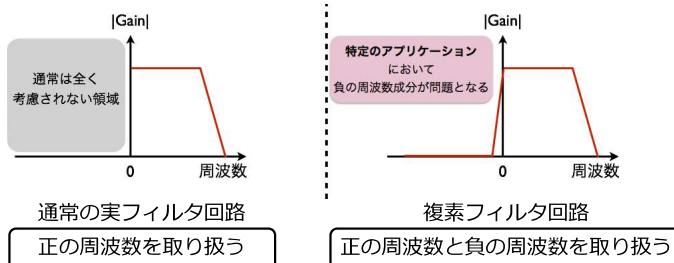
6

なぜRCポリフェーズフィルタを用いるか

■ 重要な役割

- 直交波形生成
- イメージ信号の除去

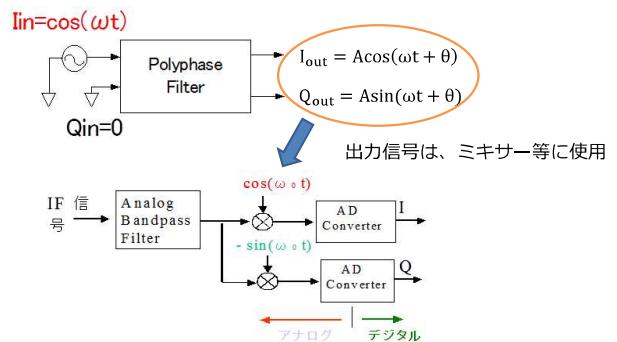
→通常のフィルタでは扱わない負の周波数の問題を考慮



RCポリフェーズフィルタの役割1

■ 単一信号からのI, Q信号（直交信号）発生

入力に実数部である I_{in} のみ入力
→出力には、位相が 90° 異なる \cos 波, \sin 波を生成

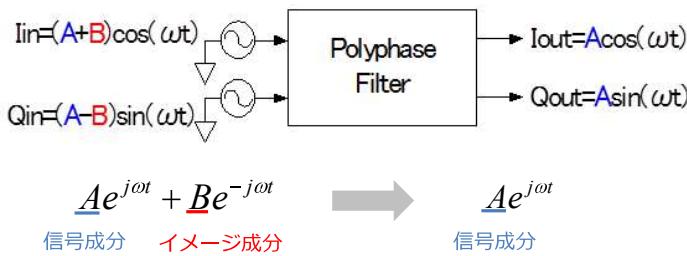


7

8

RCポリフェーズフィルタの役割2

■ イメージ信号（負の周波数成分）除去



- 研究の動機
- RCポリフェーズフィルタ
- ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
 - 1次
 - 2次
 - 3次、4次
 - 一般のn次
- まとめ

9

10

ヒルベルトフィルタ

■ 特徴

- もとの信号($\omega \geq 0$)から位相が $\pi/2$ 遅れた信号を生成
→ ヒルベルト変換
- 1入力2出力
- デジタルフィルタで実装されることが多い

■ 用途

- Single Side Band通信の90度移相
- デジタル通信の周波数シフト
- ジッタ測定アルゴリズムの複素信号導出

実数信号 $x(t)$ から複素信号を求める

$$x(t) \rightarrow x(t) + jy(t)$$

ヒルベルト変換

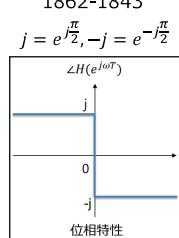
$$y(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau = x(t) * \frac{1}{\pi t}$$

インパリス応答をフーリエ変換

$$h(t) = \frac{1}{\pi t} \quad \xleftrightarrow{Fourier} \quad H(\omega) = \begin{cases} -j & (\omega \geq 0) \\ j & (\omega < 0) \end{cases}$$

周波数特性 $H(\omega)$

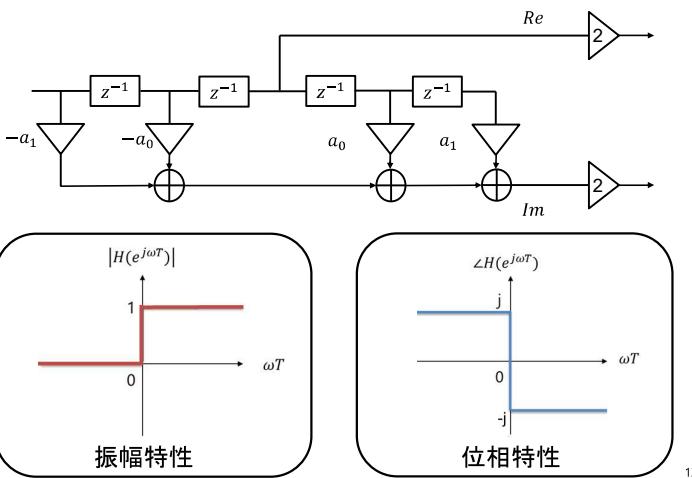
$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) = \begin{cases} -jX(\omega) & (\omega \geq 0) \\ jX(\omega) & (\omega < 0) \end{cases}$$



