令和4年度　集積回路設計技術・次世代集積回路工学特論資料

低/中間周波動作
（小信号モデル）

群馬大学
松田順一

概要

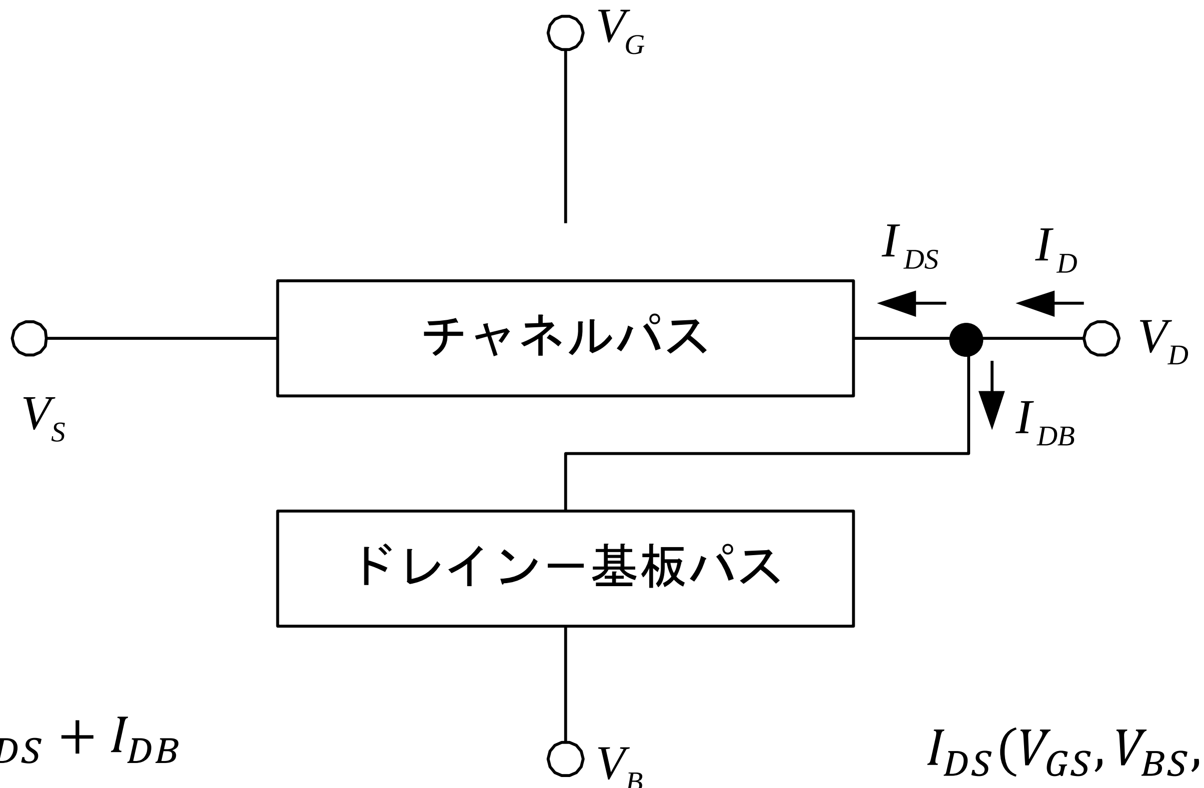
- 低周波小信号モデル
  - チャネルパスの小信号モデル
  - ドレイン～基板パスの小信号モデル
  - 強反転領域でのコンダクタンス
  - 弱反転領域でのコンダクタンス
  - 全領域（弱～強反転）でのモデル
- 中間周波小信号モデル
  - 真性部分の各容量（強反転と弱反転）
- 外部領域の小信号モデル
- ノイズモデル
- 付録
  - ゲート･フリンジ容量導出

（注）以下の本を参考に、本資料を作成。

(1) Yannis Tsividis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.

(2) Yannis Tsividis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.

MOSFETの電流のパス



$I_D = I_{DS} + I_{DB}$

$\Rightarrow \Delta I_D = \Delta I_{DS} + \Delta I_{DB}$

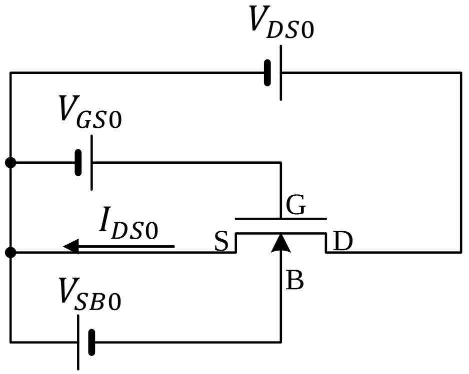
$I_G = 0$

$I_{DS}(V_{GS}, V_{BS}, V_{DS})$

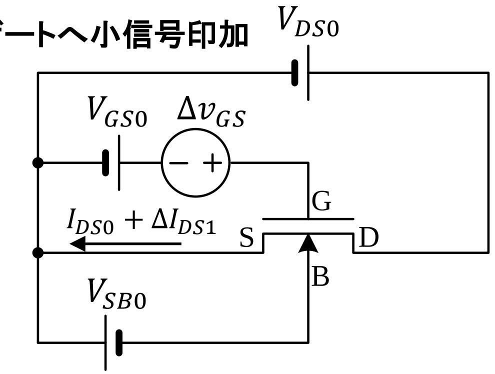
$I_{DB}(V_{GB}, V_{SB}, V_{DB})$

MOSトランジスタへのdc電圧印加と小信号変化

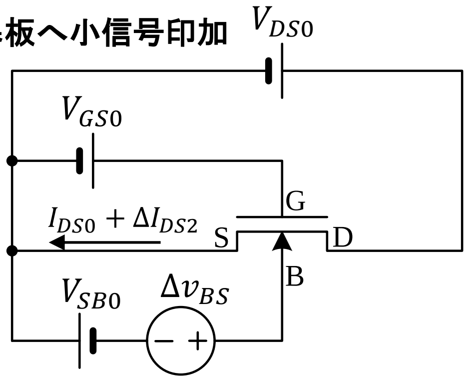
各端子への
dc電圧印加



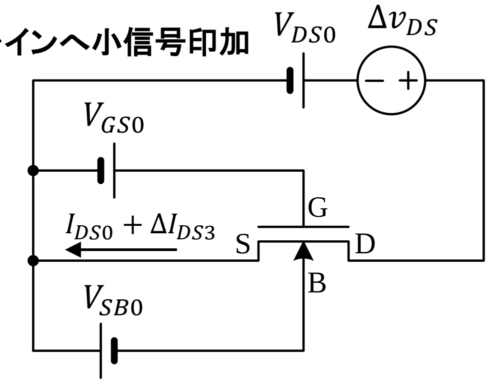
ゲートへ小信号印加



基板へ小信号印加



ドレインへ小信号印加



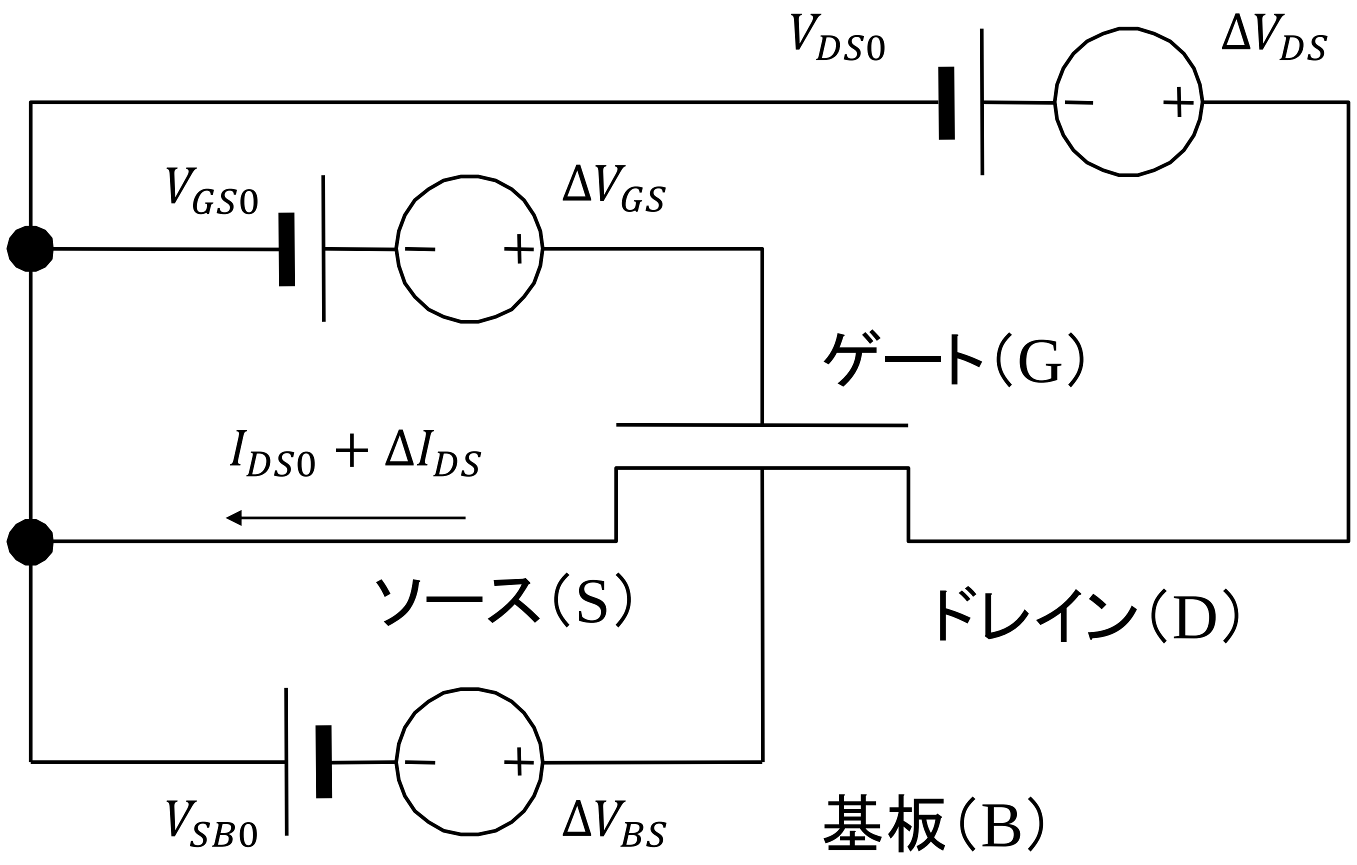
$$g_m = \left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}\right|_{V_{BS},V_{DS}} \approx \frac{\Delta I_{DS1}}{\Delta V_{GS}}$$

$$g_{mb} = \left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{BS}}\right|_{V_{GS},V_{DS}} \approx \frac{\Delta I_{DS2}}{\Delta V_{BS}}$$

$$g_{sd} = \left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}}\right|_{V_{GS},V_{BS}} \approx \frac{\Delta I_{DS3}}{\Delta V_{DS}}$$

ゲート・トランス・コンダクタンス　　基板トランス・コンダクタンス　　ソース・ドレイン・コンダクタンス

V_{GS},V_{BS},V_{DS}の小信号変化の合成

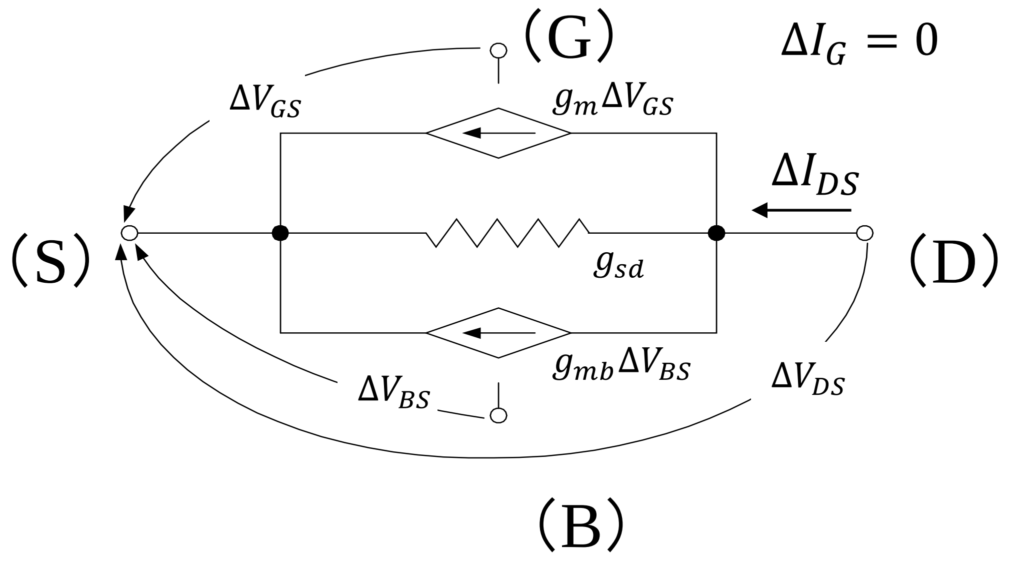


小信号変化による電流：ΔI_{DS}

V_{GS},V_{BS},V_{DS}の小信号変化による電流

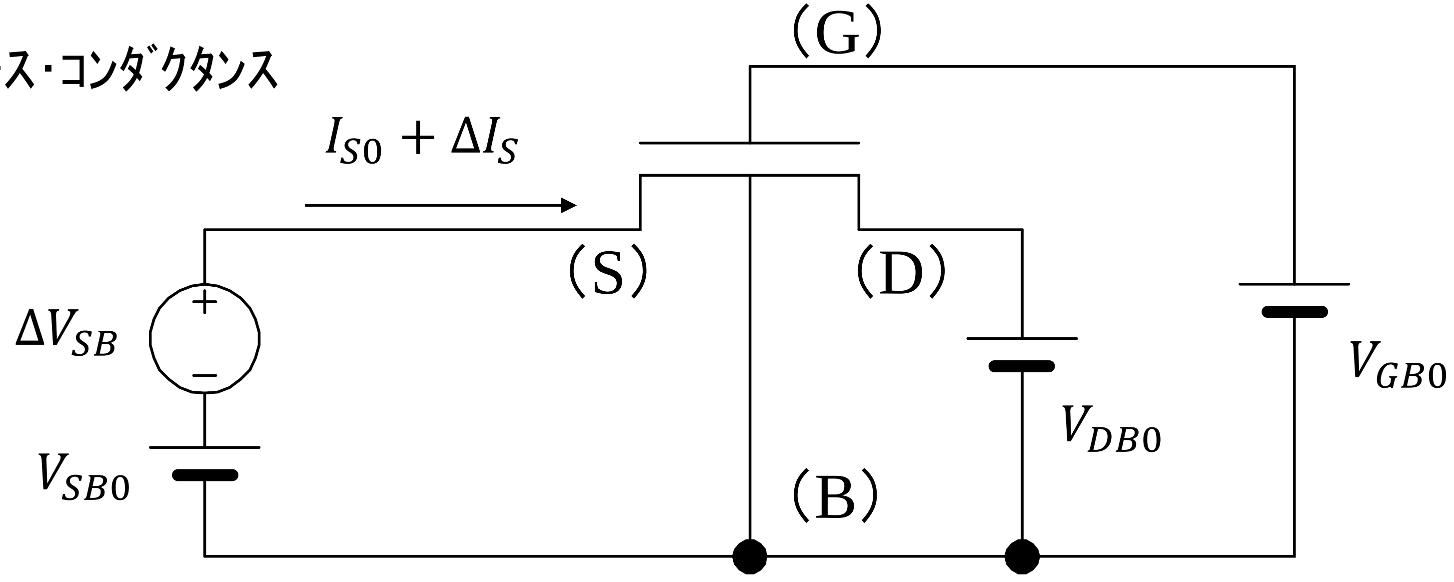
$$\Delta I_{DS} \approx \left(\left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} \right|_{V_{BS},V_{DS}} \right) \Delta V_{GS} + \left(\left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{BS}} \right|_{V_{GS},V_{DS}} \right) \Delta V_{BS} + \left(\left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} \right|_{V_{GS},V_{BS}} \right) \Delta V_{DS}$$

$$= g_m \Delta V_{GS} + g_{mb} \Delta V_{BS} + g_{sd} \Delta V_{DS}$$



V_{SB}の小信号変化

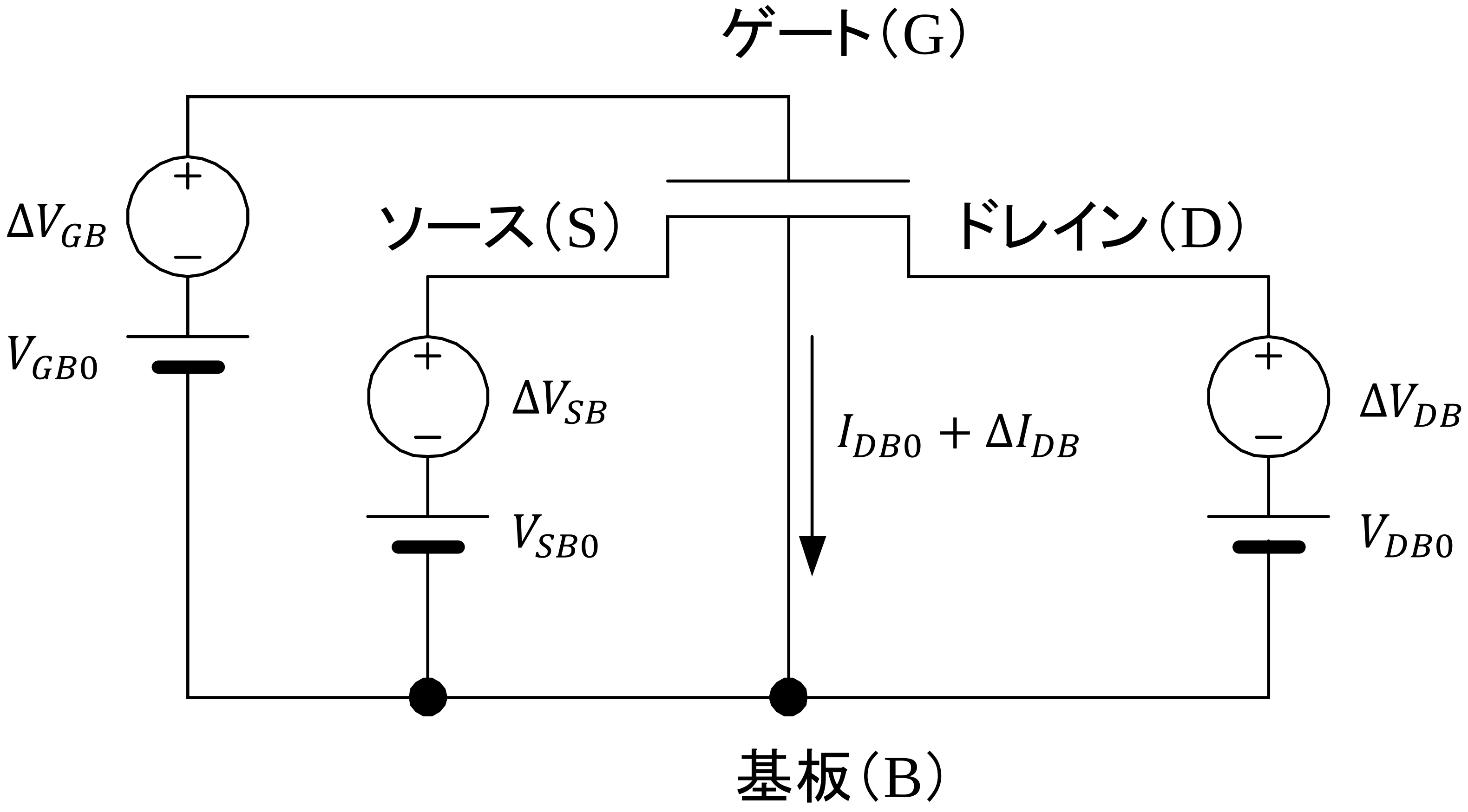
g_{ss}: ソース・コンダクタンス



$$g_{ss} = \left.\frac{\partial I_S}{\partial V_{SB}}\right|_{V_{GB},V_{DB}} = -\left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{SB}}\right|_{V_{GB},V_{DB}} = -\left.\left(\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}\frac{\partial V_{GS}}{\partial V_{SB}} + \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{BS}}\frac{\partial V_{BS}}{\partial V_{SB}} + \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}}\frac{\partial V_{DS}}{\partial V_{SB}}\right)\right|_{V_{GB},V_{DB}}$$

$$= -\left.\left(g_m \frac{\partial V_{GS}}{\partial V_{SB}} + g_{mb}\frac{\partial V_{BS}}{\partial V_{SB}} + g_{sd}\frac{\partial V_{DS}}{\partial V_{SB}}\right)\right|_{V_{GB},V_{DB}} = g_m + g_{mb} + g_{sd}$$

