２端子MOS構造

群馬大学
松田順一

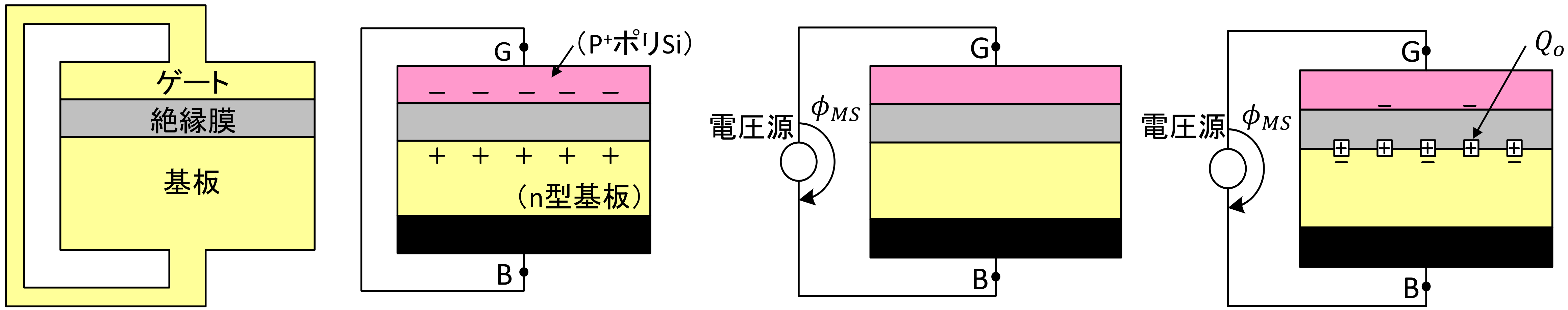
概要

- フラットバンド電圧
- 電位バランスと電荷バランス
- 表面状態とゲート～基板間電圧
    - フラットバンド、蓄積、空乏、反転
    - エネルギーバンド図
- 反転電荷とゲート～基板間電圧
    - 全体的な解析
    - 強反転
    - 弱反転
- 小信号容量
- フラットバンド電圧と基板不純物ドーピング濃度の導出

（注）以下の本を参考に、本資料を作成した。

(1) Yannis Tsividis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.
(2) Yannis Tsividis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.

フラットバンド電圧説明（1）



（1）ゲートと基板は同一材料

（2）ゲートと基板は異種材料

仕事関数差によりゲートと
基板側にそれぞれ電荷発生

（3）表面電荷がゼロになるように外部電圧φ$_{MS}$印加

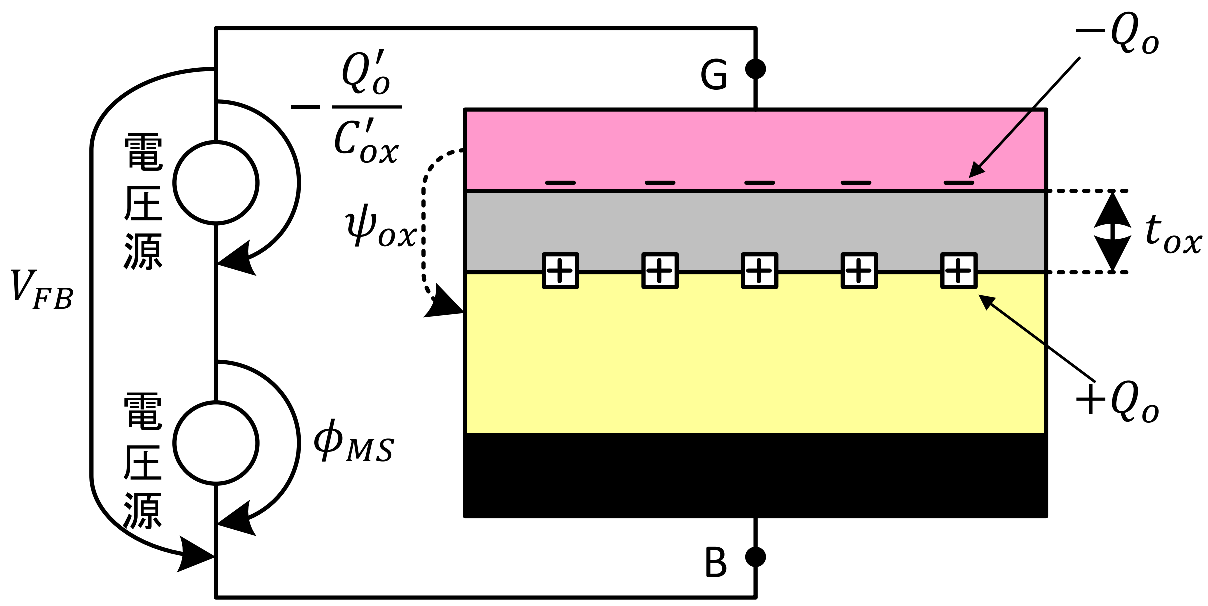
（4）界面電荷Q_oの影響

$$\phi_{MS} = \phi_{Bulk\_material} - \phi_{gate\_material}$$

$\phi_{bulk\_material}$　基板の接触電位（真性半導体に対する基板の接触電位）

$\phi_{gate\_material}$　ゲートの接触電位（真性半導体に対するゲートの接触電位）

フラットバンド電圧説明(2)



(5)界面電荷の影響を打消す外部電圧印加

$$\psi_{ox} = -Q'_o / C'_{ox}, \quad C'_{ox} = \varepsilon_{ox} / t_{ox}$$

ψ_{ox}: 酸化膜にかかる電圧

ε_{ox}: 酸化膜の誘電率
t_{ox}: 酸化膜厚

$$V_{FB} = \phi_{MS} - \frac{Q'_o}{C'_{ox}}$$

フラットバンド電圧
⇒基板内部の電荷をゼロ(中性)にするようにゲートに印加する電圧
(基板のドーピング濃度が一定の場合、バンドがフラットになる)

V_{FB}: ﾌﾗｯﾄﾊﾞﾝﾄﾞ電圧
ϕ_{MS}: 仕事関数差

$$\phi_{MS} = \phi_{Bulk\_material} - \phi_{gate\_material} \left(= \frac{W_M - W_S}{q} \right)$$

Q'_o: 単位面積当りの実効界面電荷
C'_{ox}: 単位面積当りの酸化膜容量

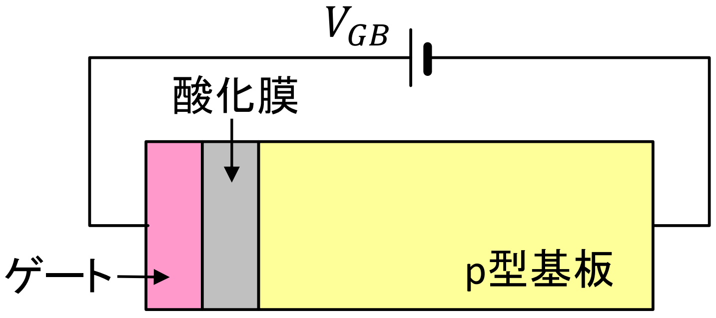
n^+ポリシリコンゲート
$\phi_{MS} = -\phi_F - 0.56\mathrm{V}$

p^+ポリシリコンゲート
$\phi_{MS} = -\phi_F + 0.56\mathrm{V}$

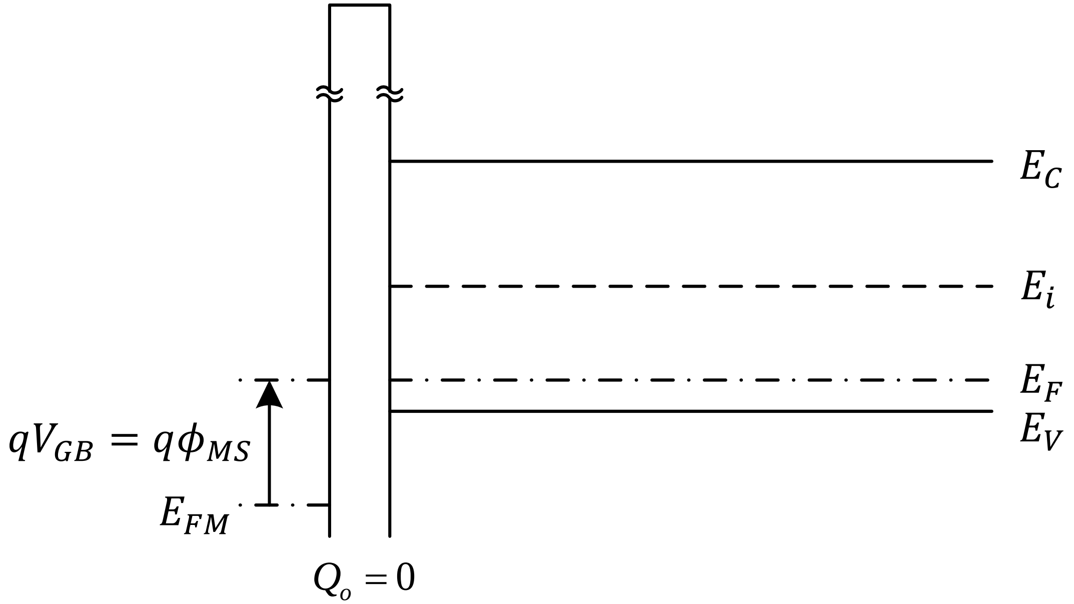
実効界面電荷　Q_o

- 固定電荷
  - 酸化時にSi-SiO_2界面に形成
- 酸化膜中のトラップ電荷
  - 放射線、光エミッション、キャリア注入に起因
- 可動イオン（Na)電荷
  - 工程での環境に起因
- 界面トラップ電荷
  - 界面での欠陥に起因
  - 基板中のキャリアと電荷の交換あり