11

12

ヒルベルトフィルタ デジタル構成例



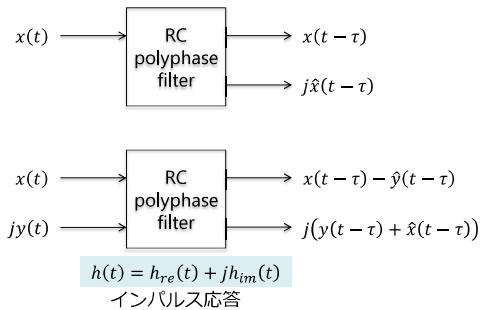
13

目次

- 研究の動機
- RCポリフェーズフィルタ
- ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
 - 1次
 - 2次
 - 3次、4次
 - 一般のn次
- まとめ

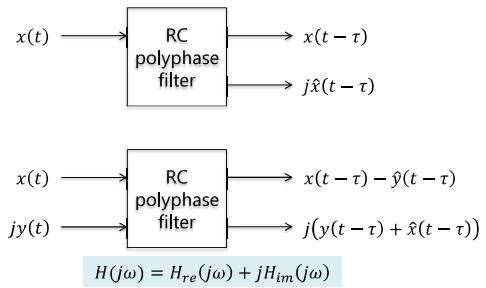
14

RCポリフェーズフィルタ：解析手法



⑧は畳込み演算

RCポリフェーズフィルタ：周波数解析

 $X(\omega), Y(\omega), H_{re}(\omega), H_{im}(\omega)$ は、複素関数

15

16

伝達関数：実部と虚部の導出

フィルタ出力

$X(\omega), Y(\omega), H_{re}(\omega), H_{im}(\omega)$ は、複素関数

$$(X(j\omega) + jY(j\omega)) \cdot (H_{re}(j\omega) + H_{im}(j\omega))$$

$$= (X(j\omega)H_{re}(j\omega) - Y(j\omega)H_{im}(j\omega)) + j(Y(j\omega)H_{re}(j\omega) + X(j\omega)H_{im}(j\omega))$$

H(jω)の特性(伝達関数)から $H_{re}(j\omega)$ と $H_{im}(j\omega)$ の特性を抽出

$$H_{re}(j\omega) = \frac{1}{2}(H(j\omega) + H^*(-j\omega))$$

$$jH_{im}(j\omega) = \frac{1}{2}(H(j\omega) - H^*(-j\omega))$$

$$\left(H_{im}(j\omega) = -j\frac{1}{2}(H(j\omega) - H^*(-j\omega)) \right)$$

 $H_{re}(j\omega)$ と $H_{im}(j\omega)$ のふるまいを調べる

目次

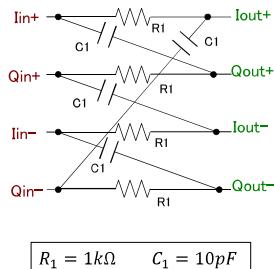
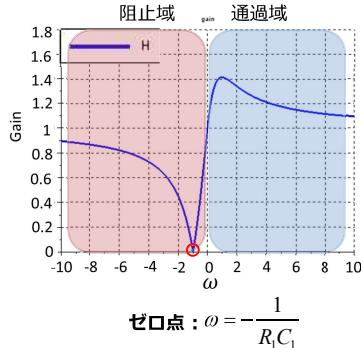
- 研究の動機
- RCポリフェーズフィルタ
- ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
 - 1次
 - 2次
 - 3次、4次
 - 一般のn次
- まとめ

17

18

1次RCポリフェーズフィルタ：伝達関数

$$H_1(j\omega) = \frac{1 + j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

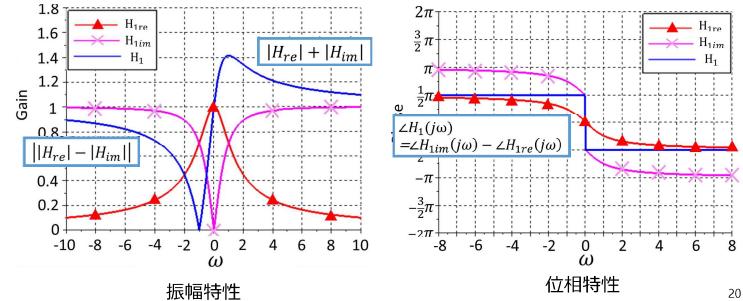


1次RCポリフェーズフィルタ：周波数特性

$$H(j\omega) = H_{re}(j\omega) + jH_{im}(j\omega)$$

$$\text{実部: } H_{re}(j\omega) = \frac{H(j\omega) + H^*(-j\omega)}{2} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\text{虚部: } H_{im}(j\omega) = \frac{H(j\omega) - H^*(-j\omega)}{2j} = -\frac{\omega RC}{1 + j\omega RC}$$



19

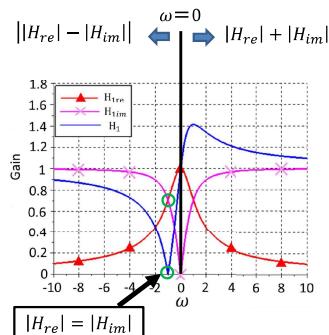
1次RCポリフェーズフィルタの解析

Hの振幅特性は

$$\begin{aligned} \omega > 0 \quad &\text{で} \quad |H_{re}| + |H_{im}| \\ \omega < 0 \quad &\text{で} \quad ||H_{re}| - |H_{im}|| \end{aligned}$$

