

4端子MOSトランジスタ

群馬大学
松田順一

概要

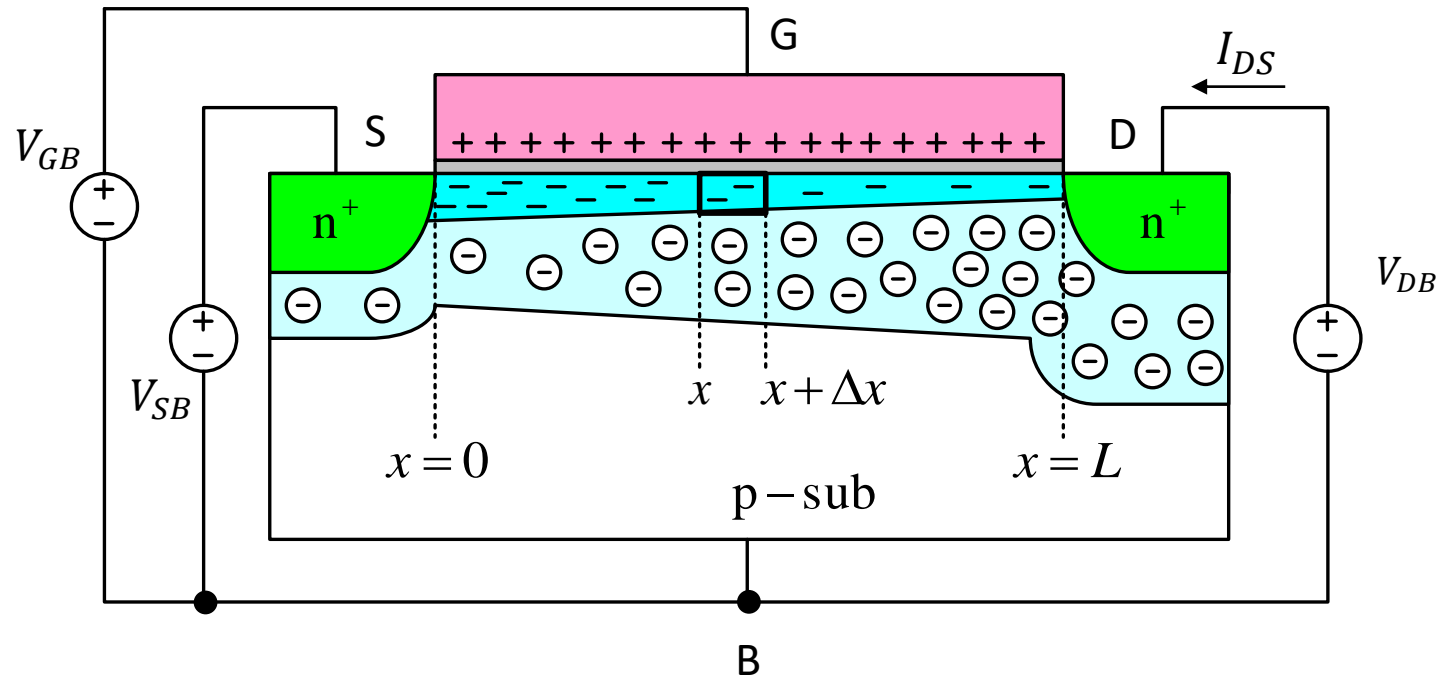
- 完全チャージ・シート・モデル
- 簡易チャージ・シート・モデル
 - ソース参照モデル、対称モデル
- 強反転モデル
 - 完全対称モデル、簡易対称モデル、簡易ソース参照モデル
- 弱反転モデル
- EKV (C. C. Enz, F. Krümmenacher, E. A. Vittoz) モデル
- 実効移動度
- 温度依存性
- pチャネル・トランジスタ
- 付録: 擬フェルミ電位を用いたモデル (Pao-Sah)

(注) 以下の本を参考に、本資料を作成。

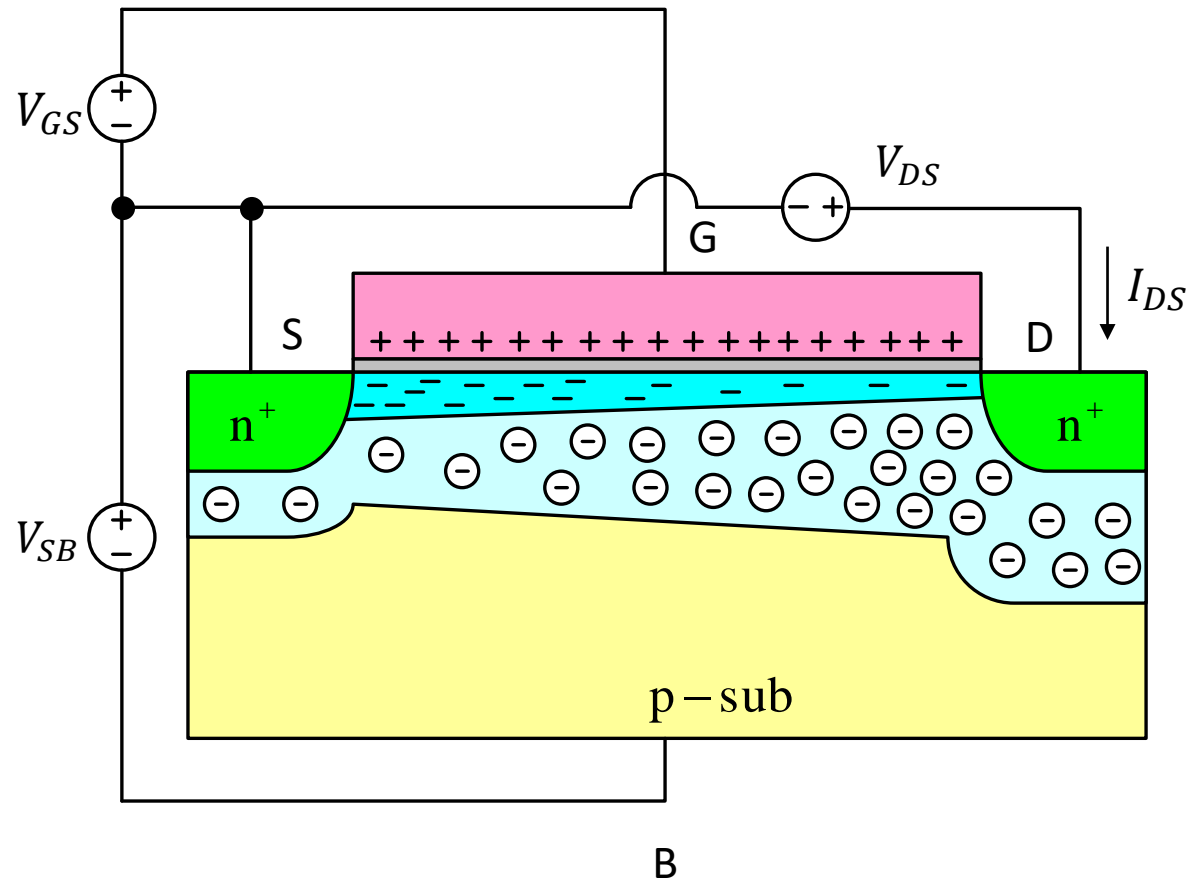
(1) Yannis Tsididis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.

(2) Yannis Tsididis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.

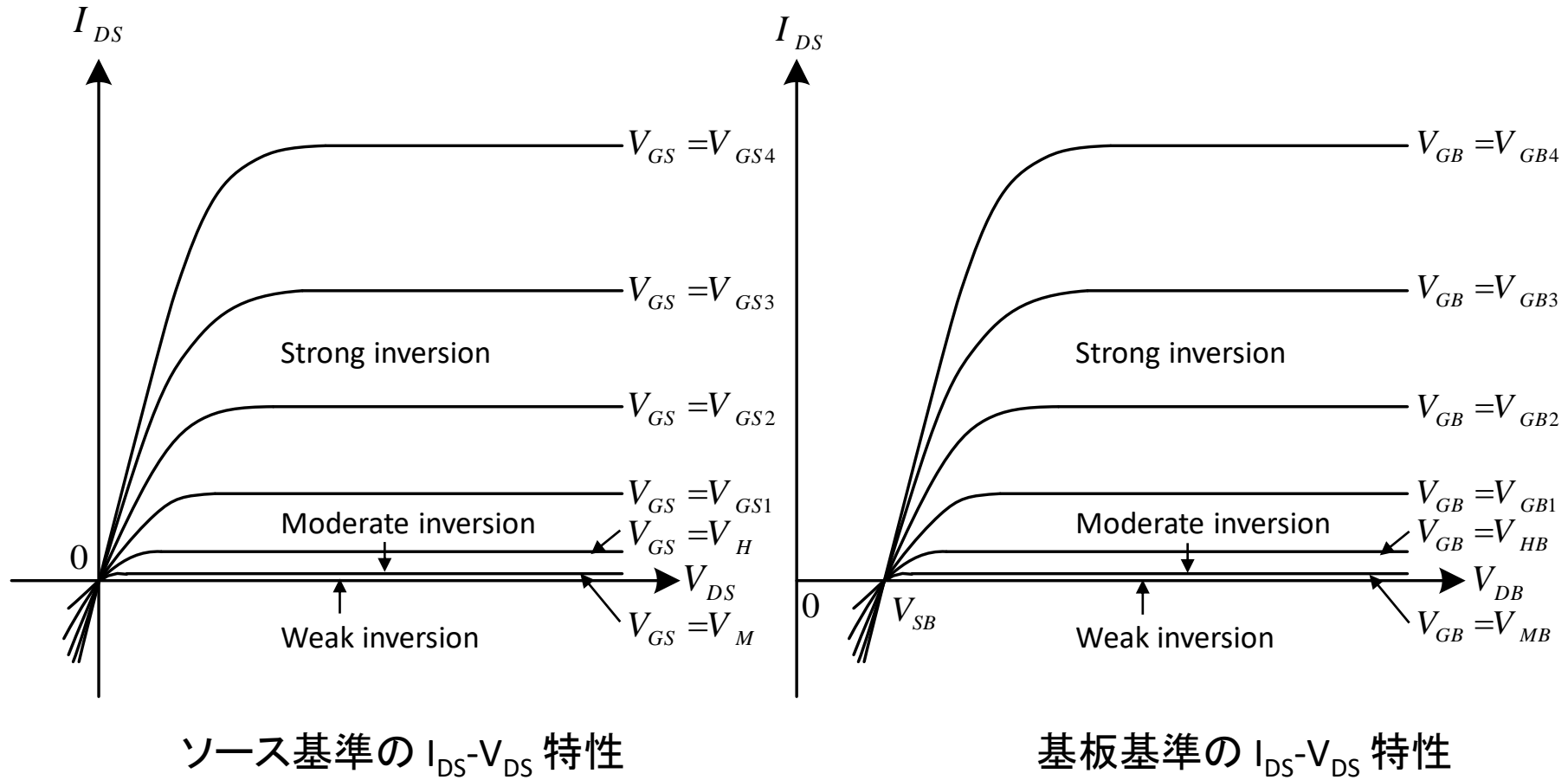
nチャンネルMOSトランジスタ (基板に対する各端子電圧)



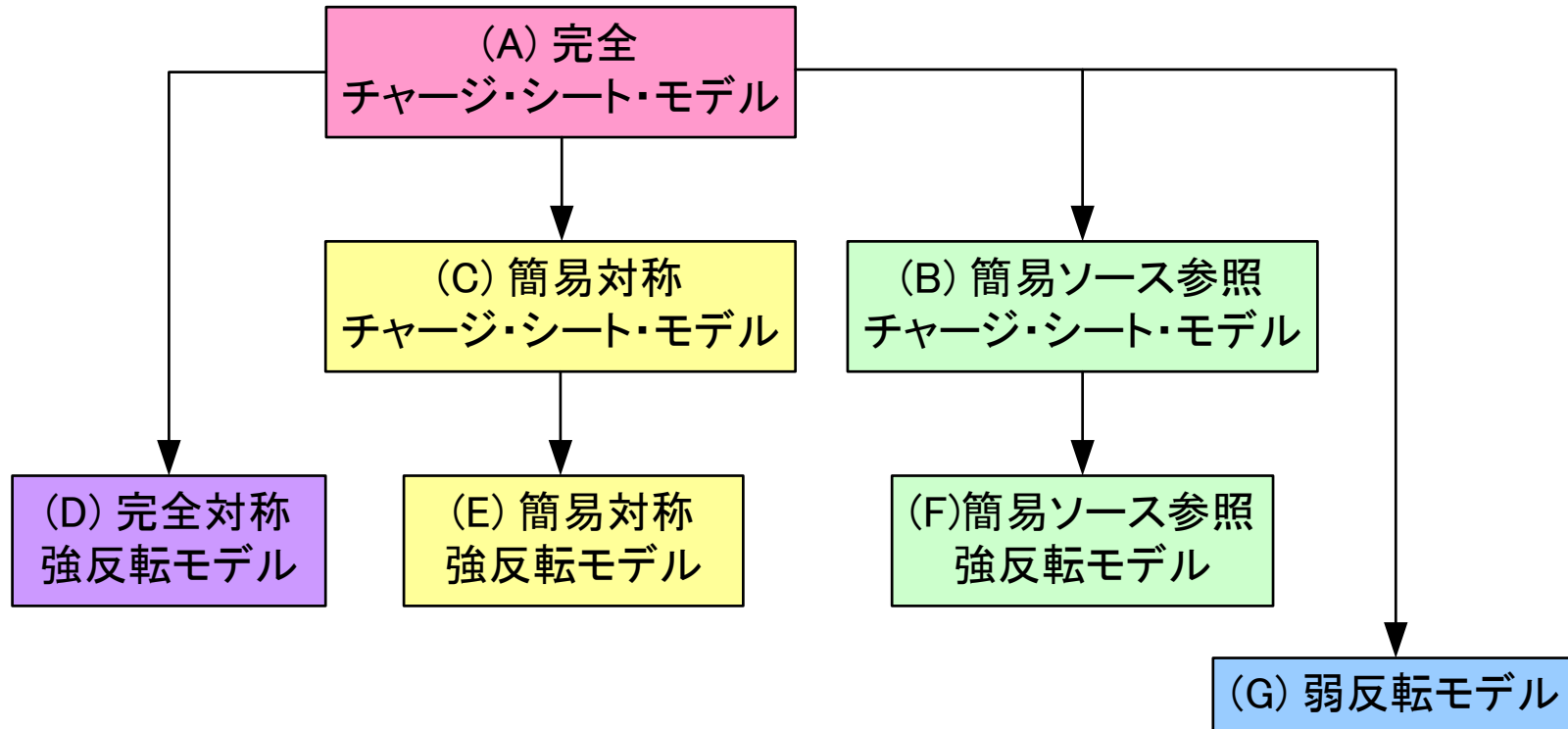
nチャンネルMOSトランジスタ (ソースに対する各端子電圧)



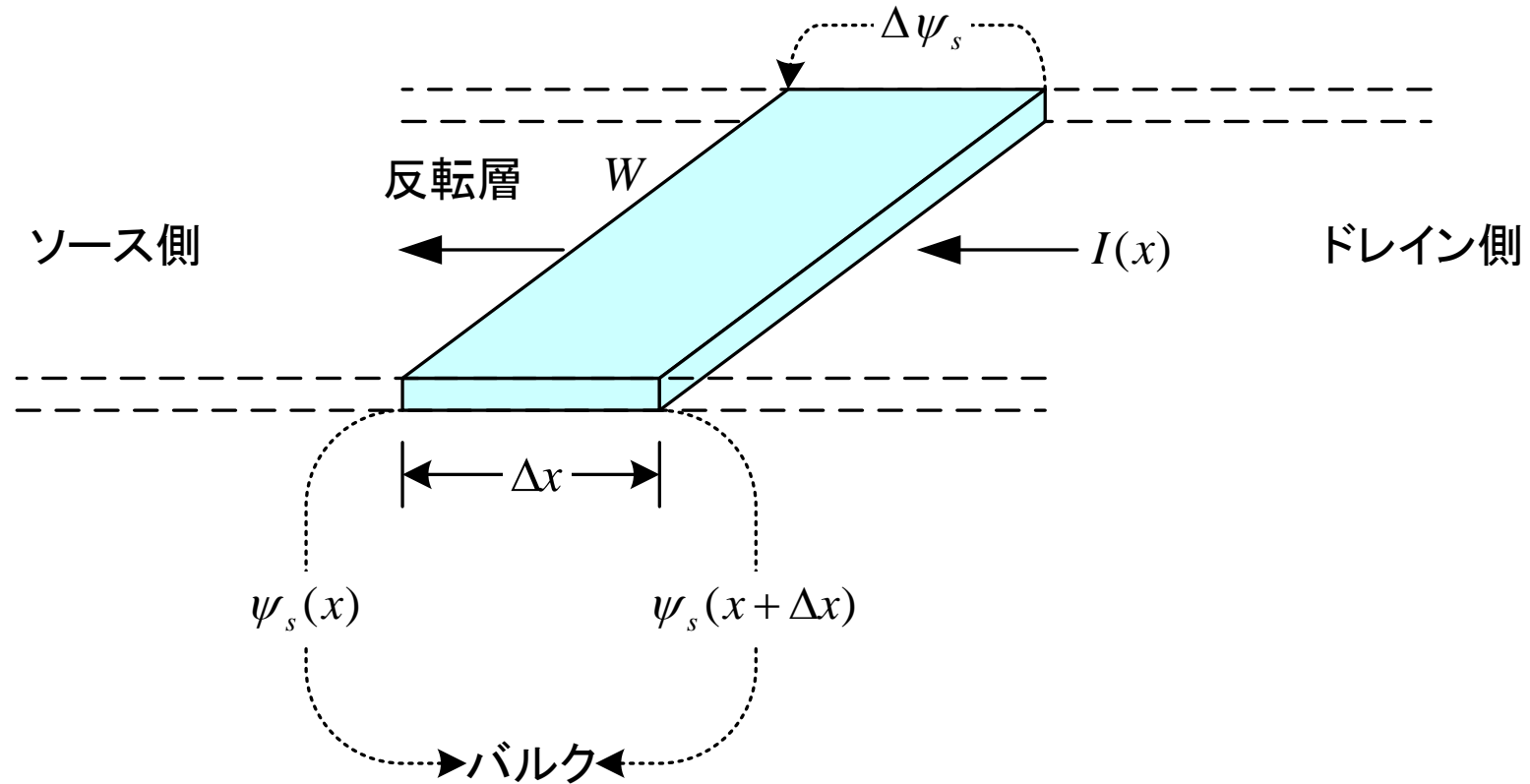
電流電圧特性



電流式モデルの階層



反転層の微小要素



(A) 完全チャージ・シート・モデルの導出(1)

