

2端子MOS構造

群馬大学
松田順一

概要

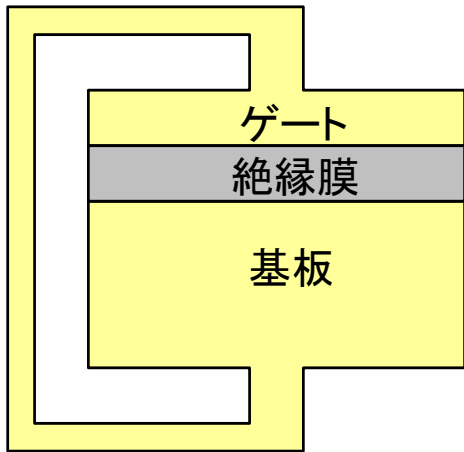
- フラットバンド電圧
- 電位バランスと電荷バランス
- 表面状態とゲート～基板間電圧
 - フラットバンド、蓄積、空乏、反転
 - エネルギーバンド図
- 反転電荷とゲート～基板間電圧
 - 全体的な解析
 - 強反転
 - 弱反転
- 小信号容量
- フラットバンド電圧と基板ドーピング濃度の導出

(注)以下の本を参考に、本資料を作成した。

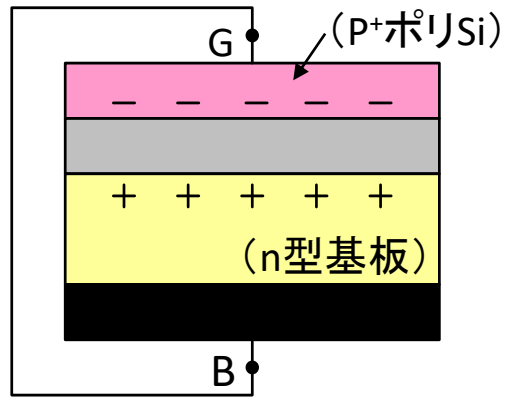
(1) Yannis Tsididis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.

(2) Yannis Tsididis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.

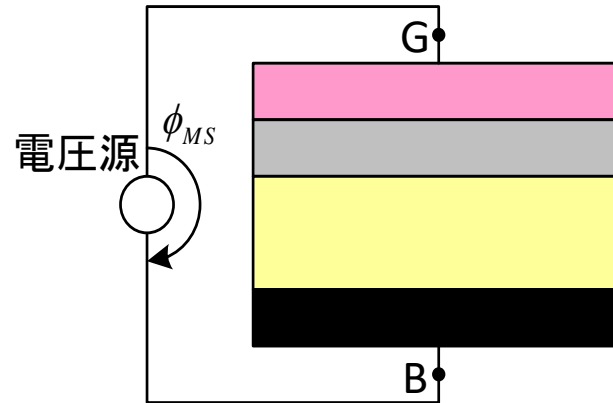
フラットバンド電圧説明(1)



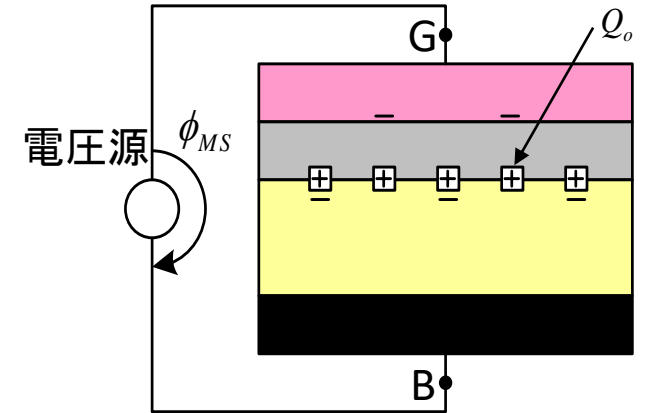
(1)ゲートと基板は同一材料



(2)ゲートと基板は異種材料
仕事関数差によりゲートと
基板側にそれぞれ電荷発生



(3)表面電荷がゼロになる
ように外部電圧 ϕ_{MS} 印加



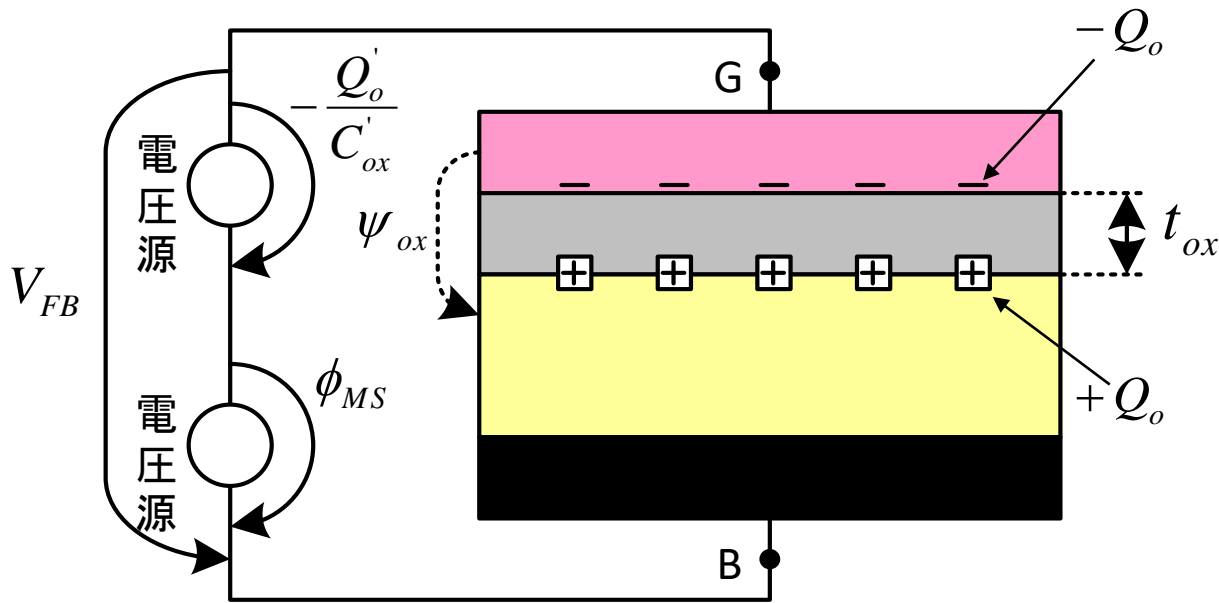
(4)界面電荷 Q_0 の影響

$$\phi_{MS} = \phi_{Bulk_material} - \phi_{gate_material}$$

$\phi_{bulk_material}$ 基板の接触電位(真性半導体に対する基板の接触電位)

$\phi_{gate_material}$ ゲートの接触電位(真性半導体に対するゲートの接触電位)

フラットバンド電圧説明(2)



$$V_{FB} = \phi_{MS} - \frac{Q_o'}{C_{ox}'}$$

フラットバンド電圧
 ⇒基板内部の電荷をゼロ(中性)にするようにゲートに印加する電圧
 (基板のドーピング濃度が一定の場合、バンドがフラットになる)

V_{FB} : フラットバンド電圧

ϕ_{MS} : 仕事関数差

$$\phi_{MS} = \phi_{Bulk_material} - \phi_{gate_material} \left(= \frac{W_M - W_S}{q} \right)$$