Hre, Himの位相は

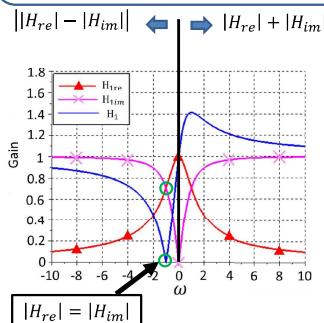
$$\begin{aligned} \omega > 0 \quad &\text{で} \quad 90^\circ \text{位相遅れ} \\ \omega < 0 \quad &\text{で} \quad 90^\circ \text{位相進み} \end{aligned}$$



21

1次RCポリフェーズフィルタの解析

振幅特性はゼロ点のみヒルベルトフィルタ
位相特性は完全にヒルベルトフィルタ



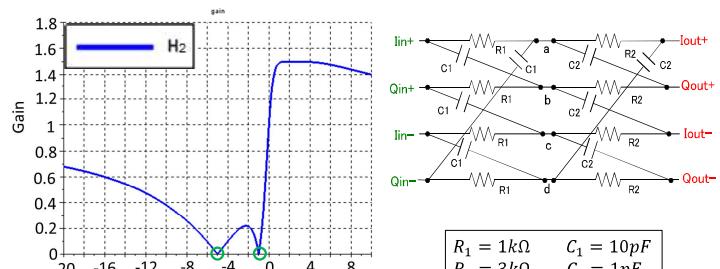
22

目次

- 研究の動機
- RCポリフェーズフィルタ
- ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
 - 1次
 - 2次
 - 3次、4次
 - 一般のn次
- まとめ

2次RCポリフェーズフィルタ：伝達関数

$$H_2(j\omega) = \frac{(1 + j\omega R_1 C_1)(1 + j\omega R_2 C_2)}{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + j\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)}$$



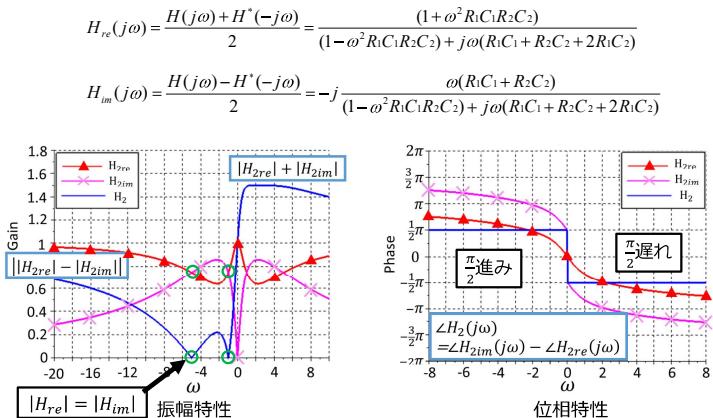
23

$$\text{ゼロ点: } \omega = -\frac{1}{R_1 C_1}, -\frac{1}{R_2 C_2}$$

24

2次RCポリフェーズフィルタ：周波数特性

目次



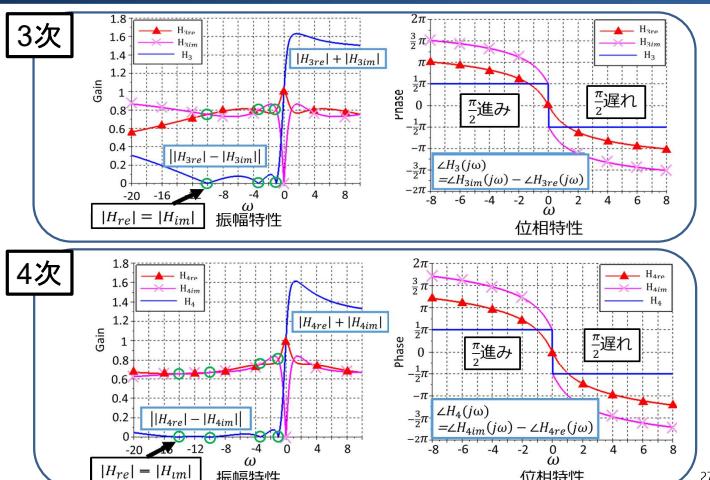
- 研究の動機
- RCポリフェーズフィルタ
- ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
 - 1次
 - 2次
 - 3次、4次
 - 一般のn次
- まとめ

25

26

3次、4次RCポリフェーズフィルタ：周波数特性

解析結果のまとめと考察



1次～4次RCポリフェーズフィルタの解析結果

振幅特性はゼロ点のみヒルベルトフィルタ
位相特性は完全にヒルベルトフィルタ



一般の n 次 ($n=1, 2, 3, 4, 5, \dots$) でも
成立する事が予想できる

27

28

目次

RCポリフェーズフィルタのn次伝達関数

$$H_{(n)}(s) = \frac{\prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{js}{\omega_k}\right)}{D_{(n)}(s)}$$

$$D_{(n)}(s) = 1 + a_1 s + \cdots + a_n s^n$$

$$H_{(n)}(s) = H_{(n)re}(s) + jH_{(n)im}(s)$$

$$s = j\omega$$

$$H_{(n)}(j\omega) = H_{(n)re}(j\omega) + jH_{(n)im}(j\omega)$$

ゼロ点や、位相は伝達関数の分子より導き出すことができる

分子に着目

29

30

- 研究の動機
- RCポリフェーズフィルタ
- ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
 - 1次
 - 2次
 - 3次
 - 4次
 - 一般のn次
 - まとめ