チャンネル内の点 x における電流 $I(x)$ は、ドリフト電流 + 拡散電流から、

$$I(x) = \mu W (-Q_I') \frac{d\psi_s}{dx} + \mu W \phi_t \frac{dQ_I'}{dx}$$

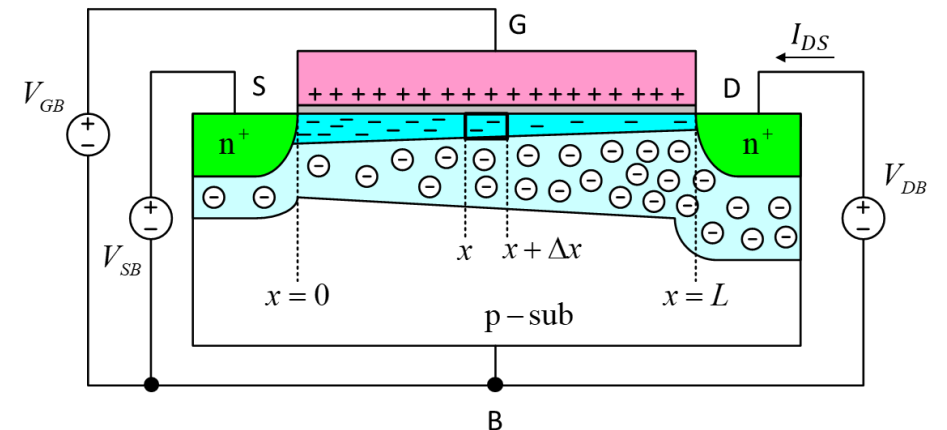
となる。これを $x=0$ から $x=L$ まで積分すると、

$$\int_0^L I_{DS} dx = W \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \mu (-Q_I') d\psi_s + W \phi_t \int_{Q_{I0}'}^{Q_{IL}'} \mu dQ_I'$$

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \mu (-Q_I') d\psi_s + \phi_t \int_{Q_{I0}'}^{Q_{IL}'} \mu dQ_I' \right]$$

ここで、

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \mu (-Q_I') d\psi_s, \quad I_{DS2} = \frac{W}{L} \phi_t \int_{Q_{I0}'}^{Q_{IL}'} \mu dQ_I'$$



$$\psi_s \Big|_{x=0} = \psi_{s0} \quad (\text{ソース端の表面電位})$$

$$\psi_s \Big|_{x=L} = \psi_{sL} \quad (\text{ドレイン端の表面電位})$$

$$Q_I' \Big|_{x=0} = Q_{I0}' \quad (\text{ソース端の反転層電荷密度})$$

$$Q_I' \Big|_{x=L} = Q_{IL}' \quad (\text{ドレイン端の反転層電荷密度})$$

(A) 完全チャージ・シート・モデルの導出(2)

移動度を一定として、積分の外に出すと、

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q'_I) d\psi_s, \quad I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0})$$

となる。ここで、 Q'_I は

$$Q'_I = -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s + \frac{Q'_B}{C'_{ox}} \right) = -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma \sqrt{\psi_s} \right) \quad (\because Q'_B = -\gamma C'_{ox} \sqrt{\psi_s})$$

で与えられるから、 I_{DS1} と I_{DS2} は以下になる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB})(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{1}{2}(\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2) - \frac{2}{3} \gamma (\psi_{sL}^{3/2} - \psi_{s0}^{3/2}) \right]$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[\phi_t (\psi_{sL} - \psi_{s0}) + \phi_t \gamma (\psi_{sL}^{1/2} - \psi_{s0}^{1/2}) \right]$$

(A) 完全チャージ・シート・モデルの導出(3)

以下の V_{GB} と ψ_s の関係式において

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_s + \gamma \sqrt{\psi_s + \phi_t} e^{[\psi_s - (2\phi_F + V_{CB})]/\phi_t}$$

ソース端 : $V_{CB} \Rightarrow V_{SB}$ 、ドレイン端 : $V_{CB} \Rightarrow V_{DB}$

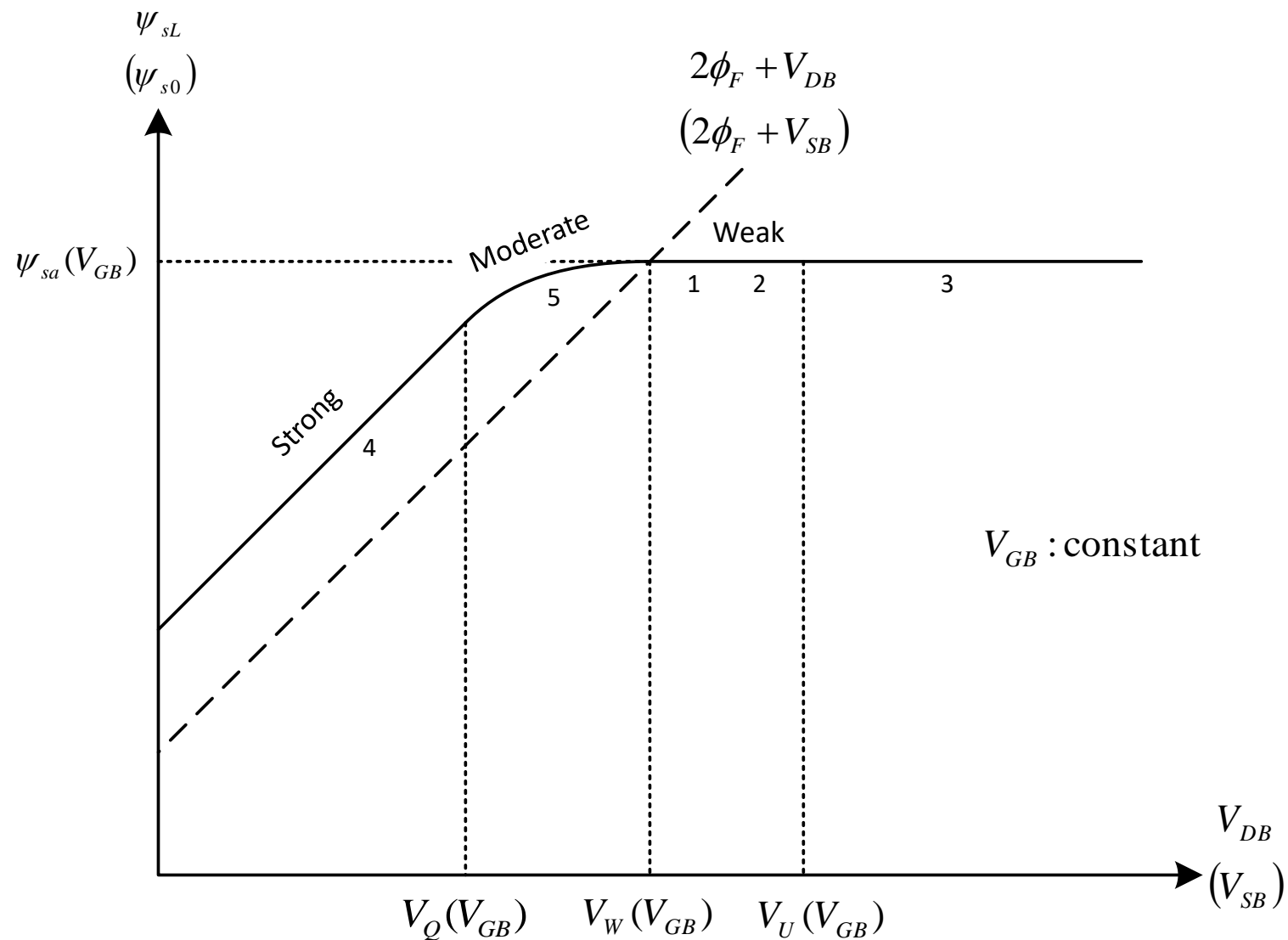
とすると、 ψ_{s0} と ψ_{sL} は、

$$\psi_{s0} = V_{GB} - V_{FB} - \gamma \sqrt{\psi_{s0} + \phi_t} e^{[\psi_{s0} - (2\phi_F + V_{SB})]/\phi_t}$$

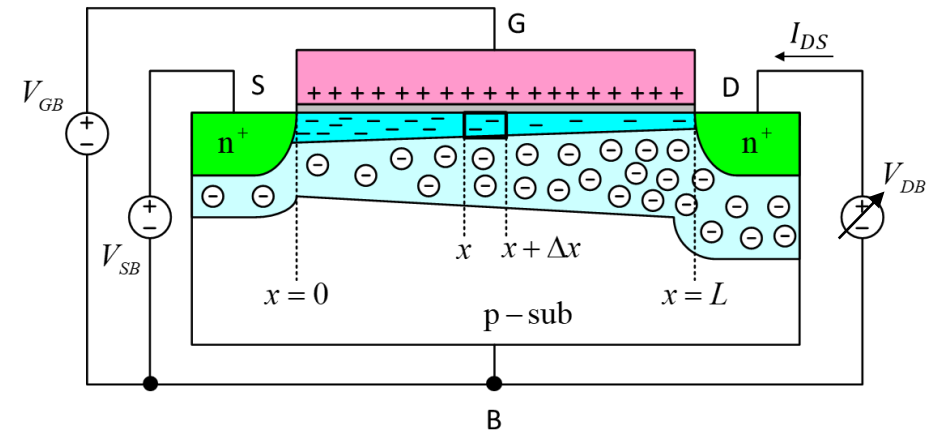
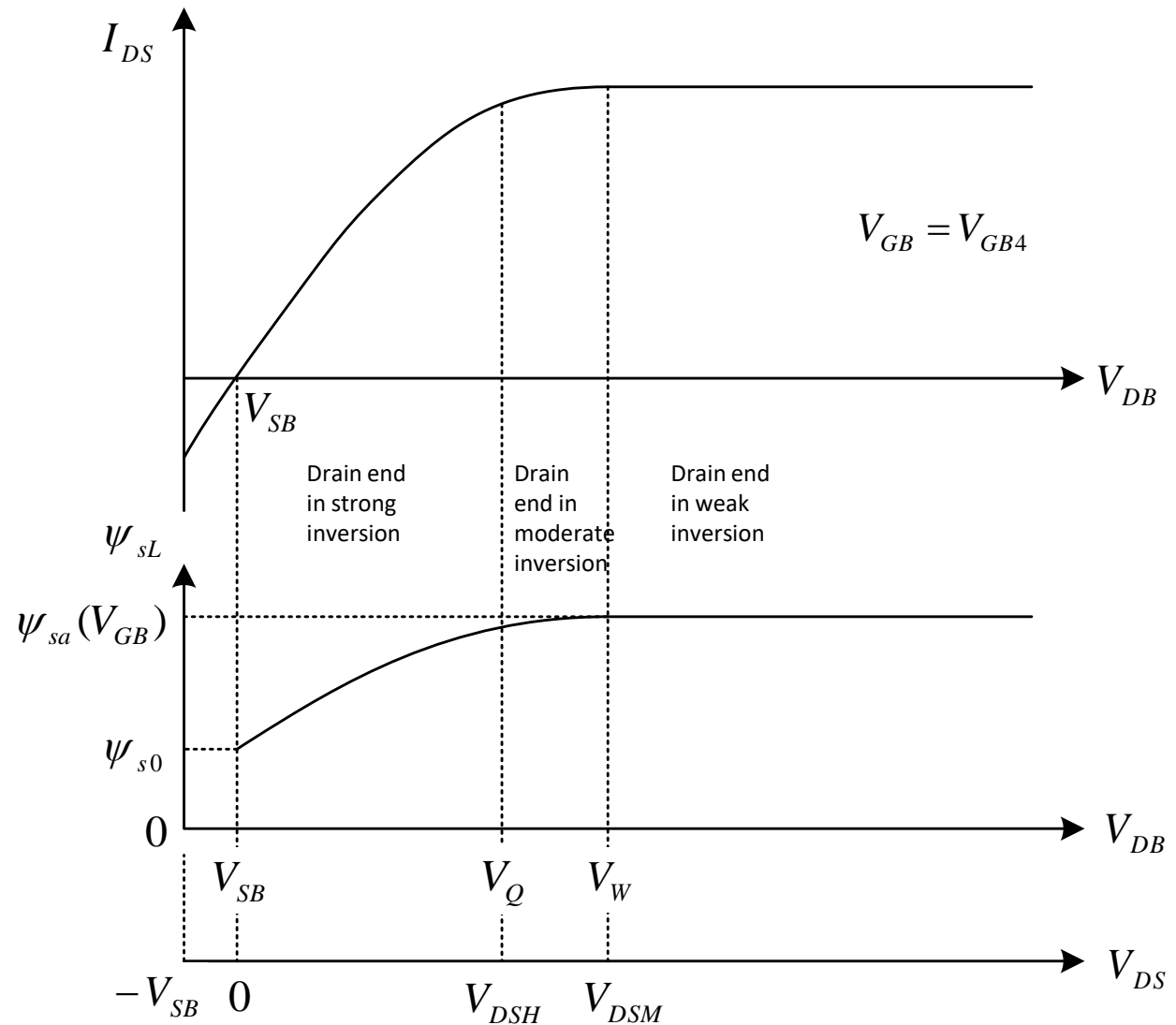
$$\psi_{sL} = V_{GB} - V_{FB} - \gamma \sqrt{\psi_{sL} + \phi_t} e^{[\psi_{sL} - (2\phi_F + V_{DB})]/\phi_t}$$

となる。

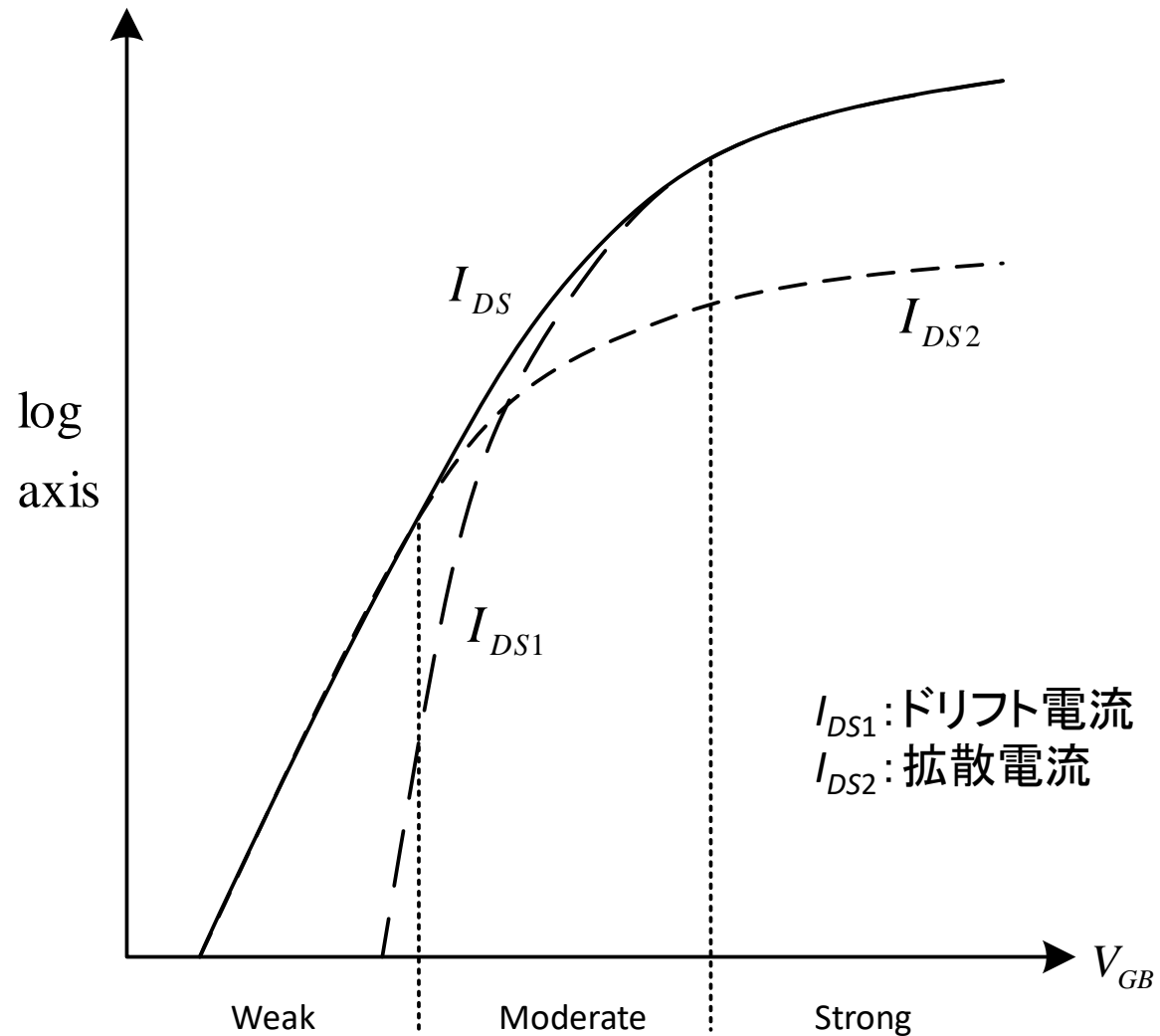
(A) ドレイン端での表面電位とドレイン基板間電圧



(A) $I_{DS}-V_{DB}$ 特性と表面電位との関係



(A) ドレイン～ソース電流成分



完全チャージシートモデル式によって
弱反転、中(緩やかな)反転、強反転の
全領域を表せる

(A) 完全チャージ・シート・モデル式の対称性

完全なチャージ・シート・モデルは、以下の如く変形できる。

$I_{DS1} + I_{DS2}$ から

$$I_{DS} = \frac{W}{L} [f(\psi_{sL}) - f(\psi_{s0})]$$

ここで、

$$f(\psi_s) = \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB} + \phi_t) \psi_s - \frac{1}{2} \psi_s^2 - \frac{2}{3} \gamma \psi_s^{3/2} + \phi_t \gamma \psi_s^{1/2} \right]$$

これは、ソースとドレインを入れ替えても同じ式になる。

(A) チャンネル内の表面電位と反転層電荷

電流式が、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} [f(\psi_{sL}) - f(\psi_{s0})]$$

であるから、 x における電流は、以下で表される。

$$I_{DS} = \frac{W}{x} [f(\psi_s(x)) - f(\psi_{s0})]$$

したがって、

$$\frac{x}{L} = \frac{f(\psi_s(x)) - f(\psi_{s0})}{f(\psi_{sL}) - f(\psi_{s0})}$$

これが、 x における ψ_s を与える。また、以下の Q'_I の式から、 x における Q'_I も求まる。

$$Q'_I = -C'_{ox} (V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma \sqrt{\psi_s})$$

(B) 簡易チャージ・シート・モデルの導出(1)

$-\frac{Q'_B}{C'_{ox}}$ を簡単化する。

$\psi_s = \psi_{se}$ ($\psi_{s0} \sim \psi_{sa}$ までの任意点) でテイラー展開する。

$$-\frac{Q'_B}{C'_{ox}} = \gamma\sqrt{\psi_{se}} + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{se}}}(\psi_s - \psi_{se}) \quad (\because Q'_B = -\gamma C'_{ox}\sqrt{\psi_s})$$

$$= \gamma\sqrt{\psi_{se}} + (\alpha - 1)(\psi_s - \psi_{se}) \quad \text{ここで、} \alpha = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{se}}}$$

したがって、 Q'_I は次式になる。

$$Q'_I = -C'_{ox} \left[V_{GB} - V_{FB} - \psi_{se} - \gamma\sqrt{\psi_{se}} - \alpha(\psi_s - \psi_{se}) \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\psi_s) = f(\psi_{se}) + \left. \frac{df(\psi_s)}{d\psi_s} \right|_{\psi_s=\psi_{se}} (\psi_s - \psi_{se}) \\ f(\psi_s) = -\frac{Q'_B}{C'_{ox}} = \gamma\sqrt{\psi_s} \end{array} \right.$$

