

2015年3月2日

アナログ用MOSFET動作の基礎 —ダイナミックと小信号動作モデルの考え方—

群馬大学
松田順一

概要

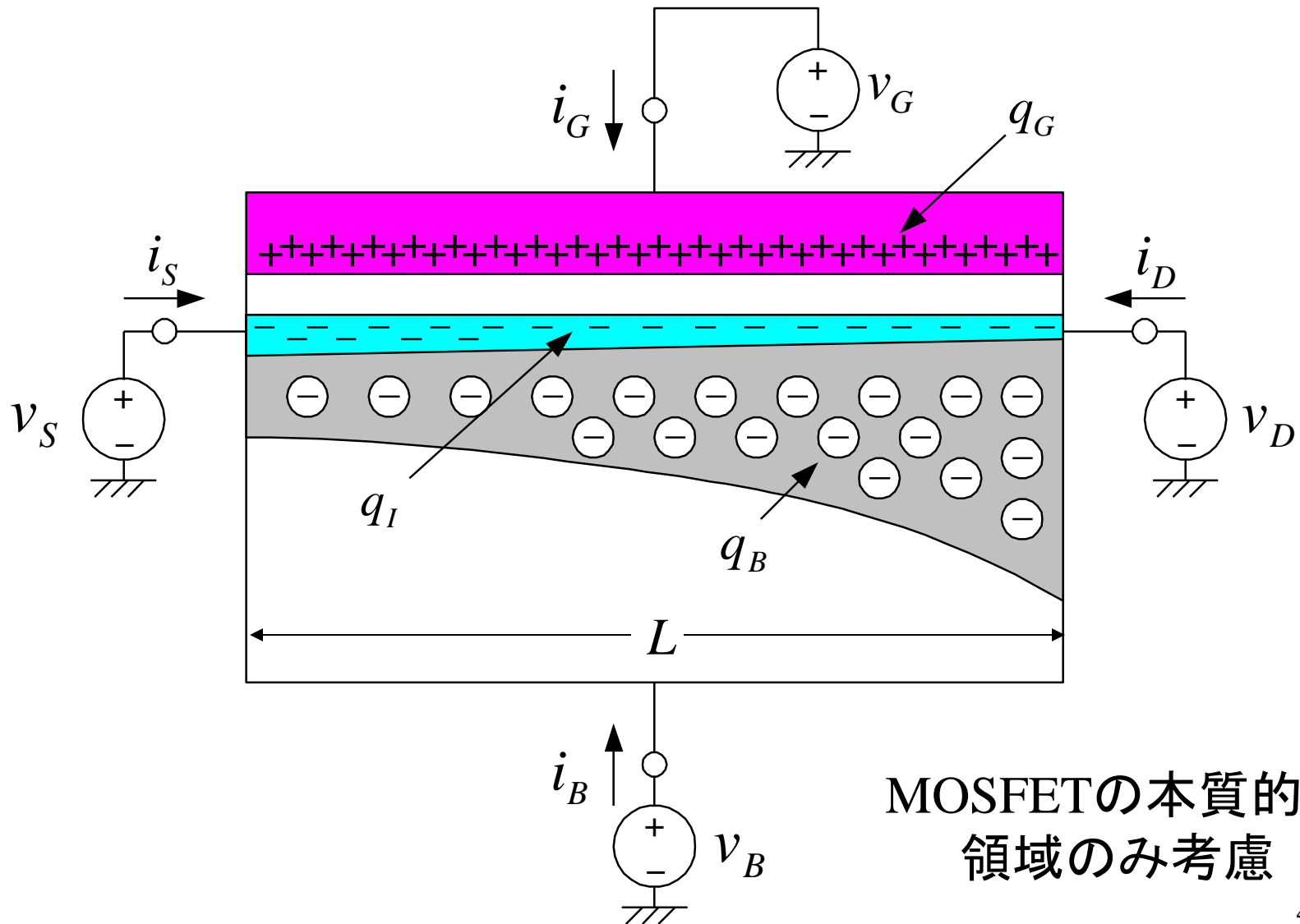
- MOSFETのダイナミック動作
 - 準定常(QS: Quasi Static)モデル
- MOSFETの小信号動作
 - 低周波動作モデル
 - コンダクタンス
 - 中間周波動作モデル
 - 簡易版小信号等価回路
 - 高周波動作モデル
 - 完全QS小信号等価回路
 - NQS小信号等価回路

after Y. Tsividis

(注)第59回 群馬大学アナログ集積回路研究会講演会(2007年2月2日)資料から作成

MOSFETダイナミック動作 —QSモデル—

変動端子電圧における電流と電荷の定義



QS状態

- QS状態の定義

- 電荷の時間変化は、DCの場合と同じになる。

$$q_I(t) = f_I(v_D(t), v_G(t), v_B(t), v_S(t))$$

$$q_G(t) = f_G(v_D(t), v_G(t), v_B(t), v_S(t))$$

$$q_B(t) = f_B(v_D(t), v_G(t), v_B(t), v_S(t))$$

$$v_D(t) = V_D, v_G(t) = V_G, v_B(t) = V_B, v_S(t) = V_S$$

f_I, f_G, f_B : 任意の関数 (DCの場合と同じ)

V_D, V_G, V_B, V_S : DC印加時の端子電圧

- 電流の時間変化は、DCの場合と同じでない。

QS状態時の端子電流と各電荷

- ゲート電流 (ゲート電荷の時間変化)

$$i_G(t) = \frac{dq_G}{dt} \quad (\text{但し、ゲートのリーク電流} = 0)$$

- 基板電流 (空乏層電荷の時間変化)

$$i_B(t) = \frac{dq_B}{dt} \quad (\text{但し、基板のリーク電流} = 0)$$

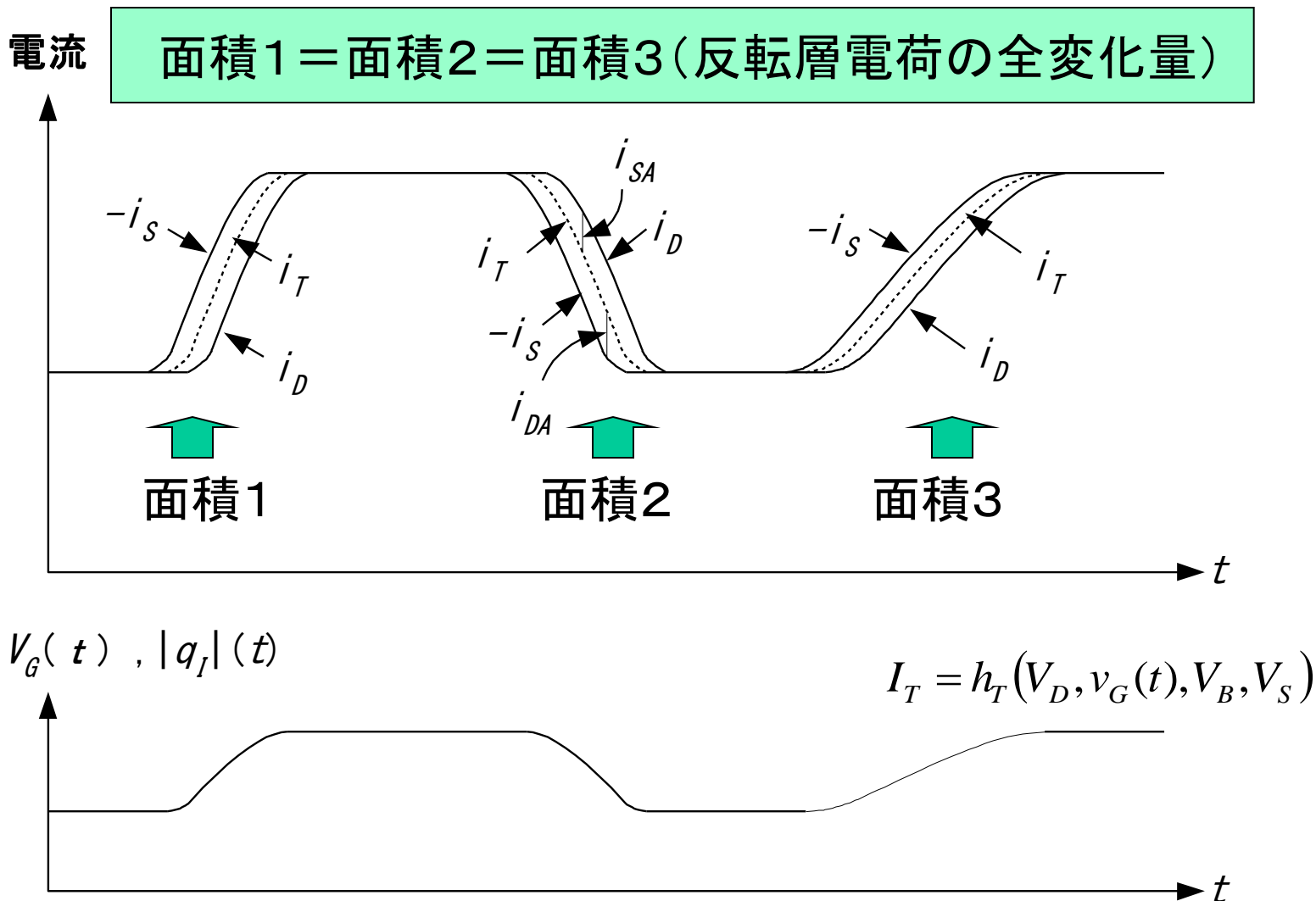
- ドレイン+ソース電流 (反転層電荷の時間変化)

$$i_D(t) + i_S(t) = \frac{dq_I}{dt}$$

DCの場合: $i_D(t) = -i_S(t) \Rightarrow dq_I/dt = 0$

電圧が変化する場合: $i_D(t) \neq -i_S(t) \Rightarrow dq_I/dt \neq 0$

ゲート電圧変化に対応した電流変化



反転層電荷の成分(時間変化)

- ドレイン/ソース電流の成分

$$i_D(t) = i_T(t) + i_{DA}(t)$$

$$i_S(t) = -i_T(t) + i_{SA}(t)$$

- 反転層電荷の時間変化

$$i_D(t) + i_S(t) = i_{DA}(t) + i_{SA}(t) = \frac{dq_I}{dt}$$

- ドレイン/ソースに関連した電荷

$$i_{DA}(t) = \frac{dq_D}{dt}, \quad q_D: \text{ドレインに関連した反転層電荷}$$

$$i_{SA}(t) = \frac{dq_S}{dt}, \quad q_S: \text{ソースに関連した反転層電荷}$$

$$\Rightarrow \frac{dq_D}{dt} + \frac{dq_S}{dt} = \frac{dq_I}{dt} \Rightarrow q_D(t) + q_S(t) = q_I(t)$$

Q_D と Q_S の表現

- q_D と q_S の表現(電流連続の式から導出)

$$q_D = W \int_0^L q_I'(x,t) \frac{x}{L} dx, \quad q_S = W \int_0^L q_I'(x,t) \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx$$

- QS状態の場合: $q_D \Rightarrow Q_D, q_S \Rightarrow Q_S, q_I' \Rightarrow Q_I'$

$$Q_D = W \int_0^L Q_I'(x,t) \frac{x}{L} dx, \quad Q_S = W \int_0^L Q_I'(x,t) \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx$$

$$x = L \frac{(V_{GS} - V_T)(V_{CB} - V_{SB}) - \frac{1}{2} \alpha (V_{CB} - V_{SB})^2}{(V_{GS} - V_T)(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{1}{2} \alpha (V_{DB} - V_{SB})^2}, \quad dx = -\frac{\mu W}{I_{DS}} Q_I' dV_{CB}$$

各電荷 (Q_G と Q_B と Q_I) の表現

- ゲート電荷 : $Q_G = W \int_0^L Q_G' dx$
- 空乏層電荷 : $Q_B = W \int_0^L Q_B' dx$
- 反転層電荷 : $Q_I = W \int_0^L Q_I' dx$

QS状態の各電荷の計算

- 電流式：簡単化されたソース参照強反転モデル

$$I_{DS} = I'_{DS} (1 - \eta^2)$$

$$I'_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha} \quad \alpha = \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

$$\eta = \begin{cases} 1 - \frac{V_{DS}}{V'_{DS}}, & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ 0, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases} \quad V'_{DS} = \frac{V_{GS} - V_T}{\alpha}$$

- 反転層電荷と空乏層電荷

$$Q'_I = -C'_{ox} [V_{GB} - V_{SB} - V_T - \alpha(V_{CB} - V_{SB})]$$

$$Q'_B = -C'_{ox} [\gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha - 1)(V_{CB} - V_{SB})]$$

- 各電荷の関係： $Q_G + Q_o + Q_I + Q_B = 0$

QS動作の Q_G, Q_B, Q_I (強反転)

- ゲート電荷

$$Q_G = WLC'_{ox} \left[\frac{V_{GS} - V_T}{\alpha} \left(\alpha - 1 + \frac{2}{3} \frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta} \right) + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \right] - Q_o$$

- 空乏層電荷

$$Q_B = -WLC'_{ox} \left[\gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\alpha - 1}{\alpha} (V_{GS} - V_T) \left(1 - \frac{2}{3} \frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta} \right) \right]$$

- 反転層電荷

$$Q_I = -WLC'_{ox} (V_{GS} - V_T) \frac{2}{3} \frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta}$$

QS動作の Q_D, Q_S (強反転)

- ドレインに関連した反転層電荷

$$Q_D = -WLC'_{ox}(V_{GS} - V_T) \frac{4 + 8\eta + 12\eta^2 + 6\eta^3}{15(1 + \eta)^2}$$

- ソースに関連した反転層電荷

$$Q_S = -WLC'_{ox}(V_{GS} - V_T) \frac{6 + 12\eta + 8\eta^2 + 4\eta^3}{15(1 + \eta)^2}$$

非飽和領域における電荷(強反転)

- Q_G, Q_B, Q_I, Q_D, Q_S の表現

$$\eta = 1: V_{DS} = 0$$

$$Q_G \Big|_{V_{DS}=0} = WLC'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \right] - Q_o$$

$$Q_B \Big|_{V_{DS}=0} = -WLC'_{ox} \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

$$Q_I \Big|_{V_{DS}=0} = -WLC'_{ox} (V_{GS} - V_T)$$

$$Q_D \Big|_{V_{DS}=0} = -\frac{WLC'_{ox} (V_{GS} - V_T)}{2}$$

$$Q_S \Big|_{V_{DS}=0} = -\frac{WLC'_{ox} (V_{GS} - V_T)}{2}$$

飽和領域における電荷(強反転)

- Q_G, Q_B, Q_I, Q_D, Q_S の表現

$$\eta = 0 : V_{DS} > V'_{DS}$$

$$Q_{G,sat} = WLC'_{ox} \left[\frac{V_{GS} - V_T}{\alpha} \left(\alpha - \frac{1}{3} \right) + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \right] - Q_o$$

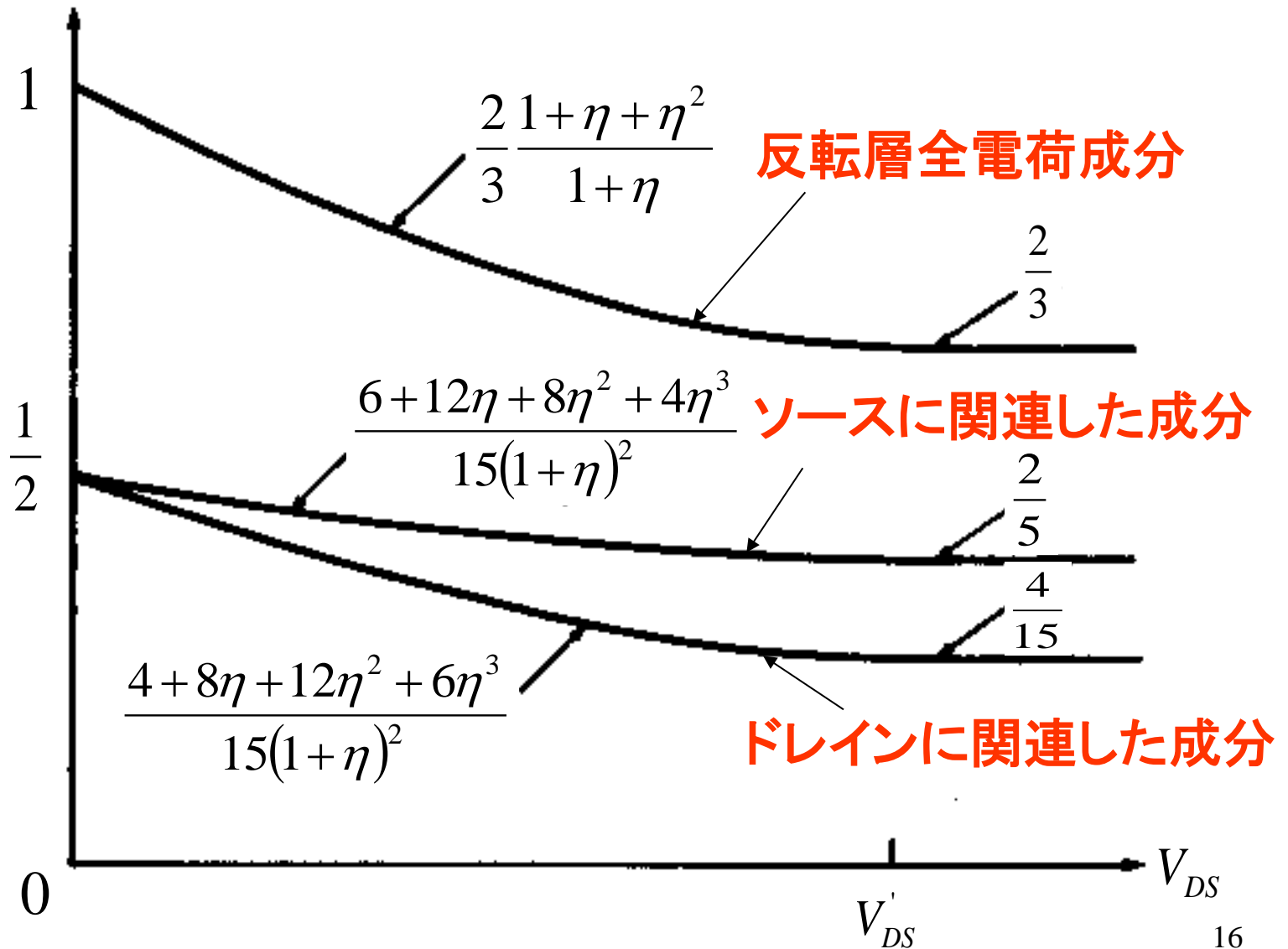
$$Q_{B,sat} = -WLC'_{ox} \left[\gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\alpha - 1}{3\alpha} (V_{GS} - V_T) \right]$$

$$Q_{I,sat} = -\frac{2}{3} WLC'_{ox} (V_{GS} - V_T)$$

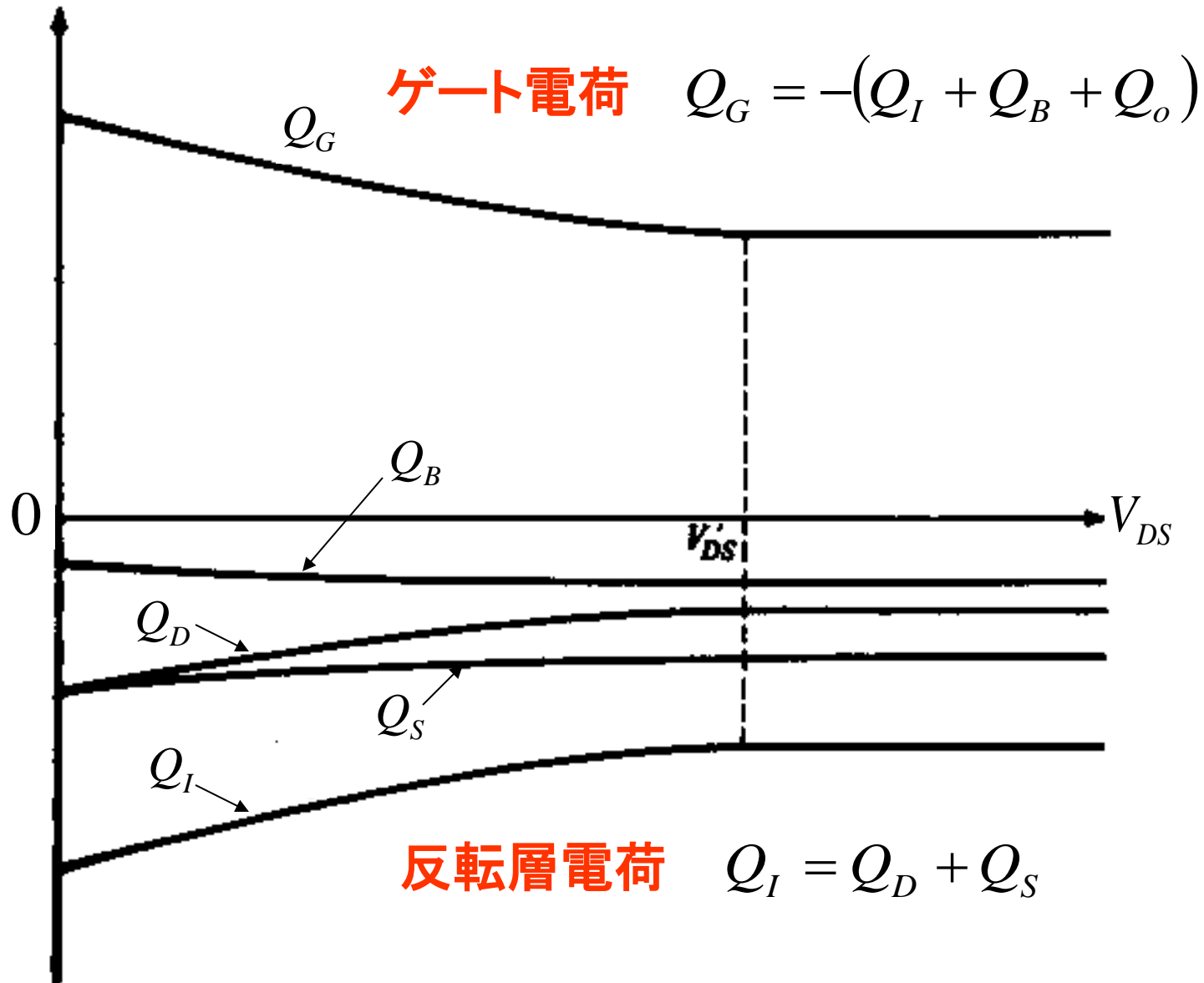
$$Q_{D,sat} = -\frac{4}{15} WLC'_{ox} (V_{GS} - V_T)$$

$$Q_{S,sat} = -\frac{2}{5} WLC'_{ox} (V_{GS} - V_T)$$

反転層電荷成分の V_{DS} 依存性



各電荷の V_{DS} 依存性



DC条件下での通過時間

—強反転—

- 強反転非飽和 (V_{DS} : 小)

$$\tau = \frac{|Q_I|}{I_{DS}} \approx \frac{C'_{ox} WL (V_{GS} - V_T)}{\mu C'_{ox} (W/L) (V_{GS} - V_T) V_{DS}} = \frac{L^2}{\mu V_{DS}}$$

- 強反転飽和

$$\tau = \frac{|Q_I|}{I_{DS}} \approx \frac{\frac{2}{3} C'_{ox} WL (V_{GS} - V_T)}{\frac{1}{2} \mu C'_{ox} (W/L) (V_{GS} - V_T)^2 / \alpha} = \frac{4}{3} \tau_0$$

$$\text{但し、} \tau_0 = \frac{\alpha L^2}{\mu (V_{GS} - V_T)}$$

DC条件下での通過時間

—弱反転、速度飽和—

- 弱反転 (但し、 $V_{DS} > 5\phi_t$)