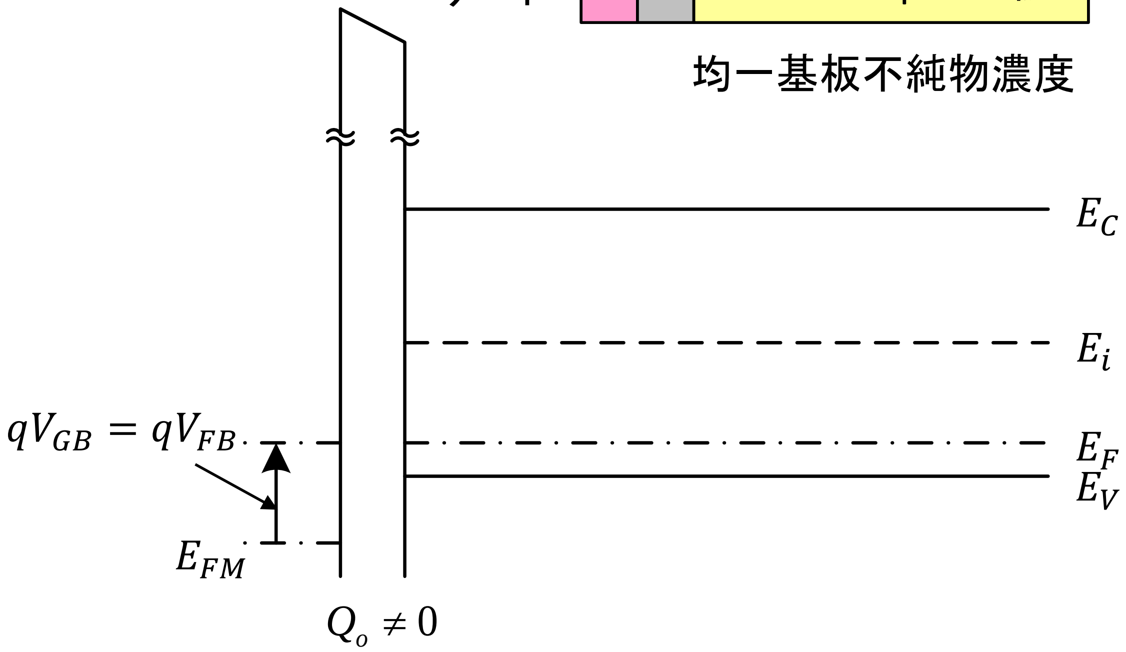
フラットバンドの説明図



均一基板不純物濃度

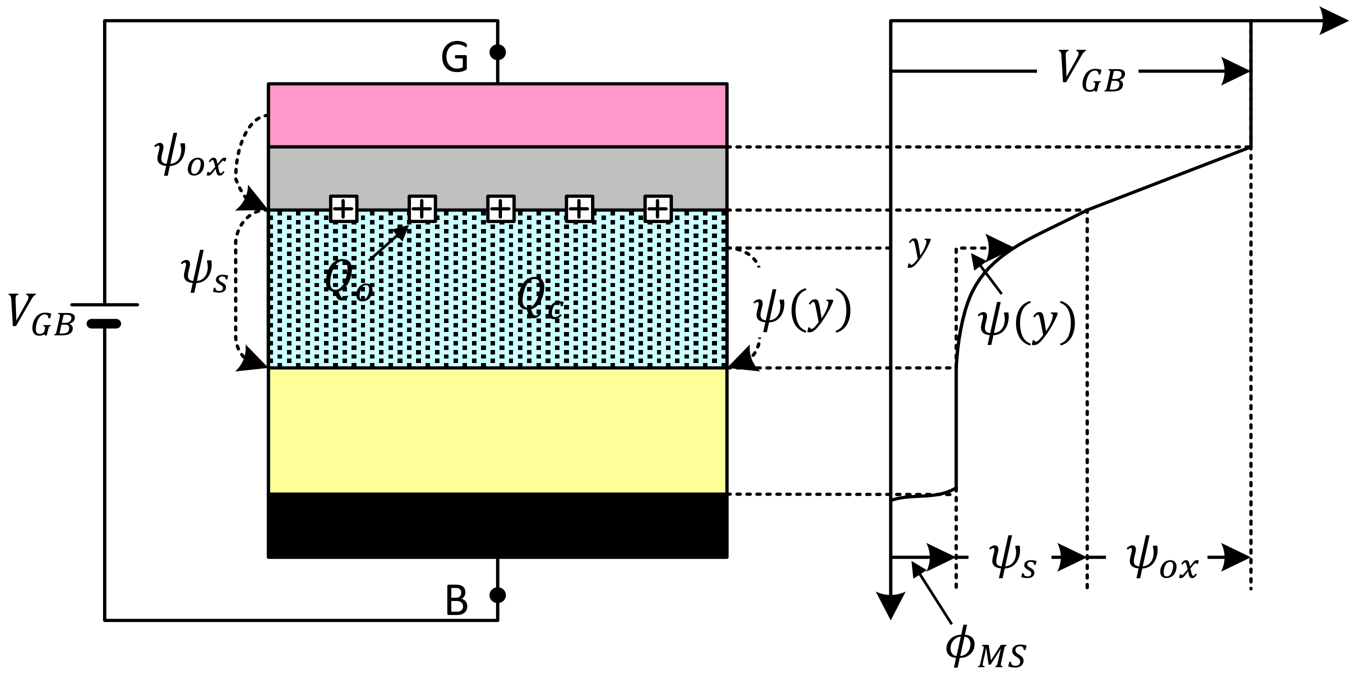


実効界面電荷 Q_o がゼロの場合
のフラットバンド



実効界面電荷 Q_o がゼロでない場合
のフラットバンド

電位バランス



Ψ_{ox}: 酸化膜にかかる電圧
Ψ_s: 空乏層にかかる電圧（表面電位）

ゲート～基板間電圧

$$V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_s + \phi_{MS}$$

電圧変化のある場合

$$\Delta V_{GB} = \Delta\psi_{ox} + \Delta\psi_s$$

電荷中性

$$Q'_G + Q'_o + Q'_C = 0$$

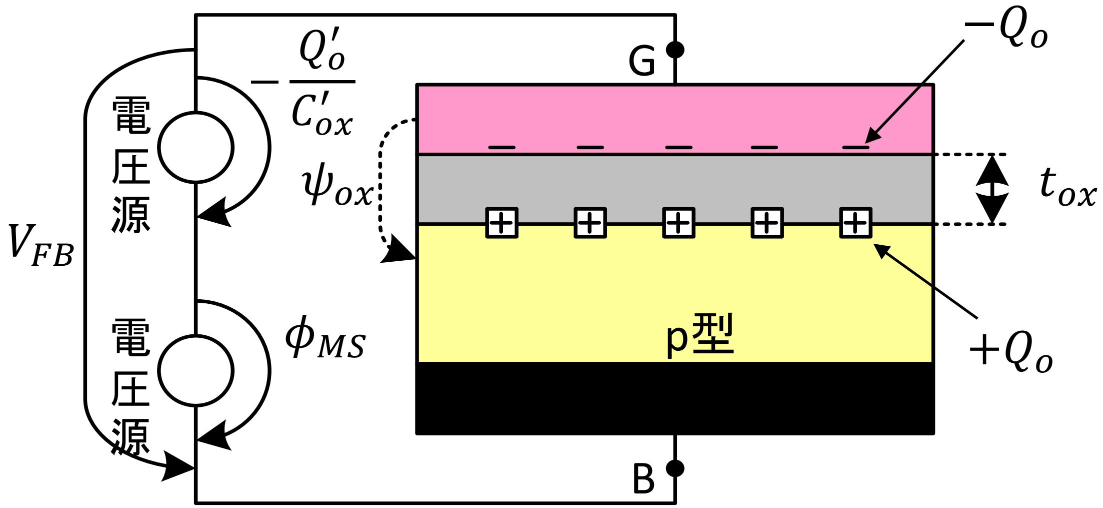
電荷変化のある場合

$$\Delta Q'_G + \Delta Q'_C = 0$$

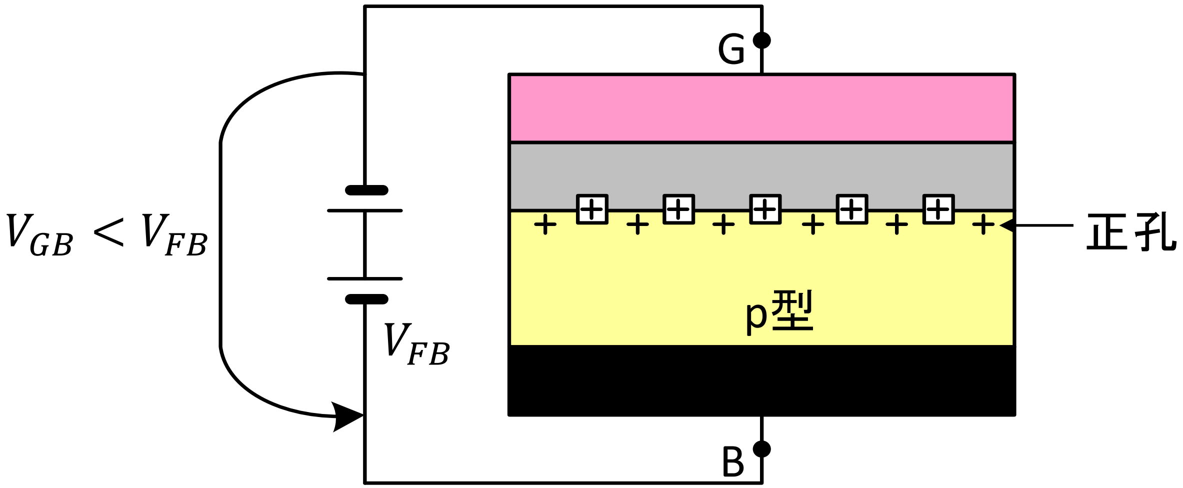
Q'_G : 単位面積当りゲート上電荷
Q'_C : 単位面積当り基板内電荷

（注）ここでは、Q'_oを固定して考える。
実際には、界面準位によりQ'_oは変化する。

フラットバンド状態と蓄積状態



フラットバンド状態

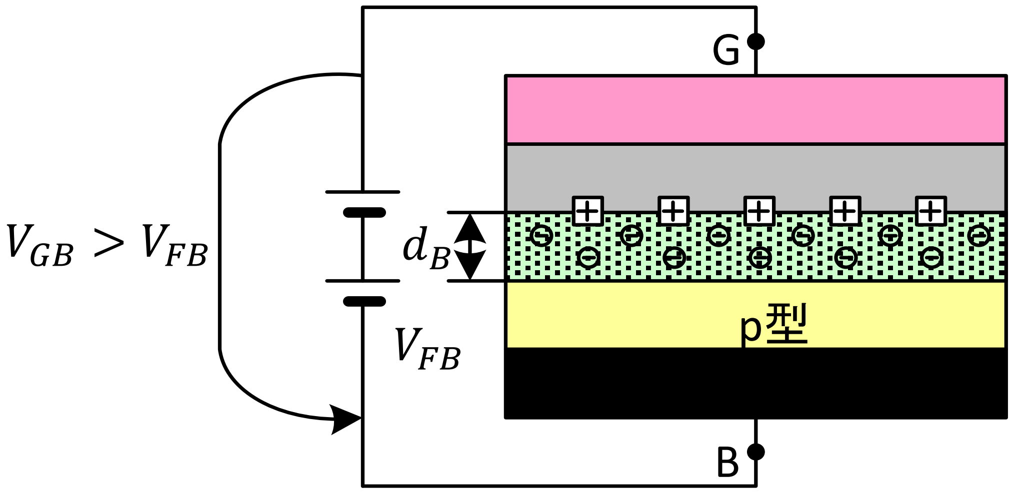


蓄積状態

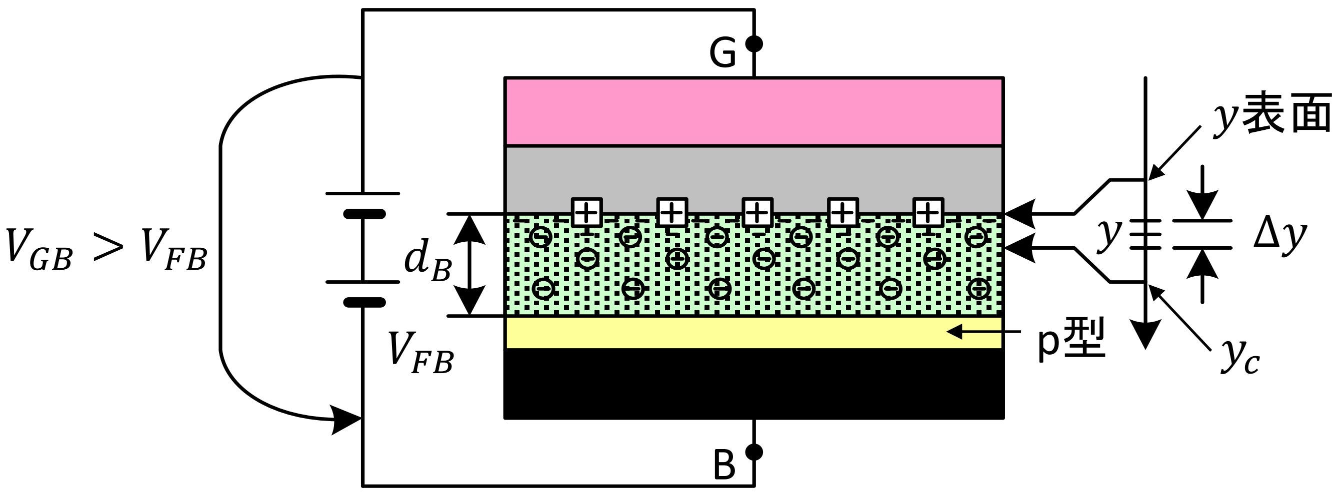
$$V_{GB} = V_{FB},\quad Q'_C = 0,\quad \psi_s = 0$$

$$V_{GB} < V_{FB},\quad Q'_C > 0,\quad \psi_s < 0$$

空乏状態と反転状態



空乏状態