(B) 簡易チャージ・シート・モデルの導出(2)

Q'_I から、 $dQ'_I/d\psi_s = \alpha C'_{ox}$ になるため、 I_{DS1} は次式になる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q'_I) d\psi_s = \frac{W}{L} \mu \int_{Q'_{I0}}^{Q'_{IL}} (-Q'_I) \frac{1}{\alpha C'_{ox}} dQ'_I = \frac{W}{L} \frac{\mu}{2\alpha C'_{ox}} (Q'^2_{I0} - Q'^2_{IL})$$

一方、 I_{DS2} は以前と変わらず、

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) \quad \left[\begin{array}{l} Q'_{IL} = -C'_{ox} [V_{GB} - V_{FB} - \psi_{se} - \gamma \sqrt{\psi_{se}} - \alpha(\psi_{sL} - \psi_{se})] \\ Q'_{I0} = -C'_{ox} [V_{GB} - V_{FB} - \psi_{se} - \gamma \sqrt{\psi_{se}} - \alpha(\psi_{s0} - \psi_{se})] \end{array} \right]$$

となる。したがって、次式が得られる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB} - \gamma \sqrt{\psi_{se}} - \psi_{se} + \alpha \psi_{se}) (\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{\alpha}{2} (\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2) \right]$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \alpha \phi_t (\psi_{sL} - \psi_{s0})$$

(B) 簡易チャージ・シート・モデルの導出(3) (ソース参照モデル)

$\psi_{se} = \psi_{s0}$ として近似すると、 I_{DS1} と I_{DS2} は

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB} - \psi_{s0} - \gamma \sqrt{\psi_{s0}}) (\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{\alpha}{2} (\psi_{sL} - \psi_{s0})^2 \right]$$

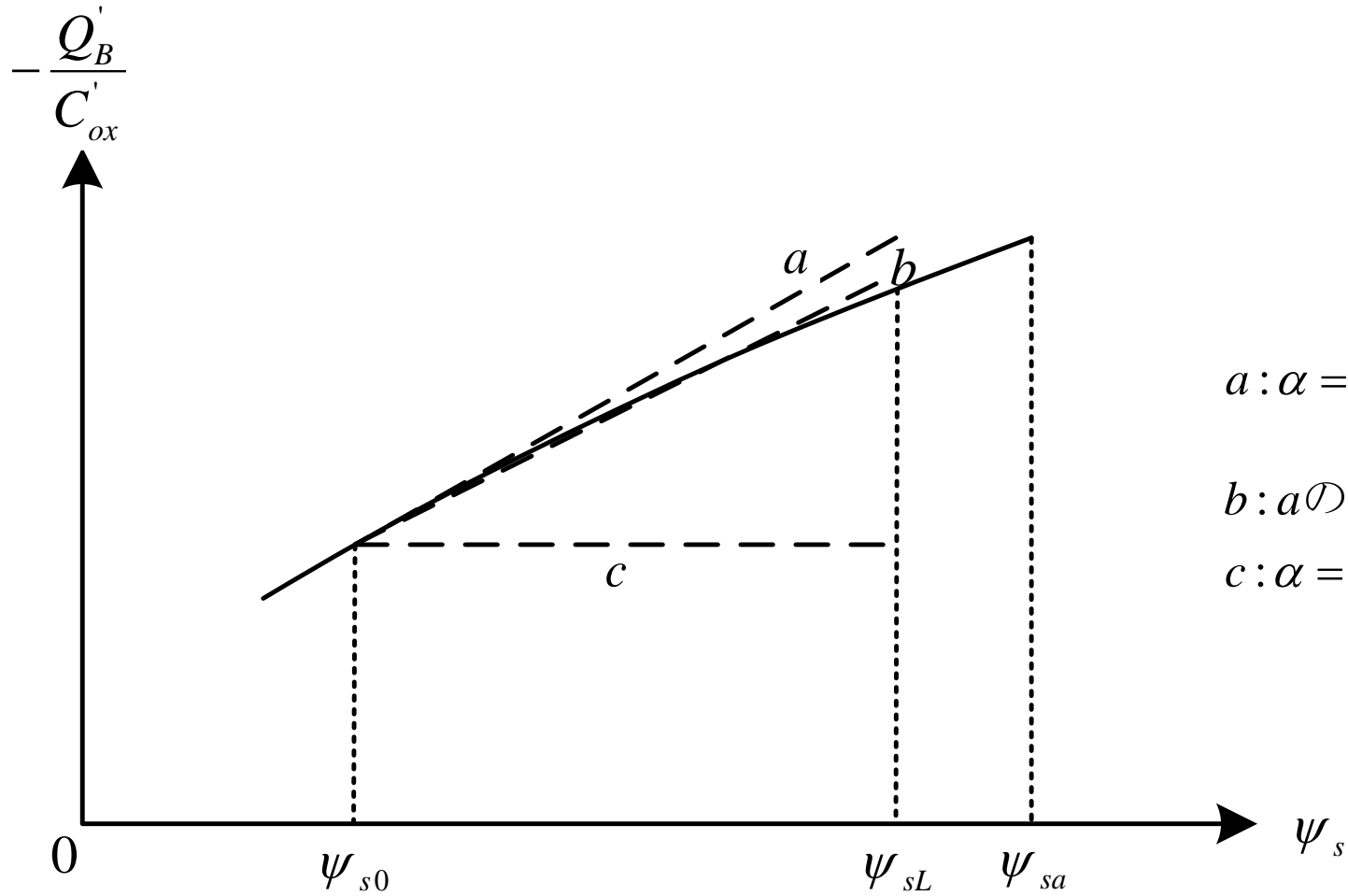
$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \phi_t \alpha (\psi_{sL} - \psi_{s0})$$

となる。また、 α は

$$\alpha = \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{s0}}}$$

である。

(B) $-\frac{Q_B'}{C_{ox}'}$ vs. 表面電位特性の近似 (ソース側での外挿)



$$a: \alpha = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{s0}}}$$

b: aの場合より僅かに小さい α

$$c: \alpha = 1$$

(C) 簡易チャージ・シート・モデルの導出(4) (対称モデル)

$\psi_{se} = \psi_{sa}$ として近似すると、

$$\alpha = n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{sa}}}$$

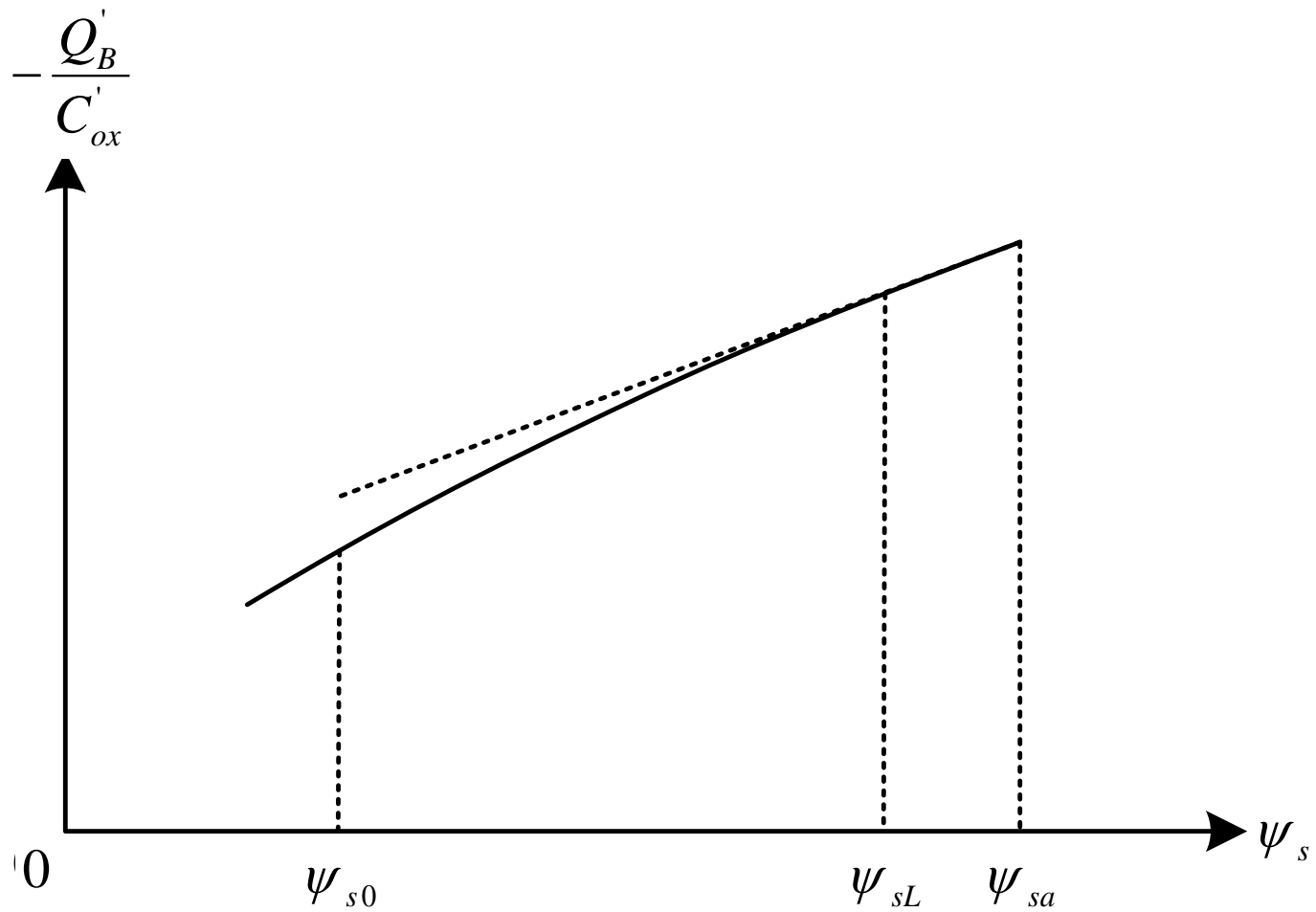
となり、 I_{DS1} と I_{DS2} は次式になる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[\left(V_{GB} - V_{FB} - \frac{\gamma}{2} \sqrt{\psi_{sa}} \right) (\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{n}{2} (\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2) \right]$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} n \phi_t (\psi_{sL} - \psi_{s0})$$

$\Rightarrow \psi_s \approx \psi_{sa}$ では、 $Q'_I \ll Q'_B$ であるため、弱反転領域にある。
 $\Rightarrow Q'_B$ が支配的であるとき、 Q'_B の近似の精度は良い。
 $\Rightarrow Q'_I$ が支配的であるとき、 Q'_B の近似の精度は良くないが、
全半導体電荷への Q'_B の誤差の影響は少ない。

(C) $-\frac{Q_B'}{C_{ox}'}$ vs. 表面電位特性の近似 (ψ_{sa} での外挿)



(C) 順方向と逆方向電流 (対称モデル)

完全チャージ・シート・モデルを単純化した式 ($\alpha \Rightarrow n$)

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \frac{\mu}{2nC'_{ox}} (Q_{I0}^2 - Q_{IL}^2), \quad I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) \quad \Rightarrow \text{p. 17参照}$$

から、 $I_{DS1} + I_{DS2}$ を求めると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \left[\frac{1}{2nC'_{ox}} (Q_{I0}^2 - Q_{IL}^2) + \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) \right] = \frac{W}{L} \mu \left(\frac{Q_{I0}^2}{2nC'_{ox}} - \phi_t Q'_{I0} \right) - \frac{W}{L} \mu \left(\frac{Q_{IL}^2}{2nC'_{ox}} - \phi_t Q'_{IL} \right) = I_F - I_R$$

ここで、

$$I_F = \frac{W}{L} \mu \left(\frac{Q_{I0}^2}{2nC'_{ox}} - \phi_t Q'_{I0} \right) \Rightarrow I_{DS, saturation} \quad (\text{順方向電流})$$

$$I_R = \frac{W}{L} \mu \left(\frac{Q_{IL}^2}{2nC'_{ox}} - \phi_t Q'_{IL} \right) \Rightarrow -I_{DS, rev. saturation} \quad (\text{逆方向電流})$$

V_{DS} 大 : $\psi_{sL} \Rightarrow \psi_{sa}$,

$Q'_{IL} \Rightarrow 0$,

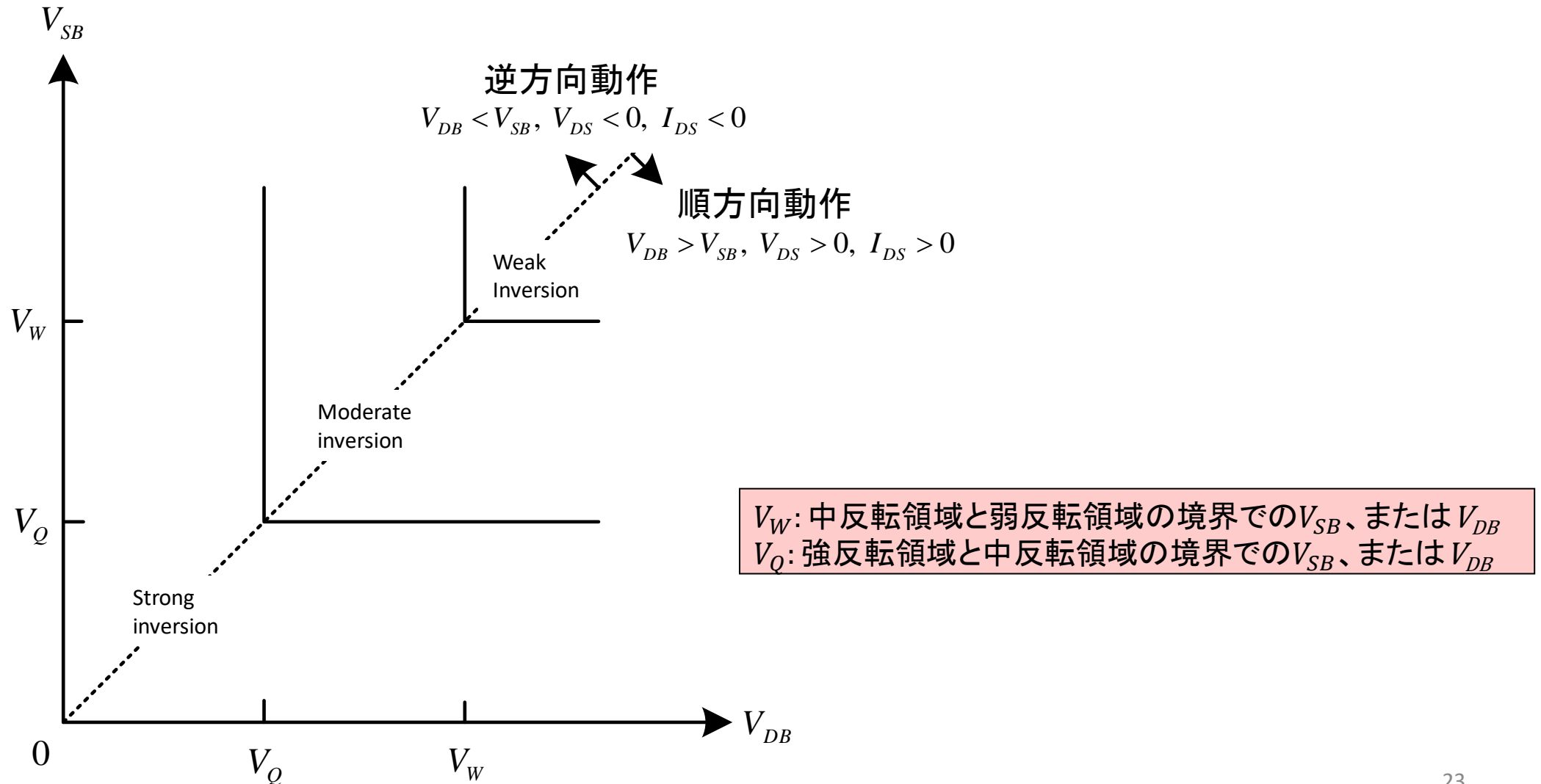
$I_R \Rightarrow 0$

V_{SB} 大 : $\psi_{s0} \Rightarrow \psi_{sa}$,

$Q'_{I0} \Rightarrow 0$,

$I_F \Rightarrow 0$

(C) MOSTランジスタの動作領域の定義



(D) 完全対称強反転モデル

ソースとドレイン端とも強反転では、 ψ_{s0} と ψ_{sL} は以下で表される。

$$\psi_{s0} \approx \phi_0 + V_{SB}, \quad \psi_{sL} \approx \phi_0 + V_{DB} \quad \left[\text{但し、} \phi_0 = 2\phi_F + \Delta\phi \quad (\Delta\phi = 6\phi_t) \right]$$

ここで、完全チャージ・シート・モデル（ドリフト成分）の以下の式を用いる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB})(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{1}{2}(\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2) - \frac{2}{3}\gamma(\psi_{sL}^{3/2} - \psi_{s0}^{3/2}) \right]$$

この式に、上の ψ_{s0} と ψ_{sL} を代入して、整理すると、 $(I_{DS1} \Rightarrow I_{DSN})$

$$\begin{aligned} I_{DSN} &= \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left\{ (V_{GB} - V_{FB})(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{1}{2}[(V_{DB} + \phi_0)^2 - (V_{SB} + \phi_0)^2] - \frac{2}{3}\gamma[(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} - (\phi_0 + V_{SB})^{3/2}] \right\} \\ &= \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left\{ (V_{GB} - V_{FB} - \phi_0)(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{1}{2}(V_{DB}^2 - V_{SB}^2) - \frac{2}{3}\gamma[(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} - (\phi_0 + V_{SB})^{3/2}] \right\} \end{aligned}$$

これは、次式で表され、ソースとドレインが対称である。

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} [g(V_{GB}, V_{DB}) - g(V_{GB}, V_{SB})]$$

(D) 完全対称強反転モデル(直接導出)

チャンネル内の点 x では、 $\psi_s(x)$ は以下になる。

$$\psi_s(x) = \phi_0 + V_{CB}(x)$$

ここで、 $V_{CB}(0) = V_{SB}$ 、 $V_{CB}(L) = V_{DB}$ である。

I_{DSN} はドリフト成分のみを考慮して、

$$I_{DSN} = \mu W (-Q'_I) \frac{d\psi_s}{dx} = \mu W (-Q'_I) \frac{dV_{CB}}{dx} \quad (\because \phi_0: \text{定数})$$

となる。これを、 $x=0 (V_{CB} = V_{SB})$ から $x=L (V_{CB} = V_{DB})$ まで積分すると、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu (-Q'_I) dV_{CB}$$

となる。 Q'_I に次式を代入すと、完全対称強反転モデルが求まる。

$$\begin{aligned} Q'_I &= -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} + \frac{Q'_B}{C'_{ox}} \right) \quad \left(Q'_B = -\gamma C'_{ox} \sqrt{\phi_0 + V_{CB}} \right) \\ &= -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} - \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{CB}} \right) = -C'_{ox} [V_{GB} - V_{TB}(V_{CB})] \end{aligned}$$

(D) 完全対称強反転モデル(飽和点と飽和領域)

$dI_{DSN}/dV_{DB} = 0$ における V_{DB} は、 V_P (ピンチオフ電圧)となる。

$$V_P = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right) - \phi_0$$

ここで、 $\phi_0 = 2\phi_F$ とおくと、 $V_P = V_W$ (弱反転と中反転の境界)

