

4端子MOSトランジスタ

群馬大学
松田順一

概要

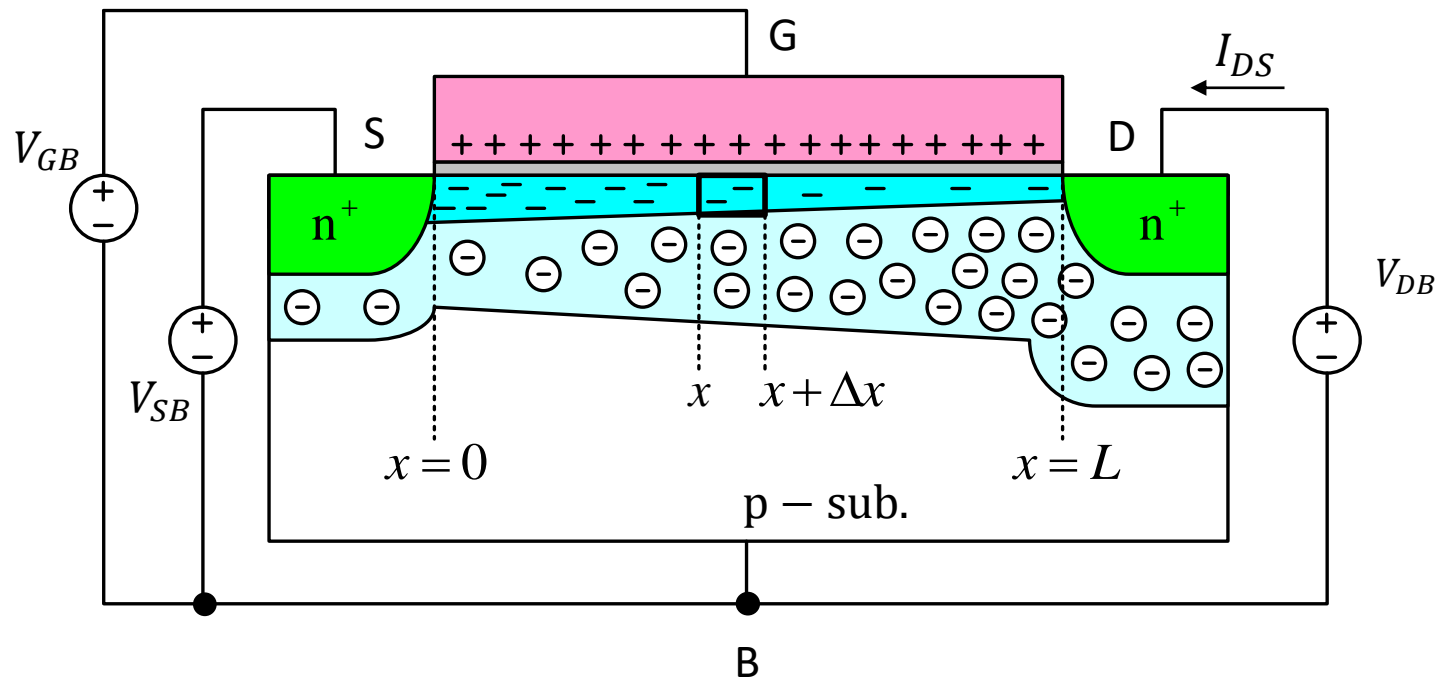
- 完全チャージ・シート・モデル
- 簡易チャージ・シート・モデル
 - ソース参照モデル、対称モデル
- 強反転モデル
 - 完全対称モデル、簡易対称モデル、簡易ソース参照モデル
- 弱反転モデル
- EKV (C. C. Enz, F. Krümmenacher, E. A. Vittoz) モデル
- 実効移動度
- 温度依存性
- pチャネル・トランジスタ
- 付録: 擬フェルミ電位を用いたモデル (Pao-Sah)

(注) 以下の本を参考に、本資料を作成。

(1) Yannis Tsididis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.

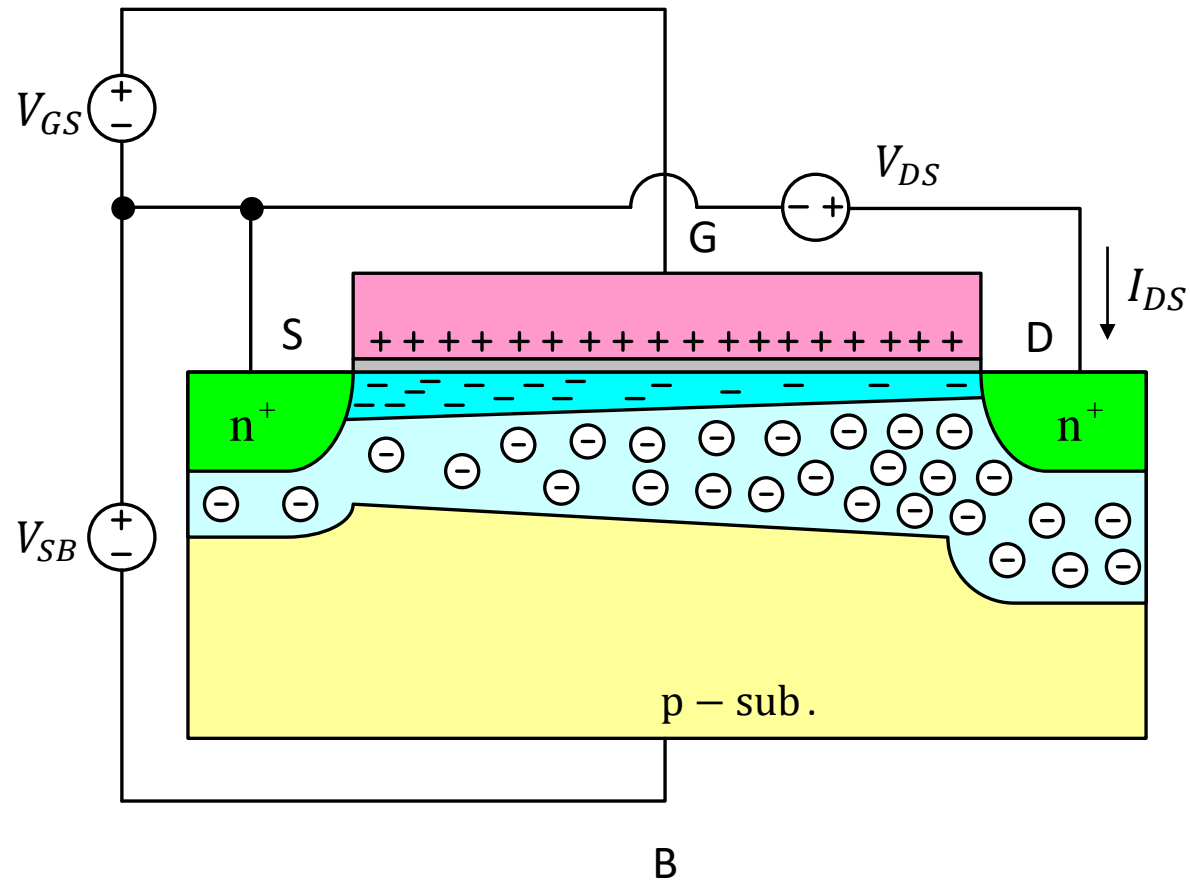
(2) Yannis Tsididis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.

nチャンネルMOSトランジスタ (基板に対する各端子電圧)

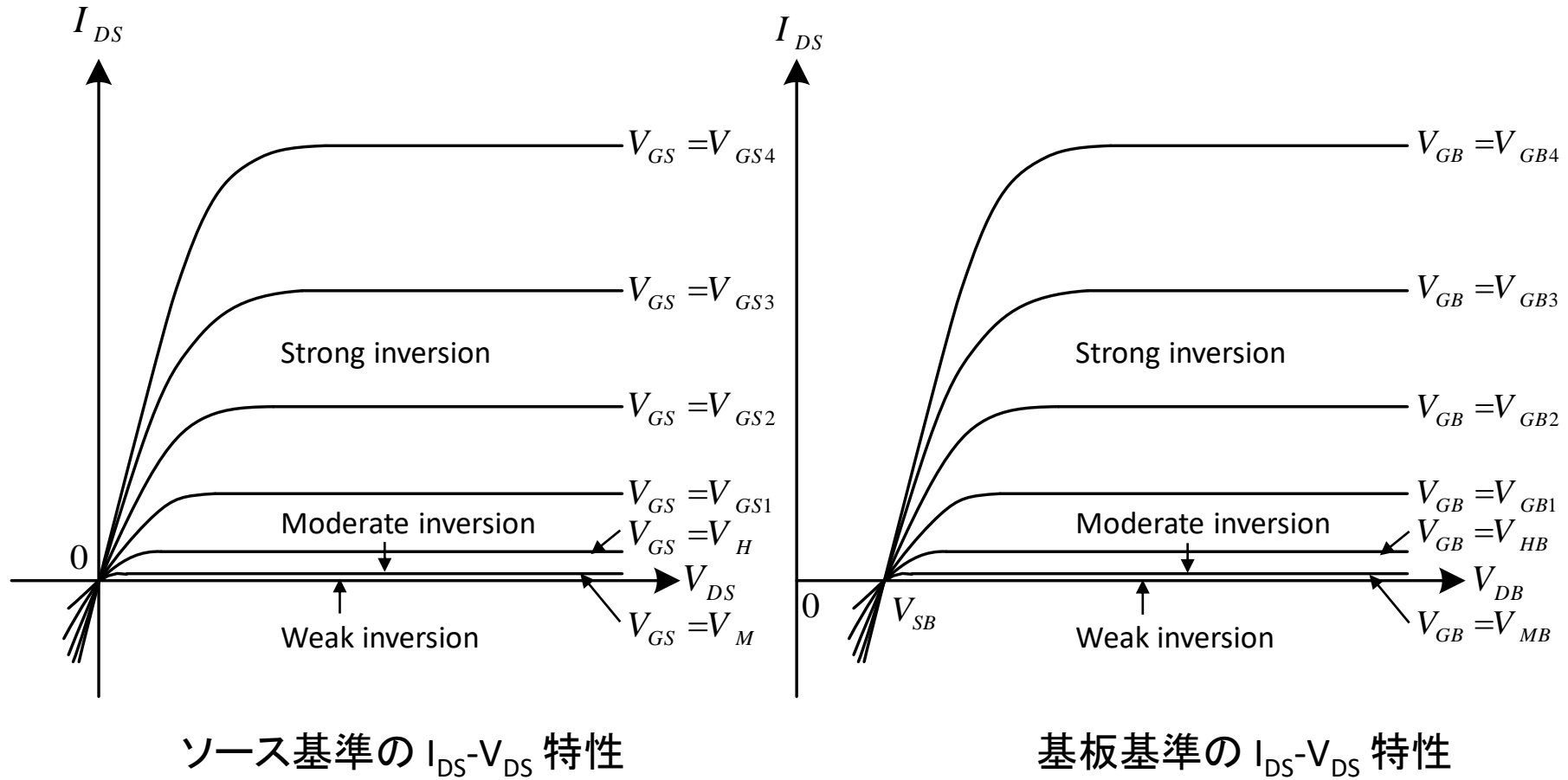


G: ゲート
D: ドレイン
S: ソース
B: 基板

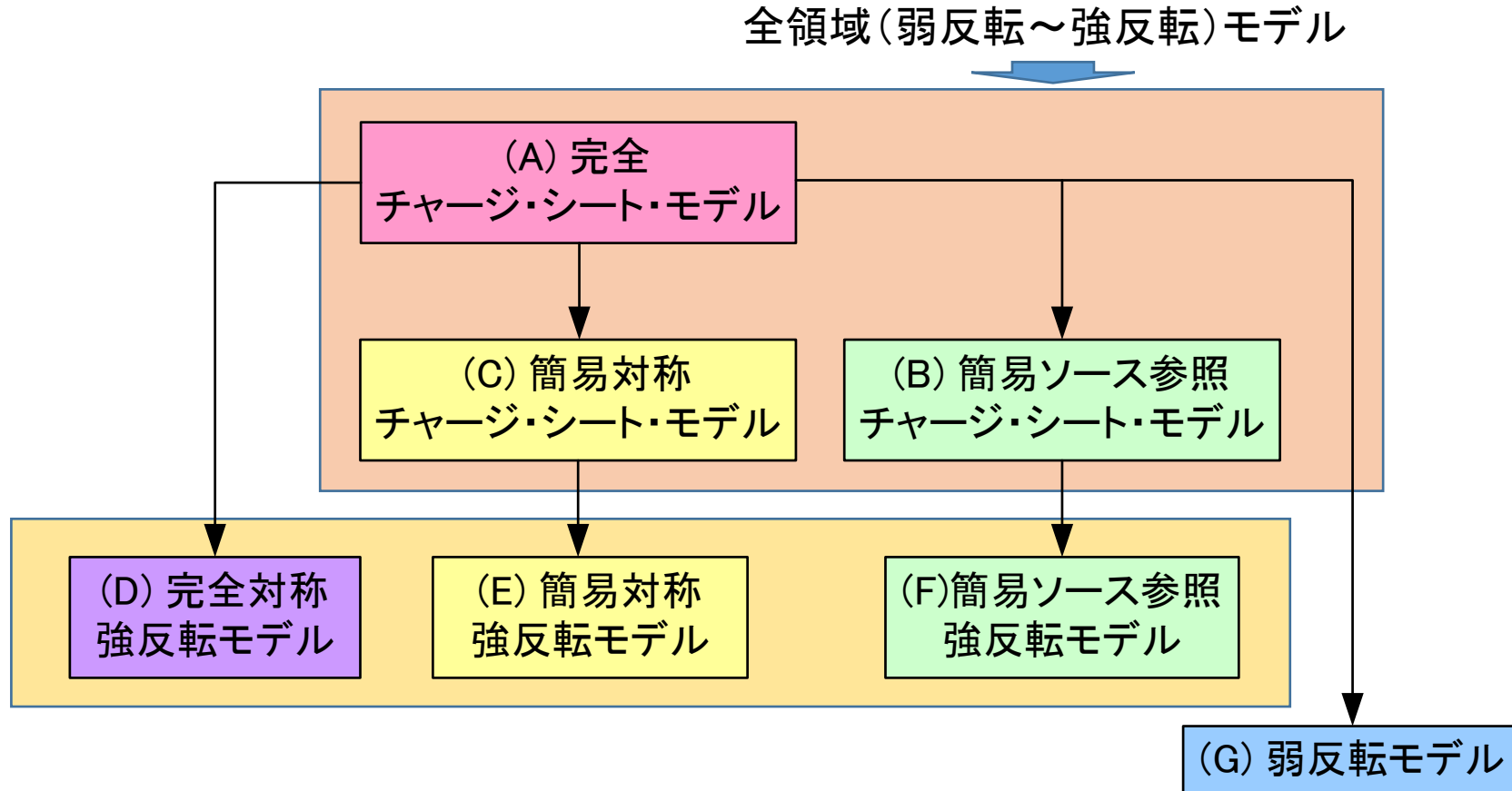
nチャンネルMOSトランジスタ (ソースに対する各端子電圧)



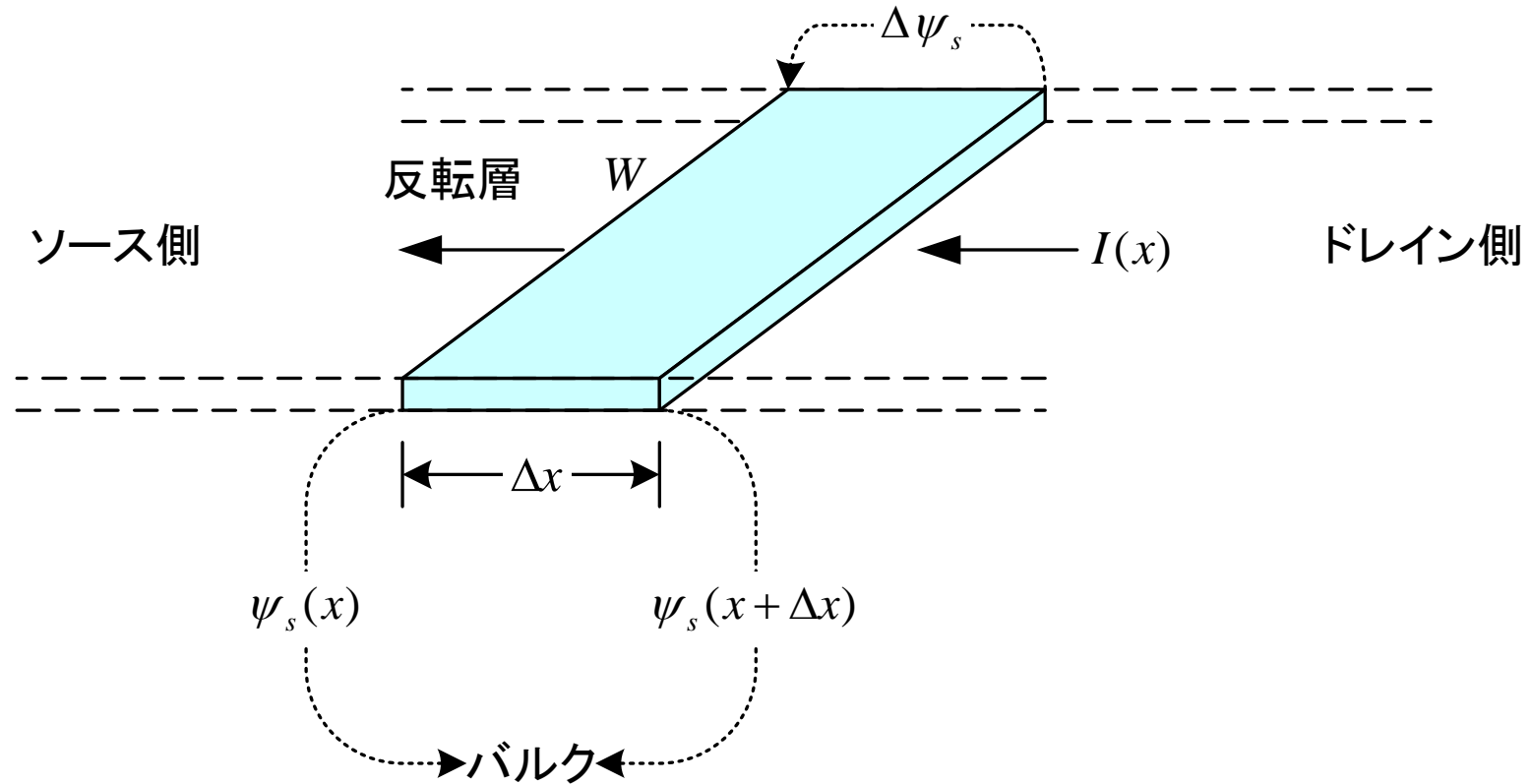
電流電圧特性



電流式モデルの階層



反転層の微小要素



(A) 完全チャージ・シート・モデルの導出(1)

チャンネル内の点 x における電流 $I(x)$ は、ドリフト電流 + 拡散電流から、

$$I(x) = \mu W (-Q_I') \frac{d\psi_s}{dx} + \mu W \phi_t \frac{dQ_I'}{dx}$$

となる。これを $x=0$ から $x=L$ まで積分すると、

$$\int_0^L I_{DS} dx = W \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \mu (-Q_I') d\psi_s + W \phi_t \int_{Q_{I0}'}^{Q_{IL}'} \mu dQ_I'$$