V_{GB},V_{SB},V_{DB}の小信号変化

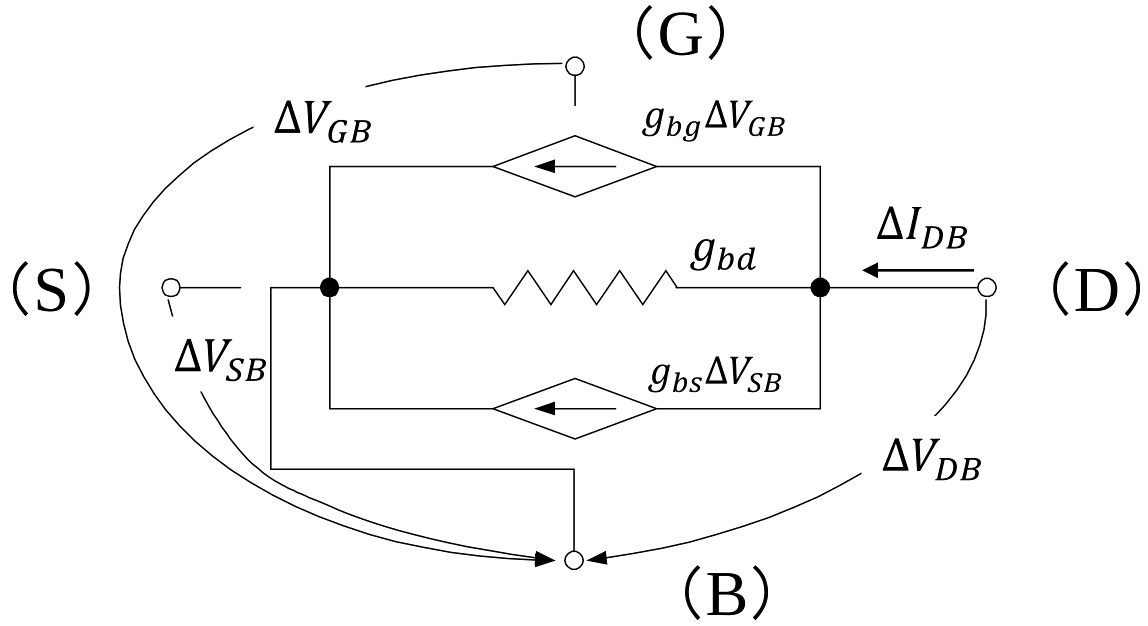


小信号変化による電流：ΔI_{DB}

V_{GB},V_{SB},V_{DB}の小信号変化による電流

$$\Delta I_{DB} \approx \left(\left.\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{GB}}\right|_{V_{BS},V_{DS}}\right)\Delta V_{GB} + \left(\left.\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{SB}}\right|_{V_{GS},V_{DS}}\right)\Delta V_{SB} + \left(\left.\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{DB}}\right|_{V_{GS},V_{BS}}\right)\Delta V_{DB}$$

$$= g_{bg}\Delta V_{GB} + g_{bs}\Delta V_{SB} + g_{bd}\Delta V_{DB}$$

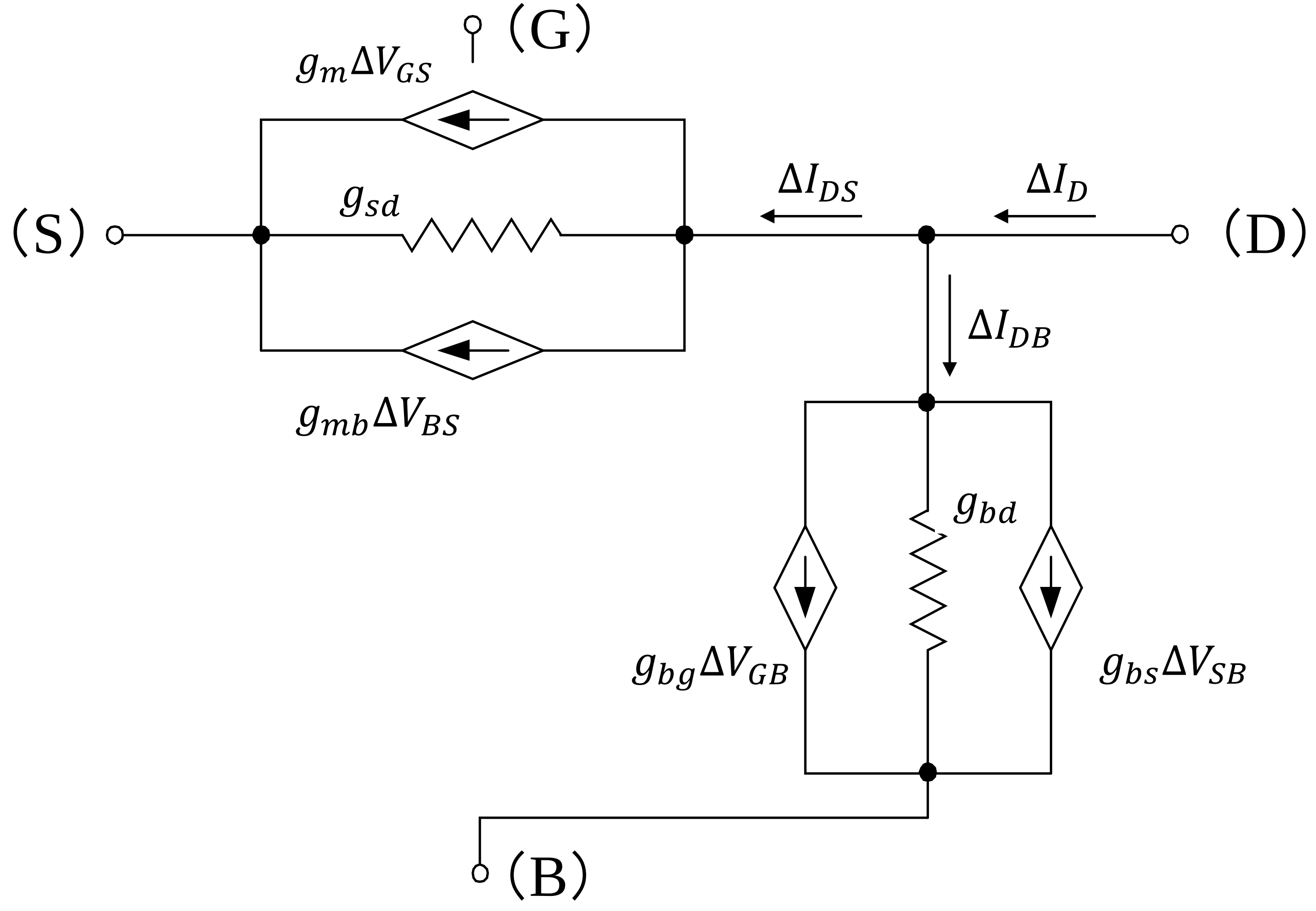


$$g_{bg} = \left.\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{GB}}\right|_{V_{SB},V_{DB}}$$

$$g_{bs} = \left.\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{SB}}\right|_{V_{GB},V_{DB}}$$

$$g_{bd} = \left.\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{DB}}\right|_{V_{GB},V_{SB}}$$

低周波小信号等価回路（チャネル電流と基板電流）



ゲート・トランス・コンダクタンス（強反転）

ゲート・トランス・コンダクタンスは、長チャネル・デバイスの場合、

$$g_m = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}V_{DS} \quad V_{DS} \le V'_{DS}$$

$$= \frac{W}{L}\mu C'_{ox}V'_{DS} \quad V_{DS} > V'_{DS}$$

非飽和 $I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[(V_{GS}-V_T)V_{DS} - \frac{\alpha}{2}{V_{DS}}^2\right]$

飽和 $I'_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\frac{(V_{GS}-V_T)^2}{2\alpha}$ $\quad V'_{DS} = \frac{V_{GS}-V_T}{\alpha}$

となる。飽和領域の場合($V_{DS} > V'_{DS}$)、

$$g_m = \frac{W}{L}\frac{\mu C'_{ox}}{\alpha}(V_{GS}-V_T)$$

$$= \sqrt{2\frac{W}{L}\frac{\mu C'_{ox}}{\alpha}I_{DS}} = \frac{2I_{DS}}{V_{GS}-V_T}$$

となる。ここで、I_{DS}は以下である。

$$I_{DS} = \frac{1}{2}(W/L)\mu C'_{ox}(V_{GS}-V_T)^2/\alpha$$

速度飽和がある場合、

$$g_m \approx W C'_{ox}\mu \mathrm{E}_c$$

$$\approx W C'_{ox}|v_d|_{\max}$$

となる。

$$I'_{DS} \approx W C'_{ox}(V_{GS}-V_T)\mu \mathrm{E}_c$$

基板トランス・コンダクタンス1（強反転）

完全対称強反転モデル

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left\{(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0)(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{1}{2}(V_{DB}^2 - V_{SB}^2) \right.$$
$$\left. - \frac{2}{3}\gamma\left[(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} - (\phi_0 + V_{SB})^{3/2}\right]\right\}$$

を使って、g_{mb}は

$$g_{mb} = \left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{BS}}\right|_{V_{GS},V_{DS}} = \begin{cases} \left(\dfrac{\gamma}{\sqrt{V_{DS} + V_{SB} + \phi_0} + \sqrt{V_{SB} + \phi_0}}\right) g_m & V_{DS} \le V'_{DS} \\ \left(\dfrac{\gamma}{\sqrt{V'_{DS} + V_{SB} + \phi_0} + \sqrt{V_{SB} + \phi_0}}\right) g_m & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}$$

となる。ここで、$V_{DB} = V_{DS} + V_{SB}$, $V_{GB} = V_{GS} + V_{SB}$, $V_{SB} = -V_{BS}$として微分する。

基板トランス・コンダクタンス２（強反転）

V_{DS}が小さい場合、またV_{GS}が小さい（V'_{DS}も小さい）場合、

$$\frac{g_{mb}}{g_m} \approx \frac{\gamma}{2\sqrt{V_{SB}+\phi_0}} = \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1 \approx n - 1$$

となる。ここで、

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}, \quad \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}, \quad n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}}$$

である。また、g_{mb}/g_mは、

$$\frac{g_{mb}}{g_m} \approx \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{ox}} \frac{t_{ox}}{d_{Bm}}$$

となる。d_{Bm}は空乏層深さである。

$$\gamma = \frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{C'_{ox}}$$

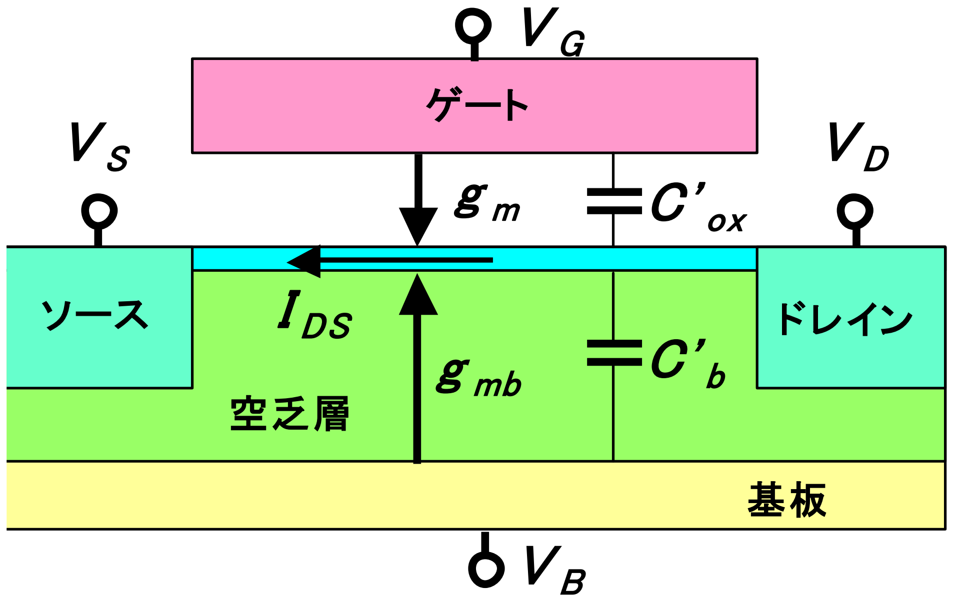
$$d_{Bm} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}}\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

g_mとg_{mb}の関係

V_{DS}, V_{GS}が小さい場合（ V'_{DS} も小）

$$\frac{g_{mb}}{g_m} \approx \frac{\gamma}{2\sqrt{V_{SB}+\phi_0}} = \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1 \approx n - 1 = \frac{C'_b}{C'_{ox}}$$

⇒ nの容量表現に関し、「2端子MOS構造」の資料 p. 33 参照（$\psi_{sa} \rightarrow 2\phi_F + V_{SB}'$）



$\alpha_1 : \phi_0 \Rightarrow 2\phi_F + 6\phi_t$
n ： $\phi_0 \Rightarrow 2\phi_F$

ソース・ドレイン・コンダクタンス１（強反転）

完全対称強反転モデル（非飽和領域）

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left\{(V_{GB} - V_{FB} - \phi_0)(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{1}{2}(V_{DB}^2 - V_{SB}^2) - \frac{2}{3}\gamma\left[(\phi_0 + V_{DB})^{3/2} - (\phi_0 + V_{SB})^{3/2}\right]\right\}$$

を使って、g_{sd}は以下になる。$(V_{DB} = V_{DS} + V_{SB})$

$$g_{sd} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left(V_{GS} - V_{DS} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma\sqrt{V_{DS} + V_{SB} + \phi_0}\right) \qquad V_{DS} \le V'_{DS}$$

また、簡単化されたソース参照強反転モデル（非飽和領域）

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{\alpha}{2}{V_{DS}}^2\right]$$

を使うと、g_{sd}は以下になり、このg_{sd}は$V_{DS} = 0$で上記g_{sd}に等しくなる。

$$g_{sd} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}(V_{GS} - V_T - \alpha V_{DS}) \qquad V_{DS} \le V'_{DS}$$

ソース・ドレイン・コンダクタンス２（強反転）

飽和領域でのg_{sd}を求める。（CLMとDIBLを考慮）CLMの場合、I_{DS}は、

$$I_{DS} = \frac{I'_{DS}}{1 - l_p/L}$$

したがって、g_{sd}は以下になる。

$$\begin{aligned}
g_{sd} &= \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial l_p}\frac{\partial l_p}{\partial V_{DS}} = \frac{I'_{DS}}{\left(1 - l_p/L\right)^2}\frac{1}{L}\frac{\partial l_p}{\partial V_{DS}} \\
&= \frac{I_{DS}^2}{I'_{DS}}\frac{1}{L}\frac{\partial l_p}{\partial V_{DS}} \approx I'_{DS}\frac{1}{L}\frac{\partial l_p}{\partial V_{DS}} \\
&= I'_{DS}\frac{1}{L}\frac{B_1}{\sqrt{N_A}}\frac{1}{2\sqrt{\phi_D + V_{DS} - V'_{DS}}} \\
&= \frac{B_1 I'_{DS}}{2L\sqrt{N_A}\sqrt{\phi_D + V_{DS} - V'_{DS}}} \qquad V_{DS} > V'_{DS}
\end{aligned}$$

$\left\{但し、l_p = \frac{B_1}{\sqrt{N_A}}\left[\sqrt{\phi_D + (V_{DS} - V'_{DS})} - \sqrt{\phi_D}\right]\right\}$

⇒「微細化による特性への影響」の資料 p. 5 参照

ソース･ドレイン･コンダクタンス3（強反転）

l_pが以下の場合、

$$l_p = l_a \ln\left[1 + \frac{V_{DS} - V'_{DS}}{V_E}\right] \quad 但し、l_a = \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{ox}} t_{ox} d_j} \approx \sqrt{3 t_{ox} d_j}$$

⇒「微細化による特性への影響」
の資料 p. 9 参照

g_{sd}は以下になる。

$$g_{sd} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} \approx I'_{DS} \frac{1}{L} \frac{\partial l_p}{\partial V_{DS}}$$
$$= \frac{l_a}{L} \frac{I'_{DS}}{V_E + (V_{DS} - V'_{DS})} = \frac{I'_{DS}}{V_A(V_{DS})}$$

但し、

$$V_A(V_{DS}) = \frac{L}{l_a}\left[V_E + (V_{DS} - V'_{DS})\right]$$

⇦

$$I_{DS} = I'_{DS}\left(1 + \frac{V_{DS} - V'_{DS}}{V_A}\right)$$
$$g_{sd} \approx \frac{I'_{DS}}{V_A} \quad V_{DS} > V'_{DS}$$

ソース・ドレイン・コンダクタンス4（強反転）

DIBLの場合、I_{DS}を以下にとすると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\frac{\mu C'_{ox}}{2\alpha}\left[V_{GS} - \hat{V}_T(V_{DS})\right]^2 \qquad V_{DS} > V'_{DS}$$

g_{sd}は、以下になる。

$$g_{sd} = \frac{W}{L}\frac{\mu C'_{ox}}{\alpha}\left[V_{GS} - \hat{V}_T(V_{DS})\right]\left(-\frac{\partial \hat{V}_T}{\partial V_{DS}}\right) = g_m \left(-\frac{\partial \hat{V}_T}{\partial V_{DS}}\right) \qquad V_{DS} > V'_{DS}$$

これからg_{sd}/g_mは、以下になる。

$$\frac{g_{sd}}{g_m} = -\frac{\partial \hat{V}_T}{\partial V_{DS}} \approx 0.5\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{ox}}\frac{t_{ox}}{L}$$

$$\hat{V}_T = V_T + \Delta V_{TL}$$

⇒「微細化による特性への影響」の資料 p. 15 参照

$$\Delta V_{TL} = -2\beta_1\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{ox}}\frac{t_{ox}}{L}\left[(\phi_0 + V_{SB}) + \beta_2 V_{DS}\right]$$

但し、$\beta_1 \approx 1$, $\beta_2 \approx 0.25$

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

ソース・ドレイン・コンダクタンス５（強反転）

ΔV_{TL}が以下の場合（擬似2次元解析）

$$\Delta V_{TL} \approx -[3(\phi_{bi} - \phi_0) + V_{DS}]e^{-L/\lambda} \quad 但し、\lambda = \sqrt{\frac{\varepsilon_s t_{ox} d_B}{\varepsilon_{ox}\beta_3}}$$