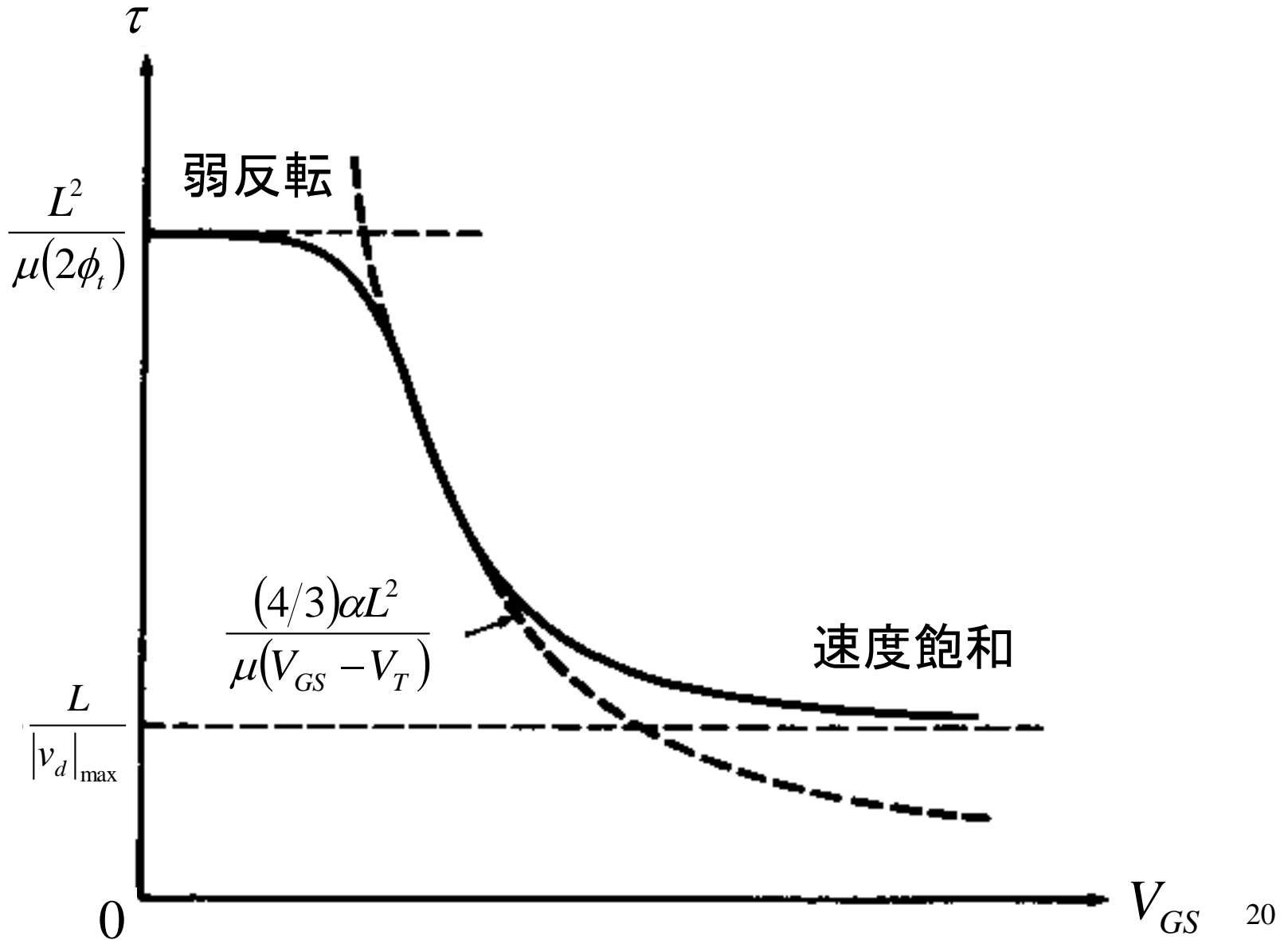
$$\tau = \frac{|Q_I|}{I_{DS}} = \frac{WL \frac{Q'_{I0} + Q'_{IL}}{2}}{\mu(W/L)\phi_t |Q'_{I0}|} \approx \frac{L^2}{\mu(2\phi_t)}$$

$$\text{弱反転電流} : I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (-Q'_{I0}) (1 - e^{-V_{DS}/\phi_t})$$

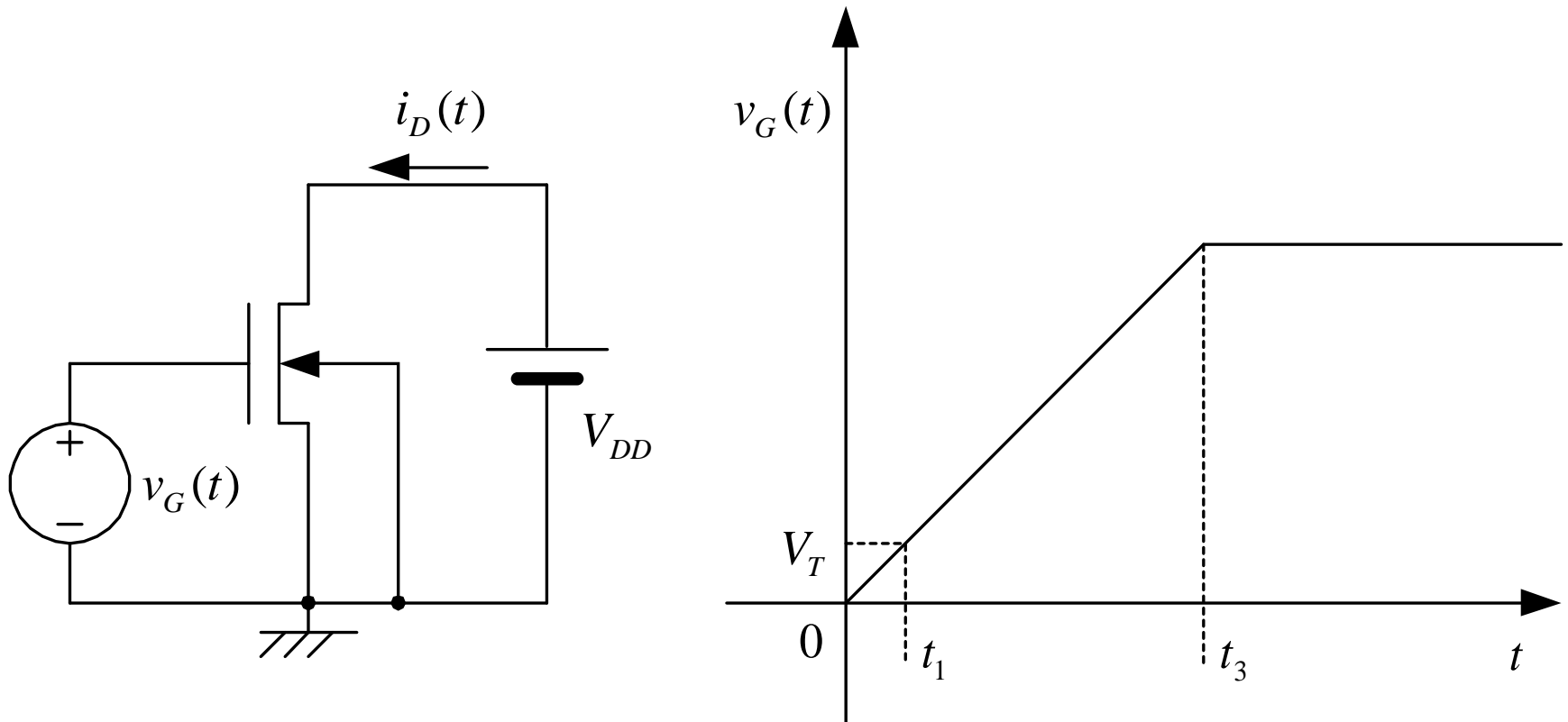
- 速度飽和

$$\tau > \frac{L}{|v_d|_{\max}}$$

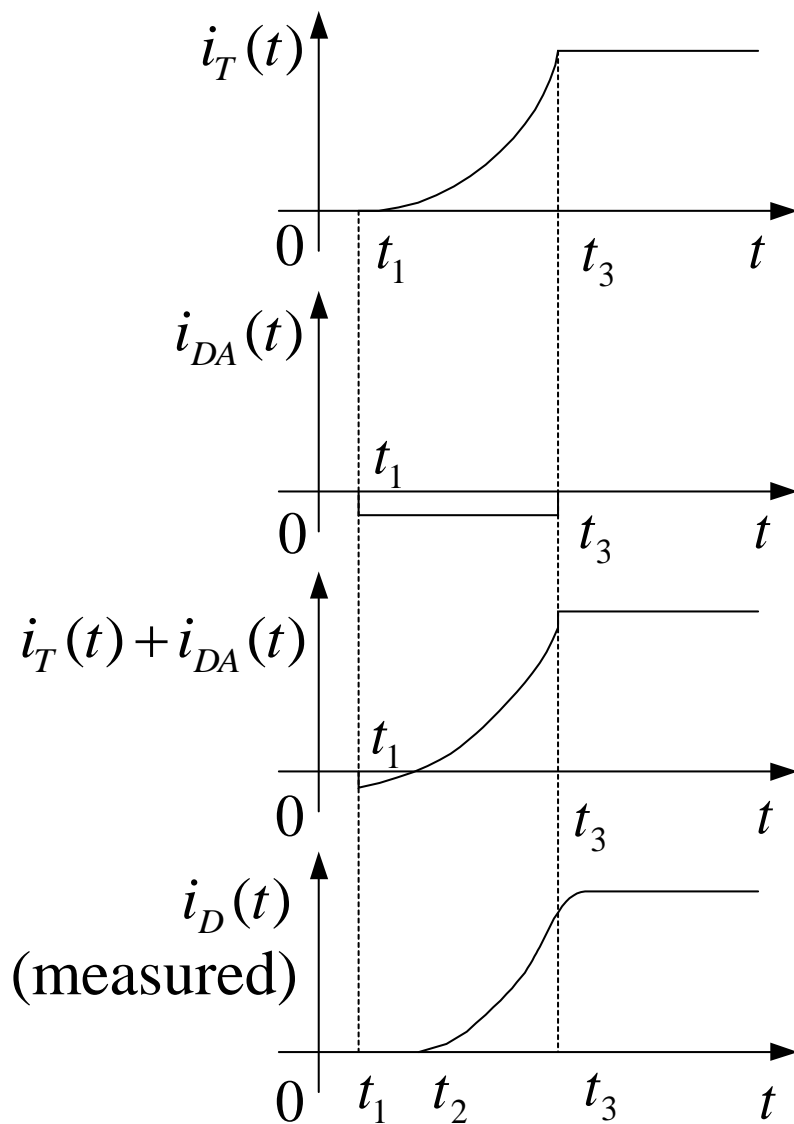
通過時間と V_{GS} との関係



ゲート印加電圧と回路



ドレイン電流(成分)の時間変化



• 飽和領域

$$i_{DA} = \frac{\partial q_D}{\partial v_G} \frac{dv_G}{dt}$$

$$\frac{\partial q_D}{\partial v_G} = -\frac{4}{15} WLC'_{ox}$$

QSモデルの限界

- QSモデルの成立（荒いルール）

$$t_R > 20\tau_0$$

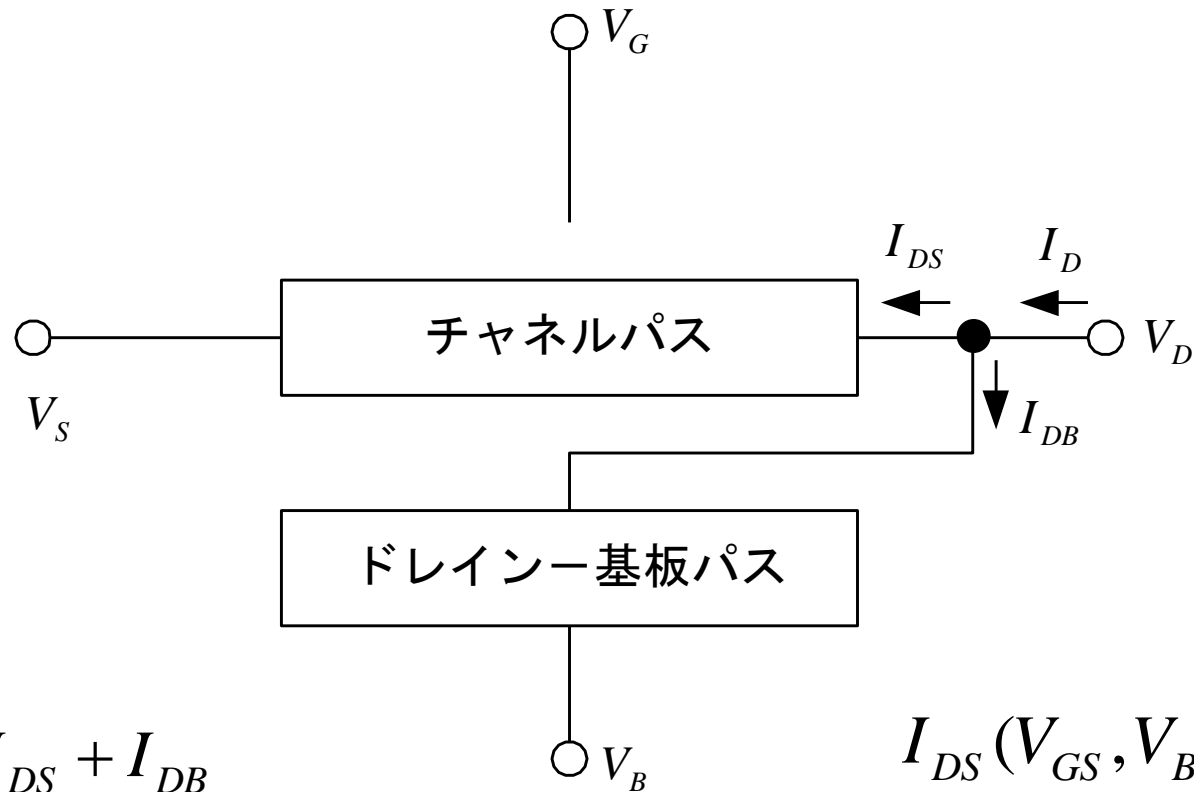
t_R : 波形の上昇時間

$$\tau_0 = \frac{\alpha L^2}{\mu(V_{GS} - V_T)}$$

– 但し、速度飽和が起こらない場合

MOSFETの小信号動作 —低周波動作モデル—

MOSFETの電流のパス



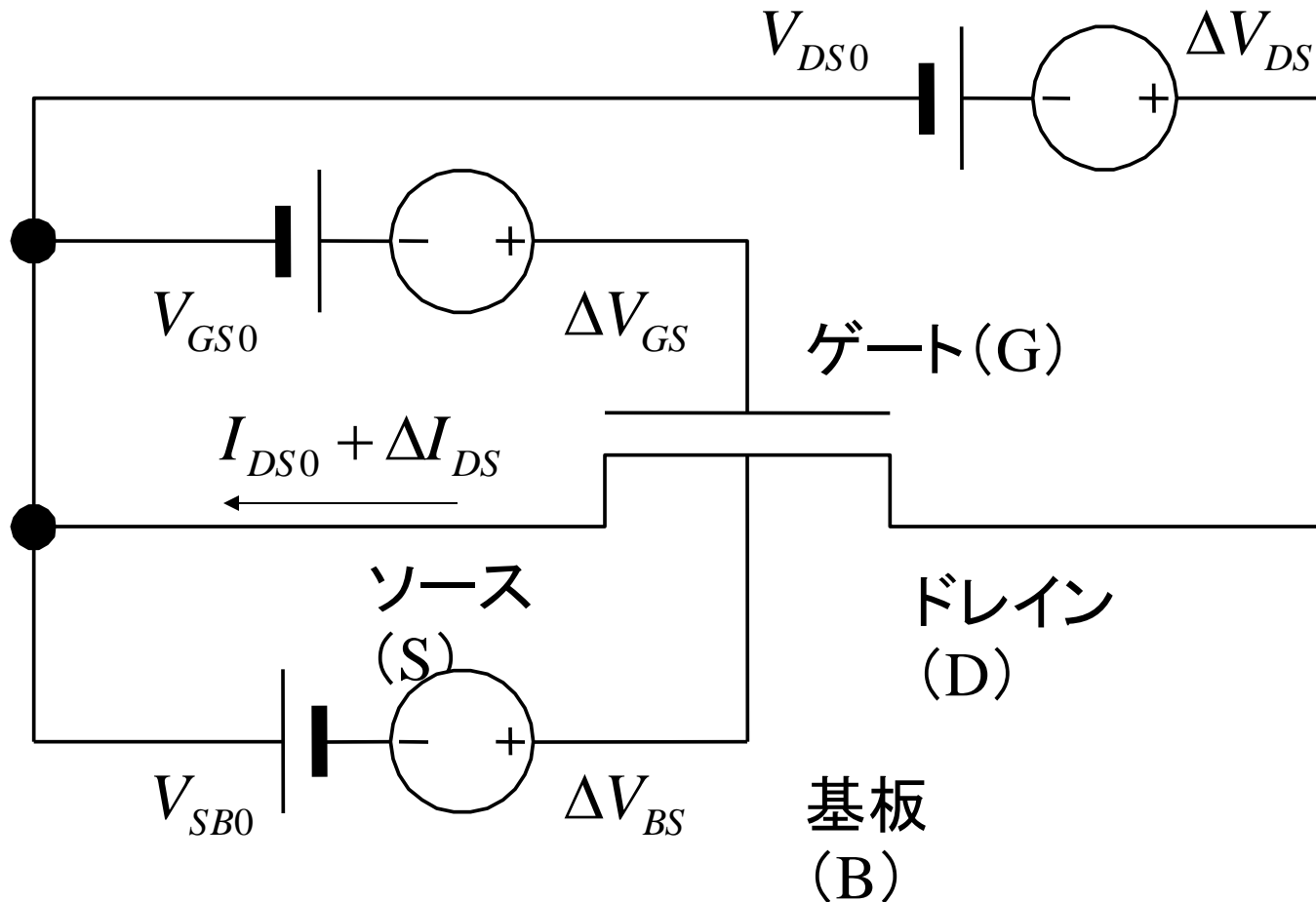
$$I_D = I_{DS} + I_{DB}$$

$$I_G = 0$$

$$I_{DS}(V_{GS}, V_{BS}, V_{DS})$$

$$I_{DB}(V_{GB}, V_{SB}, V_{DB})$$

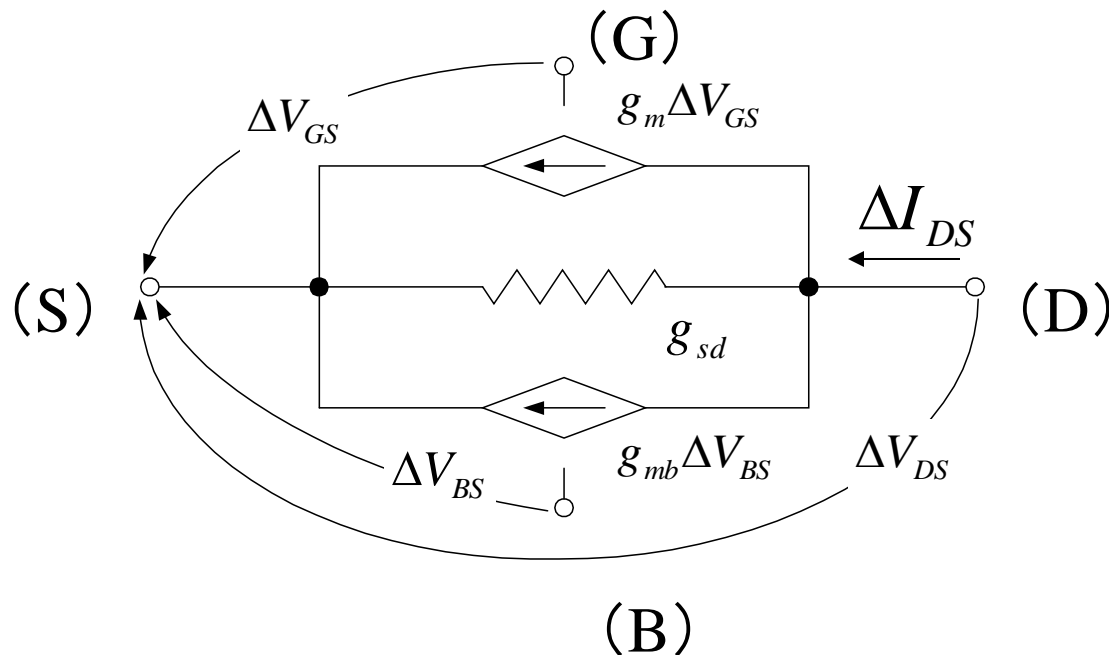
V_{GS} , V_{BS} , V_{DS} の小信号変化



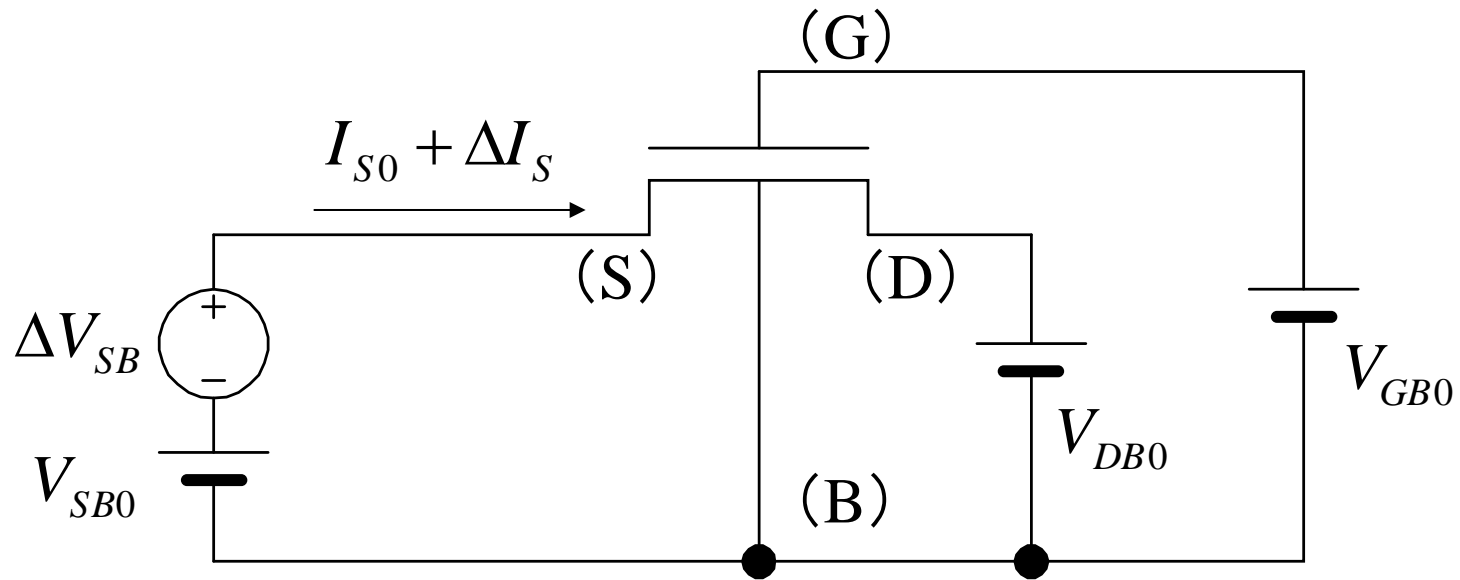
小信号変化による電流： ΔI_{DS}

- V_{GS}, V_{BS}, V_{DS} の小信号変化による電流

$$\begin{aligned}\Delta I_{DS} &\approx \left(\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} \Big|_{V_{BS}, V_{DS}} \right) \Delta V_{GS} + \left(\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{BS}} \Big|_{V_{GS}, V_{DS}} \right) \Delta V_{BS} + \left(\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} \Big|_{V_{GS}, V_{BS}} \right) \Delta V_{DS} \\ &= g_m \Delta V_{GS} + g_{mb} \Delta V_{BS} + g_{sd} \Delta V_{DS}\end{aligned}$$