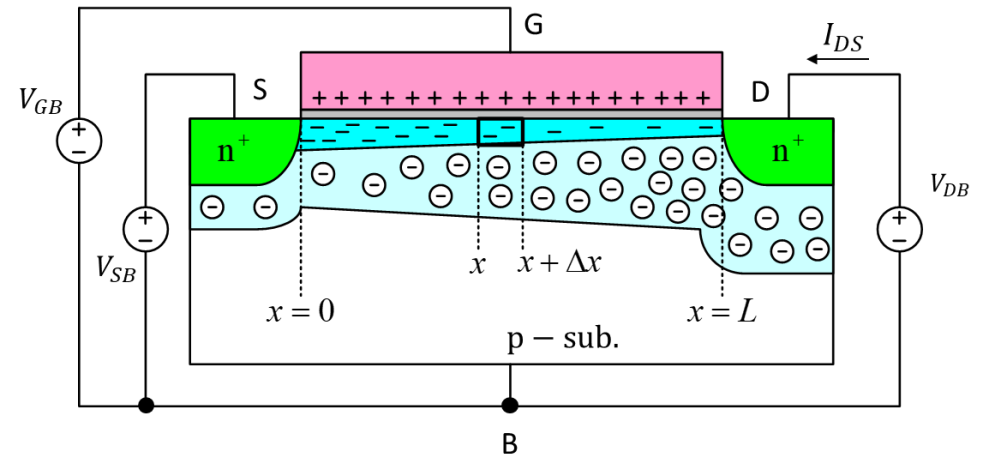
$$I_{DS} = \frac{W}{L} \left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \mu (-Q_I') d\psi_s + \phi_t \int_{Q_{I0}'}^{Q_{IL}'} \mu dQ_I' \right]$$

ここで、

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \mu (-Q_I') d\psi_s, \quad I_{DS2} = \frac{W}{L} \phi_t \int_{Q_{I0}'}^{Q_{IL}'} \mu dQ_I'$$

ドリフト電流

拡散電流



$$\psi_s \Big|_{x=0} = \psi_{s0} \text{ (ソース端の表面電位)}$$

$$\psi_s \Big|_{x=L} = \psi_{sL} \text{ (ドレイン端の表面電位)}$$

$$Q_I' \Big|_{x=0} = Q_{I0}' \text{ (ソース端の反転層電荷密度)}$$

$$Q_I' \Big|_{x=L} = Q_{IL}' \text{ (ドレイン端の反転層電荷密度)}$$

(A) 完全チャージ・シート・モデルの導出(2)

移動度を一定として、積分の外に出すと、

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q'_I) d\psi_s, \quad I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0})$$

となる。ここで、 Q'_I は

$$Q'_I = -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s + \frac{Q'_B}{C'_{ox}} \right) = -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma \sqrt{\psi_s} \right) \quad (\because Q'_B = -\gamma C'_{ox} \sqrt{\psi_s})$$

で与えられるから、 I_{DS1} と I_{DS2} は以下になる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB})(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{1}{2}(\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2) - \frac{2}{3} \gamma (\psi_{sL}^{3/2} - \psi_{s0}^{3/2}) \right]$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[\phi_t (\psi_{sL} - \psi_{s0}) + \phi_t \gamma (\psi_{sL}^{1/2} - \psi_{s0}^{1/2}) \right]$$

(A) 完全チャージ・シート・モデルの導出(3)

以下の V_{GB} と ψ_s の関係式において

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_s + \gamma \sqrt{\psi_s + \phi_t} e^{[\psi_s - (2\phi_F + V_{CB})]/\phi_t}$$

ソース端 : $V_{CB} \Rightarrow V_{SB}$ 、ドレイン端 : $V_{CB} \Rightarrow V_{DB}$

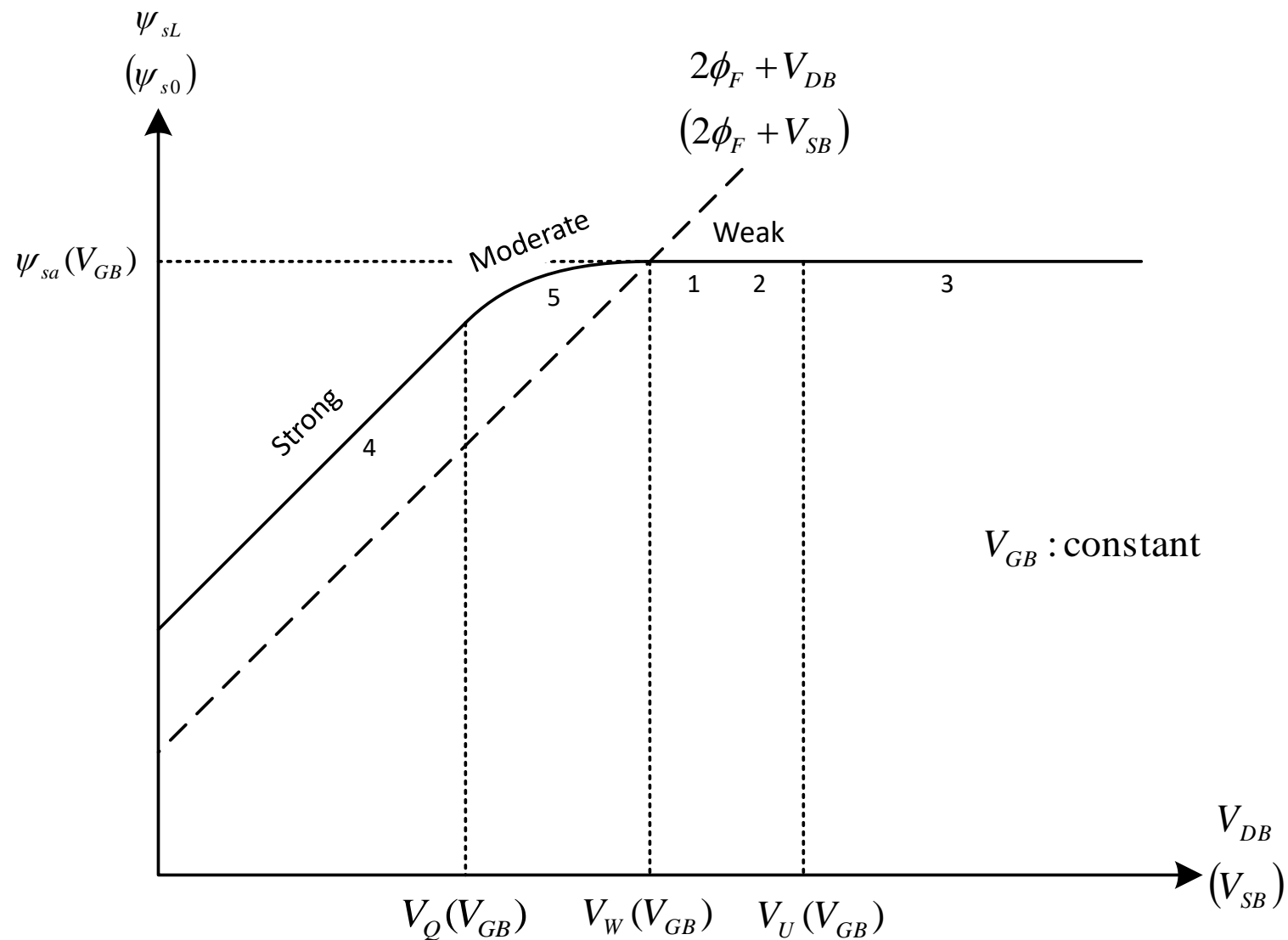
とすると、 ψ_{s0} と ψ_{sL} は、

$$\psi_{s0} = V_{GB} - V_{FB} - \gamma \sqrt{\psi_{s0} + \phi_t} e^{[\psi_{s0} - (2\phi_F + V_{SB})]/\phi_t}$$

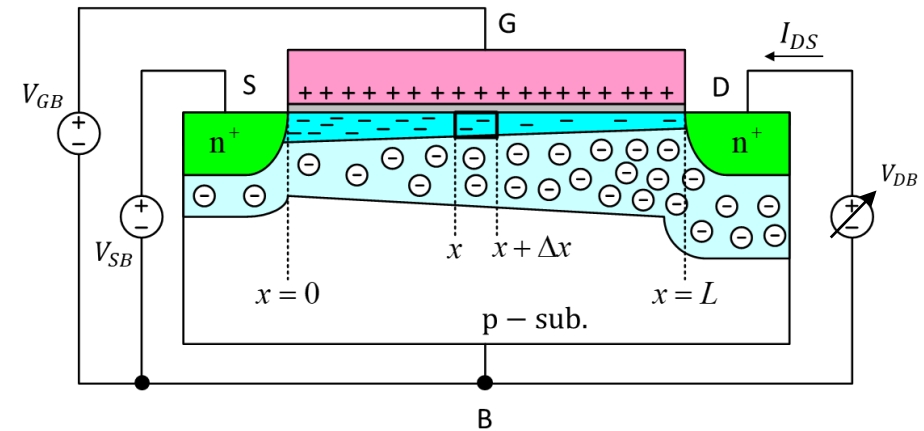
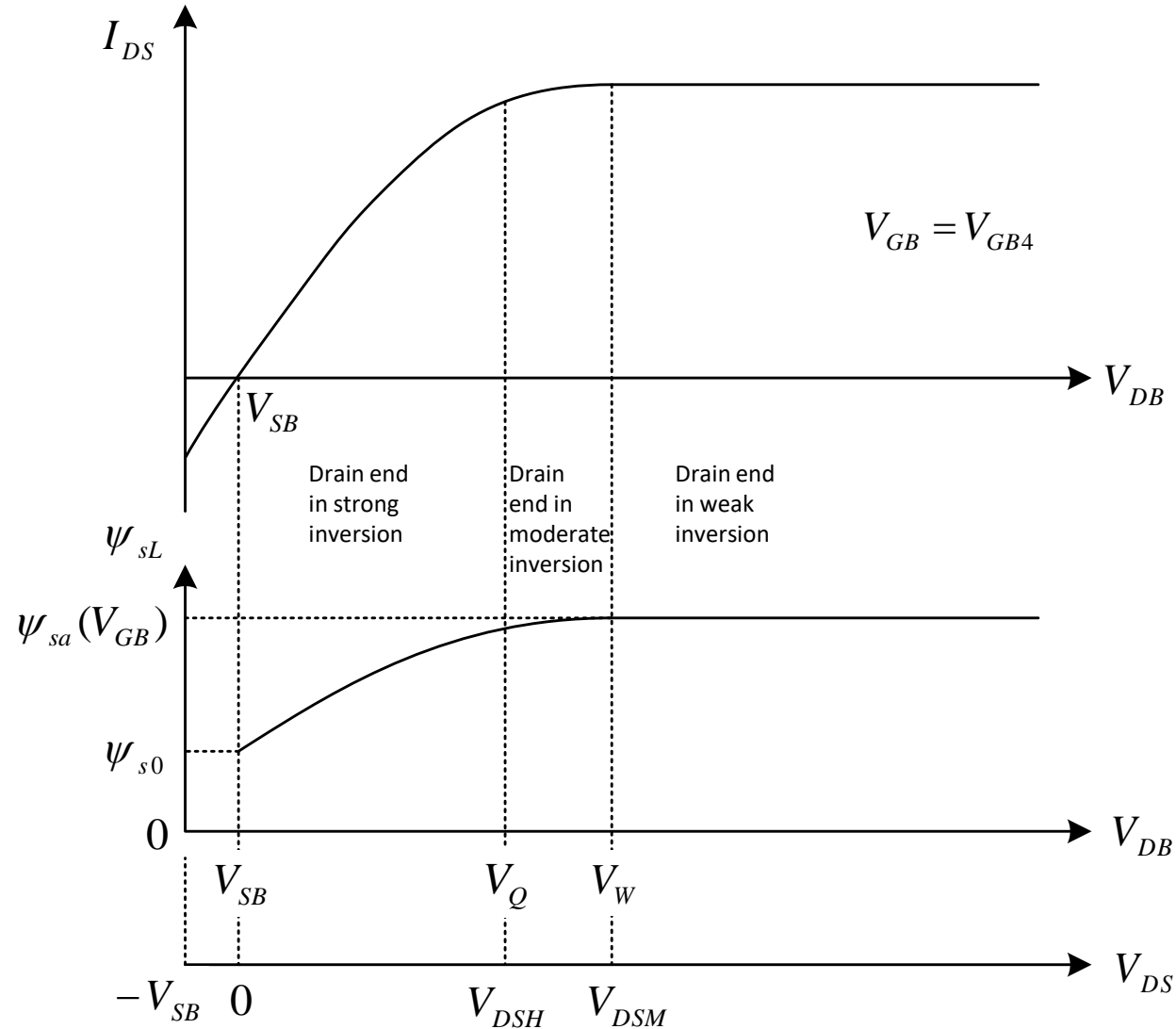
$$\psi_{sL} = V_{GB} - V_{FB} - \gamma \sqrt{\psi_{sL} + \phi_t} e^{[\psi_{sL} - (2\phi_F + V_{DB})]/\phi_t}$$

となる。

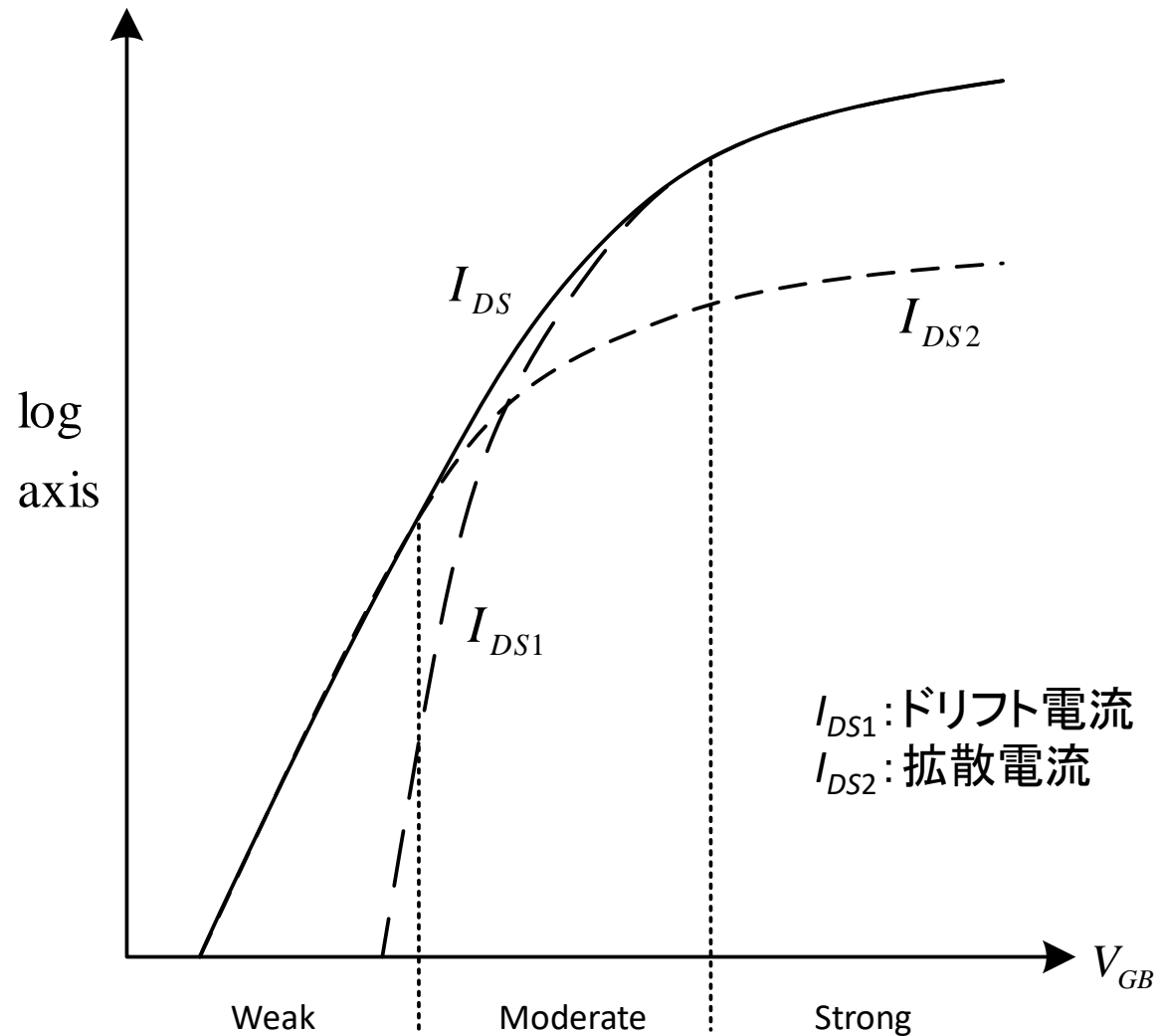
(A) ドレイン端での表面電位とドレイン基板間電圧



(A) $I_{DS}-V_{DB}$ 特性と表面電位との関係



(A) ドレイン～ソース電流成分



完全チャージシートモデル式によって
弱反転、中(緩やかな)反転、強反転の
全領域を表せる

I_{DS1} :ドリフト電流
 I_{DS2} :拡散電流

(A) 完全チャージ・シート・モデル式の対称性

完全なチャージ・シート・モデルは、以下の如く変形できる。

$I_{DS1} + I_{DS2}$ から

$$I_{DS} = \frac{W}{L} [f(\psi_{sL}) - f(\psi_{s0})]$$

ここで、

$$f(\psi_s) = \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB} + \phi_t) \psi_s - \frac{1}{2} \psi_s^2 - \frac{2}{3} \gamma \psi_s^{3/2} + \phi_t \gamma \psi_s^{1/2} \right]$$

これは、ソースとドレインを入れ替えても同じ式になる。

(A) チャンネル内の表面電位と反転層電荷

電流式が、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} [f(\psi_{sL}) - f(\psi_{s0})]$$

であるから、 x における電流は、以下で表される。

$$I_{DS} = \frac{W}{x} [f(\psi_s(x)) - f(\psi_{s0})]$$

したがって、

$$\frac{x}{L} = \frac{f(\psi_s(x)) - f(\psi_{s0})}{f(\psi_{sL}) - f(\psi_{s0})}$$

これが、 x における ψ_s を与える。また、以下の Q'_I の式から、 x における Q'_I も求まる。

$$Q'_I = -C'_{ox} (V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma \sqrt{\psi_s})$$

(B) 簡易チャージ・シート・モデルの導出(1)

$-\frac{Q'_B}{C'_{ox}}$ を簡単化する。 \Rightarrow p. 9の Q'_I 参照

$\psi_s = \psi_{se}$ ($\psi_{s0} \sim \psi_{sa}$ までの任意点) でテイラー展開する。

$$-\frac{Q'_B}{C'_{ox}} = \gamma\sqrt{\psi_{se}} + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{se}}}(\psi_s - \psi_{se}) \quad (\because Q'_B = -\gamma C'_{ox}\sqrt{\psi_s})$$

$$= \gamma\sqrt{\psi_{se}} + (\alpha - 1)(\psi_s - \psi_{se}) \quad \text{ここで、} \alpha = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{se}}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\psi_s) = f(\psi_{se}) + \left. \frac{df(\psi_s)}{d\psi_s} \right|_{\psi_s = \psi_{se}} (\psi_s - \psi_{se}) \\ f(\psi_s) = -\frac{Q'_B}{C'_{ox}} = \gamma\sqrt{\psi_s} \end{array} \right.$$

したがって、 Q'_I は次式になる。

$$Q'_I = -C'_{ox} \left[V_{GB} - V_{FB} - \psi_{se} - \gamma\sqrt{\psi_{se}} - \alpha(\psi_s - \psi_{se}) \right]$$