となる。これは、外部からの電圧として V_{GB} で決まる値である。

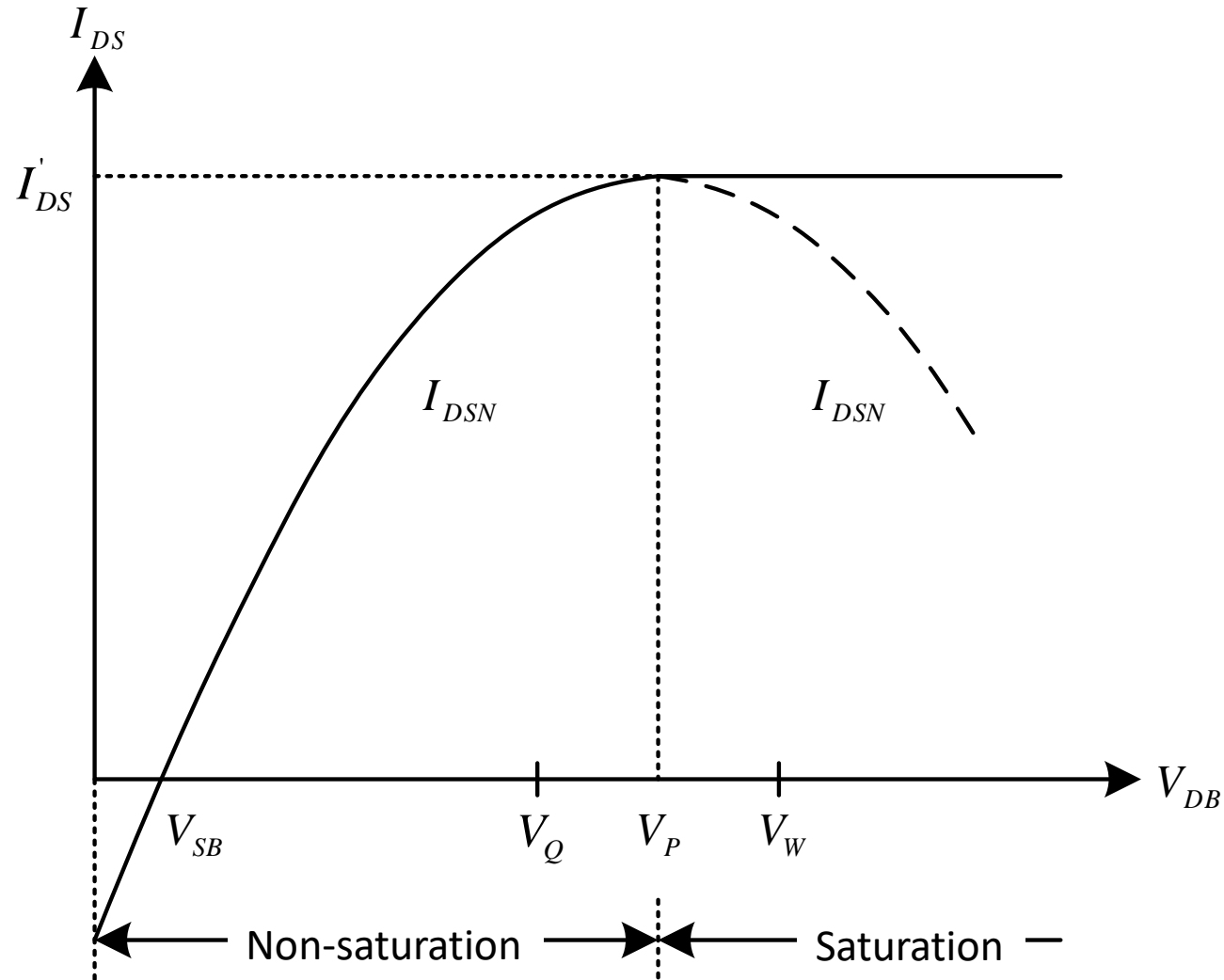
V_P での電流(飽和電流: $V_{SB} < V_{DB}$)を $I'_{DS} = I_{DSN}|_{V_{DB}=V_P}$ とすると、 I_{DS} は、

$$I_{DS} = \begin{cases} I_{DSN}, & V_{DB} \leq V_P \\ I'_{DS}, & V_{DB} > V_P \end{cases}$$

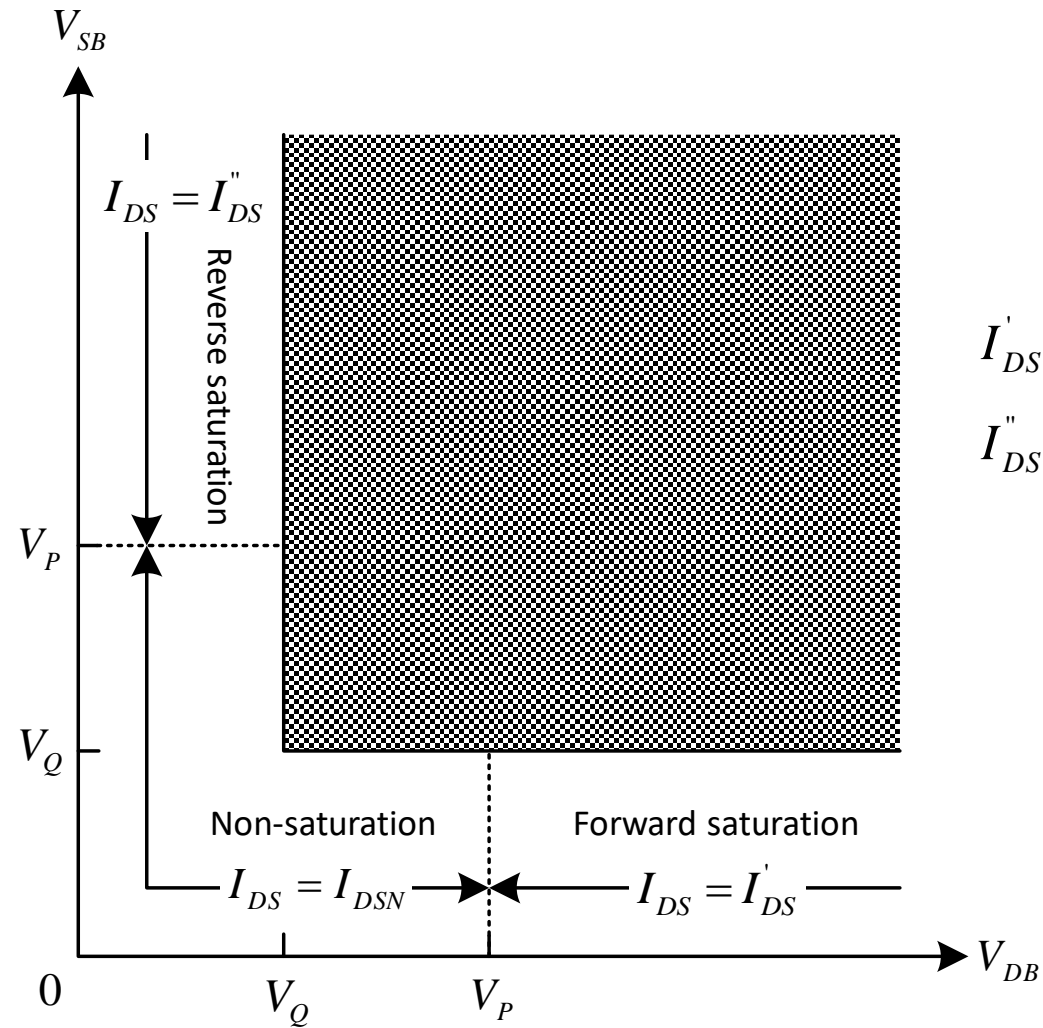
となる。また、 $V_{SB} > V_{DB}$ の場合の飽和電流は以下の如くなる。

$$I''_{DS} = I_{DSN}|_{V_{SB}=V_P}$$

(D) 完全対称強反転モデルでの $I_{DS}-V_{DS}$ 特性



(D) 完全強反転モデル



$$I_{DS}' = I_{DSN} \Big|_{V_{DB}=V_P}$$

$$I_{DS}'' = I_{DSN} \Big|_{V_{SB}=V_P}$$

(E) 簡易対称強反転モデル(1)

簡単化された対称モデル

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \left[\frac{1}{2nC'_{ox}} (Q_{I0}'^2 - Q_{IL}'^2) + \phi_t (Q_{IL}' - Q_{I0}') \right] \quad \Rightarrow \text{p. 22参照}$$

の[]内の第2項は拡散成分であるから、強反転領域ではこの項を無視して、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \frac{1}{2nC'_{ox}} (Q_{I0}'^2 - Q_{IL}'^2) \quad \Rightarrow Q'_i \text{ に関し3端子MOS構造 p.32参照}$$

(ピンチオフ近傍の反転層電荷(強反転の場合))

となる。 Q_{I0}' と Q_{IL}' に $Q'_i \approx -nC'_{ox}(V_P - V_{CB})$ を用いると、 I_{DSN} (非飽和領域の I_{DS}) は、以下になる。

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} [(V_P - V_{SB})^2 - (V_P - V_{DB})^2]$$

順方向飽和電流 I_{DS}' と逆方向飽和電流 I_{DS}'' は、次式となる。

$$I_{DS}' = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} (V_P - V_{SB})^2 \quad (V_{DB} = V_P \text{ で飽和})$$

$$I_{DS}'' = -\frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} (V_P - V_{DB})^2 \quad (V_{SB} = V_P \text{ で飽和})$$

$$V_P = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2 - \phi_0$$

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_P}}$$

(E) 簡易対称強反転モデル(2)

V_p の近似を用いて、モデルを簡単化する。

$$V_p \approx \frac{V_{GB} - V_{T0}}{n} \quad \left(\text{但し、} V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0} \right) \quad \Rightarrow V_p \text{ に関し3端子MOS構造 p.31参照}$$

(ピンチオフ電圧の別表現(2))

これを、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} \left[(V_p - V_{SB})^2 - (V_p - V_{DB})^2 \right]$$

に代入し、整理すると、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{T0})(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{n}{2} (V_{DB}^2 - V_{SB}^2) \right]$$

となる。 I_{DSN} は、 $V_{DB} = V_p$ で $dI_{DSN}/dV_{DB} = 0$ となる。

この場合、順方向飽和電流 I'_{DS} と逆方向飽和電流 I''_{DS} は、次式になる。

$$I'_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} (V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})^2, \quad I''_{DS} = -\frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} (V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB})^2$$

(F) 簡易ソース参照強反転モデル

簡単化されたソース参照モデルの以下の式において、

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB} - \psi_{s0} - \gamma \sqrt{\psi_{s0}})(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{\alpha}{2} (\psi_{sL} - \psi_{s0})^2 \right] \Rightarrow \text{p. 18参照}$$

$\psi_{s0} = \phi_0 + V_{SB}$ 、 $\psi_{sL} = \phi_0 + V_{DB}$ を代入すると、強反転での非飽和電流は、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{SB} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}})(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{\alpha}{2} (V_{DB} - V_{SB})^2 \right] \quad \text{但し、} \alpha = \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

となる。ここで、 $V_{DB} - V_{SB} = V_{DS}$ 、 $V_{GB} - V_{SB} = V_{GS}$ とおくと、次式を得る。

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T|_{V_{SB}}) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right], \quad \text{但し、} V_T|_{V_{SB}} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

(F) 簡易ソース参照強反転モデル(直接導出:1)

直接導出する場合、 $-Q'_B/C'_{ox}$ の近似式を使う。 V_{SB} の辺りで $-Q'_B/C'_{ox}$ をテイラー展開 (最初の2項までとる) すると、

$$-\frac{Q'_B}{C'_{ox}} \approx \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha_1 - 1)(V_{CB} - V_{SB})$$

$\alpha_1 - 1$ は、 $-Q'_B/C'_{ox}$ vs. V_{CB} の $V_{CB} = V_{SB}$ での傾きであり、 $\alpha_1 - 1 = \gamma/2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$ である。 α_1 は、 $-Q'_B/C'_{ox}$ を過剰に見積もっているため、その代わりに α ($\alpha < \alpha_1$) を考えると、 $-Q'_B/C'_{ox}$ は、以下になる。

$$-\frac{Q'_B}{C'_{ox}} \approx \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha - 1)(V_{CB} - V_{SB})$$

これから、 Q'_I は次式となる。

$$Q'_I = -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} + \frac{Q'_B}{C'_{ox}} \right) = -C'_{ox} \left[V_{GB} - V_{SB} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \alpha (V_{CB} - V_{SB}) \right]$$

(F) 簡易ソース参照強反転モデル(直接導出: 2)

Q'_I を以下の式に用い、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu(-Q'_I) dV_{CB}$$

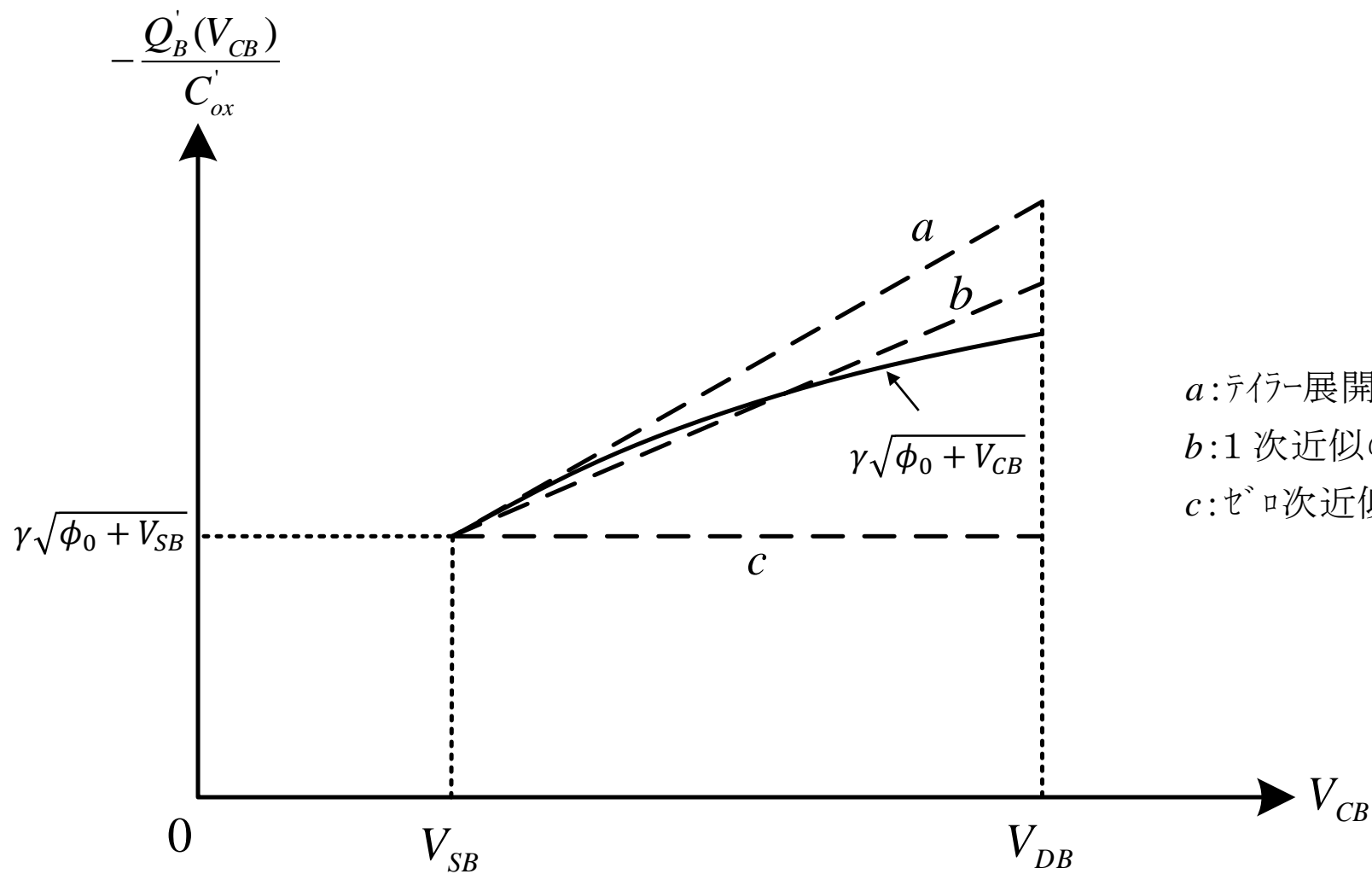
$V_{DB} = V_{DS} + V_{SB}$ 、 $V_{GB} = V_{GS} + V_{SB}$ として、積分を行うと、
 I_{DSN} は、(但し、 μ : 一定)

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T|_{V_{SB}}) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right]$$

$$\text{但し、 } V_T|_{V_{SB}} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

となり、簡単化されたソース参照モデルと同じになる。

(F) 強反転での $-Q_B'/C_{ox}'$ とチャネル内の逆バイアス V_{CB}



- a: テイラー展開による 1 次近似 at $V_{CB} = V_{SB}$
- b: 1 次近似の改善
- c: ゼロ次近似

(F) 簡易ソース参照強反転モデル(飽和点と飽和領域)

非飽和領域では、 I_{DSN} は

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right]$$

となる。ここで、

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \quad \Rightarrow V_T \text{は} V_{SB} \text{に依存する。}$$

または、

$$V_T = V_{T0} + \gamma \left(\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \sqrt{\phi_0} \right), \quad V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0}$$

である。 $dI_{DSN}/dV_{DS} = 0$ のところでの $V_{DS}(=V'_{DS})$ は、 $V'_{DS} = (V_{GS} - V_T)/\alpha$ となる。この場合の電流 I'_{DS} は、以下の如くになる。

$$I'_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha}$$

(F) 簡易ソース参照強反転モデル(まとめ)

電流 I_{DS} は,

$$I_{DS} = \begin{cases} I_{DSN}, & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ I'_{DS}, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}$$