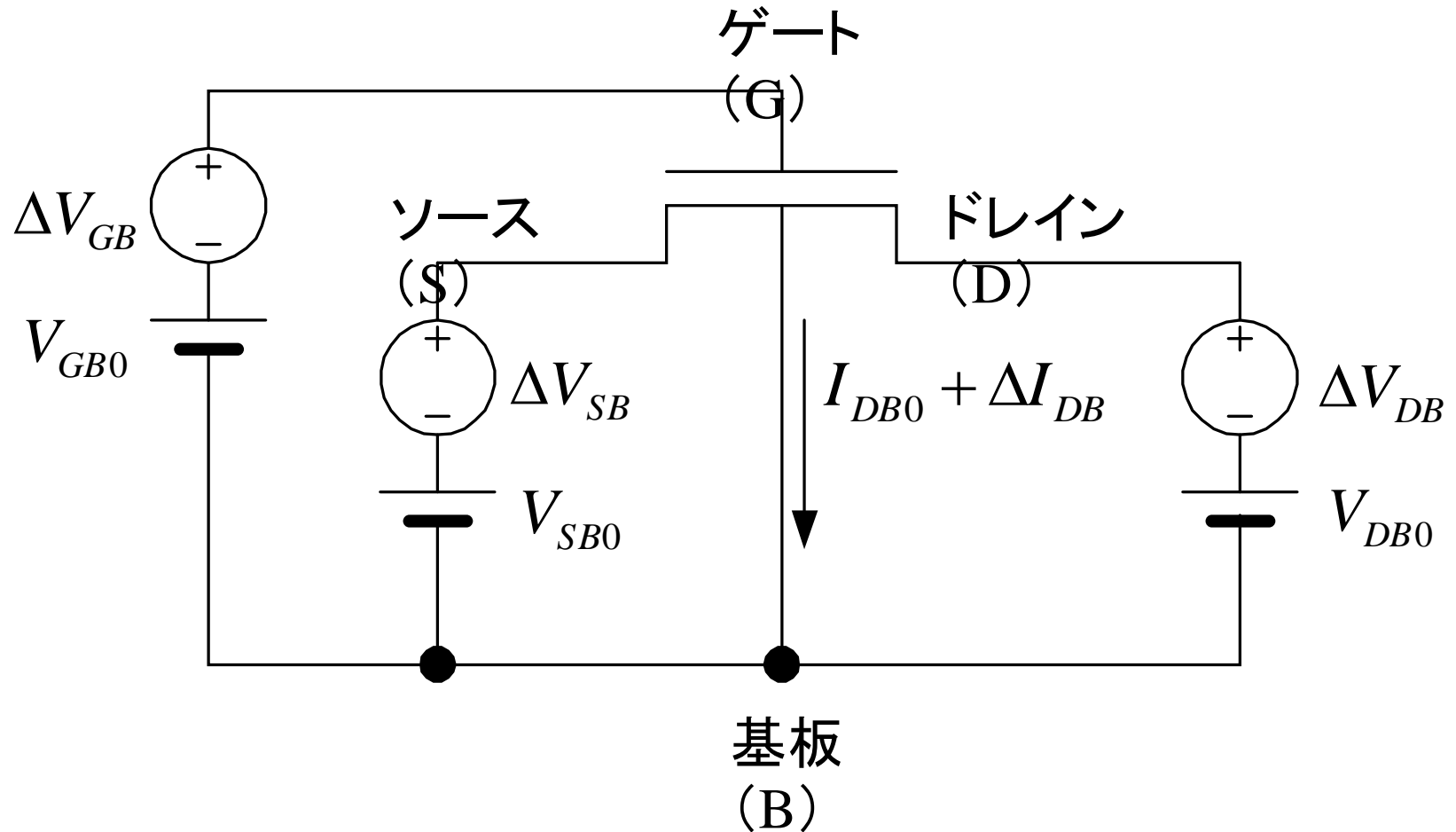


V_{SB} の小信号変化



$$\begin{aligned}
 g_{ss} &= \left. \frac{\partial I_S}{\partial V_{SB}} \right|_{V_{GB}, V_{DB}} = - \left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{SB}} \right|_{V_{GB}, V_{DB}} = - \left(\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} \frac{\partial V_{GS}}{\partial V_{SB}} + \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{BS}} \frac{\partial V_{BS}}{\partial V_{SB}} + \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} \frac{\partial V_{DS}}{\partial V_{SB}} \right) \bigg|_{V_{GB}, V_{DB}} \\
 &= - \left(g_m \frac{\partial V_{GS}}{\partial V_{SB}} + g_{mb} \frac{\partial V_{BS}}{\partial V_{SB}} + g_{sd} \frac{\partial V_{DS}}{\partial V_{SB}} \right) \bigg|_{V_{GB}, V_{DB}} \\
 &= g_m + g_{mb} + g_{sd}
 \end{aligned}$$

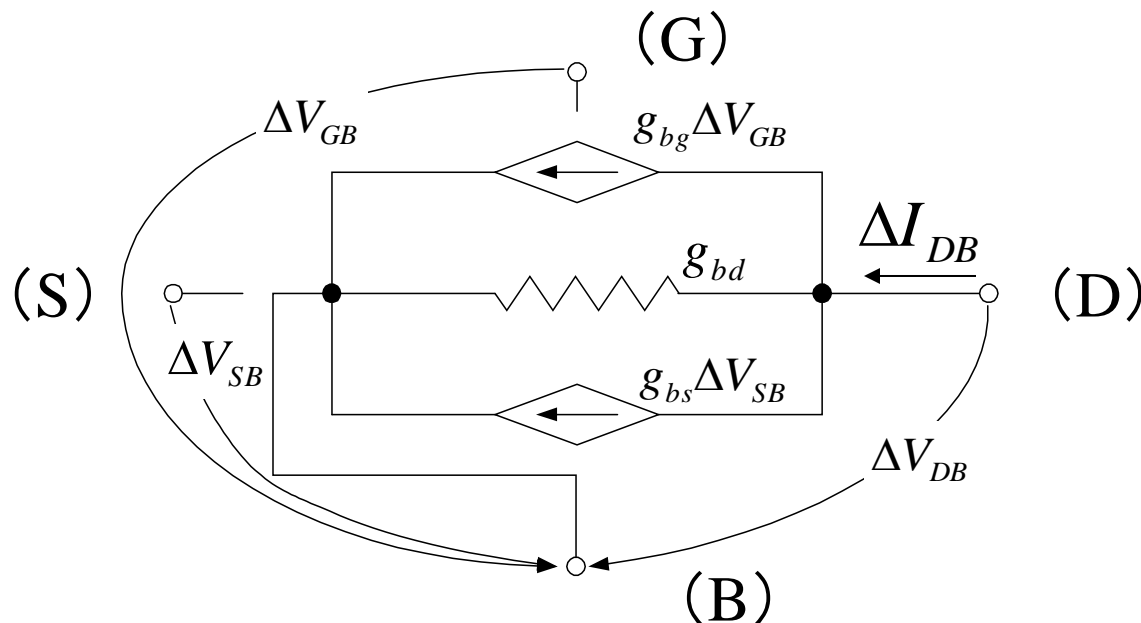
V_{GB} , V_{SB} , V_{DB} の小信号変化



小信号変化による電流： ΔI_{DB}

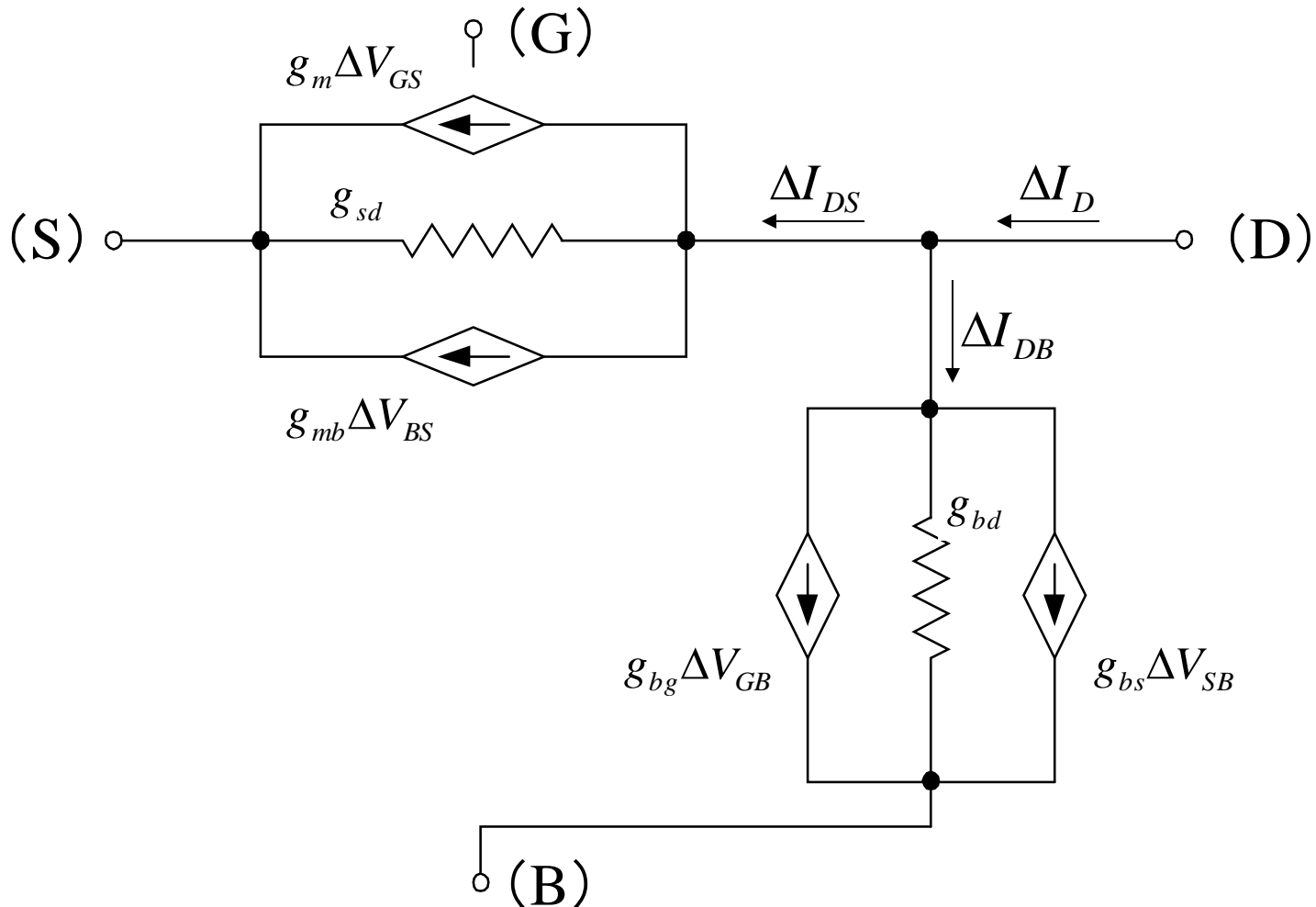
- V_{GB}, V_{SB}, V_{DB} の小信号変化による電流

$$\begin{aligned}\Delta I_{DB} &\approx \left(\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{GB}} \Big|_{V_{BS}, V_{DS}} \right) \Delta V_{GB} + \left(\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{SB}} \Big|_{V_{GS}, V_{DS}} \right) \Delta V_{SB} + \left(\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{DB}} \Big|_{V_{GS}, V_{BS}} \right) \Delta V_{DB} \\ &= g_{bg} \Delta V_{GB} + g_{bs} \Delta V_{SB} + g_{bd} \Delta V_{DB}\end{aligned}$$



低周波小信号等価回路

—チャンネル電流と基板電流—



ゲートと基板コンダクタンス (g_m, g_{mb})

- ゲート・トランス・コンダクタンス

$$g_m = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} V_{DS}, \quad \text{非飽和領域: } V_{DS} \leq V'_{DS} = \frac{V_{GS} - V_T}{\alpha}$$
$$= \frac{W}{L} \frac{\mu C'_{ox}}{\alpha} (V_{GS} - V_T), \quad \text{飽和領域: } V_{DS} \geq V'_{DS}$$

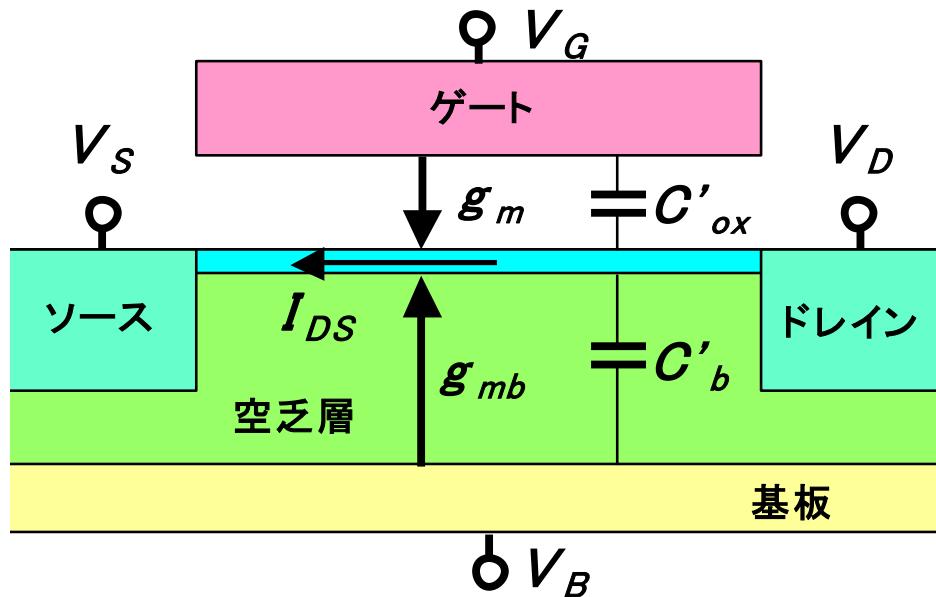
- 基板トランス・コンダクタンス

$$g_{mb} = \left(\frac{\gamma}{\sqrt{V_{DS} + V_{SB} + \phi_0} + \sqrt{V_{SB} + \phi_0}} \right) g_m, \quad V_{DS} \leq V'_{DS}$$
$$= \left(\frac{\gamma}{\sqrt{V'_{DS} + V_{SB} + \phi_0} + \sqrt{V_{SB} + \phi_0}} \right) g_m, \quad V_{DS} \geq V'_{DS}$$

飽和領域の g_m と g_{mb} の関係

- V_{DS} , V_{GS} が小さい場合 (V_{DS}' も小)

$$\frac{g_{mb}}{g_m} \approx \frac{\gamma}{2\sqrt{V_{SB} + \phi_0}} = \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1 \approx n - 1 = \frac{C'_b}{C'_{ox}}$$



$$\alpha_1 : \phi_0 \Rightarrow 2\phi_F + 6\phi_t$$

$$n : \phi_0 \Rightarrow 2\phi_F$$

ソース・ドレイン・コンダクタンス (g_{sd})

— 非飽和領域: $V_{DS} \leq V_{DS}'$ —

- 完全対称強反転モデルの場合

$$g_{sd} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left(V_{GS} - V_{DS} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma \sqrt{V_{DS} + V_{SB} + \phi_0} \right)$$

- 単純化されたソース参照強反転モデルの場合

$$g_{sd} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (V_{GS} - V_T - \alpha V_{DS})$$

$V_{DS}=0$ で上記 g_{sd} は等しくなる。

ソース・ドレイン・コンダクタンス (g_{sd})

—飽和領域: $V_{DS} > V_{DS}'$ —

- チャンネル長変調の場合 (2次元解析)

$$g_{sd} \approx I_{DS}' \frac{1}{L} \frac{\partial l_p}{\partial V_{DS}} = \frac{l_a}{L} \frac{I_{DS}'}{V_E + (V_{DS} - V_{DS}')}$$

$$l_p = l_a \ln \left[1 + \frac{V_{DS} - V_{DS}'}{V_E} \right], \quad l_a = \sqrt{\frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} t_{ox} d_j} \approx \sqrt{3 t_{ox} d_j}$$

- DIBLの場合

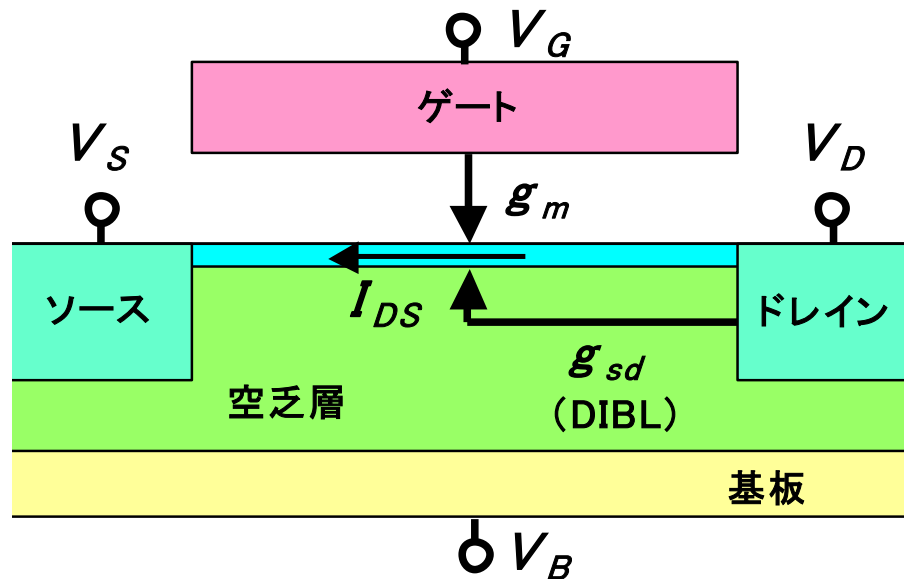
$$g_{sd} = \frac{W}{L} \frac{\mu C'_{ox}}{\alpha} \left[V_{GS} - \hat{V}_T(V_{DS}) \right] \left(-\frac{\partial \hat{V}_T}{\partial V_{DS}} \right) = g_m \left(-\frac{\partial \hat{V}_T}{\partial V_{DS}} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{V}_T = V_T + \Delta V_{TL}, \quad \Delta V_{TL} = -2\beta_1 \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} \frac{t_{ox}}{L} [(\phi_0 + V_{SB}) + \beta_2 V_{DS}] \\ \text{但し、} \beta_1 \approx 1, \quad \beta_2 \approx 0.25 \end{array} \right.$$

飽和領域の g_m と g_{sd} の関係

- DIBLの場合

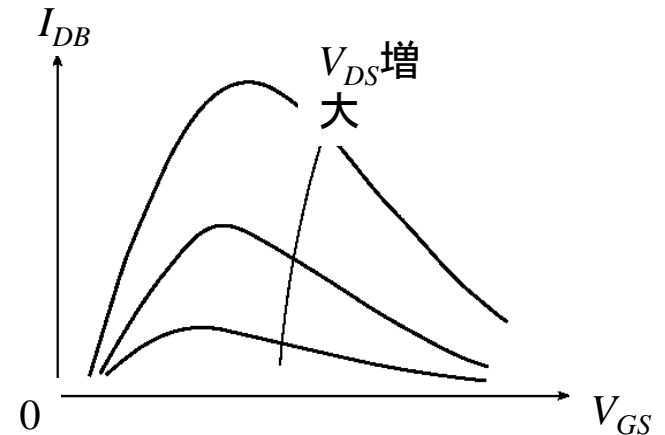
$$\frac{g_{sd}}{g_m} = -\frac{\partial \hat{V}_T}{\partial V_{DS}} \approx 0.5 \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} \frac{t_{ox}}{L}$$



基板～ドレインコンダクタンス

- g_{bg} : 通常動作 \Rightarrow 無視 (g_m よりかなり小)
- g_{bs} : 通常動作 \Rightarrow 無視
- g_{bd} :

$$g_{bd} = \left. \frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{DB}} \right|_{V_{GB}, V_{SB}} = \frac{I_{DB} V_i}{(V_{DS} - V'_{DS})^2}$$



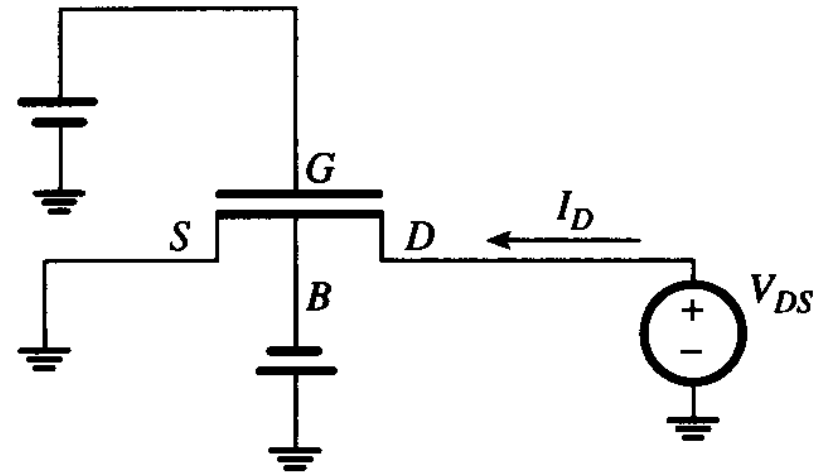
$$|I_{DB}| = |I_{DS}| K_i (V_{DS} - V'_{DS}) \exp\left(-\frac{V_i}{V_{DS} - V'_{DS}}\right)$$

$$K_i = 1 \sim 3, \quad V_i = 10 \sim 30$$

出力コンダクタンス

- 出力コンダクタンス g_o

$$g_o = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \right|_{V_{GS}, V_{SB}}$$
$$= g_{sd} + g_{bd}$$