(B) 簡易チャージ・シート・モデルの導出(2)

Q'_I から、 $dQ'_I/d\psi_s = \alpha C'_{ox}$ になるため、 I_{DS1} は次式になる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q'_I) d\psi_s = \frac{W}{L} \mu \int_{Q'_{I0}}^{Q'_{IL}} (-Q'_I) \frac{1}{\alpha C'_{ox}} dQ'_I = \frac{W}{L} \frac{\mu}{2\alpha C'_{ox}} (Q'^2_{I0} - Q'^2_{IL})$$

一方、 I_{DS2} は以前と変わらず、

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) \quad \left[\begin{array}{l} Q'_{IL} = -C'_{ox} [V_{GB} - V_{FB} - \psi_{se} - \gamma \sqrt{\psi_{se}} - \alpha(\psi_{sL} - \psi_{se})] \\ Q'_{I0} = -C'_{ox} [V_{GB} - V_{FB} - \psi_{se} - \gamma \sqrt{\psi_{se}} - \alpha(\psi_{s0} - \psi_{se})] \end{array} \right]$$

となる。したがって、次式が得られる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB} - \gamma \sqrt{\psi_{se}} - \psi_{se} + \alpha \psi_{se}) (\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{\alpha}{2} (\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2) \right]$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \alpha \phi_t (\psi_{sL} - \psi_{s0})$$

(B) 簡易チャージ・シート・モデルの導出(3) (ソース参照モデル)

$\psi_{se} = \psi_{s0}$ として近似すると、 I_{DS1} と I_{DS2} は

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB} - \psi_{s0} - \gamma \sqrt{\psi_{s0}})(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{\alpha}{2} (\psi_{sL} - \psi_{s0})^2 \right]$$

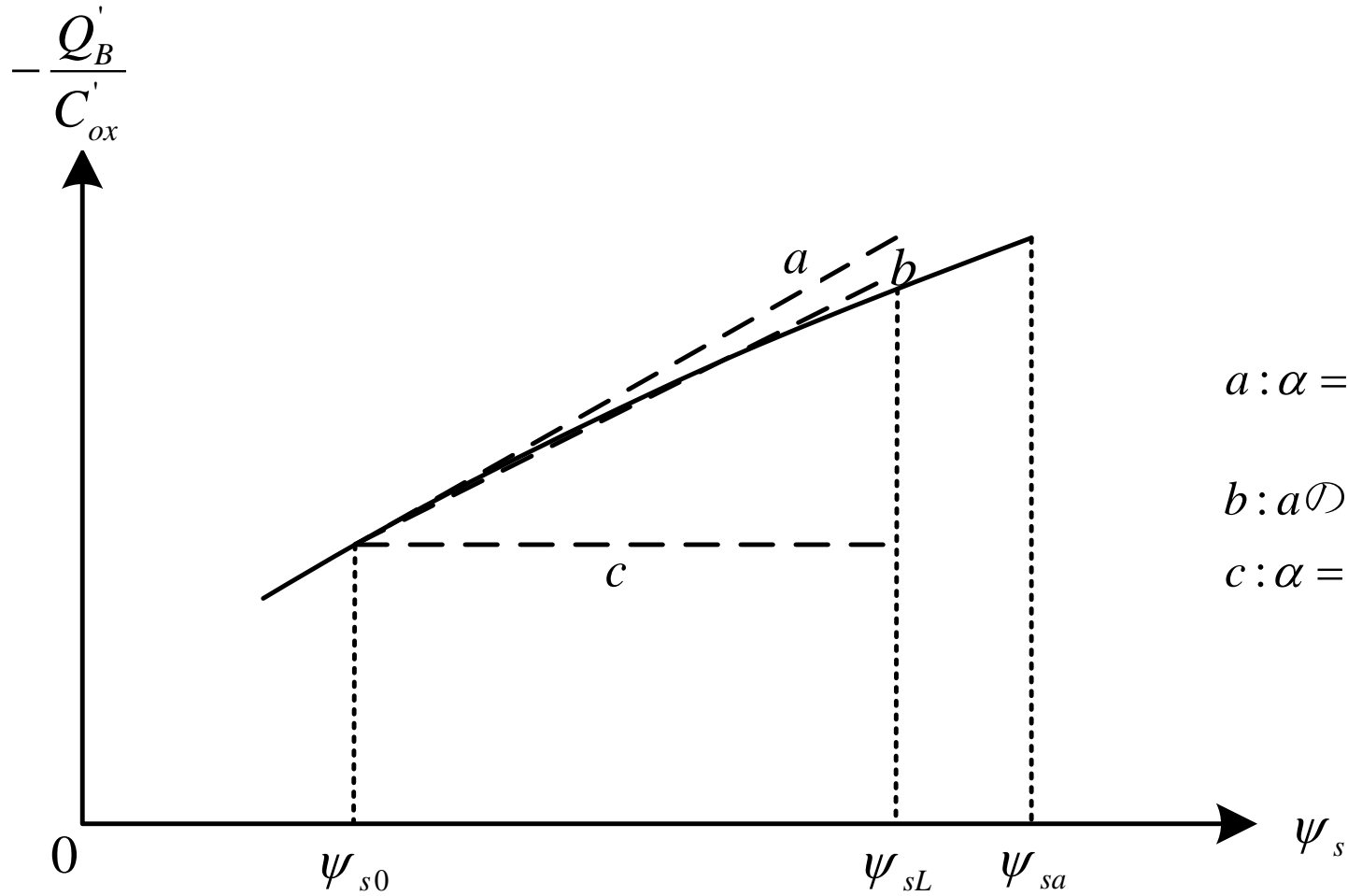
$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \phi_t \alpha (\psi_{sL} - \psi_{s0})$$

となる。また、 α は

$$\alpha = \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{s0}}}$$

である。

(B) $-\frac{Q'_B}{C'_{ox}}$ vs. 表面電位特性の近似 (ソース側での外挿)



$$a: \alpha = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{s0}}}$$

$b: a$ の場合より僅かに小さい α

$$c: \alpha = 1$$

(C) 簡易チャージ・シート・モデルの導出(4) (対称モデル)

$\psi_{se} = \psi_{sa}$ として近似すると、

$$\alpha = n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{sa}}}$$

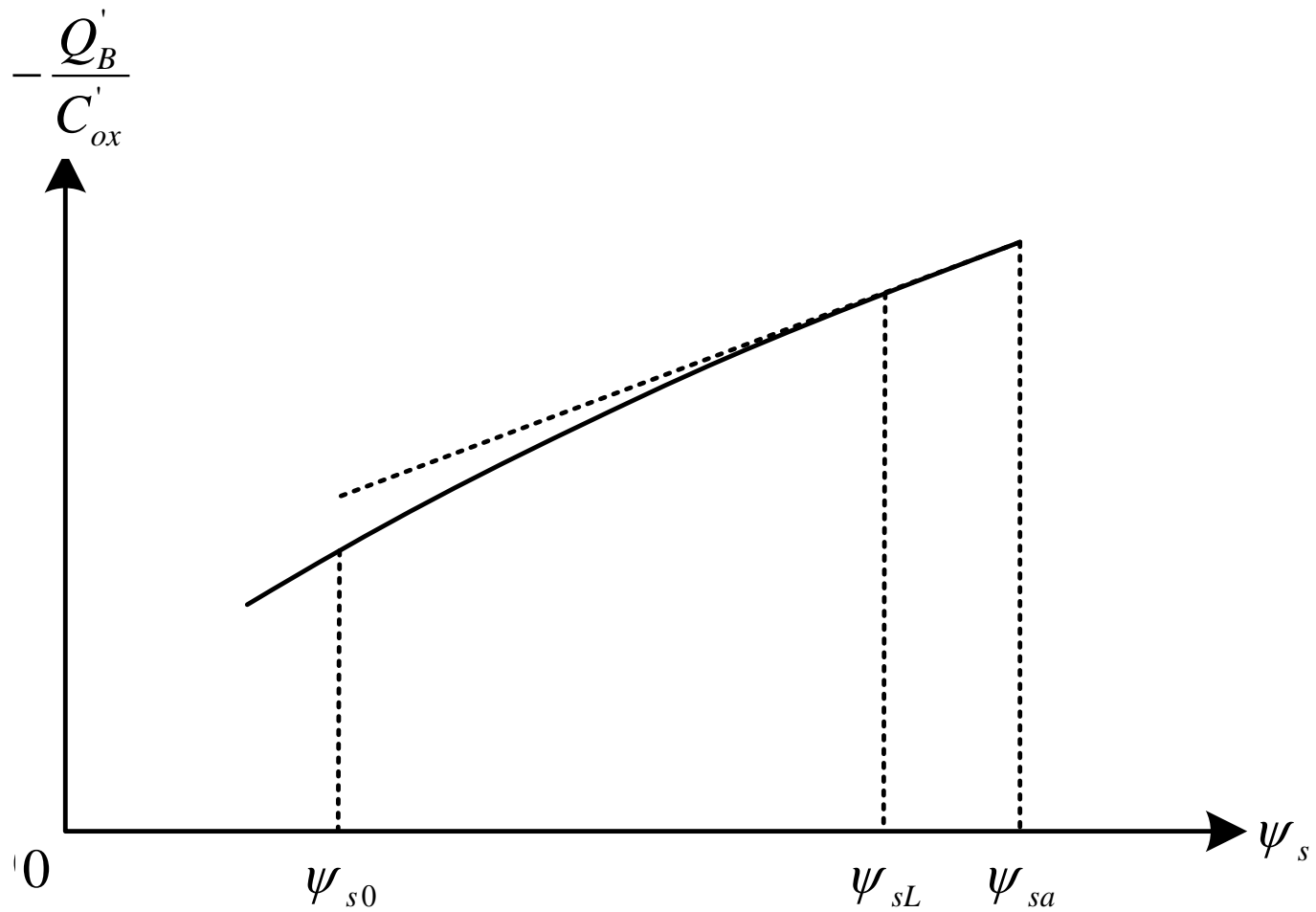
となり、 I_{DS1} と I_{DS2} は次式になる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[\left(V_{GB} - V_{FB} - \frac{\gamma}{2} \sqrt{\psi_{sa}} \right) (\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{n}{2} (\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2) \right]$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} n \phi_t (\psi_{sL} - \psi_{s0})$$

$\Rightarrow \psi_s \approx \psi_{sa}$ では、 $Q'_I \ll Q'_B$ であるため、弱反転領域にある。
 $\Rightarrow Q'_B$ が支配的であるとき、 Q'_B の近似の精度は良い。
 $\Rightarrow Q'_I$ が支配的であるとき、 Q'_B の近似の精度は良くないが、
全半導体電荷への Q'_B の誤差の影響は少ない。

(C) $-\frac{Q_B'}{C_{ox}'}$ vs. 表面電位特性の近似 (ψ_{sa} での外挿)



(C) 順方向と逆方向電流 (対称モデル)

完全チャージ・シート・モデルを単純化した式 ($\alpha \Rightarrow n$)

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \frac{\mu}{2nC'_{ox}} (Q_{I0}^2 - Q_{IL}^2), \quad I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) \quad \Rightarrow \text{p. 17参照}$$

から、 $I_{DS1} + I_{DS2}$ を求めると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \left[\frac{1}{2nC'_{ox}} (Q_{I0}^2 - Q_{IL}^2) + \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) \right] = \frac{W}{L} \mu \left(\frac{Q_{I0}^2}{2nC'_{ox}} - \phi_t Q'_{I0} \right) - \frac{W}{L} \mu \left(\frac{Q_{IL}^2}{2nC'_{ox}} - \phi_t Q'_{IL} \right) = I_F - I_R$$

ここで、

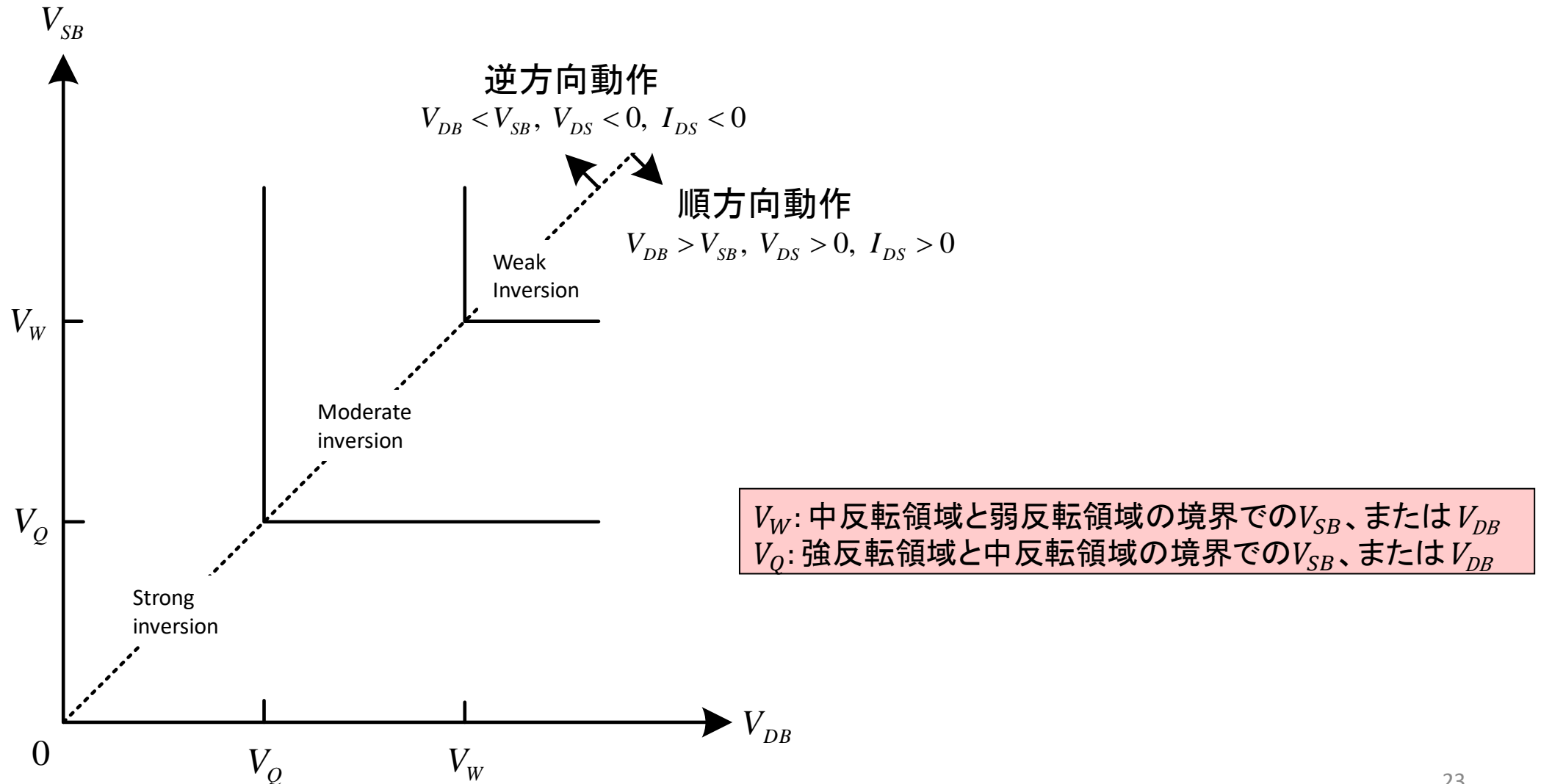
$$I_F = \frac{W}{L} \mu \left(\frac{Q_{I0}^2}{2nC'_{ox}} - \phi_t Q'_{I0} \right) \Rightarrow I_{DS, saturation} \quad (\text{順方向電流})$$

$$I_R = \frac{W}{L} \mu \left(\frac{Q_{IL}^2}{2nC'_{ox}} - \phi_t Q'_{IL} \right) \Rightarrow -I_{DS, rev. saturation} \quad (\text{逆方向電流})$$

V_{DS} 大 : $\psi_{sL} \Rightarrow \psi_{sa}$,
 $Q'_{IL} \Rightarrow 0$,
 $I_R \Rightarrow 0$

V_{SB} 大 : $\psi_{s0} \Rightarrow \psi_{sa}$,
 $Q'_{I0} \Rightarrow 0$,
 $I_F \Rightarrow 0$

(C) MOSTランジスタの動作領域の定義



(D) 完全対称強反転モデル

ソースとドレイン端とも強反転では、 ψ_{s0} と ψ_{sL} は以下で表される。

$$\psi_{s0} \approx \phi_0 + V_{SB}, \quad \psi_{sL} \approx \phi_0 + V_{DB} \quad \left[\text{但し、} \phi_0 = 2\phi_F + \Delta\phi \quad (\Delta\phi = 6\phi_t) \right]$$

ここで、完全チャージ・シート・モデル（ドリフト成分）の以下の式を用いる。

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB})(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{1}{2}(\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2) - \frac{2}{3}\gamma(\psi_{sL}^{3/2} - \psi_{s0}^{3/2}) \right] \quad \Rightarrow \text{p. 9参照}$$

この式に、上の ψ_{s0} と ψ_{sL} を代入して、整理すると、 $(I_{DS1} \Rightarrow I_{DSN})$

$$\begin{aligned} I_{DSN} &= \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left\{ (V_{GB} - V_{FB})(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{1}{2}[(V_{DB} + \phi_0)^2 - (V_{SB} + \phi_0)^2] - \frac{2}{3}\gamma[(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} - (\phi_0 + V_{SB})^{3/2}] \right\} \\ &= \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left\{ (V_{GB} - V_{FB} - \phi_0)(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{1}{2}(V_{DB}^2 - V_{SB}^2) - \frac{2}{3}\gamma[(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} - (\phi_0 + V_{SB})^{3/2}] \right\} \end{aligned}$$

これは、次式で表され、ソースとドレインが対称である。

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} [g(V_{GB}, V_{DB}) - g(V_{GB}, V_{SB})] \quad \left\{ \begin{array}{l} g(V_{GB}, V_{DB}) = \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0)V_{DB} - \frac{1}{2}V_{DB}^2 - \frac{2}{3}\gamma(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} \right] \\ g(V_{GB}, V_{SB}) = \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0)V_{SB} - \frac{1}{2}V_{SB}^2 - \frac{2}{3}\gamma(\phi_0 + V_{SB})^{3/2} \right] \end{array} \right.$$

(D) 完全対称強反転モデル(直接導出)

チャンネル内の点 x では、 $\psi_s(x)$ は以下になる。

$$\psi_s(x) = \phi_0 + V_{CB}(x)$$

ここで、 $V_{CB}(0) = V_{SB}$ 、 $V_{CB}(L) = V_{DB}$ である。

I_{DSN} はドリフト成分のみを考慮して、

$$I_{DSN} = \mu W (-Q'_I) \frac{d\psi_s}{dx} = \mu W (-Q'_I) \frac{dV_{CB}}{dx} \quad (\because \phi_0: \text{定数})$$

となる。これを、 $x=0 (V_{CB} = V_{SB})$ から $x=L (V_{CB} = V_{DB})$ まで積分すると、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu (-Q'_I) dV_{CB}$$

となる。 Q'_I に次式を代入すと、完全対称強反転モデルが求まる。

$$\begin{aligned} Q'_I &= -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} + \frac{Q'_B}{C'_{ox}} \right) \quad \left(Q'_B = -\gamma C'_{ox} \sqrt{\phi_0 + V_{CB}} \right) \\ &= -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} - \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{CB}} \right) = -C'_{ox} [V_{GB} - V_{TB}(V_{CB})] \end{aligned}$$

(D) 完全対称強反転モデル(飽和点と飽和領域)