Q_o' : 単位面積当りの実効界面電荷

C_{ox}' : 単位面積当りの酸化膜容量

(5) 界面電荷の影響を打消す外部電圧印加

$$\psi_{ox} = -Q_o' / C_{ox}', \quad C_{ox}' = \epsilon_{ox} / t_{ox}$$

ψ_{ox} : 酸化膜にかかる電圧

ϵ_{ox} : 酸化膜の誘電率
 t_{ox} : 酸化膜厚

n^+ ポリシリコンゲート

$$\phi_{MS} = -\phi_F - 0.56V$$

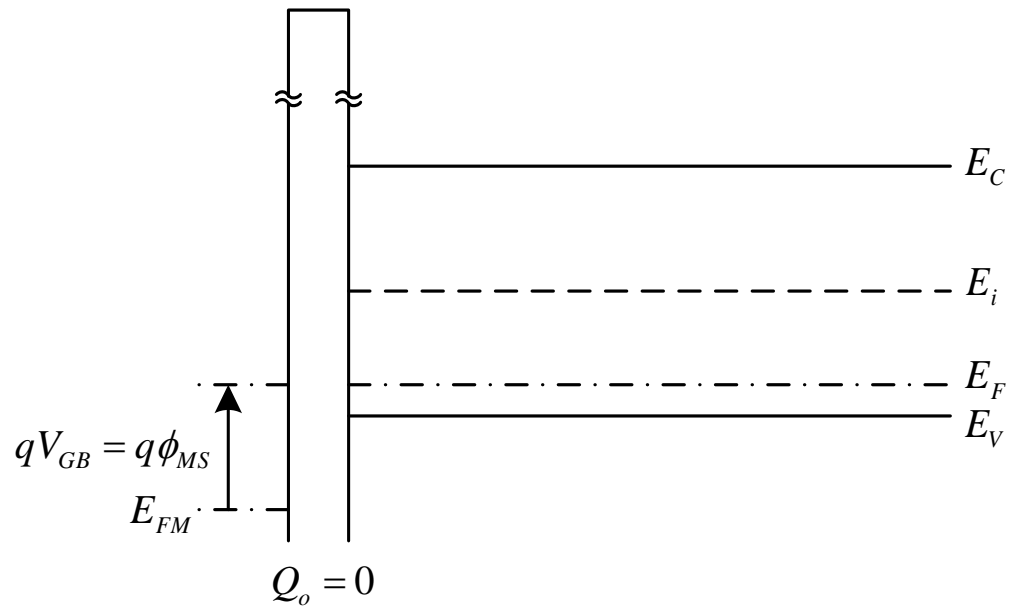
p^+ ポリシリコンゲート

$$\phi_{MS} = -\phi_F + 0.56V$$

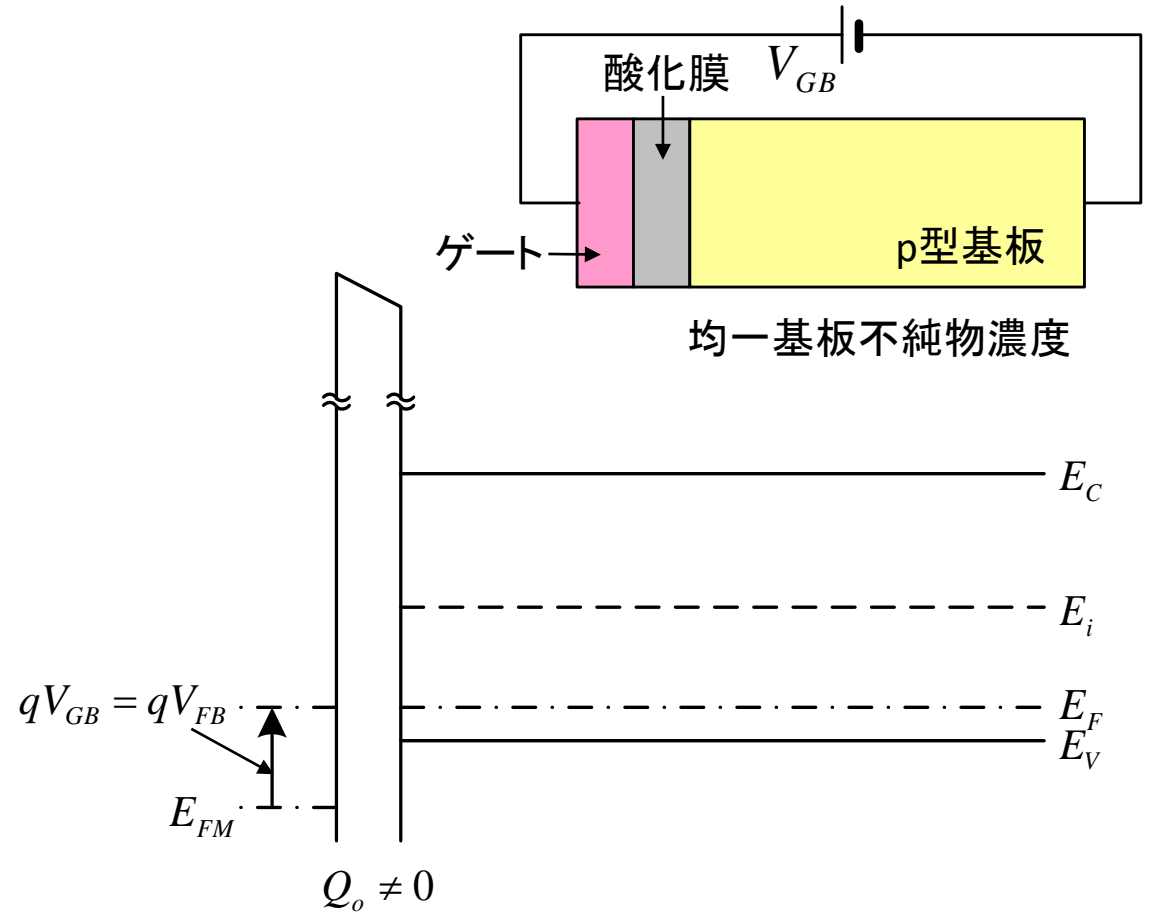
実効界面電荷 Q_o

- 固定電荷
 - 酸化時にSi-SiO₂界面に形成
- 酸化膜中のトラップ電荷
 - 放射線、光エミッション、キャリア注入に起因
- 可動イオン(Na)電荷
 - 工程での環境に起因
- 界面トラップ電荷
 - 界面での欠陥に起因
 - 基板中のキャリアと電荷の交換あり

フラットバンドの説明図

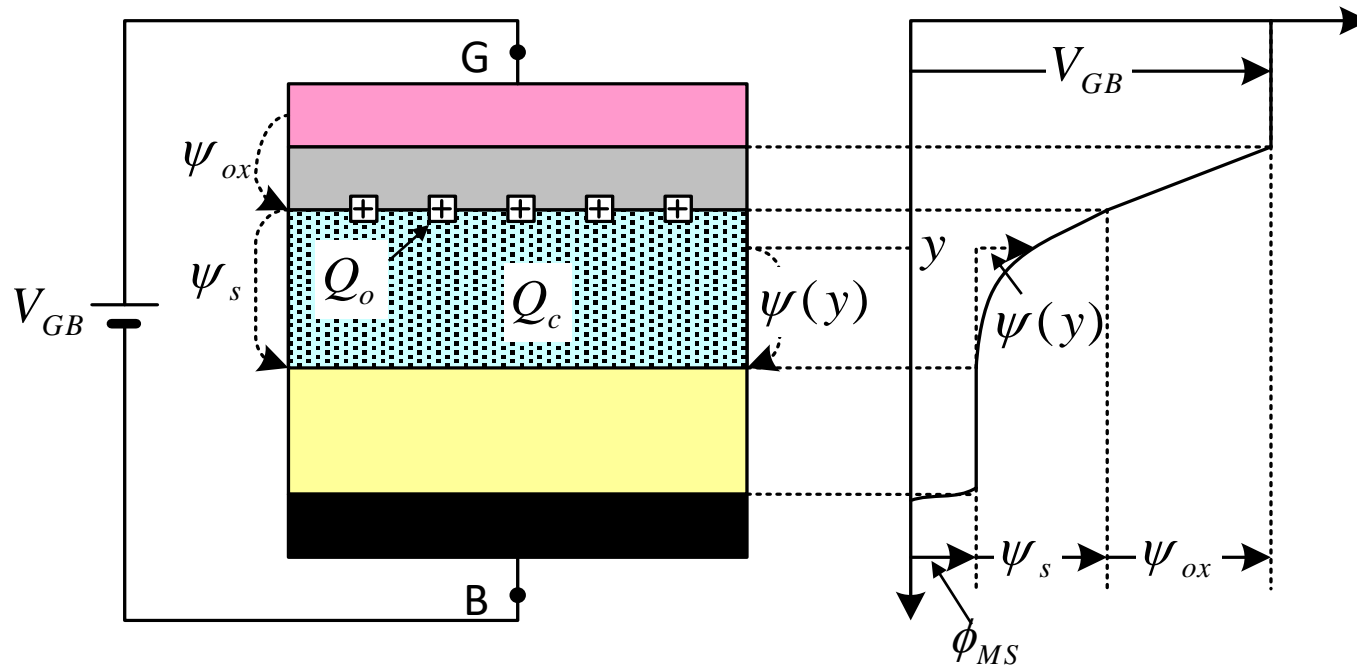


実効界面電荷 Q_0 がゼロの場合
のフラットバンド



実効界面電荷 Q_0 がゼロでない場合
のフラットバンド

電位バランス



ψ_{ox} : 酸化膜にかかる電圧
 ψ_s : 空乏層にかかる電圧(表面電位)

ゲート～基板間電圧

$$V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_s + \phi_{MS}$$

電圧変化のある場合

$$\Delta V_{GB} = \Delta \psi_{ox} + \Delta \psi_s$$

電荷中性

$$Q'_G + Q'_o + Q'_C = 0$$

電荷変化のある場合

$$\Delta Q'_G + \Delta Q'_C = 0$$

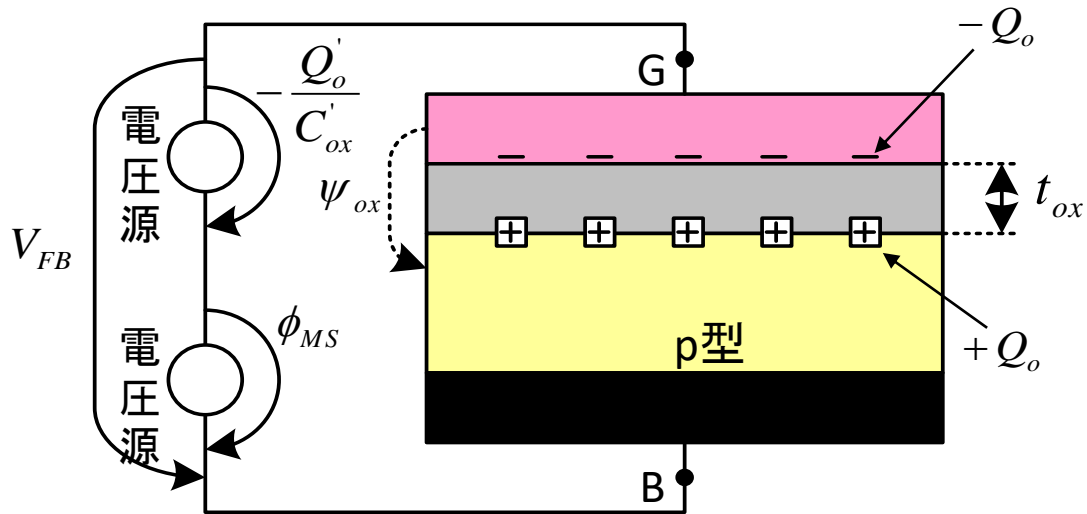
Q'_G : 単位面積当りゲート上電荷

Q'_C : 単位面積当り基板内電荷

(注) ここでは、 Q'_o を固定して考える。

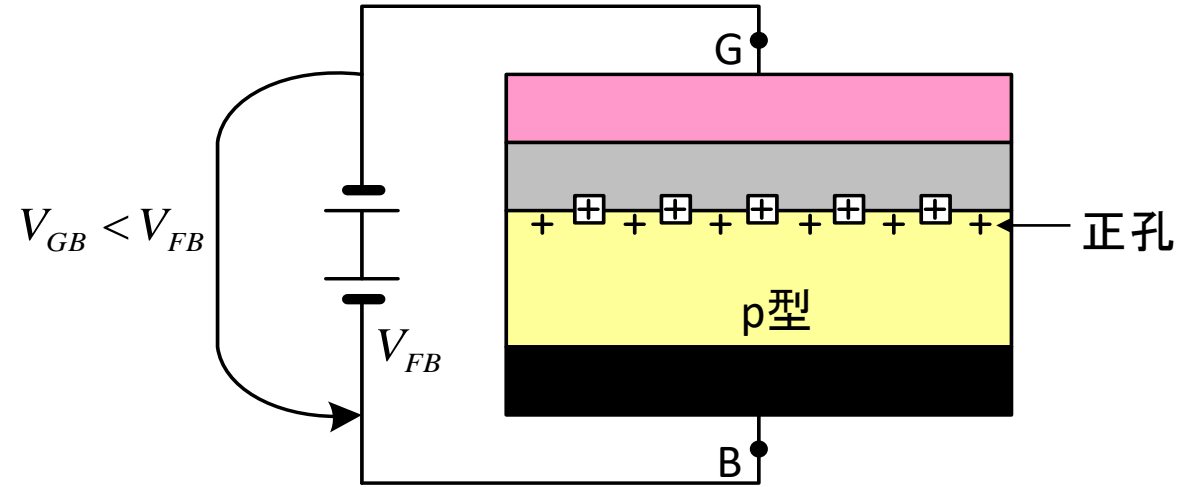
実際には、界面準位により Q'_o は変化する。

フラットバンド状態と蓄積状態



フラットバンド状態

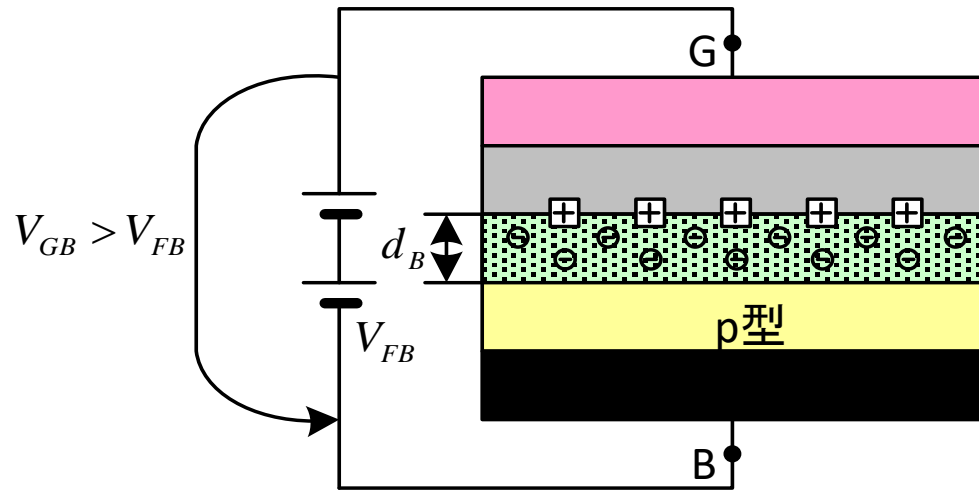
$$V_{GB} = V_{FB}, \quad Q_C = 0, \quad \psi_s = 0$$