反転状態

$V_{GB} > V_{FB}$，　$Q'_C < 0$，　$\psi_s > 0$

$V_{GB} > V_{FB}$，　$Q'_C < 0$，　$\psi_s > 0$

表面電荷

表面電荷(電子)密度

$$
\begin{aligned}
n_{surface} &= n_0 e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} \\
&= n_i e^{\frac{\psi_s - \phi_F}{\phi_t}} \\
&= p_0 e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}} \\
&\cong N_A e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}
\end{aligned}
$$

平衡状態(p型基板)

$$p_0 \cong N_A, \quad n_0 \cong \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$\phi_F = \phi_t \ln\left(\frac{n_i}{n_0}\right)$$

$$\Rightarrow \quad n_0 = n_i \exp\left(-\frac{\phi_F}{\phi_t}\right)$$

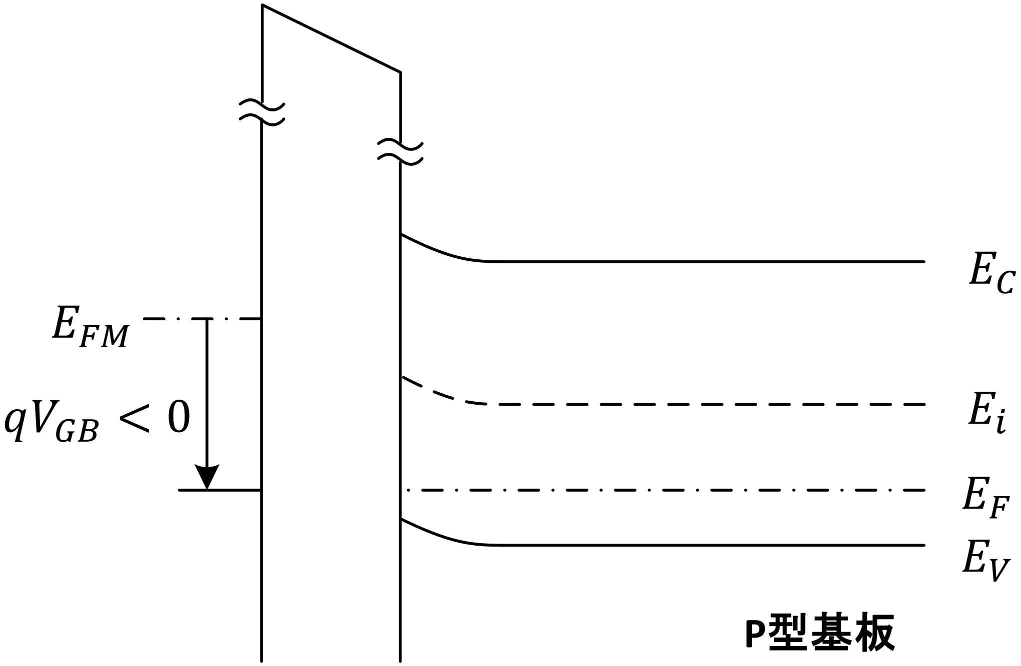
$$\phi_F = \phi_t \ln\left(\frac{p_0}{n_i}\right)$$

$$\Rightarrow \quad n_i = p_0 \exp\left(-\frac{\phi_F}{\phi_t}\right)$$

p_0: 正孔密度(平衡状態)
n_0: 電子密度(平衡状態)
N_A: アクセプタ濃度
(P型基板のドーピング濃度)