$dI_{DSN}/dV_{DB} = 0$ における V_{DB} は、 V_P (ピンチオフ電圧)となる。

$$V_P = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right) - \phi_0$$

ここで、 $\phi_0 = 2\phi_F$ とおくと、 $V_P = V_W$ (弱反転と中反転の境界)

となる。これは、外部からの電圧として V_{GB} で決まる値である。

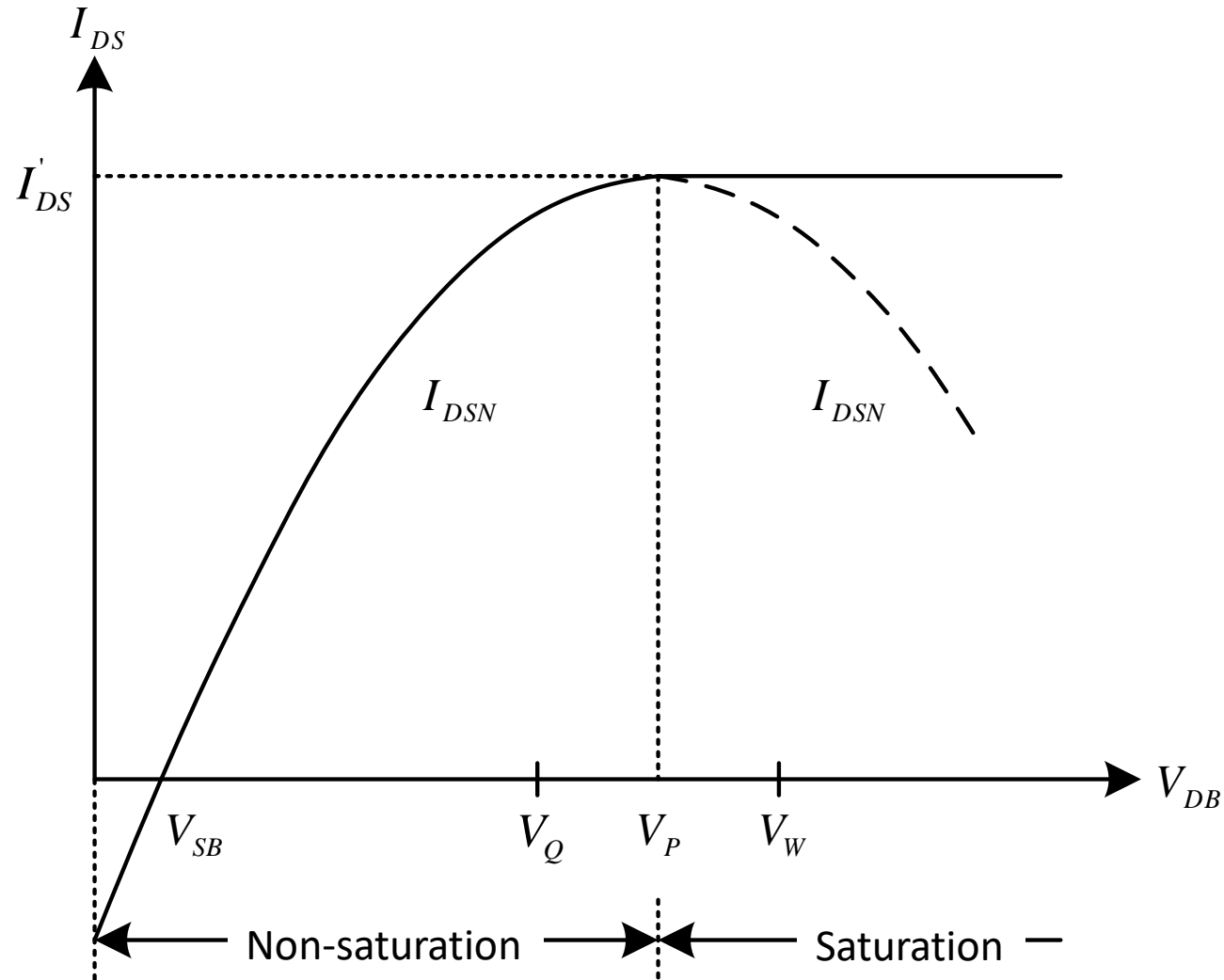
V_P での電流(飽和電流: $V_{SB} < V_{DB}$)を $I'_{DS} = I_{DSN}|_{V_{DB}=V_P}$ とすると、 I_{DS} は、

$$I_{DS} = \begin{cases} I_{DSN}, & V_{DB} \leq V_P \\ I'_{DS}, & V_{DB} > V_P \end{cases}$$

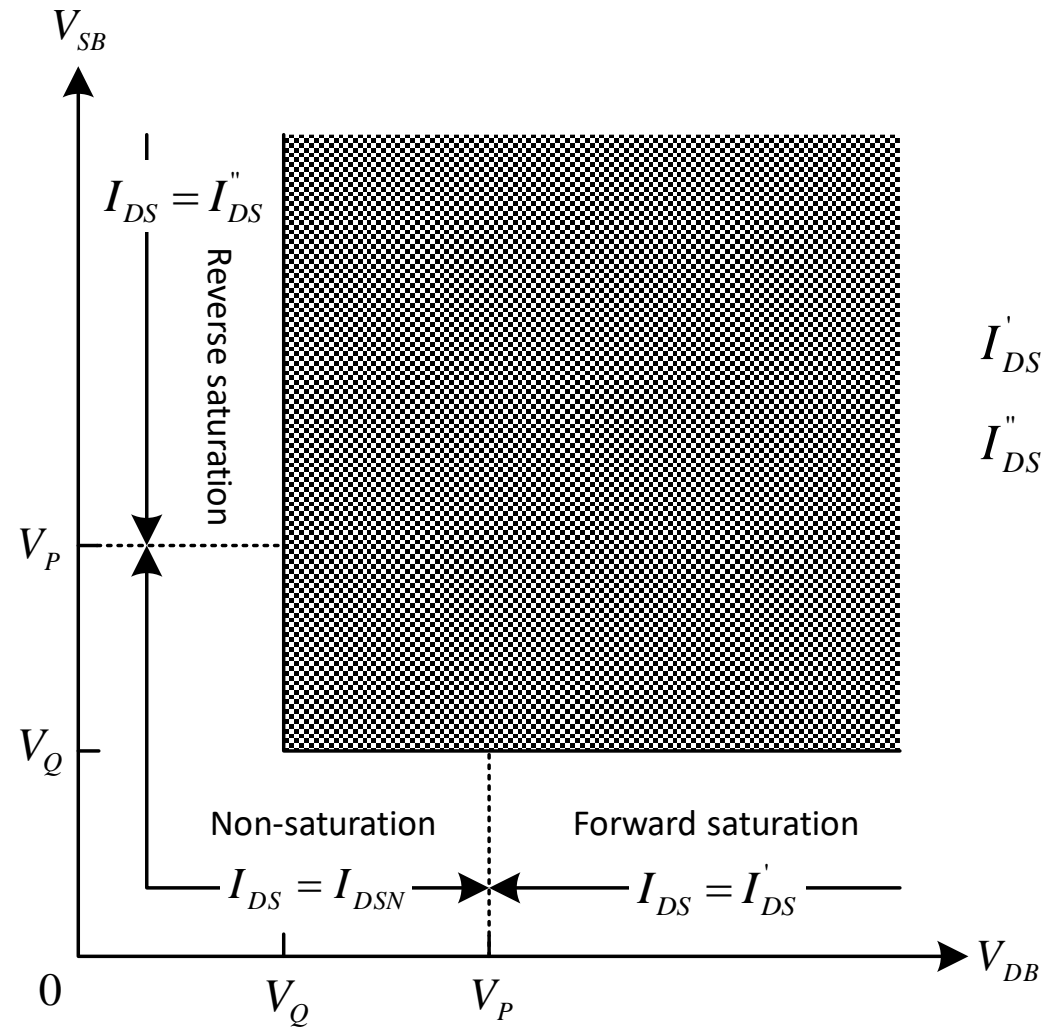
となる。また、 $V_{SB} > V_{DB}$ の場合の飽和電流は以下の如くなる。

$$I''_{DS} = I_{DSN}|_{V_{SB}=V_P}$$

(D) 完全対称強反転モデルでの $I_{DS}-V_{DB}$ 特性



(D) 完全強反転モデル



$$I_{DS}' = I_{DSN} \Big|_{V_{DB}=V_P}$$

$$I_{DS}'' = I_{DSN} \Big|_{V_{SB}=V_P}$$

(E) 簡易対称強反転モデル(1)

簡単化された対称モデル

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \left[\frac{1}{2nC'_{ox}} (Q_{I0}'^2 - Q_{IL}'^2) + \phi_t (Q_{IL}' - Q_{I0}') \right] \quad \Rightarrow \text{p. 22参照}$$

の[]内の第2項は拡散成分であるから、強反転領域ではこの項を無視して、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \frac{1}{2nC'_{ox}} (Q_{I0}'^2 - Q_{IL}'^2) \quad \Rightarrow Q_I' \text{ に関し3端子MOS構造 p.30参照 (令和3年度版)}$$

(ピンチオフ近傍の反転層電荷(強反転の場合))

となる。 Q_{I0}' と Q_{IL}' に $Q_I' \approx -nC'_{ox}(V_P - V_{CB})$ を用いると、 I_{DSN} (非飽和領域の I_{DS}) は、以下になる。

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} [(V_P - V_{SB})^2 - (V_P - V_{DB})^2]$$

順方向飽和電流 I_{DS}' と逆方向飽和電流 I_{DS}'' は、次式となる。

$$I_{DS}' = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} (V_P - V_{SB})^2 \quad (V_{DB} = V_P \text{ で飽和})$$

$$I_{DS}'' = -\frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} (V_P - V_{DB})^2 \quad (V_{SB} = V_P \text{ で飽和})$$

$$V_P = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2 - \phi_0$$

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_P}}$$

(E) 簡易対称強反転モデル(2)

V_p の近似を用いて、モデルを簡単化する。

$$V_p \approx \frac{V_{GB} - V_{T0}}{n} \quad \left(\text{但し、} V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0} \right) \Rightarrow V_p \text{ に関し3端子MOS構造 p.29参照}$$

(令和3年度版)

これを、

(ピンチオフ電圧の別表現(2))

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} \left[(V_p - V_{SB})^2 - (V_p - V_{DB})^2 \right]$$

に代入し、整理すると、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{T0})(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{n}{2} (V_{DB}^2 - V_{SB}^2) \right]$$

となる。 I_{DSN} は、 $V_{DB} = V_p$ で $dI_{DSN}/dV_{DB} = 0$ となる。

この場合、順方向飽和電流 I'_{DS} と逆方向飽和電流 I''_{DS} は、次式になる。

$$I'_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} (V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})^2, \quad I''_{DS} = -\frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} (V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB})^2$$

(F) 簡易ソース参照強反転モデル

簡単化されたソース参照モデルの以下の式において、

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{FB} - \psi_{s0} - \gamma \sqrt{\psi_{s0}})(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{\alpha}{2} (\psi_{sL} - \psi_{s0})^2 \right] \Rightarrow \text{p. 18参照}$$

$\psi_{s0} = \phi_0 + V_{SB}$ 、 $\psi_{sL} = \phi_0 + V_{DB}$ を代入すると、強反転での非飽和電流は、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{SB} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}})(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{\alpha}{2} (V_{DB} - V_{SB})^2 \right] \quad \text{但し、} \alpha = \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

となる。ここで、 $V_{DB} - V_{SB} = V_{DS}$ 、 $V_{GB} - V_{SB} = V_{GS}$ とおくと、次式を得る。

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T|_{V_{SB}}) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right], \quad \text{但し、} V_T|_{V_{SB}} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

(F) 簡易ソース参照強反転モデル(直接導出:1)

直接導出する場合、 $-Q'_B/C'_{ox}$ の近似式を使う。 V_{SB} の辺りで $-Q'_B/C'_{ox}$ をテイラー展開 (最初の2項までとる) すると、

$$-\frac{Q'_B}{C'_{ox}} \approx \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha_1 - 1)(V_{CB} - V_{SB})$$

$\alpha_1 - 1$ は、 $-Q'_B/C'_{ox}$ vs. V_{CB} の $V_{CB} = V_{SB}$ での傾きであり、 $\alpha_1 - 1 = \gamma/2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$ である。 α_1 は、 $-Q'_B/C'_{ox}$ を過剰に見積もっているため、その代わりに α ($\alpha < \alpha_1$) を考えると、 $-Q'_B/C'_{ox}$ は、以下になる。

$$-\frac{Q'_B}{C'_{ox}} \approx \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha - 1)(V_{CB} - V_{SB})$$

これから、 Q'_I は次式となる。

$$Q'_I = -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} + \frac{Q'_B}{C'_{ox}} \right) = -C'_{ox} \left[V_{GB} - V_{SB} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \alpha (V_{CB} - V_{SB}) \right]$$

(F) 簡易ソース参照強反転モデル(直接導出: 2)

Q'_I を以下の式に用い、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu(-Q'_I) dV_{CB}$$

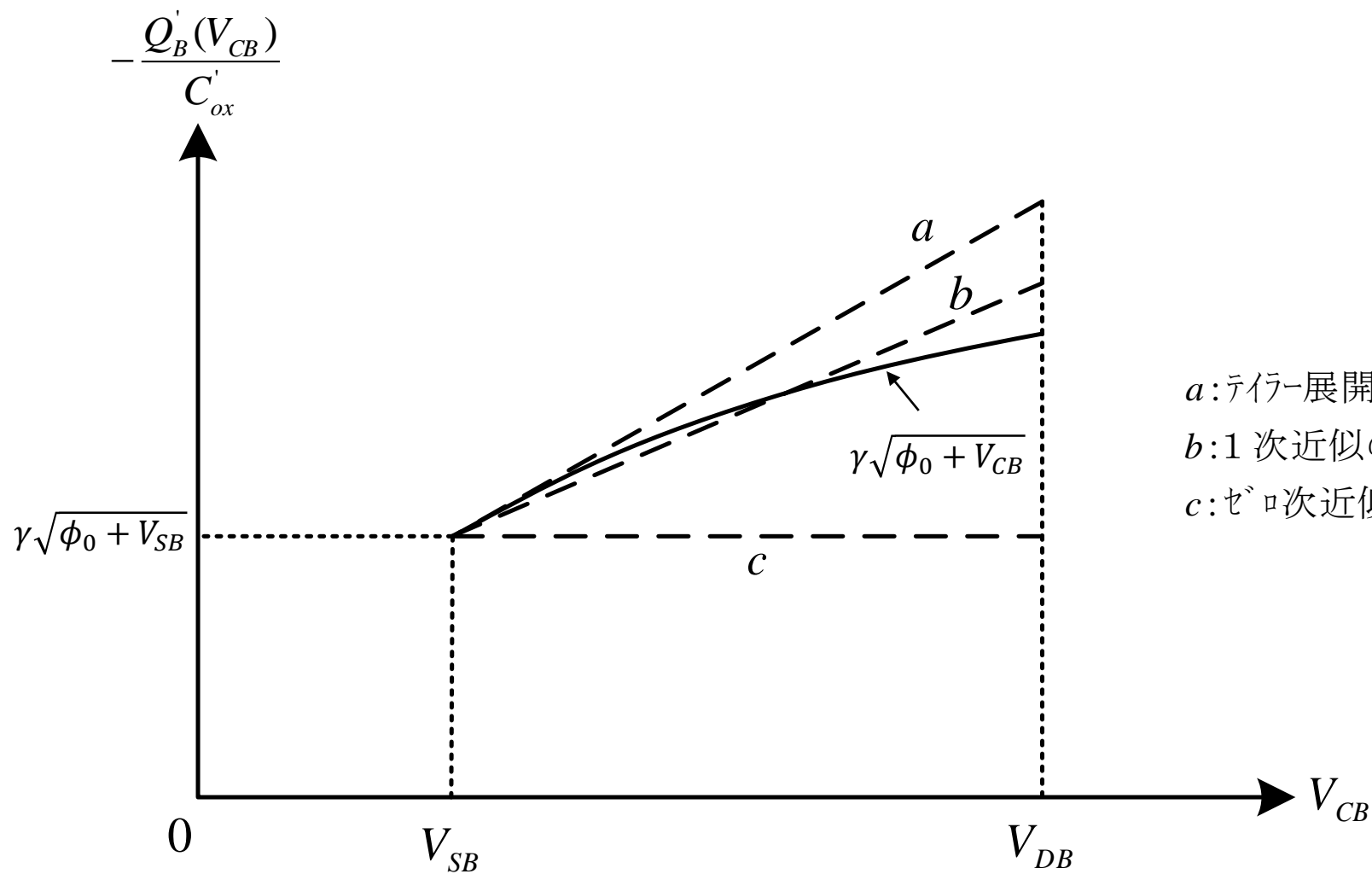
$V_{DB} = V_{DS} + V_{SB}$ 、 $V_{GB} = V_{GS} + V_{SB}$ として、積分を行うと、
 I_{DSN} は、(但し、 μ : 一定)

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T|_{V_{SB}}) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right]$$

$$\text{但し、 } V_T|_{V_{SB}} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

となり、簡単化されたソース参照モデルと同じになる。

(F) 強反転での $-Q_B'/C_{ox}'$ とチャネル内の逆バイアス V_{CB}



- a: テイラー展開による 1次近似 at $V_{CB} = V_{SB}$
- b: 1次近似の改善
- c: 0次近似

(F) 簡易ソース参照強反転モデル(飽和点と飽和領域)

非飽和領域では、 I_{DSN} は

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right]$$

となる。ここで、

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \quad \Rightarrow V_T \text{は } V_{SB} \text{に依存する。}$$

または、

$$V_T = V_{T0} + \gamma \left(\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \sqrt{\phi_0} \right), \quad V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0}$$

である。 $dI_{DSN}/dV_{DS} = 0$ のところでの $V_{DS}(=V'_{DS})$ は、 $V'_{DS} = (V_{GS} - V_T)/\alpha$ となる。この場合の電流 I'_{DS} は、以下の如くになる。

$$I'_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha}$$

(F) 簡易ソース参照強反転モデル(まとめ)

電流 I_{DS} は,

$$I_{DS} = \begin{cases} I_{DSN}, & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ I'_{DS}, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}$$