⇒「微細化による特性への影響」の資料 p. 16 参照

g_{sd}/g_mは、以下になる。

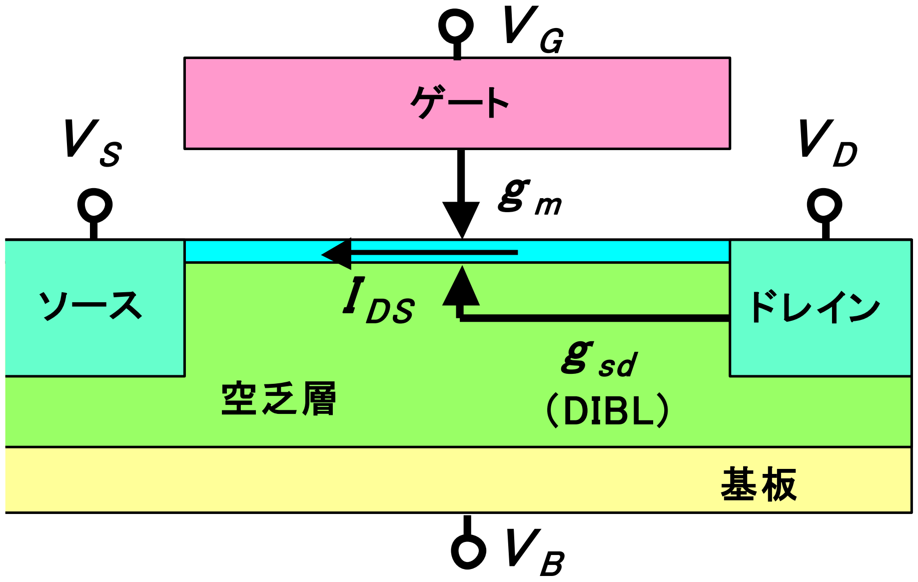
$$\frac{g_{sd}}{g_m} = -\frac{\partial \hat{V}_T}{\partial V_{DS}} \approx \exp\left[-\sqrt{\frac{\varepsilon_{ox}}{\varepsilon_s}\frac{L^2}{t_{ox}d_B}\beta_3}\right]$$

$\beta_3(\approx 1)$はフィッティング・パラメータである。

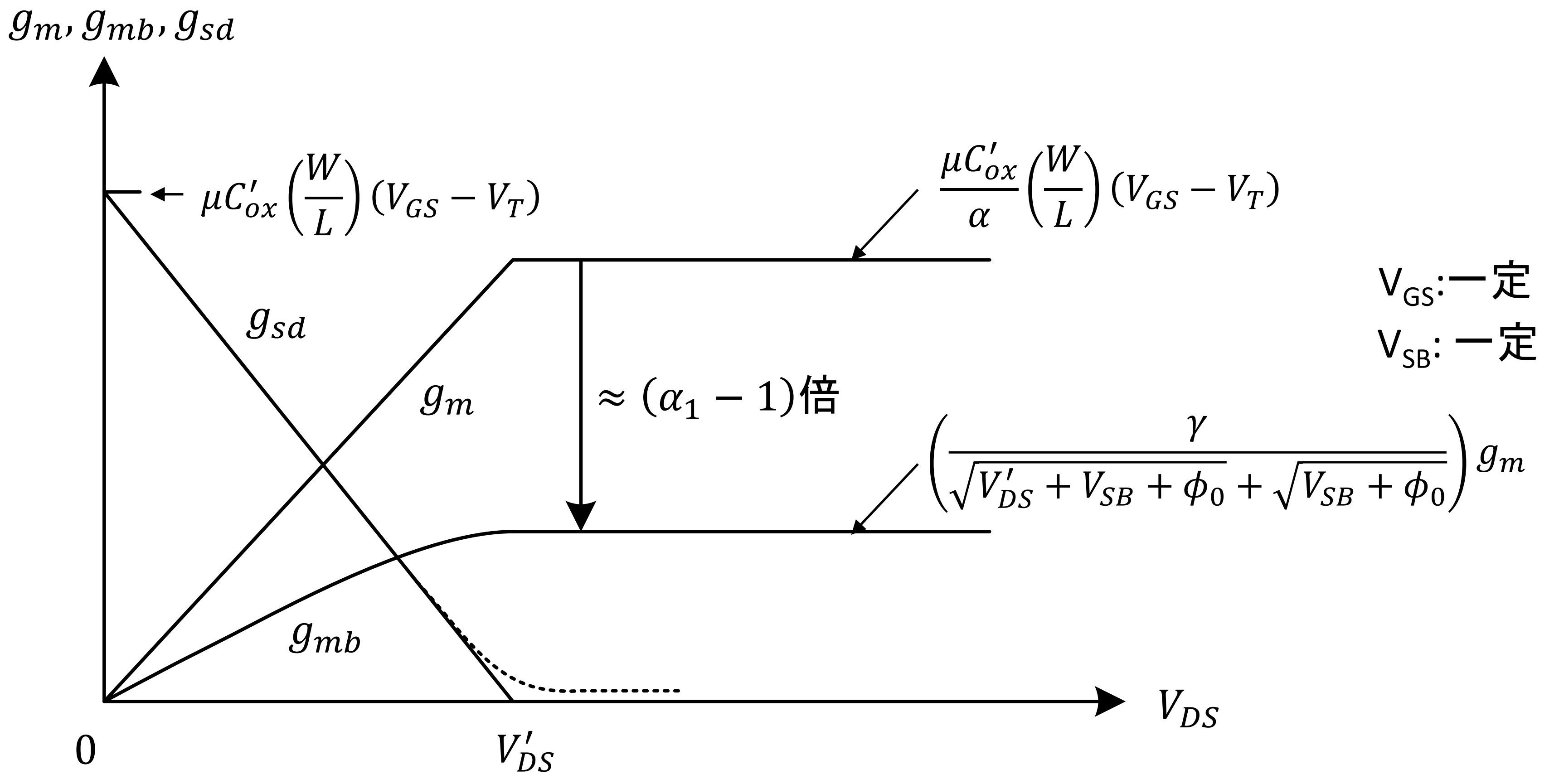
飽和領域のg_mとg_{sd}の関係

DIBLの場合

$$\frac{g_{sd}}{g_m} = -\frac{\partial \hat{V}_T}{\partial V_{DS}} \approx 0.5 \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_{ox}} \frac{t_{ox}}{L}$$



g_m, g_{mb}, g_{sd} vs. V_{DS}



V_{GS}:一定
V_{SB}: 一定

基板・ドレイン・コンダクタンス

g_{bg}: V_{GS}が上昇するにつれ正から負に変わる。
通常動作では、g_mよりかなり小さく無視できる。

⇒「微細化による特性への影響」
の資料 p. 34 参照

g_{bs}: 通常動作では、無視できる。

g_{bd}は、

$$g_{bd} = \left.\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{DB}}\right|_{V_{GB}, V_{SB}}$$

$$= \frac{I_{DB} V_i}{(V_{DS} - V'_{DS})^2}$$

← 主要項のみ

$$|I_{DB}| = |I_{DS}| K_i (V_{DS} - V'_{DS}) \exp\left(-\frac{V_i}{V_{DS} - V'_{DS}}\right)$$

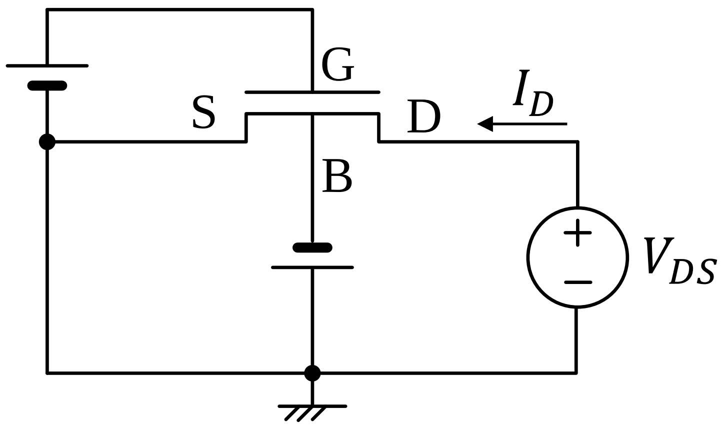
$$K_i = 1 \sim 3, \quad V_i = 10 \sim 30\ \mathrm{V}$$

となる。

出力コンダクタンス

出力コンダクタンスg_oは、以下で表される。

$$g_o = \left.\frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}}\right|_{V_{GS},V_{SB}} = g_{sd} + g_{bd}$$



基板抵抗 R_{be} がある場合、g_o は

$$g_o \approx g_{sd} + g_{mb} R_{be} g_{bd} + g_{bd}$$

となる。但し、$R_{be} \ll 1/g_{sd}$

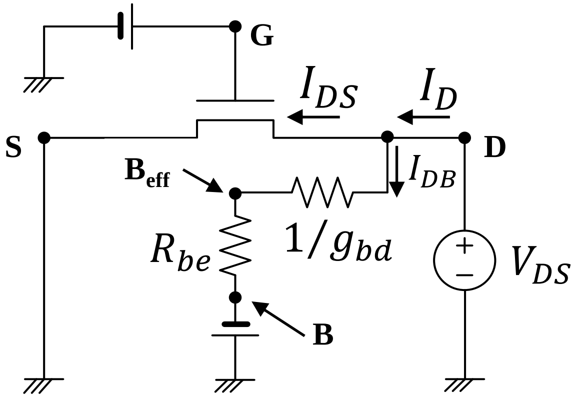
出力コンダクタンス（基板抵抗がある場合）

$$g_o = \left.\frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}}\right|_{V_{GS},V_{SB}} = \left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}}\right|_{V_{GS},V_{SB}} + \left.\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{DS}}\right|_{V_{GS},V_{SB}}$$

$$= \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{SB_{eff}}}\frac{\partial V_{SB_{eff}}}{\partial V_{DS}} + \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DB_{eff}}}\frac{\partial V_{DB_{eff}}}{\partial V_{DS}} + \frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{SB_{eff}}}\frac{\partial V_{SB_{eff}}}{\partial V_{DS}} + \frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{DB_{eff}}}\frac{\partial V_{DB_{eff}}}{\partial V_{DS}}$$

$$\cong -g_{mb}(-R_{be}g_{bd}) + g_{sd} + g_{bs}(-R_{be}g_{bd}) + g_{bd}$$

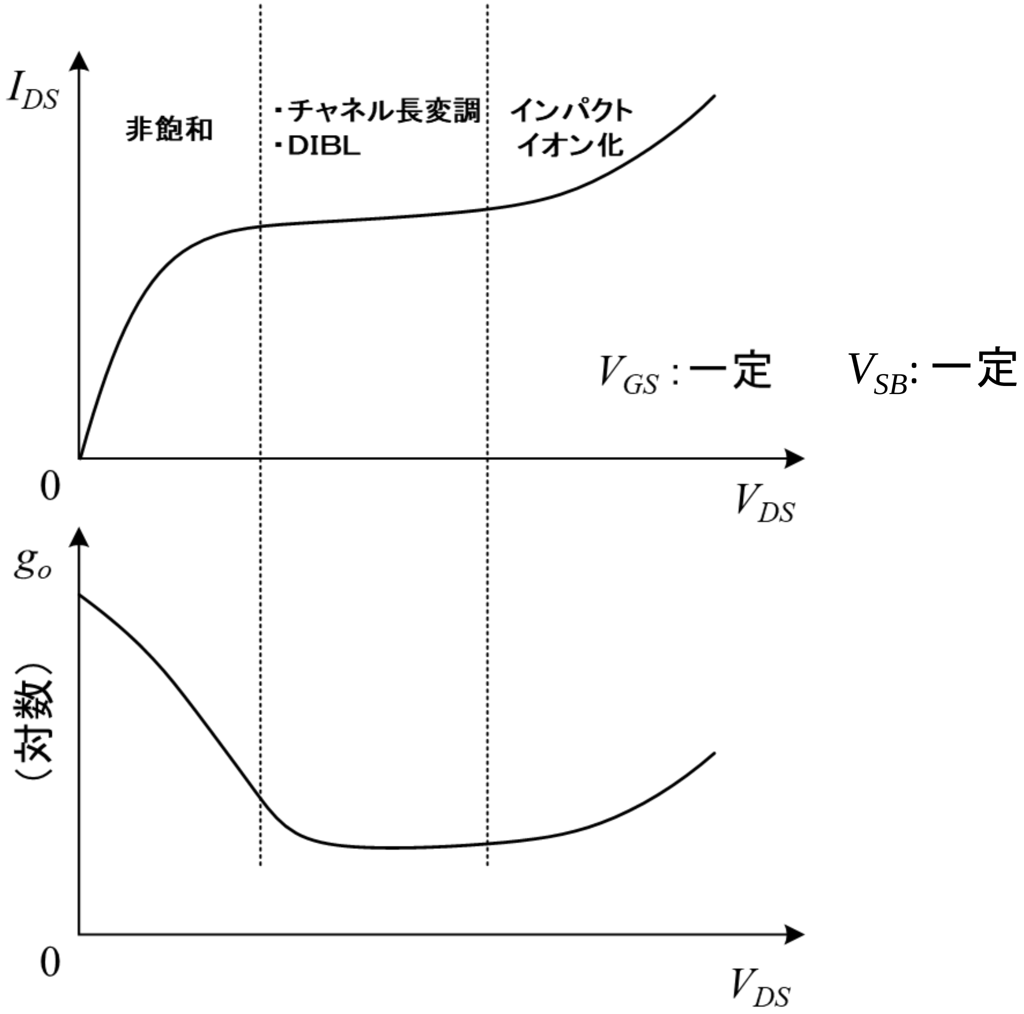
$$\approx g_{sd} + g_{mb}R_{be}g_{bd} + g_{bd}$$



$$g_{bd} = \frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{DB_{eff}}}$$

$$\frac{\partial V_{SB_{eff}}}{\partial V_{DS}} = \frac{\partial(V_{SB} - R_{be}I_{DB})}{\partial V_{DS}} = -R_{be}\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{DS}} = -R_{be}\frac{\partial I_{DB}}{\partial V_{DB}} \cong -R_{be}g_{bd}, \qquad \frac{\partial V_{DB_{eff}}}{\partial V_{DS}} \cong 1$$

出力コンダクタンスg_o vs. V_{DS}



弱反転領域のコンダクタンス1

弱反転領域でのg_mは、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} I'_M e^{(V_{GS}-V_M)/(n\phi_t)}\left(1 - e^{-V_{DS}/\phi_t}\right)$$

⇒「4端子MOSトランジスタ」の資料 p. 50 参照

$$g_m = \left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}\right|_{V_{BS},V_{DS}} = \frac{1}{n}\frac{I_{DS}}{\phi_t}$$

$$I'_M = \mu \frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}}{\phi_t}^2$$

$$V_M = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}$$

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V'_{SB}}}$$

となる。また、弱反転領域でのg_{mb}は

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu\phi_t(Q'_{IL} - Q'_{I0}) = \frac{W}{L}\hat{I}(V_{GB})\left(e^{-V_{SB}/\phi_t} - e^{-V_{DB}/\phi_t}\right)$$

但し、 $\hat{I}(V_{GB}) = \mu \frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}{\phi_t}^2 e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t}$

$$g_{mb} = \left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{BS}}\right|_{V_{GS},V_{DS}} \approx \frac{n-1}{n}\frac{I_{DS}}{\phi_t}$$

となる。ここで、$V_{GB} = V_{GS} - V_{BS}$， $V_{DB} = V_{DS} - V_{BS}$ として計算する。

弱反転領域のコンダクタンス2

g_{mb}/g_mは、以下になる。

$$\frac{g_{mb}}{g_m} \approx n-1 = \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V_{SB}}} \approx \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{ox}} \frac{t_{ox}}{d_B}$$

これは、強反転の場合と同じである。また、g_{sd}は以下になる。

$$g_{sd} = \left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}}\right|_{V_{GS},V_{BS}} = \frac{e^{-V_{DS}/\phi_t}}{1-e^{-V_{DS}/\phi_t}} \frac{I_{DS}}{\phi_t}$$

V_{DS}が大きい場合、

$$g_{sd} = \frac{I'_{DS}}{V_{AW}}, \quad V_{DS} > 5\phi_t$$

となる。V_{AW}は、強反転の場合のV_Aより通常は小さい。

全領域（弱～強反転）でのモデル1

全領域（弱～強反転）でI_{DS}は、

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu(-Q_I')\,dV$$

であるから、g_{sd}は、以下になる。

$$g_{sd} = \left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}}\right|_{V_{GS},V_{BS}} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DB}}\frac{\partial V_{DB}}{\partial V_{DS}} = \mu\frac{W}{L}(-Q_{IL}') = \mu\frac{W}{L}C_{ox}'\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_{sL} - \gamma\sqrt{\psi_{sL}}\right)$$

但し、$Q_I' = -C_{ox}'\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma\sqrt{\psi_s}\right)$

これは、長チャネルデバイスで使える。また、g_{ss}は以下になる。

$$g_{ss} = \left.\frac{\partial I_S}{\partial V_{SB}}\right|_{V_{GB},V_{DB}} = -\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{SB}} = \mu\frac{W}{L}(-Q_{I0}')$$

全領域（弱～強反転）でのモデル2

g_{ss}の飽和領域での具体形を求める。
簡単化されたチャージ・シート・モデルからの式

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu\left[\frac{1}{2nC'_{ox}}\left(Q'^2_{I0} - Q'^2_{IL}\right) + \phi_t\left(Q'_{IL} - Q'_{I0}\right)\right]$$

⇒「４端子MOSトランジスタ」
の資料 p. 17 参照（但し、α → n）

を用いる。飽和領域で、$Q'_{IL} = 0$とおき、Q'_{I0}を求める。

$$Q'_{I0} = nC'_{ox}\phi_t\left(1 - \sqrt{1 + \frac{2L}{\mu W\left(nC'_{ox}\phi_t\right)^2}nC'_{ox}I_{DS}}\right) = -\frac{2LI_{DS}}{\mu W\phi_t}\frac{1}{1 + \sqrt{1 + \frac{2L}{\mu WnC'_{ox}\phi_t^2}I_{DS}}}$$

$$g_{ss} = \mu\frac{W}{L}\left(-Q'_{I0}\right) = \frac{I_{DS}}{\phi_t}\frac{2}{1 + \sqrt{4\frac{I_{DS}}{I_Z} + 1}},\quad \text{但し、} I_Z = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}\left(2n{\phi_t}^2\right)$$

全領域（弱～強反転）でのモデル3

g_mの飽和領域での具体形を求める。
簡単化されたチャージ・シート・モデルからの式

$$I_{DS} = \frac{W}{L}\mu\left[\frac{1}{2nC'_{ox}}\left(Q'^2_{I0} - Q'^2_{IL}\right) + \phi_t\left(Q'_{IL} - Q'_{I0}\right)\right]$$

を用いる。飽和領域で、$Q'_{IL} = 0$とおくと、g_mは以下になる。

$$g_m = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} = \frac{W}{L}\mu\left(\frac{Q'_{I0}}{nC'_{ox}} - \phi_t\right)\frac{\partial Q'_{I0}}{\partial V_{GS}} \approx \frac{W}{L}\mu\frac{Q'_{I0}}{nC'_{ox}}\left(-C'_{ox}\right) = \frac{W}{L}\mu\frac{\left(-Q'_{I0}\right)}{n} = \frac{g_{ss}}{n}$$