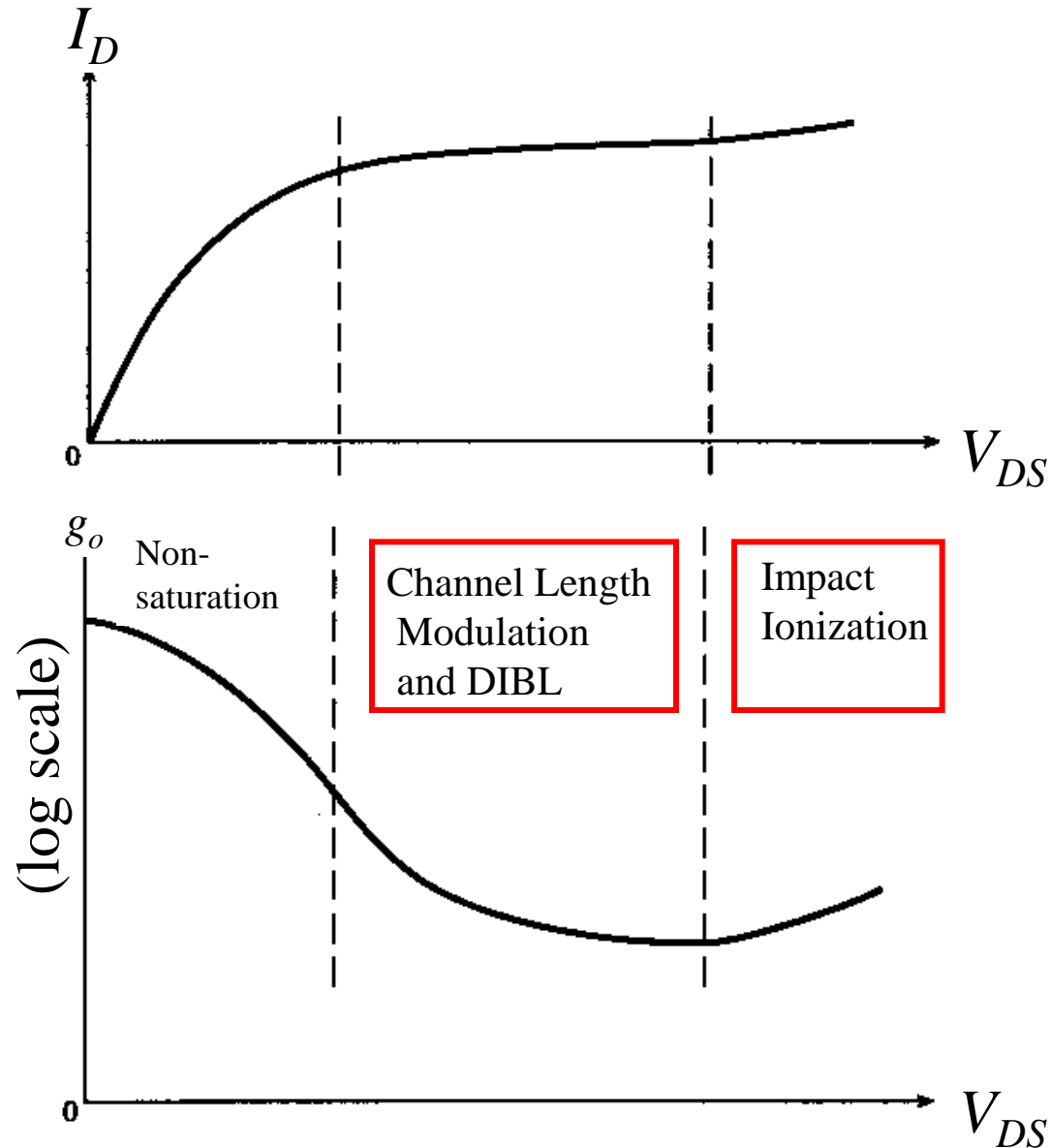


- 基板抵抗 R_{be} がある場合

$$g_o \approx g_{sd} + g_{mb} R_{be} g_{bd} + g_{bd}$$

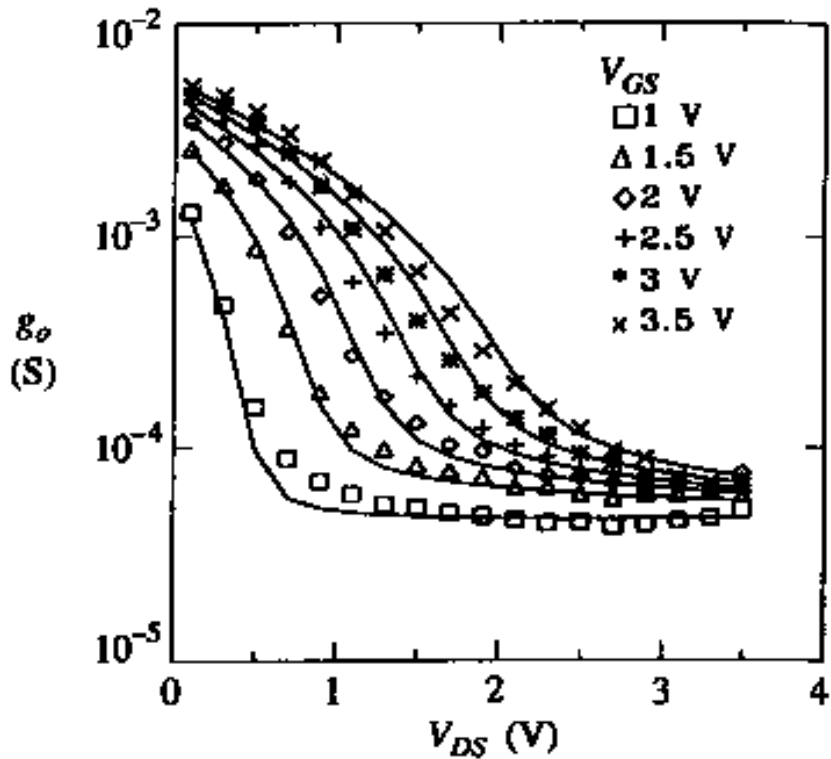
但し、 $R_{be} \ll 1/g_{sd}$

出力コンダクタンス g_o vs. V_{DS}

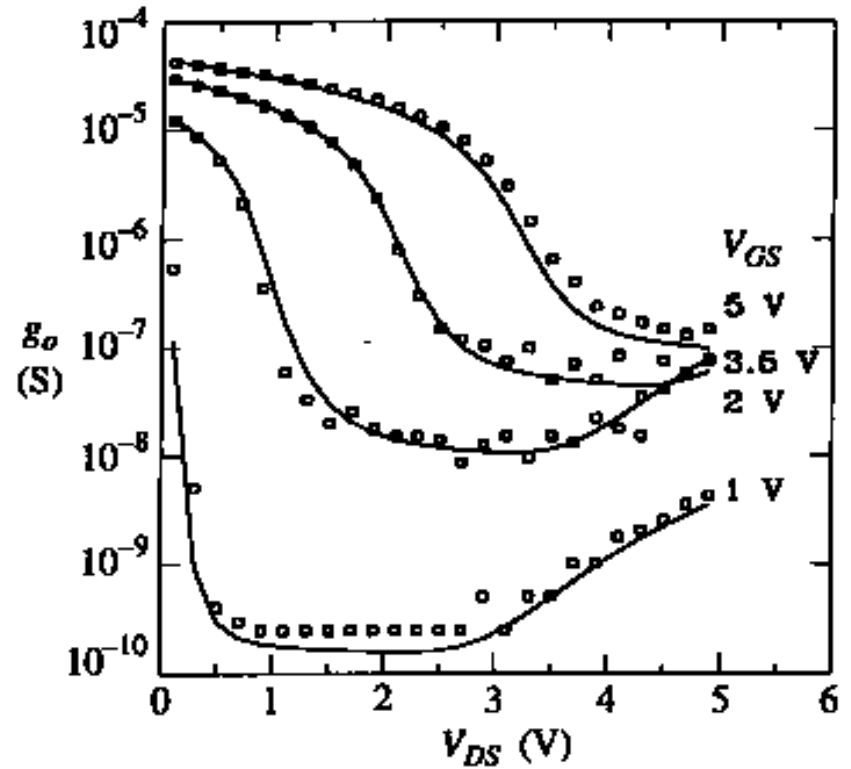


出力コンダクタンス

—短/長チャネルデバイスでの違い—



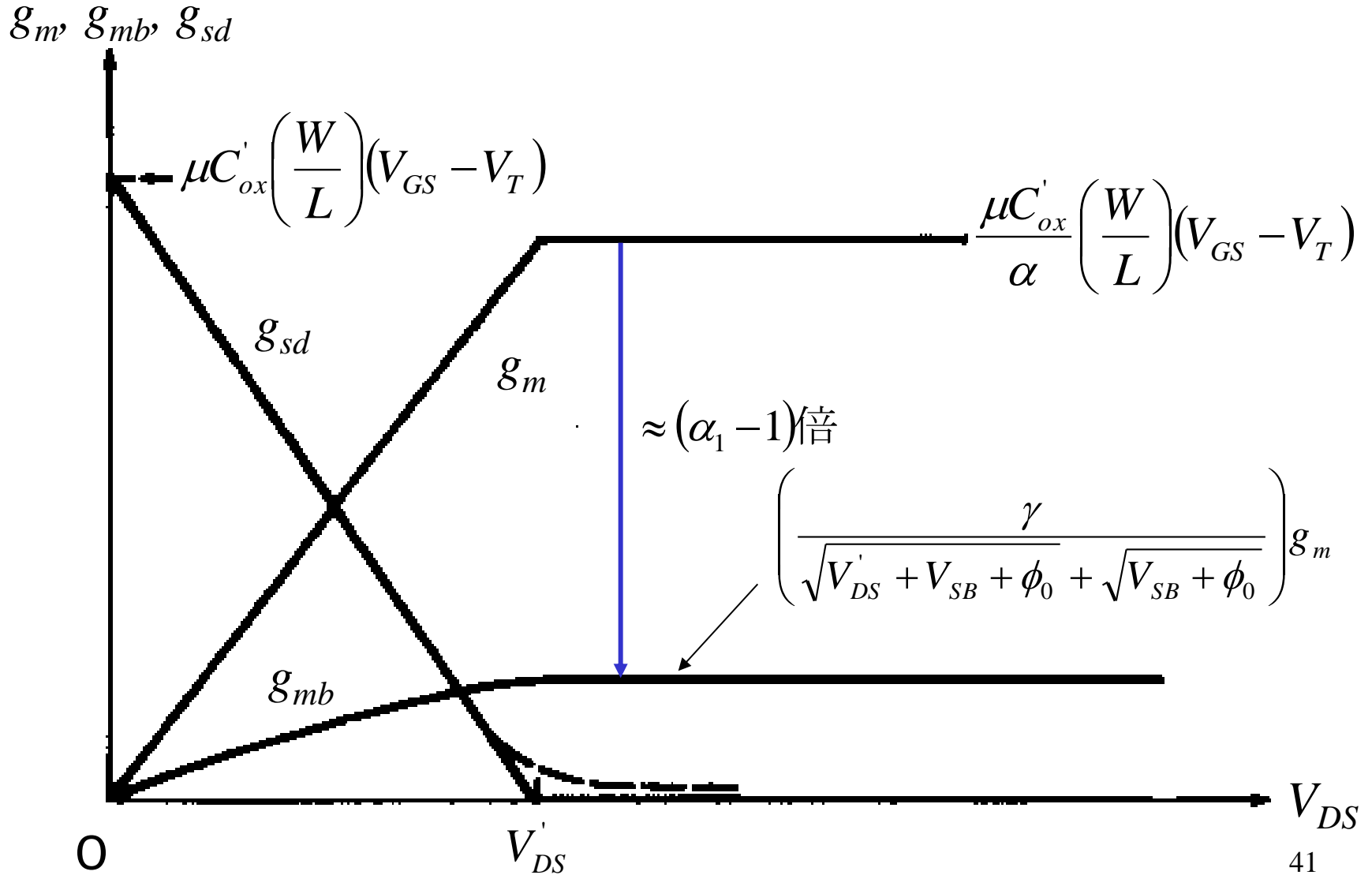
(a) short-channel device
($W=10\mu\text{m}$, $L=0.35\mu\text{m}$, $\text{tox}=100\text{\AA}$)



(b) long-channel device
($W=1.2\mu\text{m}$, $L=10\mu\text{m}$, $\text{tox}=150\text{\AA}$)

by R. M. D. A. velghe, D. B. M. Klaassen, and F. M. Klaassen

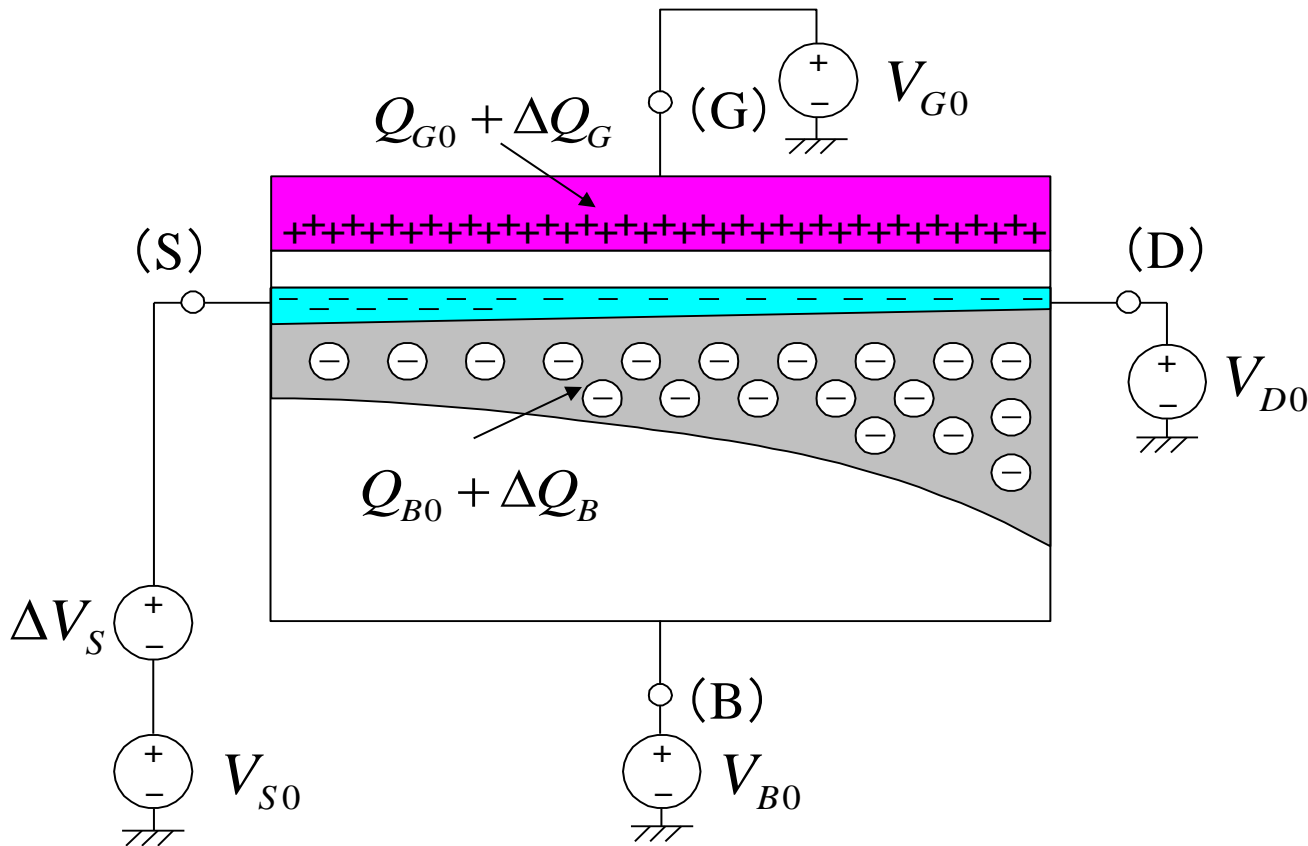
g_m, g_{mb}, g_{sd} VS. V_{DS}



MOSFETの小信号動作 —中間周波動作モデル—

小信号による容量モデル

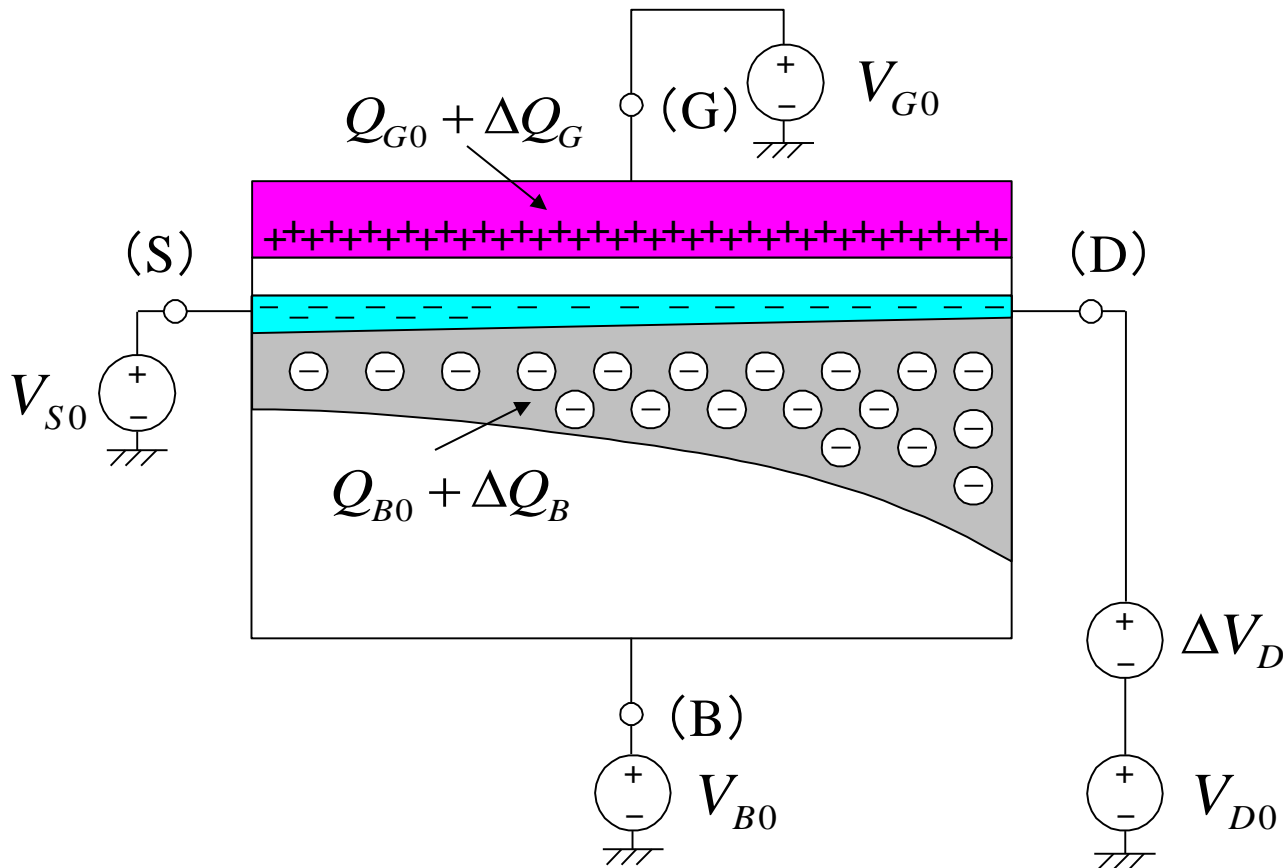
—ソース側: C_{gs} , C_{bs} —



$$C_{gs} = -\frac{\partial Q_G}{\partial V_S}$$
$$C_{bs} = -\frac{\partial Q_B}{\partial V_S}$$

小信号による容量モデル

ドレイン側: C_{gd} , C_{bd}

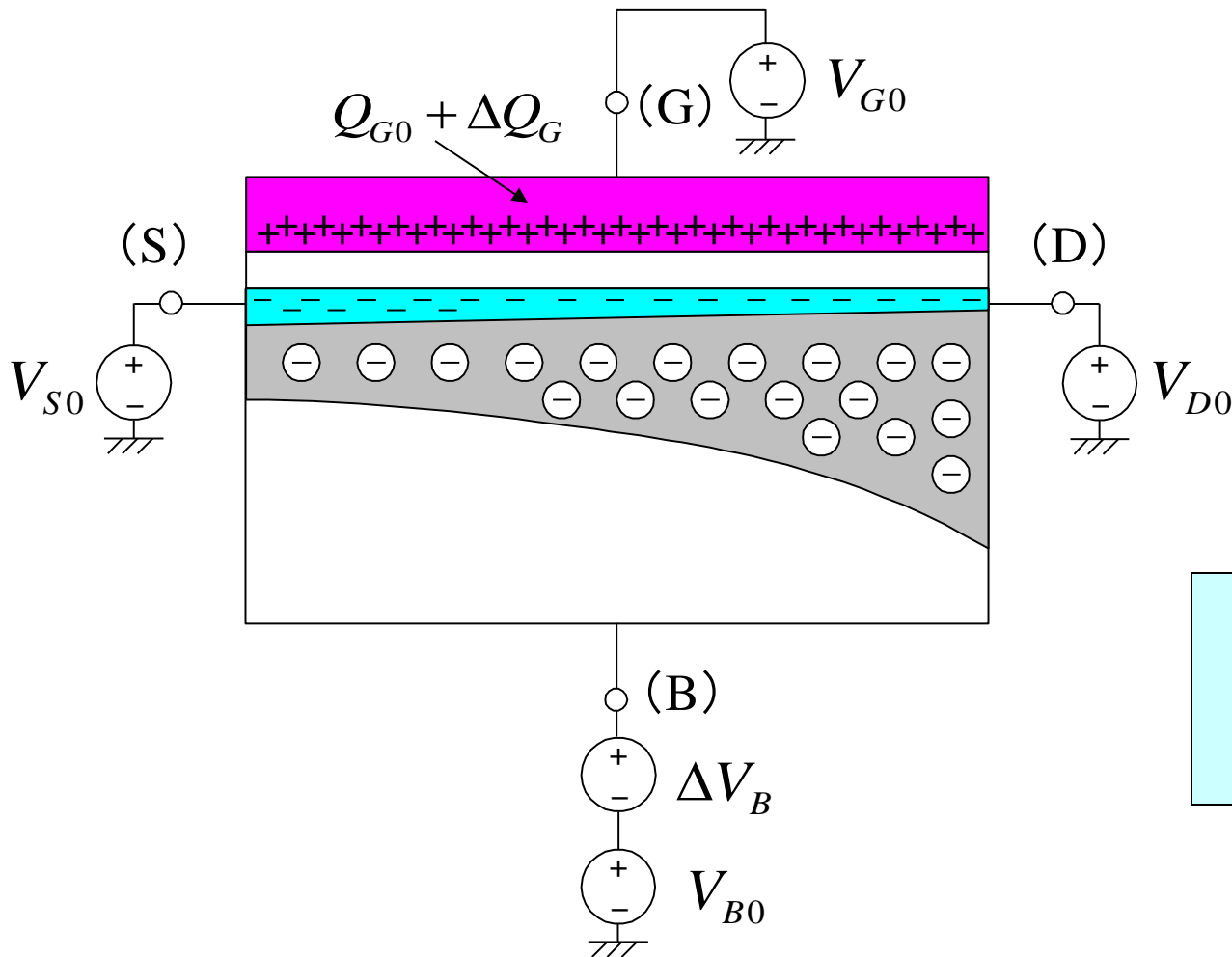


$$C_{gd} = -\frac{\partial Q_G}{\partial V_D}$$

$$C_{bd} = -\frac{\partial Q_B}{\partial V_D}$$

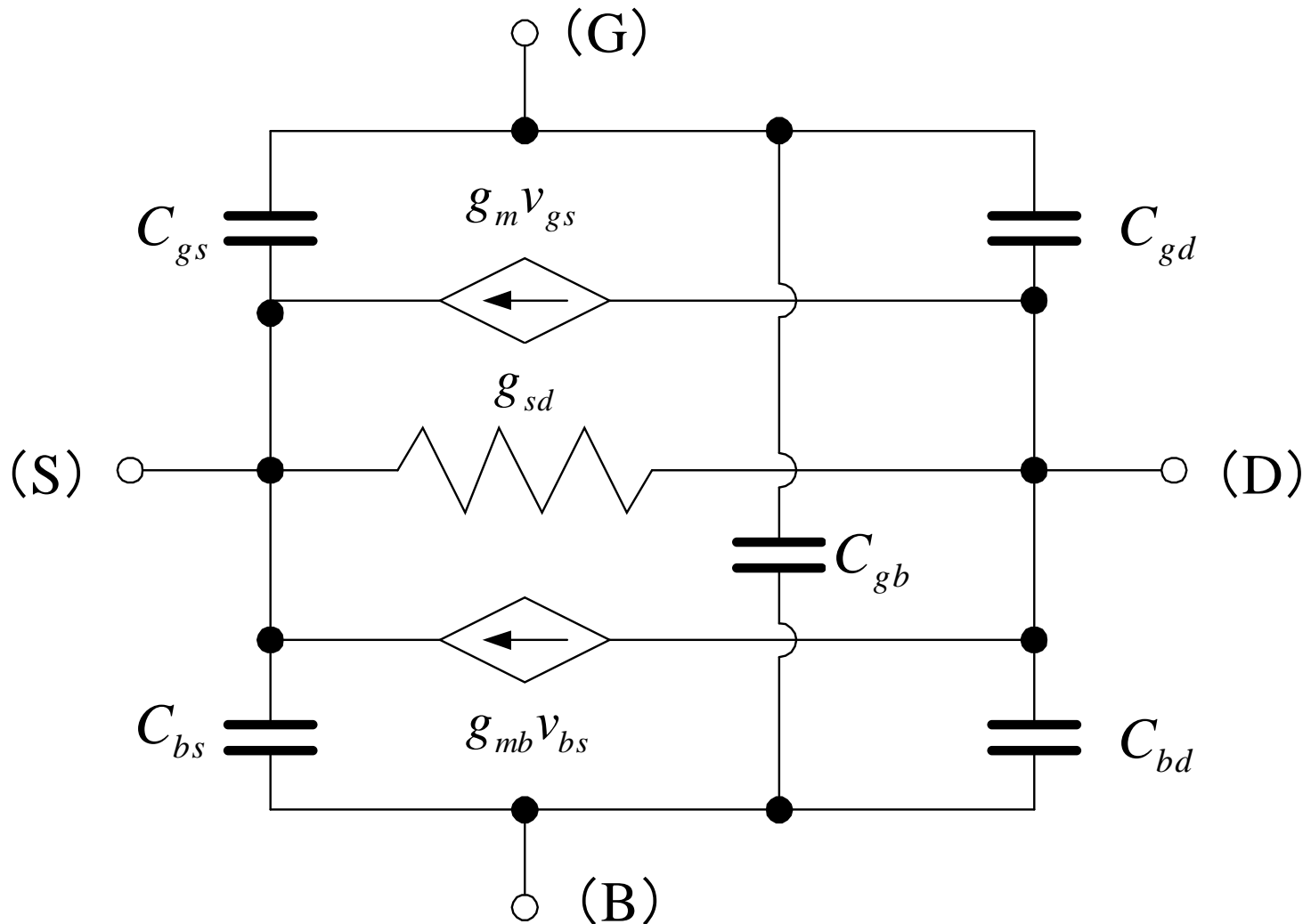
小信号による容量モデル

—基板側: C_{gb} —



$$C_{gb} = -\frac{\partial Q_G}{\partial V_B}$$

MOSTランジスタ小信号等価回路 —簡易版—



強反転に於ける各容量計算

- 強反転電流式：簡単化されたソース参照モデル
– Q_B と Q_G の表現

$$Q_B = -WLC'_{ox} \left[\gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\alpha - 1}{\alpha} (V_{GS} - V_T) \left(1 - \frac{2}{3} \frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta} \right) \right]$$

$$Q_G = WLC'_{ox} \left[\frac{V_{GS} - V_T}{\alpha} \left(\alpha - 1 + \frac{2}{3} \frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta} \right) + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \right] - Q_o$$