表面電位 ψ_s が 2ϕ_F の時、表面電荷(電子)密度は 基板内の正孔濃度(≒N_A)に等しくなる

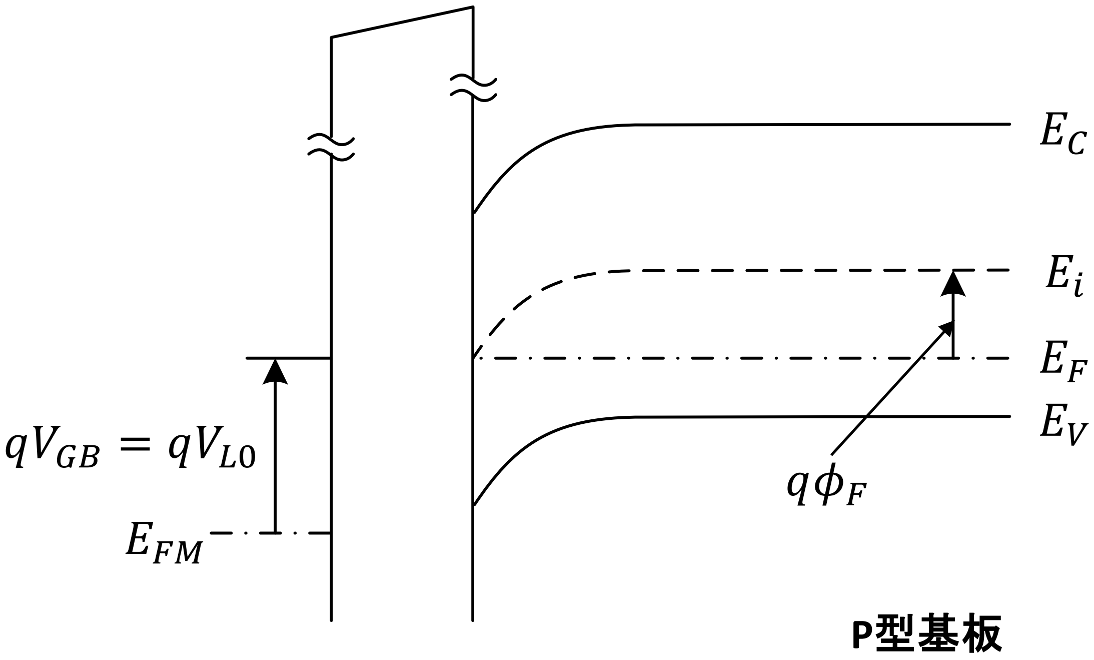
２端子MOS構造のエネルギーバンド図（蓄積状態と弱反転開始）



$\phi_{MS} = 0,\ \ Q'_o = 0$

蓄積状態

ゲートに負電圧印加
（界面に正孔が蓄積）



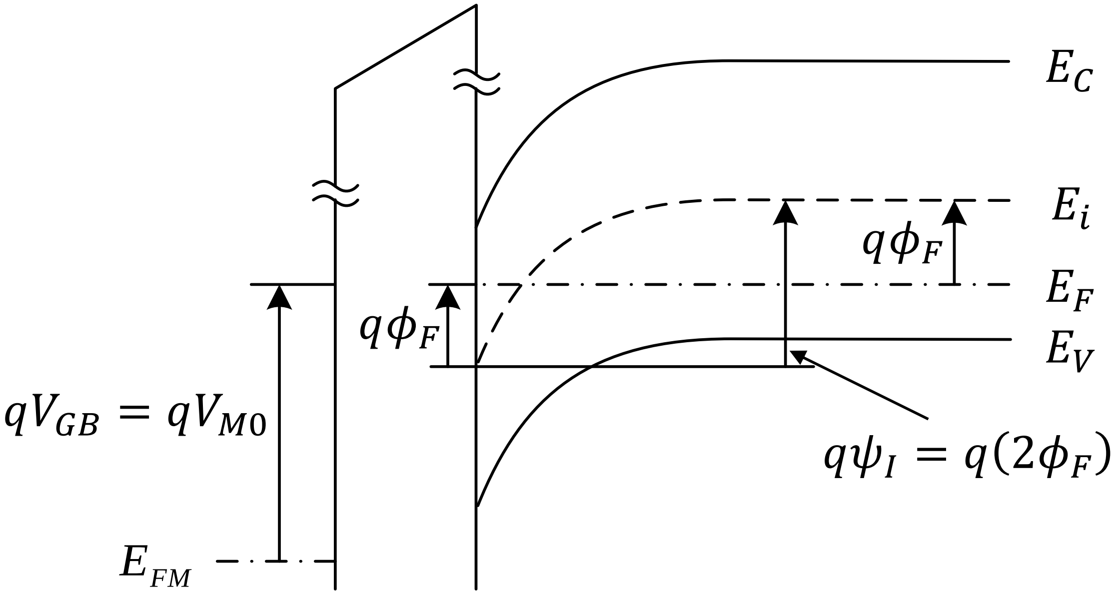
$\phi_{MS} = 0,\ \ Q'_o = 0$

弱反転開始状態

ゲートに正電圧印加
$V_{GB} = V_{L0}$

$\boxed{\boldsymbol{n_{surface} = n_i}}$

２端子MOS構造のエネルギーバンド図（中（緩やかな）反転開始と強反転開始）

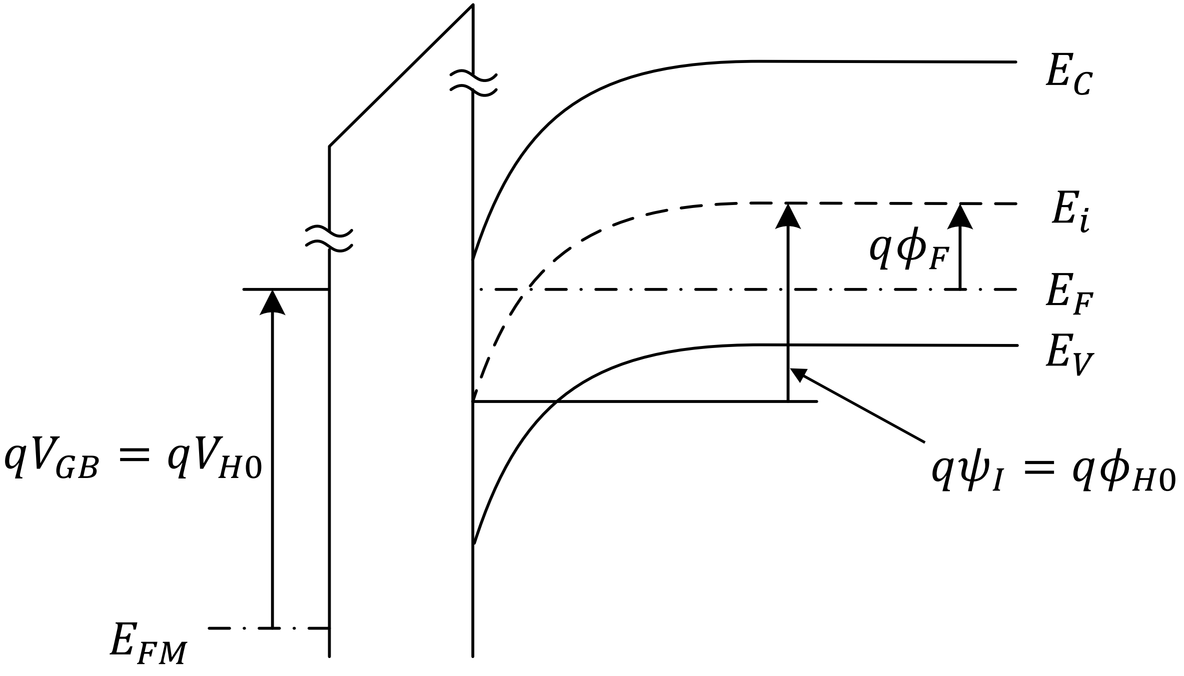


$\phi_{MS} = 0,\ \ Q_o' = 0$

中（緩やかな）反転開始

ゲートに正電圧印加 $\boldsymbol{n_{surface} = N_A}$

$V_{GB} = V_{M0}$



$\phi_{MS} = 0,\ \ Q_o' = 0$

強反転開始

ゲートに正電圧印加 $n_{surface} > N_A$

$V_{GB} = V_{H0}$

全体的な解析（ポアソンの式）

■ **電荷密度ρ（P基板：深さ方向y、界面ゼロ）**

$$\rho(y) = q[p(y) - n(y) - N_A]$$

$$n(y) = n_0 \exp\left(\frac{\psi(y)}{\phi_t}\right), \qquad p(y) = p_0 \exp\left(-\frac{\psi(y)}{\phi_t}\right)$$

$$p_0 - n_0 = N_A$$

■ **ポアソンの式**

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = -\frac{\rho(y)}{\varepsilon_s} = -\frac{q}{\varepsilon_s}\left[p_0(e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1) - n_0(e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1)\right]$$

ε_S: 半導体の誘電率

ポアソンの式の解

$N_A \gg n_i$, $p_0 \cong N_A$, $n_0 \cong \dfrac{n_i^2}{N_A} = N_A e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}$

とするとポアソンの式は、以下になる。

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = -\frac{qN_A}{\varepsilon_s}\left[e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 - e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}(e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1)\right]$$

両辺に $2\dfrac{d\psi}{dy}$ をかけると左辺は、

$$2\frac{d\psi}{dy}\frac{d^2\psi}{dy^2} = \frac{d}{dy}\left(\frac{d\psi}{dy}\right)^2$$

となる。したがってポアソンの式は、

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{d\psi}{dy}\right)^2$$
$$= -\frac{2qN_A}{\varepsilon_s}\left[e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 - e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}(e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1)\right]\frac{d\psi}{dy}$$

となる。

$y: \infty \to y$まで積分, 但し$y = \infty$で$\psi = 0$, $\dfrac{d\psi}{dy} = 0$

$$\left(\frac{d\psi}{dy}\right)^2 = -\frac{2qN_A}{\varepsilon_s}\int_0^\psi \left[e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1 - e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}(e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - 1)\right]d\psi$$

$$= \frac{2qN_A}{\varepsilon_s}\left[\phi_t e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} + \psi - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}(\phi_t e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - \psi - \phi_t)\right]$$

したがって電界 $\mathrm{E}(y) = -\dfrac{d\psi}{dy}$ は

$$\mathrm{E}(y)$$
$$= \pm\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{\varepsilon_s}\sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} + \psi - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}(\phi_t e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} - \psi - \phi_t)}$$

となる。

ここで $+: \psi > 0$, $-: \psi < 0$

半導体中の全電荷と容量

単位面積当りの半導体電荷Q_C'は、以下になる。

$$Q_C' = -\varepsilon_s \mathrm{E}_{surface},\quad \psi(0) = \psi_s$$

$$Q_C' = \mp\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + \psi_s - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}(\phi_t e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - \psi_s - \phi_t)}$$

$\mathrm{E}_{surface}$: 表面（界面）の電界
ψ_S: 表面電位

また、Q_C'に対する容量　$C_c' \equiv -\dfrac{dQ_C'}{d\psi_s}$　は

$$C_c' = \pm\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\left\{\frac{1 - e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}(e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - 1)}{2\sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + \psi_s - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}(\phi_t e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - \psi_s - \phi_t)}}\right\}$$

となる。

反転領域（反転層電荷）

$\psi_s \geq \phi_F$，p基板の場合

$$Q_C' = -\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}}$$
$$Q_B' = -\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\psi_s}$$

となる。ここで、

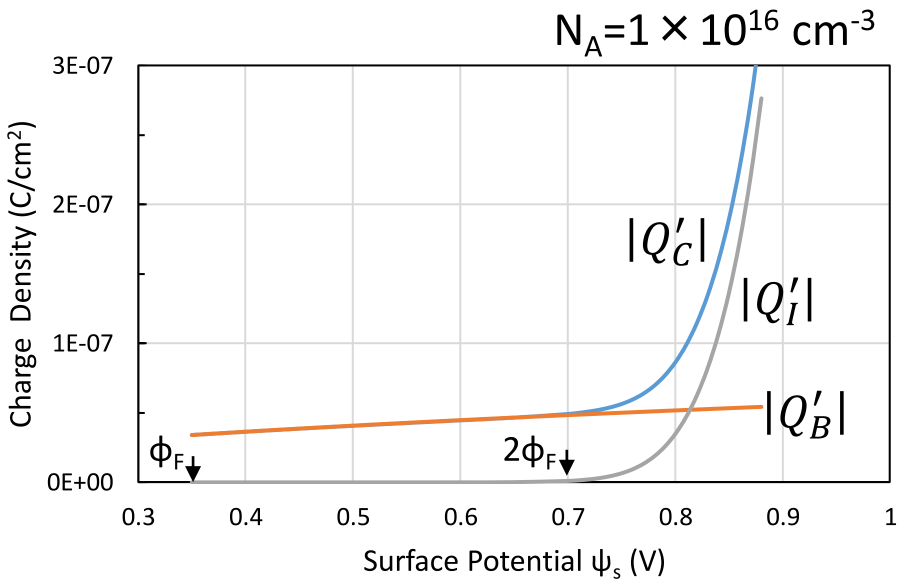
$$Q_C' = Q_I' + Q_B'$$

から

$$Q_I' = -\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\left(\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}} - \sqrt{\psi_s}\right)$$

となる。

Q_I': 単位面積当りの反転層電荷
Q_B': 単位面積当りの空乏層電荷



電荷密度と表面電位の関係
（電荷密度：反転層電荷密度、空乏層電荷密度、及びその和）

反転領域（表面電位とｹﾞｰﾄ電圧）

■ 電圧及び電荷の関係

$$V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_s + \phi_{MS}$$
$$Q'_G + Q'_o + Q'_I + Q'_B = 0$$

$$Q'_G = C'_{ox}\psi_{ox}$$
$$Q'_I = Q'_I(\psi_s)$$
$$Q'_B = Q'_B(\psi_s)$$

■ ｹﾞｰﾄ～基板間電圧と表面電位

$$\begin{aligned} V_{GB} &= -\frac{1}{C'_{ox}}[Q'_o + Q'_I(\psi_s) + Q'_B(\psi_s)] + \psi_s + \phi_{MS} \\ &= \phi_{MS} - \frac{Q'_o}{C'_{ox}} + \psi_s - \frac{Q'_I(\psi_s) + Q'_B(\psi_s)}{C'_{ox}} \\ &= V_{FB} + \psi_s \underbrace{- \frac{Q'_I(\psi_s) + Q'_B(\psi_s)}{C'_{ox}}}_{\text{酸化膜にかかる電圧}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{GB} &= V_{FB} + \psi_s + \frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{C'_{ox}}\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}} \\ &= V_{FB} + \psi_s + \gamma\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}} \end{aligned}$$