すなわち、以下になる。

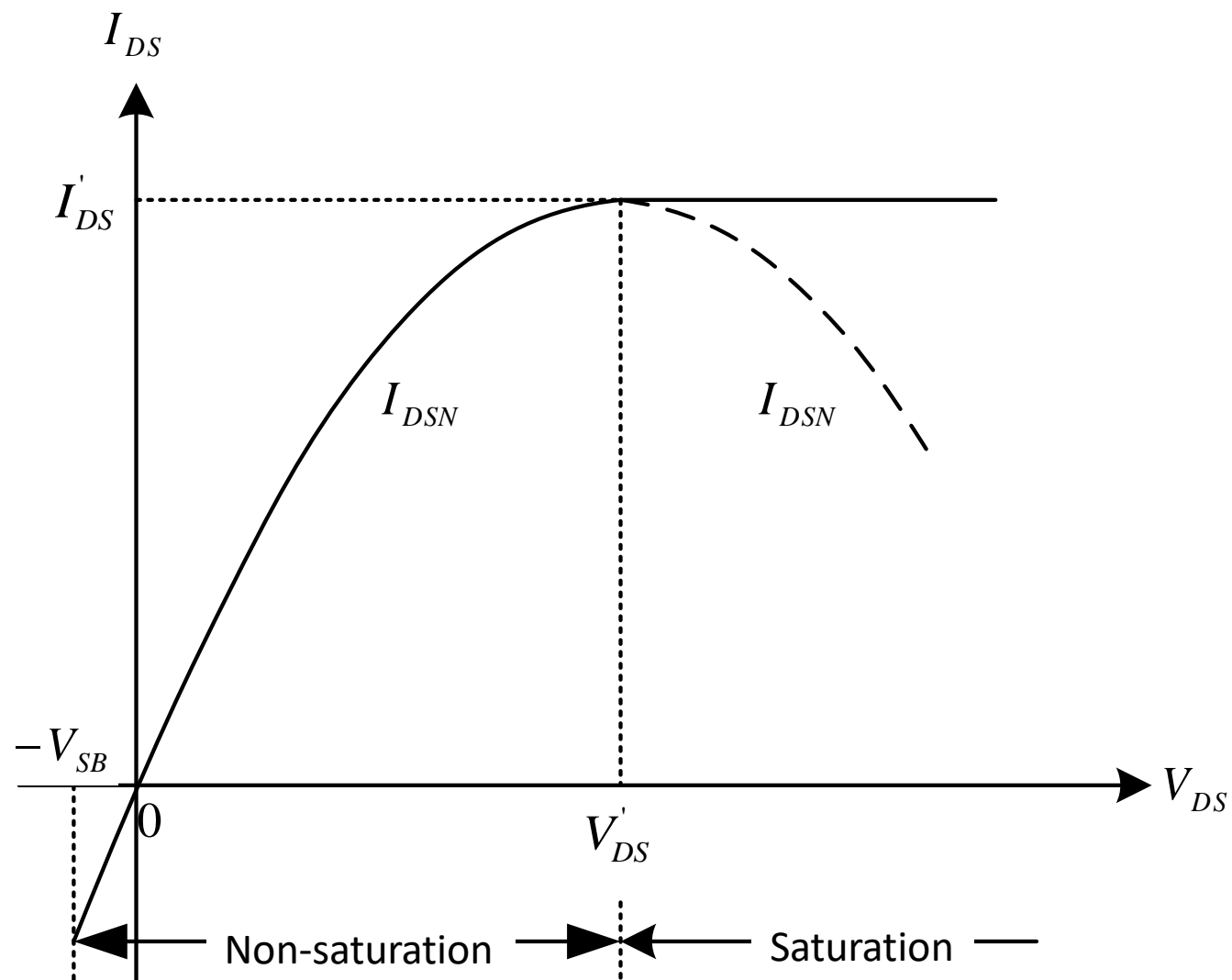
$$I_{DS} = \begin{cases} \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right], & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha}, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}$$

また、非飽和と飽和領域を一緒にして、 I_{DS} は以下の如くにも表される。

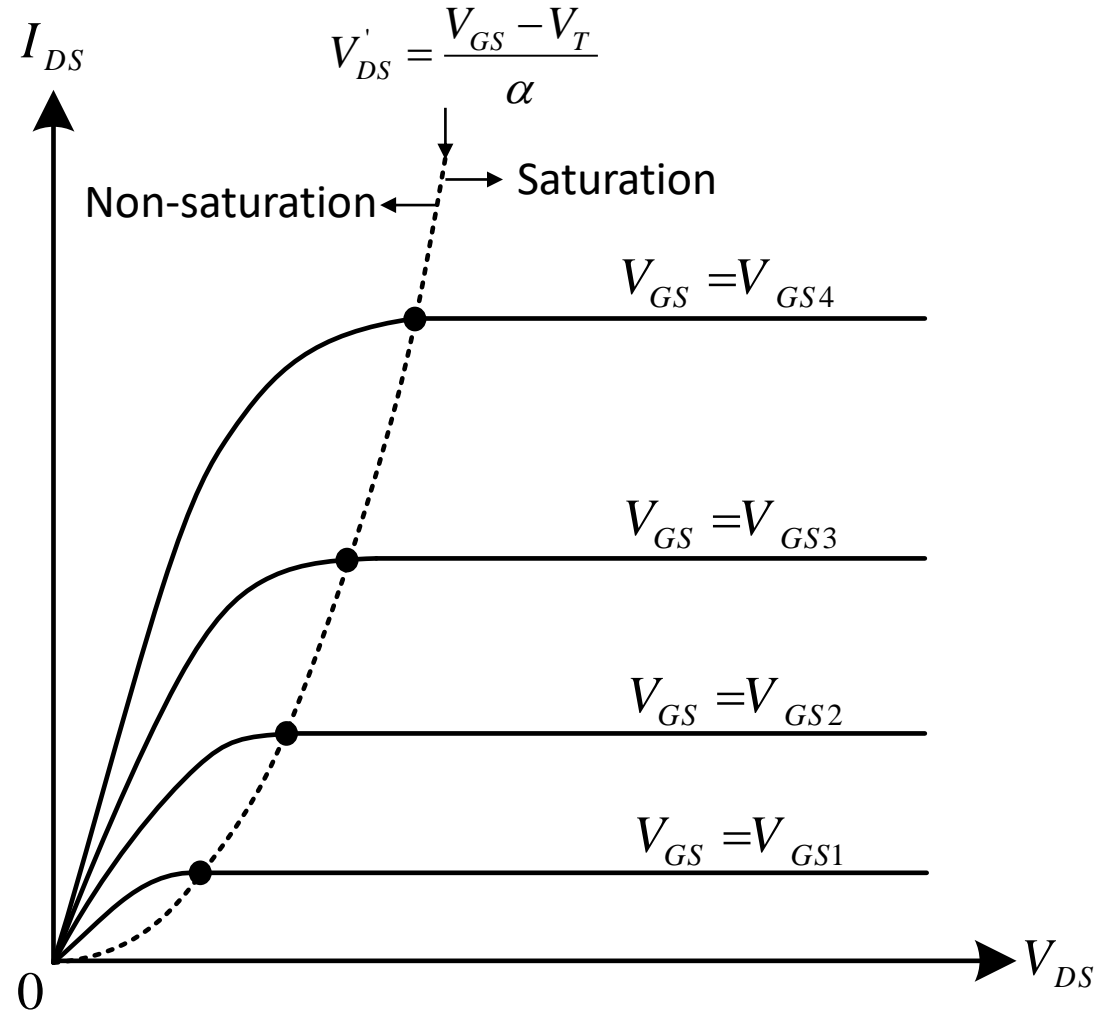
$$I_{DS} = I'_{DS} (1 - \eta^2)$$

$$\text{ここで、 } \eta = \begin{cases} 1 - \frac{V_{DS}}{V'_{DS}}, & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ 0, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}$$

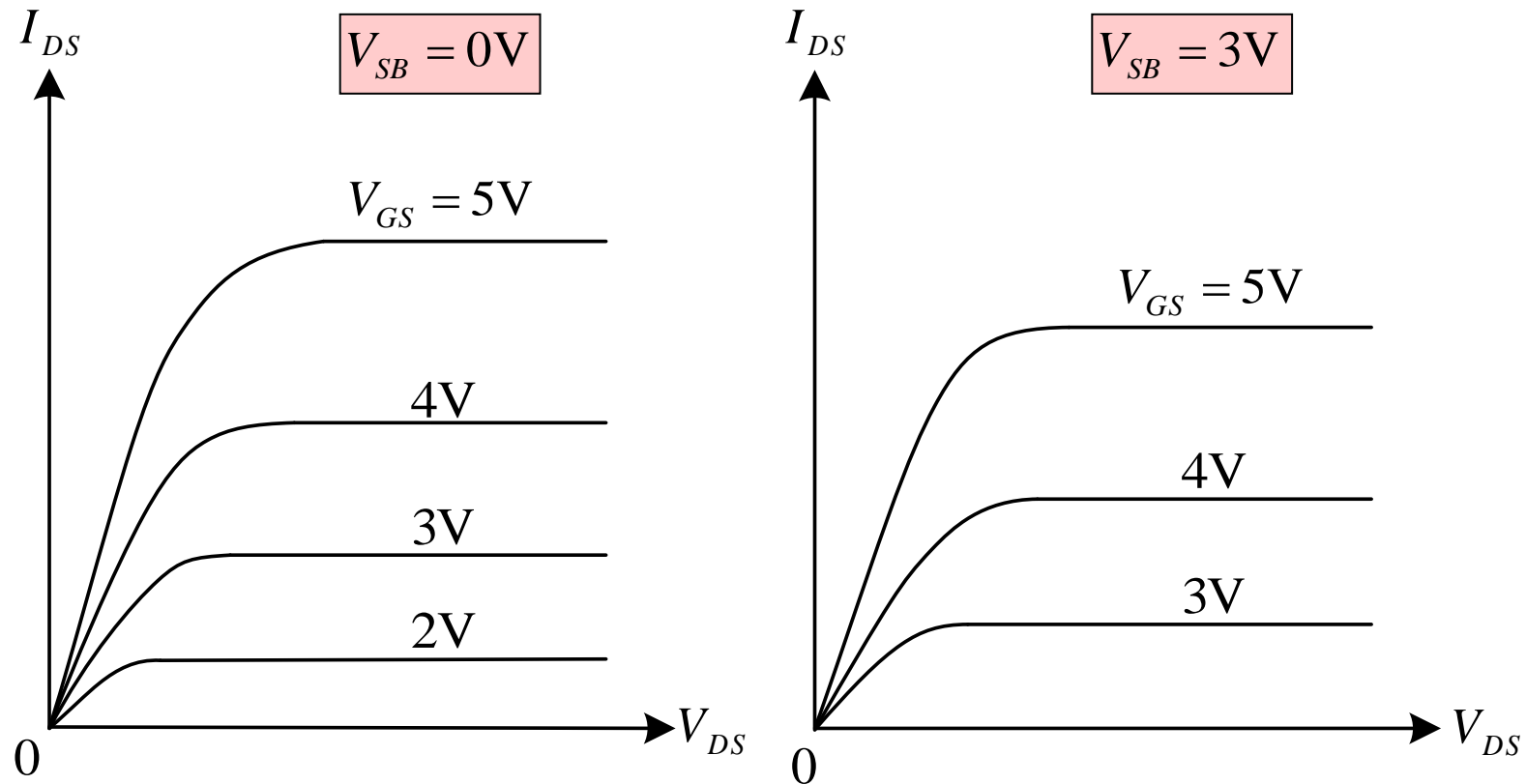
(F) $I_{DS}-V_{DS}$ 特性: 含む $V_{DS} > V_{DS}'$ (ソース参照強反転)



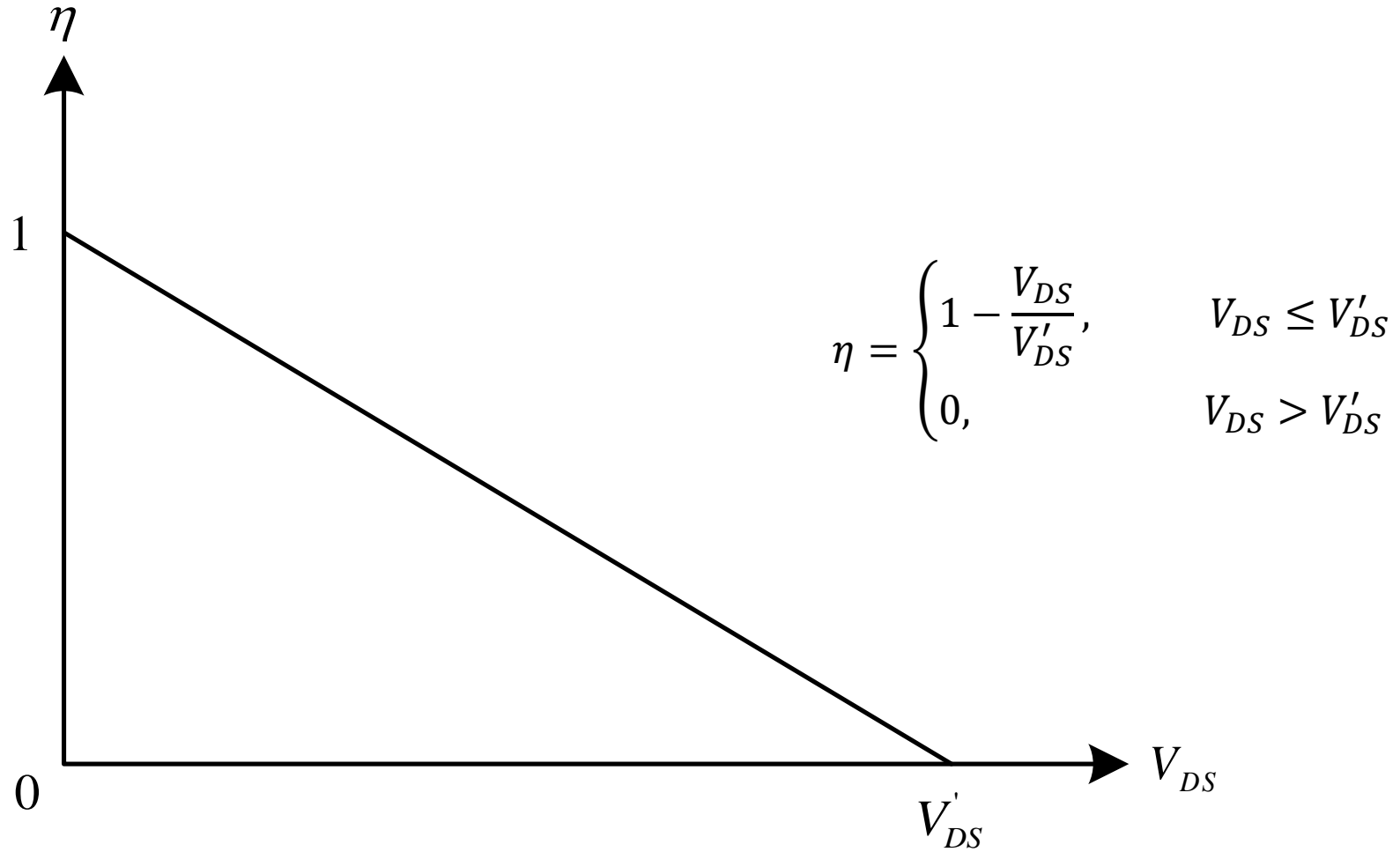
(F) $I_{DS}-V_{DS}$ 特性(ソース参照強反転)



(F) V_{SB} を変えた場合の $I_{DS}-V_{DS}$ 特性



(F) パラメータ η vs. V_{DS}



(F) α の近似(1)

$$\alpha_0 = 1$$

⇒ チャンネルに沿った空乏層幅：一定（ソース端）

⇒ $|Q'_B|$ の過少見積もり

⇒ $|Q'_I|$ の過剰見積もり (I_{DS} 、 V'_{DS} の過剰見積もり)

$$\alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

⇒ $V_{DS} = V_{DB} - V_{SB}$ が小さい場合：良い近似

⇒ 一般に $|Q'_B|$ の過剰見積もり

⇒ $|Q'_I|$ の過少見積もり (I_{DS} 、 V'_{DS} の過少見積もり)

(F) α の近似(2)

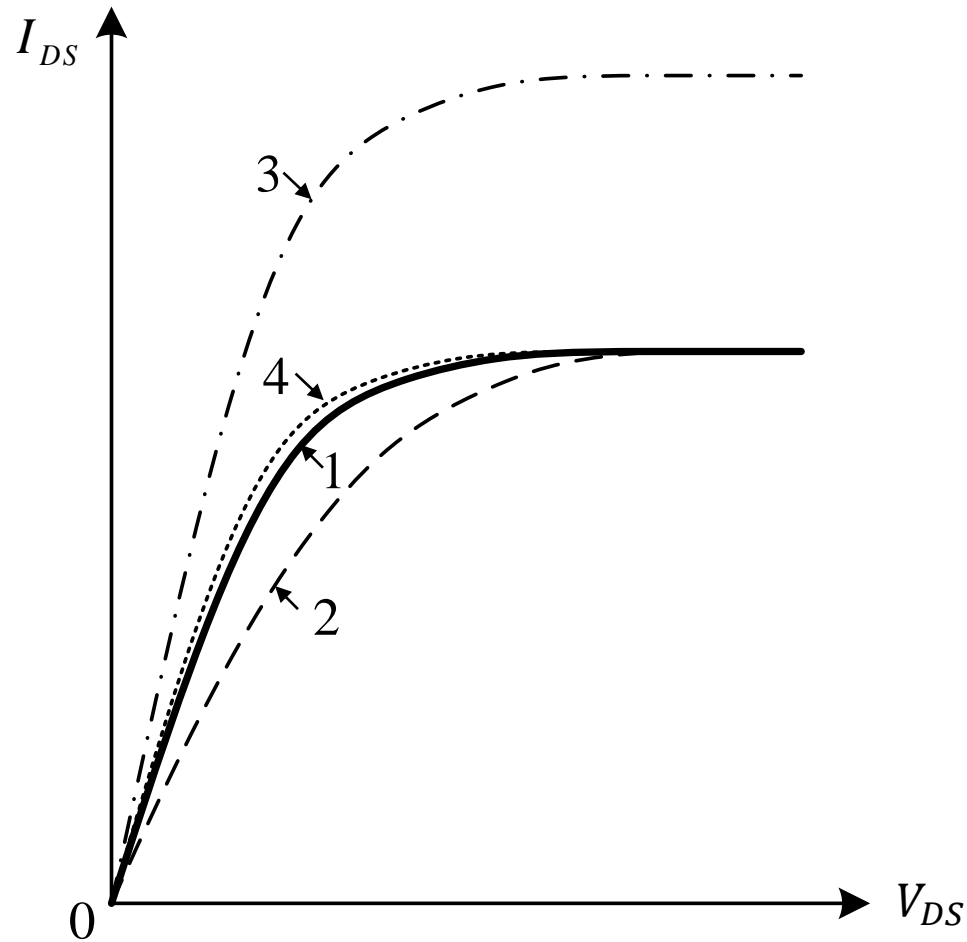
$$\alpha_2 = 1 + d_2 \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}} \quad d_2 : \text{修正係数}(0.5 \sim 0.8)$$

$$d_2 = 1 - [k_1 + k_2(\phi_B + V_{SB})]^{-1} \quad k_1, k_2 : \text{定数}$$

$$\alpha_3 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_3 + \phi_0 + V_{SB}}} \quad \phi_3 = 1$$

$$\alpha_4 = 1 + \frac{\gamma}{4\sqrt{\phi_0}}$$

(F) I_{DS} vs. V_{DS} 特性 (α : パラメータ)



- 1 測定
- 2 $\alpha=1$: 飽和領域でフィッティング
- 3 $\alpha=1$: 低 V_{DS} 領域でフィッティング
- 4 $\alpha=1.7$ でフィッティング

(F) チャンネルの任意点における電位(1)

強反転領域での電流 I_{DSN} は、

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} h(V_{GB}, V_{SB}, V_{DB})$$