– 仮定1: $\alpha \Rightarrow \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}} = 1 + \frac{dV_T}{dV_{SB}}$

- 仮定2: α_1 の V_S と V_B の微分は無視 (α_1 : 定数)
 $\Rightarrow V_{SB}$ が大きく、 V_{DS} が小さい場合成立

強反転領域での容量

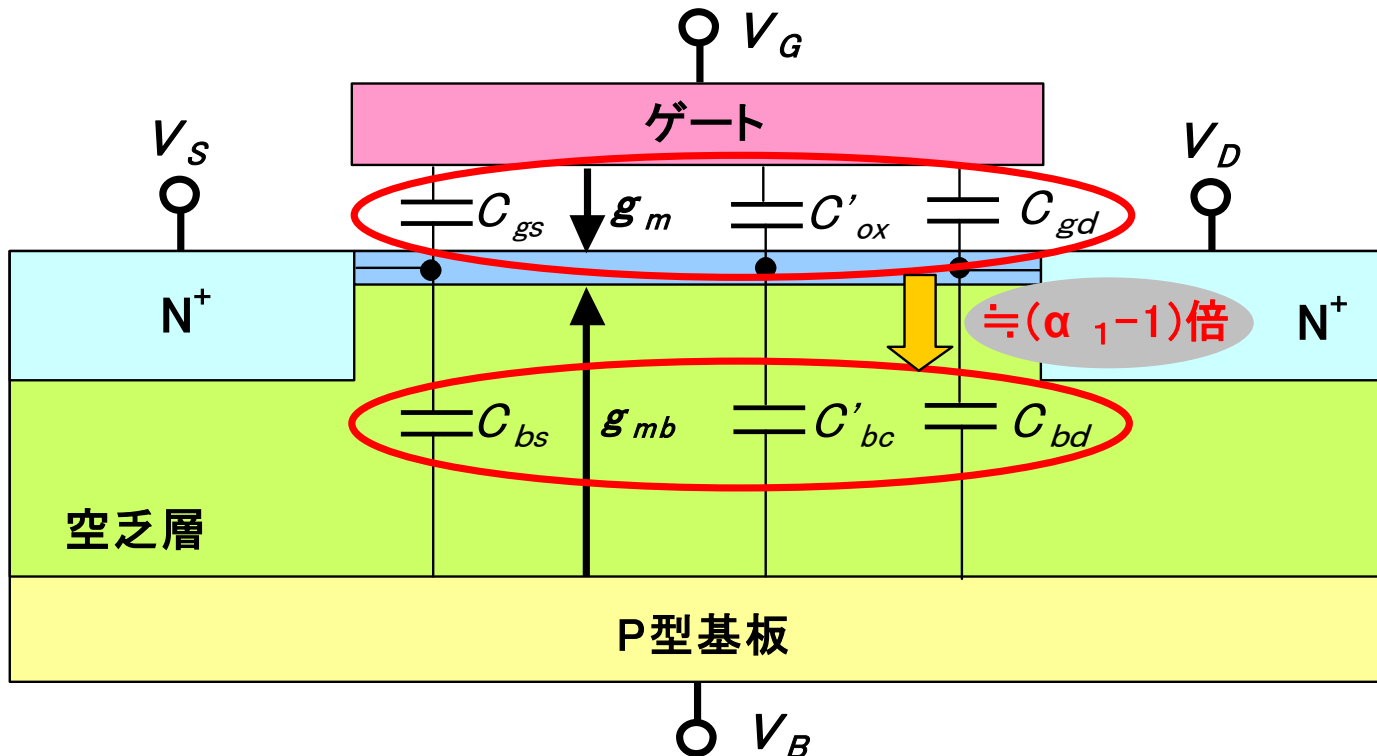
$$\begin{aligned}
 C_{gs} &= -\left. \frac{\partial Q_G}{\partial V_S} \right|_{V_G, V_D, V_B} = C_{ox} \frac{2(1+2\eta)}{3(1+\eta)^2} \\
 C_{bs} &= -\left. \frac{\partial Q_B}{\partial V_S} \right|_{V_G, V_D, V_B} = (\alpha_1 - 1) C_{ox} \frac{2(1+2\eta)}{3(1+\eta)^2} = (\alpha_1 - 1) C_{gs} \\
 C_{gd} &= -\left. \frac{\partial Q_G}{\partial V_D} \right|_{V_G, V_S, V_B} = C_{ox} \frac{2(\eta^2 + 2\eta)}{3(1+\eta)^2} \\
 C_{bd} &= -\left. \frac{\partial Q_B}{\partial V_D} \right|_{V_G, V_S, V_B} = (\alpha_1 - 1) C_{ox} \frac{2(\eta^2 + 2\eta)}{3(1+\eta)^2} = (\alpha_1 - 1) C_{gd} \\
 C_{gb} &= -\left. \frac{\partial Q_G}{\partial V_B} \right|_{V_G, V_S, V_D} = \frac{\alpha_1 - 1}{3\alpha_1} C_{ox} \left(\frac{1-\eta}{1+\eta} \right)^2
 \end{aligned}$$

} ソース側容量
} ドレイン側容量
 ゲート～基板間容量

強反転領域での各容量の関係

- V_{DS} または V_{GS} が小さい場合

$$\frac{C_{bs}}{C_{gs}} \approx \frac{C_{bd}}{C_{gd}} \approx \frac{C'_{bc}(V_{SB})}{C'_{ox}} \approx \frac{g_{mb}}{g_m} \approx \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1 \approx n - 1$$



非飽和及び飽和領域での各容量

- 非飽和領域での容量: $\eta = 1, V_{DS} = 0$

$$C_{gs} = C_{gd} = \frac{C_{ox}}{2} \quad \text{ゲート側容量}$$

$$C_{bs} = C_{bd} = (\alpha_1 - 1) \frac{C_{ox}}{2} = \frac{1}{2} C'_{bc}(V_{SB})WL \quad \text{基板側容量}$$

$$C_{gb} = 0 \quad \text{（反転層のシールドによる）} \quad \text{ゲート～基板間容量}$$

- 飽和領域での容量: $\eta = 0, V_{DS} > V'_{DS}$

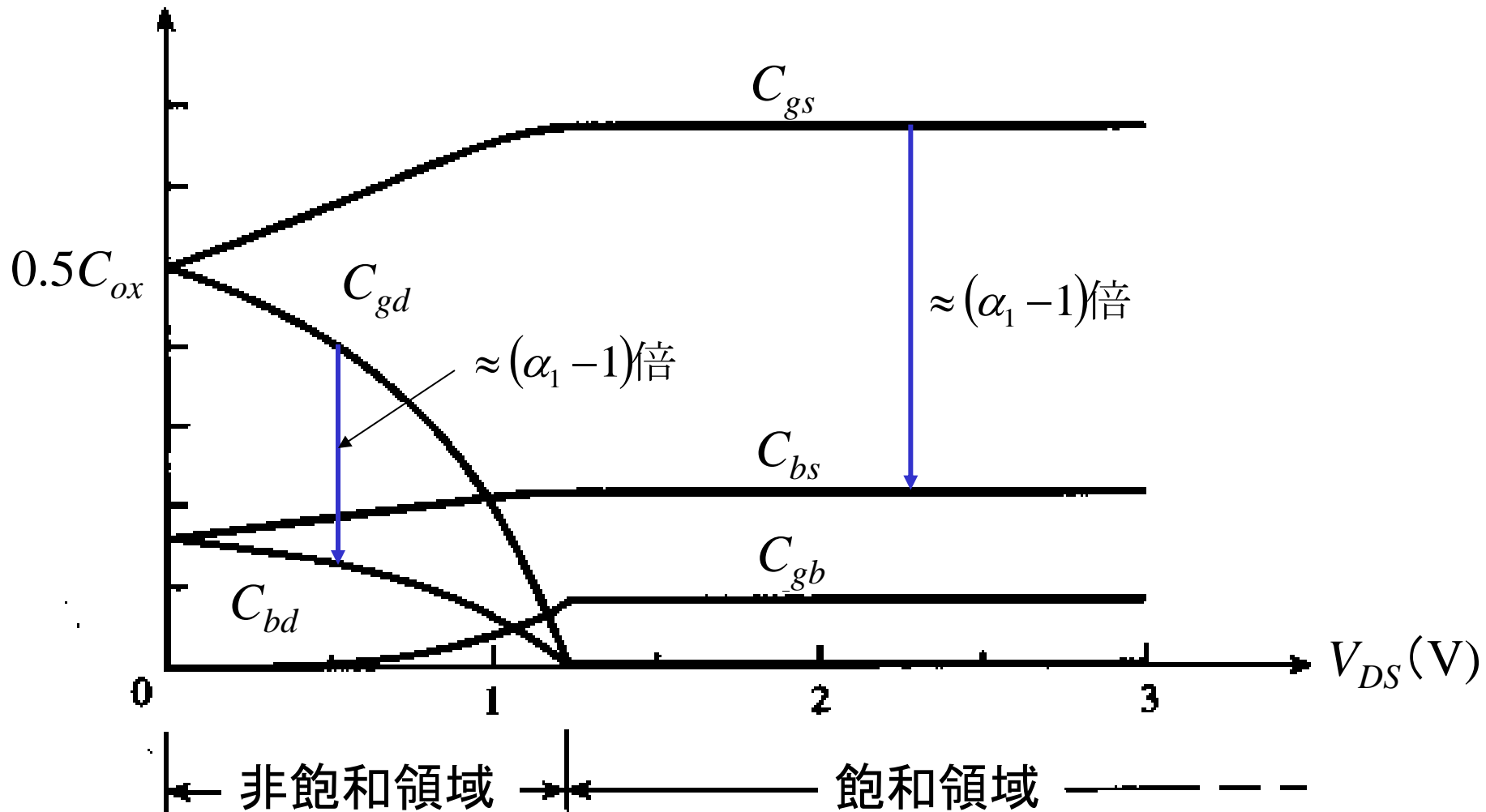
$$C_{gs} = \frac{2}{3} C_{ox} \quad \text{ソース側容量}$$

$$C_{bs} = \frac{2}{3} (\alpha_1 - 1) C_{ox}$$

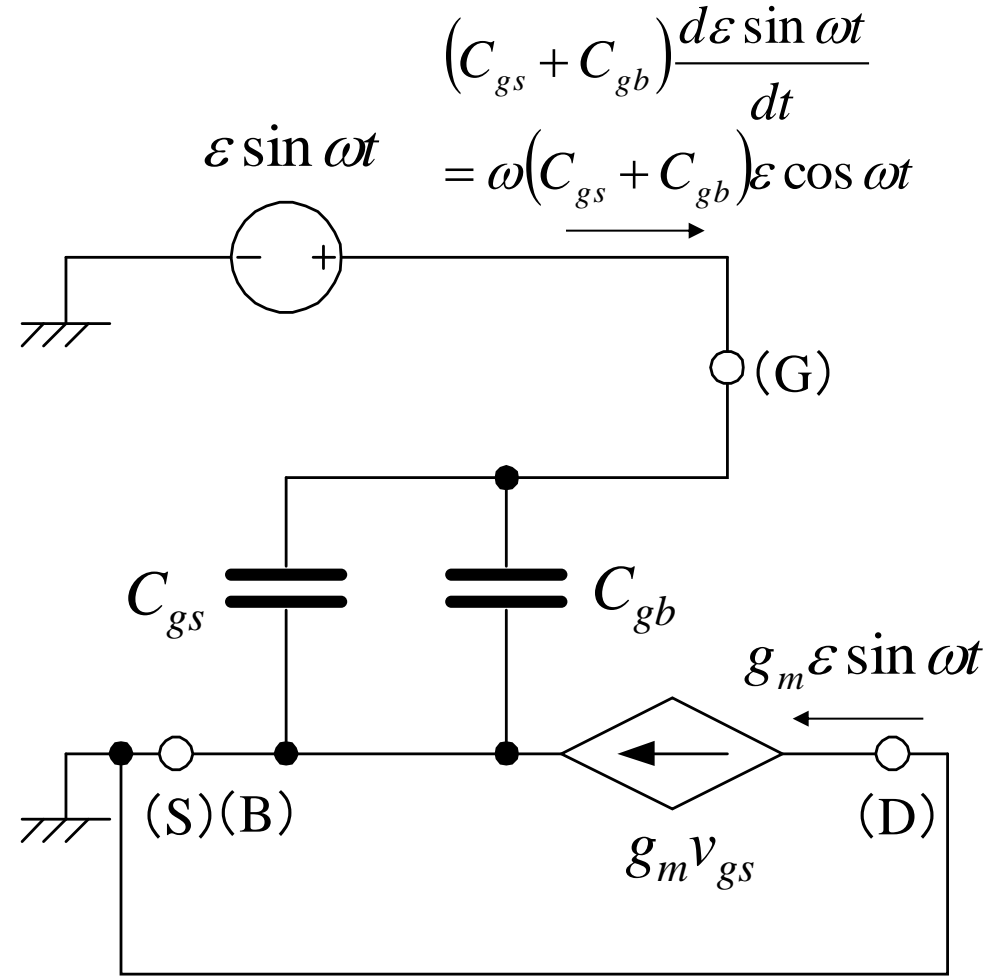
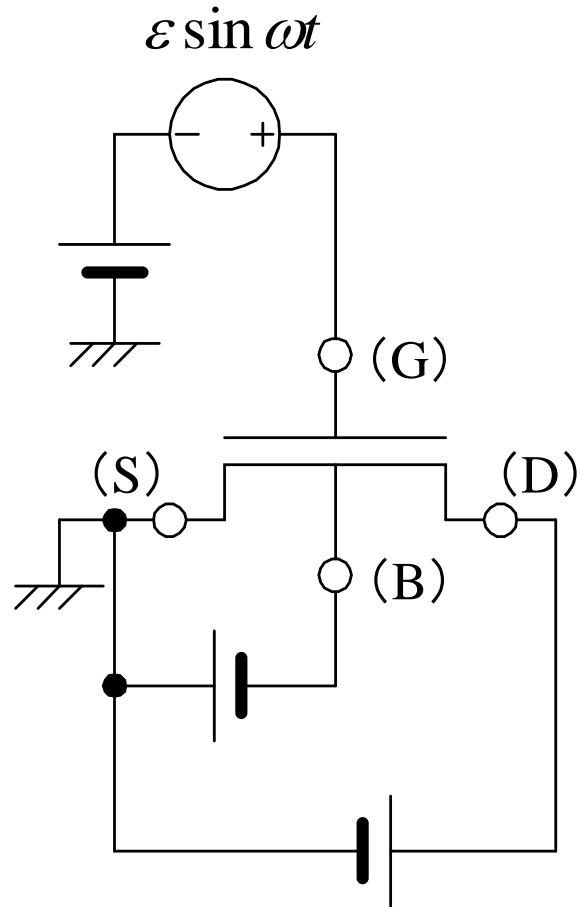
$$C_{gd} = C_{bd} = 0 \quad \text{ドレイン側容量}$$

$$C_{gb} = \frac{\alpha_1 - 1}{3\alpha_1} C_{ox} \quad \text{ゲート～基板間容量}$$

小信号容量 vs. V_{DS} ($V_{SB}=0$)



ゲートへの小信号印加等価回路



飽和領域で動作

真性トランジション周波数

- 短絡回路電流利得

– |小信号ドレイン電流|/|小信号ゲート電流|

$$a_i = \frac{g_m}{\omega(C_{gs} + C_{gb})}$$

- 真性トランジション周波数 (カットオフ周波数) : $a_i = 1$

$$\begin{aligned}\omega_{Ti} &= \frac{g_m}{C_{gs} + C_{gb}} \\ &\approx \frac{g_m}{C_{gs}} = \frac{3}{2} \frac{\mu(V_{GS} - V_T)}{\alpha L^2} = \frac{3}{2} \omega_0\end{aligned}$$

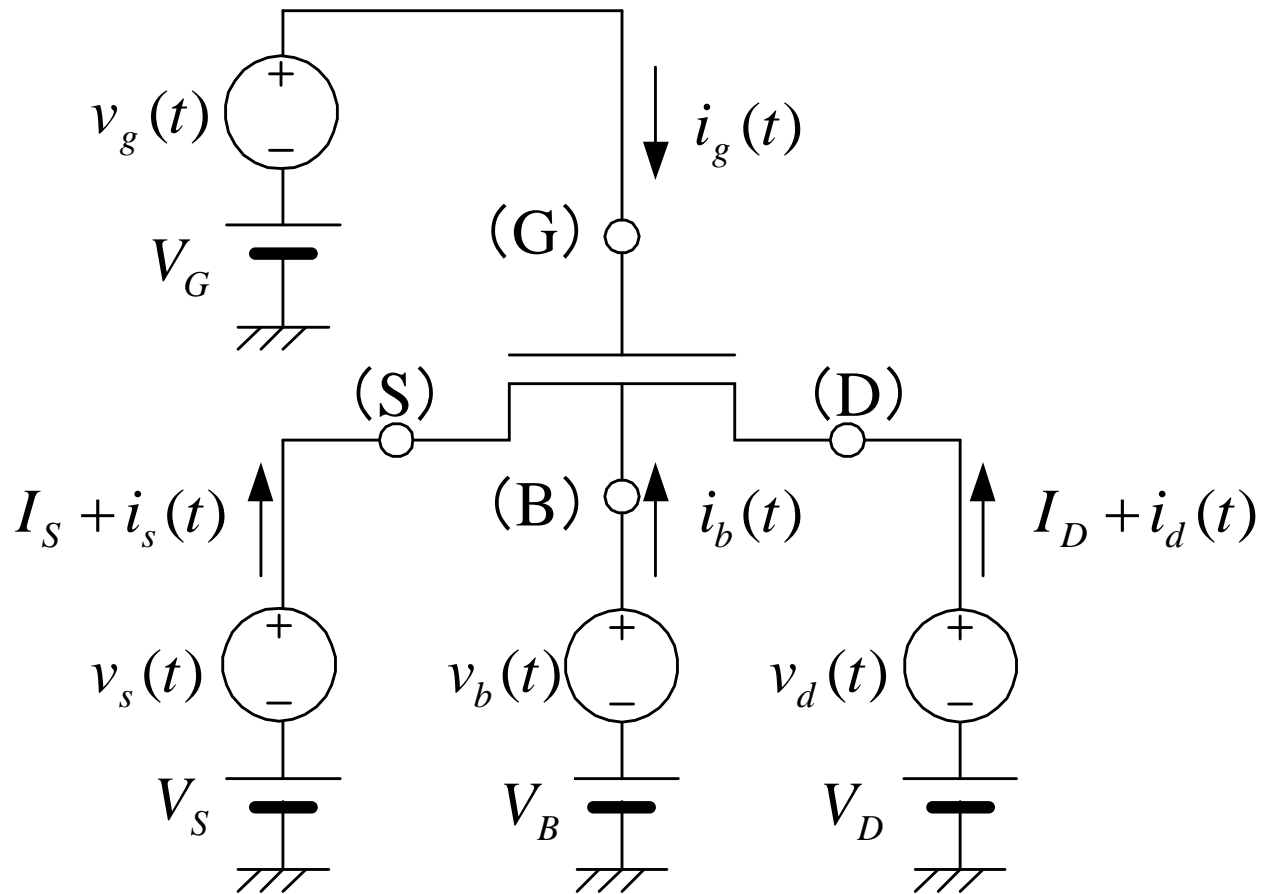
飽和領域 (強反転) : 速度飽和のない場合

MOSFETの小信号動作

—高周波動作モデル—

印加電圧の定義

—バイアス (DC) と小信号の電圧/電流成分—



小信号チャージング電流

- 小信号チャージング電流の表現

$$i_{da}(t) = +C_{dd} \frac{dv_d}{dt} - C_{dg} \frac{dv_g}{dt} - C_{db} \frac{dv_b}{dt} - C_{ds} \frac{dv_s}{dt}$$

$$i_g(t) = -C_{gd} \frac{dv_d}{dt} + C_{gg} \frac{dv_g}{dt} - C_{gb} \frac{dv_b}{dt} - C_{gs} \frac{dv_s}{dt}$$

$$i_b(t) = -C_{bd} \frac{dv_d}{dt} - C_{bg} \frac{dv_g}{dt} + C_{bb} \frac{dv_b}{dt} - C_{bs} \frac{dv_s}{dt}$$

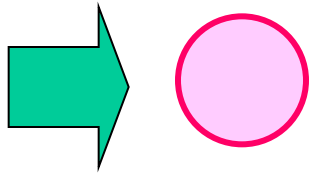
$$i_{sa}(t) = -C_{sd} \frac{dv_d}{dt} - C_{sg} \frac{dv_g}{dt} - C_{sb} \frac{dv_b}{dt} + C_{ss} \frac{dv_s}{dt}$$

– 但し、

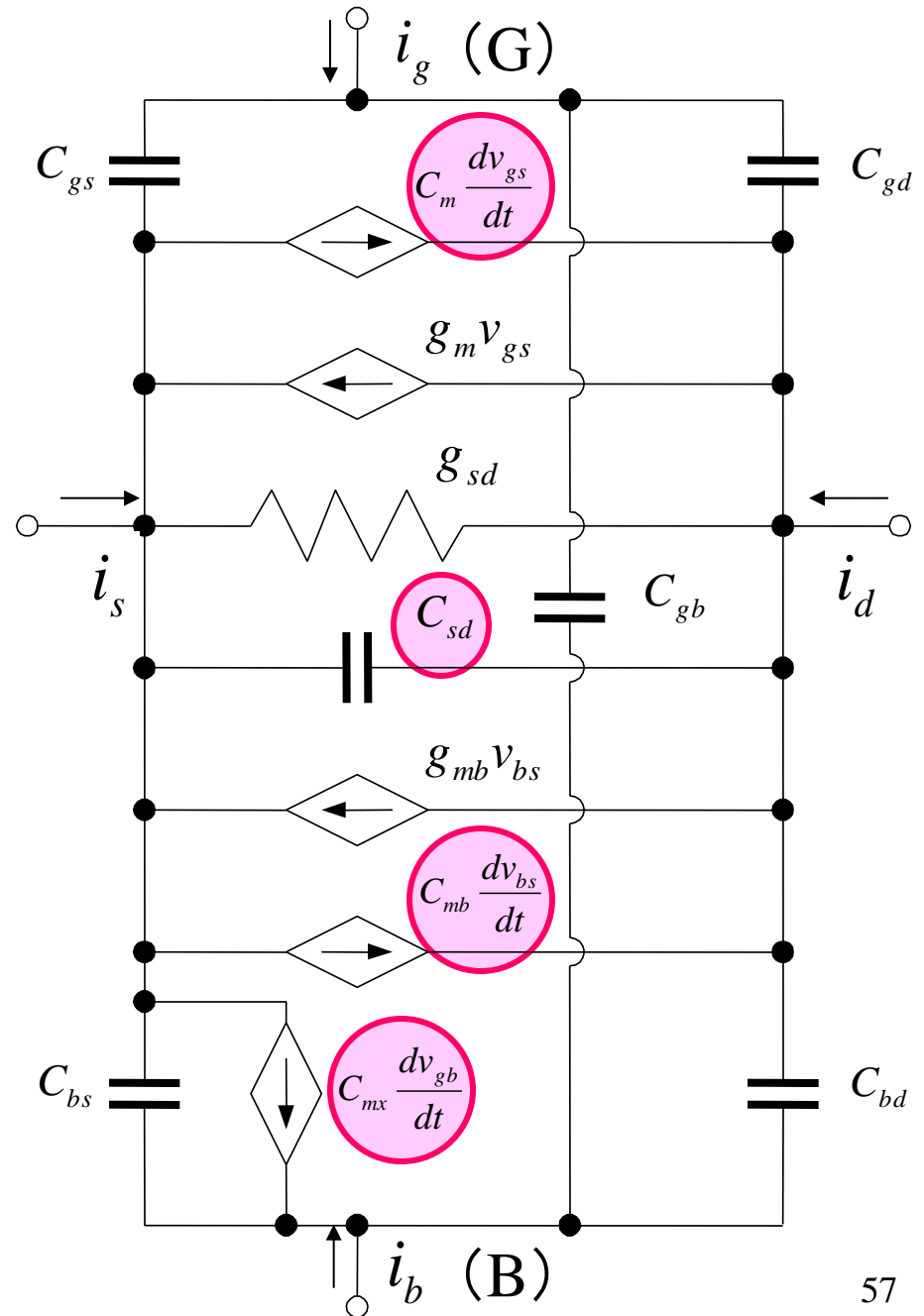
$$C_{kk} = + \left. \frac{\partial q_K}{\partial v_K} \right|_o, \quad C_{kl} = - \left. \frac{\partial q_K}{\partial v_l} \right|_o \quad l \neq k, \quad \text{一般に、} C_{kl} \neq C_{lk}$$