蓄積状態

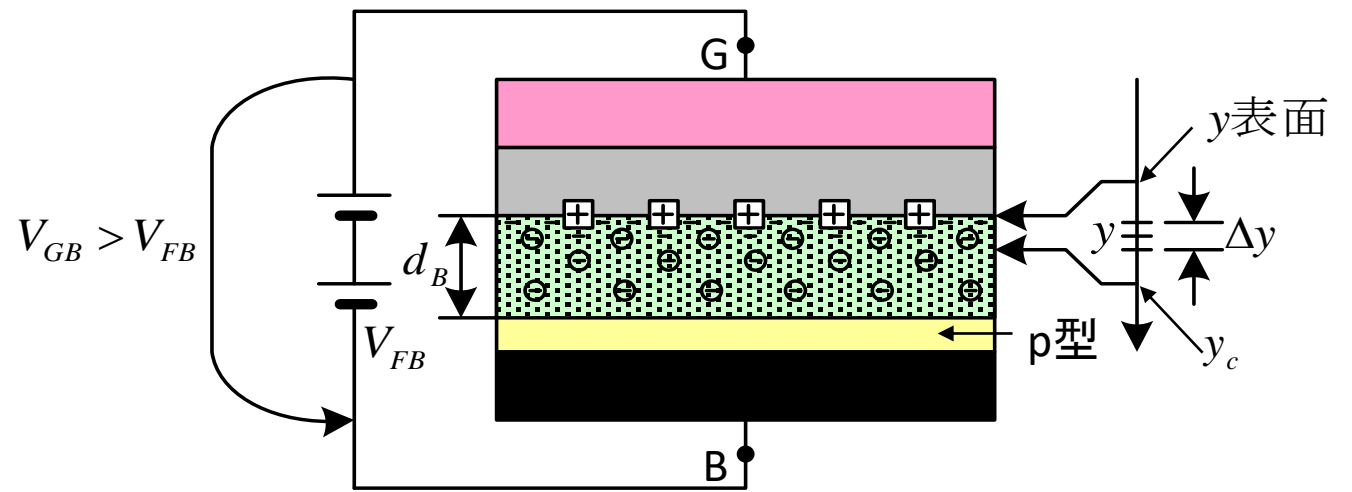
$$V_{GB} < V_{FB}, \quad Q_C > 0, \quad \psi_s < 0$$

空乏状態と反転状態



空乏状態

$$V_{GB} > V_{FB}, \quad Q'_C < 0, \quad \psi_s > 0$$



反転状態

$$V_{GB} > V_{FB}, \quad Q'_C < 0, \quad \psi_s > 0$$

表面電荷

表面電荷（電子）密度

$$\begin{aligned}n_{surface} &= n_0 e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} \\ &= n_i e^{\frac{\psi_s - \phi_F}{\phi_t}} \\ &= p_0 e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}} \\ &\cong N_A e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}\end{aligned}$$

平衡状態（p型基板）

$$p_0 \cong N_A, \quad n_0 \cong \frac{n_i^2}{N_A}$$

p_0 : 正孔密度（平衡状態）
 n_0 : 電子密度（平衡状態）
 N_A : アクセプタ濃度
(P型基板のドーピング濃度)

$$\phi_F = \phi_t \ln\left(\frac{n_i}{n_0}\right)$$

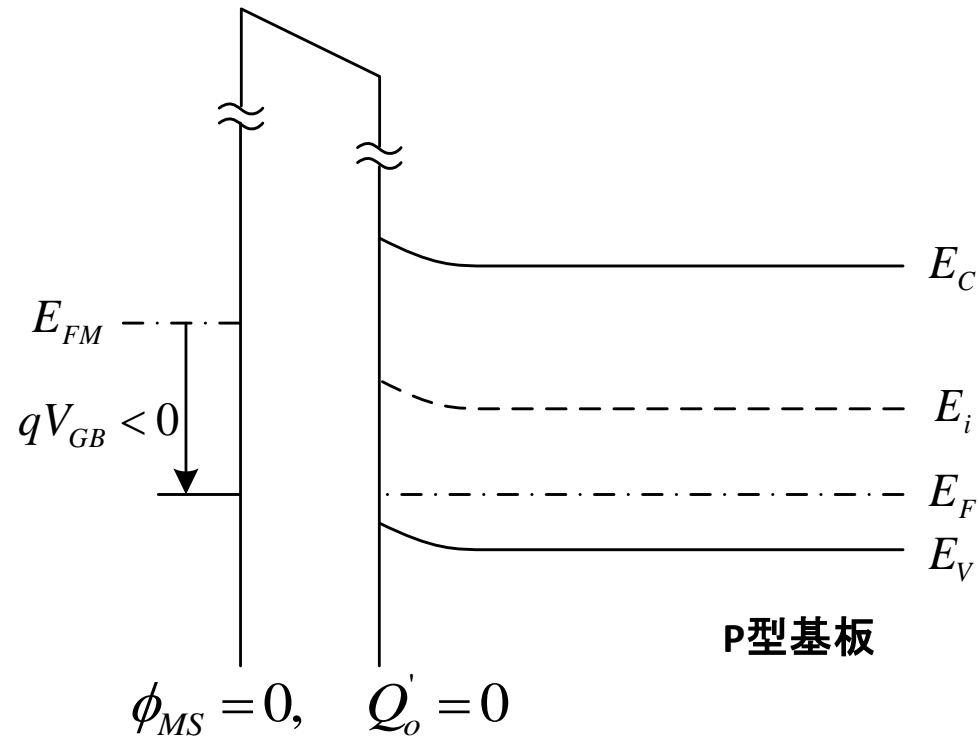
$$\Rightarrow n_0 = n_i \exp\left(-\frac{\phi_F}{\phi_t}\right)$$

$$\phi_F = \phi_t \ln\left(\frac{p_0}{n_i}\right)$$

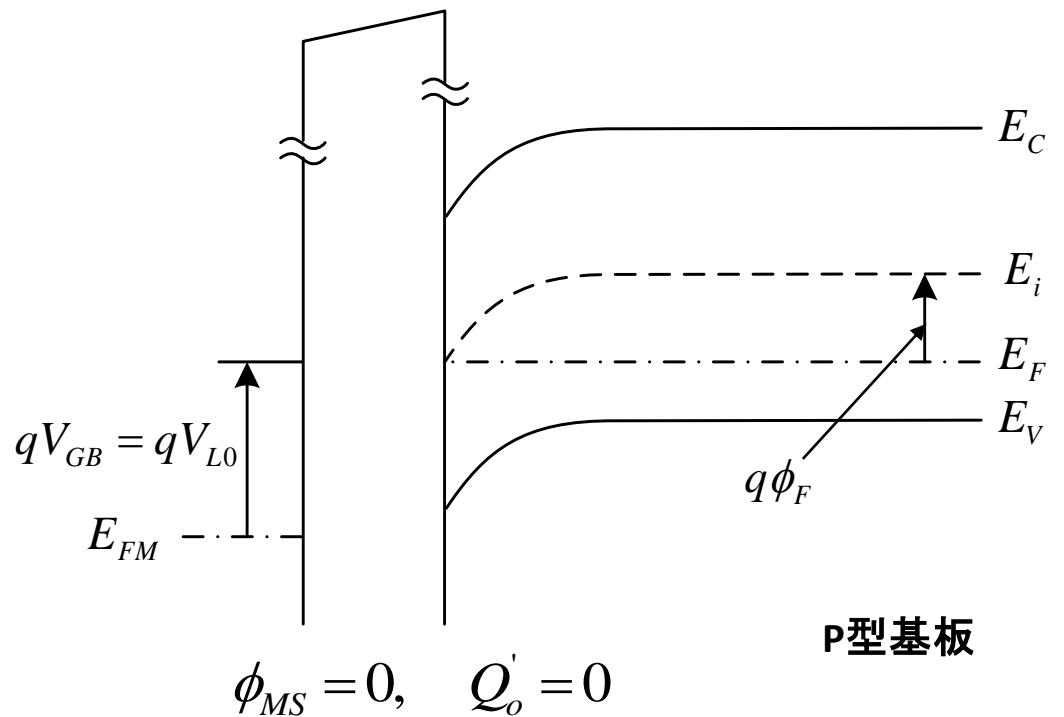
$$\Rightarrow n_i = p_0 \exp\left(-\frac{\phi_F}{\phi_t}\right)$$

表面電位 ψ_s が $2\phi_F$ の時、表面電荷(電子)密度は基板内の正孔密度($\cong N_A$)に等しくなる

2端子MOS構造のエネルギーバンド図 (蓄積状態と弱反転開始)

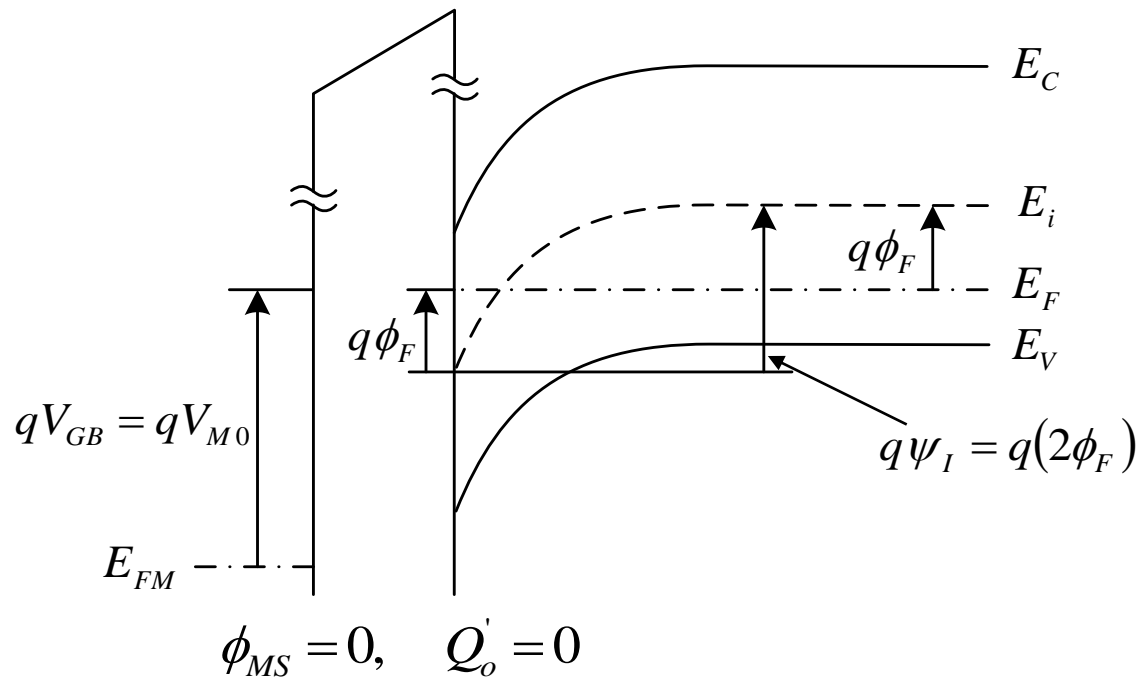


蓄積状態
 ゲートに負電圧印加
 (界面に正孔が蓄積)