ここで、

$\boldsymbol{\psi_s = \phi_F}$ の場合、$V_{GB} \Rightarrow V_{L0}$

$$V_{L0} = V_{FB} + \phi_F \quad + \gamma\sqrt{\phi_F}$$

基板バイアス係数

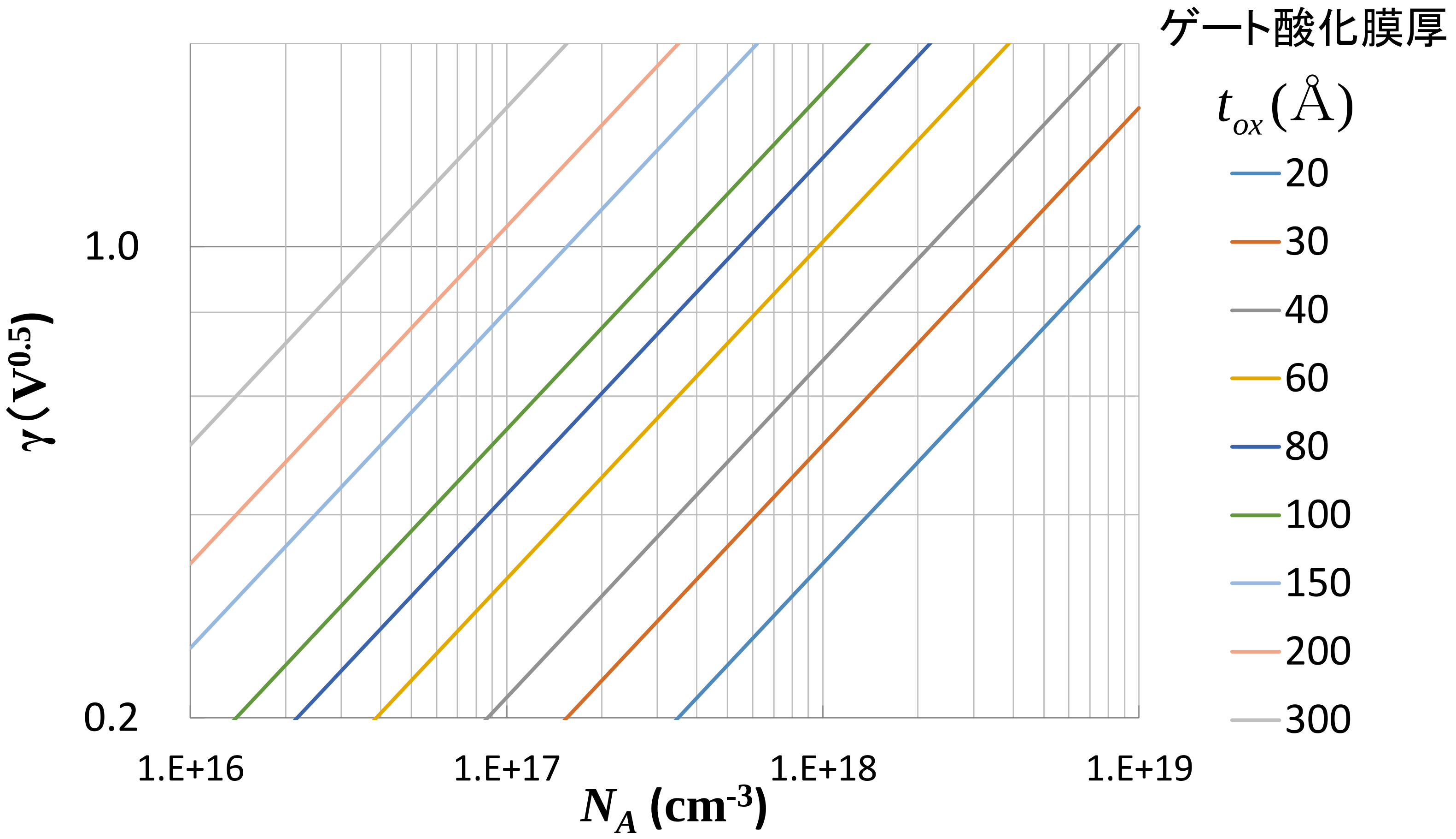
$$\gamma = \frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{C'_{ox}}$$

$\boldsymbol{\psi_s = 2\phi_F}$ **の場合**、$V_{GB} \Rightarrow V_{M0}$

$$\boldsymbol{V_{M0} = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F}}$$

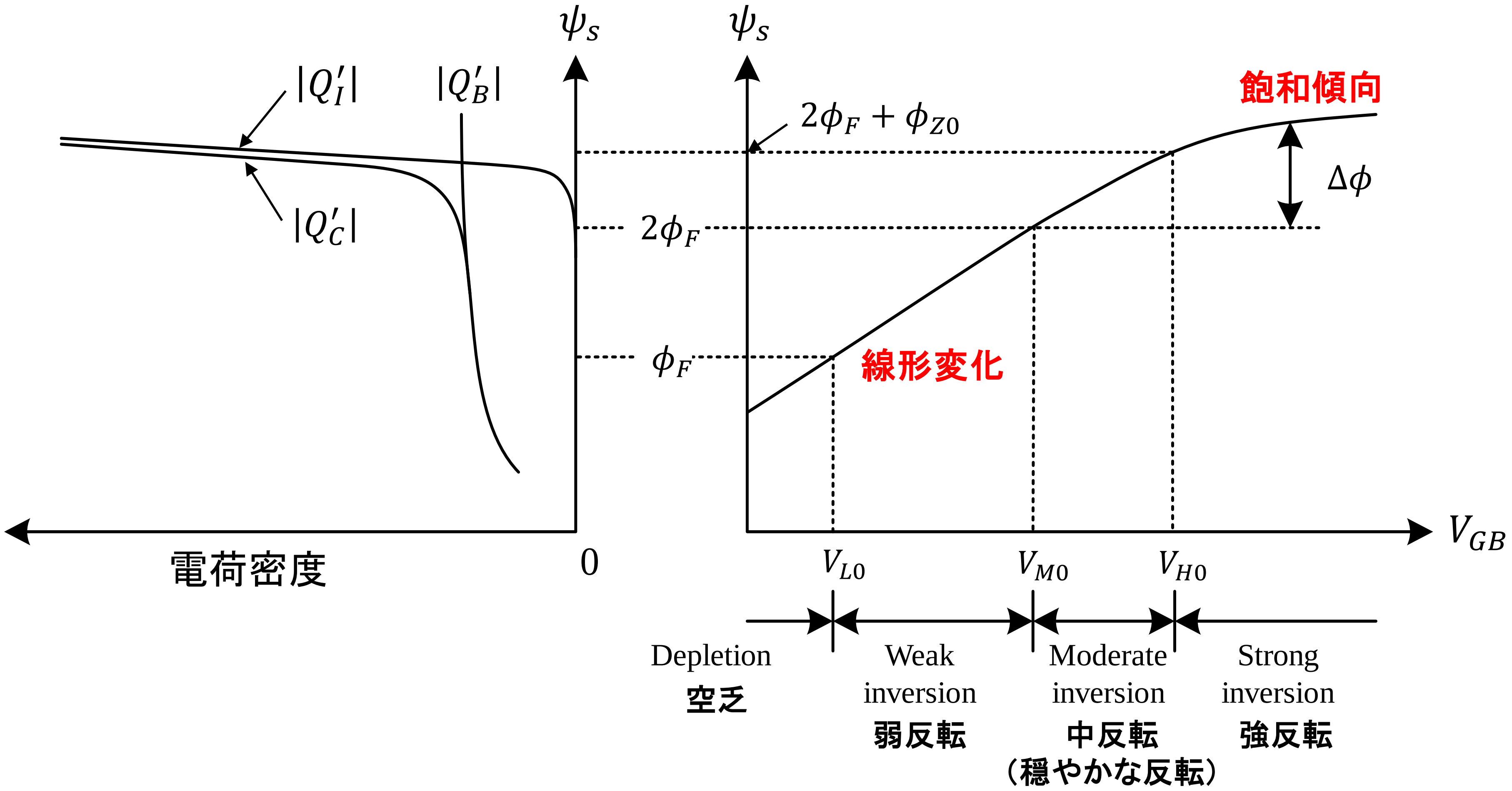
V_{L0}: 弱反転開始電圧,　　V_{M0}: 中（**緩やかな**）反転開始電圧

基板バイアス係数



基板バイアス係数 γ と基板不純物ドーピング濃度 N_A の関係

表面電位とゲート基板間電圧及び電荷と表面電位



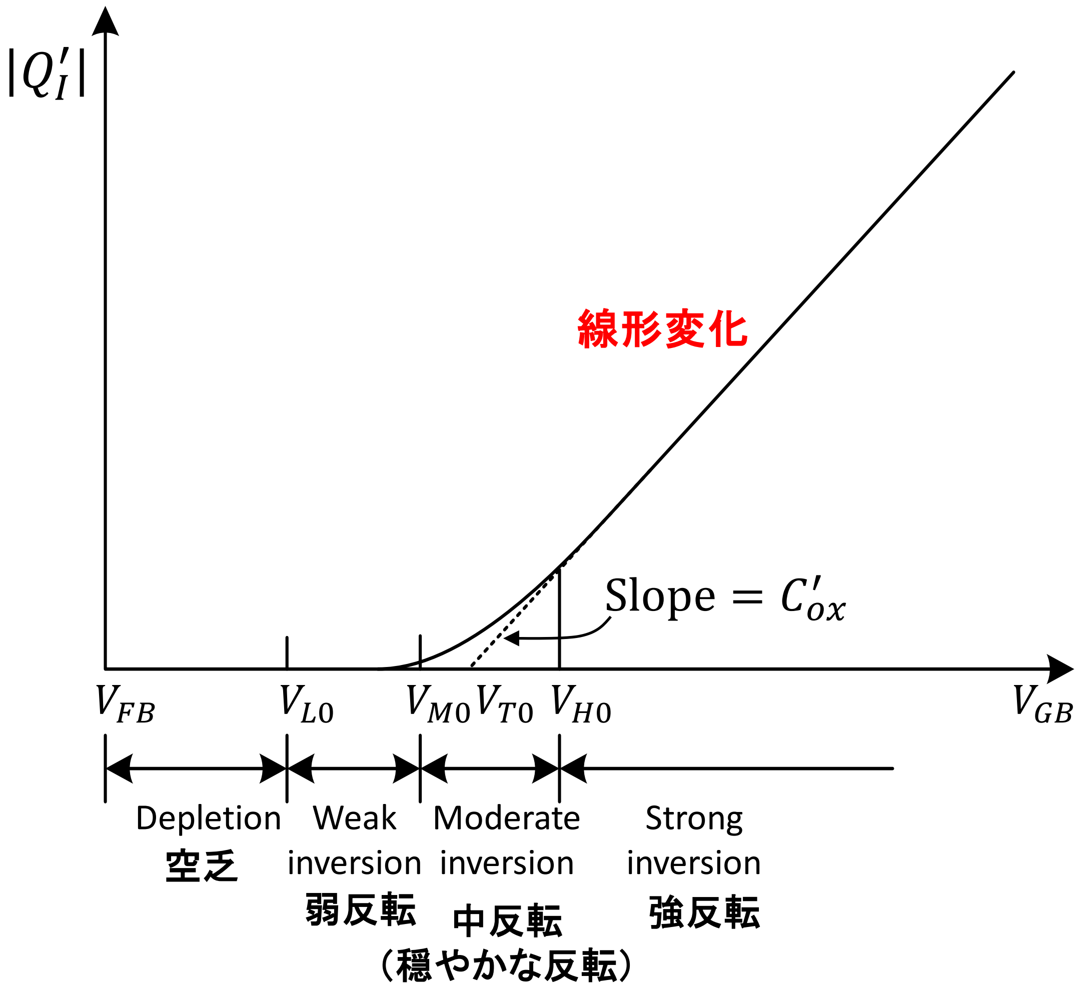
反転領域（反転層電荷とゲート電圧）

■ 反転層電荷

$$
\begin{aligned}
Q_I' &= -C_{ox}'\psi_{ox} - Q_o' - Q_B' \\
&= -C_{ox}'\left(V_{GB} - \psi_s - \phi_{MS} + \frac{Q_o' + Q_B'}{C_{ox}'}\right) \\
&= -C_{ox}'\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{C_{ox}'}\sqrt{\psi_s}\right) \\
&= -C_{ox}'\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma\sqrt{\psi_s}\right)
\end{aligned}
$$