完全QS小信号 等価回路

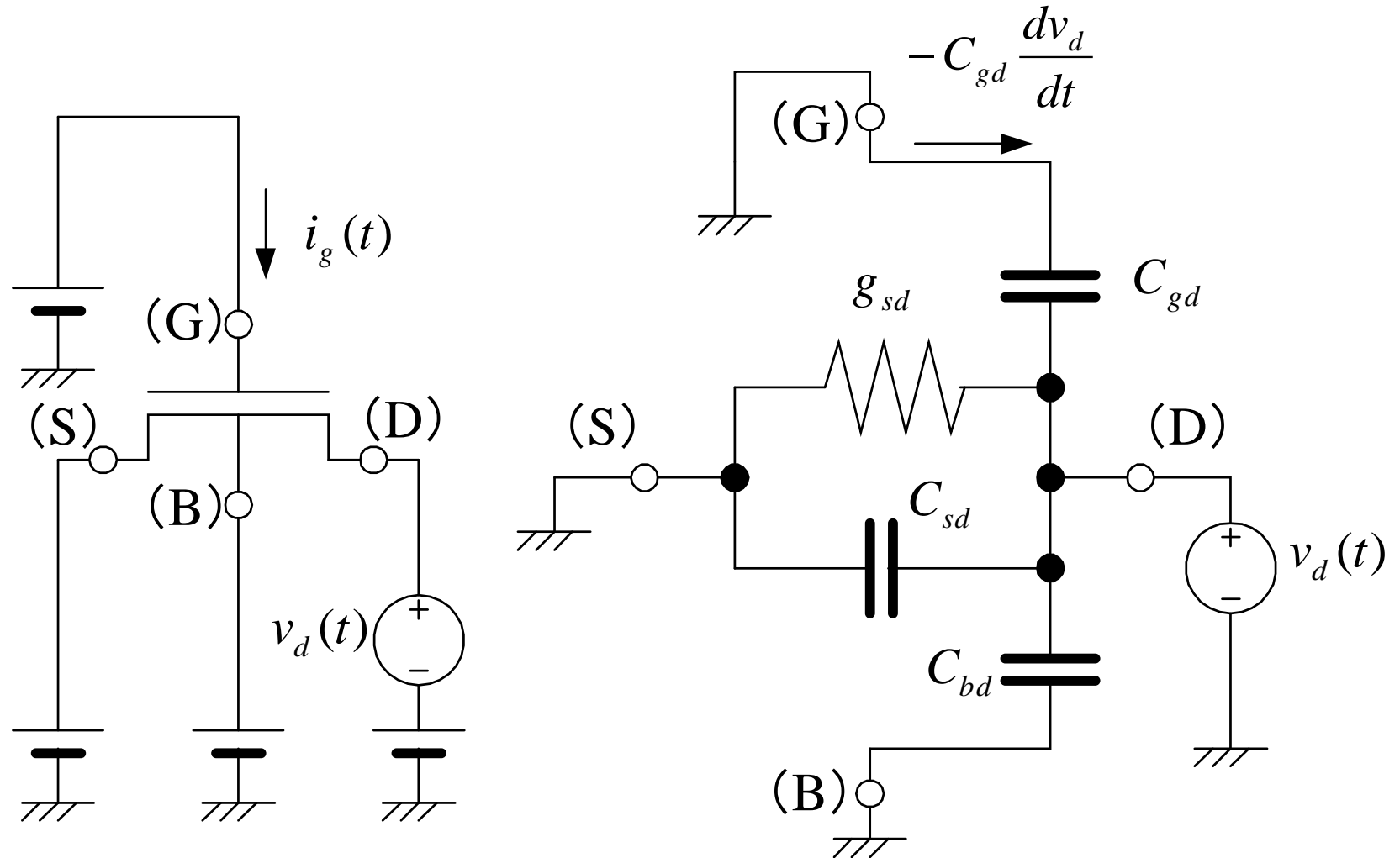
- 簡易版から追加



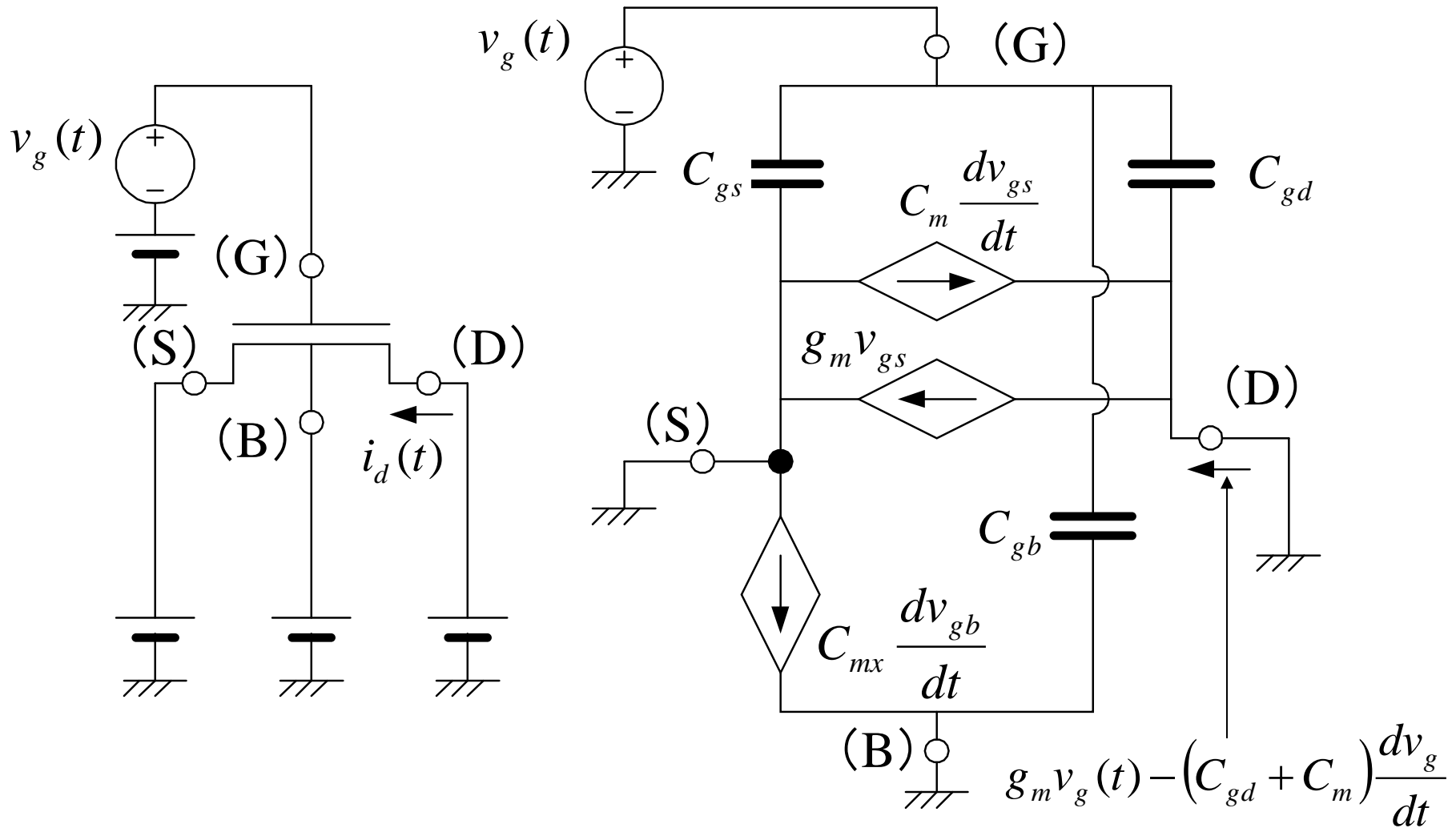
$$\left\{ \begin{array}{l} C_m = C_{dg} - C_{gd} \\ C_{mb} = C_{db} - C_{bd} \\ C_{mx} = C_{bg} - C_{gb} \end{array} \right.$$



ドレインへの小信号印加等価回路



ゲートへの小信号印加等価回路



非飽和領域での各容量

$V_{DS} = 0 (\eta = 1)$ での容量

$$C_{gg} = C_{ox} = C'_{ox} WL$$

$$C_{dg} = C_{gd} = C_{gs} = C_{sg} = \frac{C_{gg}}{2}$$

$$C_{bb} = (\alpha_1 - 1)C_{gg} = C'_{bc} (V_{SB}) WL$$

$$C_{db} = C_{bd} = C_{bs} = C_{sb} = \frac{C_{bb}}{2}$$

$$C_{gb} = C_{bg} = 0$$

$$C_{dd} = C_{ss} = \alpha_1 \frac{C_{ox}}{3}$$

$$C_{ds} = C_{sd} = -\alpha_1 \frac{C_{ox}}{6}$$

$$C_m = C_{mb} = C_{mx} = 0$$

ゲート側容量

基板側容量

ゲート～基板間容量

ドレイン/ソース容量

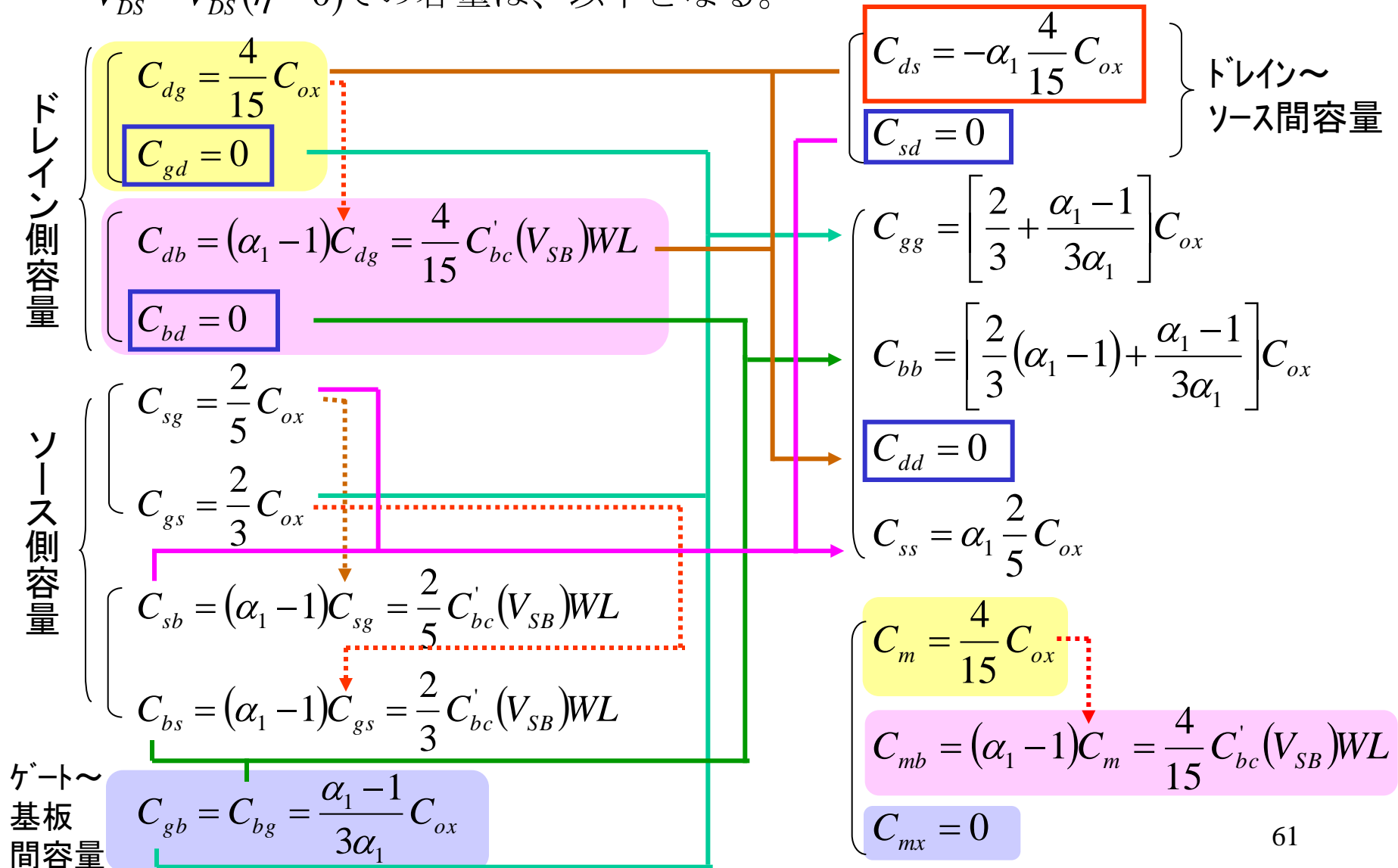
ドレイン～ソース間容量

$V_{DS} = 0$ の場合、 $C_{kl} = C_{lk}$

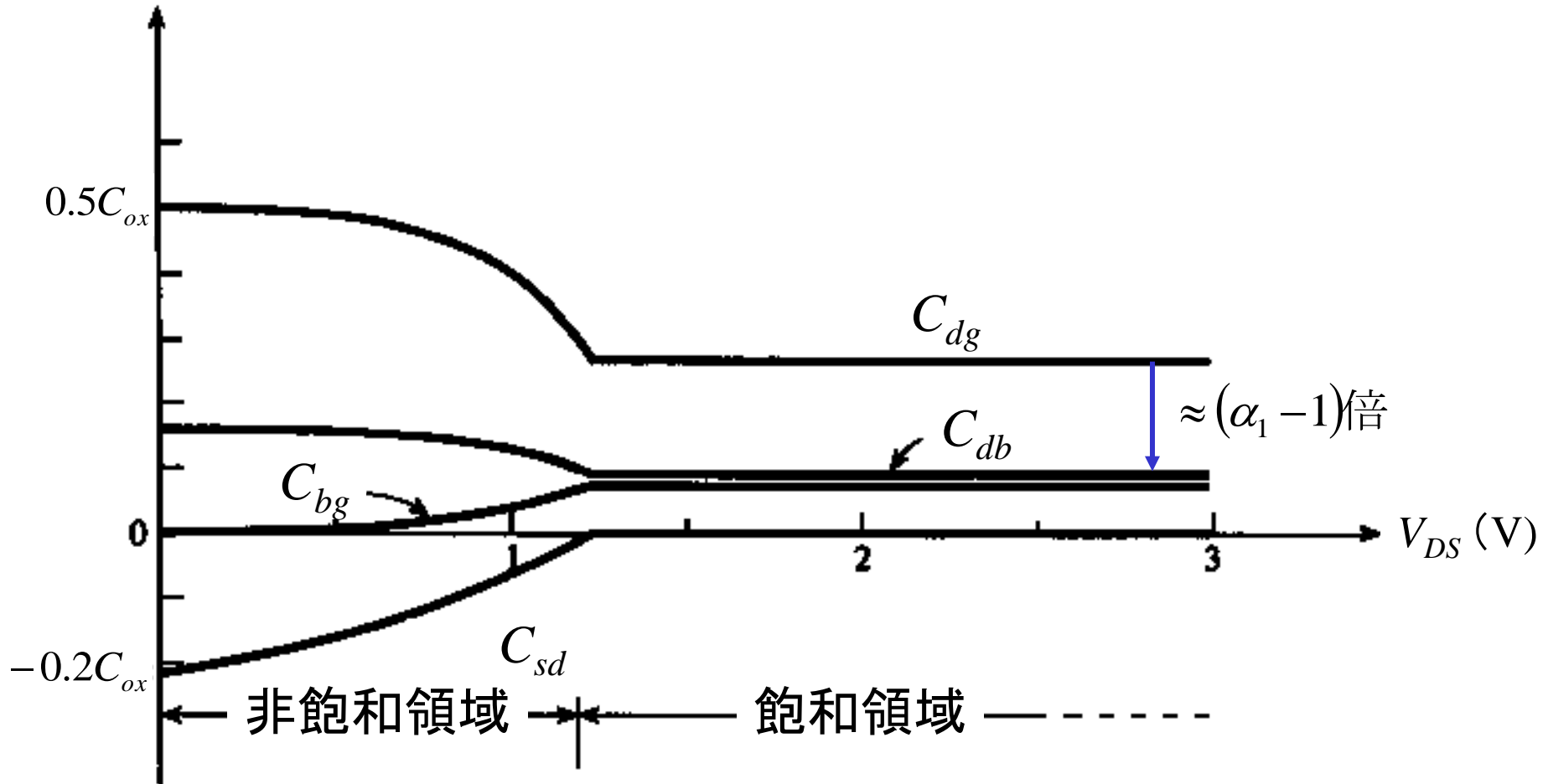
一般に、 $V_{DS} \neq 0$ の場合、 $C_{kl} \neq C_{lk}$

飽和領域での各容量

$V_{DS} = V_{DS}' (\eta = 0)$ での容量は、以下となる。

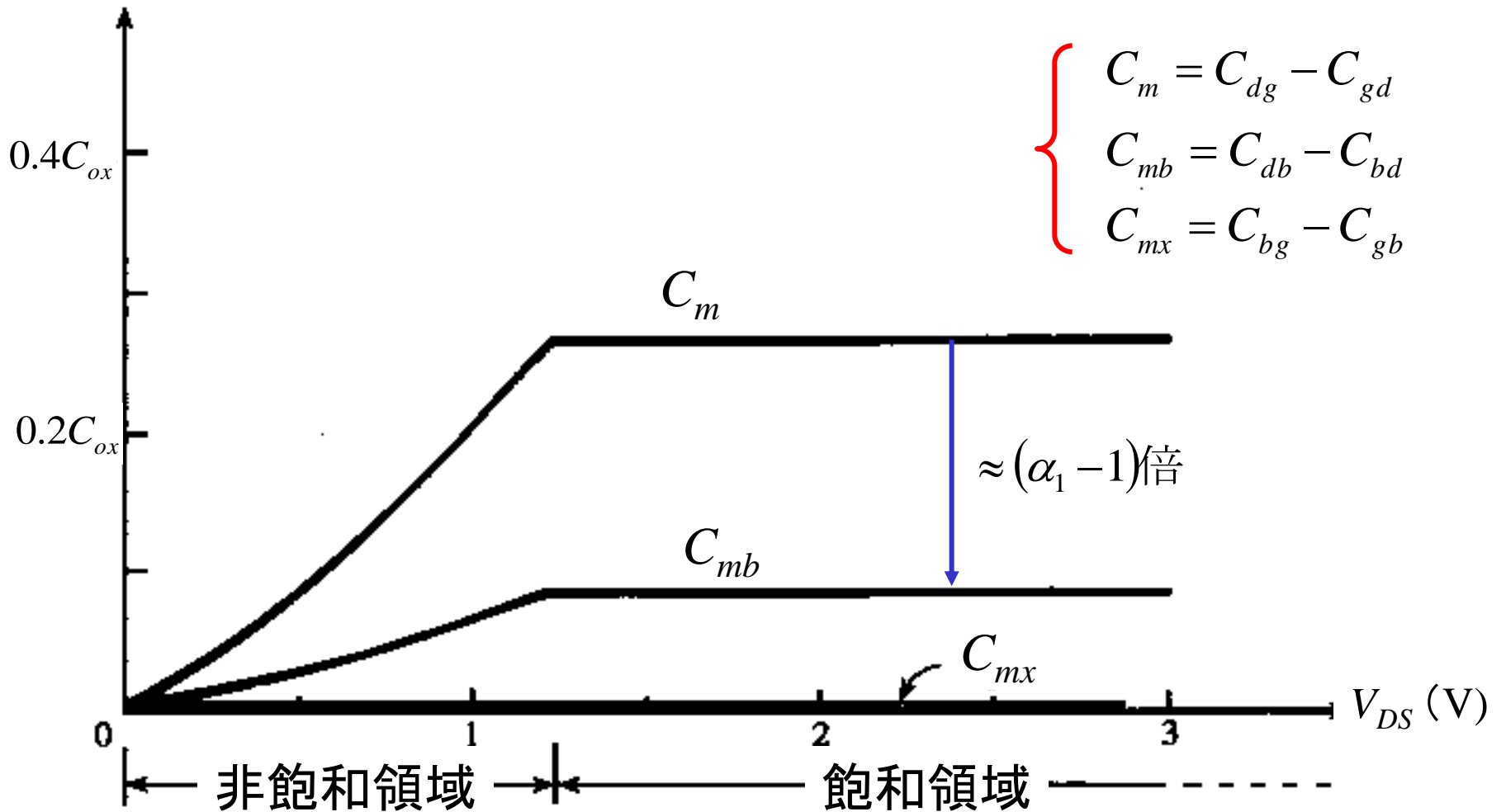


$C_{dg}, C_{db}, C_{bg}, C_{sd}$ vs. V_{DS} ($V_{SB} = 0$)



$V_{T0} = 0.5$ V, $\gamma = 0.6$ V^{0.5}, $\phi_0 = 0.9$ V, with $V_{GS} = 2$ V

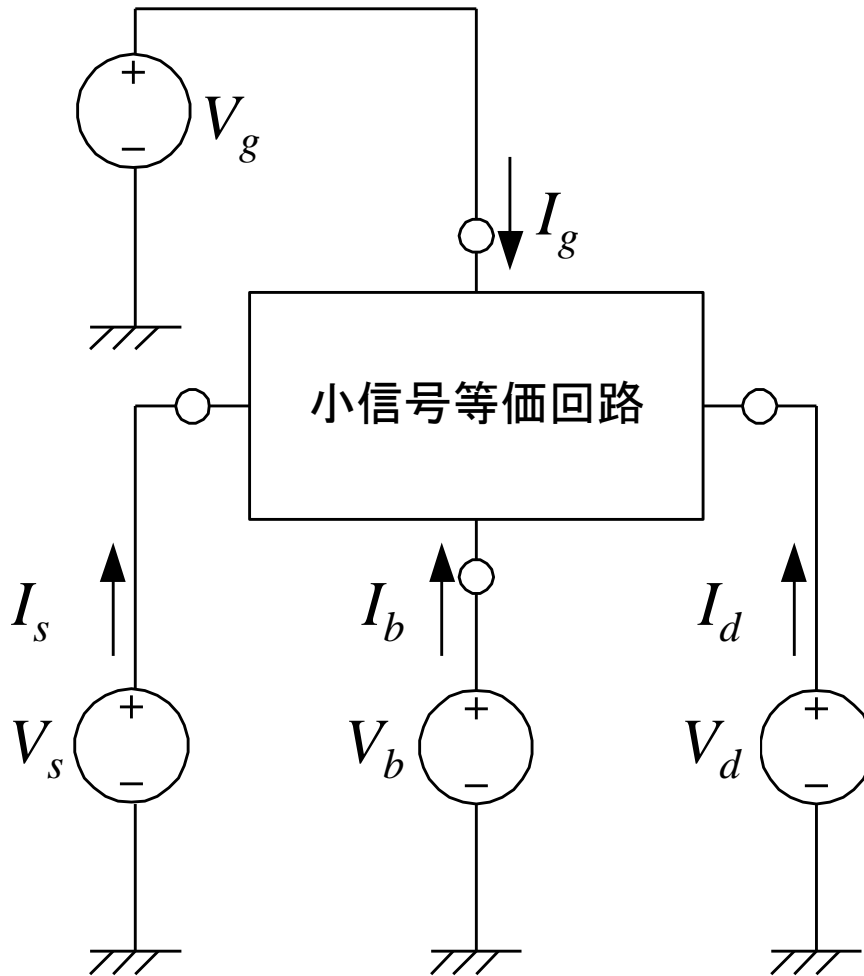
C_m, C_{mb}, C_{mx} vs. V_{DS} ($V_{SB} = 0$)