すなわち、以下になる。

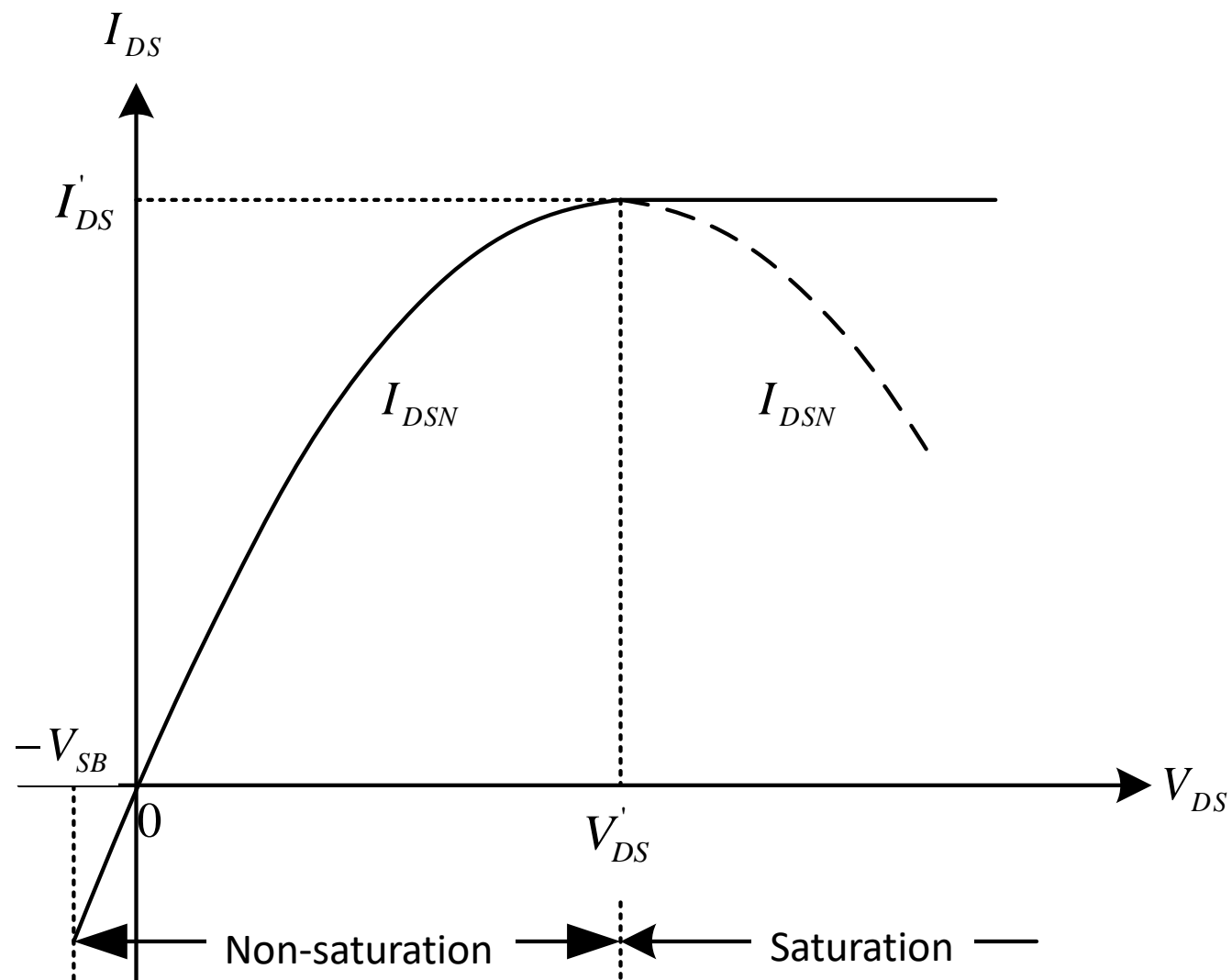
$$I_{DS} = \begin{cases} \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right], & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha}, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}$$

また、非飽和と飽和領域を一緒にして、 I_{DS} は以下の如くにも表される。

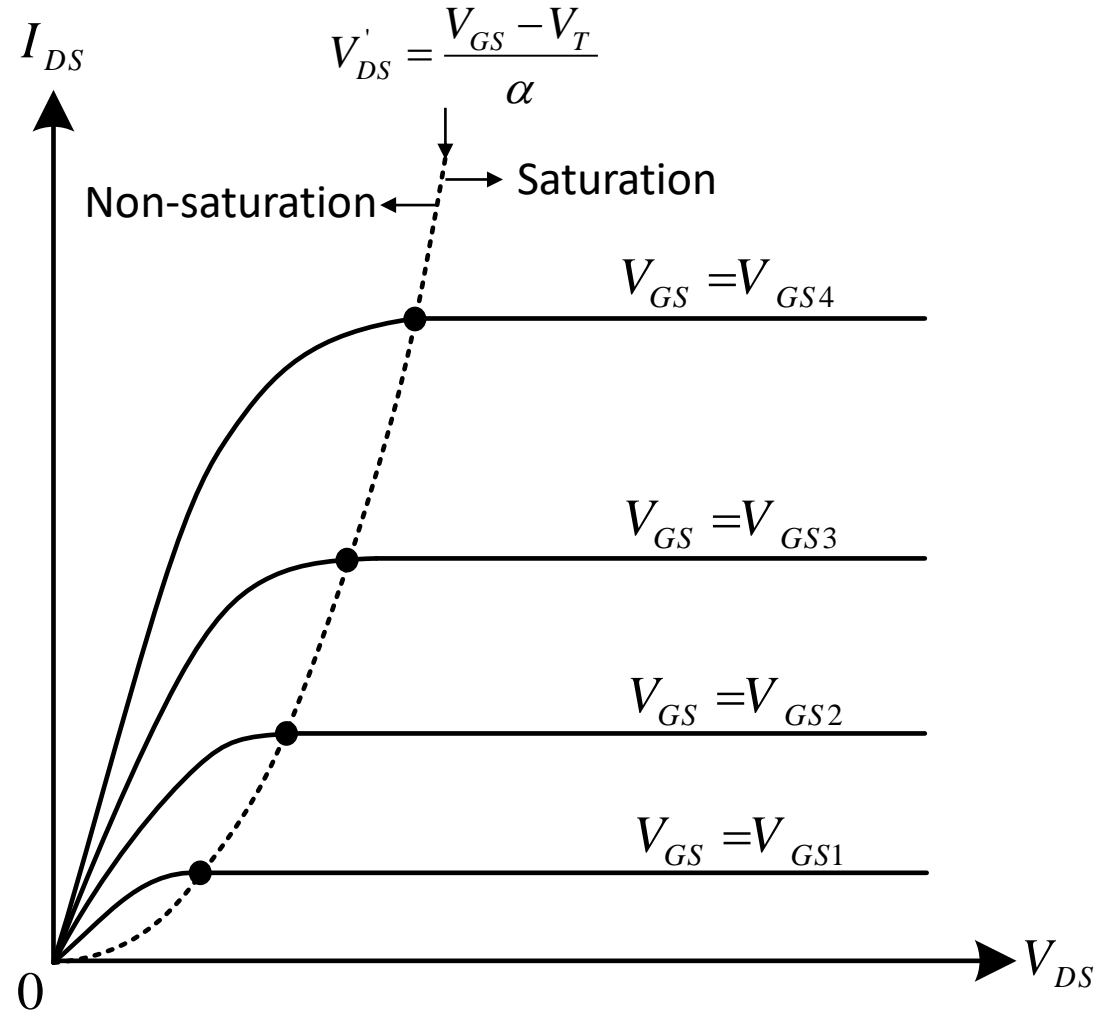
$$I_{DS} = I'_{DS} (1 - \eta^2)$$

$$\text{ここで、} \eta = \begin{cases} 1 - \frac{V_{DS}}{V'_{DS}}, & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ 0, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}$$

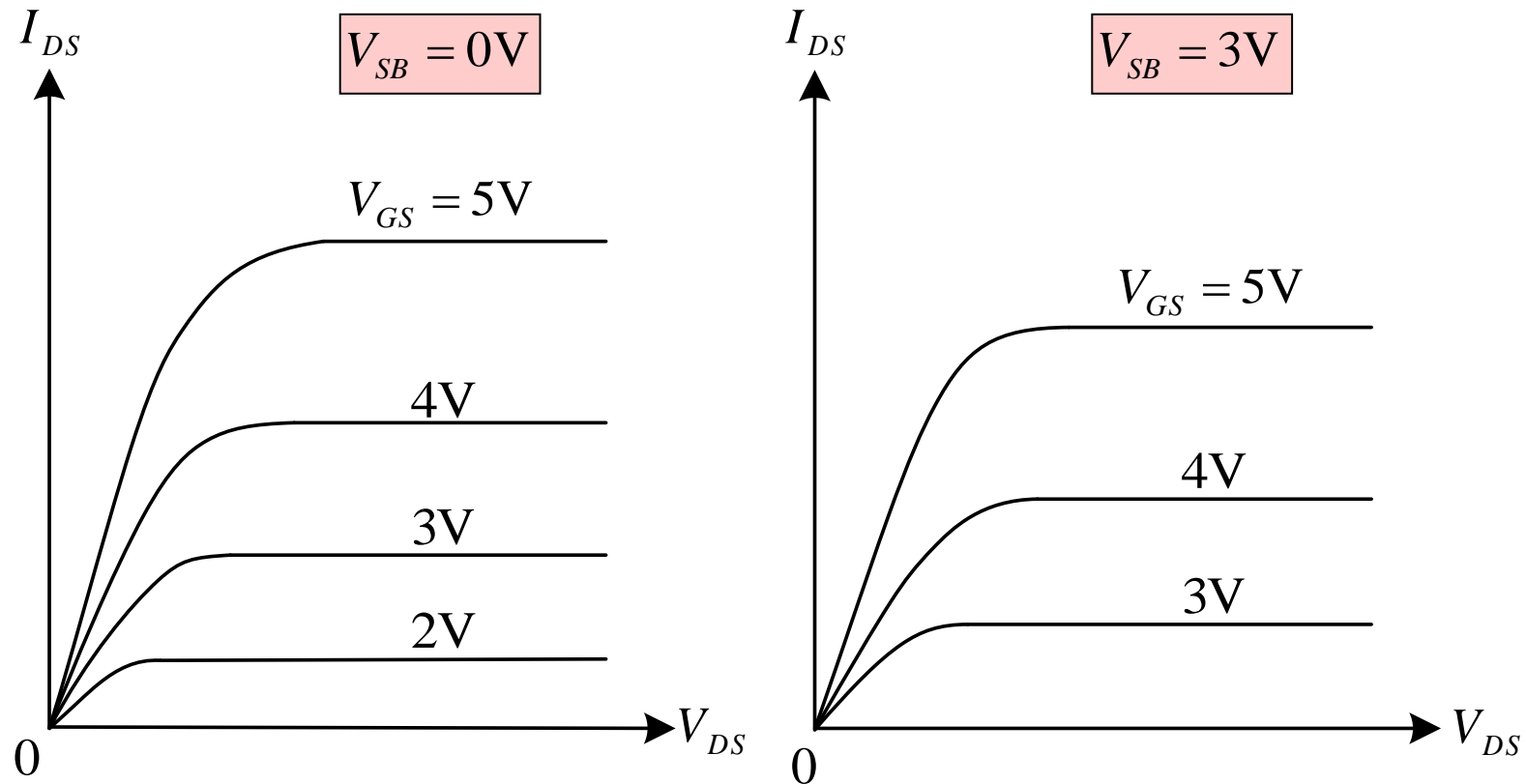
(F) $I_{DSN}-V_{DS}$ 特性: 含む $V_{DS} > V_{DS}'$ (ソース参照強反転)



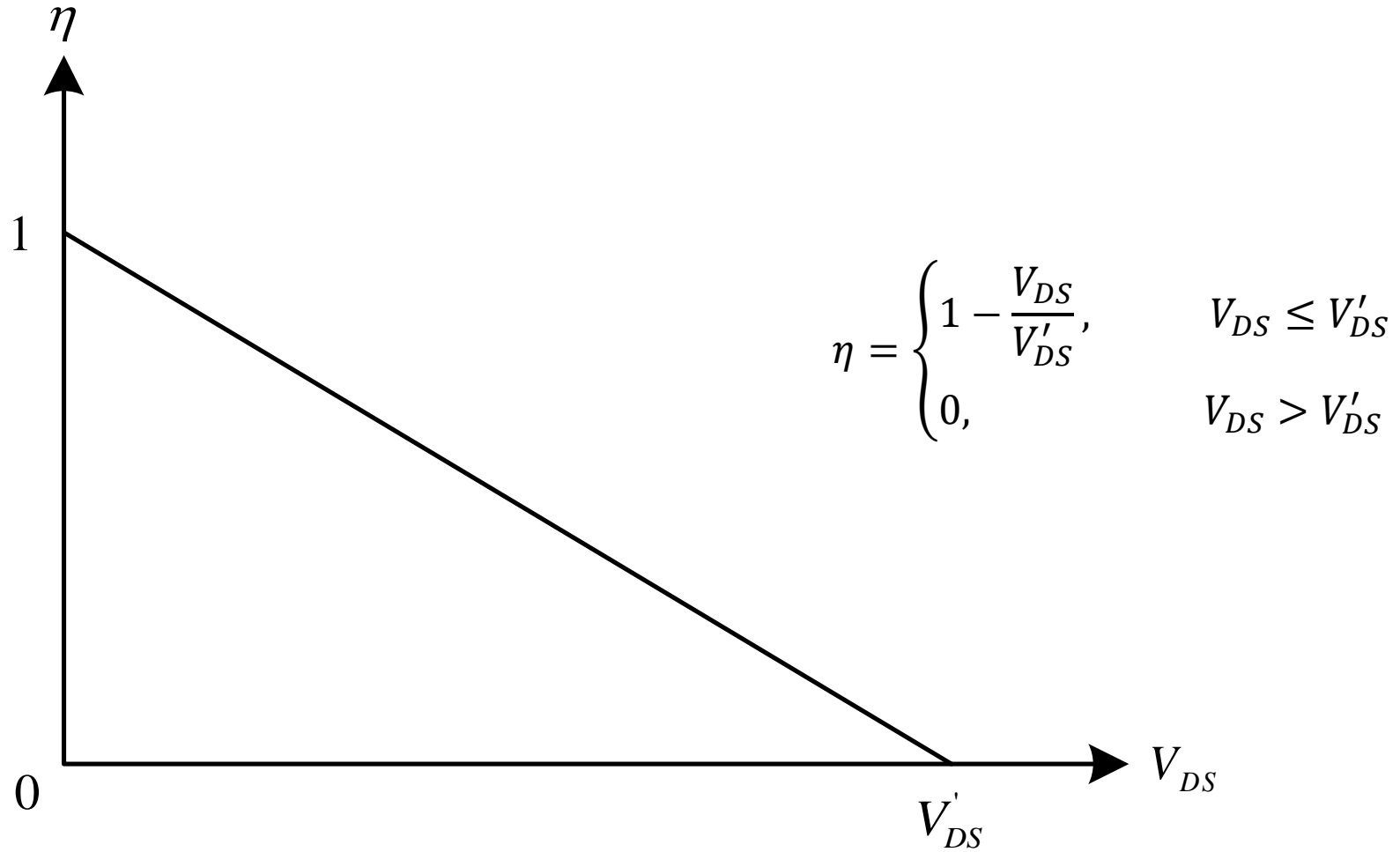
(F) $I_{DS}-V_{DS}$ 特性(ソース参照強反転)



(F) V_{SB} を変えた場合の $I_{DS}-V_{DS}$ 特性



(F) パラメータ η vs. V_{DS}



(F) α の近似(1)

$$\alpha_0 = 1$$

⇒ チャンネルに沿った空乏層幅：一定（ソース端）

⇒ $|Q'_B|$ の過少見積もり

⇒ $|Q'_I|$ の過剰見積もり (I_{DS} 、 V'_{DS} の過剰見積もり)

$$\alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

⇒ $V_{DS} = V_{DB} - V_{SB}$ が小さい場合：良い近似

⇒ 一般に $|Q'_B|$ の過剰見積もり

⇒ $|Q'_I|$ の過少見積もり (I_{DS} 、 V'_{DS} の過少見積もり)

(F) α の近似(2)

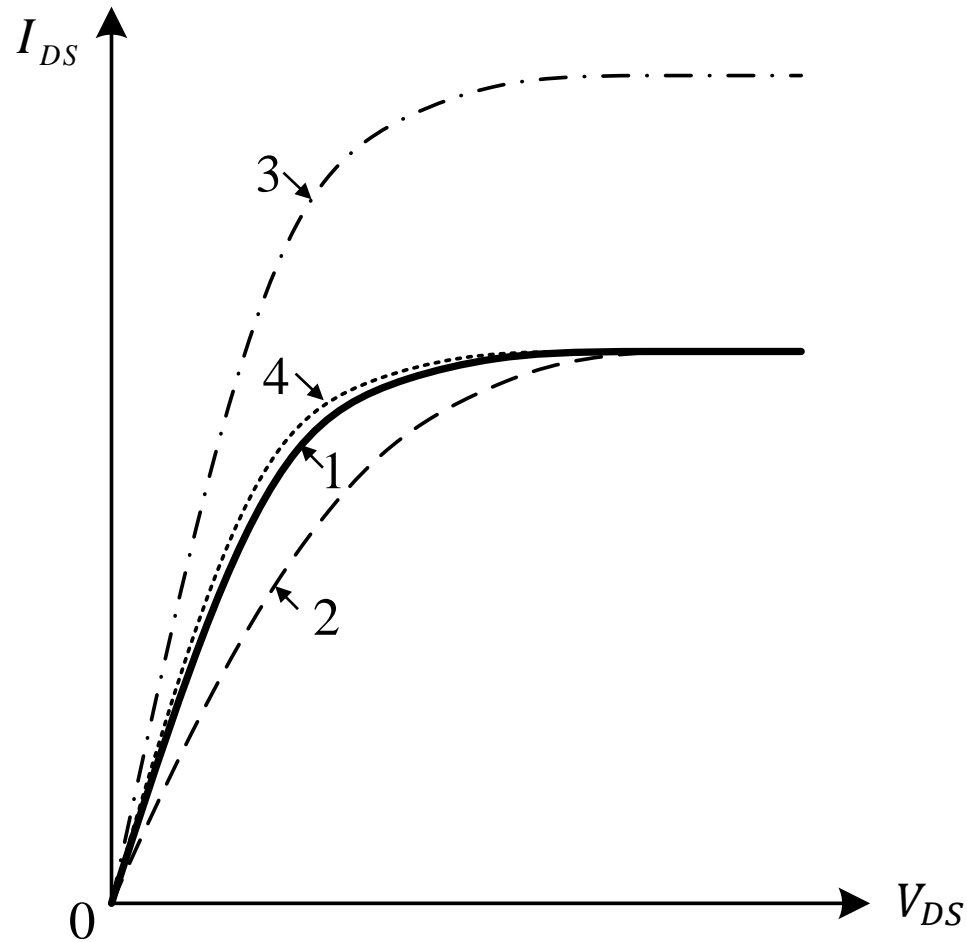
$$\alpha_2 = 1 + d_2 \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}} \quad d_2 : \text{修正係数}(0.5 \sim 0.8)$$

$$d_2 = 1 - [k_1 + k_2(\phi_B + V_{SB})]^{-1} \quad k_1, k_2 : \text{定数}$$

$$\alpha_3 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_3 + \phi_0 + V_{SB}}} \quad \phi_3 = 1$$

$$\alpha_4 = 1 + \frac{\gamma}{4\sqrt{\phi_0}}$$

(F) I_{DS} vs. V_{DS} 特性 (α : パラメータ)



- 1 測定
- 2 $\alpha=1$: 飽和領域でフィッティング
- 3 $\alpha=1$: 低 V_{DS} 領域でフィッティング
- 4 $\alpha=1.7$ でフィッティング

(F) チャンネルの任意点における電位(1)

強反転領域での電流 I_{DSN} は、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} h(V_{GB}, V_{SB}, V_{DB})$$