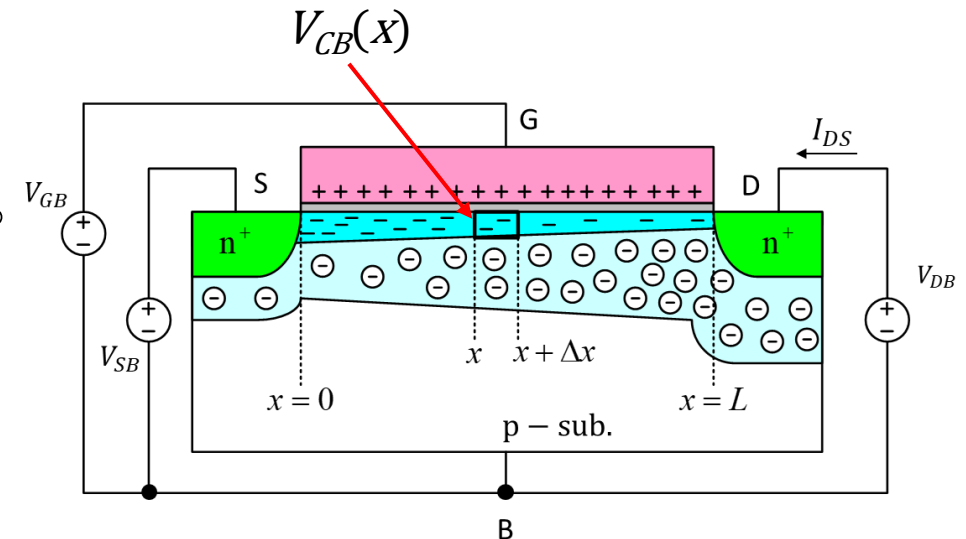
で表される。ここで、 h は関数である。

チャンネルに沿う点 x での電流は、以下になる。

$$I_{DSN} = \frac{W}{x} h(V_{GB}, V_{SB}, V_{CB}(x))$$

上2式から、 x と $V_{CB}(x)$ の以下の関係を得る。

$$\frac{x}{L} = \frac{h(V_{GB}, V_{SB}, V_{CB}(x))}{h(V_{GB}, V_{SB}, V_{DB})}$$



(F) チャンネルの任意点における電位(2)

電流 I_{DS} は,

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha} (1 - \eta^2)$$

ここで,

$$\eta = \begin{cases} 1 - \frac{V_{DS}}{V'_{DS}}, & V_{DS} \leq V'_{DS} \\ 0, & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}, \quad V'_{DS} = \frac{V_{GS} - V_T}{\alpha}$$

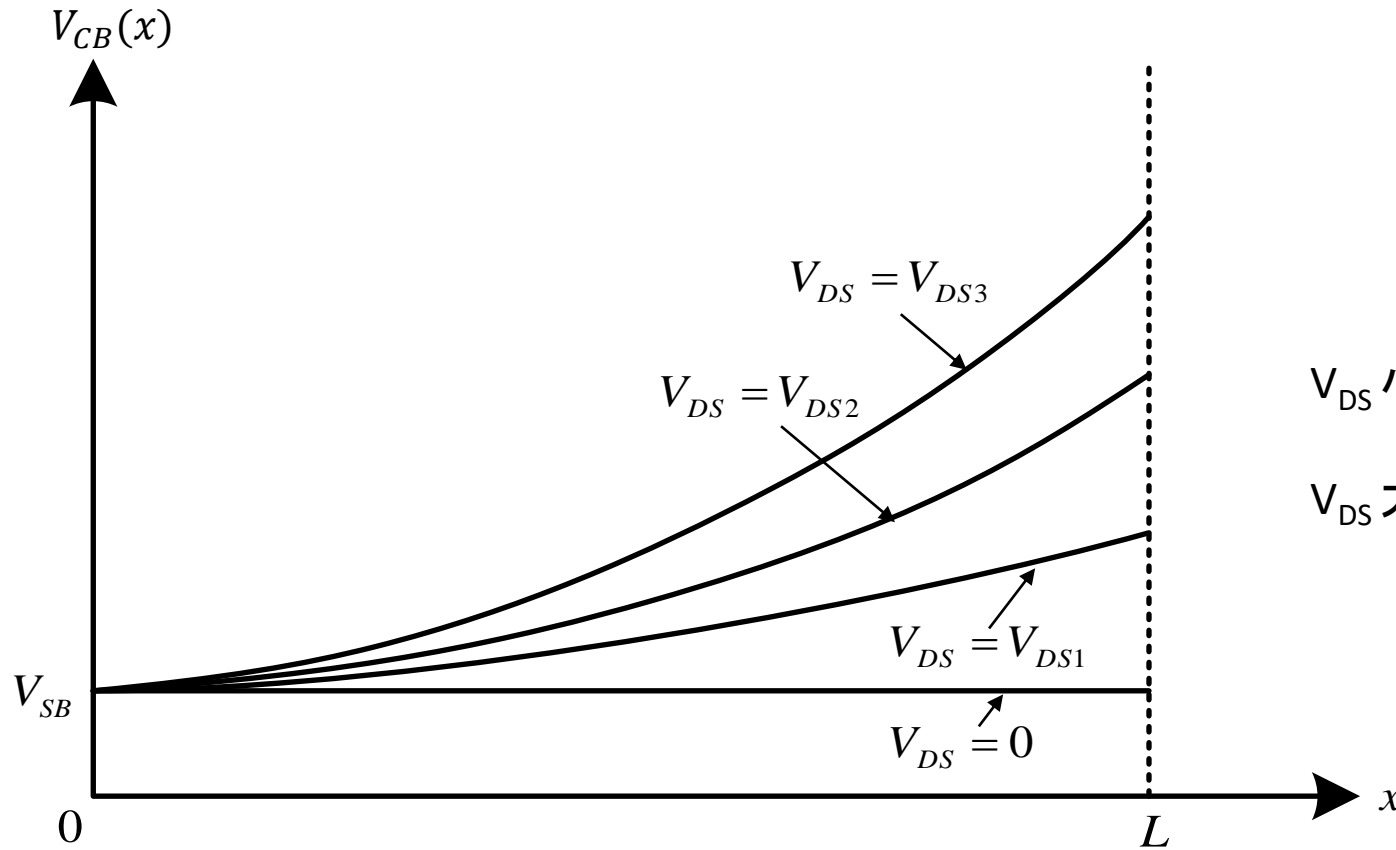
である。チャンネルに沿う点 x での電流は、以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{x} \mu C'_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\alpha}{V_{GS} - V_T} (V_{CB}(x) - V_{SB}) \right]^2 \right\}$$

I_{DS} に関する上2式を等しいとして解くと、 $V_{CB}(x)$ は次式になる。

$$V_{CB}(x) = V_{SB} + \frac{V_{GS} - V_T}{\alpha} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{x}{L} (1 - \eta^2)} \right]$$

(F) チャンネルに沿っての基板からの電位



V_{DS} 小 \Rightarrow チャンネル電位の傾きは
ほぼ一定
 V_{DS} 大 \Rightarrow チャンネル電位の傾きは
ドレイン側でより大きくなる

(G) 弱反転モデル(基本)

弱反転領域では、表面電位 ψ_s は、

$$\psi_s \approx \psi_{sa}(V_{GB})$$

$$\psi_{sa}(V_{GB}) = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2$$

となり、 V_{GB} の関数になる。

⇒ Q'_B はチャネル位置に依存しない。

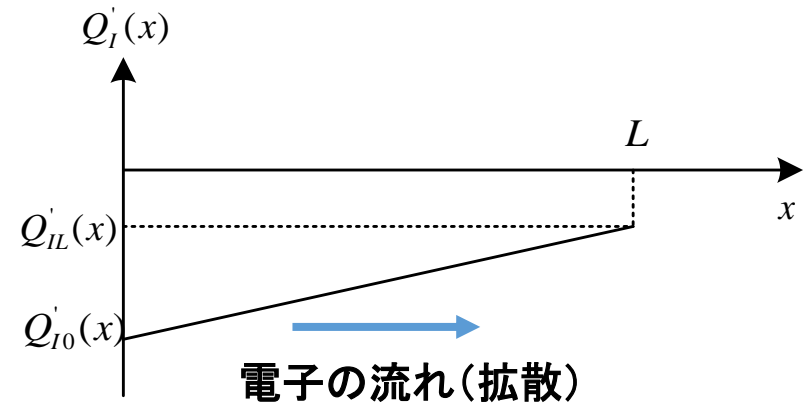
(空乏層深さはチャネルに沿って一定)

⇒ チャネルに沿って同じ電位

(電流は拡散成分のみ存在：ドリフト成分はない)

したがって、ここでは完全チャージ・シート・モデルの拡散成分を用いる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0})$$



(G) 弱反転モデル(対称モデル)

弱反転領域の電荷の式 (空乏領域でも成立)

$$Q'_I = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} \phi_t e^{[\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F]/\phi_t} \cdot e^{-V_{CB}/\phi_t} \Rightarrow 3\text{端子MOS構造 p.20参照(令和3年度版)}$$

を用いて、 Q'_{I0} 、 Q'_{IL} を以下の如くとする。

$$Q'_{I0} = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} \phi_t e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t} \cdot e^{-V_{SB}/\phi_t}, \quad Q'_{IL} = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} \phi_t e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t} \cdot e^{-V_{DB}/\phi_t}$$

したがって、弱反転領域の I_{DS} は、以下の如くである。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) = \frac{W}{L} \hat{I}(V_{GB}) (e^{-V_{SB}/\phi_t} - e^{-V_{DB}/\phi_t})$$

$$\text{但し、} \hat{I}(V_{GB}) = \mu \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}} \phi_t^2 e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t}$$

(G) 弱反転モデル(対称モデル別表現)

弱反転の I_{DS} (対称モデル) の式で、

$$\psi_{sa} = V_P + \phi_0, \quad n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_P(V_{GB})}}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{C'_{ox}}$$

を用いると、以下を得る。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (n-1) e^{(\phi_0 - 2\phi_F)/\phi_t} \phi_t^2 \left[e^{(V_P - V_{SB})/\phi_t} - e^{(V_P - V_{DB})/\phi_t} \right]$$

更に、 $V_P = (V_{GB} - V_{T0})/n$ を用いると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (n-1) e^{(\phi_0 - 2\phi_F)/\phi_t} \phi_t^2 \left[e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})/(n\phi_t)} - e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB})/(n\phi_t)} \right]$$

を得る。

(G) 弱反転モデル(ソース参照モデル)

弱反転での電流式は、以下である。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{IO}) = -\frac{W}{L} \mu \phi_t Q'_{IO} \left(1 - \frac{Q'_{IL}}{Q'_{IO}} \right)$$

ここで、 $Q'_{IL}/Q'_{IO} = e^{-(V_{DB}-V_{SB})/\phi_t} = e^{-V_{DS}/\phi_t}$ であるから、 I_{DS} は以下になる。 ⇒ p. 48参照

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (-Q'_{IO}) (1 - e^{-V_{DS}/\phi_t})$$

ここで、 $Q'_{IO} \approx Q'_M e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)}$ を用いると、 $I_{DS}(V_{SB} = V'_{SB} \text{で固定})$ は以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} I'_M e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)} (1 - e^{-V_{DS}/\phi_t})$$

$$\left\{ I'_M = \mu \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}} \phi_t^2, \quad V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma \sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}, \quad n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}} \right\}$$

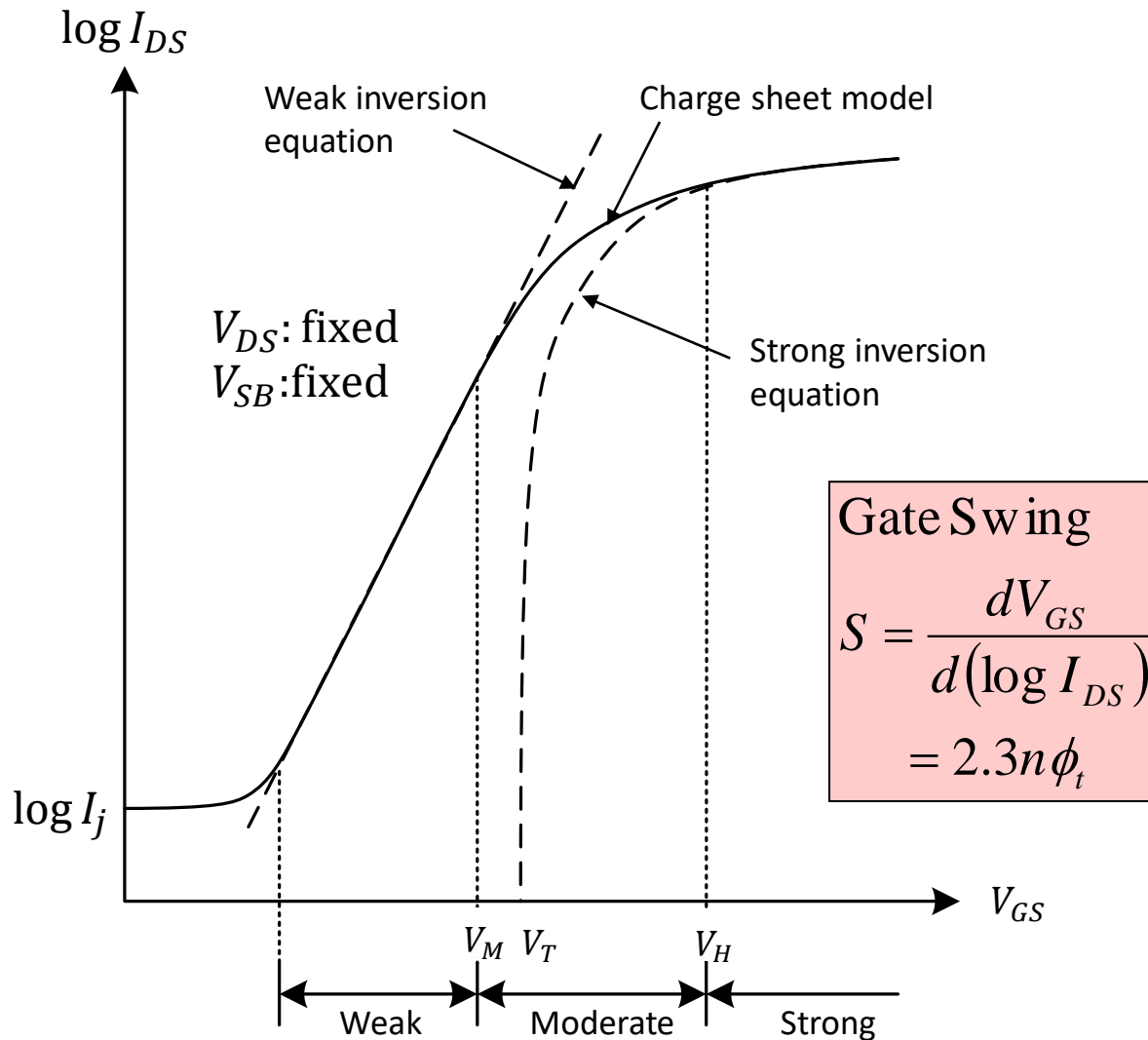
Q'_{IO} に関し、3端子MOS構造のp.21参照
(令和3年度版)

$$Q'_I \approx Q'_M e^{(V_{GC}-V_M)/(n\phi_t)} \quad Q'_I \rightarrow Q'_{IO}$$

$$Q'_M = -\frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{CB}}} \phi_t \quad V'_{CB} \rightarrow V'_{SB}$$

$$V_{GC} \rightarrow V_{GS}$$

(G) $\log I_{DS}$ vs. V_{GS} 特性



$$I_{DS} \propto \exp\left(\frac{V_{GS} - V_M}{n\phi_t}\right)$$

$$\ln(I_{DS}) = \frac{\log(I_{DS})}{\log(e)} \propto \frac{V_{GS} - V_M}{n\phi_t}$$

$$\log(I_{DS}) \propto \log(e) \frac{V_{GS} - V_M}{n\phi_t}$$

$$\frac{d\log(I_{DS})}{dV_{GS}} = \log(e) \frac{1}{n\phi_t}$$

$$\frac{dV_{GS}}{d\log(I_{DS})} = \frac{n\phi_t}{\log(e)} = 2.3n\phi_t$$

EKVモデル(対称モデルへの展開1)

EKVのモデル式は、以下の如くである。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left\{ \left[\ln \left(1 + e^{(V_P - V_{SB}) / (2\phi_t)} \right) \right]^2 - \left[\ln \left(1 + e^{(V_P - V_{DB}) / (2\phi_t)} \right) \right]^2 \right\}$$

非飽和と飽和の全領域で使用。漸近的に弱反転と強反転に近づく。

弱反転領域 \Rightarrow 指数項 $\ll 1$ であるから、 $\ln(1+x) \approx x$, $|x| \ll 1$ から

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left[e^{(V_P - V_{SB}) / \phi_t} - e^{(V_P - V_{DB}) / \phi_t} \right]$$

が得られる。これは、弱反転(対称モデル)の別表現の式で $(n-1)e^{(\phi_0 - 2\phi_F) / \phi_t}$ を $2n$

とおいたものとなる。強反転かつ非飽和領域 \Rightarrow 指数項 $\gg 1$ であるから、

$[\ln(1+e^y)]^2 \approx (\ln e^y)^2 = y^2$, $e^y \gg 1$ から

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} \left[(V_P - V_{SB})^2 - (V_P - V_{DB})^2 \right] \quad \Rightarrow \text{p.30 参照}$$

となる。これは、簡単化された対称強反転モデルになる。

EKVモデル(対称モデルへの展開2)

EKVの式で、 V_{DS} が大きくなると、2番目の指数関数は無視でき、

$$I_{DS} = I'_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{n}{2} (V_P - V_{SB})^2 \quad (V_{DB} = V_P \text{で飽和})$$

となる。 I'_{DS} は順方向飽和電流である。また、EKVの式に $V_P = (V_{GB} - V_{T0})/n$ を代入すると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n)\phi_t^2 \left\{ \left[\ln\left(1 + e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})/(2n\phi_t)}\right) \right]^2 - \left[\ln\left(1 + e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB})/(2n\phi_t)}\right) \right]^2 \right\}$$

となる。強反転の下では、指数項 $\gg 1$ であるため、

$$\begin{aligned} I_{DS} &= \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} \left[(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})^2 - (V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB})^2 \right] \\ &= \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GB} - V_{T0})(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{n}{2} (V_{DB}^2 - V_{SB}^2) \right] \quad \Rightarrow \text{p.30 参照} \end{aligned}$$

すなわち、簡単化された対称強反転モデルの式になる。

EKVモデル(展開時の誤差)

弱反転領域では、指数項 $\ll 1$ であるから、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left[e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB}) / (n\phi_t)} - e^{(V_{GB} - V_{T0} - nV_{DB}) / (n\phi_t)} \right]$$

となる。これは、弱反転（対称モデル）の別表現の式で $(n-1)e^{(\phi_0 - 2\phi_F) / \phi_t}$ を $2n$ とおいたものとなる。

この置換えによる誤差は、 V_{T0} を少し増大させることで I_{DS} を正しい値に近づけることができる。

V_{T0} は指数関数内にあるため、ほんの少しの増大で対応できる。

したがって、この増大があっても強反転領域での誤差は少ない。

例えば、強反転飽和領域での電流式は、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} (V_{GB} - V_{T0} - nV_{SB})^2$$

となり、括弧内の値は大きいので、 V_{T0} の僅かな変化は I_{DS} への大きな誤差にはならない。

EKVモデル(ソース参照モデル1)

EKVモデルをソース参照モデルに変えると、以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left\{ \left[\ln \left(1 + e^{(V_{GS}-V_T)/(2n\phi_t)} \right) \right]^2 - \left[\ln \left(1 + e^{(V_{GS}-V_T-nV_{DS})/(2n\phi_t)} \right) \right]^2 \right\}$$

$$V_T = V_{T0} + \gamma \left(\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \sqrt{\phi_0} \right), \quad V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0}$$

この V_T には、イオン注入、短チャネル効果等を考慮できる。弱反転の場合、指数項 $\ll 1$ であるから、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left[e^{(V_{GS}-V_T)/(n\phi_t)} - e^{(V_{GS}-V_T-nV_{DS})/(n\phi_t)} \right] = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 e^{(V_{GS}-V_T)/(n\phi_t)} \left[1 - e^{-V_{DS}/\phi_t} \right]$$