但し、$Q'_{I0} = -C'_{ox}\left(V_{GB} - V_{FB} - \psi_{s0} - \gamma\sqrt{\psi_{s0}}\right)$,　　$g_{ss} = \mu\frac{W}{L}\left(-Q'_{I0}\right)$

全領域（弱～強反転）でのモデル4

g_{mb}の飽和領域での具体形を求める。
飽和領域では、g_{sd}はg_mやg_{mb}に比べ小さく無視できる。
(但し、長チャネルデバイスの場合)
したがって、

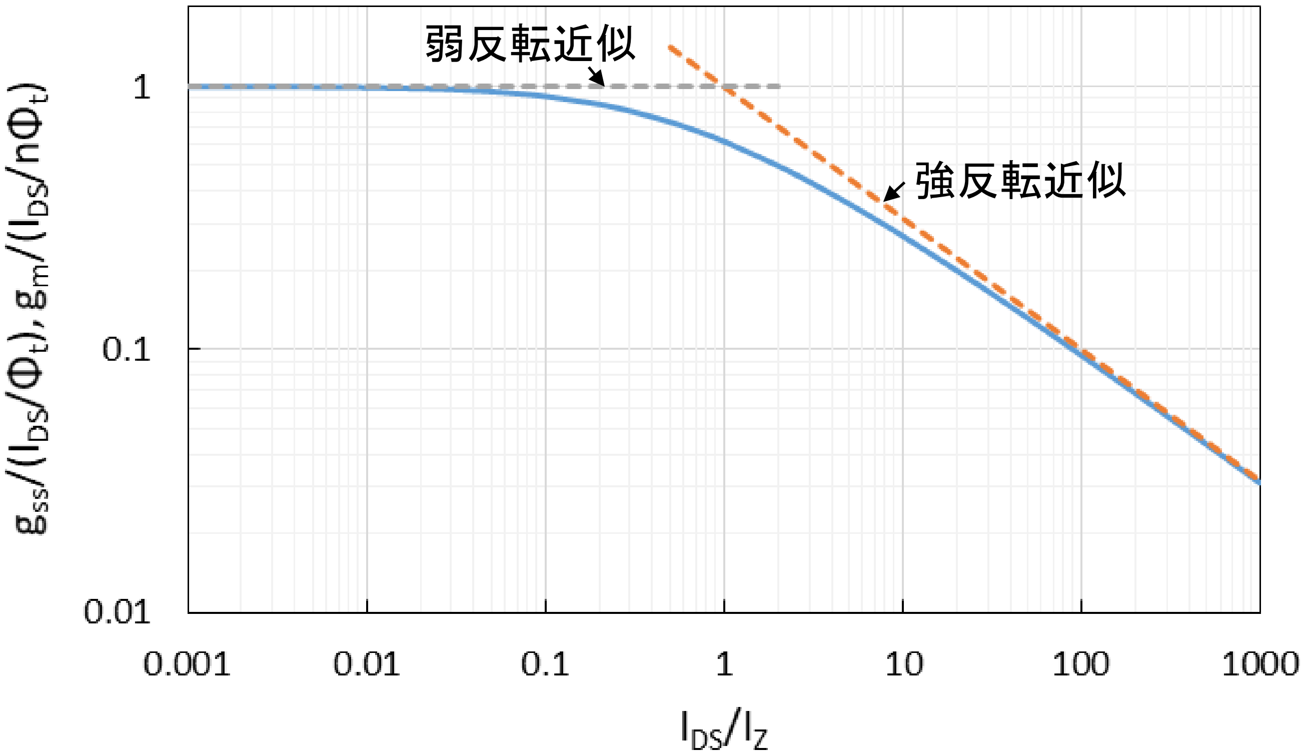
$$g_m + g_{mb} \approx g_{ss}, \quad (g_{ss} = g_m + g_{mb} + g_{sd})$$

となる。また、$g_m \approx \dfrac{g_{ss}}{n}$であるから、

$$g_{mb} \approx \frac{n-1}{n} g_{ss}$$

となる。

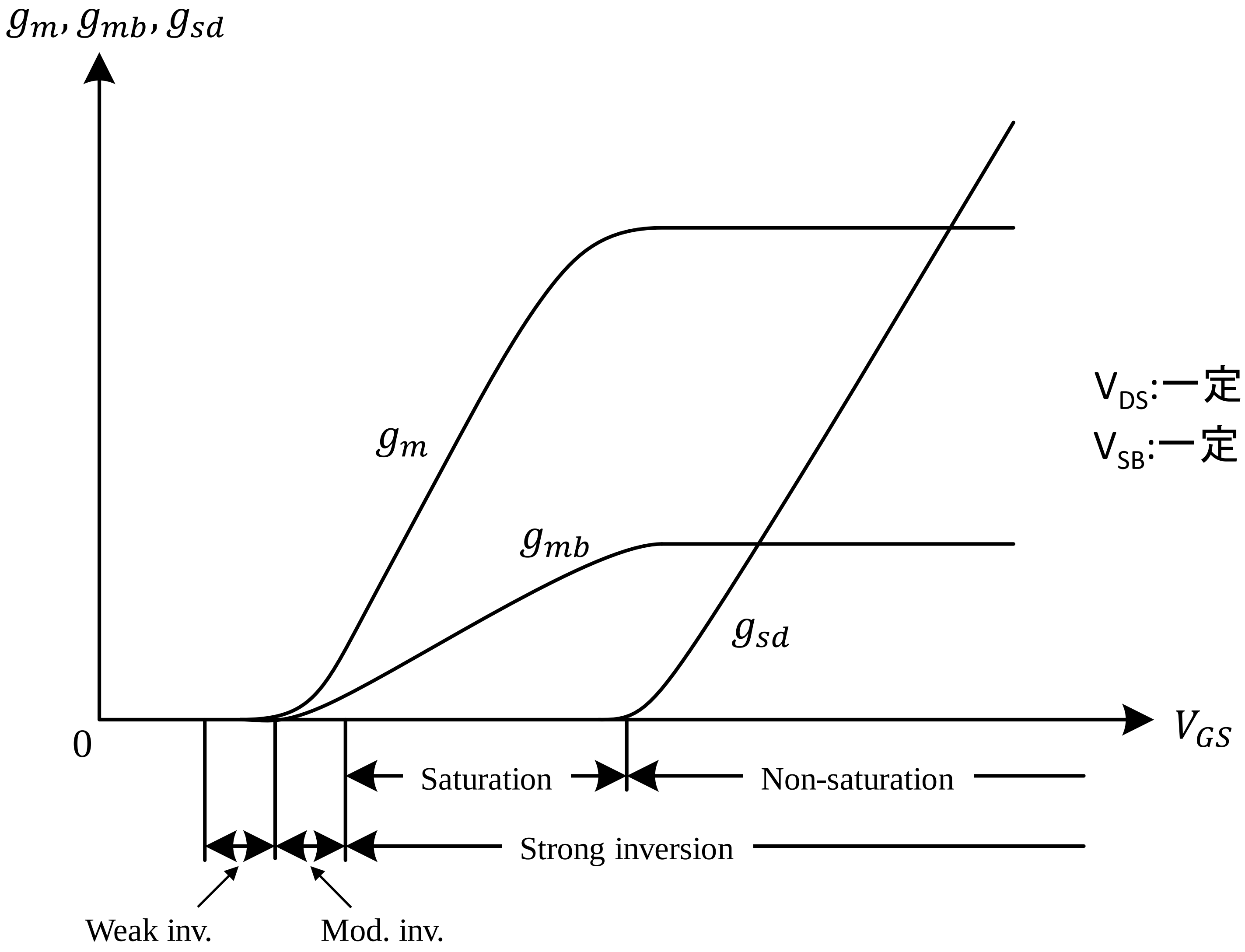
最大値で規格化された g_{ss} と g_m vs. 規格化された I_{DS}（I_{DS}/I_Z）



（飽和領域）

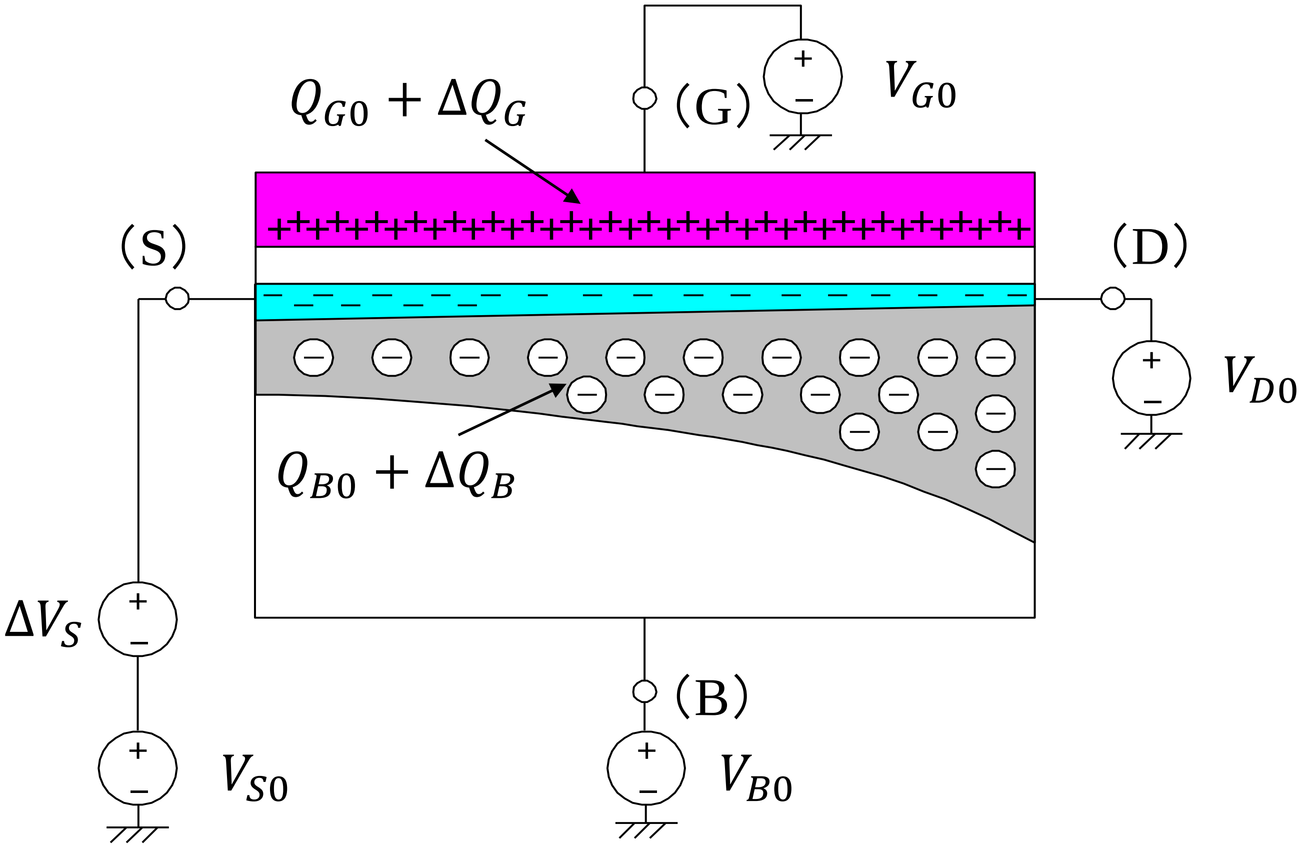
A. I. A. Cunha, et. al., “A Current-Based Model for the MOS transistor,” Proceedings 1997 International Symposium in Circuit and Systems, pp.1608-1611, Hong Kong, June 1997.

小信号g_m, g_{mb}, g_{sd} のV_{GS}依存性



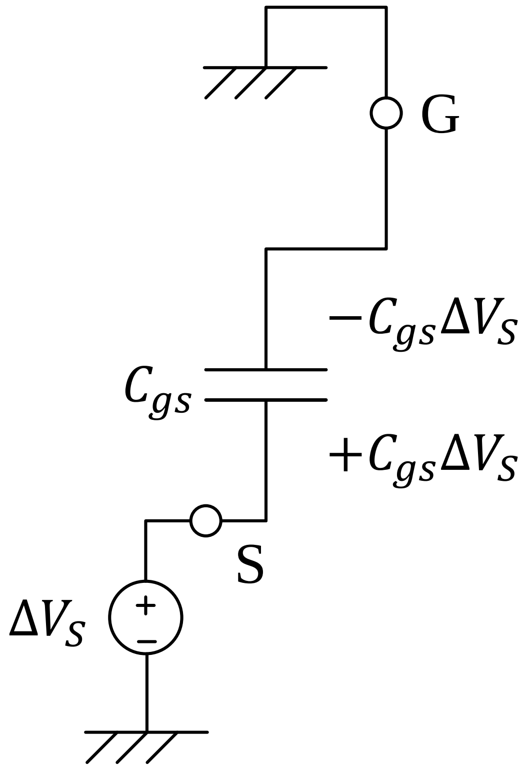
V_{DS}:一定
V_{SB}:一定

中間周波小信号による容量モデル（ソース側：C_{gs}, C_{bs}）



$$C_{gs} = -\frac{\partial Q_G}{\partial V_S}$$
$$C_{bs} = -\frac{\partial Q_B}{\partial V_S}$$