$\because V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_s + \phi_{MS}$

$\because Q_B' = -\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\psi_s}$



強反転領域と強反転領域の電荷

強反転領域の表面電位は、実効的に一定

$$\psi_s \cong \phi_0$$

$$\phi_0 = 2\phi_F + \Delta\phi$$

この場合の反転層電荷は

$$Q_I' = -C_{ox}'\left(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma\sqrt{\phi_0}\right)$$
$$= -C_{ox}'(V_{GB} - V_{T0})$$

となる。ここで

$$\boldsymbol{V_{T0} = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0}}$$

V_{T0}: 外挿しきい値電圧

である。

弱反転領域（反転電荷と表面電位）

反転領域の電荷は

$$Q_I{}' = -\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\left(\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}} - \sqrt{\psi_s}\right)$$

弱反転領域では、$\psi_s \leq 2\phi_F$であるから、
$\phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t} = \xi$ とおくと、$\xi \ll \psi_s$ となるため

$$\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}} = \sqrt{\psi_s + \xi} \cong \sqrt{\psi_s}\left(1 + \frac{\xi}{2\psi_s}\right)$$

$x \ll 1$ である場合

$$(1 + x)^{\alpha} \cong 1 + \alpha x$$

となる。したがって、以下を得る。

$$Q_I{}' \cong -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_s}} \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}$$

弱反転領域（反転電荷とｹﾞｰﾄ電圧：1）

弱反転領域では、$\psi_s \leq 2\phi_F$であるから

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_s + \gamma\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}$$
$$\cong V_{FB} + \psi_s + \gamma\sqrt{\psi_s}$$

となる。$\psi_s \cong \psi_{sa}$として、上式からψ_{sa}を解くと

$$\psi_{sa} = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}\right)^2$$

となる。したがって、ψ_{sa}はV_{GB}の関数になり、以下を得る。

$$Q_I{}' = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t e^{[\psi_{sa}(V_{GB}) - 2\phi_F]/\phi_t}$$

ここで、$\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})} \cong \sqrt{2\phi_F}$とすると、

$$Q_I{}' = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F}}\phi_t e^{[\psi_{sa}(V_{GB}) - 2\phi_F]/\phi_t}$$

となる。ここで、

$$n = \left(\frac{d\psi_{sa}}{dV_{GB}}\right)^{-1} = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{sa}}}$$
$$n|_{\psi_{sa}=2\phi_F} \cong 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F}} = n_0 \quad \text{（一定）}$$

である。

弱反転領域（反転電荷とゲート電圧：2）

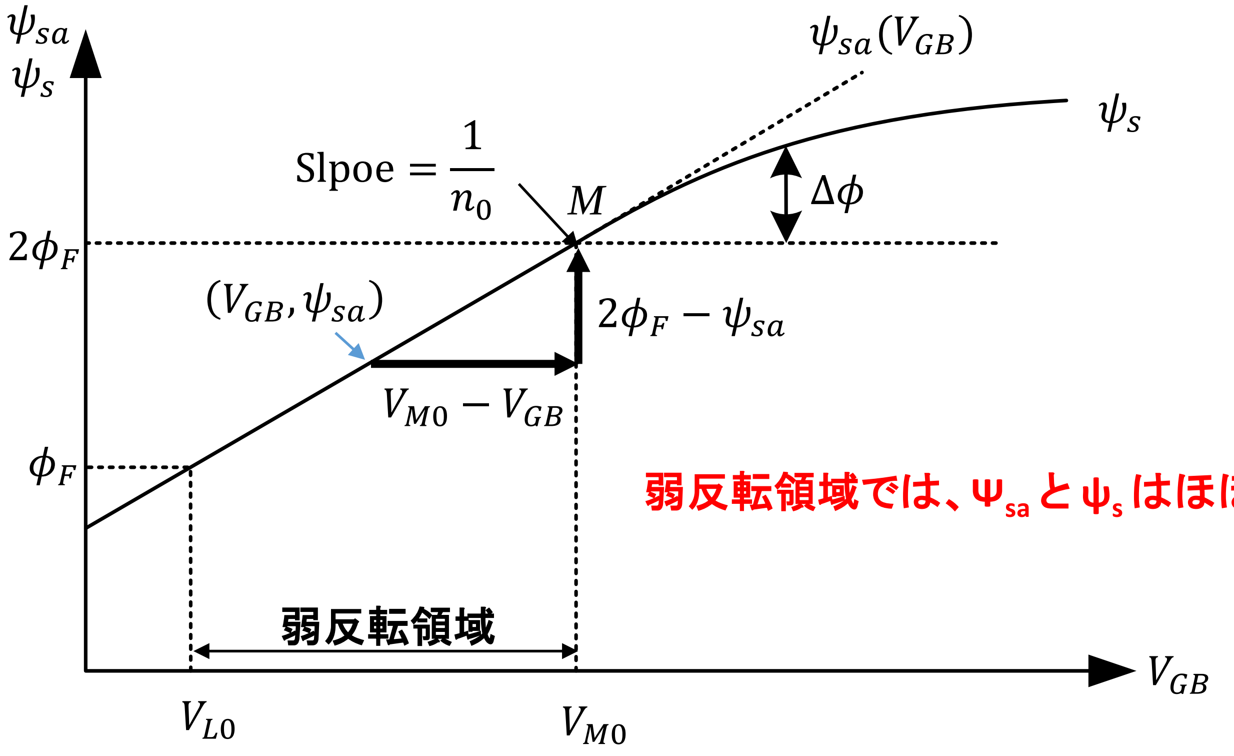
したがって、

$$\psi_{sa} - 2\phi_F = \frac{1}{n_0}(V_{GB} - V_{M0})$$

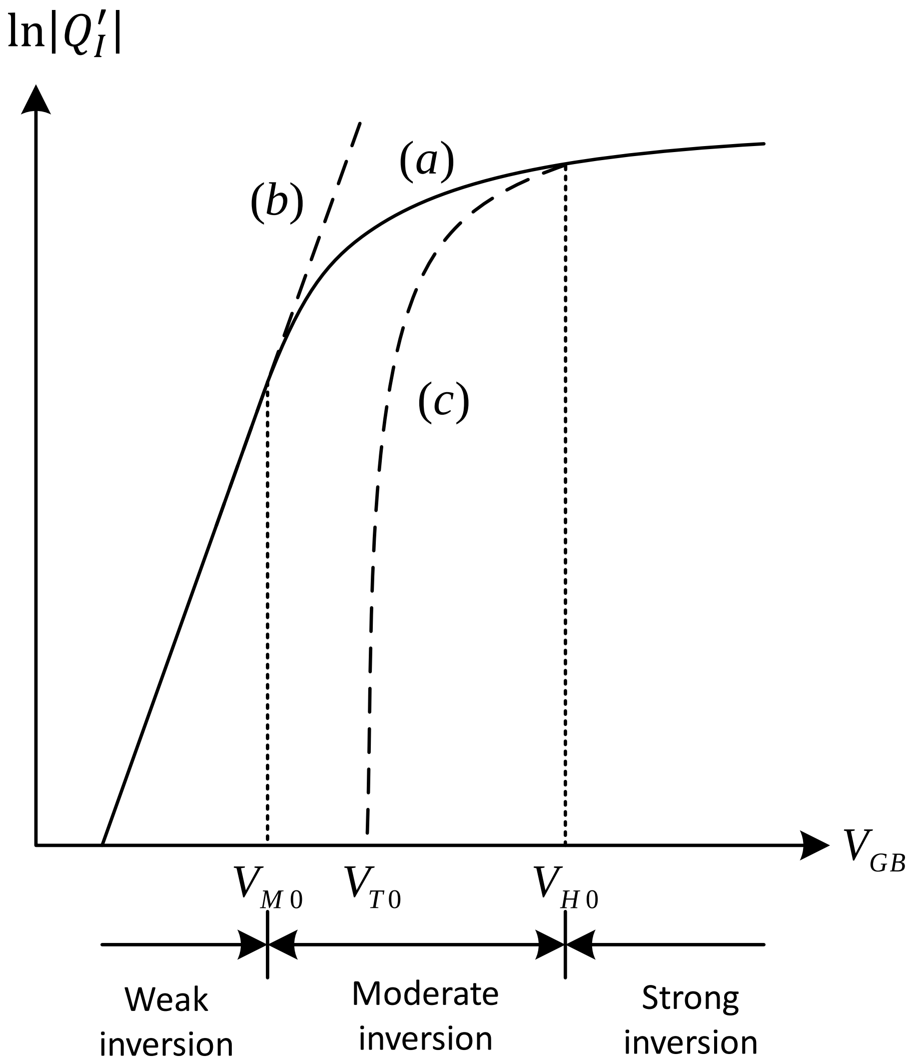
となる。$Q_I{}'$は

$$Q_I{}' \approx -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F}}\phi_t e^{(V_{GB}-V_{M0})/n_0\phi_t}$$
$$= Q'_{M0}e^{(V_{GB}-V_{M0})/n_0\phi_t}$$
$$\left(Q'_{M0} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F}}\phi_t\right)$$