となる。これは、以下の弱反転のソース参照モデルに対応する。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} I'_M e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)} \left(1 - e^{-V_{DS}/\phi_t} \right)$$

$$I'_M = \mu \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}} \phi_t^2 = \mu C'_{ox} (n-1) \phi_t^2, \quad n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}}$$

$$V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma \sqrt{2\phi_F + V'_{SB}} \quad V_{SB} = V'_{SB} (\text{固定})$$

EKVモデル(ソース参照モデル2)

弱反転において、EKVモデルとソース参照モデルとの違いは、

$(n-1)e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)}$ が $(2n)e^{(V_{GS}-V_T)/(n\phi_t)}$ に置き換わっていることである。

$$V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F + V_{SB}}, \quad V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}, \quad \phi_0 = 2\phi_F + \Delta\phi$$

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V_{SB}}} \Rightarrow n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$

すなわち、 $n-1$ と $2n$ の違いを指数の中の $V_T - V_M$ で調整でき、正しい I_{DS} に近づけることができる。

また、 n において $2\phi_F$ を ϕ_0 に換えることにより、更に精度は上がる。この場合 n は α_3 に変わる。

強反転の場合（非飽和）、EKVモデル中の両指数項 $\gg 1$ であるから、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} \left[(V_{GS} - V_T)^2 - (V_{GS} - V_T - nV_{DS})^2 \right] = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right], \quad \text{ここで } n \Rightarrow \alpha$$

となる。これは、簡単化されたソース参照強反転モデル（非飽和）である。

EKVモデル(ソース参照モデル3)

強反転の場合(飽和)、EKVモデル中の最初の指数項 $\gg 1$ 、2番目の指数項 $\ll 1$ であるから、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2n} [(V_{GS} - V_T)^2] = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \frac{1}{2\alpha} [(V_{GS} - V_T)^2], \quad \text{ここで } n \Rightarrow \alpha$$

となる。これは、単純化されたソース参照強反転モデル(飽和)である。

反転とは無関係に V_{DS} が高いとEKVモデル中の2番目の項は無視でき、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} (2n) \phi_t^2 \left[\ln(1 + e^{(V_{GS} - V_T)/(2n\phi_t)}) \right]^2$$

となる。アナログ回路では、たいていのデバイスは飽和領域で動作しており、上式は近似計算には向いている。

EKVモデルは、インターポレーション(弱反転と強反転の間)モデルに非常に有効である。

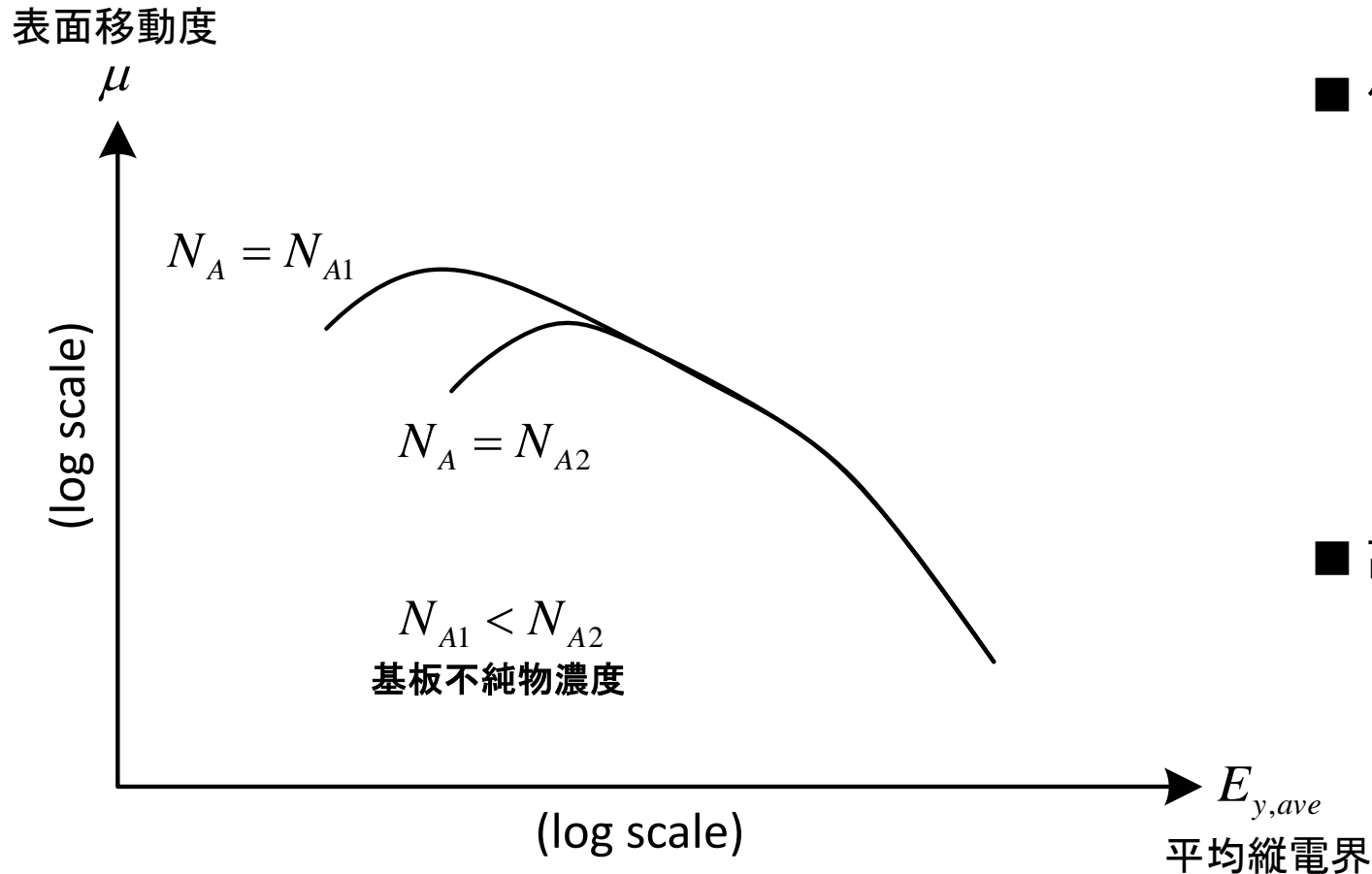
ソース参照モデルの利点

- 通常の印加電圧に対応している。
- 閾値電圧が電流式中に自然に表れる。
- バックゲートを第2のゲートとして扱える。
- キャリア速度飽和を V_{DS} によって簡単に扱える。
- 非対称デバイスに対応できる。
- ソース参照モデルが高周波動作に対応している。

基板参照モデルの利点

- 対称デバイスに対応できる。
(アナログ回路対応)
- 電流の飽和点を V_{SB} に関係なく V_{DB} で直接表現できる。
(基板参照長チャネルモデル)
- 弱反転領域をよく表現できる。
(ψ_{sa} は V_{GB} のみに依存)
- 縦方向電界による移動度変化をよく扱える。
- I_{DS} とその微分は $V_{DS}=0$ で連続に扱える。
(コンピュータシミュレーションに適合)

表面移動度と平均縦電界



■ 低電界領域での $E_{y,ave}$ の μ への影響

不純物原子によるクーロン散乱
酸化膜界面電荷

$\Rightarrow E_{y,ave}$ が高くなるにつれ増大する反転層電荷が、不純物原子や界面電荷をシールドするため、上記影響が弱まり、 μ は $E_{y,ave}$ の増大に伴い上昇する。
 $\Rightarrow E_{y,ave}$ が更に高くなるとフォノン(格子振動)散乱の影響が強くなり、上記上昇は止まる。

■ 高電界領域での $E_{y,ave}$ の μ への影響

表面ラフネス (Surface Roughness) 散乱

$\Rightarrow E_{y,ave}$ が高くなるにつれ μ は低下

実効移動度(1)

ドリフト電流と拡散電流を併せた I_{DS} は、

$$I_{DS} = \mu W (-Q'_I) \frac{d\psi_s}{dx} + \mu W \phi_t \frac{dQ'_I}{dx}$$

となる。 μ を一定とし、 $x=0$ から $x=L$ まで積分すると、 μ は積分の外にできるため、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu \left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q'_I) d\psi_s + \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) \right]$$

となる。ここで、 μ を μ_{eff} (実効移動度：縦電界依存性あり) で置き換えると、 I_{DS} は以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu_{eff} \left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q'_I) d\psi_s + \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0}) \right]$$

実効移動度(2)

一方、ドリフト電流と拡散電流を併せた I_{DS}

$$I_{DS} = \mu W \left(-Q_I' \right) \frac{d\psi_s}{dx} + \mu W \phi_t \frac{dQ_I'}{dx}$$

の両辺を μ で割り、 $x=0$ から $x=L$ まで積分すると、

$$I_{DS} \int_0^L \frac{dx}{\mu} = W \left[\int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q_I') d\psi_s + \phi_t (Q_{IL}' - Q_{I0}') \right]$$

となる。この式と前シートで求めた μ_{eff} を含む式を比較すると、以下が得られる。

$$\mu_{eff} = \frac{1}{\frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{\mu} dx}$$

実効移動度(3)

実験データから、 μ は強反転の場合、以下の如く近似できる。

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \alpha_\theta E_{y,ave}}$$

ここで、

$$E_{y,ave} = \frac{E_{ys} + E_{yb}}{2}$$

である。 E_{ys} は表面での縦方向電界、 E_{yb} は反転層下での縦方向電界である。つまり、

$$E_{ys} = -\frac{Q_I' + Q_B'}{\epsilon_s}, \quad E_{yb} = -\frac{Q_B'}{\epsilon_s}$$

である。この場合、 $E_{y,ave}$ は次式になる。

$$E_{y,ave} = -\frac{Q_B' + 0.5Q_I'}{\epsilon_s}$$

Mathiessenの法則

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}$$

実効移動度(4)

$E_{y,ave}$ を μ の式に代入すると、 μ は以下の如くなる。

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 - (a_\theta / \epsilon_s)(Q'_B + 0.5Q'_I)}$$

更に、 μ_{eff} は、

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{\frac{1}{L} \int_0^L [1 - (a_\theta / \epsilon_s)(Q'_B + 0.5Q'_I)] dx}$$

である。ここで、 V_{CB} が x に対し線形に変化するものとする (低い V_{DS} の場合成立)、 $dV_{CB}/dx \approx (V_{DB} - V_{SB})/L$ となるため、 μ_{eff} は次式になる。

$$\mu_{eff} \approx \frac{\mu_0}{[1/(V_{DB} - V_{SB})] \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} [1 - (a_\theta / \epsilon_s)(Q'_B + 0.5Q'_I)] dV_{CB}}$$

実効移動度(5)

計算の結果、 μ_{eff} は

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{1 + \theta f_\mu} \quad \left(\text{但し、} \theta = \frac{\alpha_\theta}{2\varepsilon_s} C'_{ox} \right)$$

となる。 f_μ は、完全対称強反転モデルの場合、

$$f_\mu = (V_{GB} - V_{FB} - \phi_0) - \frac{1}{2}(V_{DB} + V_{SB}) + \frac{2}{3}\gamma \frac{(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} - (\phi_0 + V_{SB})^{3/2}}{V_{DB} - V_{SB}}$$

一方、簡単化されたソース参照強反転モデルの場合の f_μ は、

$$f_\mu = V_{GS} - V_{FB} - \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)V_{DS} = V_{GS} - V_T + 2\gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)V_{DS}$$

$$\text{但し、} V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

実効移動度(6)

μ_{eff} の式の中の Q'_B と Q'_I に代入する式として、
完全対称強反転モデル（直接導出）からの式

$$Q'_B = -\gamma C'_{ox} \sqrt{\phi_0 + V_{CB}}$$

$$Q'_I = -C'_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CB} - \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{CB}} \right)$$

または、簡単化されたソース参照強反転モデル（直接導出）の式

$$-\frac{Q'_B}{C'_{ox}} \approx \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + (\alpha - 1)(V_{CB} - V_{SB})$$

$$Q'_I = -C'_{ox} \left[V_{GB} - V_{SB} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} - \alpha(V_{CB} - V_{SB}) \right]$$

を代入して計算する。

実効移動度(7)

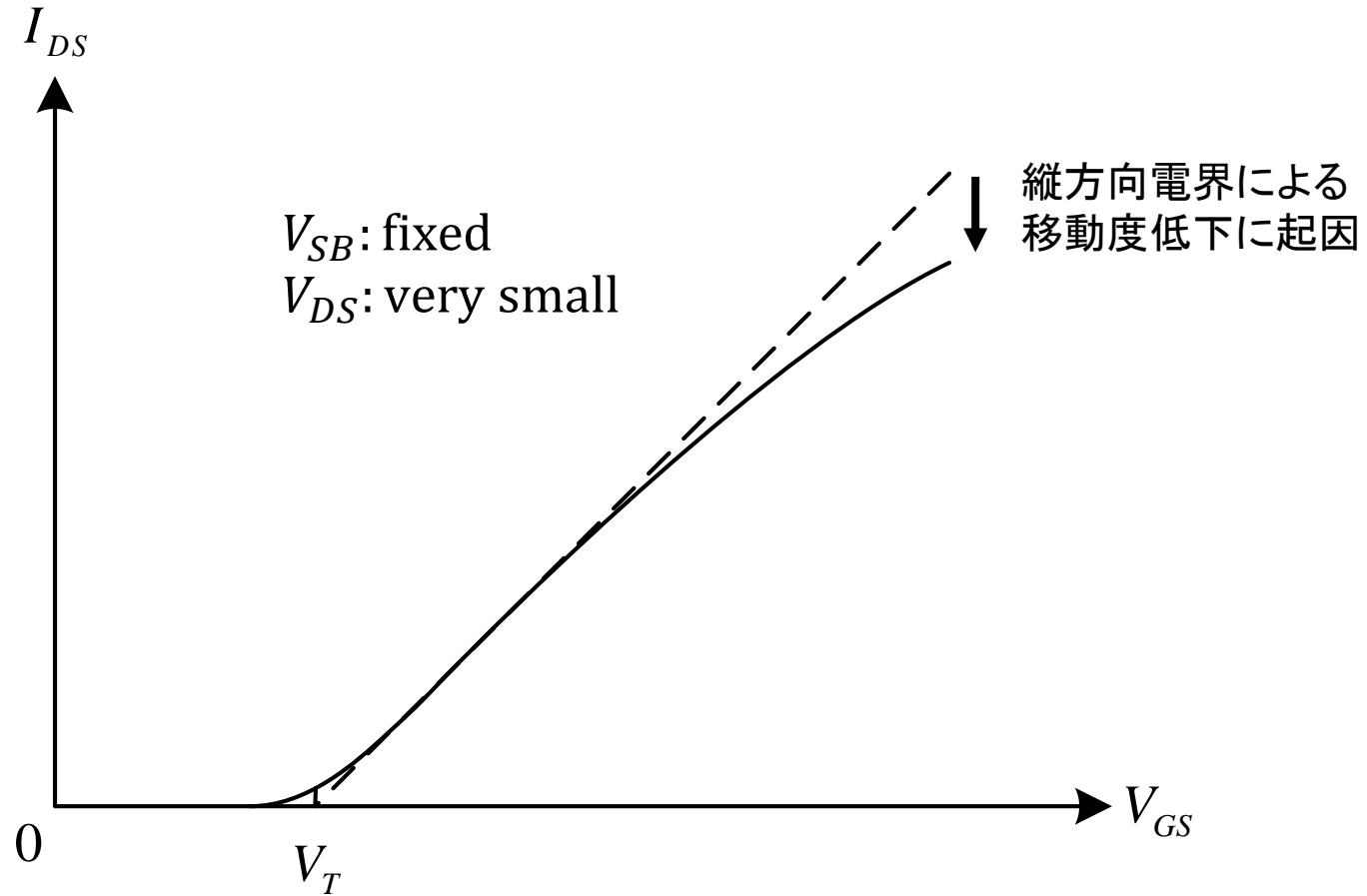
簡単化されたソース参照強反転モデルからの μ_{eff} を更に近似すると、

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{1 + \theta(V_{GS} - V_T) + \theta_B V_{SB}} \quad (\text{但し、}\theta_B \text{は定数})$$

となる。ここでの近似は、

- (1) f_μ の中の V_{DS} に関する項を落とした。
⇒ 飽和電圧 V_{DS}' に関し、今までの式
(μ を一定とした式) を使える。
- (2) f_μ の中の V_{SB} に関する項を線形近似した。

I_{DS} vs. V_{GS} 特性



温度依存性

移動度の温度依存性は、以下で表される。

$$\mu(T) = \mu(T_r) \left(\frac{T}{T_r} \right)^{-k_3}$$

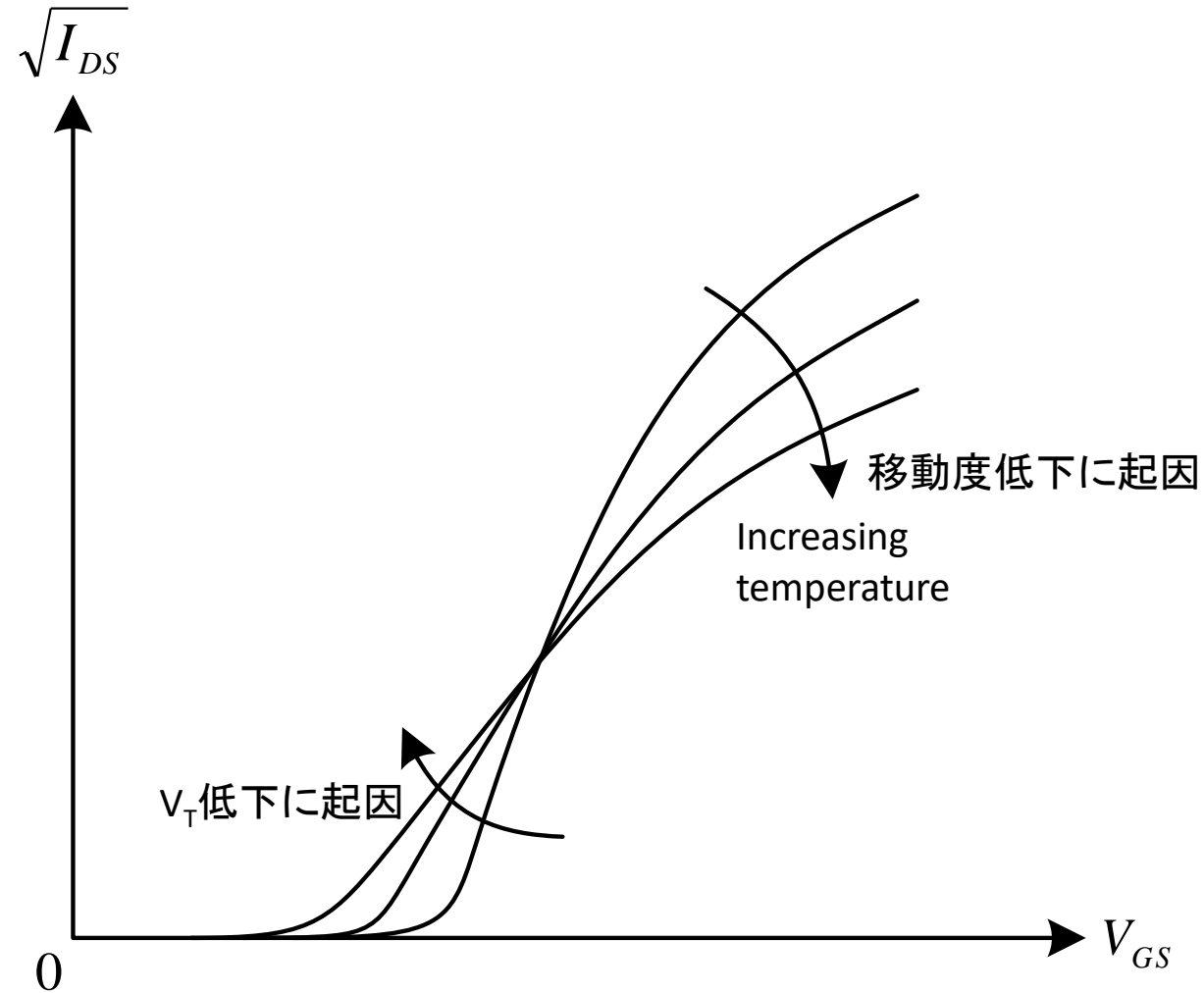
ここで、 T は絶対温度、 T_r は室温、 $k_3 (= 1.2 \sim 2.0)$ は定数である。
 V_T の温度依存性は、以下で表される。