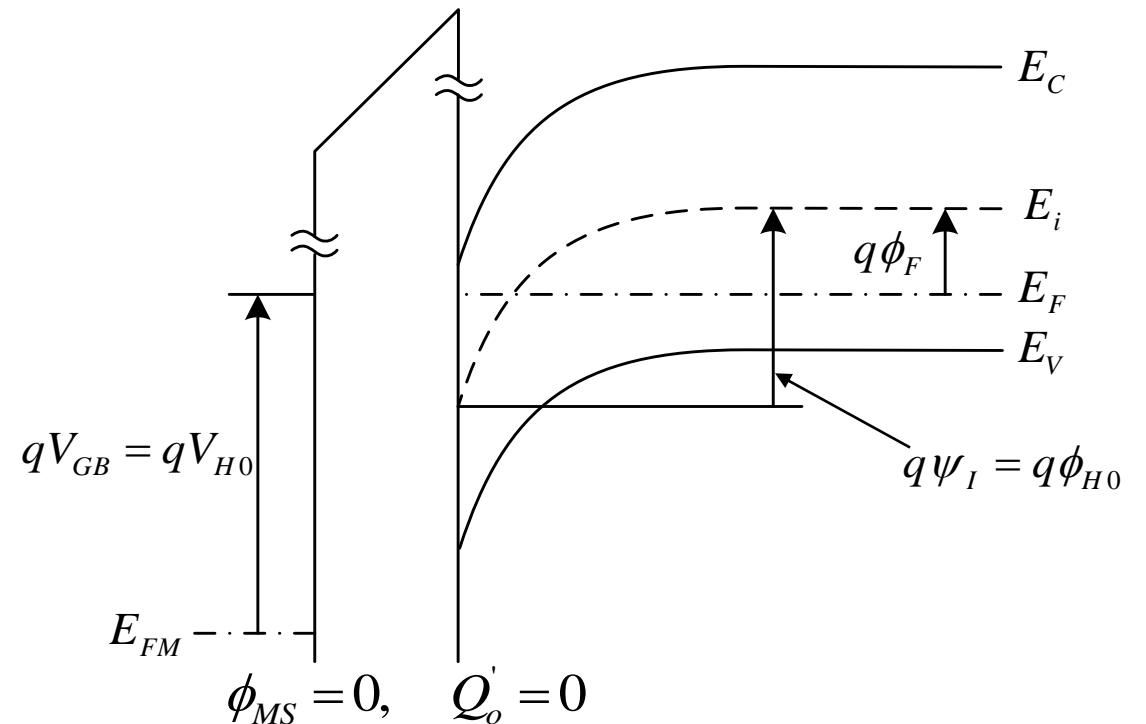
弱反転開始状態
 ゲートに正電圧印加 $n_{surface} = n_i$
 $V_{GB} = V_{L0}$

2端子MOS構造のエネルギーバンド図 (中(緩やかな)反転開始と強反転開始)



中(緩やかな)反転開始

ゲートに正電圧印加 $n_{surface} = N_A$
 $V_{GB} = V_{M0}$



強反転開始

ゲートに正電圧印加 $n_{surface} > N_A$
 $V_{GB} = V_{H0}$

全体的な解析 (ポアソンの式)

・電荷密度 ρ (P基板: 深さ方向 y 、界面ゼロ)

$$\rho(y) = q[p(y) - n(y) - N_A]$$

$$n(y) = n_0 \exp\left(\frac{\psi(y)}{\phi_t}\right), \quad p(y) = p_0 \exp\left(-\frac{\psi(y)}{\phi_t}\right)$$

$$p_0 - n_0 = N_A$$

・ポアソンの式

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = -\frac{\rho(y)}{\epsilon_s} = -\frac{q}{\epsilon_s} \left[p_0 \left(e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 \right) - n_0 \left(e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 \right) \right]$$

ϵ_s : 半導体の誘電率

ポアソンの式の解

$$N_A \gg n_i, \quad p_0 \cong N_A, \quad n_0 \cong \frac{n_i^2}{N_A} = N_A e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}$$

とするとポアソンの式は、以下の如くなる。

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = -\frac{qN_A}{\epsilon_s} \left[e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 - e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} \left(e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 \right) \right]$$

両辺に $2\frac{d\psi}{dy}$ をかけると左辺は、

$$2\frac{d\psi}{dy} \frac{d^2\psi}{dy^2} = \frac{d}{dy} \left(\frac{d\psi}{dy} \right)^2$$

となる。したがってポアソンの式は、

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{d\psi}{dy} \right)^2 = -\frac{2qN_A}{\epsilon_s} \left[e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 - e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} \left(e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 \right) \right] \frac{d\psi}{dy}$$

となる。

$y: \infty \rightarrow y$ まで積分, 但し $y = \infty$ で $\psi = 0, \frac{d\psi}{dy} = 0$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\psi}{dy} \right)^2 &= -\frac{2qN_A}{\epsilon_s} \int_0^\psi \left[e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 - e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} \left(e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 \right) \right] d\psi \\ &= \frac{2qN_A}{\epsilon_s} \left[\phi_t e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} + \psi - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} \left(\phi_t e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - \psi - \phi_t \right) \right] \end{aligned}$$

したがって電界 $E(y) = -\frac{d\psi}{dy}$ は

$$E(y) = \pm \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{\epsilon_s} \sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} + \psi - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} \left(\phi_t e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - \psi - \phi_t \right)}$$

となる。

ここで $+: \psi > 0, \quad -: \psi < 0$

半導体中の全電荷と容量

単位面積当りの半導体電荷 Q'_C は、以下の如くなる。

$$Q'_C = -\varepsilon_s E_{\text{surface}}, \quad \psi(0) = \psi_s$$

$$Q'_C = \mp \sqrt{2q\varepsilon_s N_A} \sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + \psi_s - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t} \frac{\psi_s}{\phi_t}} (\phi_t e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - \psi_s - \phi_t)}$$

また、 Q'_C に対する容量 $C'_c \equiv -\frac{dQ'_C}{d\psi_s}$ は

$$C'_c = \pm \sqrt{2q\varepsilon_s N_A} \left\{ \frac{1 - e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t} \frac{\psi_s}{\phi_t}} (e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - 1)}{2 \sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + \psi_s - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t} \frac{\psi_s}{\phi_t}} (\phi_t e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - \psi_s - \phi_t)}} \right\}$$

となる。

E_{surface} : 表面(界面)の電界
 ψ_s : 表面電位

反転領域 (反転層電荷)

$\psi_s \geq \phi_F$, p 基板の場合

$$Q'_C = -\sqrt{2q\epsilon_s N_A} \sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}}$$

$$Q'_B = -\sqrt{2q\epsilon_s N_A} \sqrt{\psi_s}$$

となる。ここで、

$$Q'_C = Q'_I + Q'_B$$

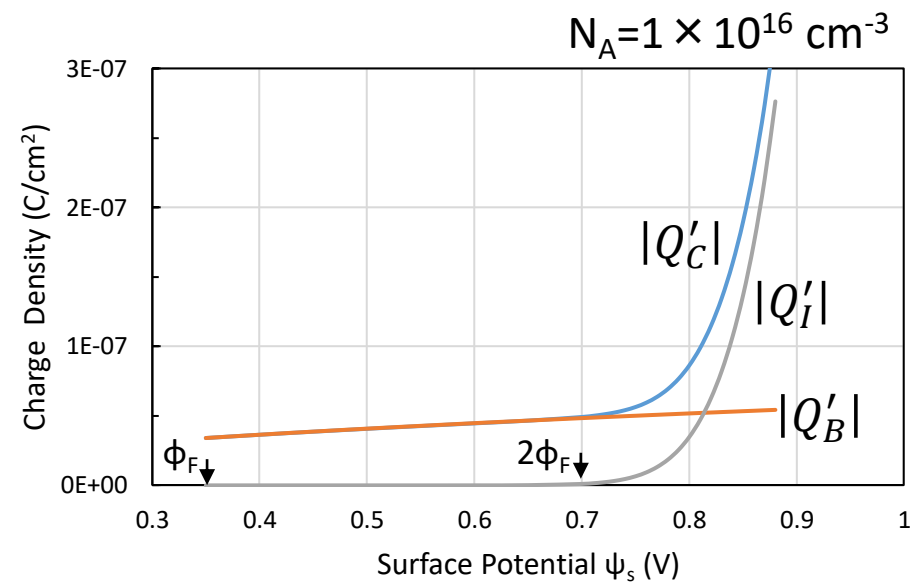
から

$$Q'_I = -\sqrt{2q\epsilon_s N_A} \left(\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}} - \sqrt{\psi_s} \right)$$

となる。

Q'_I : 単位面積当りの反転層電荷

Q'_B : 単位面積当りの空乏層電荷



電荷密度と表面電位の関係

(電荷密度: 反転層電荷密度、空乏層電荷密度及びその和)

反転領域 (表面電位とゲート電圧)

電圧及び電荷の関係

$$\begin{aligned}
 V_{GB} &= \psi_{ox} + \psi_s + \phi_{MS} \\
 Q_G + Q_o + Q_I + Q_B &= 0
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 Q_G &= C'_{ox} \psi_{ox} \\
 Q_I &= Q'_I(\psi_s) \\
 Q_B &= Q'_B(\psi_s)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{GB} &= V_{FB} + \psi_s + \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{C'_{ox}} \sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}} \\
 &= V_{FB} + \psi_s + \gamma \sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}}
 \end{aligned}$$

ゲート～基板間電圧と表面電位

$$\begin{aligned}
 V_{GB} &= -\frac{1}{C'_{ox}} [Q_o + Q'_I(\psi_s) + Q'_B(\psi_s)] + \psi_s + \phi_{MS} \\
 &= \phi_{MS} - \frac{Q_o}{C'_{ox}} + \psi_s - \frac{Q'_I(\psi_s) + Q'_B(\psi_s)}{C'_{ox}} \\
 &= V_{FB} + \psi_s - \underbrace{\frac{Q'_I(\psi_s) + Q'_B(\psi_s)}{C'_{ox}}}_{\text{酸化膜にかかる電圧}}
 \end{aligned}$$