ゲート～ソース容量の意味



ゲート電荷の変化は、

$$\Delta Q_G = -C_{gs}\Delta V_S$$

であるから、

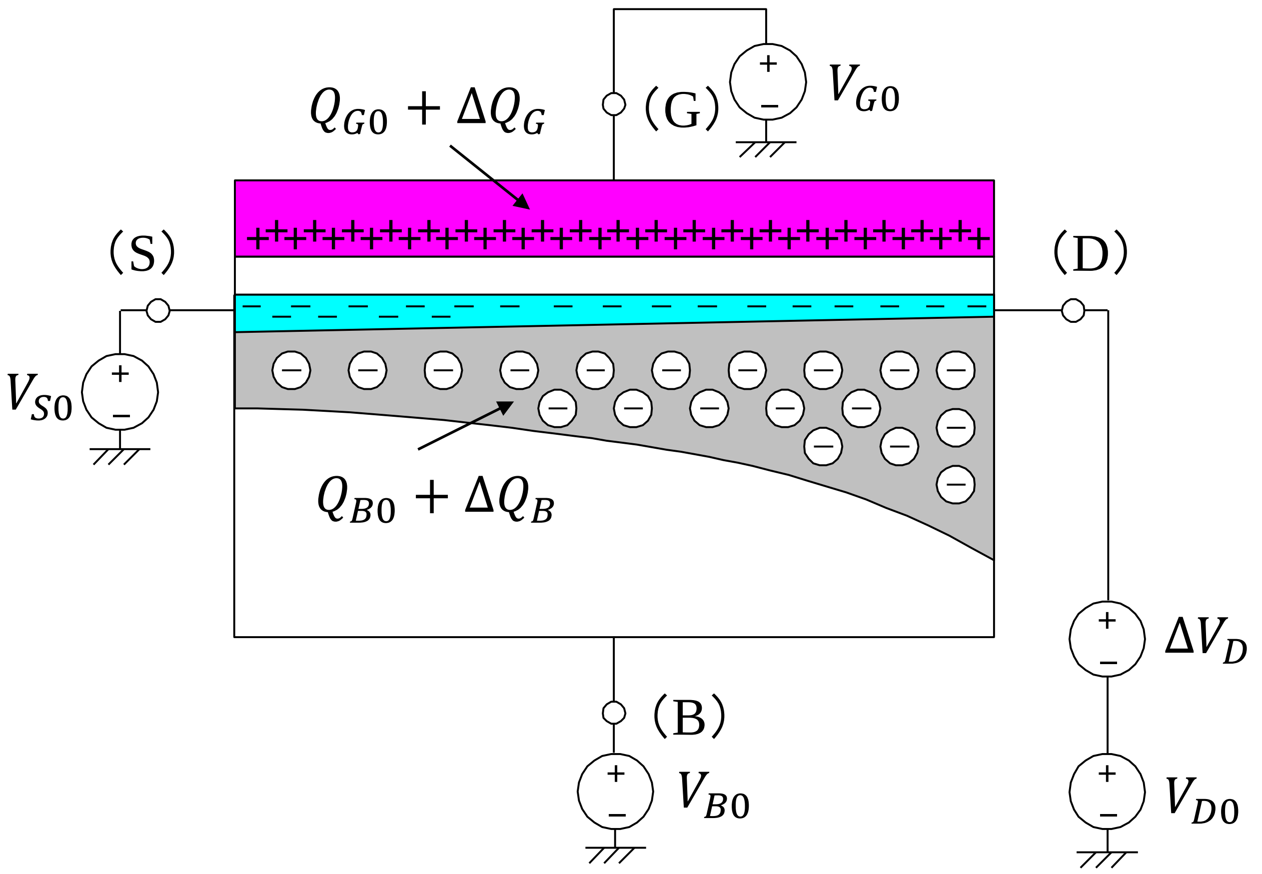
$$C_{gs} = -\Delta Q_G / \Delta V_S$$

となる。微分量では、

$$C_{gs} = -\left.\frac{\partial Q_G}{\partial V_S}\right|_{V_G, V_D, V_B}$$

となる。

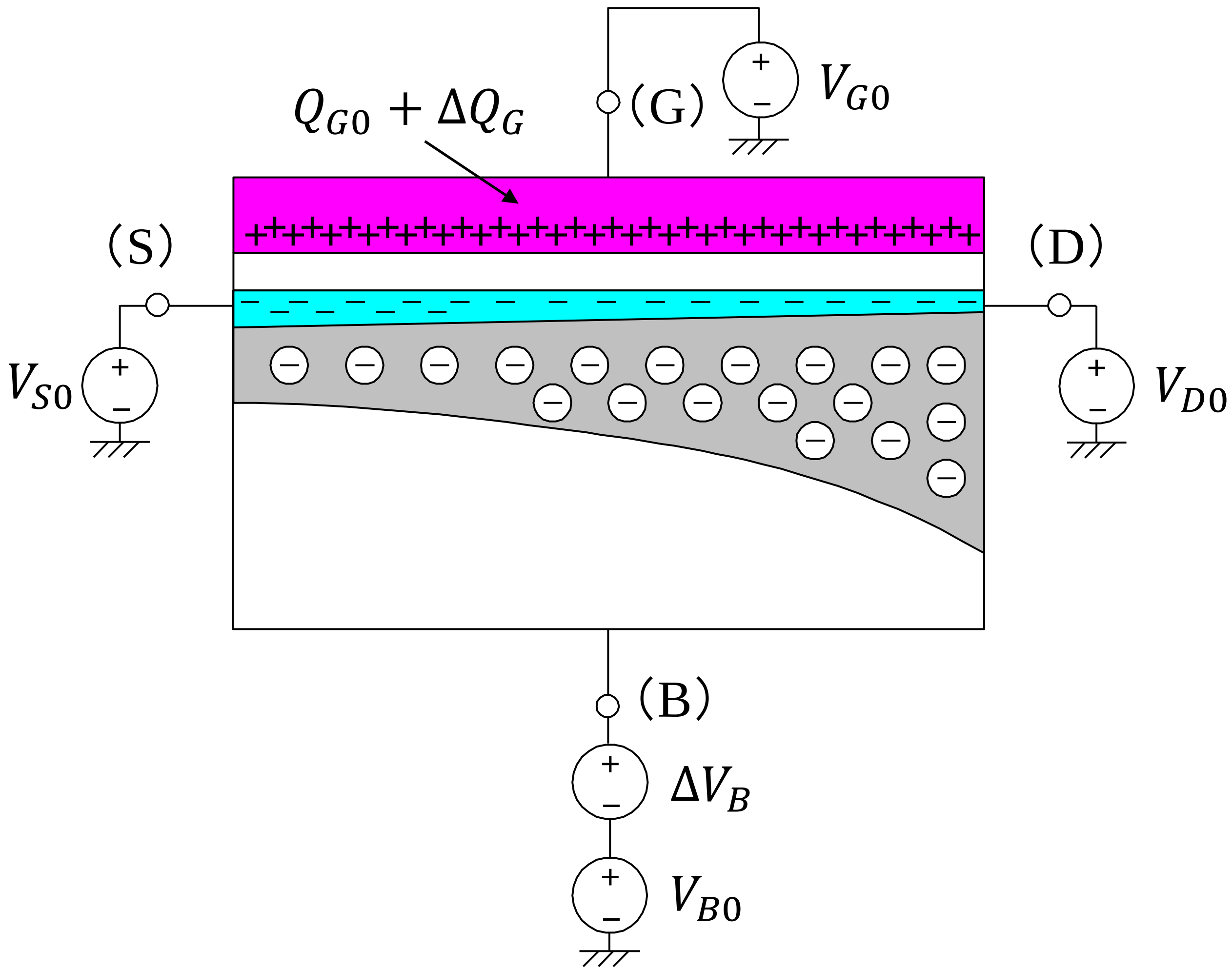
中間周波小信号による容量モデル（ドレイン側：C_{gd}, C_{bd}）



$$C_{gd} = -\frac{\partial Q_G}{\partial V_D}$$

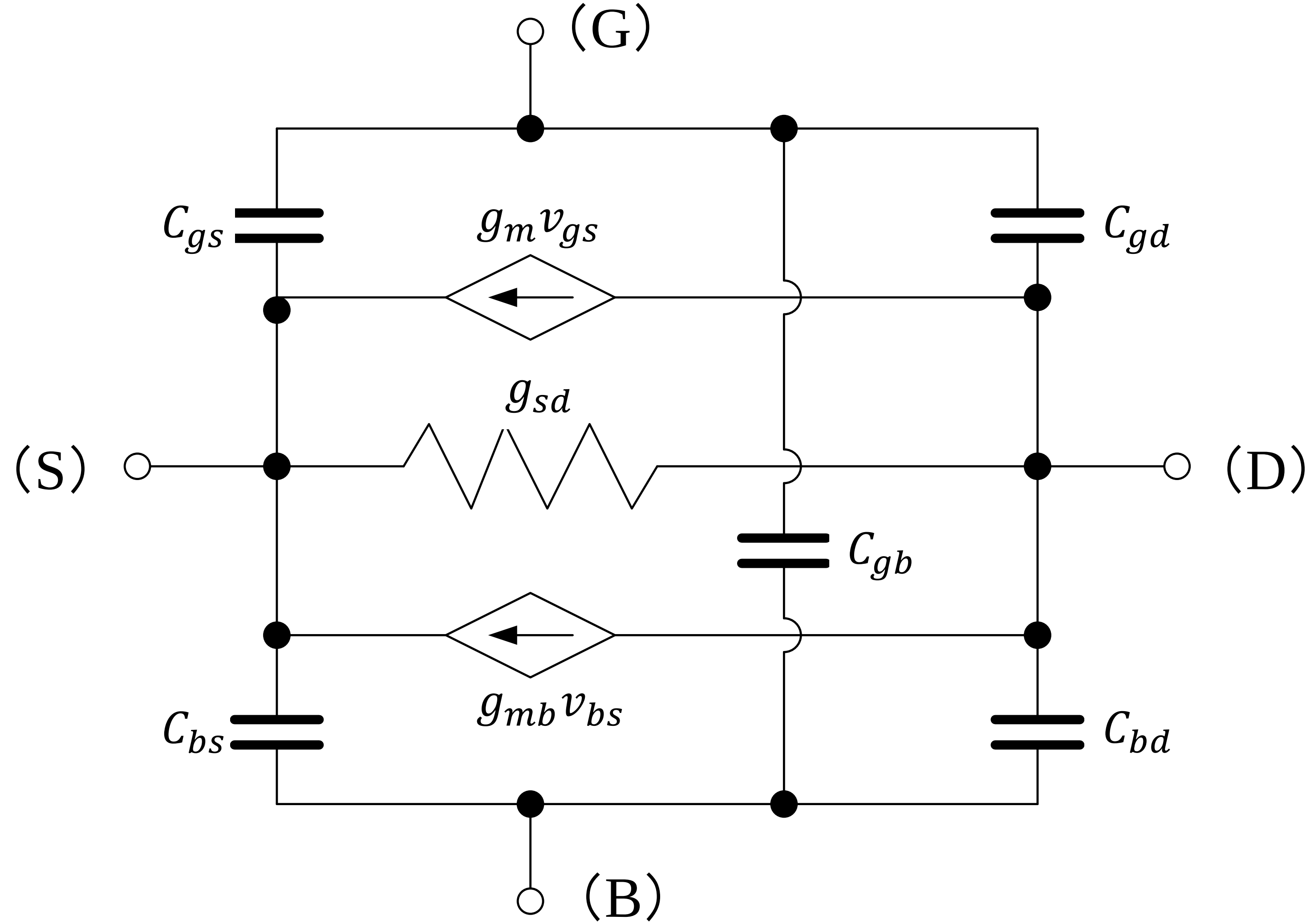
$$C_{bd} = -\frac{\partial Q_B}{\partial V_D}$$

中間周波小信号による容量モデル(基板側: C_{gb})



$$C_{gb} = -\frac{\partial Q_G}{\partial V_B}$$

MOSトランジスタ小信号等価回路（簡易版）



強反転での各容量計算（条件）

強反転電流式：簡単化されたソース参照モデル

Q_BとQ_Gの表現

$$Q_B = -WLC'_{ox}\left[\gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\alpha - 1}{\alpha}(V_{GS} - V_T)\left(1 - \frac{2}{3}\frac{1+\eta+\eta^2}{1+\eta}\right)\right]$$

$$Q_G = WLC'_{ox}\left[\frac{V_{GS} - V_T}{\alpha}\left(\alpha - 1 + \frac{2}{3}\frac{1+\eta+\eta^2}{1+\eta}\right) + \gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}\right] - Q_o$$

⇒「QS (Quasi Static) 動作」の資料 p. 20参照

仮定1： $\alpha \quad \Rightarrow \alpha_1 = 1 + \dfrac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}} = 1 + \dfrac{dV_T}{dV_{SB}}$

仮定2： α_1のV_SとV_Bの微分は無視（α_1：定数）

⇒ V_{SB}が大きく、V_{DS}が小さい場合成立

強反転領域での容量計算（ C_{bs} の導出）

$$
\begin{aligned}
C_{bs} &= -\frac{\partial Q_B}{\partial V_S} \\
&= C_{ox}\left\{\frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}} + \frac{\partial}{\partial V_S}\left[\frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_1}(V_{GS} - V_T)\left(1 - \frac{2}{3}\frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta}\right)\right]\right\} \\
&= C_{ox}(\alpha_1 - 1)\left\{1 + \frac{1}{\alpha_1}\frac{\partial}{\partial V_S}\left[(V_{GS} - V_T)\left(1 - \frac{2}{3}\frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta}\right)\right]\right\}
\end{aligned}
$$

ここで、

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial V_S}\left[(V_{GS} - V_T)\left(1 - \frac{2}{3}\frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta}\right)\right] \\
&\qquad = \left(-1 - \frac{\partial V_T}{\partial V_S}\right)\left(1 - \frac{2}{3}\frac{1+\eta+\eta^2}{1+\eta}\right) - \frac{2}{3}(V_{GS} - V_T)\frac{\partial}{\partial V_S}\left(\frac{1+\eta+\eta^2}{1+\eta}\right) \\
&\qquad = -\alpha_1\left(1 - \frac{2}{3}\frac{1+\eta+\eta^2}{1+\eta}\right) - \frac{2}{3}\alpha_1\frac{\eta\left(2\eta+\eta^2\right)}{(1+\eta)^2}
\end{aligned}
$$

強反転領域での容量 C_{bs}

したがって、C_{bs}は以下になる。

$$C_{bs} = (\alpha_1 - 1)C_{ox}\frac{2(1+2\eta)}{3(1+\eta)^2} = (\alpha_1 - 1)C_{gs}$$

ここで、

$$(\alpha_1 - 1)C_{ox} = \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}C'_{ox}WL = \frac{\sqrt{2q\varepsilon_S N_A}}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}WL$$
$$= C'_{bc}(V_{SB})WL$$ （C'_{bc}は、チャネル～基板間容量）

したがって、以下の関係がある。

$$\frac{C_{bs}}{C_{gs}} \approx \frac{C'_{bc}(V_{SB})}{C'_{ox}} = \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1$$ （V_{SB}が大きく、V_{DS}が小さい場合）

強反転領域での容量

$$C_{gs} = -\left.\frac{\partial Q_G}{\partial V_S}\right|_{V_G,V_D,V_B} = C_{ox}\frac{2(1+2\eta)}{3(1+\eta)^2}$$

$$C_{bs} = -\left.\frac{\partial Q_B}{\partial V_S}\right|_{V_G,V_D,V_B} = (\alpha_1 - 1)C_{ox}\frac{2(1+2\eta)}{3(1+\eta)^2} = (\alpha_1 - 1)C_{gs}$$

ソース側容量

$$C_{gd} = -\left.\frac{\partial Q_G}{\partial V_D}\right|_{V_G,V_S,V_B} = C_{ox}\frac{2(\eta^2+2\eta)}{3(1+\eta)^2}$$

$$C_{bd} = -\left.\frac{\partial Q_B}{\partial V_D}\right|_{V_G,V_S,V_B} = (\alpha_1 - 1)C_{ox}\frac{2(\eta^2+2\eta)}{3(1+\eta)^2} = (\alpha_1 - 1)C_{gd}$$

ドレイン側容量

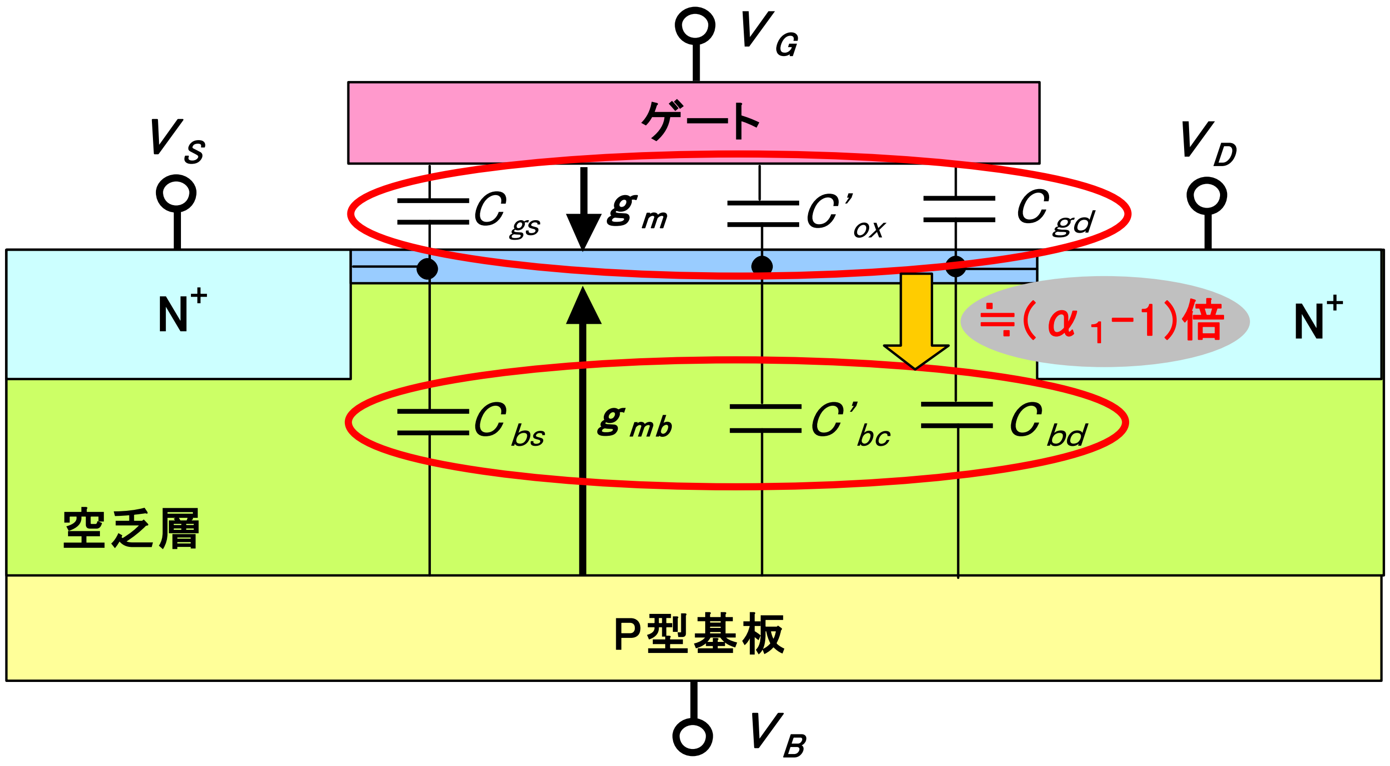
$$C_{gb} = -\left.\frac{\partial Q_G}{\partial V_B}\right|_{V_G,V_S,V_D} = \frac{\alpha_1 - 1}{3\alpha_1}C_{ox}\left(\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)^2$$

ゲート～基板間容量

強反転領域での各容量の関係

V_{DS}またはV_{GS}が小さい場合

$$\frac{C_{bs}}{C_{gs}} \approx \frac{C_{bd}}{C_{gd}} \approx \frac{C'_{bc}(V_{SB})}{C'_{ox}} \approx \frac{g_{mb}}{g_m} \approx \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1 \approx n - 1$$



強反転領域での容量の精度

C_{gs}とC_{gd}は全てのV_{DS}で精度は良い。

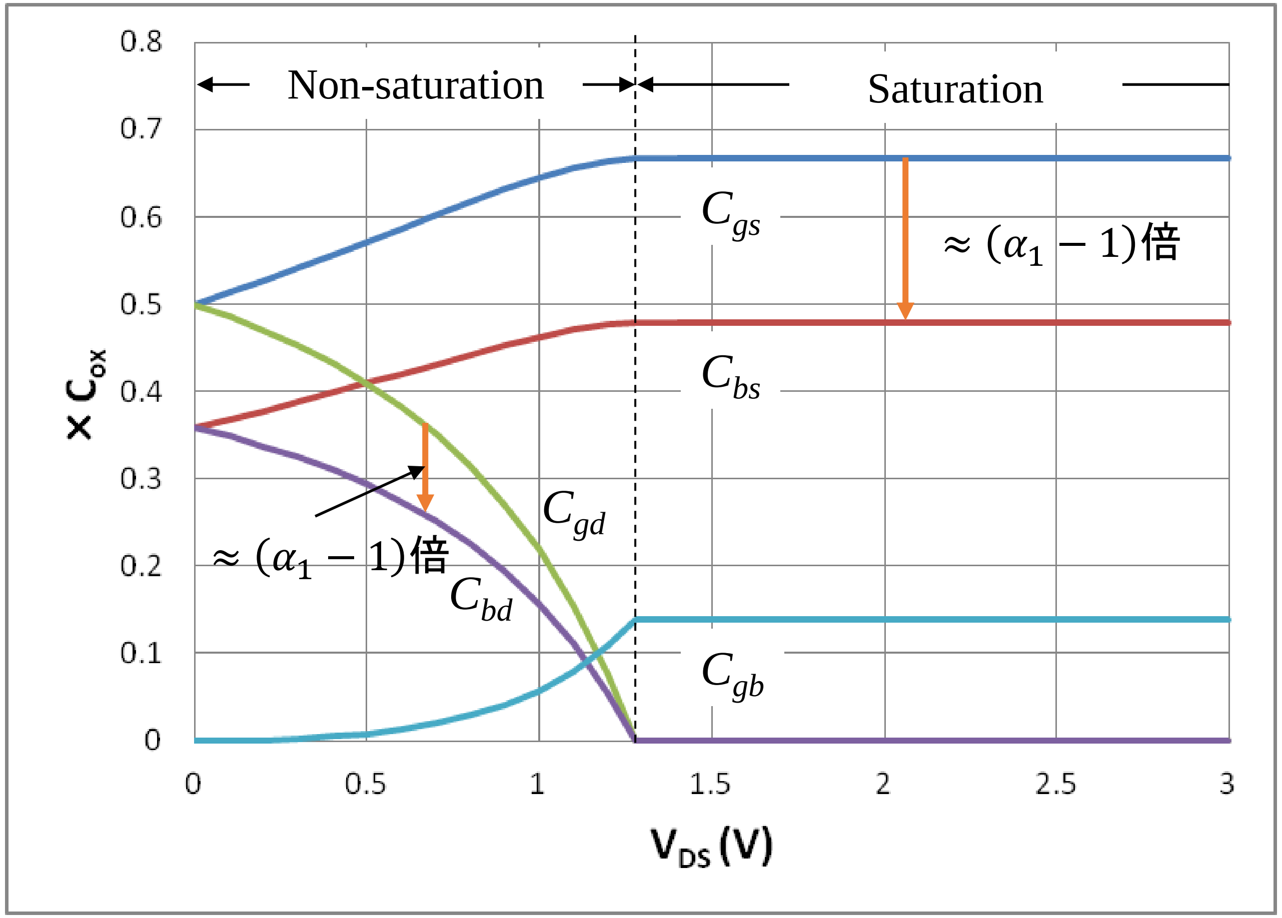
C_{bs}、C_{bd}、C_{gb}は$V_{DS} = 0$で正確である。
（V_{GS}とV_{DS}が大きく、V_{SB}が小さい場合精度が良くない。）