RCポリフェーズフィルタのn+1次伝達関数

$$H_{(n+1)}(s) = \frac{\prod_{k=1}^{n+1} \left(1 - \frac{js}{\omega_k}\right)}{D_{(n+1)}(s)} = \frac{D_n(s)}{D_{(n+1)}(s)} H_{(n)}\left(1 - \frac{js}{\omega_{n+1}}\right) = \frac{1}{D_{(n+1)}(s)} N_{(n)}\left(1 - \frac{js}{\omega_{n+1}}\right)$$

$$N_{(n+1)}(s) = 1 + a_1's + \dots + a_{n+1}'s^{n+1}$$

$$N_{(n+1)}(s) = N_{(n)}\left(1 - \frac{js}{\omega_{n+1}}\right) = N_{(n+1)re}(s) + jN_{(n+1)im}(s) = [N_{(n)re}(s) + jN_{(n)im}(s)] \left[1 - \frac{js}{\omega_{n+1}}\right]$$

$$= \left[N_{(n)re}(s) + \frac{s}{\omega_{n+1}} N_{(n)im}(s)\right] + j \left[N_{(n)im}(s) - \frac{s}{\omega_{n+1}} N_{(n)re}(s)\right]$$

31

RCポリフェーズフィルタの2次の伝達関数 (n=1)

$$H_{(2)}(j\omega) = \frac{(1+\omega R_1 C_1)(1+\omega R_2 C_2)}{1-\omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + j\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)}$$

$$N_{(2)} = (1+\omega R_1 C_1)(1+\omega R_2 C_2)$$

$$= \left(1 + \frac{\omega}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{\omega}{\omega_2}\right) = 1 + \frac{\omega}{\omega_1} + \frac{\omega}{\omega_2} + \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_2}$$

$$N_{(2)}(s)$$

$$= \left[N_{(1)re}(s) + \frac{s}{\omega_2} N_{(1)im}(s)\right] + j \left[N_{(1)im}(s) - \frac{s}{\omega_2} N_{(1)re}(s)\right]$$

$$= \left[1 - \frac{s}{\omega_1} \frac{s}{\omega_2}\right] + j \left[-\frac{s}{\omega_1} - \frac{s}{\omega_2}\right] = 1 + \frac{\omega}{\omega_1} + \frac{\omega}{\omega_2} + \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_2}$$

32

RCポリフェーズフィルタの3次の伝達関数 (n=2)

$$H_{(3)}(j\omega) = \frac{(1+\omega R_1 C_1)(1+\omega R_2 C_2)(1+\omega R_3 C_3)}{D_{3R}(\omega) + j D_{3I}(\omega)}$$

$$N_{(3)} = (1+\omega R_1 C_1)(1+\omega R_2 C_2)(1+\omega R_3 C_3) = \left(1 + \frac{\omega}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{\omega}{\omega_2}\right) \left(1 + \frac{\omega}{\omega_3}\right)$$

$$= 1 + \frac{\omega}{\omega_1} + \frac{\omega}{\omega_2} + \frac{\omega}{\omega_3} + \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_2} + \frac{\omega^2}{\omega_2 \omega_3} + \frac{\omega^2}{\omega_3 \omega_1} + \frac{\omega^3}{\omega_1 \omega_2 \omega_3}$$

$$N_{(3)}(s)$$

$$= \left[N_{(2)re}(s) + \frac{s}{\omega_3} N_{(2)im}(s)\right] + j \left[N_{(2)im}(s) - \frac{s}{\omega_3} N_{(2)re}(s)\right]$$

$$= \left[1 - \frac{s^2}{\omega_1 \omega_2} + \frac{s}{\omega_3} \left(-\frac{s}{\omega_1} - \frac{s}{\omega_2}\right)\right] + j \left[-\frac{s}{\omega_1} - \frac{s}{\omega_2} - \frac{s}{\omega_3} \left(1 - \frac{s^2}{\omega_1 \omega_2}\right)\right]$$

$$= 1 + \frac{\omega}{\omega_1} + \frac{\omega}{\omega_2} + \frac{\omega}{\omega_3} + \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_2} + \frac{\omega^2}{\omega_2 \omega_3} + \frac{\omega^2}{\omega_3 \omega_1} + \frac{\omega^3}{\omega_1 \omega_2 \omega_3}$$