となる。



反転層電荷とゲート～基板間電圧



(a)
$$\begin{cases} Q_I' = -\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\left(\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}} - \sqrt{\psi_s}\right) \\ V_{GB} = V_{FB} + \psi_s + \gamma\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}} \end{cases}$$

(b) $$Q_I{}' \approx Q_{M0}' e^{(V_{GB} - V_{M0})/n_0\phi_t}$$

弱反転領域の反転層電荷は
V_{GB} の増大に伴い
指数関数的に増加

(c) $$Q_I' = -C_{ox}'(V_{GB} - V_{T0})$$

強反転領域の反転層電荷は
V_{GB} の増大に伴い
線形で増加

小信号容量(ゲート～基板間)

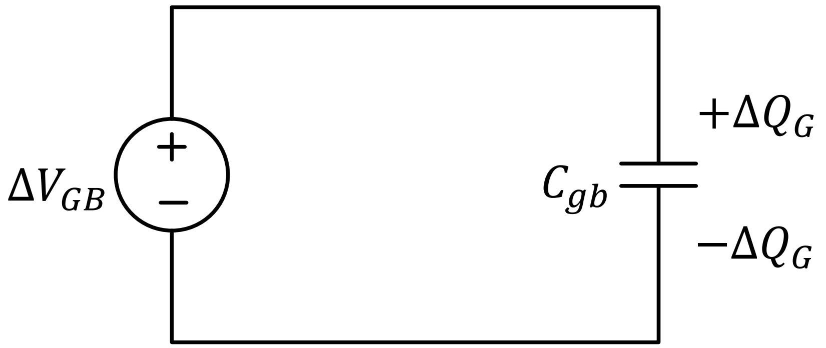
ゲート～基板間容量(単位面積当り)

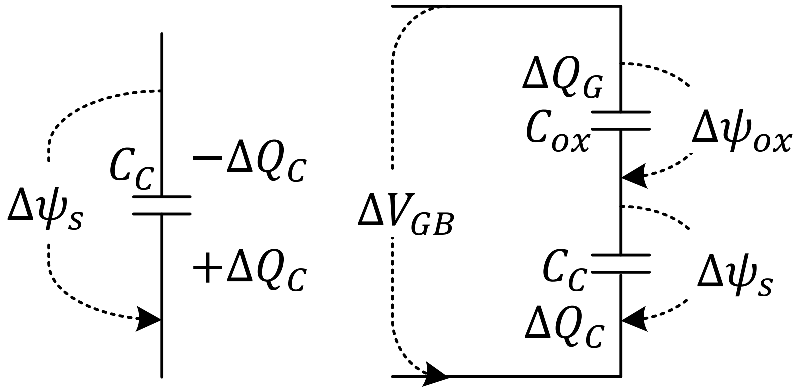
$$C'_{gb} \equiv \frac{dQ'_G}{dV_{GB}}$$

とすると、以下になる。

$$\frac{1}{C'_{gb}} = \frac{dV_{GB}}{dQ'_G} = \frac{d\psi_{ox}}{dQ'_G} + \frac{d\psi_s}{dQ'_G} = \frac{1}{\frac{dQ'_G}{d\psi_{ox}}} + \frac{1}{-\frac{dQ'_C}{d\psi_s}} = \frac{1}{C'_{ox}} + \frac{1}{C'_c}$$

ここで、$C'_{ox} = \dfrac{dQ'_G}{d\psi_{ox}}$, $C'_C \equiv -\dfrac{dQ'_C}{d\psi_s}$





$\Delta Q'_C = -\Delta Q'_G$　　$\Delta V_{GB} = \Delta\psi_{ox} + \Delta\psi_s$

半導体中の全電荷による小信号容量

$C_c' \equiv -\frac{dQ_C'}{d\psi_s}$の具体的な式

$$C_c' = \sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\left\{\frac{1 - e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}\left(e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - 1\right)}{2\sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + \psi_s - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}\left(\phi_t e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - \psi_s - \phi_t\right)}}\right\}$$

$\psi_s > 3\phi_t$の場合

$$C_c' = \sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\left\{\frac{1 + e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}}{2\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{\frac{\psi_s - 2\phi_F}{\phi_t}}}}\right\}$$

反転層容量の具体的な式

y_cを$\psi = 0$のところでのy（∞でも可）
とすると、Q_I'は、（p型基板の場合）

$$Q_I' = -q \int_{y_{surface}}^{y_c} n(y)\,dy$$

$$= -qN_A e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} \int_0^{\psi_s} \frac{e^{\psi(y)/\phi_t}}{\mathrm{E}(\psi)} d\psi$$

となる。

$$n(y) = n_0 e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}} \cong N_A e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} e^{\frac{\psi(y)}{\phi_t}}$$

$$\mathrm{E} = -\frac{d\psi}{dy}$$

したがって、C_i'は、（$\psi_s > 3\phi_t$の場合）

$$C_i' \equiv \frac{-dQ_I'}{d\psi_s}$$ 単位面積当たりの反転層容量

$$= qN_A e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} \frac{e^{\psi_s/\phi_t}}{\mathrm{E}(\psi_s)}$$

$$\cong q\varepsilon_s N_A e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t} \frac{1}{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}}$$

$$= \sqrt{2q\varepsilon_s N_A} \frac{e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}{2\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}}$$

となる。

空乏層容量の具体的な式

y_cを$\psi = 0$のところでのy（∞でも可）
とすると、Q_B'は、（p型基板の場合）

$$Q_B' = q \int_{y_{surface}}^{y_c} [p(y) - N_A]\, dy$$

$$= -qN_A \int_0^{\psi_s} \frac{\left(1 - e^{-\psi(y)/\phi_t}\right)}{\mathrm{E}} d\psi$$

となる。

$$p(y) = p_0 e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}} \cong N_A e^{-\frac{\psi(y)}{\phi_t}}$$
$$\mathrm{E} = -\frac{d\psi}{dy}$$

したがって、C_b'は以下になる。($\psi_s > 3\phi_t$の場合)

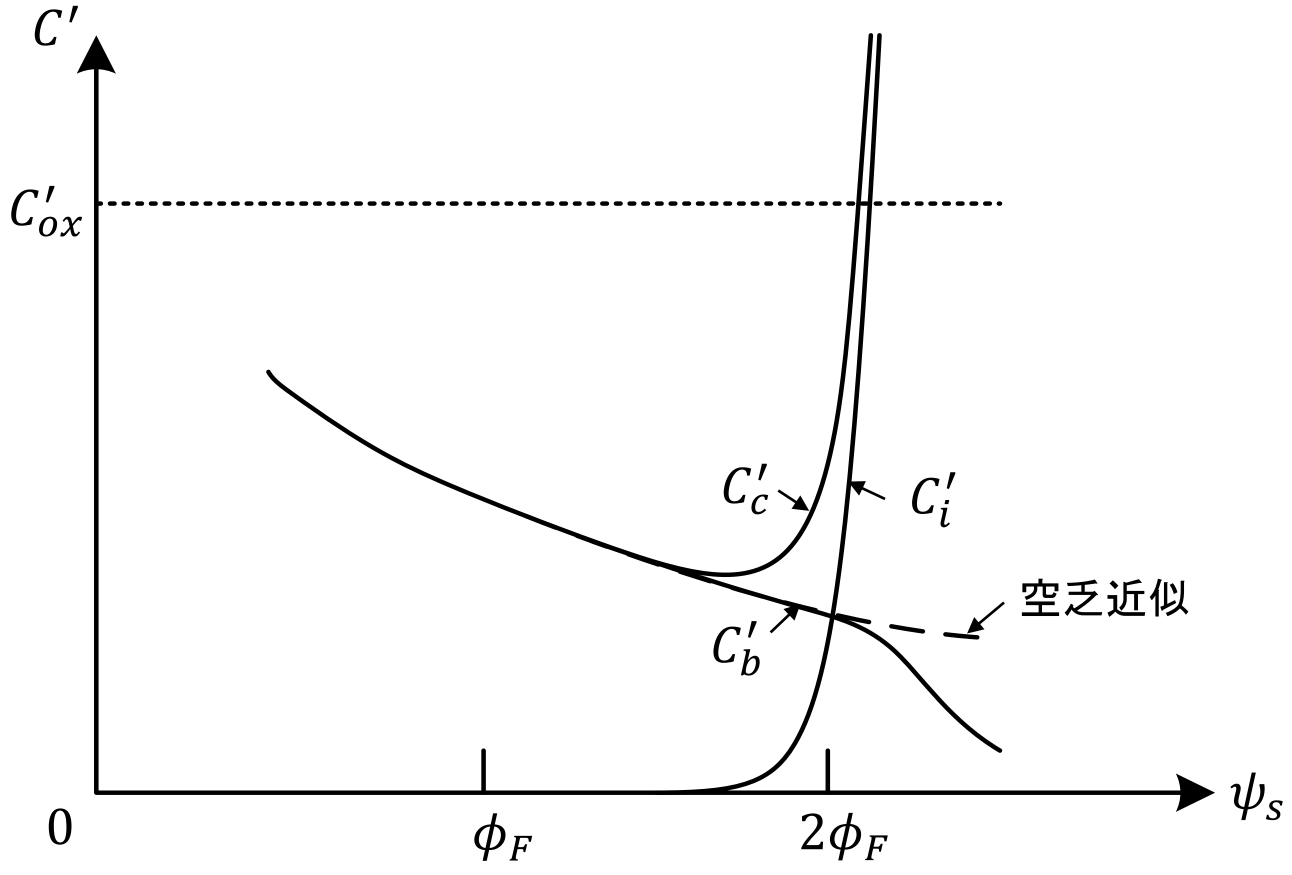
$$C_b' \equiv \frac{-dQ_B'}{d\psi_s} = qN_A \frac{1 - e^{-\psi_s/\phi_t}}{\mathrm{E}(\psi_s)}$$ 単位面積当たりの空乏層容量

$$= qN_A \frac{1 - e^{-\psi_s/\phi_t}}{\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{\varepsilon_s}\sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + \psi_s - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}\left(\phi_t e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - \psi_s - \phi_t\right)}}$$

$$\cong q\varepsilon_s N_A \frac{1}{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}}$$

$$= \sqrt{2q\varepsilon_s N_A} \frac{1}{2\sqrt{\psi_s + \phi_t e^{(\psi_s - 2\phi_F)/\phi_t}}}$$