C_{bs}、C_{bd}、C_{gb}に関しもっと精度を要求する場合、α_1を以下のα_5に変える。

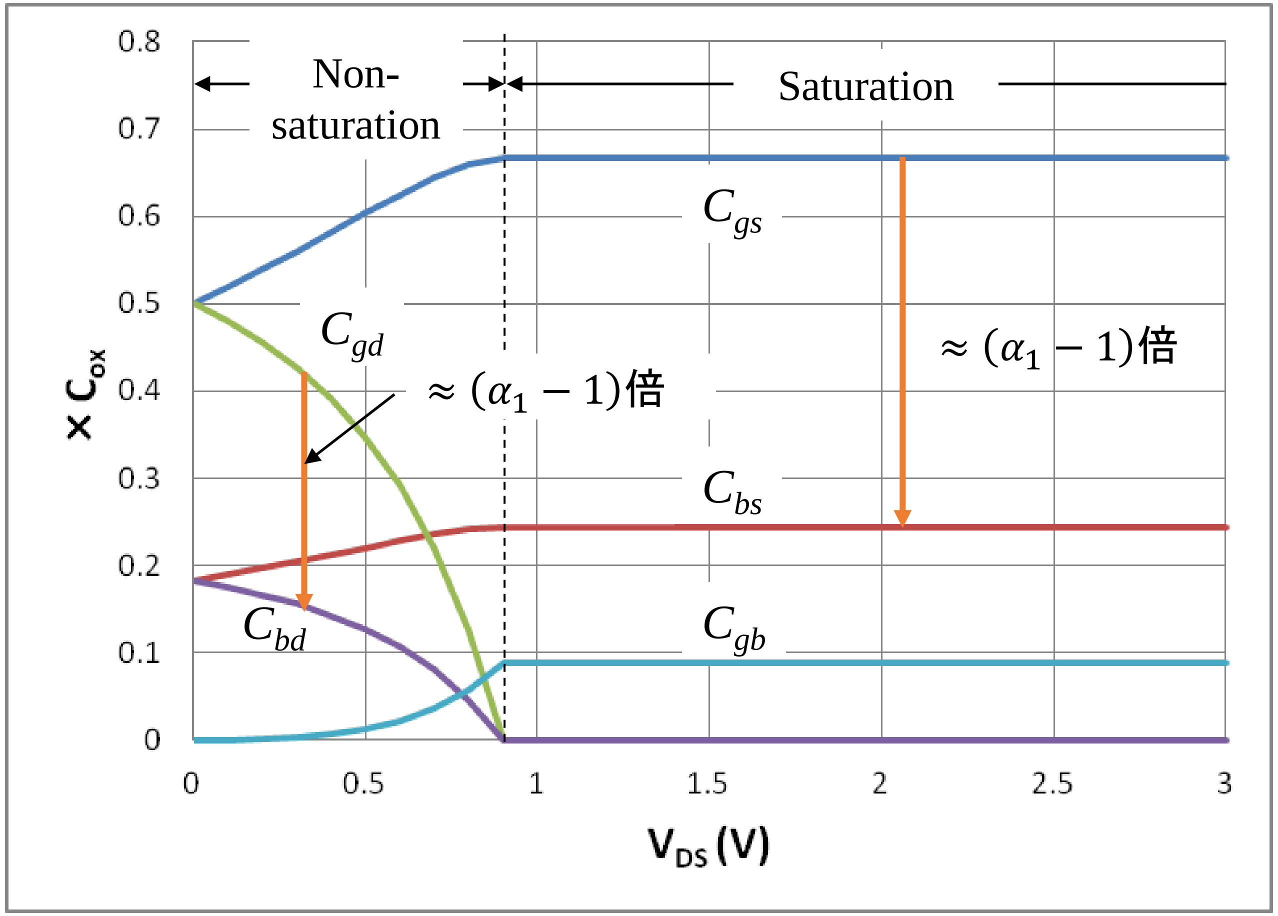
$$\alpha_5 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB} + k_c V'_{DS}(1-\alpha)}}$$

C_{gb}の場合: $k_c = 1,$　C_{bs}とC_{bd}の場合: $k_c = 0.1$〜0.2

小信号容量 vs. V_{DS} (V_{SB}=0)



小信号容量 vs. V_{DS} (V_{SB}=2V)



非飽和及び飽和領域での各容量

非飽和領域での容量： $\eta = 1,\ V_{DS} = 0$

$$C_{gs} = C_{gd} = \frac{C_{ox}}{2}$$

ｹﾞｰﾄ側容量

$$C_{bs} = C_{bd} = (\alpha_1 - 1)\frac{C_{ox}}{2} = \frac{1}{2}C'_{bc}(V_{SB})WL$$

基板側容量

$C_{gb} = 0$ $\Rightarrow$（反転層のｼｰﾙﾄﾞによる）　ｹﾞｰﾄ～基板間容量

飽和領域での容量： $\eta = 0,\ V_{DS} > V'_{DS}$

$$\left.\begin{aligned} C_{gs} &= \frac{2}{3}C_{ox} \\ C_{bs} &= \frac{2}{3}(\alpha_1 - 1)C_{ox} \end{aligned}\right\}$$

ｿｰｽ側容量

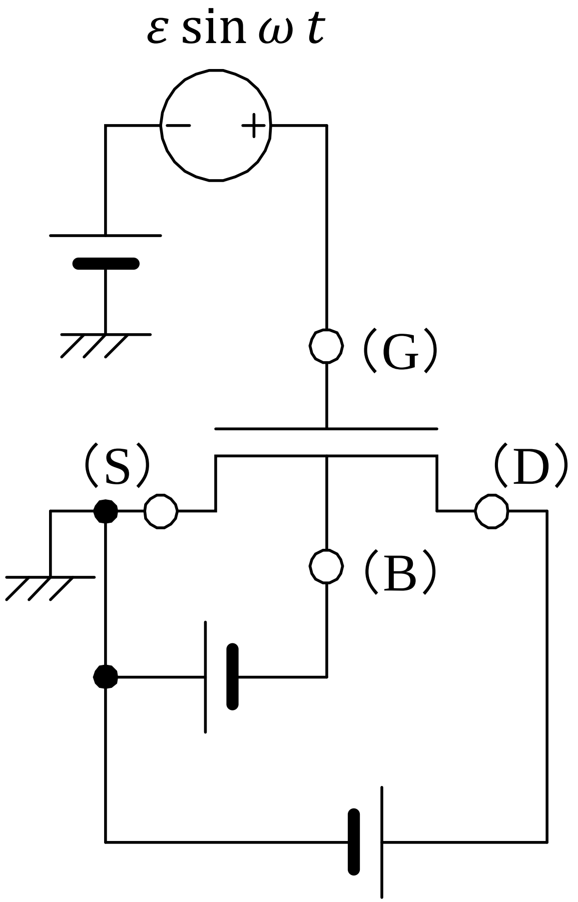
$$C_{gd} = C_{bd} = 0$$

ﾄﾞﾚｲﾝ側容量

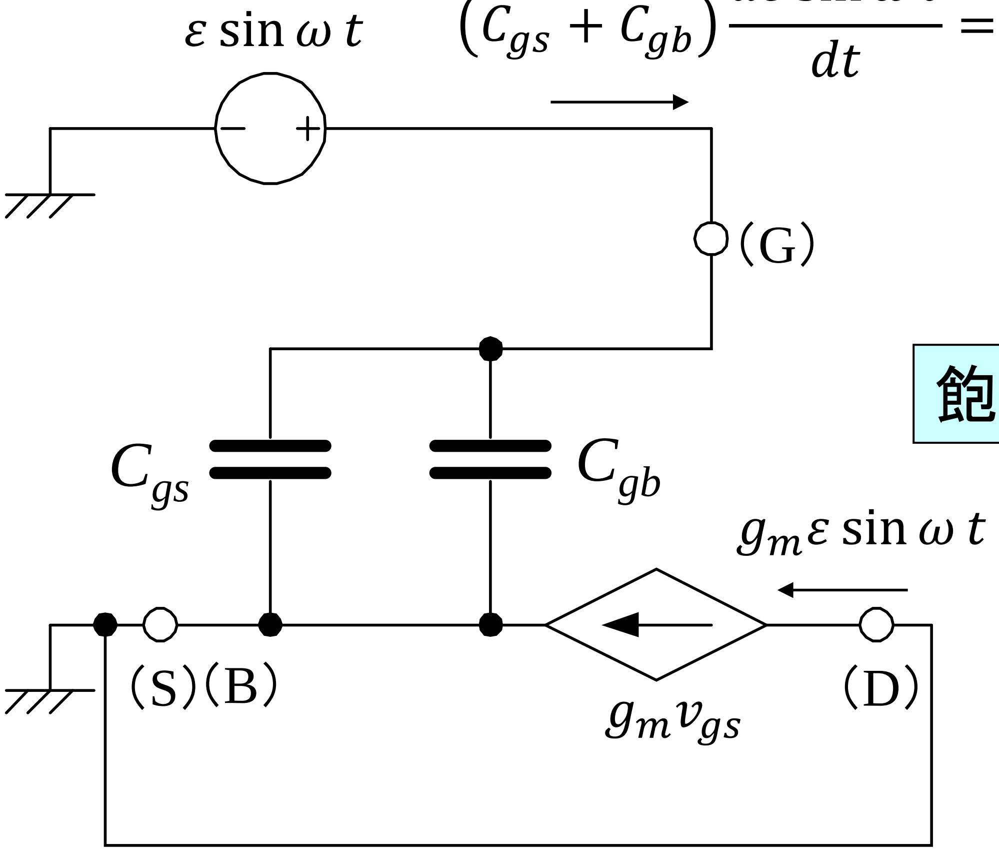
$$C_{gb} = \frac{\alpha_1 - 1}{3\alpha_1}C_{ox}$$

ｹﾞｰﾄ～基板間容量

ゲートへの小信号印加等価回路



$$\left(C_{gs}+C_{gb}\right)\frac{d\varepsilon \sin \omega\, t}{dt}=\omega\left(C_{gs}+C_{gb}\right)\varepsilon \cos \omega\, t$$



飽和領域で動作

真性トランジション周波数

- 短絡回路電流利得

  |小信号ドレイン電流|/|小信号ゲート電流|

$$a_i = \frac{g_m}{\omega(C_{gs} + C_{gb})}$$

- 真性トランジション周波数（カットオフ周波数）:　$a_i = 1$

$$\omega_{Ti} = \frac{g_m}{C_{gs} + C_{gb}} \approx \frac{g_m}{C_{gs}} = \frac{3}{2}\frac{\mu(V_{GS} - V_T)}{\alpha L^2} = \frac{3}{2}\omega_0 \qquad \omega_0 = \frac{\mu(V_{GS} - V_T)}{\alpha L^2}$$

飽和領域（強反転）：速度飽和のない場合

弱反転、空乏及び蓄積領域での容量

弱反転領域でのC_{gb}は

$$Q_G \approx -Q_B - Q_o,\ Q_B = -WLC'_{ox}\gamma\left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}\right)$$

から、以下になる。

$$C_{gb} = C_{ox}\frac{\gamma}{2\sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}}$$

また、

$$C_{gd} \approx C_{gs} \approx C_{bd} \approx C_{bs} \approx 0$$

である。弱反転での真性カットオフ周波数は

$$\omega_{Ti} \approx \frac{g_m}{C_{gb}} = \frac{\mu\phi_t}{L^2}\frac{I_{DS}}{I_M} \qquad V_{DS} > 5\phi_t$$

となる。　　I_M: 弱反転領域の最大電流

空乏領域でのC_{gb}は、弱反転領域と同じになり、

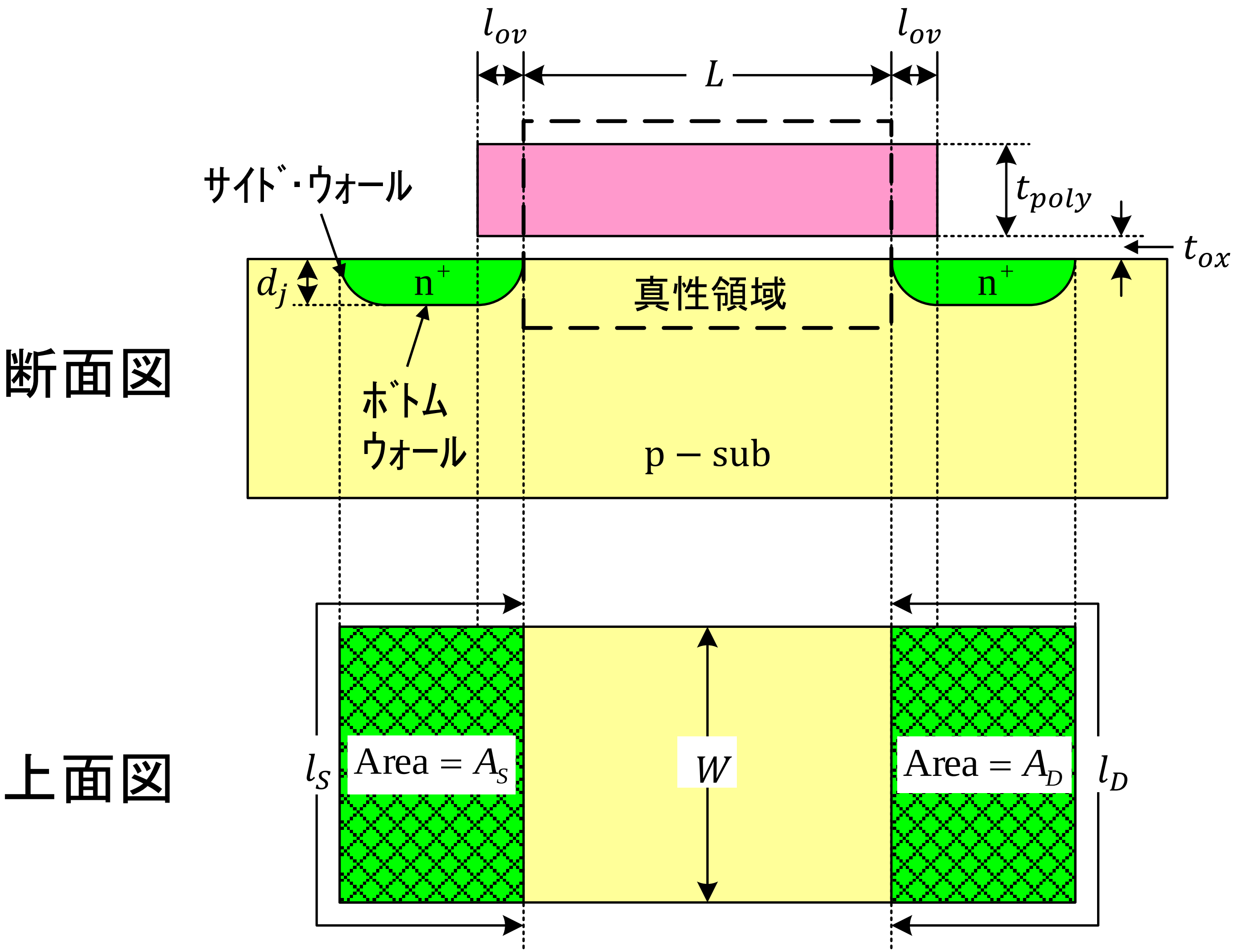
$$C_{gb} = C_{ox}\frac{\gamma}{2\sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}}$$

となる。また、蓄積領域でのC_{gb}は、

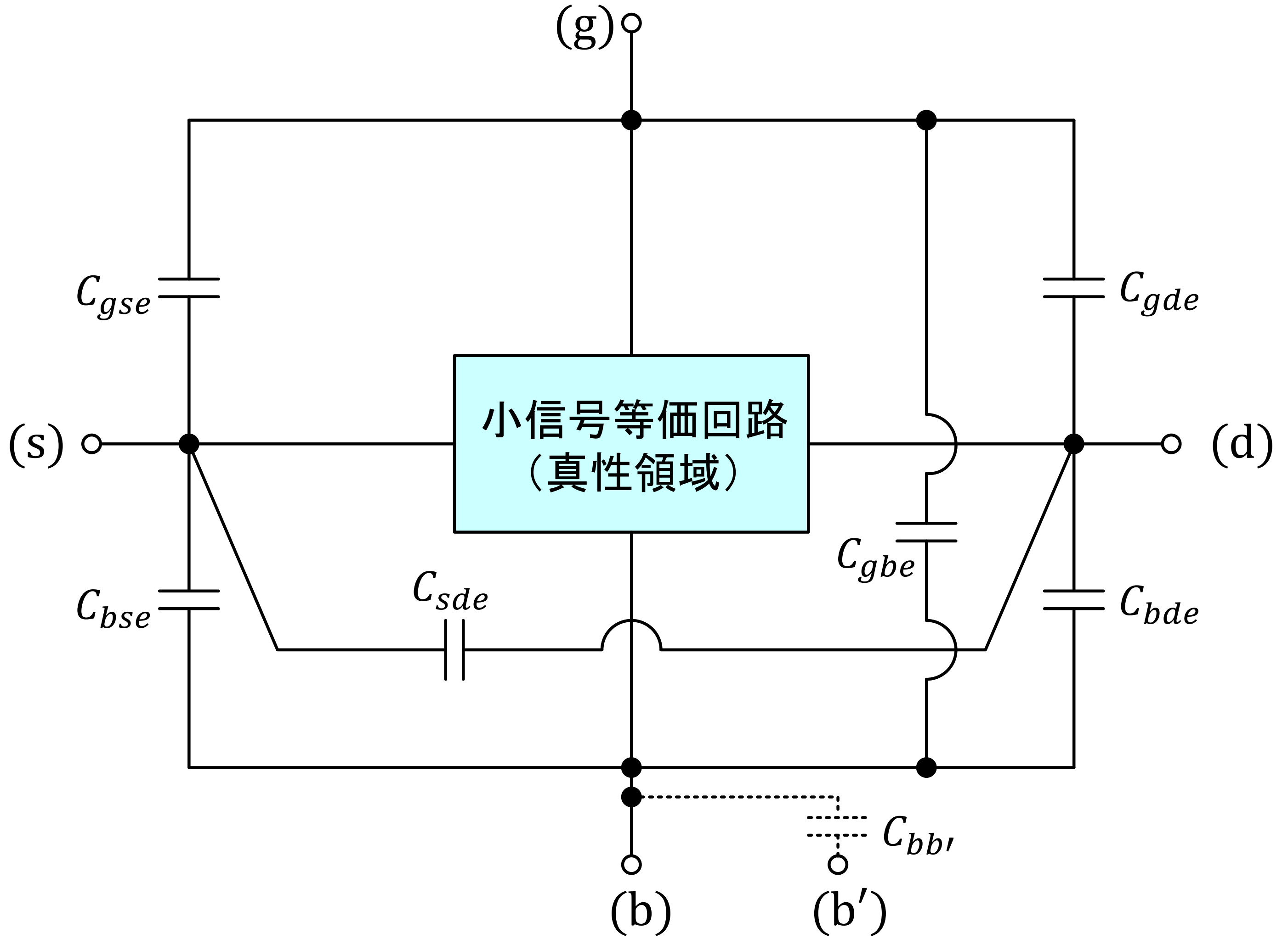
$$C_{gb} \approx C_{ox}$$

となる。

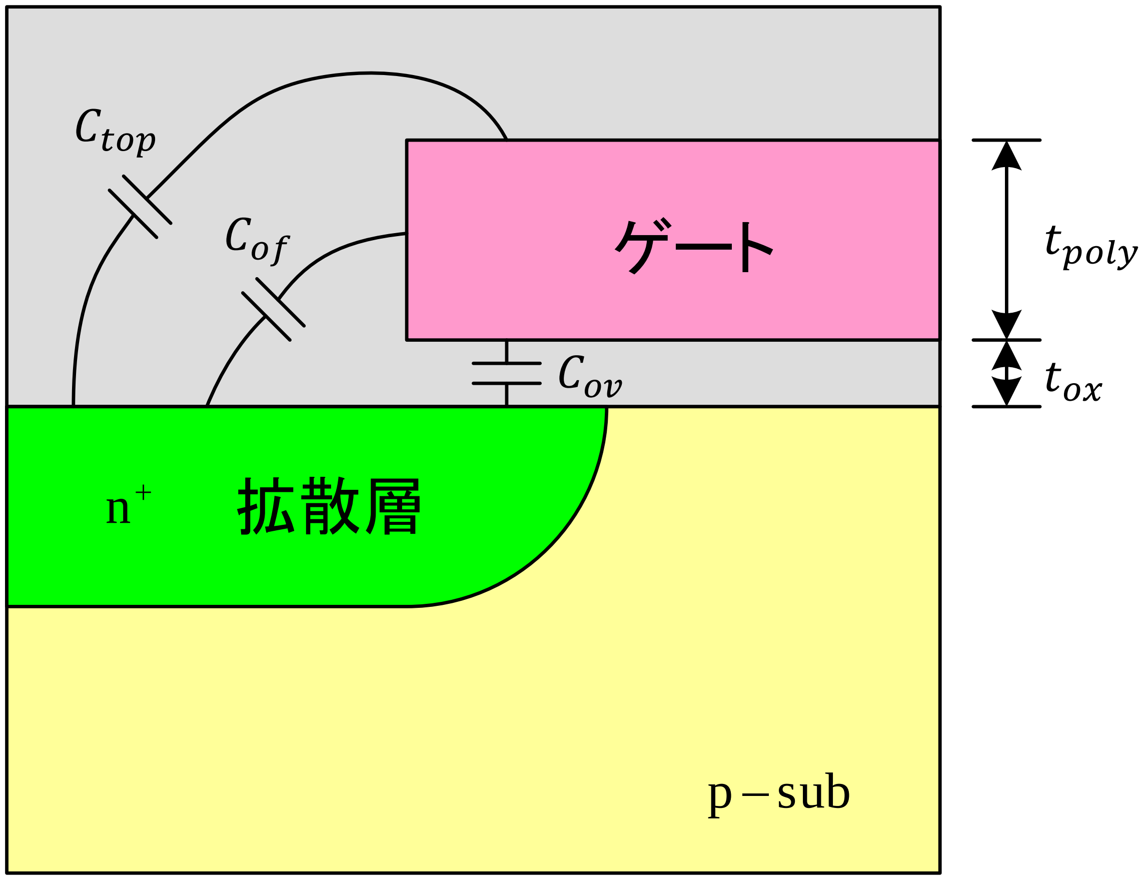
MOSトランジスタ断面図と上面図



外部要因を取り込んだ小信号モデル



ゲート～拡散層間容量



外部要因の容量1

外部要因のゲート容量C_{gse}とC_{gde}は

$$C_{gse} = C_{gde} = WC_o'' = W\left(l_{ov}C_{ox}' + \frac{2}{\pi}\varepsilon_{ox}\ln\left(1 + \frac{t_{poly}}{t_{ox}}\right) + C_{top}''\right)$$