ここで、

$\psi_s = \phi_F$ の場合、 $V_{GB} \Rightarrow V_{L0}$

$$V_{L0} = V_{FB} + \phi_F + \gamma \sqrt{\phi_F}$$

$\psi_s = 2\phi_F$ の場合、 $V_{GB} \Rightarrow V_{M0}$

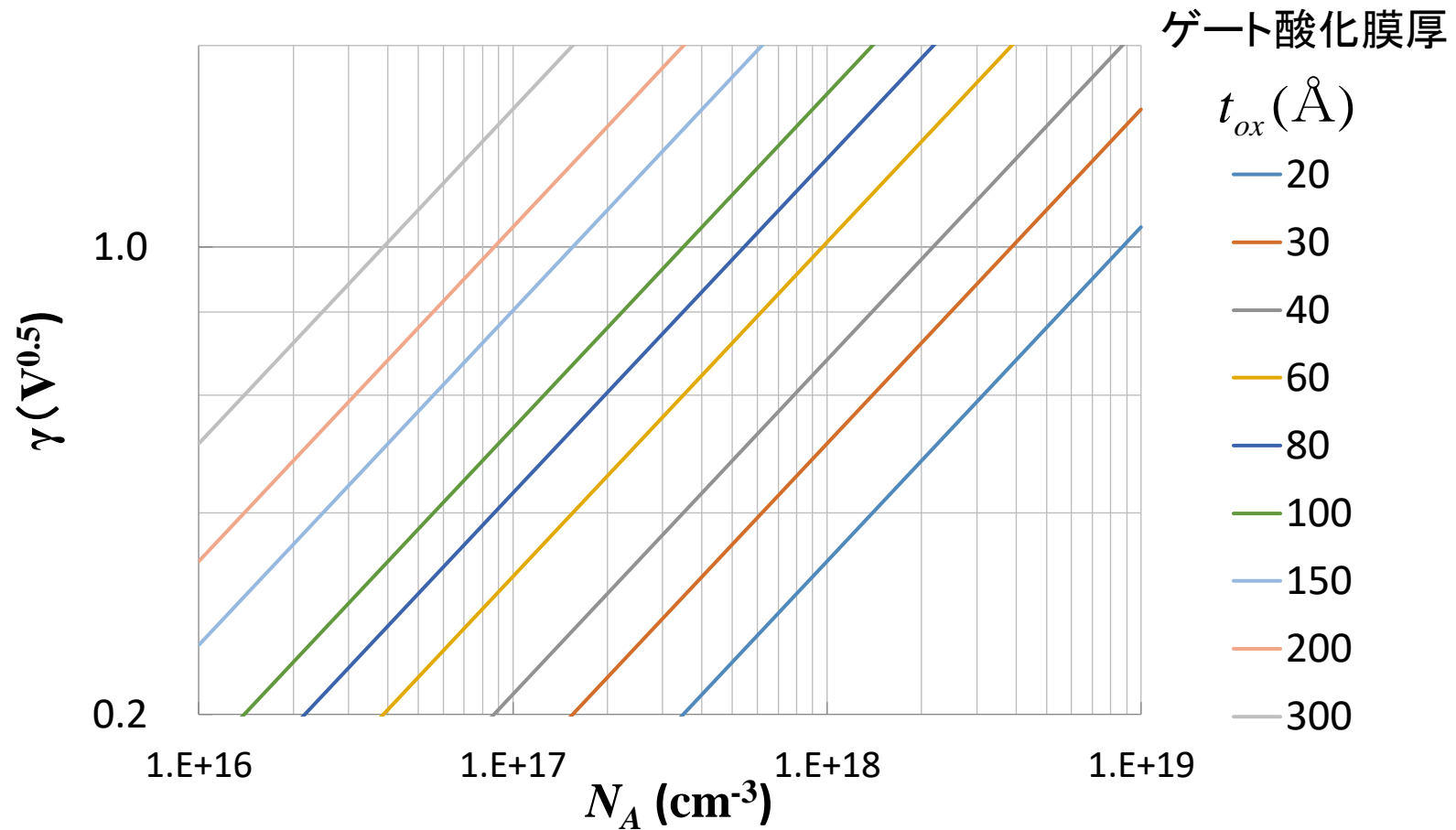
$$V_{M0} = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma \sqrt{2\phi_F}$$

V_{L0} : 弱反転開始電圧, V_{M0} : 中反転開始電圧

基板バイアス係数

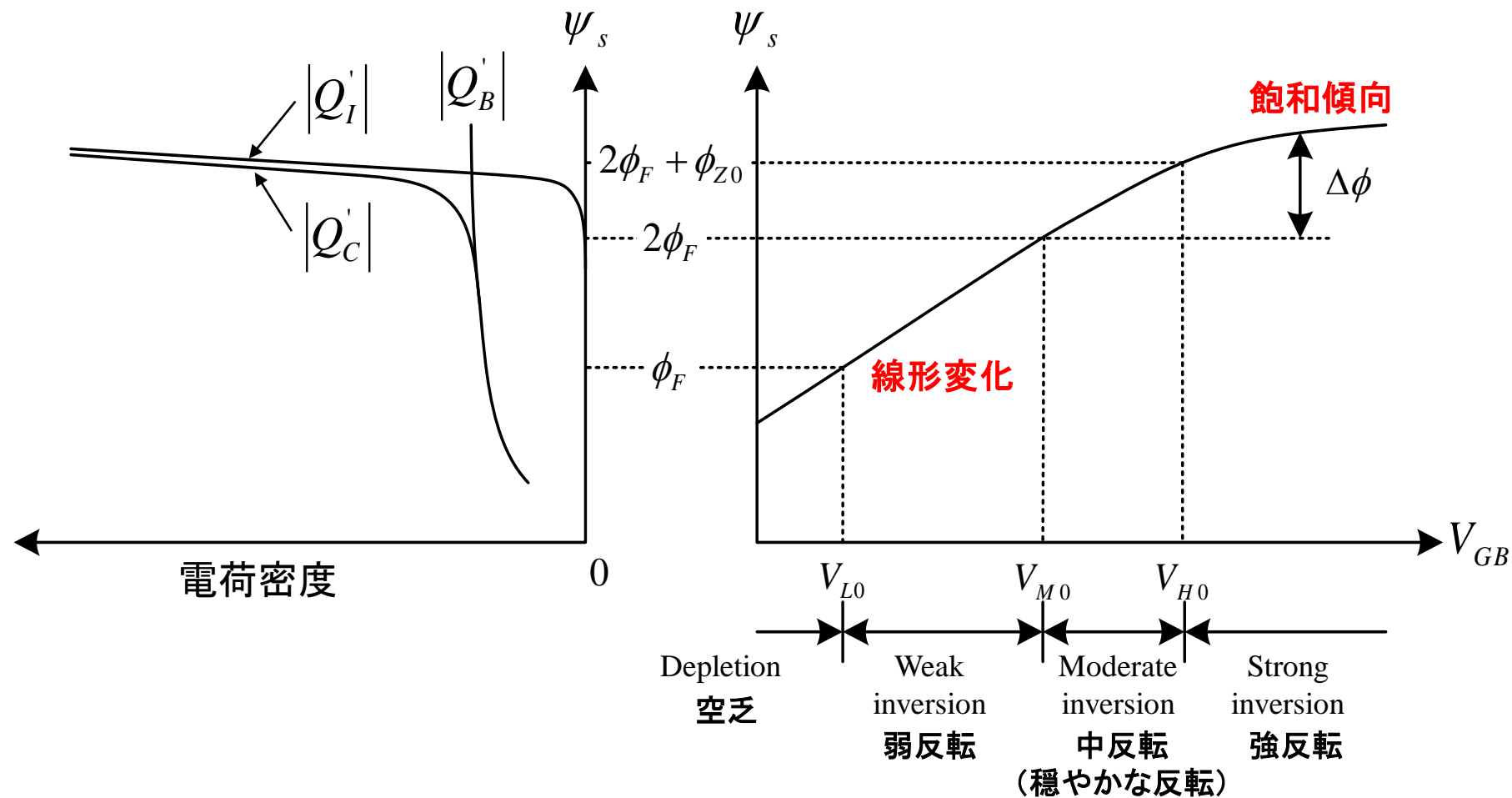
$$\gamma = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{C'_{ox}}$$

基板効果係数



基板バイアス係数 γ と基板ドーピング濃度 N_A の関係

表面電位とゲート基板間電圧及び電荷と表面電位

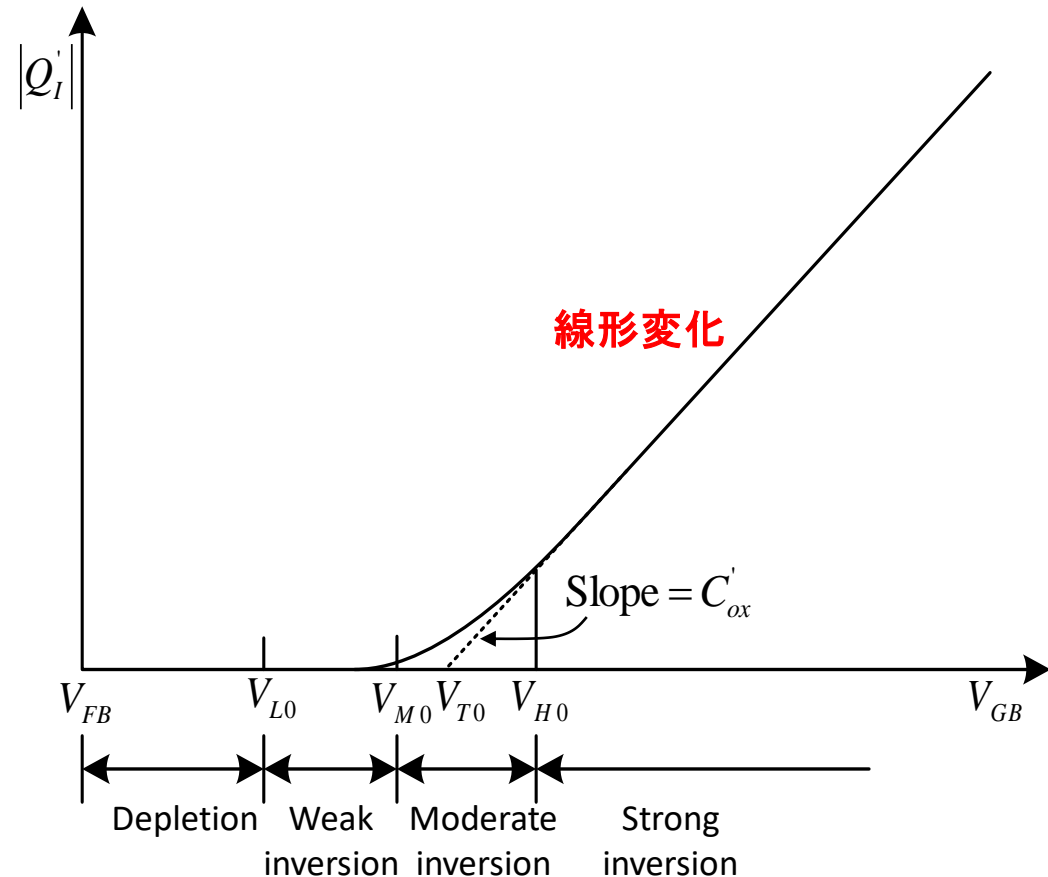


反転領域 (反転層電荷とゲート電圧)