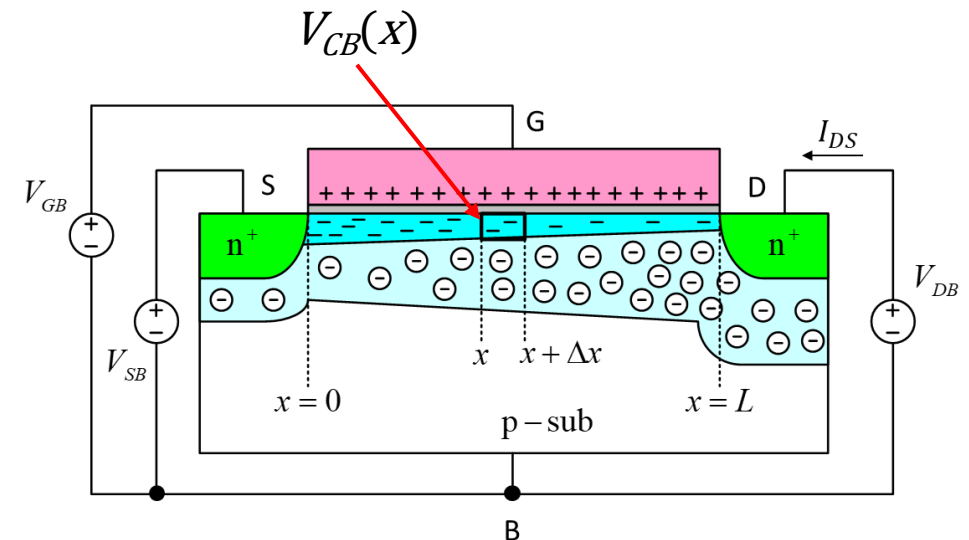
で表される。ここで、 h は関数である。

チャンネルに沿う点 x での電流は、以下になる。

$$I_{DSN} = \frac{W}{x} h(V_{GB}, V_{SB}, V_{CB}(x))$$

上2式から、 x と $V_{CB}(x)$ の以下の関係を得る。

$$\frac{x}{L} = \frac{h(V_{GB}, V_{SB}, V_{CB}(x))}{h(V_{GB}, V_{SB}, V_{DB})}$$



(F) チャンネルの任意点における電位(2)

電流 I_{DS} は,

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha} (1 - \eta^2)$$

ここで,

$$\eta = \begin{cases} 1 - \frac{V_{DS}}{V'_{DS}}, & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ 0, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}, \quad V'_{DS} = \frac{V_{GS} - V_T}{\alpha}$$

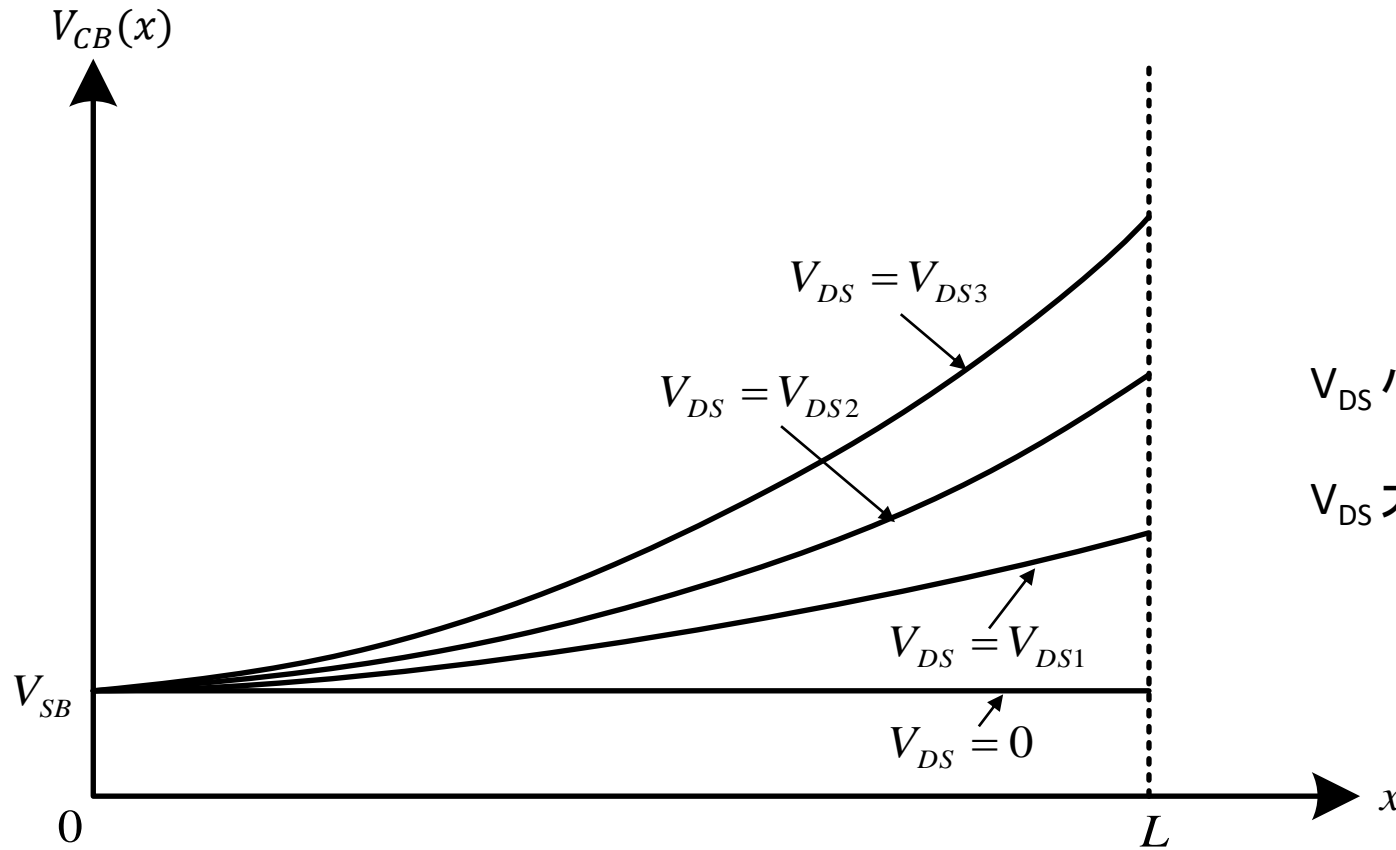
である。チャンネルに沿う点 x での電流は、以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{x} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\alpha}{V_{GS} - V_T} (V_{CB}(x) - V_{SB}) \right]^2 \right\}$$

I_{DS} に関する上2式を等しいとして解くと、 $V_{CB}(x)$ は次式になる。

$$V_{CB}(x) = V_{SB} + \frac{V_{GS} - V_T}{\alpha} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{x}{L} (1 - \eta^2)} \right]$$

(F) チャンネルに沿っての基板からの電位



V_{DS} 小 \Rightarrow チャンネル電位の傾きは
ほぼ一定
 V_{DS} 大 \Rightarrow チャンネル電位の傾きは
ドレイン側でより大きくなる

(G) 弱反転モデル(基本)

弱反転領域では、表面電位 ψ_s は、

$$\psi_s \approx \psi_{sa}(V_{GB})$$

$$\psi_{sa}(V_{GB}) = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2$$

となり、 V_{GB} の関数になる。

⇒ Q'_B はチャネル位置に依存しない。

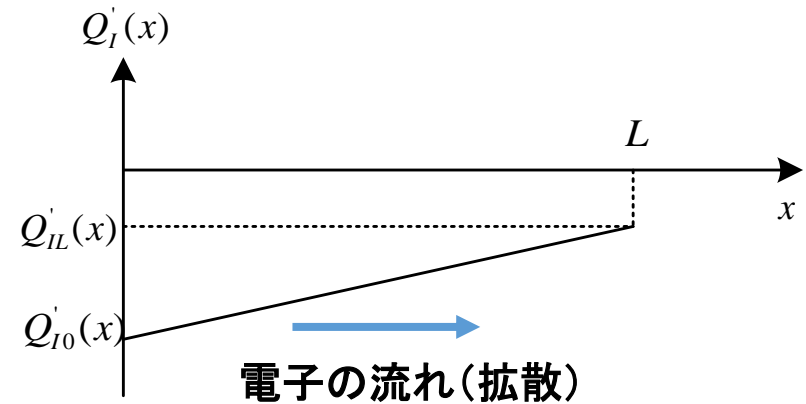
(空乏層深さはチャネルに沿って一定)

⇒ チャネルに沿って同じ電位

(電流は拡散成分のみ存在：ドリフト成分はない)

したがって、ここでは完全チャージ・シート・モデルの拡散成分を用いる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0})$$



(G) 弱反転モデル(対称モデル)

弱反転領域の電荷の式 (空乏領域でも成立)

$$Q'_I = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} \phi_t e^{[\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F]/\phi_t} \cdot e^{-V_{CB}/\phi_t} \quad \Rightarrow \text{3端子MOS構造 p.20参照}$$

を用いて、 Q'_{I0} 、 Q'_{IL} を以下の如くとする。

$$Q'_{I0} = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} \phi_t e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t} \cdot e^{-V_{SB}/\phi_t}, \quad Q'_{IL} = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} \phi_t e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t} \cdot e^{-V_{DB}/\phi_t}$$

したがって、弱反転領域の I_{DS} は、以下の如くである。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) = \frac{W}{L} \hat{I}(V_{GB}) (e^{-V_{SB}/\phi_t} - e^{-V_{DB}/\phi_t})$$

$$\text{但し、} \hat{I}(V_{GB}) = \mu \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} \phi_t^2 e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t}$$

(G) 弱反転モデル(対称モデル別表現)

弱反転の I_{DS} (対称モデル) の式で、

$$\psi_{sa} = V_P + \phi_0, \quad n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_P(V_{GB})}}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{C'_{ox}}$$

を用いると、以下を得る。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (n-1) e^{(\phi_0 - 2\phi_F)/\phi_t} \phi_t^2 \left[e^{(V_P - V_{SB})/\phi_t} - e^{(V_P - V_{DB})/\phi_t} \right]$$

更に、 $V_P = (V_{GB} - V_{T0})/n$ を用いると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (n-1) e^{(\phi_0 - 2\phi_F)/\phi_t} \phi_t^2 \left[e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})/(n\phi_t)} - e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB})/(n\phi_t)} \right]$$

を得る。

(G) 弱反転モデル(ソース参照モデル)

弱反転での電流式は、以下である。

⇒ Q_M' に関し、3端子MOS構造のp.21参照

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{IO}) = -\frac{W}{L} \mu \phi_t Q'_{IO} \left(1 - \frac{Q'_{IL}}{Q'_{IO}} \right)$$

$$Q'_I \approx Q'_M e^{(V_{GC} - V_M)/(n\phi_t)} \quad Q'_I \rightarrow Q'_{IO}$$

$$Q'_M = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{CB}}} \phi_t \quad V'_{CB} \rightarrow V'_{SB}$$

$$V_{GC} \rightarrow V_{GS}$$

ここで、 $Q'_{IL}/Q'_{IO} = e^{-(V_{DB} - V_{SB})/\phi_t} = e^{-V_{DS}/\phi_t}$ であるから、 I_{DS} は以下になる。

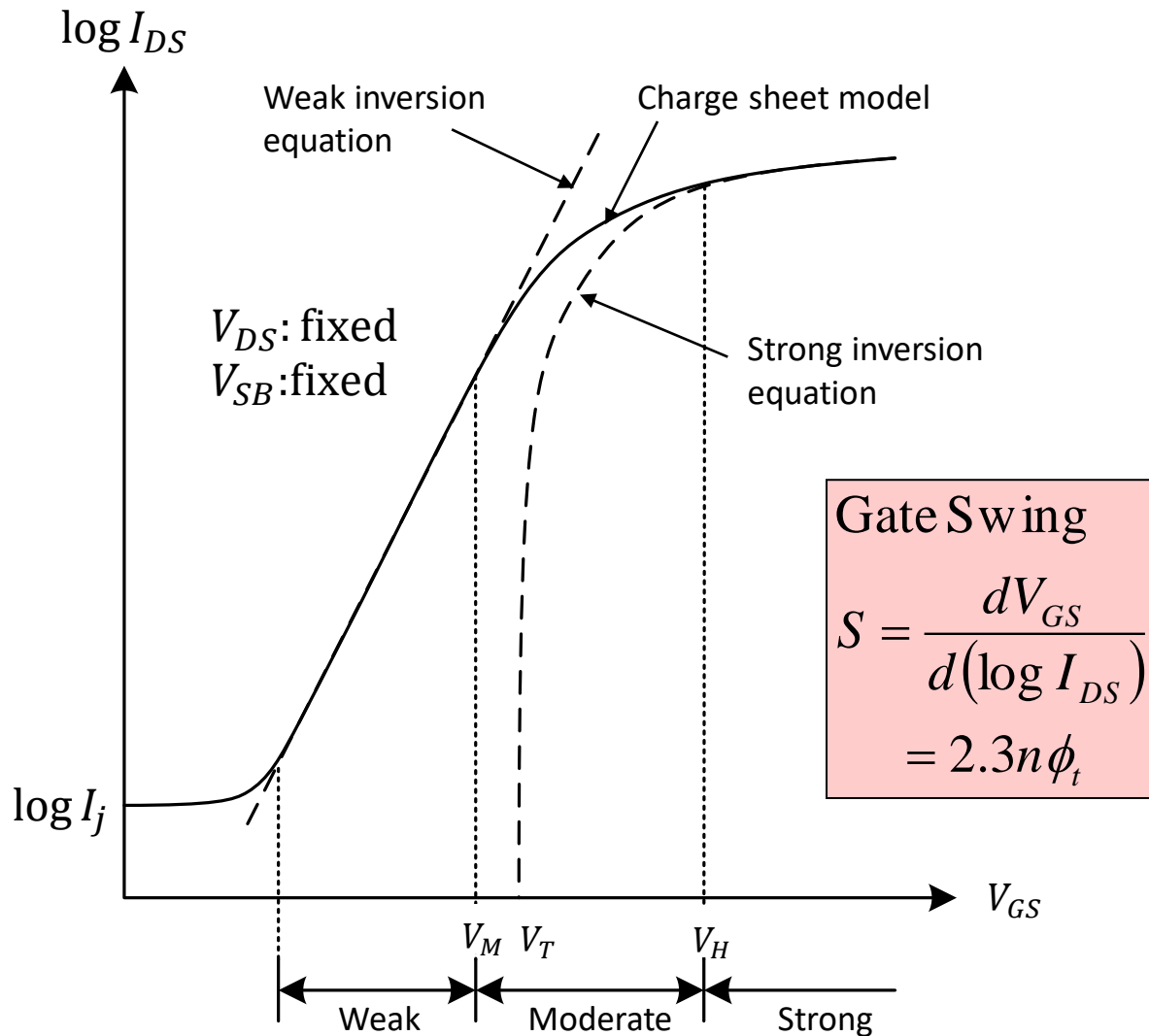
$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (-Q'_{IO}) (1 - e^{-V_{DS}/\phi_t})$$

ここで、 $Q'_{IO} \approx Q'_M e^{(V_{GS} - V_M)/(n\phi_t)}$ を用いると、 $I_{DS}(V_{SB} = V'_{SB} \text{で固定})$ は以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} I'_M e^{(V_{GS} - V_M)/(n\phi_t)} (1 - e^{-V_{DS}/\phi_t})$$

$$\left\{ I'_M = \mu \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}} \phi_t^2, \quad V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma \sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}, \quad n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}} \right\}$$

(G) $\log I_D$ vs. V_{GS} 特性



$$I_{DS} \propto \exp\left(\frac{V_{GS} - V_M}{n\phi_t}\right)$$

$$\ln(I_{DS}) = \frac{\log(I_{DS})}{\log(e)} \propto \frac{V_{GS} - V_M}{n\phi_t}$$

$$\log(I_{DS}) \propto \log(e) \frac{V_{GS} - V_M}{n\phi_t}$$

$$\frac{d\log(I_{DS})}{dV_{GS}} = \log(e) \frac{1}{n\phi_t}$$

$$\frac{dV_{GS}}{d\log(I_{DS})} = \frac{n\phi_t}{\log(e)} = 2.3n\phi_t$$

EKVモデル(対称モデルへの展開1)

EKVのモデル式は、以下の如くである。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left\{ \left[\ln \left(1 + e^{(V_P - V_{SB}) / (2\phi_t)} \right) \right]^2 - \left[\ln \left(1 + e^{(V_P - V_{DB}) / (2\phi_t)} \right) \right]^2 \right\}$$

非飽和と飽和の全領域で使用。漸近的に弱反転と強反転に近づく。

弱反転領域 \Rightarrow 指数項 $\ll 1$ であるから、 $\ln(1+x) \approx x$, $|x| \ll 1$ から

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left[e^{(V_P - V_{SB}) / \phi_t} - e^{(V_P - V_{DB}) / \phi_t} \right]$$

が得られる。これは、弱反転(対称モデル)の別表現の式で $(n-1)e^{(\phi_0 - 2\phi_F) / \phi_t}$ を $2n$

とおいたものとなる。強反転かつ非飽和領域 \Rightarrow 指数項 $\gg 1$ であるから、

$[\ln(1+e^y)]^2 \approx (\ln e^y)^2 = y^2$, $e^y \gg 1$ から

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} \left[(V_P - V_{SB})^2 - (V_P - V_{DB})^2 \right] \quad \Rightarrow \text{p.30 参照}$$

となる。これは、簡単化された対称強反転モデルになる。

EKVモデル(対称モデルへの展開2)

EKVの式で、 V_{DS} が大きくなると、2番目の指数関数は無視でき、

$$I_{DS} = I'_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} (V_P - V_{SB})^2 \quad (V_{DB} = V_P \text{で飽和})$$

となる。 I'_{DS} は順方向飽和電流である。また、EKVの式に $V_P = (V_{GB} - V_{T0})/n$ を代入すると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n)\phi_t^2 \left\{ \left[\ln\left(1 + e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})/(2n\phi_t)}\right) \right]^2 - \left[\ln\left(1 + e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB})/(2n\phi_t)}\right) \right]^2 \right\}$$

となる。強反転の下では、指数項 $\gg 1$ であるため、

$$\begin{aligned} I_{DS} &= \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} \left[(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})^2 - (V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB})^2 \right] \\ &= \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{T0})(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{n}{2} (V_{DB}^2 - V_{SB}^2) \right] \quad \Rightarrow \text{p.30 参照} \end{aligned}$$

すなわち、簡単化された対称強反転モデルの式になる。

EKVモデル(展開時の誤差)

弱反転領域では、指数項 $\ll 1$ であるから、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left[e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB}) / (n\phi_t)} - e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB}) / (n\phi_t)} \right]$$

となる。これは、弱反転（対称モデル）の別表現の式で $(n-1)e^{(\phi_0 - 2\phi_F) / \phi_t}$ を $2n$ とおいたものとなる。

この置換えによる誤差は、 V_{T0} を少し増大させることで I_{DS} を正しい値に近づけることができる。

V_{T0} は指数関数内にあるため、ほんの少しの増大で対応できる。

したがって、この増大があっても強反転領域での誤差は少ない。

例えば、強反転飽和領域での電流式は、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} (V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})^2$$

となり、括弧内の値は大きいので、 V_{T0} の僅かな変化は I_{DS} への大きな誤差にはならない。

EKVモデル(ソース参照モデル1)

EKVモデルをソース参照モデルに変えると、以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left\{ \left[\ln \left(1 + e^{(V_{GS}-V_T)/(2n\phi_t)} \right) \right]^2 - \left[\ln \left(1 + e^{(V_{GS}-V_T-nV_{DS})/(2n\phi_t)} \right) \right]^2 \right\}$$

$$V_T = V_{T0} + \gamma \left(\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \sqrt{\phi_0} \right), \quad V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0}$$