$$V_T(T) = V_T(T_r) - k_4(T - T_r)$$

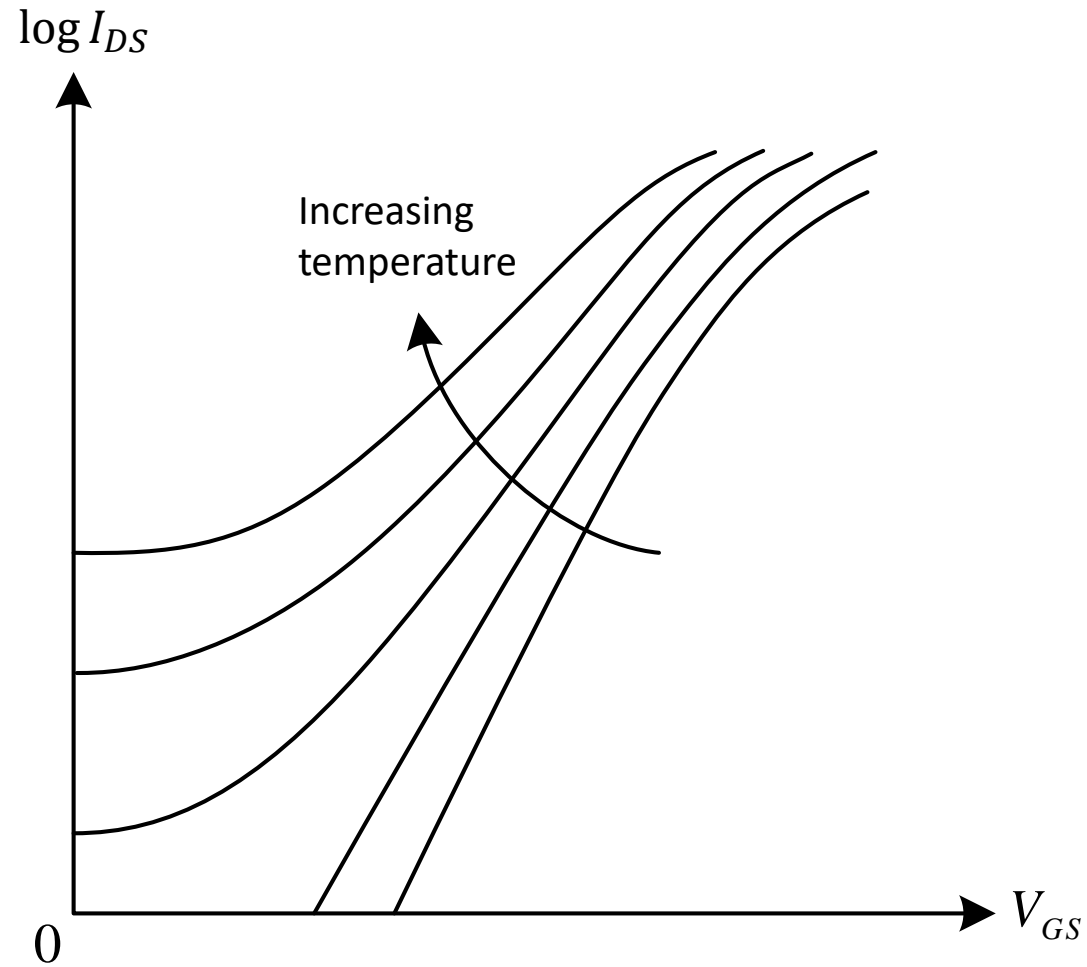
ここで、 $k_4 (= 0.5 \sim 3 \text{ mV/K})$ は定数である。 V_T は、 ϕ_0 と V_{FB} により温度依存性を持つ。
これらから、電流式(簡単化されたソース参照強反転モデル:飽和状態)は次式となる。

$$\sqrt{I_{DS}} = \sqrt{\mu(T)} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{W}{L} \frac{C'_{ox}}{\alpha}} [V_{GS} - V_T(T)]$$

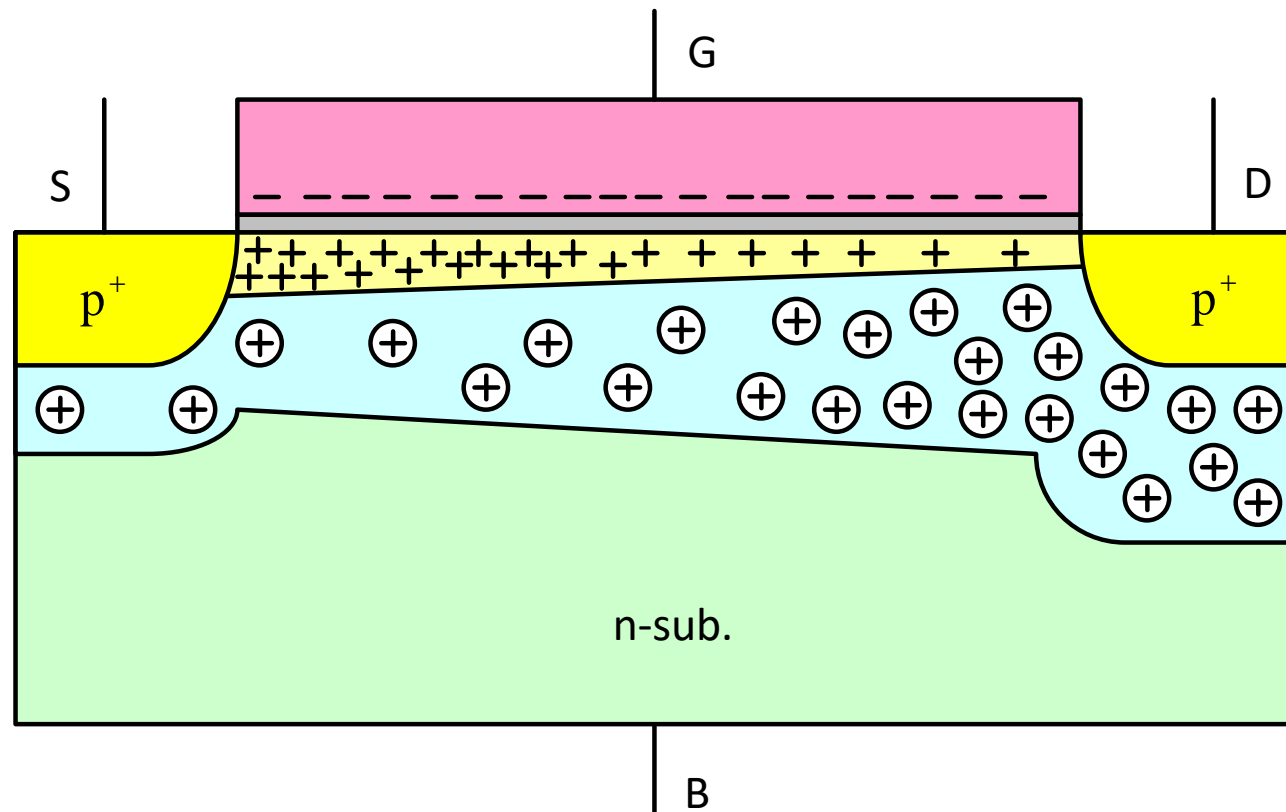
飽和領域での $I_{DS}^{1/2}$ vs. V_{GS}



Log I_{DS} vs. V_{GS} (低電流領域)

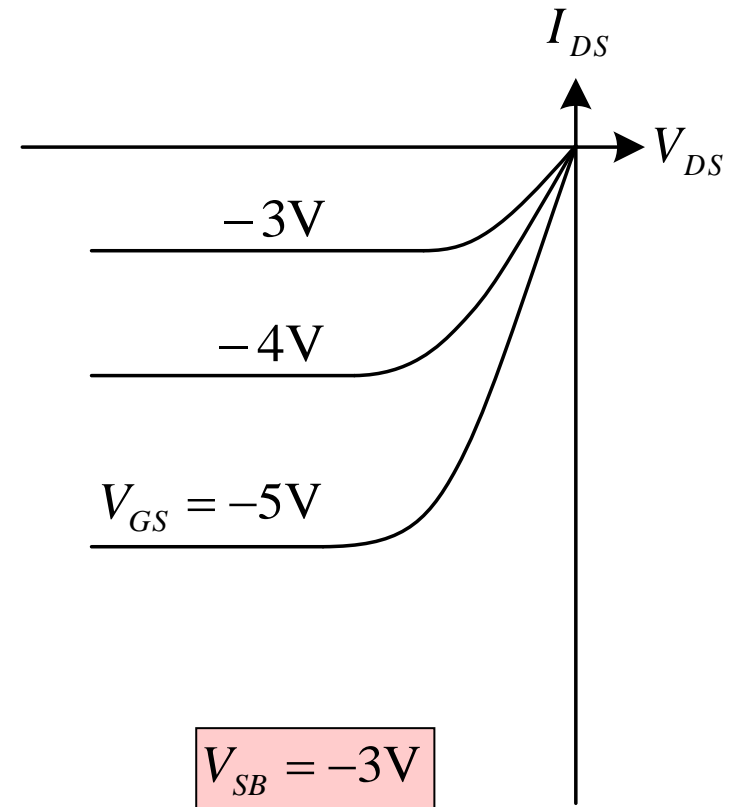
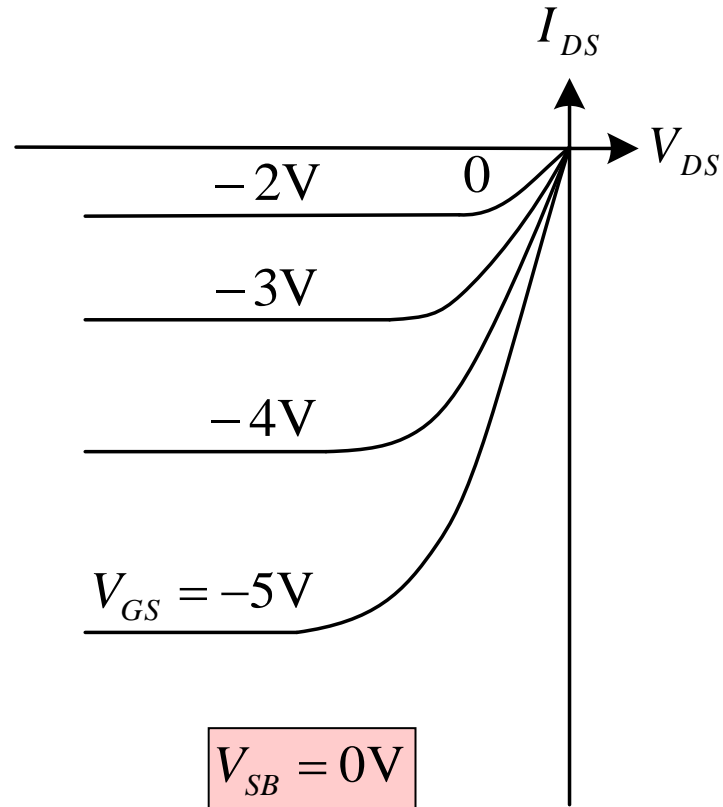


pチャンネルMOSFET



nチャンネルと極性が逆

pチャンネルMOSFET $I_{DS}-V_{DS}$ 特性



Pチャネルトランジスタ電流式

強反転領域の電流式は 以下の如くになる。

$$I_{DSN} = -\frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right]$$

ここで、閾値電圧は以下の如くになる。

$$V_T(V_{SB}) = V_{T0} - \gamma \left(\sqrt{-\phi_0 - V_{SB}} - \sqrt{-\phi_0} \right)$$

$$V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 - \gamma \sqrt{-\phi_0}$$

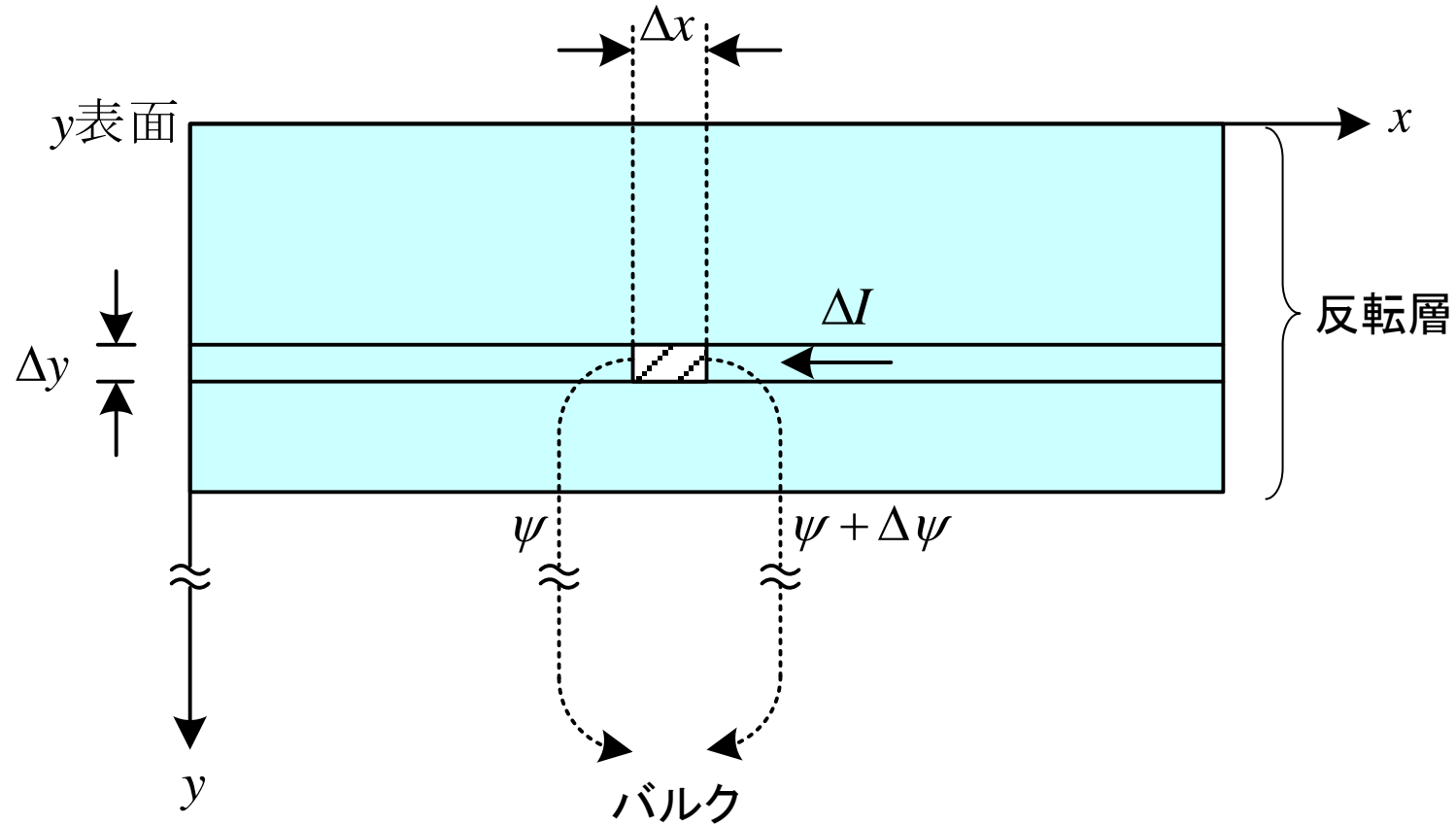
ここで、 V_{SB} と ϕ_0 は負の値である。

付録

擬フェルミ電位を用いたモデル(Pao-Sah)

擬フェルミレベルを用いたドレイン電流(1)

Pao-Sahモデル: 反転層内の電流



擬フェルミレベルを用いたドレイン電流(2)

反転層内微小領域を流れる電流は、以下の如くである。

$$dI_{DS} = dI_{drift}(x, y) + dI_{diff}(x, y)$$

$$dI_{drift}(x, y) = (Wdy)q\mu n(x, y) \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x}, \quad dI_{diff}(x, y) = -(Wdy)q\mu\phi_t \frac{\partial n(x, y)}{\partial x}$$

電子密度 $n(x, y)$ は、以下の如くである。

$$n(x, y) = n_0 e^{[\psi(x, y) - V(x)]/\phi_t}$$

$V(x)$ は基板の深い領域と表面との擬フェルミ電位差である。

$$V(0) = V_{SB}, \quad V(L) = V_{DB}$$

$n(x, y)$ を x で微分すると、以下を得る。

$$\frac{\partial n(x, y)}{\partial x} = \frac{n(x, y)}{\phi_t} \left[\frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x} - \frac{dV(x)}{dx} \right]$$

擬フェルミレベルを用いたドレイン電流(3)

$dI_{diff}(x, y)$ は次式になる。

$$dI_{diff}(x, y) = -(Wdy)q\mu n(x, y) \left[\frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x} - \frac{dV(x)}{dx} \right]$$

この式と $dI_{drift}(x, y)$ の式から、 dI_{DS} は以下となる。

$$dI_{DS} = (Wdy)q\mu n(x, y) \frac{dV(x)}{dx}$$

全電流は、 $y = y_{surface}$ から $y = y_c$ まで積分して、以下を得る。

$$I_{DS} = W\mu \frac{dV(x)}{dx} q \int_{y_{surface}}^{y_c} n(x, y) dy = W\mu(-Q'_I) \frac{dV(x)}{dx}$$

(y_c より下では、
電子密度を無視でき、
 μ は y に依存しない)

次に、チャネル長に沿って積分すると以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu(-Q'_I) dV$$

擬フェルミレベルを用いたドレイン電流(4)

電子と正孔が空乏層内に存在するとした場合、 Q'_I は以下になる。

$$Q'_I = -qN_A e^{(-2\phi_F - V)/\phi_t} \int_{\psi_c}^{\psi_s} \frac{e^{\psi(y)/\phi_t}}{E(\psi)} d\psi$$

ここで、 ψ_c は、電子が無視できるところの基板に対する電位である。便宜的に、 $n = n_i$ のところにとる。すなわち

$$\psi_c = \phi_F + V$$

である。また、 $E(\psi)$ は、

$$E(\psi) = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{\epsilon_s} \sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} + \psi - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} (\phi_t e^{\frac{\psi(y)-V}{\phi_t}} - \psi - \phi_t e^{-\frac{V}{\phi_t}})}$$

で与えられる。上記 Q'_I から I_{DS} は、下記の2重積分で表される。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} qN_A \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu \int_{\psi_c}^{\psi_s} \frac{e^{(\psi - 2\phi_F - V)/\phi_t}}{E(\psi)} d\psi dV$$