$$\begin{aligned}
 Q'_I &= -C'_{ox}\psi_{ox} - Q'_o - Q'_B \\
 &= -C'_{ox}\left(V_{GB} - \psi_s - \phi_{MS} + \frac{Q'_o + Q'_B}{C'_{ox}}\right) \\
 &= -C'_{ox}\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{C'_{ox}}\sqrt{\psi_s}\right) \\
 &= -C'_{ox}\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma\sqrt{\psi_s}\right)
 \end{aligned}$$

$$\because V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_s + \phi_{MS}$$

$$\because Q'_B = -\sqrt{2q\epsilon_s N_A}\sqrt{\psi_s}$$



強反転領域と強反転領域の電荷

強反転領域の表面電位は、実効的に一定

$$\psi_s \cong \varphi_0$$

$$\varphi_0 = 2\varphi_F + \Delta\varphi$$

この場合の反転層電荷は

$$\begin{aligned} Q'_I &= -C'_{ox}(V_{GB} - V_{FB} - \varphi_0 - \gamma\sqrt{\varphi_0}) \\ &= -C'_{ox}(V_{GB} - V_{T0}) \end{aligned}$$

となる。ここで

$$V_{T0} = V_{FB} + \varphi_0 + \gamma\sqrt{\varphi_0}$$

である。

V_{T0} : 外挿しきい値電圧

弱反転領域（反転電荷と表面電位）

反転領域の電荷は

$$Q_I' = -\sqrt{2q\epsilon_s N_A} \left(\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}} - \sqrt{\psi_s} \right)$$

弱反転領域では、 $\psi_s \leq 2\phi_F$ であるから、

$\phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t} = \xi$ とおくと、 $\xi \ll \psi_s$ となるため

$$\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}} = \sqrt{\psi_s + \xi} \cong \sqrt{\psi_s} \left(1 + \frac{\xi}{2\psi_s} \right)$$

$$x \ll 1 \text{ である場合} \\ (1+x)^\alpha \cong 1 + \alpha x$$

したがって、

$$Q_I' \cong -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_s}} \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}$$

弱反転領域（反転電荷とゲート電圧：1）

弱反転領域では、 $\psi_s \leq 2\phi_F$ であるから

$$\begin{aligned} V_{GB} &= V_{FB} + \psi_s + \gamma \sqrt{\psi_s + \phi_t} e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t} \\ &\cong V_{FB} + \psi_s + \gamma \sqrt{\psi_s} \end{aligned}$$

となる。 $\psi_s \cong \psi_{sa}$ として、上式から ψ_{sa} を解くと

$$\psi_{sa} = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2$$

となる。したがって、 ψ_{sa} は V_{GB} の関数になり、

$$Q_I' = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} \phi_t e^{[\psi_{sa}(V_{GB}) - 2\phi_F]/\phi_t}$$

となる。

ここで、 $\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})} \cong \sqrt{2\phi_F}$ とすると、

$$Q_I' = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F}} \phi_t e^{[\psi_{sa}(V_{GB}) - 2\phi_F]/\phi_t}$$

となる。ここで、

$$n = \left(\frac{d\psi_{sa}}{dV_{GB}} \right)^{-1} = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{sa}}}$$

$$n|_{\psi_{sa}=2\phi_F} \cong 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F}} = n_0 \quad (\text{一定})$$

である。

弱反転領域 (反転電荷とゲート電圧: 2)

したがって、

$$\psi_{sa} - 2\phi_F = \frac{1}{n_0} (V_{GB} - V_{M0})$$

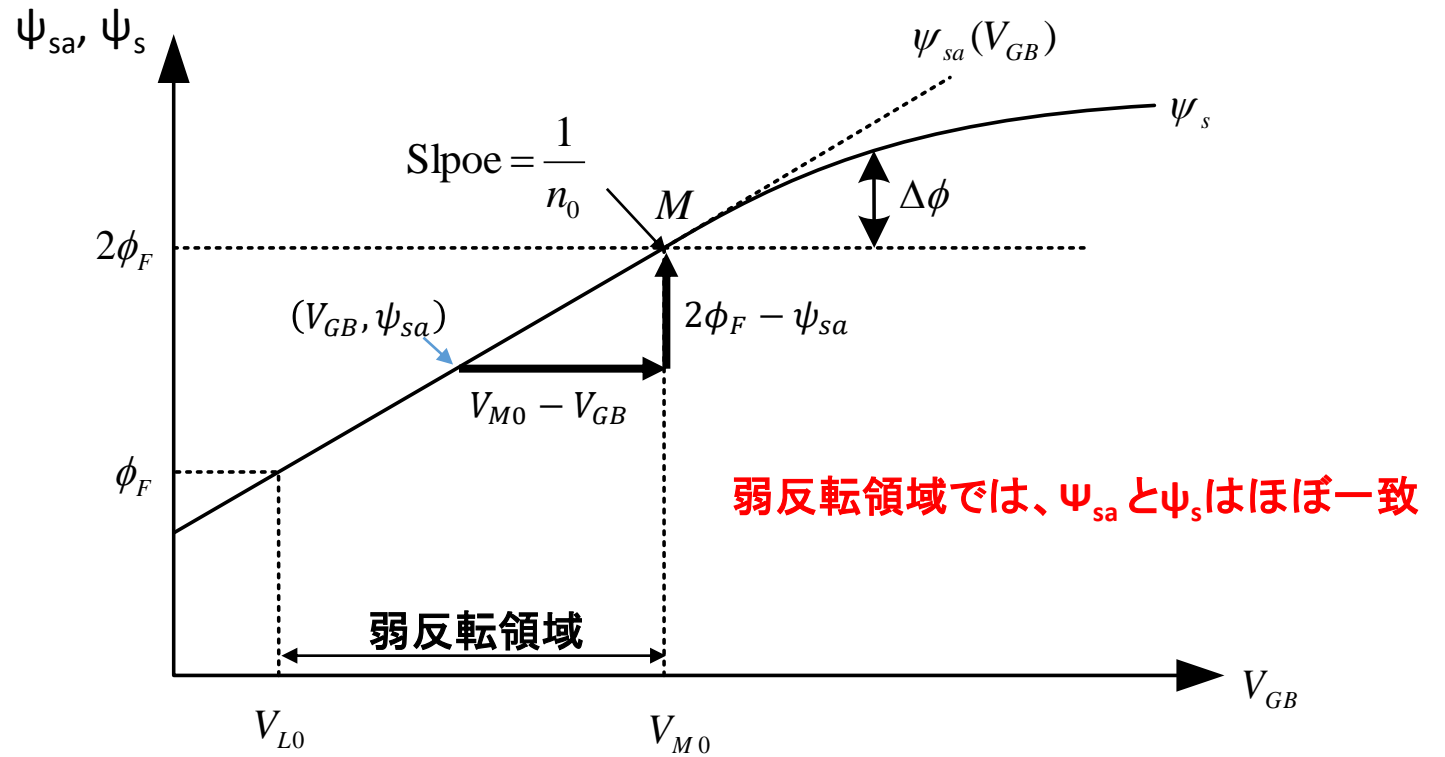
となる。 Q_I' は

$$Q_I' \approx -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F}} \phi_t e^{(V_{GB} - V_{M0})/n_0\phi_t}$$

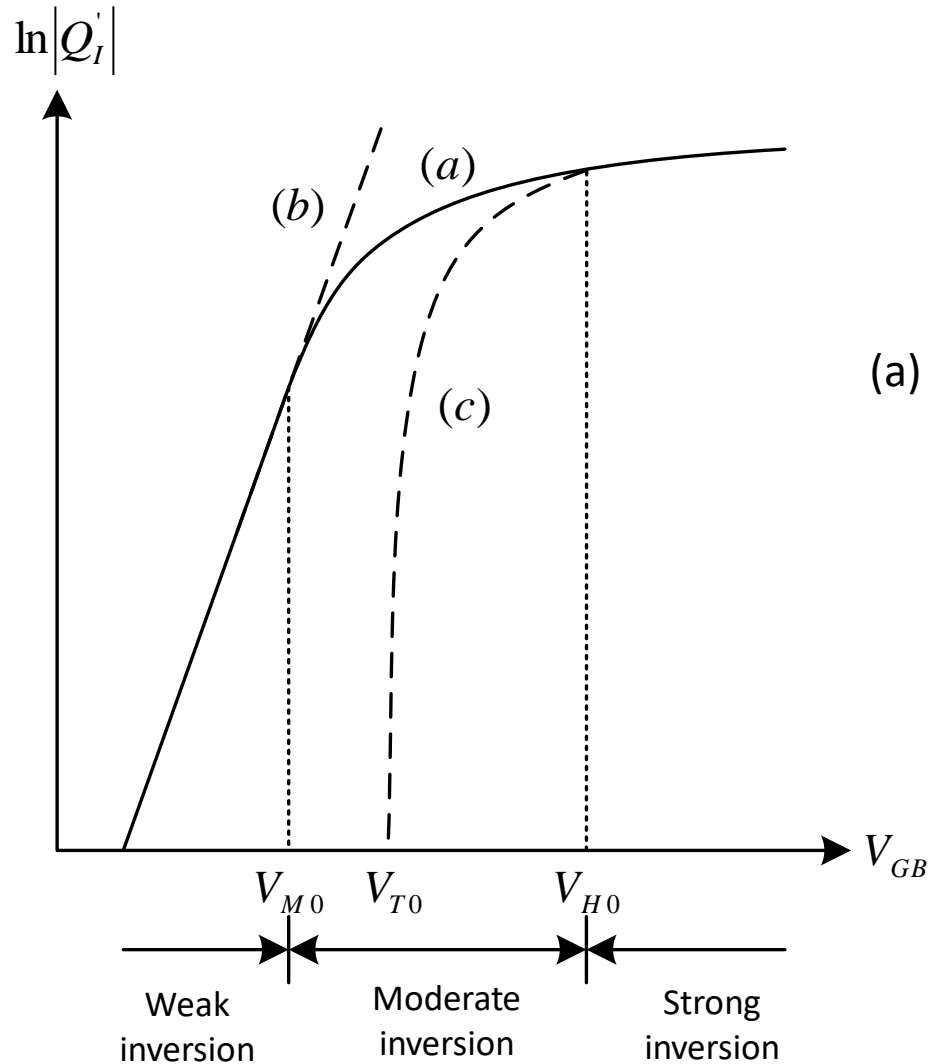
$$= Q_{M0}' e^{(V_{GB} - V_{M0})/n_0\phi_t}$$

$$(Q_{M0}' = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F}} \phi_t)$$

となる。



反転層電荷とゲート～基板間電圧



$$(a) \begin{cases} Q_I' = -\sqrt{2q\epsilon_s N_A} \left(\sqrt{\psi_s + \phi_t} e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}} - \sqrt{\psi_s} \right) \\ V_{GB} = V_{FB} + \psi_s + \gamma \sqrt{\psi_s + \phi_t} e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}} \end{cases}$$

$$(b) Q_I' \approx Q_{M0}' e^{(V_{GB} - V_{M0})/n_0\phi_t}$$

弱反転領域の反転層電荷は V_{GB} の増大に伴い指数関数的に増加

$$(c) Q_I' = -C'_{ox} (V_{GB} - V_{T0})$$

強反転領域の反転層電荷は V_{GB} の増大に伴い線形で増加

小信号容量 (ゲート～基板間)