33

RCポリフェーズフィルタの4次の伝達関数 (n=3)

$$H_{(4)}(j\omega) = \frac{(1+\omega R_1 C_1)(1+\omega R_2 C_2)(1+\omega R_3 C_3)(1+\omega R_4 C_4)}{D_{4R}(\omega) + j D_{4I}(\omega)}$$

$$N_{(4)} = (1+\omega R_1 C_1)(1+\omega R_2 C_2)(1+\omega R_3 C_3)(1+\omega R_4 C_4) = \left(1 + \frac{\omega}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{\omega}{\omega_2}\right) \left(1 + \frac{\omega}{\omega_3}\right) \left(1 + \frac{\omega}{\omega_4}\right)$$

$$= 1 + \frac{\omega}{\omega_1} + \frac{\omega}{\omega_2} + \frac{\omega}{\omega_3} + \frac{\omega}{\omega_4} + \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_2} + \frac{\omega^2}{\omega_2 \omega_3} + \frac{\omega^2}{\omega_3 \omega_4} + \frac{\omega^2}{\omega_4 \omega_1} + \frac{\omega^3}{\omega_1 \omega_3} + \frac{\omega^3}{\omega_2 \omega_4} + \frac{\omega^3}{\omega_3 \omega_1} + \frac{\omega^3}{\omega_4 \omega_2} + \frac{\omega^4}{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4}$$

$$N_{(4)}(s)$$

$$= \left[N_{(3)re}(s) + \frac{s}{\omega_4} N_{(3)im}(s)\right] + j \left[N_{(3)im}(s) - \frac{s}{\omega_4} N_{(3)re}(s)\right]$$

$$= \left[1 - \frac{s^2}{\omega_1 \omega_2} - \frac{s^2}{\omega_2 \omega_3} - \frac{s^2}{\omega_3 \omega_4} + \frac{s}{\omega_4} \left(-\frac{s}{\omega_1} - \frac{s}{\omega_2} - \frac{s}{\omega_3} + \frac{s^3}{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4}\right)\right]$$

$$+ j \left[-\frac{s}{\omega_1} - \frac{s}{\omega_2} - \frac{s}{\omega_3} + \frac{s^3}{\omega_1 \omega_2 \omega_3} - \frac{s}{\omega_4} \left(1 - \frac{s^2}{\omega_1 \omega_2} - \frac{s^2}{\omega_2 \omega_3} - \frac{s^2}{\omega_3 \omega_4}\right)\right]$$

$$= 1 + \frac{\omega}{\omega_1} + \frac{\omega}{\omega_2} + \frac{\omega}{\omega_3} + \frac{\omega}{\omega_4} + \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_2} + \frac{\omega^2}{\omega_2 \omega_3} + \frac{\omega^2}{\omega_3 \omega_4} + \frac{\omega^2}{\omega_4 \omega_1} + \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_3} + \frac{\omega^2}{\omega_2 \omega_4} + \frac{\omega^3}{\omega_1 \omega_2 \omega_3} + \frac{\omega^3}{\omega_2 \omega_3 \omega_4} + \frac{\omega^3}{\omega_3 \omega_1 \omega_4} + \frac{\omega^4}{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4}$$

34

RCポリフェーズフィルタの1次の伝達関数

$$N_{(1)}(s) = 1 + j \left(-\frac{s}{\omega_1}\right)$$

$$N_{(1)re}(s) = 1 \quad N_{(1)im}(s) = -\frac{s}{\omega_1}$$

$$N_{(1)im}(j\omega) = -\frac{j\omega}{\omega_1}$$

$$\boxed{\omega = \omega_1}$$

$$N_{(1)re}(j\omega_1) = 1$$

$$N_{(1)im}(j\omega_1) = -j$$

$$\boxed{\omega = -\omega_1}$$

$$N_{(1)re}(-j\omega_1) = 1$$

$$N_{(1)im}(-j\omega_1) = j$$

$$|N_{(1)re}| = |N_{(1)im}|$$

$$\angle N_{(1)re} \angle N_{(1)im} = 90^\circ$$

$$N_{(2)}(s) = N_{(1)}\left(1 - \frac{js}{\omega_2}\right) = \left(N_{(1)re}(s) + jN_{(1)im}(s)\right) \left(1 - \frac{js}{\omega_2}\right) = \underbrace{\left[N_{(1)re}(s) + \frac{s}{\omega_2} N_{(1)im}(s)\right]}_{2N_{re}(s)} + \underbrace{j \left[N_{(1)im}(s) - \frac{s}{\omega_2} N_{(1)re}(s)\right]}_{2N_{im}(s)}$$

$$N_{(2)re}(s) = 1 - \frac{s^2}{\omega_1 \omega_2} \rightarrow N_{(2)re}(j\omega) = 1 + \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_2} \quad N_{(2)im}(s) = -\frac{s}{\omega_2} - \frac{s}{\omega_2} \rightarrow N_{(2)im}(j\omega) = -j \left(\frac{\omega}{\omega_1} + \frac{\omega}{\omega_2}\right)$$

$\boxed{\omega = \omega_1}$	$\boxed{\omega = -\omega_1}$	$\boxed{\omega = \omega_2}$	$\boxed{\omega = -\omega_2}$
$N_{(2)re}(j\omega_1) = 1 + \frac{\omega_1}{\omega_2}$	$N_{(2)re}(-j\omega_1) = 1 + \frac{\omega_1}{\omega_2}$	$N_{(2)re}(j\omega_2) = 1 + \frac{\omega_2}{\omega_1}$	$N_{(2)re}(-j\omega_2) = 1 + \frac{\omega_2}{\omega_1}$
$N_{(2)im}(j\omega_1) = -j \left(1 + \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)$	$N_{(2)im}(-j\omega_1) = j \left(1 + \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)$	$N_{(2)im}(j\omega_2) = -j \left(1 + \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)$	$N_{(2)im}(-j\omega_2) = j \left(1 + \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)$

$$\omega > 0 \rightarrow N_{(2)re}(j\omega_k) = a \quad N_{(2)im}(j\omega_k) = -ja \text{ 置く} \quad k = 1, 2$$

$$\omega < 0 \rightarrow N_{(2)re}(j\omega_k) = a \quad N_{(2)im}(j\omega_k) = ja \text{ 置く}$$

$$|N_{(2)re}| = |N_{(2)im}| \rightarrow H(-j\omega_k) = 0 \quad \angle N_{(2)re} \angle N_{(2)im} = 90^\circ$$