小信号容量と表面電位



空乏層容量と反転層容量

$$\Delta Q_C' = \Delta Q_B' + \Delta Q_I'$$

$$\frac{-dQ_C'}{d\psi_s} = \frac{-dQ_B'}{d\psi_s} + \frac{-dQ_I'}{d\psi_s}$$

ここで、

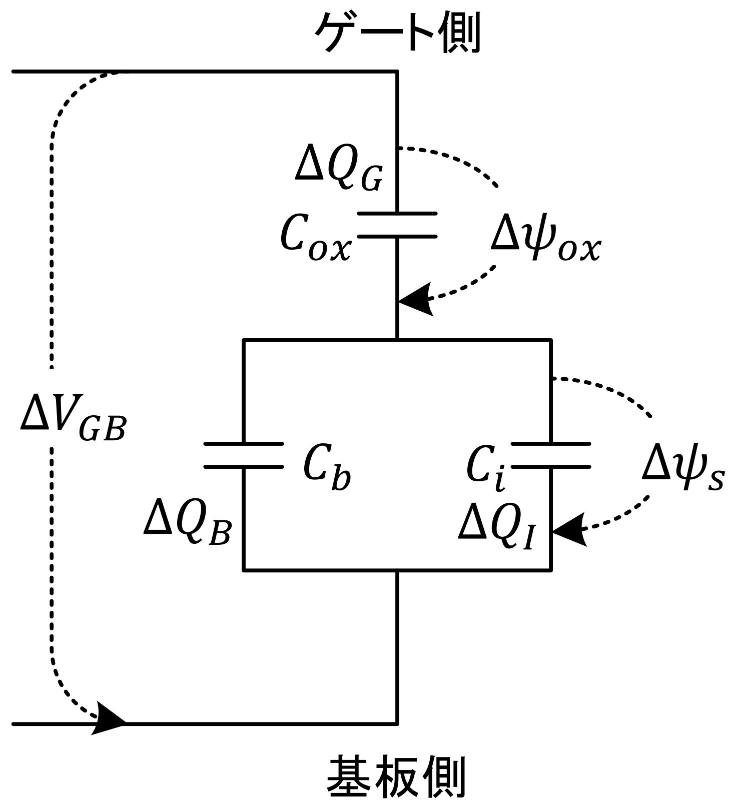
$$C_b' \equiv \frac{-dQ_B'}{d\psi_s}, \quad C_i' \equiv \frac{-dQ_I'}{d\psi_s}$$

とすると、

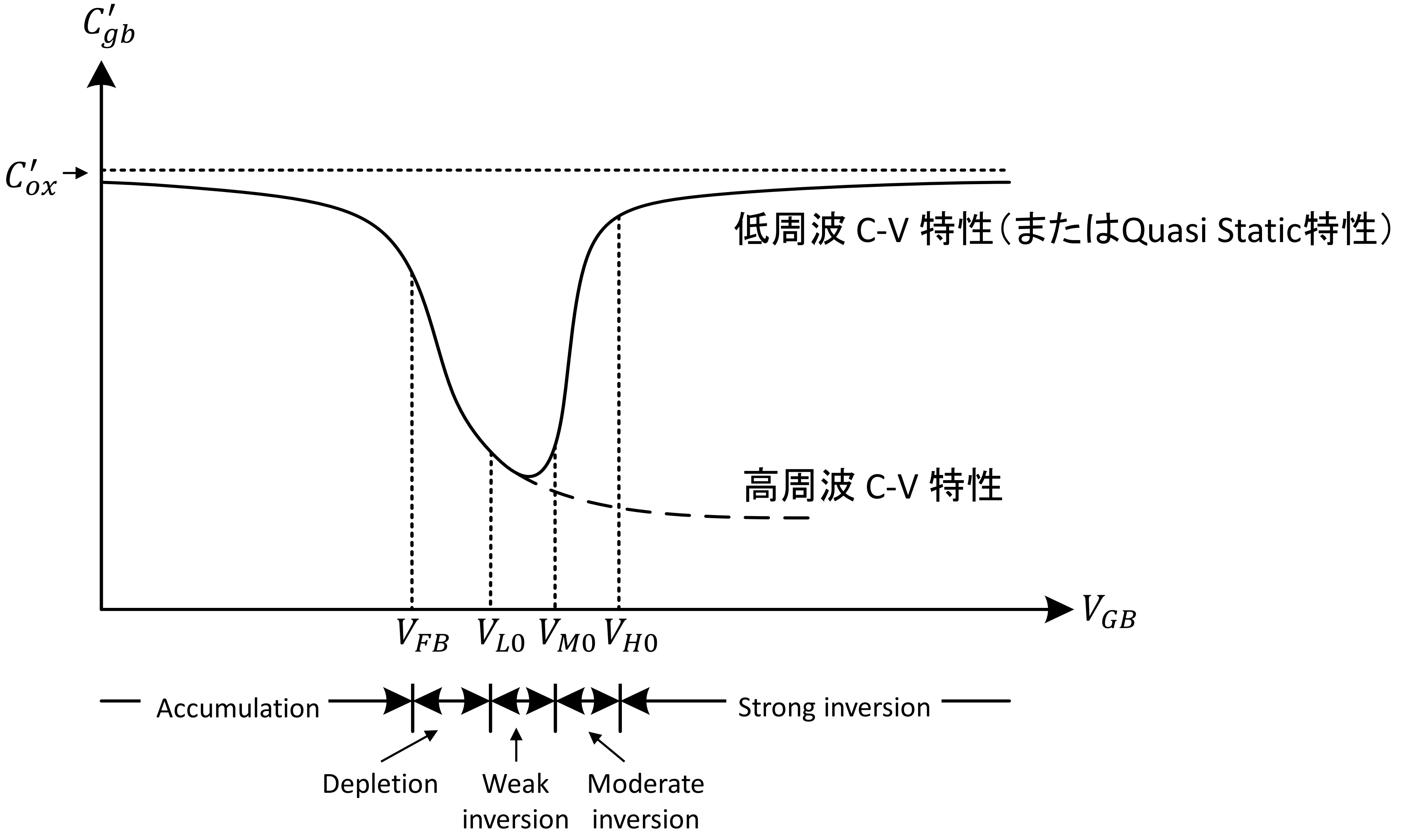
$$C_c' = C_b' + C_i'$$

したがって、以下になる。

$$\frac{1}{C_{gb}'} = \frac{1}{C_{ox}'} + \frac{1}{C_b' + C_i'}$$



ゲート基板間容量とゲート～基板間電圧



表面電位と容量の関係

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_s - \frac{Q_I'(\psi_s) + Q_B'(\psi_s)}{C_{ox}'}$$

$$\frac{dV_{GB}}{d\psi_s} = 1 + \frac{1}{C_{ox}'}(C_b' + C_i')$$

$$\therefore \frac{d\psi_s}{dV_{GB}} = \frac{C_{ox}'}{C_{ox}' + C_b' + C_i'}$$

弱反転領域では、$C_b' \gg C_i'$　であるため

$$\frac{d\psi_s}{dV_{GB}} = \frac{C_{ox}'}{C_{ox}' + C_b'}$$

となる。

$$\boxed{C_b' \equiv \frac{-dQ_B'}{d\psi_s} \quad C_i' \equiv \frac{-dQ_I'}{d\psi_s}}$$

したがって、

$$n \equiv \left(\frac{d\psi_s}{dV_{GB}}\right)^{-1} = 1 + \frac{C_b'}{C_{ox}'}$$
$$= 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_s}} \cong 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi_{sa}}}$$

となる。また、界面準位による容量も考慮すると

$$n = 1 + \frac{C_b' + C_{it}'}{C_{OX}'}$$

となる。ここで、$C_{it}' \equiv \dfrac{-dQ_{it}'}{d\psi_s}$　である。

C_{it}'はC_b'とC_i'に並列になる。

フラットバンド容量

フラットバンド容量C'_{FB}は、

$$C'_{FB} = \lim_{\psi_s \to 0} C'_c$$

$$C'_c = \sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\left[\frac{1-e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}\left(e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}}-1\right)}{2\sqrt{\phi_t e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} + \psi_s - \phi_t + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}\left(\phi_t e^{\frac{\psi_s}{\phi_t}} - \psi_s - \phi_t\right)}}\right]$$

である。$\psi_s \to 0$で、[ ]の中は、$\dfrac{0}{0}$となるので、

$$e^{-\frac{\psi_s}{\phi_t}} \approx 1 + \left(-\frac{\psi_s}{\phi_t}\right) + \frac{1}{2}\left(-\frac{\psi_s}{\phi_t}\right)^2$$

として、$\psi_s \to 0$にすると、極限値が求まる。この極限値は、以下となる。

$$C'_{FB} = \sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\frac{1+e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}}}{2\phi_t}} \approx \sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\frac{1}{2\phi_t}} = \frac{\varepsilon_s}{\lambda_p}$$

[但し、$\lambda_p = \left(\phi_t \dfrac{\varepsilon_s}{qN_A}\right)^{\frac{1}{2}}$: デバイ長]

基板不純物ドーピング濃度の導出方法

高周波$C-V$のゲート～基板間の最大容量値$C_{gb\max}$は、

$$C_{gb\max}=C_{ox}\qquad（蓄積状態）$$

である。また、反転層が形成された後の空乏層容量は

$$C_{dm}=\frac{\varepsilon_s}{d_{Bm}}A=\frac{\varepsilon_s}{\sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}}\sqrt{2\phi_F}}A=\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F}}A\qquad（A：容量面積）$$

N_A: 基板不純物ドーピング濃度

である。この場合、ゲート～基板間の最小容量値$C_{gb\min}$は、

$$\frac{1}{C_{gb\min}}=\frac{1}{C_{gb\max}}+\frac{1}{C_{dm}}$$

となる。これから以下を得る。

$$C_{dm}=\frac{C_{gb\max}C_{gb\min}}{C_{gb\max}-C_{gb\min}}$$

測定値$C_{gb\max}$と$C_{gb\min}$からC_{dm}を求めると、C_{dm}の上式からN_Aを決定できる。

フラットバンド電圧の導出方法

高周波 C-V 特性から求めた基板ドーピング濃度 N_A を用いると、フラットバンド容量C_{FB}は以下で与えられる。

$$C_{FB} \approx \sqrt{2q\varepsilon_s N_A}\sqrt{\frac{1}{2\phi_t}}A$$

この場合、フラットバンド電圧印加時のゲート～基板間容量 C_{gbFB} は以下になる。

$$C_{gbFB} = \frac{C_{ox}C_{FB}}{C_{ox}+C_{FB}} = \frac{C_{gbmax}C_{FB}}{C_{gbmax}+C_{FB}}$$

これから、

$$\frac{C_{gbFB}}{C_{gbmax}} = \frac{C_{FB}}{C_{gbmax}+C_{FB}}$$

とし、右辺にC_{gbmax}の実測値と上記C_{FB}用いると、C_{gbFB}/C_{gbmax}を決定できる。
この比を高周波 C-V 特性に適用するとV_{FB}が求まる。