この V_T には、イオン注入、短チャネル効果等を考慮できる。弱反転の場合、指数項 $\ll 1$ であるから、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left[e^{(V_{GS}-V_T)/(n\phi_t)} - e^{(V_{GS}-V_T-nV_{DS})/(n\phi_t)} \right] = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 e^{(V_{GS}-V_T)/(n\phi_t)} \left[1 - e^{-V_{DS}/\phi_t} \right]$$

となる。これは、以下の弱反転のソース参照モデルに対応する。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} I'_M e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)} \left(1 - e^{-V_{DS}/\phi_t} \right)$$

$$I'_M = \mu \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}} \phi_t^2 = \mu C'_{ox} (n-1) \phi_t^2, \quad n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}}$$

$$V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma \sqrt{2\phi_F + V'_{SB}} \quad V_{SB} = V'_{SB} (\text{固定})$$

EKVモデル(ソース参照モデル2)

弱反転において、EKVモデルとソース参照モデルとの違いは、

$(n-1)e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)}$ が $(2n)e^{(V_{GS}-V_T)/(n\phi_t)}$ に置き換わっていることである。

$$V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F + V_{SB}}, \quad V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}, \quad \phi_0 = 2\phi_F + \Delta\phi$$

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V_{SB}}} \Rightarrow n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

すなわち、 $n-1$ と $2n$ の違いを指数の中の $V_T - V_M$ で調整でき、正しい I_{DS} に近づけることができる。

また、 n において $2\phi_F$ を ϕ_0 に換えることにより、更に精度は上がる。この場合 n は α_3 に変わる。

強反転の場合(非飽和)、EKVモデル中の両指数項 $\gg 1$ であるから、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} \left[(V_{GS} - V_T)^2 - (V_{GS} - V_T - nV_{DS})^2 \right] = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right], \quad \text{ここで } n \Rightarrow \alpha$$

となる。これは、簡単化されたソース参照強反転モデル(非飽和)である。

EKVモデル(ソース参照モデル3)

強反転の場合(飽和)、EKVモデル中の最初の指数項 $\gg 1$ 、2番目の指数項 $\ll 1$ であるから、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} [(V_{GS} - V_T)^2] = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2\alpha} [(V_{GS} - V_T)^2], \quad \text{ここで } n \Rightarrow \alpha$$

となる。これは、単純化されたソース参照強反転モデル(飽和)である。

反転とは無関係に V_{DS} が高いとEKVモデル中の2番目の項は無視でき、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left[\ln(1 + e^{(V_{GS} - V_T)/(2n\phi_t)}) \right]^2$$

となる。アナログ回路では、たいていのデバイスは飽和領域で動作しており、上式は近似計算には向いている。

EKVモデルは、インターポレーション(弱反転と強反転の間)モデルに非常に有効である。

ソース参照モデルの利点

- 通常の印加電圧に対応している。
- 閾値電圧が電流式中に自然に表れる。
- バックゲートを第2のゲートとして扱える。
- キャリア速度飽和を V_{DS} によって簡単に扱える。
- 非対称デバイスに対応できる。
- ソース参照モデルが高周波動作に対応している。

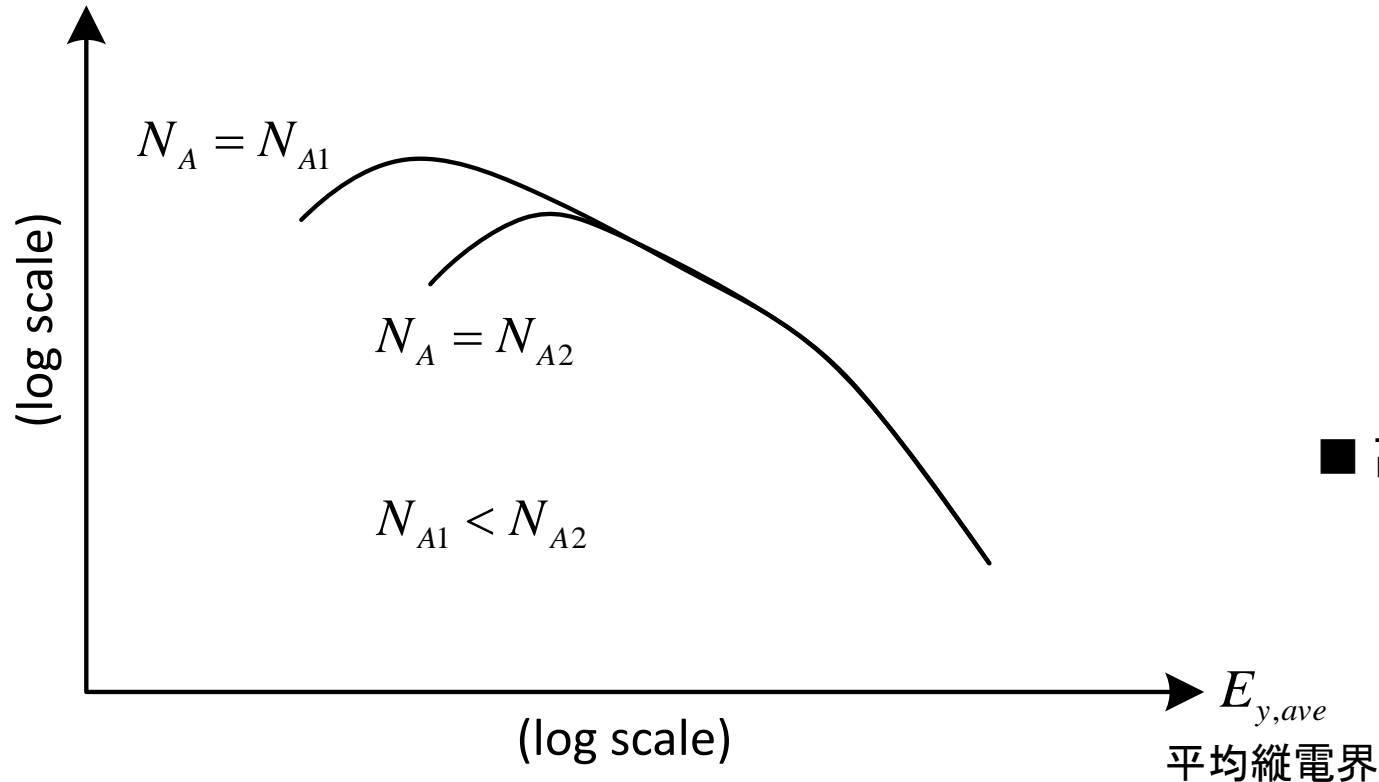
基板参照モデルの利点

- 対称デバイスに対応できる。
(アナログ回路対応)
- 電流の飽和点を V_{SB} に関係なく V_{DB} で直接表現できる。
(基板参照長チャネルモデル)
- 弱反転領域をよく表現できる。
(ψ_{sa} は V_{GB} のみに依存)
- 縦方向電界による移動度変化をよく扱える。
- I_{DS} とその微分は $V_{DS}=0$ で連続に扱える。
(コンピュータシミュレーションに適合)

表面移動度と平均縦電界

表面移動度

μ



■ 低電界領域での $E_{y,ave}$ の μ への影響

不純物原子によるクーロン散乱
酸化膜界面電荷

$\Rightarrow E_{y,ave}$ が高くなるにつれ増大する反転層電荷が、不純物原子や界面電荷をシールドするため、上記影響が弱まり、 μ は $E_{y,ave}$ の増大に伴い上昇する。
 $\Rightarrow E_{y,ave}$ が更に高くなるとフォノン(格子振動)散乱の影響が強くなり、上記上昇は止まる。

■ 高電界領域での $E_{y,ave}$ の μ への影響

表面ラフネス(Surface Roughness)散乱

$\Rightarrow E_{y,ave}$ が高くなるにつれ μ は低下

実効移動度(1)

ドリフト電流と拡散電流を併せた I_{DS} は、

$$I_{DS} = \mu W (-Q'_I) \frac{d\psi_s}{dx} + \mu W \phi_t \frac{dQ'_I}{dx}$$

となる。 μ を一定とし、 $x=0$ から $x=L$ まで積分すると、 μ は積分の外にできるため、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q'_I) d\psi_s + \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) \right]$$

となる。ここで、 μ を μ_{eff} (実効移動度：縦電界依存性あり) で置き換えると、 I_{DS} は以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu_{eff} \left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q'_I) d\psi_s + \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) \right]$$

実効移動度(2)

一方、ドリフト電流と拡散電流を併せた I_{DS}

$$I_{DS} = \mu W \left(-Q_I' \right) \frac{d\psi_s}{dx} + \mu W \phi_t \frac{dQ_I'}{dx}$$

の両辺を μ で割り、 $x=0$ から $x=L$ まで積分すると、

$$I_{DS} \int_0^L \frac{dx}{\mu} = W \left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q_I') d\psi_s + \phi_t (Q_{IL}' - Q_{I0}') \right]$$

となる。この式と前シートで求めた μ_{eff} を含む式を比較すると、以下が得られる。

$$\mu_{eff} = \frac{1}{\frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{\mu} dx}$$

実効移動度(3)

実験データから、 μ は強反転の場合、以下の如く近似できる。

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \alpha_\theta E_{y,ave}}$$

ここで、

$$E_{y,ave} = \frac{E_{ys} + E_{yb}}{2}$$

である。 E_{ys} は表面での縦方向電界、 E_{yb} は反転層下での縦方向電界である。つまり、

$$E_{ys} = -\frac{Q_I' + Q_B'}{\epsilon_s}, \quad E_{yb} = -\frac{Q_B'}{\epsilon_s}$$

である。この場合、 $E_{y,ave}$ は次式になる。

$$E_{y,ave} = -\frac{Q_B' + 0.5Q_I'}{\epsilon_s}$$

Mathiessenの法則

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}$$

実効移動度(4)

$E_{y,ave}$ を μ の式に代入すると、 μ は以下の如くなる。

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 - (a_\theta / \epsilon_s)(Q'_B + 0.5Q'_I)}$$

更に、 μ_{eff} は、

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{\frac{1}{L} \int_0^L [1 - (a_\theta / \epsilon_s)(Q'_B + 0.5Q'_I)] dx}$$

である。ここで、 V_{CB} が x に対し線形に変化するものとする (低い V_{DS} の場合成立)、 $dV_{CB}/dx \approx (V_{DB} - V_{SB})/L$ となるため、 μ_{eff} は次式になる。

$$\mu_{eff} \approx \frac{\mu_0}{[1/(V_{DB} - V_{SB})] \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} [1 - (a_\theta / \epsilon_s)(Q'_B + 0.5Q'_I)] dV_{CB}}$$

実効移動度(5)

計算の結果、 μ_{eff} は

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{1 + \theta f_\mu} \quad \left(\text{但し、} \theta = \frac{\alpha_\theta}{2\varepsilon_s} C'_{ox} \right)$$

となる。 f_μ は、完全対称強反転モデルの場合、

$$f_\mu = (V_{GB} - V_{FB} - \phi_0) - \frac{1}{2}(V_{DB} + V_{SB}) + \frac{2}{3}\gamma \frac{(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} - (\phi_0 + V_{SB})^{3/2}}{V_{DB} - V_{SB}}$$

一方、簡単化されたソース参照強反転モデルの場合の f_μ は、

$$f_\mu = V_{GS} - V_{FB} - \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)V_{DS} = V_{GS} - V_T + 2\gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)V_{DS}$$

$$\text{但し、} V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

実効移動度(6)

μ_{eff} の式の中の Q'_B と Q'_I に代入する式として、
完全対称強反転モデル（直接導出）からの式

$$Q'_B = -\gamma C'_{ox} \sqrt{\phi_0 + V_{CB}}$$

$$Q'_I = -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} - \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{CB}} \right)$$

または、簡単化されたソース参照強反転モデル（直接導出）の式

$$-\frac{Q'_B}{C'_{ox}} \approx \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha - 1)(V_{CB} - V_{SB})$$

$$Q'_I = -C'_{ox} \left[V_{GB} - V_{SB} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \alpha(V_{CB} - V_{SB}) \right]$$

を代入して計算する。

実効移動度(7)

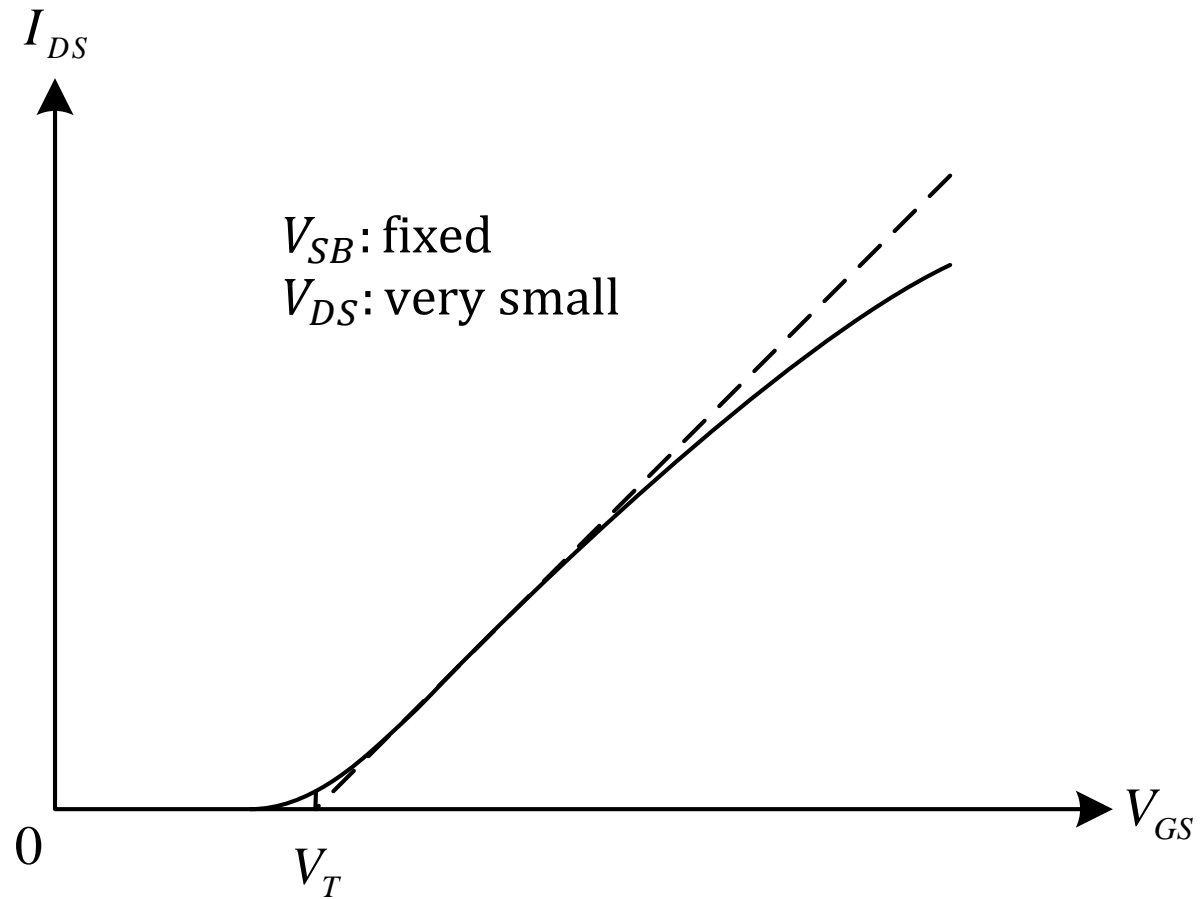
簡単化されたソース参照強反転モデルからの μ_{eff} を更に近似すると、

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{1 + \theta(V_{GS} - V_T) + \theta_B V_{SB}} \quad (\text{但し、}\theta_B \text{は定数})$$

となる。ここでの近似は、

- (1) f_μ の中の V_{DS} に関する項を落とした。
⇒ 飽和電圧 V_{DS}' に関し、今までの式
(μ を一定とした式) を使える。
- (2) f_μ の中の V_{SB} に関する項を線形近似した。