$V_{T0} = 0.5 \text{ V}, \gamma = 0.6 \text{ V}^{0.5}, \phi_0 = 0.9 \text{ V}, \text{ with } V_{GS} = 2 \text{ V}$

yパラメータモデル

—電流・電圧表現(小信号)—



$$v_g(t) = M_{vg} \cos(\omega t + \phi_{vg})$$

↓

$$V_g = M_{vg} e^{j\phi_{vg}}$$

$i_d(t) \Rightarrow I_d$	$v_d(t) \Rightarrow V_d$
$i_g(t) \Rightarrow I_g$	$v_g(t) \Rightarrow V_g$
$i_b(t) \Rightarrow I_b$	$v_b(t) \Rightarrow V_b$
$i_s(t) \Rightarrow I_s$	$v_s(t) \Rightarrow V_s$

yパラメータを用いた電流表現

- 小信号等価回路が線形近似できる場合の I_d

$$\begin{aligned} I_d &= I_d|_{V_g, V_b, V_s=0} + I_d|_{V_d, V_b, V_s=0} + I_d|_{V_d, V_g, V_s=0} + I_d|_{V_d, V_g, V_b=0} \\ &= y_{dd}V_d + y_{dg}V_g + y_{db}V_b + y_{ds}V_s \end{aligned}$$

– 同様に I_g, I_b, I_s の表現

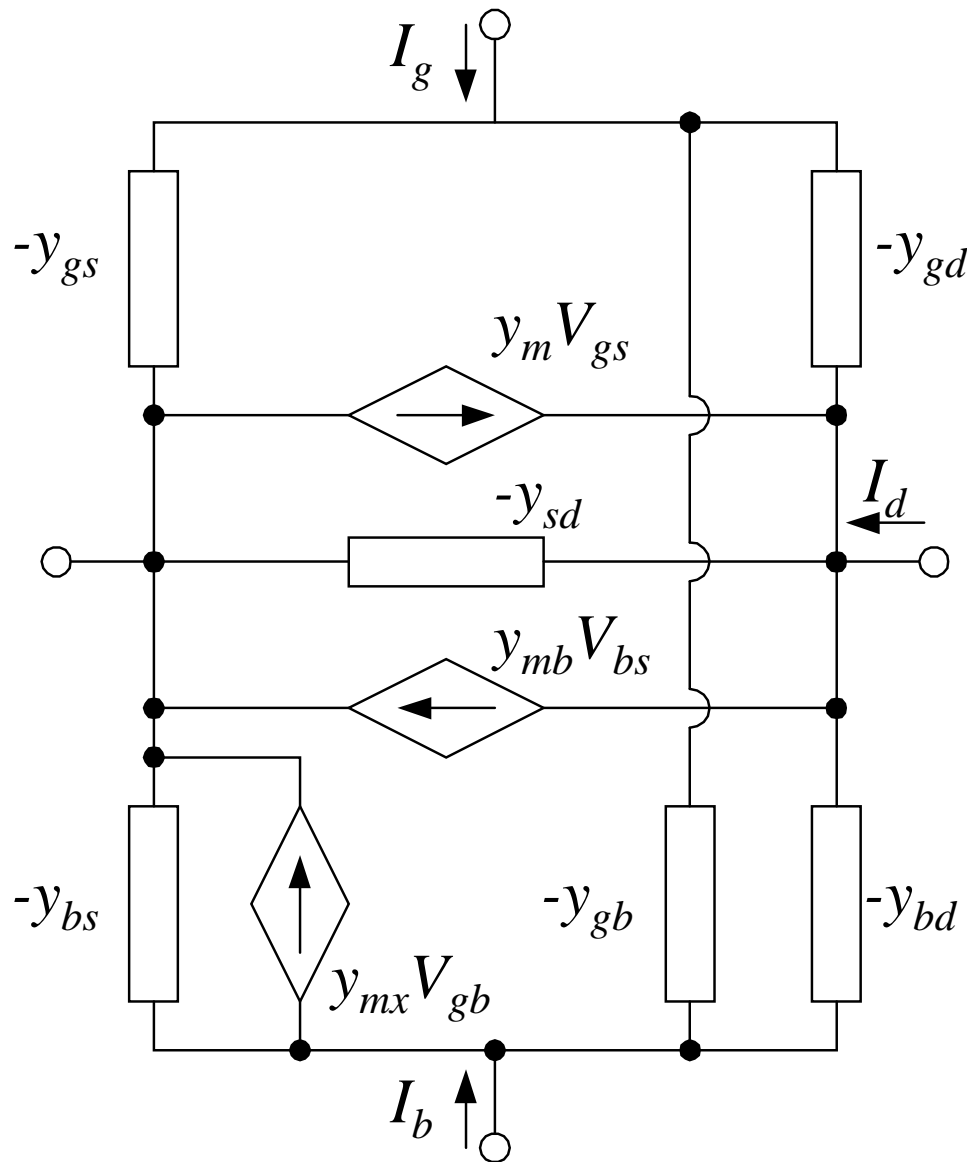
$$I_g = y_{gd}V_d + y_{gg}V_g + y_{gb}V_b + y_{gs}V_s$$

$$I_b = y_{bd}V_d + y_{bg}V_g + y_{bb}V_b + y_{bs}V_s$$

$$I_s = y_{sd}V_d + y_{sg}V_g + y_{sb}V_b + y_{ss}V_s$$

$$y_{kl} = \left. \frac{I_k}{V_l} \right|_{V_n=0, n \neq l}$$

一般的なyパラメータモデル



完全QS小信号の場合

$$-y_{gd} = j\omega C_{gd}$$

$$-y_{gs} = j\omega C_{gs}$$

$$-y_{bd} = j\omega C_{bd}$$

$$-y_{bs} = j\omega C_{bs}$$

$$-y_{gb} = j\omega C_{gb}$$

$$-y_{sd} = g_{sd} + j\omega C_{sd}$$

$$y_m = g_m - j\omega C_m$$

$$y_{mb} = g_{mb} - j\omega C_{mb}$$

$$y_{mx} = -j\omega C_{mx}$$

NQSの場合のyパラメータ

ソース側のy

$$\begin{cases} -y_{gs} = j\omega C_{gs} \frac{1 + j\omega\tau_2 + \dots}{1 + j\omega\tau_1 + \dots} \\ -y_{bs} = j\omega C_{bs} \frac{1 + j\omega\tau_2 + \dots}{1 + j\omega\tau_1 + \dots} \end{cases}$$

ドレイン側のy

$$\begin{cases} -y_{gd} = j\omega C_{gd} \frac{1 + j\omega\tau_3 + \dots}{1 + j\omega\tau_1 + \dots} \\ -y_{bd} = j\omega C_{bd} \frac{1 + j\omega\tau_3 + \dots}{1 + j\omega\tau_1 + \dots} \end{cases}$$

$$-y_{gb} = j\omega C_{gb} + \frac{(j\omega)^2 C_{gb,sat} \tau_4 + \dots}{1 + j\omega\tau_1 + \dots}$$

$$-y_{sd} = \frac{g_{sd}}{1 + j\omega\tau_1 + \dots}$$

$$y_m = \frac{g_m}{1 + j\omega\tau_1 + \dots}$$

$$y_{mb} = \frac{g_{mb}}{1 + j\omega\tau_1 + \dots}$$

$$y_{mx} = 0$$

$$\tau_1 = \frac{4}{15} \frac{1}{\omega_0} \frac{1 + 3\eta + \eta^2}{(1 + \eta)^3}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{15} \frac{1}{\omega_0} \frac{2 + 8\eta + 5\eta^2}{(1 + \eta)^2 (1 + 2\eta)}$$

$$\tau_3 = \frac{1}{15} \frac{1}{\omega_0} \frac{5 + 8\eta + 2\eta^2}{(1 + \eta)^2 (2 + \eta)}$$

$$\tau_4 = \frac{2}{15} \frac{1}{\omega_0} \frac{2 + 13\eta + 30\eta^2 + 13\eta^3 + 2\eta^4}{(1 + \eta)^5}$$

$$\omega_0 = \frac{\mu(V_{GS} - V_T)}{\alpha L^2}$$

NQSの場合のyパラメータの近似

ソース側のy

$$\begin{cases} -y_{gs} \approx \frac{j\omega C_{gs}}{1+j\omega(\tau_1-\tau_2)}, & \omega\tau_2 \ll 1 \\ -y_{bs} \approx \frac{j\omega C_{bs}}{1+j\omega(\tau_1-\tau_2)}, & \omega\tau_2 \ll 1 \end{cases}$$

ドレイン側のy

$$\begin{cases} -y_{gd} \approx \frac{j\omega C_{gd}}{1+j\omega(\tau_1-\tau_3)}, & \omega\tau_3 \ll 1 \\ -y_{bd} \approx \frac{j\omega C_{bd}}{1+j\omega(\tau_1-\tau_3)}, & \omega\tau_3 \ll 1 \end{cases}$$

$$-y_{gb} \approx j\omega C_{gb} + y_a$$

但し、 $y_a \approx \frac{(j\omega)^2 C_{gb,sat} \tau_4}{1+j\omega\tau_1}$

飽和領域では、 $y_a \approx 0$

非飽和領域且つ V_{DS} 小では、 y_a は y_{gb} の中では主モード

であるが、 y_{gb} はいずれにしても他のパラメータに比べて小さい。 68

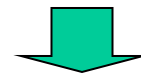
$$-y_{sd} \approx \frac{g_{sd}}{1+j\omega\tau_1}, \quad \omega\tau_1 \ll 1$$

$$y_m \approx \frac{g_m}{1+j\omega\tau_1}, \quad \omega\tau_1 \ll 1$$

$$y_{mb} \approx \frac{g_{mb}}{1+j\omega\tau_1}, \quad \omega\tau_1 \ll 1$$

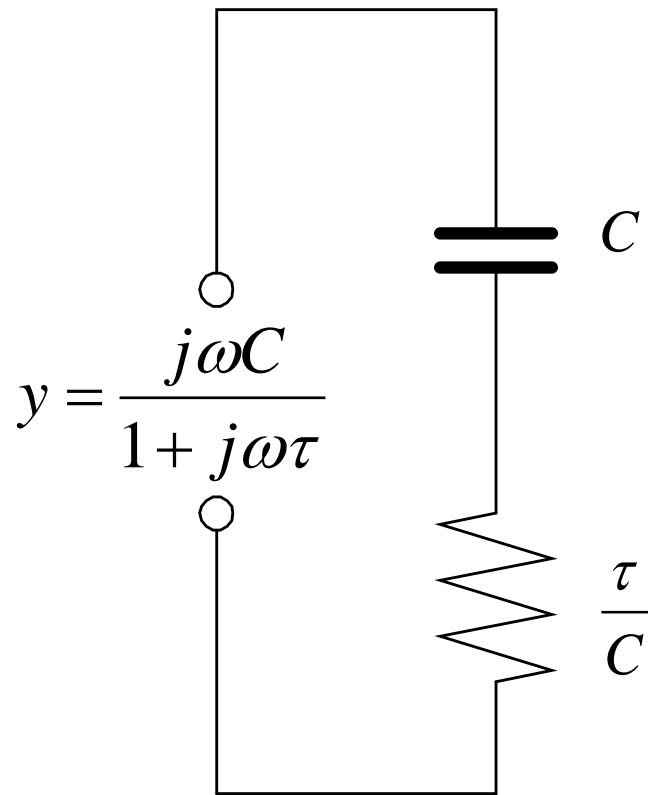
$$y_{mx} \approx 0$$

近似方法

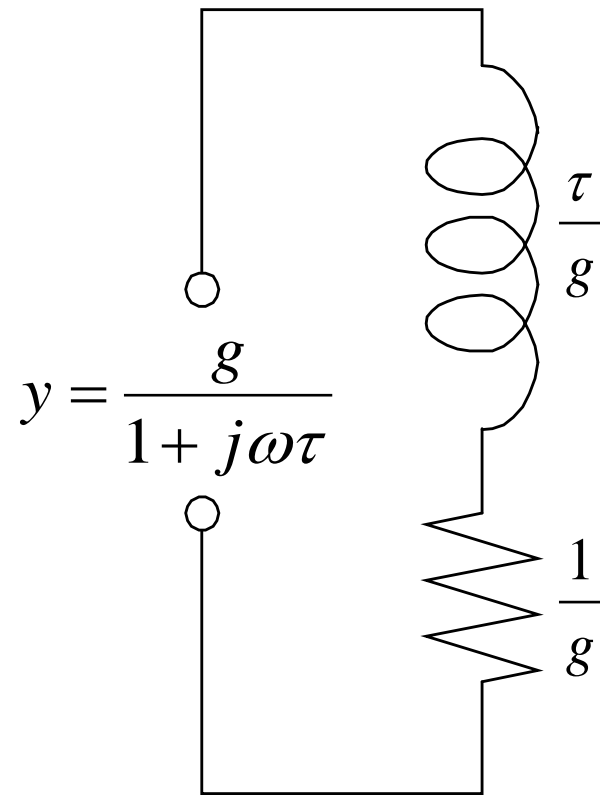


$$\omega\tau_2 \ll 1 \Rightarrow 1+j\omega\tau_2 \approx (1-j\omega\tau_2)^{-1}$$

yパラメータの等価回路



y_{gs} , y_{bs} , y_{gd} , y_{bd}



y_{sd}

NQS小信号等価回路

- 時定数の関係

$$R_{gs} C_{gs} = R_{bs} C_{bs} = \tau_1 - \tau_2$$

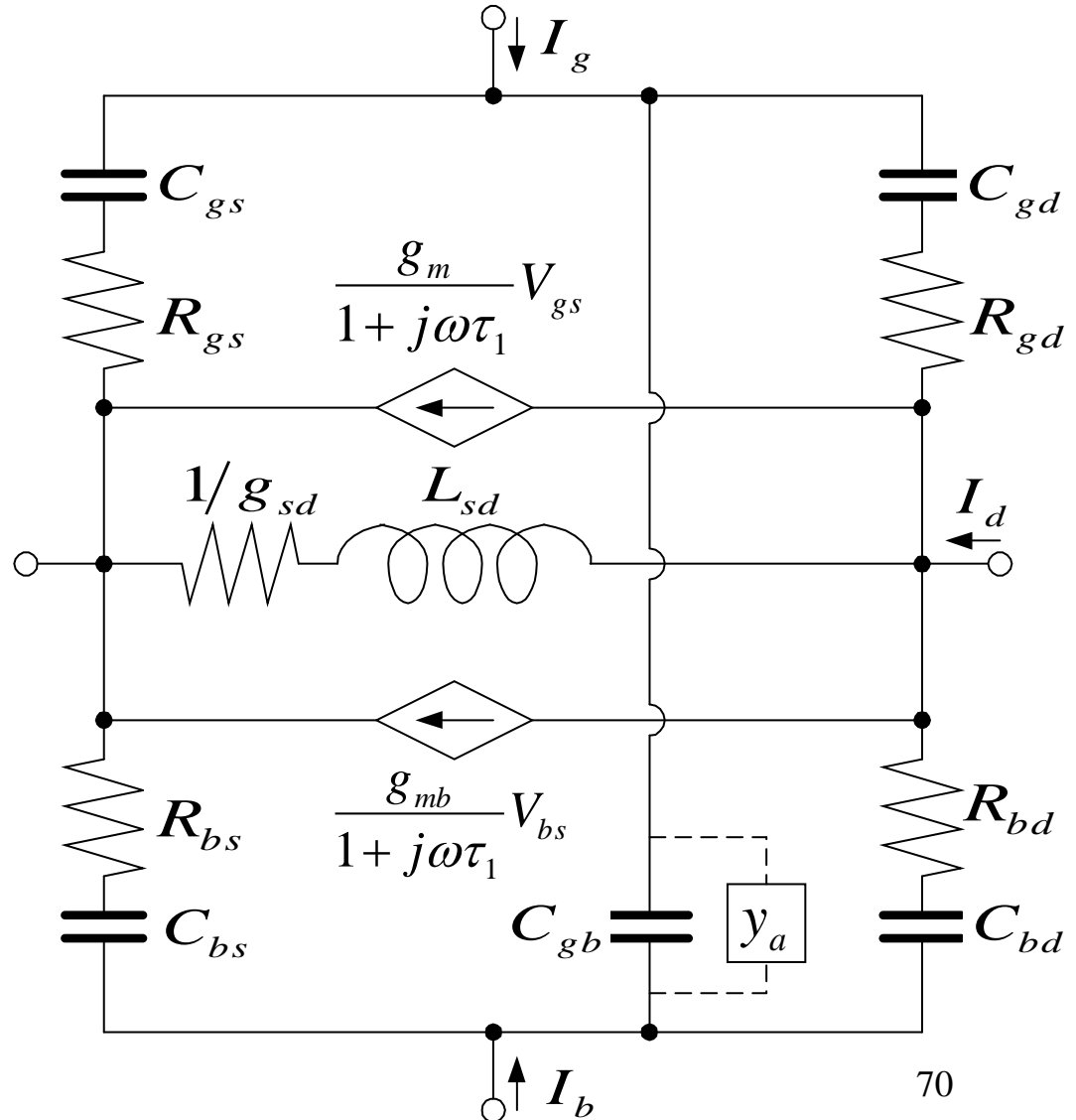
$$R_{gd} C_{gd} = R_{bd} C_{bd} = \tau_1 - \tau_3$$

$$L_{sd} g_{sd} = \tau_1$$

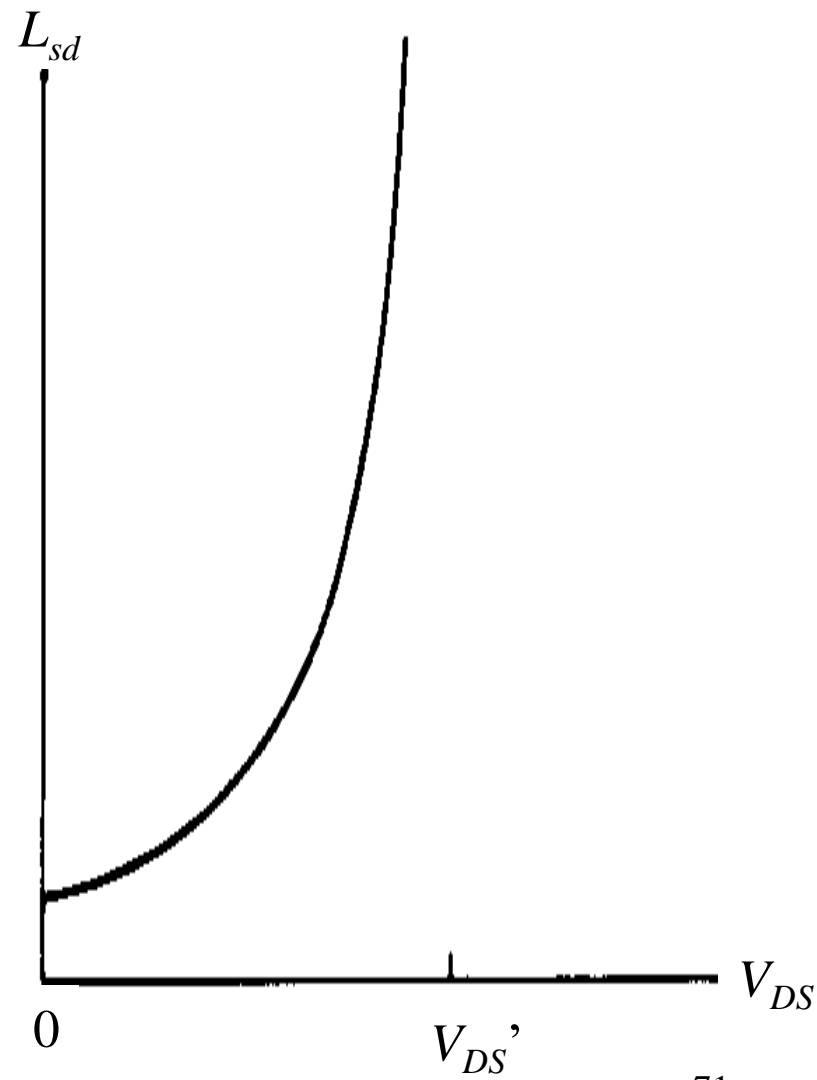
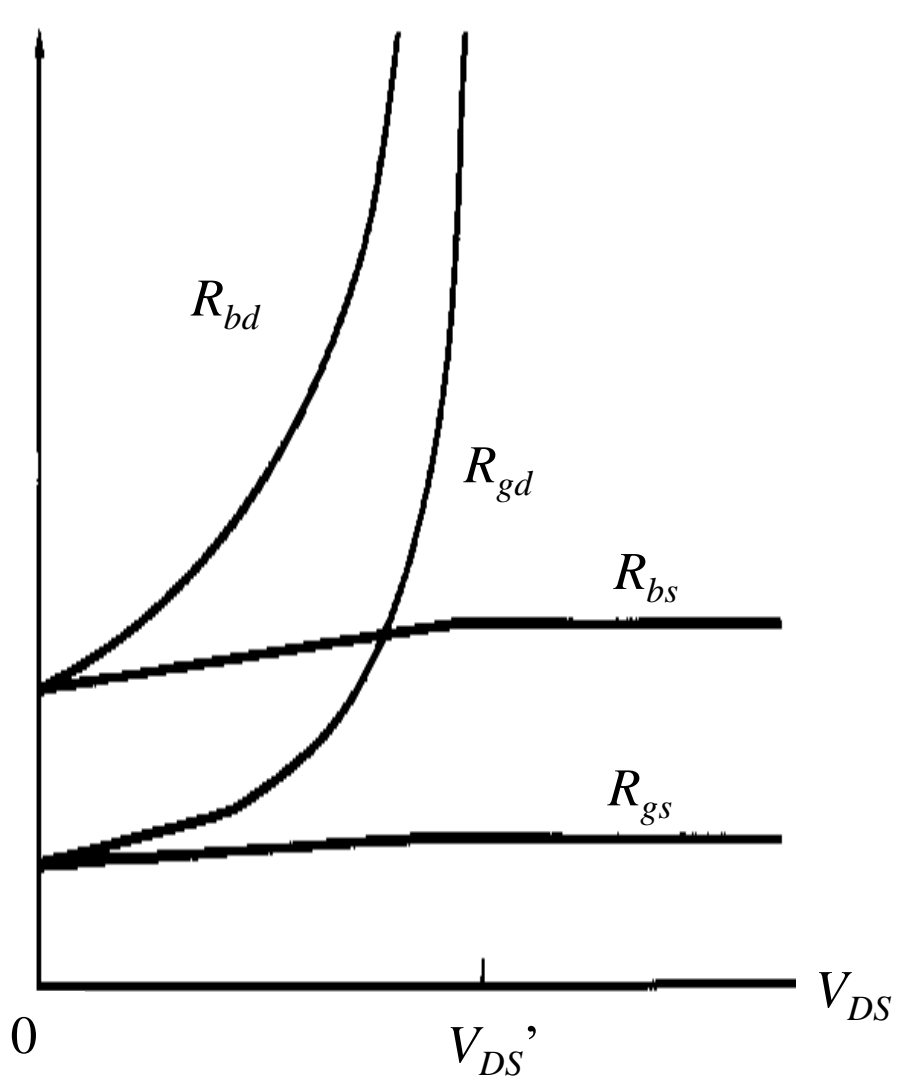
- 抵抗の関係