となる。ここで、

l_{ov}: オーバーラップ長さ、
t_{poly}: ゲートポリシリコンの厚み
C_{top}'': ゲートのトップからの寄与（全体の約10%）

である。また、外部要因のゲート～基板間容量C_{gbe}は

$$C_{gbe} = 2LC_{ob}''$$

となる。ここで、C_{ob}''はチャネルに沿うフリンジ容量である。

外部要因の容量2

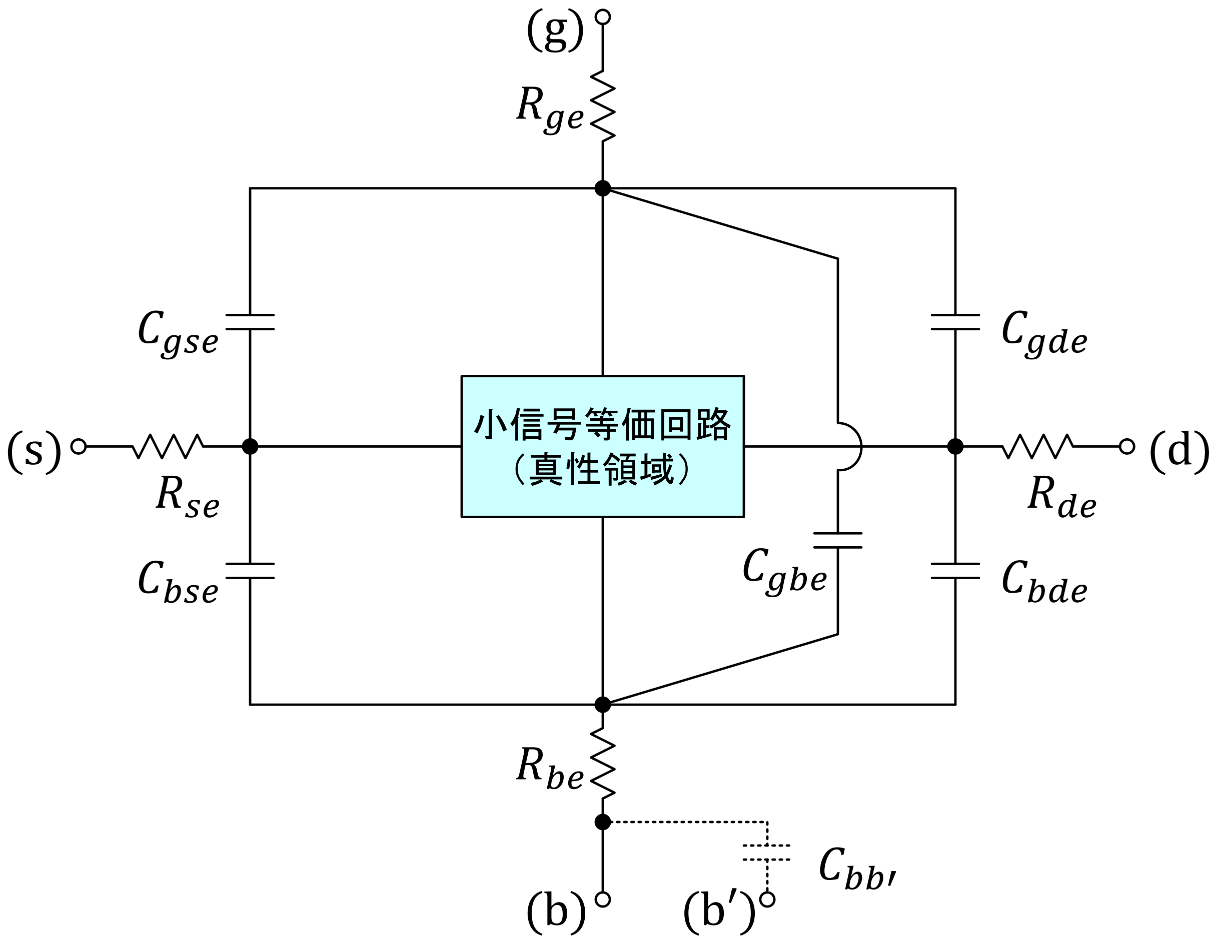
ソース～基板間接合容量C_{bse},ドレイン～基板間接合容量C_{bde},
ウエル～基板間容量$C_{bb'}$は、以下で表される。

$$C_{bse} = A_S C'_{js} + l_S C''_{jsf} + W C''_{jsc}$$
$$C_{bde} = A_D C'_{jd} + l_D C''_{jdf} + W C''_{jdc}$$
$$C_{bb'} = A_W C'_{jW} + l_W C''_{jW}$$

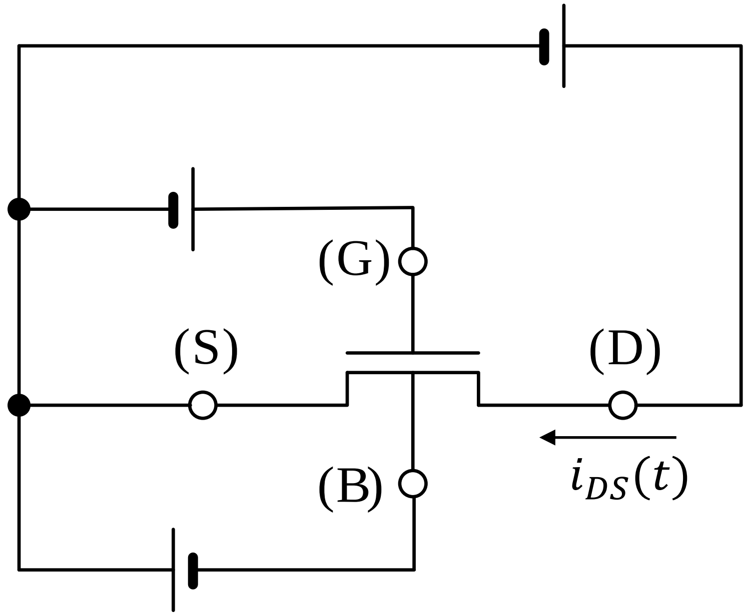
C'_{js}:ソース・ボトムの単位面積当りの接合容量
C'_{jd}:ドレイン・ボトムの単位面積当りの接合容量
C''_{jsf}:ソース外側の単位長さ当りのサイド・ウォール容量
C''_{jsc}:ソース内側（チャネル側）の単位長さ当りのサイド・ウォール容量
C''_{jdf}:ドレイン外側の単位長さ当りのサイド・ウォール容量
C''_{jdc}:ドレイン内側（チャネル側）の単位長さ当りのサイド・ウォール容量
C'_{jW}: ウエル・ボトムの単位面積当りの容量
C''_{jW}: ウエル側壁の単位長さ当りの容量

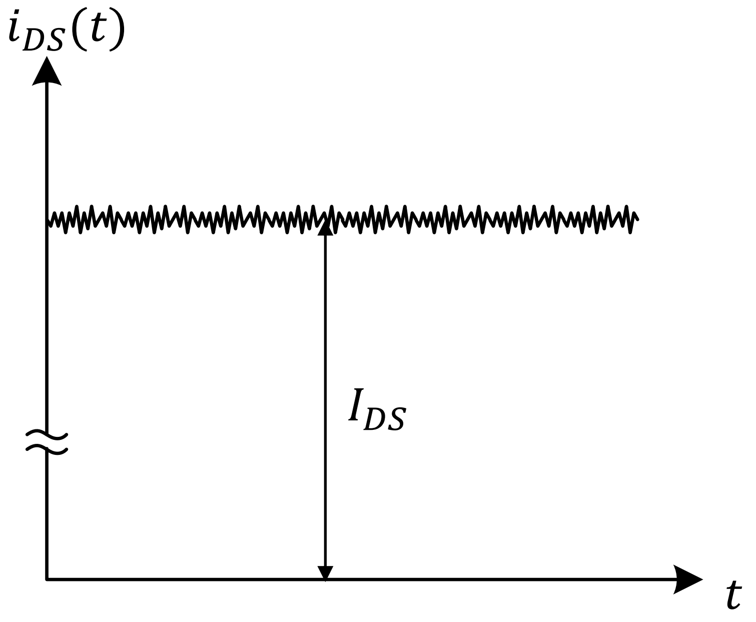
A_S: ソース・ボトム面積
A_D:ドレイン・ボトム面積
l_S: ソース外側全長
l_D:ドレイン外側全長
W: チャネル幅
A_W: ウエル・ボトム面積
l_W: ウエル・サイド・ウォール長さ

MOSトランジスタ小信号等価回路（外部容量と抵抗を含む）



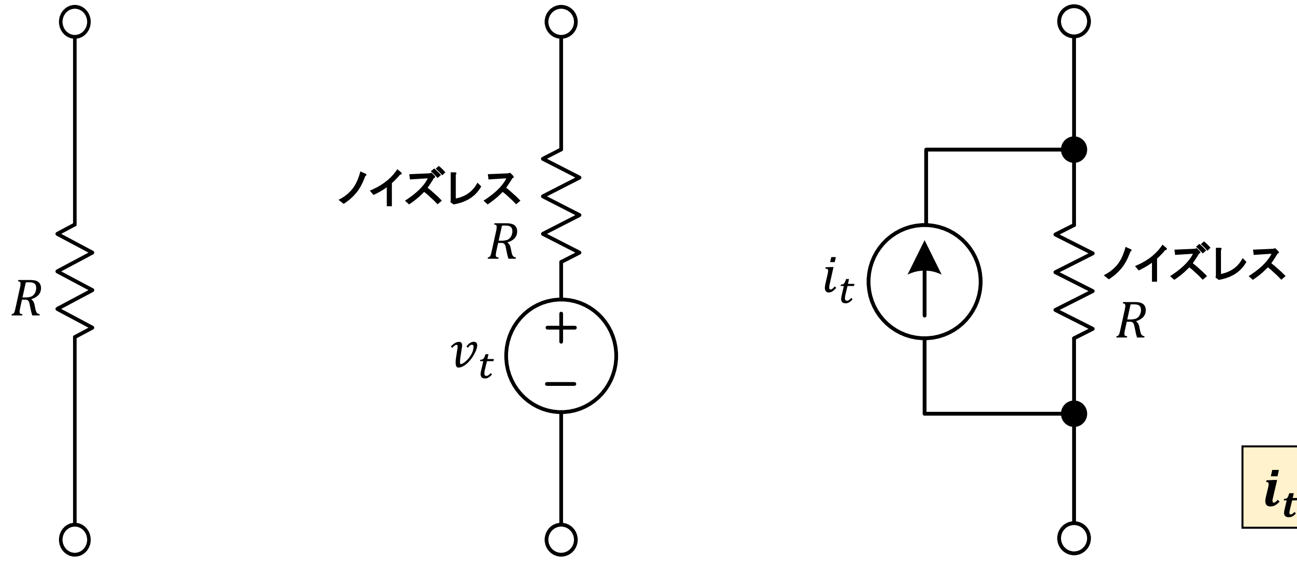
ノイズを含むドレイン電流





$i_{DS}(t) = I_{DS} + i_n(t)$
I_{DS}: 理想バイアス電流
$i_n(t)$：ノイズ電流（平均ゼロ）

ノイズ抵抗



ノイズ抵抗

テブナン・ノイズ等価回路

ノートン・ノイズ等価回路

$$\boldsymbol{i_t = v_t / R}$$

パワー・スペクトル密度

電流ノイズのパワー・スペクトル密度$S_i(f)$

$\Rightarrow \quad S_i(f) = \overline{i_n^2}/$バンド幅（$\mathrm{A}^2/\mathrm{Hz}$）（バンド幅 → 0）

電圧ノイズのパワー・スペクトル密度$S_v(f)$

$\Rightarrow \quad S_v(f) = \overline{v_n^2}/$バンド幅（$\mathrm{V}^2/\mathrm{Hz}$）（バンド幅 → 0）

電流・電圧の自乗平均は以下で表される。

$$\overline{i_n^2} = \int_{f_1}^{f_2} S_i(f)\,df, \qquad \overline{v_n^2} = \int_{f_1}^{f_2} S_v(f)\,df$$

ここで、バンド幅は、f_1～f_2である。サーマル・ノイズ（ホワイト・ノイズ）の場合、

$$S_{vt} = 4kTR、\quad S_{it} = 4kT\frac{1}{R}$$

となる。このノイズは、Johnson noise またはNyquist noiseと呼ばれる。
これは、キャリアの熱によるランダムな動きによる。

$$\underline{i_t} = \underline{v_t}/R$$
$$i_t^2 = v_t^2/R^2$$

ドレイン・ノイズ電流パワー・スペクトル密度vs.周波数

$i_n = i_w + i_f$　　ホワイトノイズと1/fノイズは、無関係

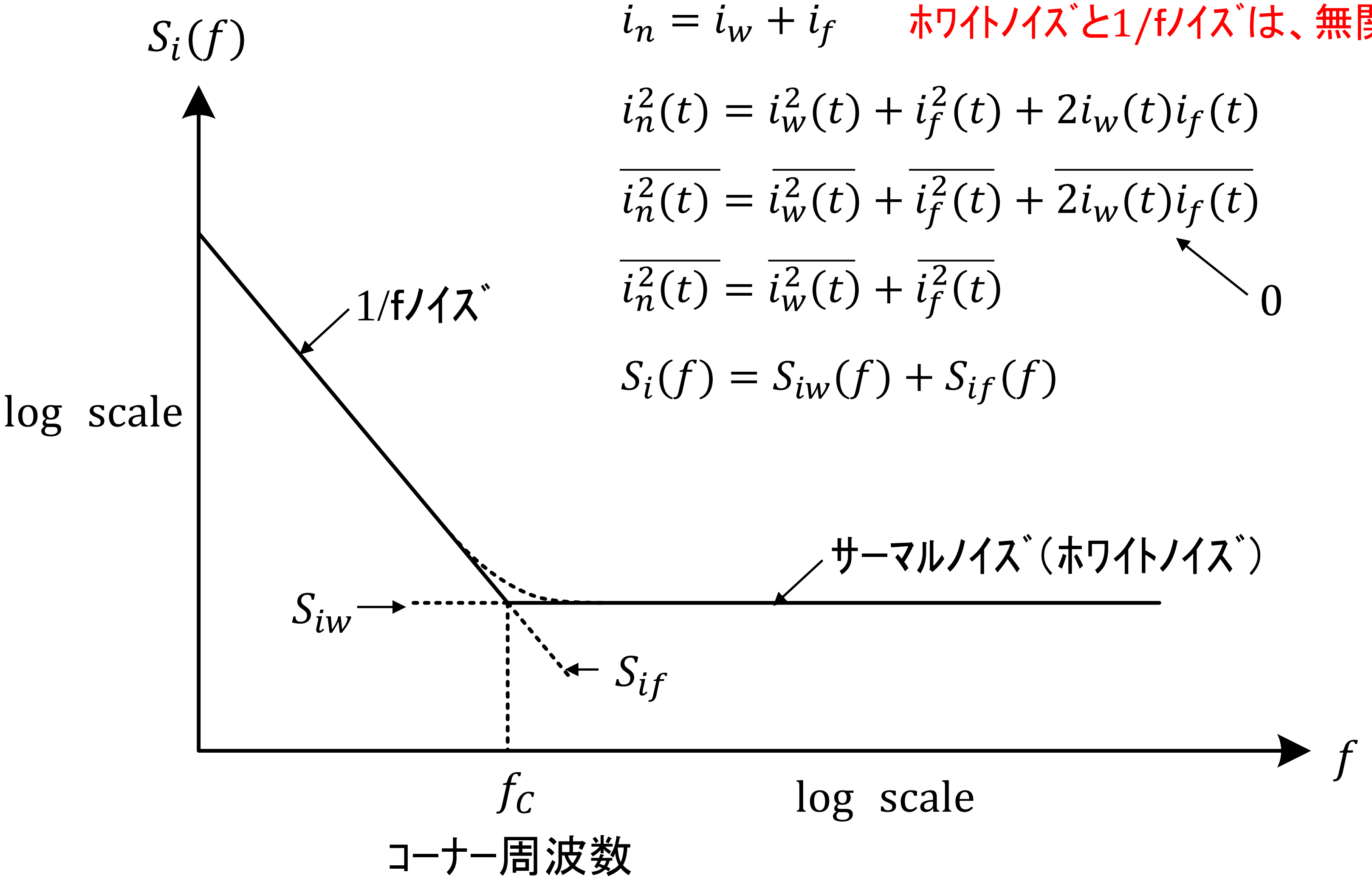
$$i_n^2(t) = i_w^2(t) + i_f^2(t) + 2i_w(t)i_f(t)$$

$$\overline{i_n^2(t)} = \overline{i_w^2(t)} + \overline{i_f^2(t)} + \overline{2i_w(t)i_f(t)}$$

0

$$\overline{i_n^2(t)} = \overline{i_w^2(t)} + \overline{i_f^2(t)}$$

$$S_i(f) = S_{iw}(f) + S_{if}(f)$$



ホワイト・ノイズ

強反転領域で速度飽和がない場合、ドレイン電流は、

$$I_{DS} = -\mu W Q_I'(V_{CB}(x)) \frac{dV_{CB}(x)}{dx}$$

となる。これをソースからドレインまで積分すると、以下になる。

$$I_{DS} = -\frac{W}{L}\mu \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q_I'(V_{CB}(x))\, dV_{CB}(x)$$