36

RCポリフェーズフィルタの3次の伝達関数

$$N_3(s) = N_{(2)}(s) \left(1 - \frac{js}{\omega_3}\right) = \left(N_{(2)re}(s) + jN_{(2)im}(s)\right) \left(1 - \frac{js}{\omega_3}\right) = \left[2N_{(2)re}(s) + \frac{s}{\omega_3}N_{(2)im}(s)\right] + j\left[N_{(2)im}(s) - \frac{s}{\omega_3}N_{(2)re}(s)\right]$$

$$N_{(3)re}(s) = N_{(2)re}(s) + \frac{s}{\omega_3}N_{(2)im}(s) \quad N_{(3)im}(s) = N_{(2)im}(s) - \frac{s}{\omega_3}N_{(2)re}(s)$$

$$\rightarrow N_{(2)re}(j\omega) = N_{(2)re}(j\omega) + \frac{j\omega}{\omega_3}N_{(2)im}(j\omega) \quad \rightarrow N_{(3)im}(j\omega) = N_{(2)im}(j\omega) - \frac{j\omega}{\omega_3}N_{(2)re}(j\omega)$$

$\omega = \omega_1$

$$N_{(3)re}(j\omega_1) = a + a \frac{\omega_1}{\omega_3}$$

$$N_{(3)im}(j\omega_1) = -\left(a + a \frac{\omega_1}{\omega_3}\right)$$

$\omega = \omega_2$

$$N_{(3)re}(j\omega_2) = a + a \frac{\omega_2}{\omega_3}$$

$$N_{(3)im}(j\omega_2) = -\left(a + a \frac{\omega_2}{\omega_3}\right)$$

$\omega = \omega_3$

$$N_{(3)re}(j\omega_3) = 1 + \frac{\omega_3}{\omega_1} + \frac{\omega_3}{\omega_2} + \frac{\omega_3^{-1}}{\omega_1\omega_2}$$

$$N_{(3)im}(j\omega_3) = -\left(1 + \frac{\omega_3}{\omega_1} + \frac{\omega_3}{\omega_2} + \frac{\omega_3^{-1}}{\omega_1\omega_2}\right)$$

$\omega = -\omega_1$

$$N_{(3)re}(-j\omega_1) = a + a \frac{\omega_1}{\omega_3}$$

$$N_{(3)im}(-j\omega_1) = \left(a + a \frac{\omega_1}{\omega_3}\right)$$

$\omega = -\omega_2$

$$N_{(3)re}(-j\omega_2) = a + a \frac{\omega_2}{\omega_3}$$

$$N_{(3)im}(-j\omega_2) = \left(a + a \frac{\omega_2}{\omega_3}\right)$$

$\omega = -\omega_3$

$$N_{(3)re}(-j\omega_3) = 1 + \frac{\omega_3}{\omega_1} + \frac{\omega_3}{\omega_2} + \frac{\omega_3^{-2}}{\omega_1\omega_2}$$

$$N_{(3)im}(-j\omega_3) = -\left(1 + \frac{\omega_3}{\omega_1} + \frac{\omega_3}{\omega_2} + \frac{\omega_3^{-2}}{\omega_1\omega_2}\right)$$

$$|N_{(3)re}| = |N_{(3)im}| \rightarrow H(-j\omega_k) = 0 \quad \omega > 0 \quad \Rightarrow N_{(3)re}(j\omega_k) = b \quad N_{(3)im}(j\omega_k) = -jb \text{ と置く}$$

$$\angle N_{(3)re} \neq \angle N_{(3)im} \text{ は } 90^\circ \text{ の位相差} \quad \omega < 0 \quad \Rightarrow N_{(3)re}(j\omega_k) = b \quad N_{(3)im}(j\omega_k) = jb \text{ と置く} \quad k = 1, 2, 3$$

RCポリフェーズフィルタの4次の伝達関数

$$N_4(s) = N_3(s) \left(1 - \frac{js}{\omega_4}\right) = \left(N_{(3)re}(s) + jN_{(3)im}(s)\right) \left(1 - \frac{js}{\omega_4}\right) = \left[N_{(3)re}(s) + \frac{s}{\omega_4}N_{(3)im}(s)\right] + j\left[N_{(3)im}(s) - \frac{s}{\omega_4}N_{(3)re}(s)\right]$$

$$N_{(4)re}(s) = N_{(3)re}(s) + \frac{s}{\omega_4}N_{(3)im}(s) \quad N_{(4)im}(s) = N_{(3)im}(s) - \frac{s}{\omega_4}N_{(3)re}(s)$$

$$\rightarrow N_{(4)re}(j\omega) = N_{(3)re}(j\omega) + \frac{j\omega}{\omega_4}N_{(3)im}(j\omega) \quad \rightarrow N_{(4)im}(j\omega) = N_{(3)im}(j\omega) - \frac{j\omega}{\omega_4}N_{(3)re}(j\omega)$$