I_{DS} vs. V_{GS} 特性



温度依存性

移動度の温度依存性は、以下で表される。

$$\mu(T) = \mu(T_r) \left(\frac{T}{T_r} \right)^{-k_3}$$

ここで、 T は絶対温度、 T_r は室温、 $k_3 (= 1.2 \sim 2.0)$ は定数である。

V_T の温度依存性は、以下で表される。

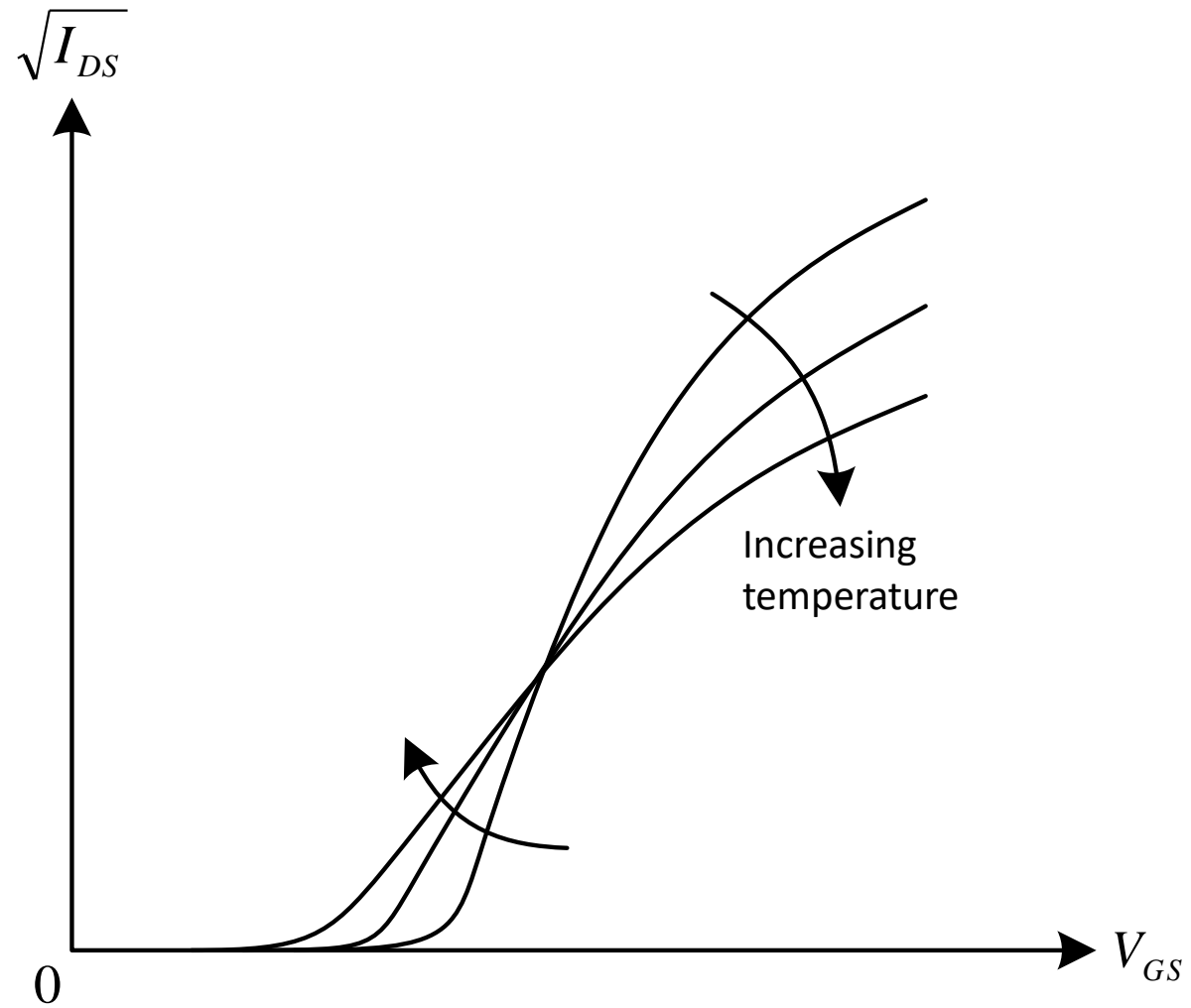
$$V_T(T) = V_T(T_r) - k_4(T - T_r)$$

ここで、 $k_4 (= 0.5 \sim 3 \text{ mV/K})$ は定数である。 V_T は、 ϕ_0 と V_{FB} により温度依存性を持つ。

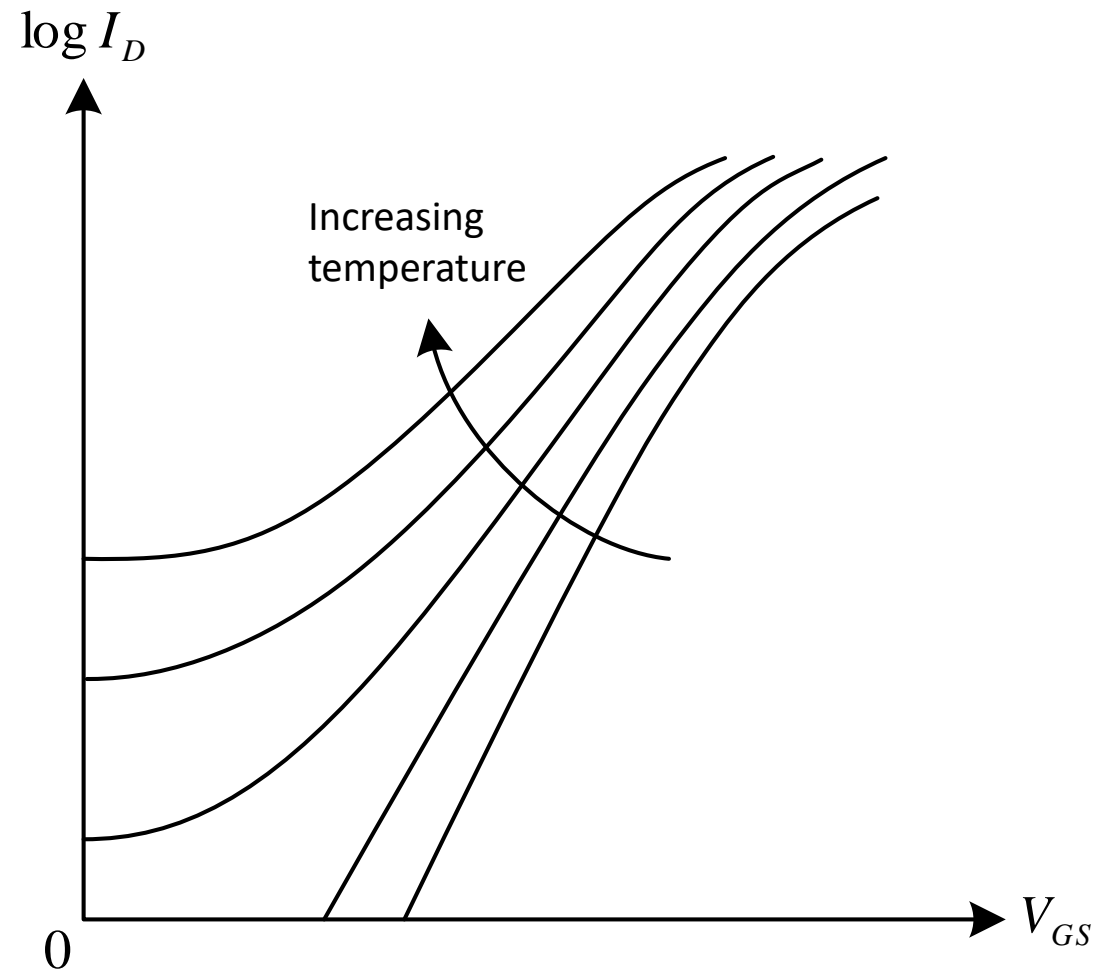
これらから、電流式（簡単化されたソース参照強反転モデル：飽和状態）は次式となる。

$$\sqrt{I_{DS}} = \sqrt{\mu(T)} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{W}{L} \frac{C'_{ox}}{\alpha} [V_{GS} - V_T(T)]}$$

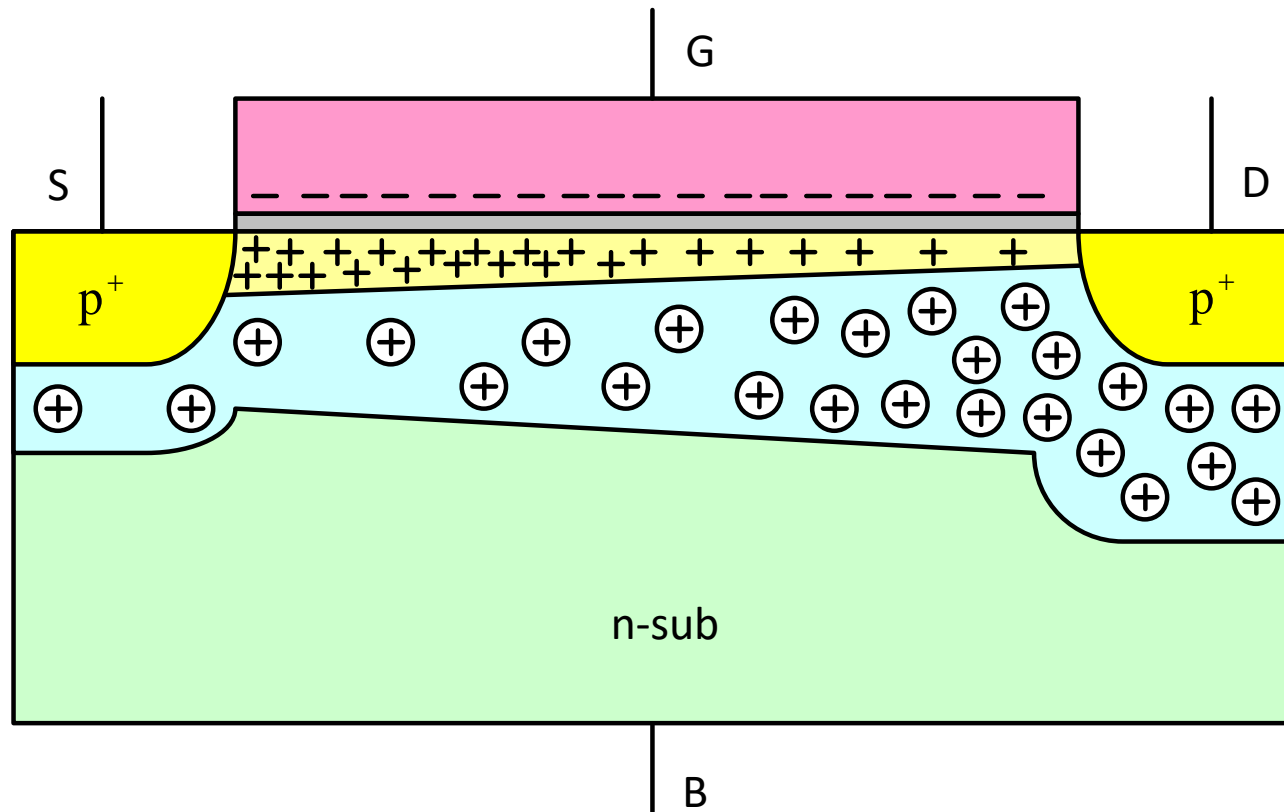
飽和領域での $I_{DS}^{1/2}$ vs. V_{GS}



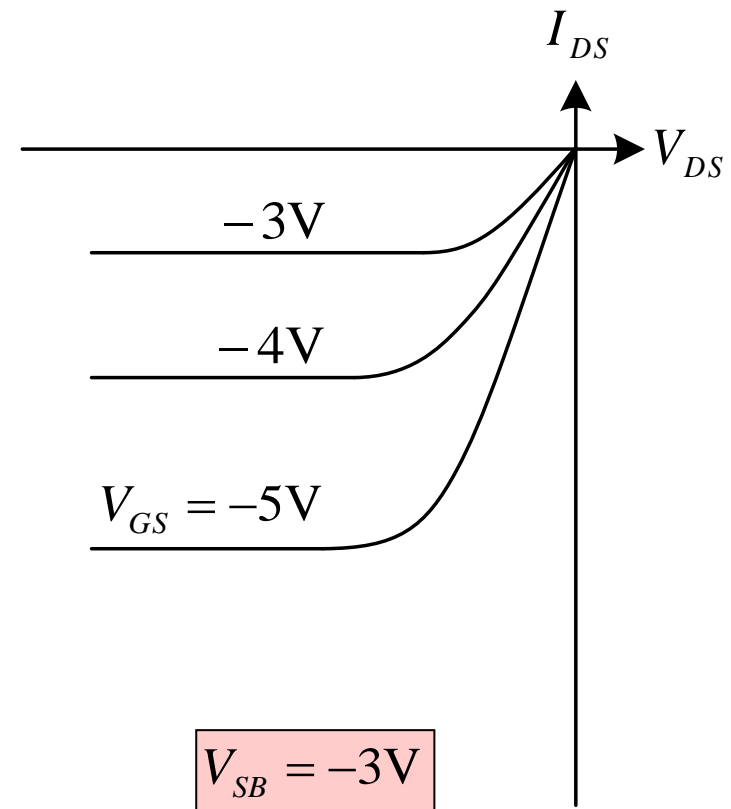
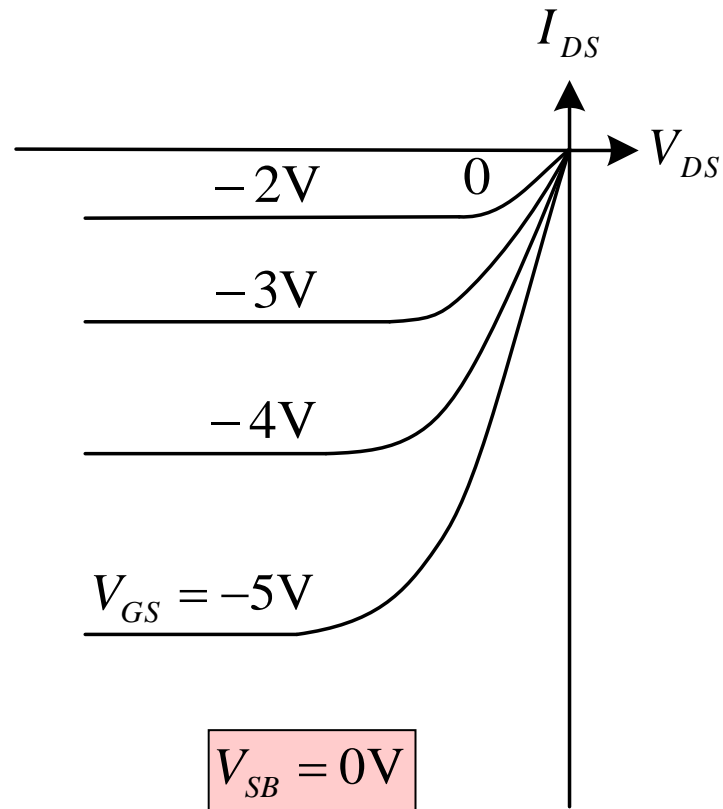
Log I_D vs. V_{GS} (低電流領域)



pチャンネルMOSFET



pチャンネルMOSFET $I_{DS}-V_{DS}$ 特性



Pチャネルトランジスタ電流式

強反転領域の電流式は 以下の如くになる。

$$I_{DSN} = -\frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right]$$

ここで、閾値電圧は以下の如くになる。

$$V_T(V_{SB}) = V_{T0} - \gamma \left(\sqrt{-\phi_0 - V_{SB}} - \sqrt{-\phi_0} \right)$$

$$V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 - \gamma \sqrt{-\phi_0}$$

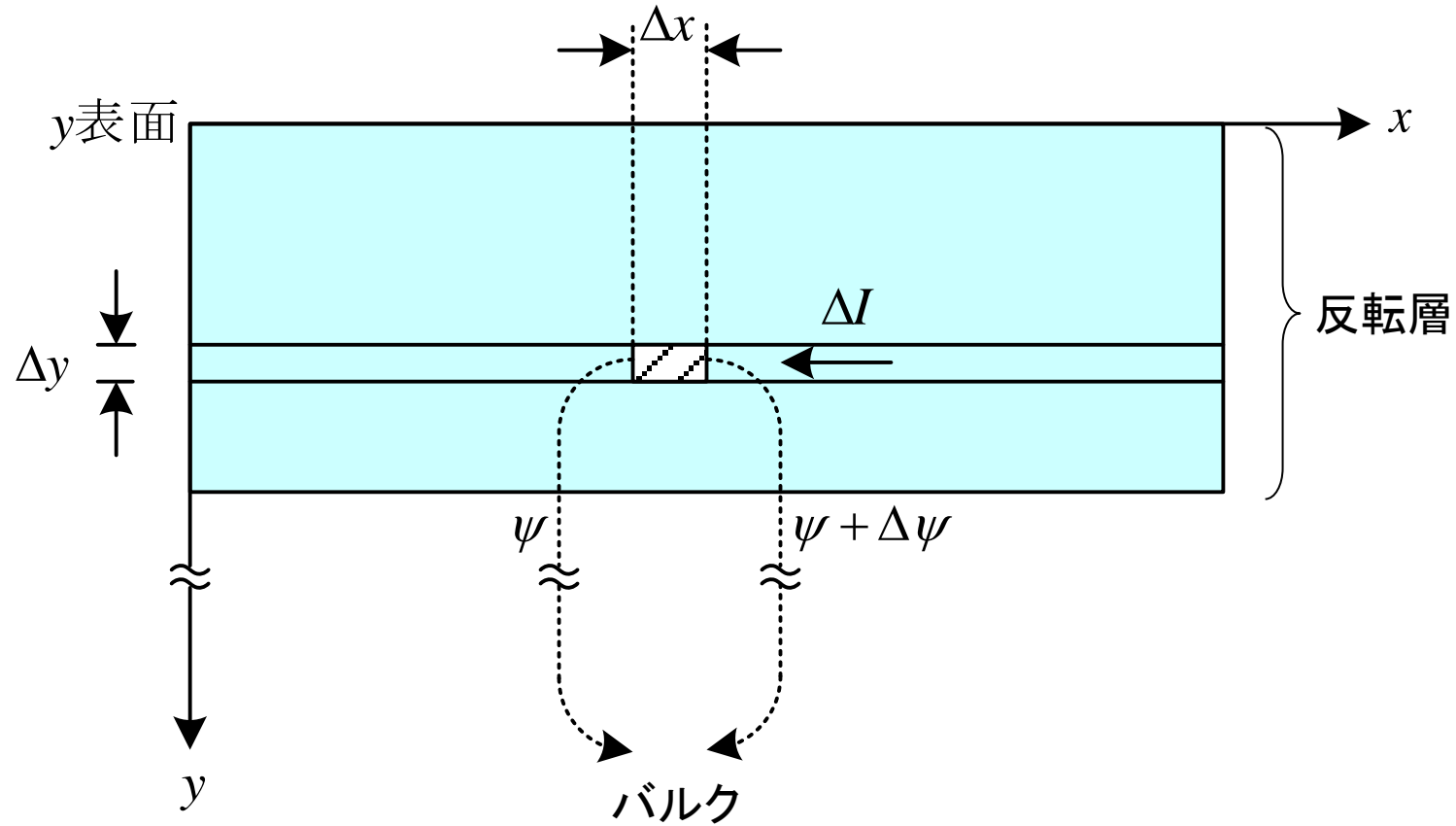
ここで、 V_{SB} と ϕ_0 は負の値である。

付録

擬フェルミ電位を用いたモデル(Pao-Sah)

擬フェルミレベルを用いたドレイン電流(1)

Pao-Sahモデル: 反転層内の電流



擬フェルミレベルを用いたドレイン電流(2)

反転層内微小領域を流れる電流は、以下の如くである。

$$dI_{DS} = dI_{drift}(x, y) + dI_{diff}(x, y)$$

$$dI_{drift}(x, y) = (Wdy)q\mu n(x, y) \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x}, \quad dI_{diff}(x, y) = -(Wdy)q\mu\phi_t \frac{\partial n(x, y)}{\partial x}$$

電子密度 $n(x, y)$ は、以下の如くである。

$$n(x, y) = n_0 e^{[\psi(x, y) - V(x)]/\phi_t}$$

$V(x)$ は基板の深い領域と表面との擬フェルミ電位差である。

$$V(0) = V_{SB}, \quad V(L) = V_{DB}$$

$n(x, y)$ を x で微分すると、以下を得る。

$$\frac{\partial n(x, y)}{\partial x} = \frac{n(x, y)}{\phi_t} \left[\frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x} - \frac{dV(x)}{dx} \right]$$

擬フェルミレベルを用いたドレイン電流(3)

$dI_{diff}(x, y)$ は次式になる。

$$dI_{diff}(x, y) = -(Wdy)q\mu n(x, y) \left[\frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x} - \frac{dV(x)}{dx} \right]$$

この式と $dI_{drift}(x, y)$ の式から、 dI_{DS} は以下となる。

$$dI_{DS} = (Wdy)q\mu n(x, y) \frac{dV(x)}{dx}$$

全電流は、 $y = y_{surface}$ から $y = y_c$ まで積分して、以下を得る。

$$I_{DS} = W\mu \frac{dV(x)}{dx} q \int_{y_{surface}}^{y_c} n(x, y) dy = W\mu(-Q'_I) \frac{dV(x)}{dx}$$

(y_c より下では、
電子密度を無視でき、
 μ は y に依存しない)

次に、チャネル長に沿って積分すると以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu(-Q'_I) dV$$

擬フェルミレベルを用いたドレイン電流(4)

電子と正孔が空乏層内に存在するとした場合、 Q'_I は以下になる。

$$Q'_I = -qN_A e^{(-2\phi_F - V)/\phi_t} \int_{\psi_c}^{\psi_s} \frac{e^{\psi(y)/\phi_t}}{E(\psi)} d\psi$$

ここで、 ψ_c は、電子が無視できるところの基板に対する電位である。便宜的に、 $n = n_i$ のところにとる。すなわち

$$\psi_c = \phi_F + V$$

である。また、 $E(\psi)$ は、

$$E(\psi) = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{\epsilon_s} \sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} + \psi - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} (\phi_t e^{-\frac{\psi(y)-V}{\phi_t}} - \psi - \phi_t e^{-\frac{V}{\phi_t}})}$$

で与えられる。上記 Q'_I から I_{DS} は、下記の2重積分で表される。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} qN_A \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu \int_{\psi_c}^{\psi_s} \frac{e^{(\psi-2\phi_F-V)/\phi_t}}{E(\psi)} d\psi dV$$