$$R_{kl} \propto (\omega_0 C_{ox})^{-1}$$

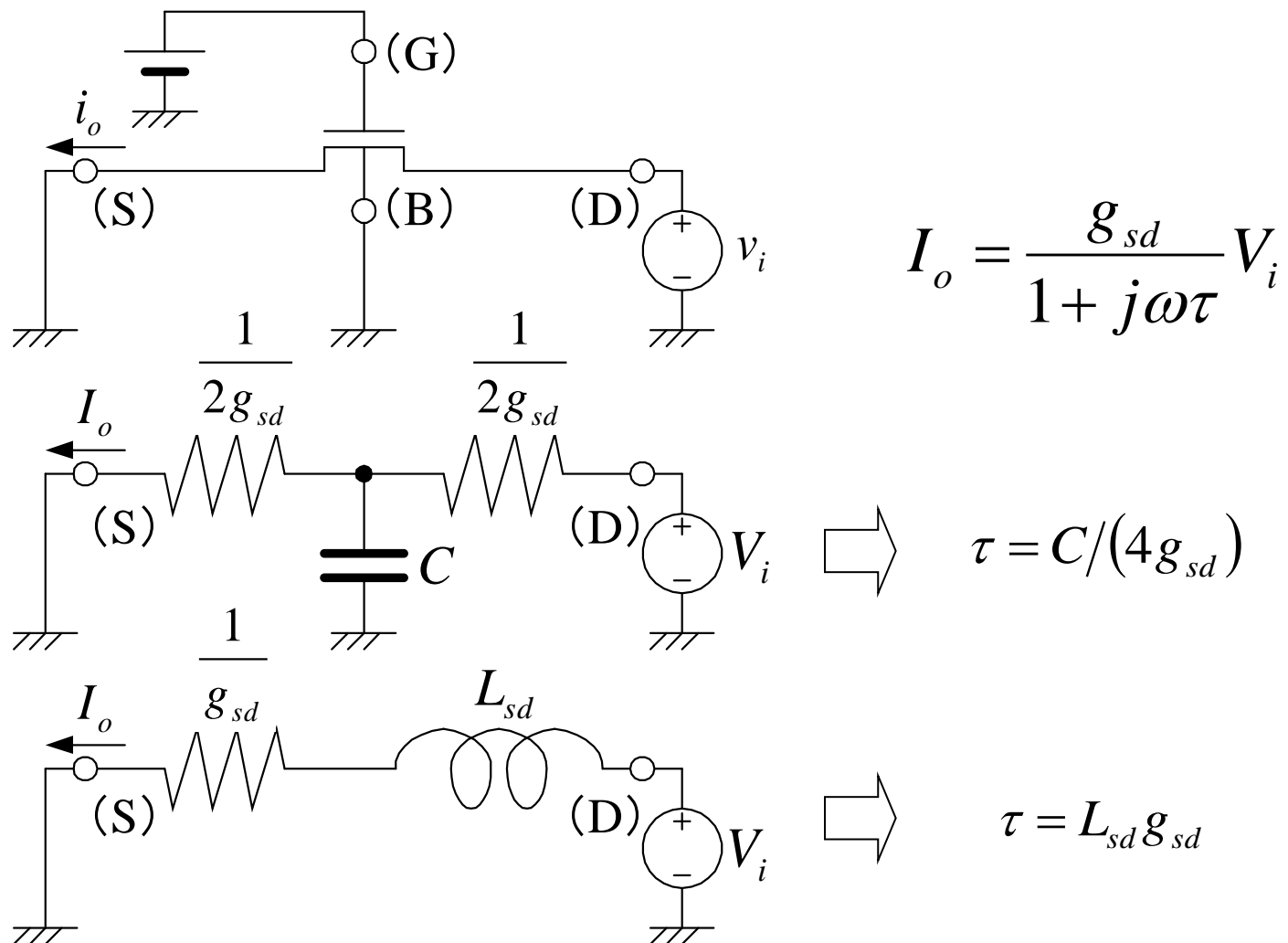
$$= \left(\frac{L}{W} \right) \frac{\alpha}{\mu C'_{ox} (V_{GS} - V_T)}$$



R_{gs} , R_{gd} , R_{bs} , R_{bd} と L_{sd} の V_{ds} 依存性



インダクタンス成分の解釈



複素数係数を用いない等価回路

$$\frac{g_m}{1 + j\omega\tau_1} V_{gs} = g_m V_1$$

$$\frac{g_{mb}}{1 + j\omega\tau_1} V_{bs} = g_{mb} V_2$$

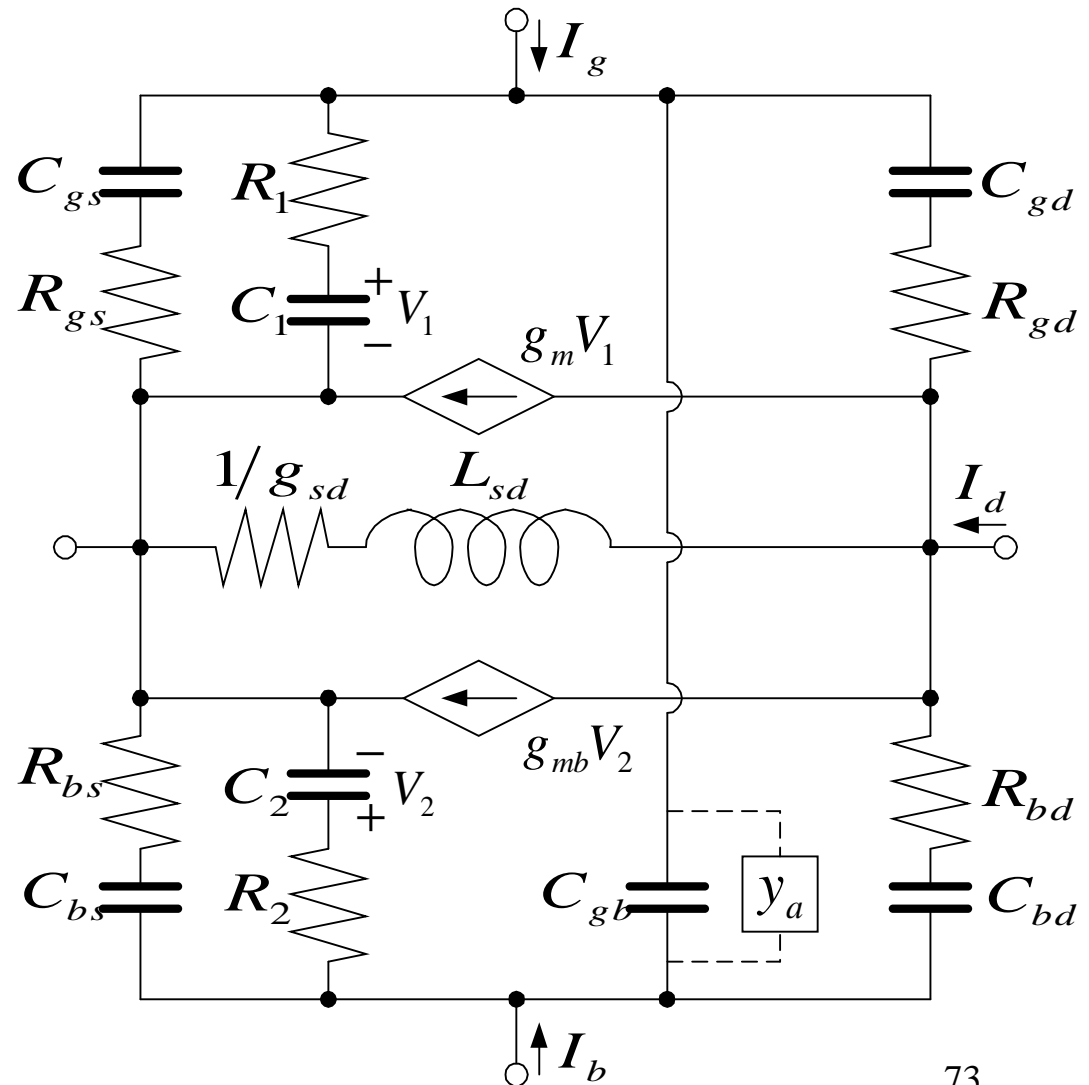
$$V_1 = \frac{1}{1 + j\omega\tau_1} V_{gs}$$

$$V_2 = \frac{1}{1 + j\omega\tau_1} V_{bs}$$

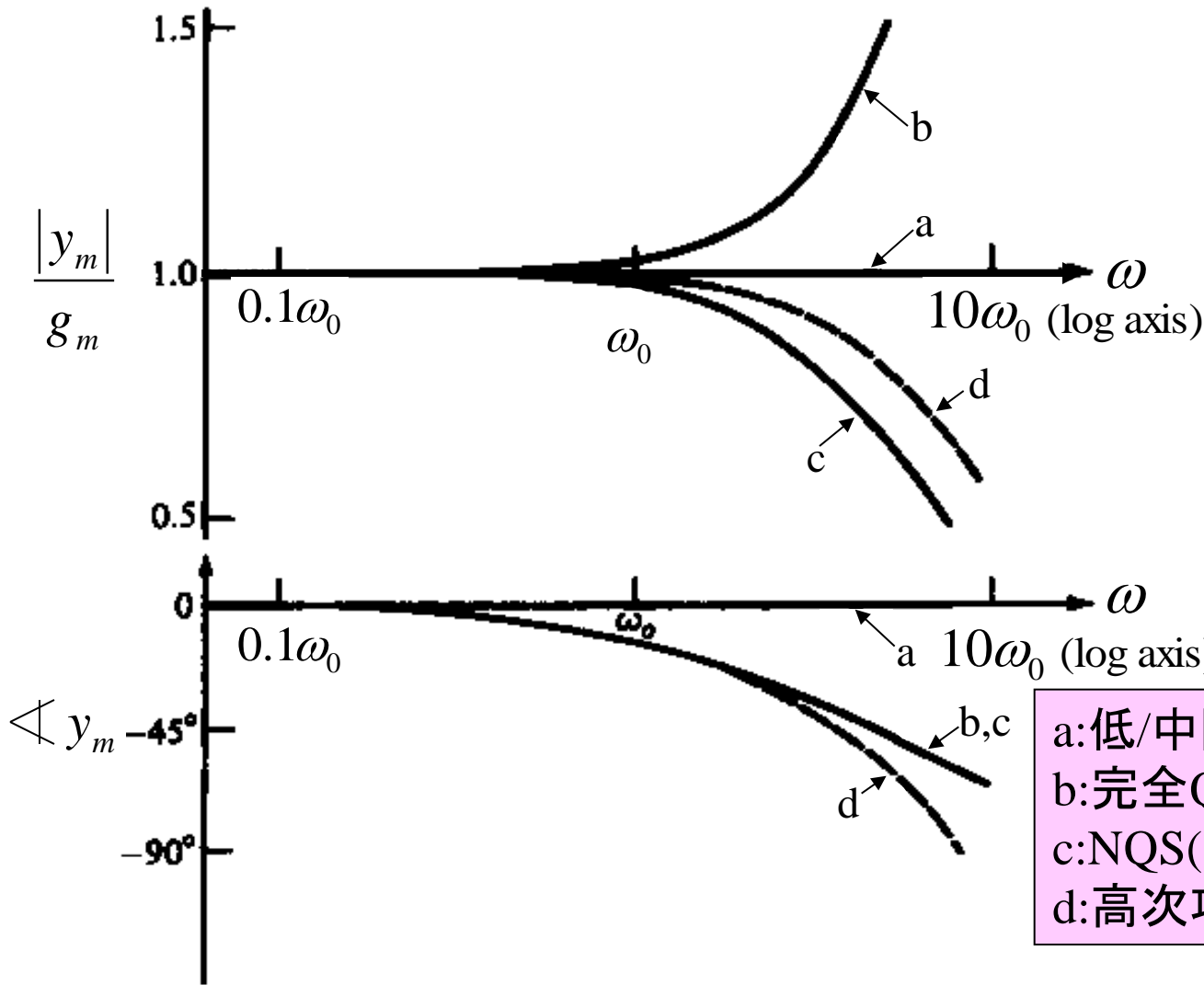
$$\tau_1 = R_1 C_1 = R_2 C_2$$

$$C_1 = 0.001 C_{gs}, \quad R_1 = \frac{\tau_1}{C_1}$$

$$C_2 = 0.001 C_{bs}, \quad R_2 = \frac{\tau_1}{C_2}$$



y_m の規格化された大きさと位相 vs. ω

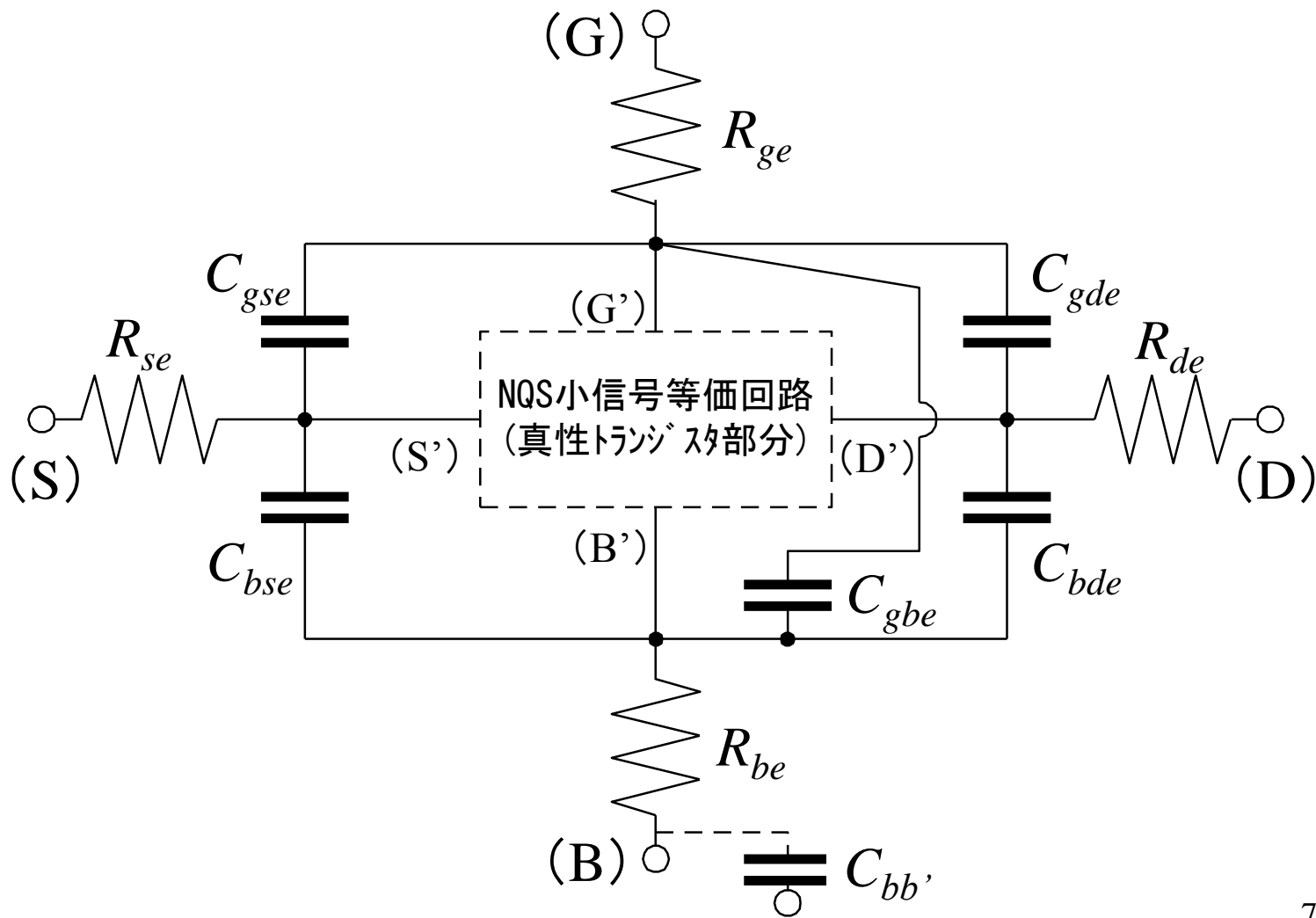


$$\omega_0 = \frac{\mu(V_{GS} - V_T)}{\alpha L^2}$$

- a: 低/中間周波モデル $\sim \omega_0/10$
- b: 完全QSモデル $\sim \omega_0/3$
- c: NQS(高周波) モデル $\sim \omega_0$
- d: 高次項含むモデル $\sim 10\omega_0$

完全トランジスタの小信号モデル

—実用的—



トランジション周波数評価回路

• 出力電流

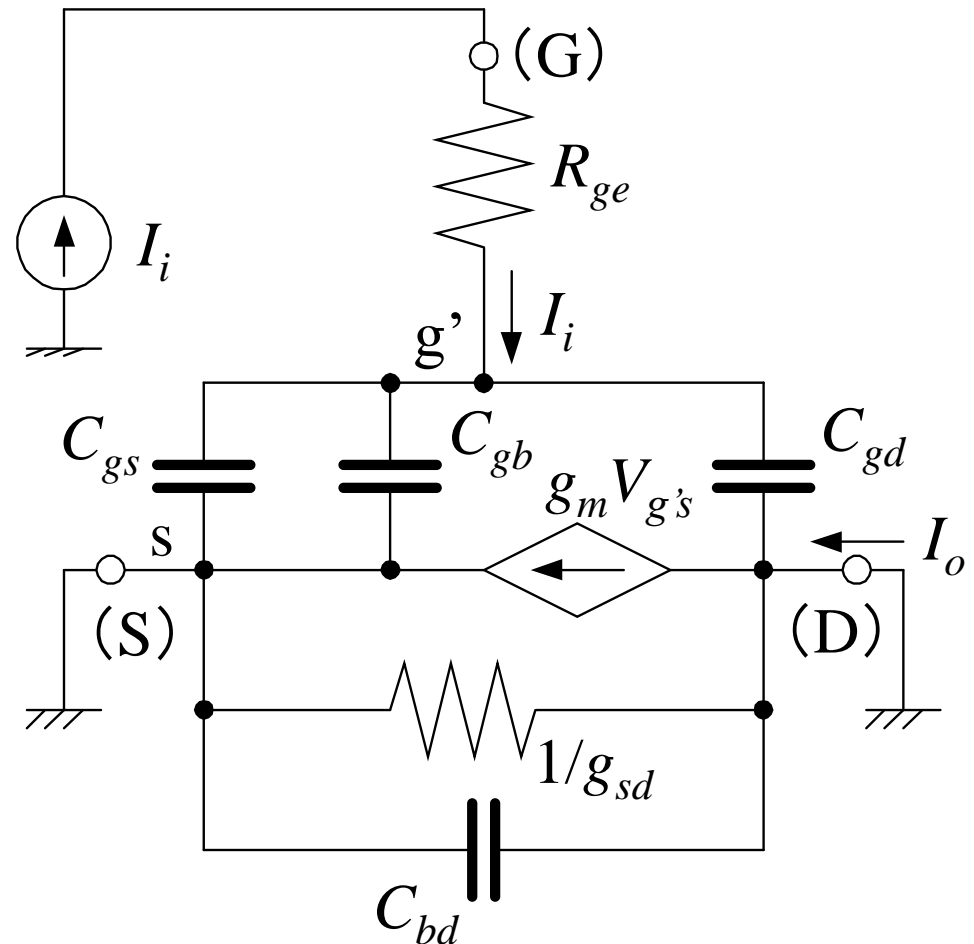
$$I_o \cong g_m V_{g's} = \frac{g_m I_i}{j\omega C_g}$$

$$(1) C_g = C_{gs} + C_{gb} + C_{gd}$$

⇒ 真性 + 外部容量

$$(2) C_{gd}, C_{bd}, 1/g_{sd}$$

を流れる電流 ⇒ 無視



トランジション周波数

- トランジション周波数: $a_i = |I_o/I_i| = 1$

$$\omega_T = \frac{g_m}{C_g}$$

- 速度飽和がない場合: 但し、 $V_{DS} > V_{DS}'$

$$\omega_T = \frac{\mu(V_{GS} - V_T)}{\alpha L^2} = \omega_0$$

$$g_m = \frac{W}{L} \frac{\mu C'_{ox}}{\alpha} (V_{GS} - V_T), \quad C_g = C'_{ox} WL$$

- 速度飽和がある場合

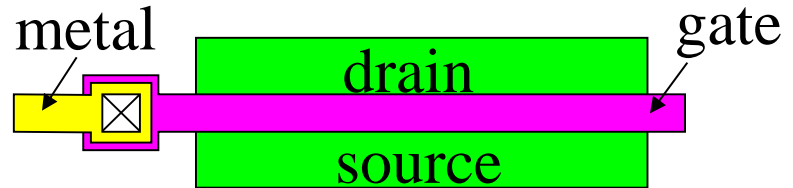
$$\omega_T = \frac{|v_d|_{\max}}{L}$$

$$g_m \approx WC'_{ox} |v_d|_{\max}$$

ゲート抵抗の分布

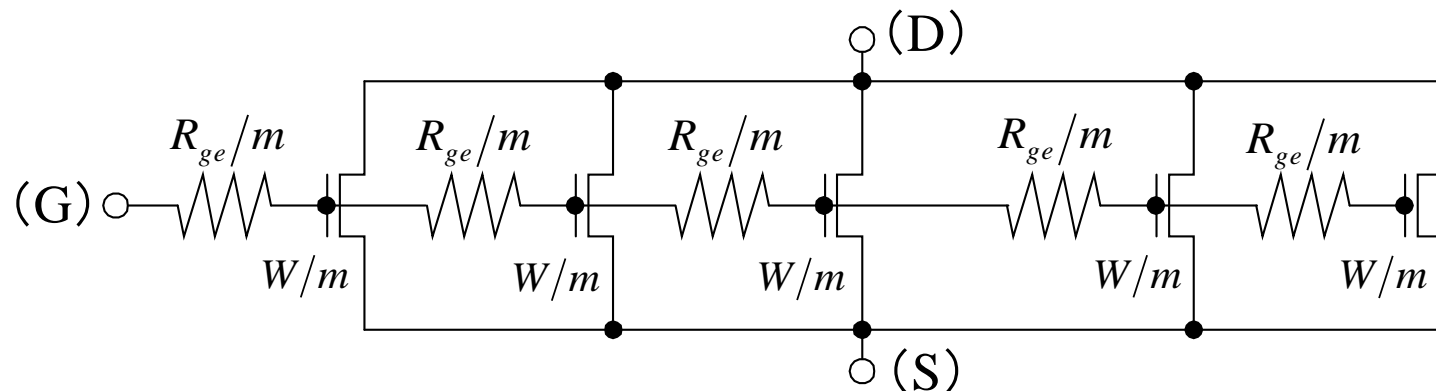
- 片側コンタクトの場合の実効ゲート抵抗

$$R_{ge,eff} = \frac{1}{3} \frac{W}{L} R_{\square}$$



- 両側コンタクトの場合の実効ゲート抵抗

$$R_{ge,eff} = \frac{1}{12} \frac{W}{L} R_{\square}$$



最大周波数

- 一方向のパワー利得(フィードバック無)

$$a_p = \omega_T^2 / [4R_{ge} \omega^2 (g_{sd} + \omega_T C_{gd})]$$

- 最大周波数: $\omega_{\max} = \omega|_{a_p=1}$

$$\omega_{\max} \approx \frac{\omega_T}{\sqrt{4R_{ge,eff} (g_{sd} + \omega_T C_{gd})}}, \quad R_{se} \ll R_{ge}, \quad R_{ge} \Rightarrow R_{ge,eff}$$

– ω_{\max} を増大 $\Rightarrow \omega_T$: 大、 $R_{ge,eff}$: 小

- $R_{ge,eff}$: 小

– シリサイドゲート、メタルゲート

– マルチコンタクト

– デバイスの分割(寄生容量に注意)