$\omega = \omega_1$

$$N_{(4)re}(j\omega_1) = b + b \frac{\omega_1}{\omega_4}$$

$$N_{(4)im}(j\omega_1) = -\left(b + b \frac{\omega_1}{\omega_4}\right)$$

$\omega = \omega_2$

$$N_{(4)re}(j\omega_2) = b + b \frac{\omega_2}{\omega_4}$$

$$N_{(4)im}(j\omega_2) = -\left(b + b \frac{\omega_2}{\omega_4}\right)$$

$\omega = \omega_3$

$$N_{(4)re}(j\omega_3) = b + b \frac{\omega_3}{\omega_4}$$

$$N_{(4)im}(j\omega_3) = -\left(b + b \frac{\omega_3}{\omega_4}\right)$$

$\omega = -\omega_1$

$$N_{(4)re}(-j\omega_1) = b + b \frac{\omega_1}{\omega_4}$$

$$N_{(4)im}(-j\omega_1) = \left(b + b \frac{\omega_1}{\omega_4}\right)$$

$\omega = -\omega_2$

$$N_{(4)re}(-j\omega_2) = b + b \frac{\omega_2}{\omega_4}$$

$$N_{(4)im}(-j\omega_2) = \left(b + b \frac{\omega_2}{\omega_4}\right)$$

$\omega = -\omega_3$

$$N_{(4)re}(-j\omega_3) = b + b \frac{\omega_3}{\omega_4}$$

$$N_{(4)im}(-j\omega_3) = \left(b + b \frac{\omega_3}{\omega_4}\right)$$

38

RCポリフェーズフィルタの4次の伝達関数

$$N_4(s) = N_3(s) \left(1 - \frac{js}{\omega_4}\right) = \left(N_{(3)re}(s) + jN_{(3)im}(s)\right) \left(1 - \frac{js}{\omega_4}\right) = \left[N_{(3)re}(s) + \frac{s}{\omega_4}N_{(3)im}(s)\right] + j\left[N_{(3)im}(s) - \frac{s}{\omega_4}N_{(3)re}(s)\right]$$

$$N_{(4)re}(s) = N_{(3)re}(s) + \frac{s}{\omega_4}N_{(3)im}(s) \quad N_{(4)im}(s) = N_{(3)im}(s) - \frac{s}{\omega_4}N_{(3)re}(s)$$

$$\rightarrow N_{(4)re}(j\omega) = N_{(3)re}(j\omega) + \frac{j\omega}{\omega_4}N_{(3)im}(j\omega) \quad \rightarrow N_{(4)im}(j\omega) = N_{(3)im}(j\omega) - \frac{j\omega}{\omega_4}N_{(3)re}(j\omega)$$

$\omega = \omega_4$

$$N_{(4)re}(j\omega_4) = 1 + \frac{\omega_4}{\omega_1} + \frac{\omega_4}{\omega_2} + \frac{\omega_4^2}{\omega_1\omega_2} + \frac{\omega_4^2}{\omega_2\omega_3} + \frac{\omega_4^2}{\omega_1\omega_3} + \frac{\omega_4^3}{\omega_1\omega_2\omega_3}$$

$$N_{(4)im}(j\omega_4) = -\left(1 + \frac{\omega_4}{\omega_1} + \frac{\omega_4}{\omega_2} + \frac{\omega_4^2}{\omega_1\omega_2} + \frac{\omega_4^2}{\omega_2\omega_3} + \frac{\omega_4^2}{\omega_1\omega_3} + \frac{\omega_4^3}{\omega_1\omega_2\omega_3}\right)$$

$\omega = -\omega_4$

$$N_{(4)re}(-j\omega_4) = 1 + \frac{\omega_4}{\omega_1} + \frac{\omega_4}{\omega_2} + \frac{\omega_4^2}{\omega_1\omega_2} + \frac{\omega_4^2}{\omega_2\omega_3} + \frac{\omega_4^2}{\omega_1\omega_3} + \frac{\omega_4^3}{\omega_1\omega_2\omega_3}$$

$$N_{(4)im}(-j\omega_4) = \left(1 + \frac{\omega_4}{\omega_1} + \frac{\omega_4}{\omega_2} + \frac{\omega_4^2}{\omega_1\omega_2} + \frac{\omega_4^2}{\omega_2\omega_3} + \frac{\omega_4^2}{\omega_1\omega_3} + \frac{\omega_4^3}{\omega_1\omega_2\omega_3}\right)$$

$$|N_{(4)re}| = |N_{(4)im}| \rightarrow H(-j\omega_k) = 0 \quad \angle N_{(4)re} \neq \angle N_{(4)im} \text{ は } 90^\circ \text{ の位相差}$$

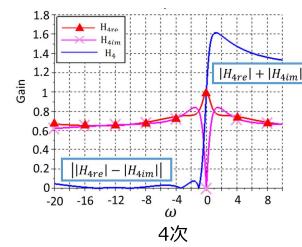
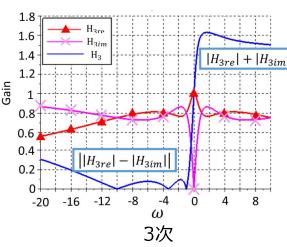
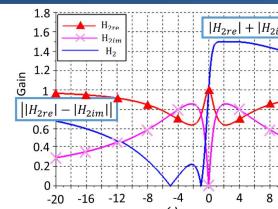
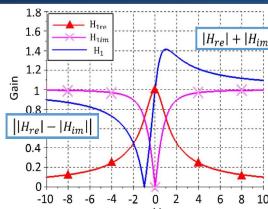
目次