ゲート～基板間容量 (単位面積当り)

$$C'_{gb} \equiv \frac{dQ'_G}{dV_{GB}}$$

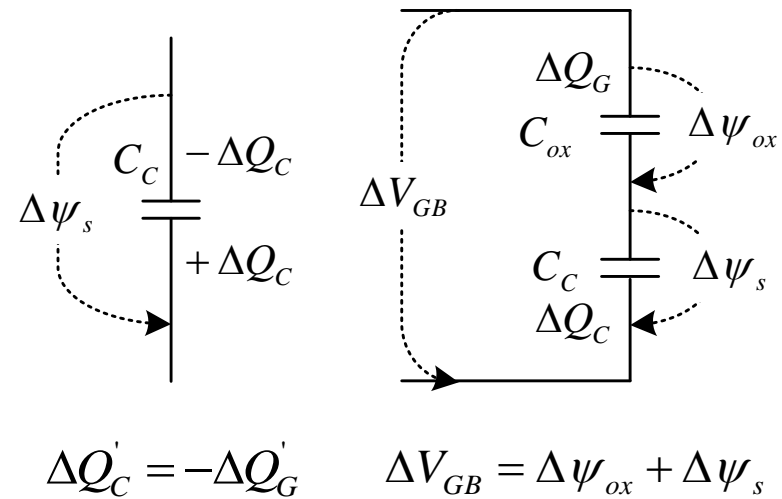
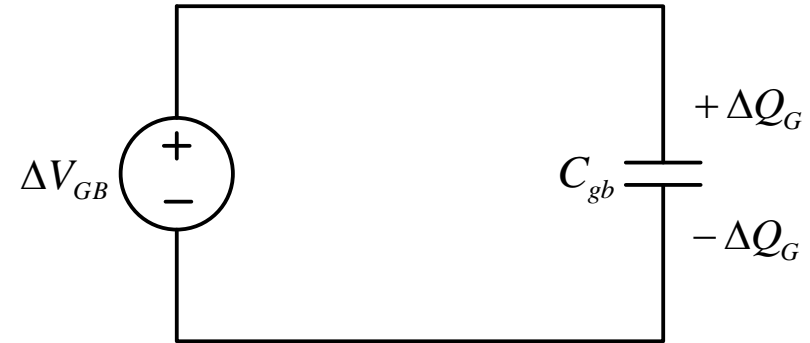
とすると、以下の如くなる。

$$\frac{1}{C'_{gb}} = \frac{dV_{GB}}{dQ'_G} = \frac{d\psi_{ox}}{dQ'_G} + \frac{d\psi_s}{dQ'_G}$$

$$= \frac{1}{\frac{dQ'_G}{d\psi_{ox}}} + \frac{1}{-\frac{dQ'_C}{d\psi_s}}$$

$$= \frac{1}{C'_{ox}} + \frac{1}{C'_c}$$

ここで、 $C'_{ox} = \frac{dQ'_G}{d\psi_{ox}}$, $C'_c \equiv -\frac{dQ'_C}{d\psi_s}$



半導体中の全電荷による小信号容量

$C'_c \equiv -\frac{dQ'_c}{d\psi_s}$ の具体的な式

$$C'_c = \sqrt{2q\epsilon_s N_A} \left\{ \frac{1 - e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} (e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - 1)}{2\sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + \psi_s - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} (\phi_t e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - \psi_s - \phi_t)}} \right\}$$

$\psi_s > 3\phi_t$ の場合

$$C'_c = \sqrt{2q\epsilon_s N_A} \left\{ \frac{1 + e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}}{2\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}}} \right\}$$

反転層容量の具体的な式

y_c を $\psi = 0$ のところでの y (∞ でも可)
 とすると、 Q_I' は、(p型基板の場合)

$$Q_I' = -q \int_{y_{surface}}^{y_c} n(y) dy$$

$$= -q N_A e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t} \psi_s} \int_0^{\psi_s} \frac{e^{\psi(y)/\phi_t}}{E(\psi)} d\psi$$

となる。

$n(y) = n_0 e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} \cong N_A e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t} \psi_s} e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}}$ $E = -\frac{d\psi}{dy}$

したがって、 C_i' は、($\psi_s > 3\phi_t$ の場合)

$$C_i' \equiv \frac{-dQ_I'}{d\psi_s} \quad \text{単位面積当たりの反転層容量}$$

$$= q N_A e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t} \psi_s} \frac{e^{\psi_s/\phi_t}}{E(\psi_s)}$$

$$\cong q \epsilon_s N_A e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t} \frac{1}{\sqrt{2q\epsilon_s N_A} \sqrt{\psi_s + \phi_t} e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}$$

$$= \sqrt{2q\epsilon_s N_A} \frac{e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}{2\sqrt{\psi_s + \phi_t} e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}$$

となる。

空乏層容量の具体的な式

y_c を $\psi = 0$ のところでの y (∞ でも可) とすると、 Q_B' は、(p型基板の場合)

$$Q_B' = q \int_{y_{surface}}^{y_c} [p(y) - N_A] dy$$

$$= -qN_A \int_0^{\psi_s} \frac{(1 - e^{-\psi(y)/\phi_t})}{E} d\psi$$

となる。

$$p(y) = p_0 e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} \cong N_A e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}}$$

$$E = -\frac{d\psi}{dy}$$

したがって、 C_b' は以下になる。($\psi_s > 3\phi_t$ の場合)

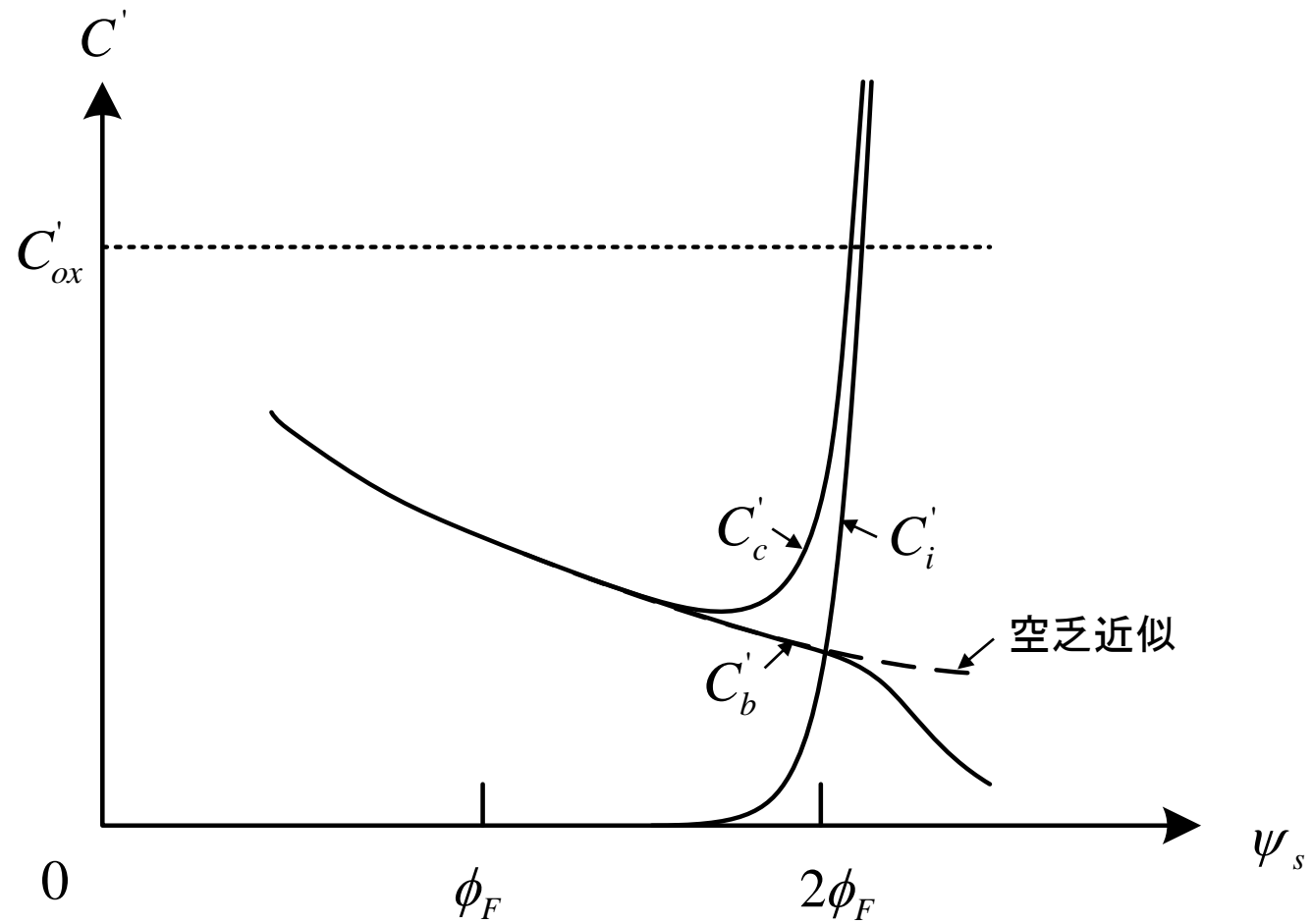
$$C_b' \equiv \frac{-dQ_B'}{d\psi_s} = qN_A \frac{1 - e^{-\psi_s/\phi_t}}{E(\psi_s)} \quad \text{単位面積当たりの空乏層容量}$$

$$= qN_A \frac{1 - e^{-\psi_s/\phi_t}}{\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{\epsilon_s} \sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + \psi_s - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} (\phi_t e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - \psi_s - \phi_t)}}$$

$$\cong q\epsilon_s N_A \frac{1}{\sqrt{2q\epsilon_s N_A} \sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}}$$

$$= \sqrt{2q\epsilon_s N_A} \frac{1}{2\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}}$$

小信号容量と表面電位



空乏層容量と反転層容量

$$\Delta Q'_C = \Delta Q'_B + \Delta Q'_I$$

$$\frac{-dQ'_C}{d\psi_s} = \frac{-dQ'_B}{d\psi_s} + \frac{-dQ'_I}{d\psi_s}$$

ここで、

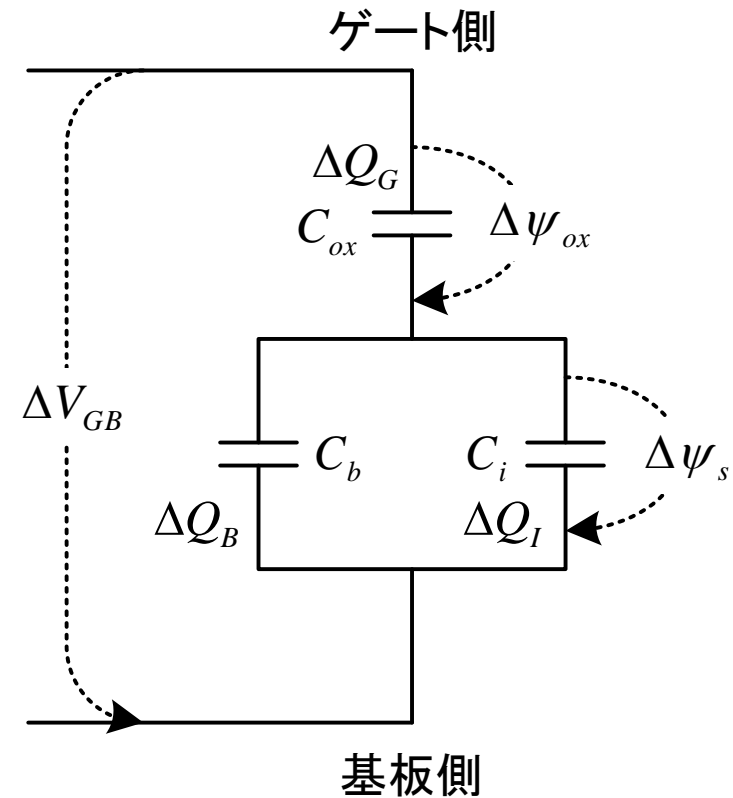
$$C'_b \equiv \frac{-dQ'_B}{d\psi_s}, \quad C'_i \equiv \frac{-dQ'_I}{d\psi_s}$$

とすると、

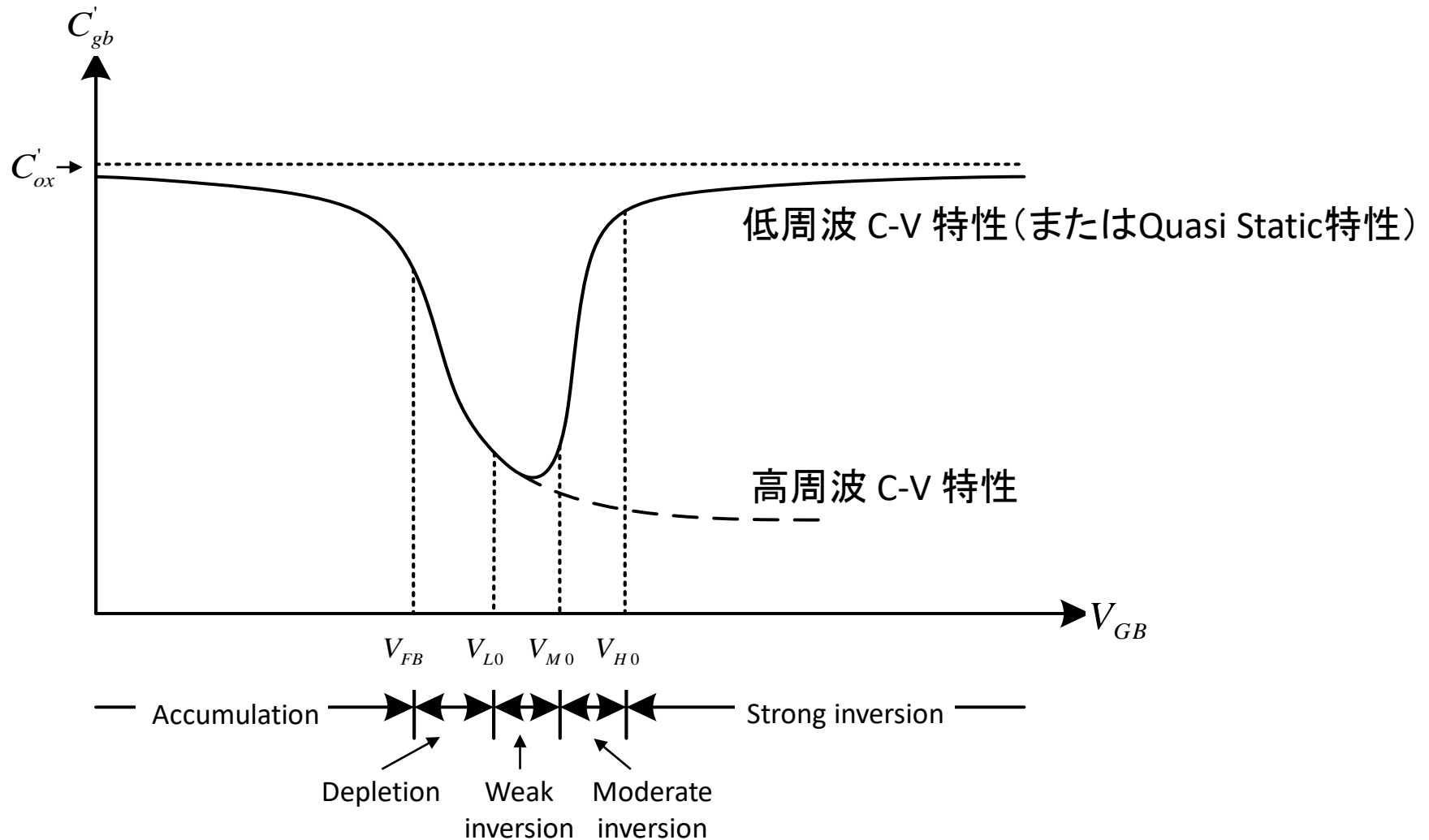
$$C'_c = C'_b + C'_i$$

したがって、以下の如くになる。

$$\frac{1}{C'_{gb}} = \frac{1}{C'_{ox}} + \frac{1}{C'_b + C'_i}$$



ゲート基板間容量とゲート～基板間電圧



表面電位と容量の関係

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_s - \frac{Q'_I(\psi_s) + Q'_B(\psi_s)}{C'_{ox}}$$

$$\frac{dV_{GB}}{d\psi_s} = 1 + \frac{1}{C'_{ox}} (C'_b + C'_i)$$

$$\therefore \frac{d\psi_s}{dV_{GB}} = \frac{C'_{ox}}{C'_{ox} + C'_b + C'_i}$$

弱反転領域では、 $C'_b \gg C'_i$ であるため

$$\frac{d\psi_s}{dV_{GB}} = \frac{C'_{ox}}{C'_{ox} + C'_b}$$

となる。

$$C'_b \equiv \frac{-dQ'_B}{d\psi_s}$$

$$C'_i \equiv \frac{-dQ'_I}{d\psi_s}$$

したがって、

$$n \equiv \left(\frac{d\psi_s}{dV_{GB}} \right)^{-1} = 1 + \frac{C'_b}{C'_{ox}}$$

$$= 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_s}} \cong 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{sa}}}$$

となる。また、界面準位による容量も考慮すると

$$n = 1 + \frac{C'_b + C'_{it}}{C'_{ox}}$$

となる。ここで、 $C'_{it} \equiv \frac{-dQ'_{it}}{d\psi_s}$ である。

C'_{it} は C'_b と C'_i に並列になる。

フラットバンド容量

フラットバンド容量 C'_{FB} は、

$$C'_{FB} = \lim_{\psi_s \rightarrow 0} C'_c$$

$$C'_c = \sqrt{2q\varepsilon_s N_A} \left[\frac{1 - e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} (e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - 1)}{2\sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + \psi_s - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} (\phi_t e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - \psi_s - \phi_t)}} \right]$$

である。 $\psi_s \rightarrow 0$ で、[]の中は、 $\frac{0}{0}$ となるので、

$$e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} \approx 1 + \left(-\frac{\psi_s}{\phi_t}\right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{\psi_s}{\phi_t}\right)^2$$

として、 $\psi_s \rightarrow 0$ にすると、極限值が求まる。この極限值は、以下となる。

$$C'_{FB} = \sqrt{2q\varepsilon_s N_A} \sqrt{\frac{1 + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}}{2\phi_t}} \approx \sqrt{2q\varepsilon_s N_A} \sqrt{\frac{1}{2\phi_t}} = \frac{\varepsilon_s}{\lambda_p} \quad \left[\text{但し、} \lambda_p = \left(\phi_t \frac{\varepsilon_s}{qN_A}\right)^{\frac{1}{2}} : \text{デバイ長} \right]$$

基板ドーピング（不純物）濃度の導出方法

高周波 $C-V$ のゲート～基板間の最大容量値 $C_{gb\max}$ は、

$$C_{gb\max} = C_{ox} \quad (\text{蓄積状態})$$

である。また、反転層が形成された後の空乏層容量は

$$C_{dm} = \frac{\epsilon_s}{d_{Bm}} A = \frac{\epsilon_s}{\sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}} \sqrt{2\phi_F}} A = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F}} A \quad (A: \text{容量面積})$$

N_A : 基板ドーピング濃度

である。この場合、ゲート～基板間の最小容量値 $C_{gb\min}$ は、

$$\frac{1}{C_{gb\min}} = \frac{1}{C_{gb\max}} + \frac{1}{C_{dm}}$$

となる。これから以下を得る。

$$C_{dm} = \frac{C_{gb\max} C_{gb\min}}{C_{gb\max} - C_{gb\min}}$$

測定値 $C_{gb\max}$ と $C_{gb\min}$ から C_{dm} を求めると、 C_{dm} の上式から N_A を決定できる。

フラットバンド電圧の導出方法

高周波 C-V 特性から求めた基板ドーピング濃度 N_A を用いると、フラットバンド容量 C_{FB} は以下で与えられる。

$$C_{FB} \approx \sqrt{2q\epsilon_s N_A} \sqrt{\frac{1}{2\phi_t}} A$$

この場合、フラットバンド電圧印加時のゲート～基板間容量 C_{gbFB} は以下になる。

$$C_{gbFB} = \frac{C_{ox} C_{FB}}{C_{ox} + C_{FB}} = \frac{C_{gbmax} C_{FB}}{C_{gbmax} + C_{FB}}$$

これから、

$$\frac{C_{gbFB}}{C_{gbmax}} = \frac{C_{FB}}{C_{gbmax} + C_{FB}}$$

とし、右辺に C_{gbmax} の実測値と上記 C_{FB} を用いると、 C_{gbFB}/C_{gbmax} を決定できる。
この比を高周波 C-V 特性に適用すると V_{FB} が求まる。