- 研究の動機
- RCポリフェーズフィルタ
- ヒレベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒレベルトフィルタの関係性
 - 1次
 - 2次
 - 3次、4次
 - 一般のn次
- まとめ

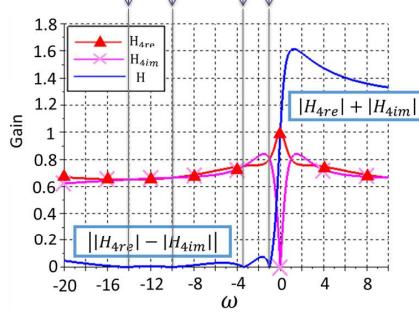
39

40

1~4次RCポリフェーズフィルタ：振幅特性



まとめ：振幅特性



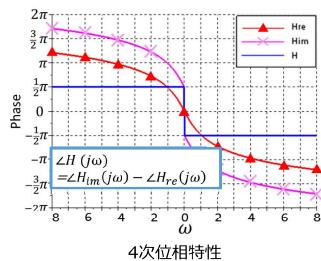
- ゼロ点の ω では、 $|H_{re}(\omega)|$ と $|H_{im}(\omega)|$ の振幅が等しい
- 高次であるほど、ゼロ点の数が増加。広範囲で Real part と Imaginary part の振幅特性が近くなる

↓
理想ヒレベルト変換に近づく

41

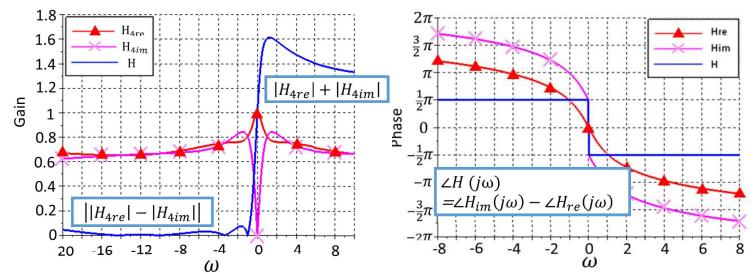
42

まとめ：位相特性



- 1~4次まで入出力間に完全な90度位相差があることを確認
- 次数にかかわらず、広帯域でヒルベルト変換の条件を満たす

まとめ：考察



43

44

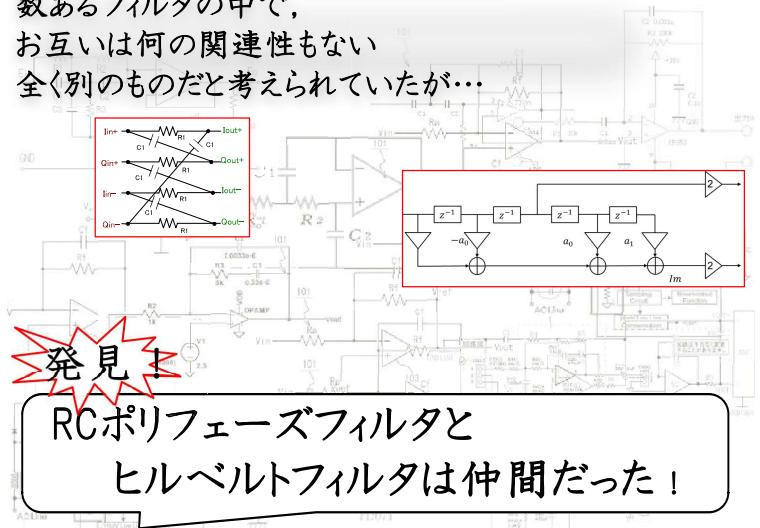
応用

RCポリフェーズフィルタ特性がヒルベルト変換に近似

複素信号処理をアナログ信号のまま行える

高速、広帯域な通信や第5世代のミリ波通信で、デジタル処理が追いつかない高速・高周波信号処理に役立つと期待

数あるフィルタの中で、お互いは何の関連性もない全く別のものだと考えられていたが…



45

Q&A

Q1

RCポリフェーズフィルタが提案されているということは、特性が既にわかっているのではないか。またヒルベルトフィルタとの関係性に着目した理由は何か。

→振幅特性はいろいろな論文に載っているが、位相特性に関しての論文は見つからなかった。ヒルベルトフィルタとの関係性を示したことから、デジタル処理で行っていたところをアナログで処理できるという利点があげられる。

Q2

デジタルのほうが高速に処理できるのではないか。

→デジタル処理するには必ずアナログをデジタルに変換するADCが必要になり、高周波、高速信号だとADCで問題が起こる。そのためRCポリフェーズフィルタはアナログ信号をアナログのまま処理できるという利点がある。

Q3 (神奈川工科大学齊藤先生)

RCポリフェーズフィルタで容量Cが使われているが、寄生容量等による影響はあるのか。

→出力の影響は出る。RCポリフェーズフィルタの寄生容量を考慮したに論文があるので読んでいただければ詳しくわかると思う。

47