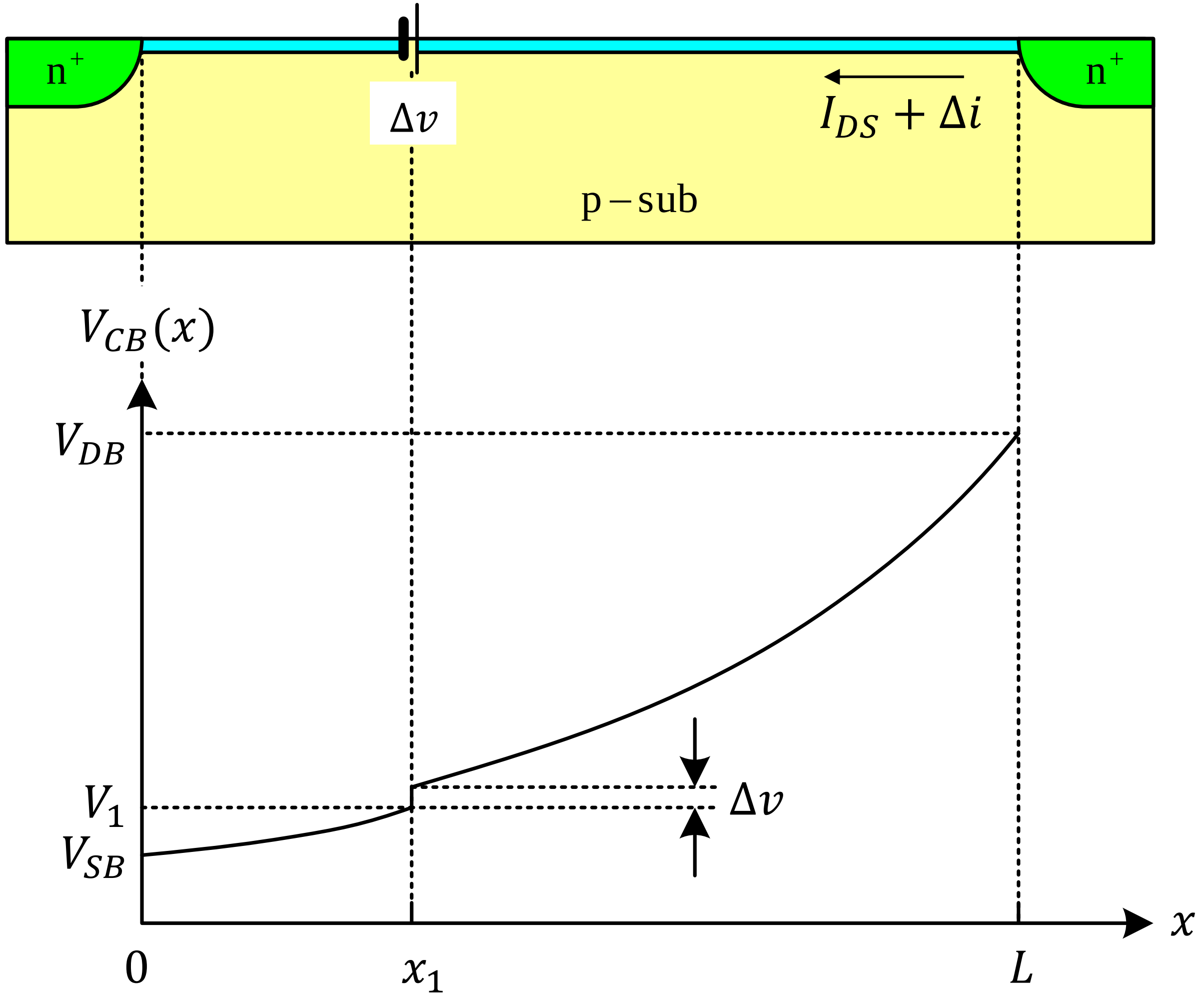
チャネル内の点x_1の周りの微小エレメントΔxの抵抗をΔRとすると、$\Delta V_{CB} = I_{DS}\Delta R$であるから、

$$\Delta R = \frac{\Delta x}{-\mu W Q_I'(V_{CB}(x_1))} \quad \text{右辺は正}:Q_I' < 0$$

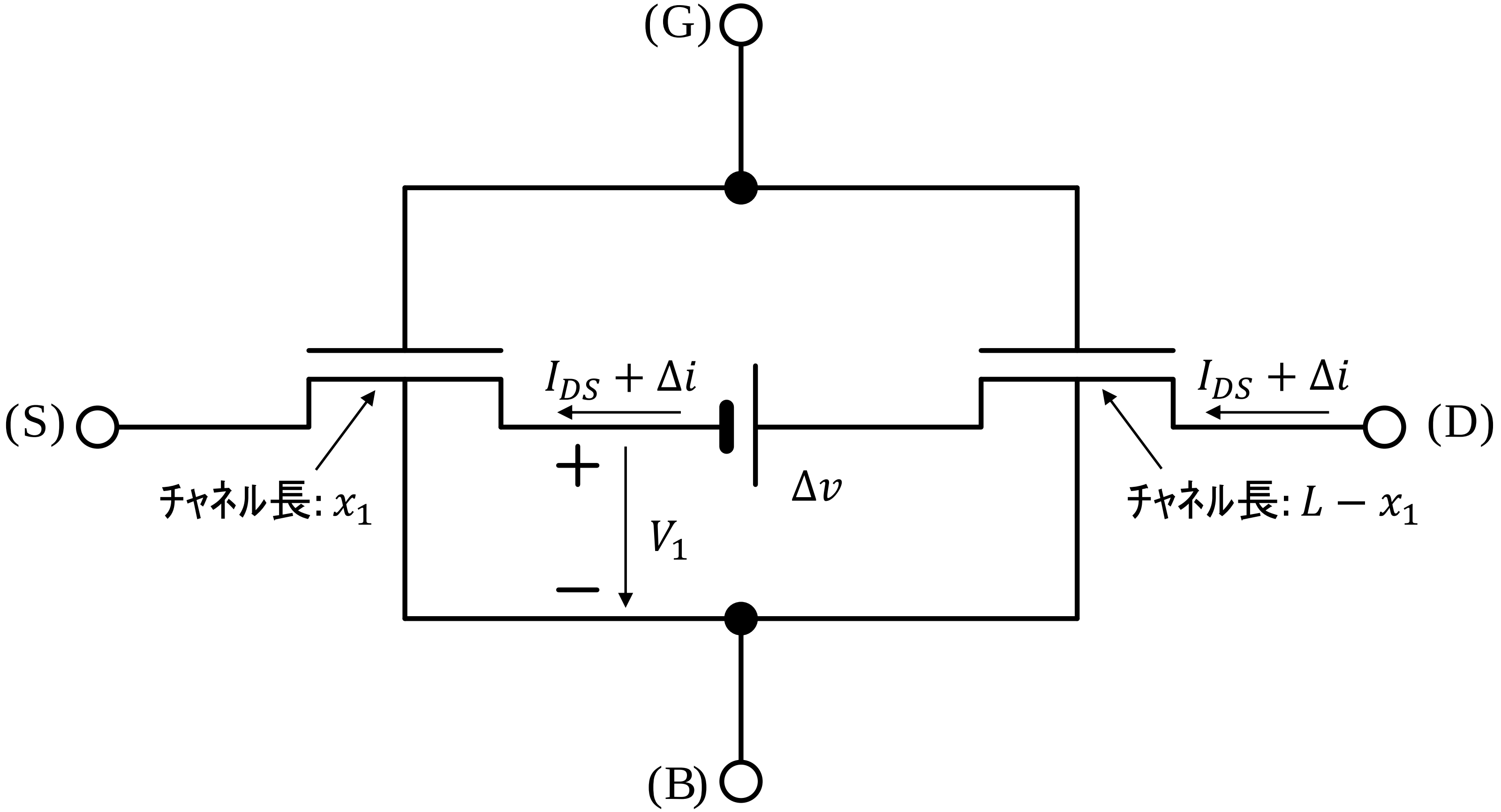
チャネルの微小要素がΔRの抵抗として振舞うと仮定すると、パワー・スペクトル密度$4kT\Delta R$
を持つ微小ノイズ電圧Δv_tを観測でき、バンド幅Bを持つΔv_tの自乗平均値は、以下で表される。

$$\overline{(\Delta v_t)^2} = 4kT\Delta R B = \frac{4kT\Delta x}{-\mu W Q_I'(V_{CB}(x_1))} B$$

チャネル内での仮想電圧Δv



チャネル内での仮想電圧Δv（回路表現）



チャネル内にΔvがある場合の電流式（1）

チャネル内に仮想電圧Δvが存在する場合の電流は、

$$I_{DS} + \Delta i = -\frac{W}{x_1}\mu \int_{V_{SB}}^{V_1} Q_I'(V_{CB}(x))\, dV_{CB}(x)$$

$$I_{DS} + \Delta i = -\frac{W}{L - x_1}\mu \int_{V_1+\Delta v}^{V_{DB}} Q_I'(V_{CB}(x))\, dV_{CB}(x)$$

となる。x_1を消去し、Δvが非常に小さいことから、以下を得る。

$$I_{DS} + \Delta i = -\frac{W}{L}\mu \left(\int_{V_1+\Delta v}^{V_{DB}} \quad + \int_{V_{SB}}^{V_1} \quad \right) = -\frac{W}{L}\mu \left(\int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \quad - \int_{V_1}^{V_1+\Delta v} \quad \right)$$

$$= -\frac{W}{L}\mu \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q_I'(V_{CB}(x))\, dV_{CB}(x) + \frac{W}{L}\mu \int_{V_1}^{V_1+\Delta v} Q_I'(V_{CB}(x))\, dV_{CB}(x)$$

$$= -\frac{W}{L}\mu \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q_I'(V_{CB}(x))\, dV_{CB}(x) + \frac{W}{L}\mu Q_I'(V_{CB}(x_1))\Delta v$$

チャネル内にΔvがある場合の電流式(2)

前式の第一項はΔvが存在しない場合の電流I_{DS}であり、第二項がΔiに当り、以下で表される。

$$\Delta i = \frac{W}{L}\mu Q_I'(V_{CB}(x_1))\Delta v$$

上式はΔvをdcと見なしたが、$\mathrm{Quasi-static}$な状態でも成立つ。
ここで、x_1を中心とするチャネル内の微小要素を横切って発生するサーマル･ノイズ電圧を考える。
バンド幅Bを持つ全サーマル･ノイズ電圧の一部分をΔv_tとすると、
それに対応するドレイン電流変化Δi_tは、上式の類推から

$$\Delta i_t(t) = \frac{W}{L}\mu Q_I'(V_{CB}(x_1))\Delta v_t(t)$$

となる。$\Delta i_t(t)$の自乗平均値は、以下で表される。

$$\overline{(\Delta i_t)^2} = \left[\frac{W}{L}\mu Q_I'(V_{CB}(x_1))\right]^2 \overline{(\Delta v_t(t))^2} = -4kT\frac{\mu}{L^2}WQ_I'(V_{CB}(x_1))\Delta x\cdot B, \qquad \because \overline{(\Delta v_t)^2} = \frac{4kT\Delta x}{-\mu W Q_I'(V_{CB}(x_1))}B$$

ホワイト・ノイズのパワー・スペクトル密度（1）

$\overline{(\Delta i_t)^2}$は、$x_1$におけるドレイン電流ノイズへの寄与分となる。ここで、Δxを微分量に変えて、$\overline{(\Delta i_t)^2}$の式をチャネル長に渡って積分すると、以下になる。

$$\overline{i_t^2} = -4kT\frac{\mu}{L^2}\left(\int_0^L Q_I' W dx\right)B$$

これはバンド幅Bにおける全ノイズ電流の自乗平均値を表す。上記積分が、全反転層電荷Q_Iを表すことを考慮すると、ホワイト・ノイズのパワー・スペクトル密度S_{iw}は、以下となる。

$$S_{iw} = 4kT\frac{\mu}{L^2}(-Q_I)$$

ここで、準定常状態での強反転モデルのQ_Iを用いると、S_{iw}は、

$$S_{iw} = 4kT\left[\frac{W}{L}\mu C_{ox}'(V_{GS} - V_T)\frac{2}{3}\frac{1+\eta+\eta^2}{1+\eta}\right]$$

となる。

ホワイト・ノイズのパワー・スペクトル密度（２）

非飽和の場合、$\eta = 1$,　$(V_{DS} = 0)$であるから、S_{iw}は以下となる。

$$S_{iw} = 4kT\left[\frac{W}{L}\mu C'_{ox}(V_{GS} - V_T)\right], \quad V_{DS} = 0$$

一方、小信号ソース・ドレイン・コンダクタンスg_{sd}が以下となるので、

$$g_{sd} = \frac{W}{L}\mu C'_{ox}(V_{GS} - V_T - \alpha V_{DS})\ , \ V_{DS} \le V'_{DS}$$

⇒ 本資料の p. 15 参照

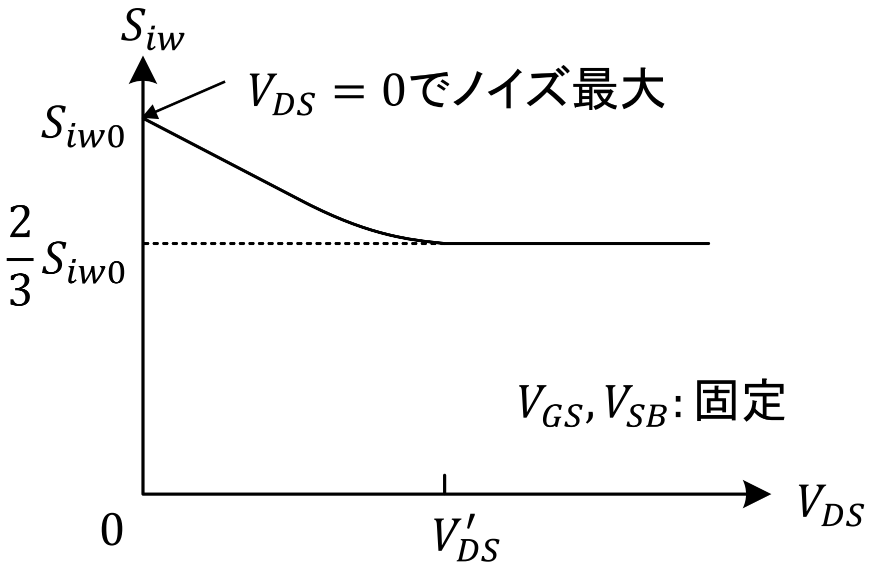
$S_{iw} = 4kTg_{sd}$になる。これは、

$$S_{it} = 4kT\frac{1}{R}と一致 \quad \Rightarrow R = 1/g_{sd}$$

飽和の場合、$\eta = 0$となり、S_{iw}は

$$S_{iw} = 4kT\left[\frac{2}{3}\frac{W}{L}\mu C'_{ox}(V_{GS} - V_T)\right]$$

となる。ここで、$V_{DS} > V'_{DS}$



等価入力ノイズ電圧のパワー･スペクトル密度

等価入力ノイズ電圧 $v_{n,eq}$

⇒ ノイズ電流の修正量を生じさせるために、仮想ノイズレス･
トランジスタのゲートとソース間に必要とされるノイズ電圧

$$i_t = g_m v_{n,eq} \quad \Rightarrow \quad i_t^2 = g_m^2 v_{n,eq}^2$$

この関係から、等価入力ノイズ電圧のパワー･スペクトル密度S_{vw}は、以下となる。

$S_{vw} = \frac{S_{iw}}{g_m^2}$ （注） $g_m = 0,\quad (V_{DS} = 0)$，しかし、$S_{vw} g_m^2$は有限

等価入力ノイズ抵抗

⇒ サーマル･パワー･スペクトル密度がS_{vw}であるような仮想抵抗

$S_{vw} = 4kTR_n$ （注） $R_n = \infty,\quad (V_{DS} = 0)$

弱反転領域におけるパワー・スペクトル密度（1）

弱反転領域でも以下の関係が成立する。

$$S_{iw} = 4kT\frac{\mu}{L^2}(-Q_I)$$

$$I'_{DS} = \frac{W}{L}\mu\phi_t(-Q'_{I0})\left(1 - e^{-\frac{V_{DS}}{\phi_t}}\right)$$
$$= \frac{W}{L}\mu\phi_t(-Q'_{I0}),\quad V_{DS} > 5\phi_t$$

ここで、Q_Iは以下で表される。

$$Q_I = WL\frac{Q'_{I0} + Q'_{IL}}{2}$$

$$Q'_{I0} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t e^{\frac{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)}{\phi_t}} \bullet e^{-V_{SB}/\phi_t},\quad Q'_{IL} = -\frac{\sqrt{2q\varepsilon_s N_A}}{2\sqrt{\psi_{sa}(V_{GB})}}\phi_t e^{(\psi_{sa}(V_{GB})-2\phi_F)/\phi_t} \bullet e^{-V_{DB}/\phi_t}$$

Q'_{I0}とQ'_{IL}の式をQ_Iに代入して整理すると、以下を得る。

$$Q_I = \frac{WL}{2}Q'_{I0}\left(1 + e^{-\frac{V_{DS}}{\phi_t}}\right) = -\frac{L^2}{2\mu\phi_t}I'_{DS}\left(1 + e^{-\frac{V_{DS}}{\phi_t}}\right) \quad\Rightarrow\quad S_{iw} = \left[2qI'_{DS}\left(1 + e^{-\frac{V_{DS}}{\phi_t}}\right)\right]$$

弱反転領域におけるパワー・スペクトル密度（2）

S_{iw}は、 $2qI'_{DS}$ （$V_{DS} > 5\phi_t$）になる。
上記はサーマル・ノイズを仮定して導出されたが、これはショット・ノイズから導出されるものと同じになる。

ショット・ノイズのパワー・スペクトル密度： $2qI$ （I:dc電流）

また、弱反転領域での、等価入力ノイズ電圧、等価入力ノイズ抵抗は、強反転領域と同様に定義できる。

ショット・ノイズとは
⇒ キャリアがポテンシャル・バリア（ソースからチャネル）を横切ることによって引き起こされる。
⇒ 到達電荷のディスクリート性による。

フリッカー・ノイズ（1）

[I] $\mathrm{Si-SiO_2}$近傍のトラップによるキャリアのトラップ/デトラップ

⇒ 表面ポテンシャルの変動，　　チャネル内キャリアのランダムな変動（キャリア数変動）

（1）周波数依存性

⇒ パワー・スペクトル密度 $\propto 1/f^c$，　c: 0.7～1．2(n − チャネル)

（2）界面電荷Q_0'によるフラット・バンド電圧への寄与分 Q_0'/C_{ox}'

⇒ ゲートに直列なノイズ電圧に等価であり、$1/C_{ox}'$ に比例，　　ノイズの自乗平均値 $\propto (1/C_{ox}')^2$

（3）ゲート面積依存性

⇒ より大きなゲート面積WL ⇒ 変動をより平均化

$S_{vf}(f) = \frac{K_1}{C_{ox}'^2}\frac{1}{WL}\frac{1}{f^c}$，　K_1: バイアス依存なし、プロセス依存有り

$S_{if}(f) = g_m^2 S_{vf}(f)$

フリッカー・ノイズ（2）

[Ⅱ] キャリアと格子との相互作用の変動による移動度変動
⇒ 等価入力ノイズ電圧のパワースペクトル密度は、以下になる。

$$S_{vf}(f) = \frac{K(V_{GS})}{C'_{ox}} \frac{1}{WL} \frac{1}{f}$$

$K(V_{GS})$はゲート電圧依存性を持つ。C'_{ox}の逆比例関係は、ユニバーサルに受入れられない。

前記[Ⅰ]と[Ⅱ]は、全ての反転領域で作用しており、どちらかが主となる。
①nチャネルデバイス
⇒ キャリア数変動が主：$K_1 = 5 \times 10^{-31} \sim 1 \times 10^{-30}\ \mathrm{C^2 \cdot cm^{-2}}$
②pチャネルデバイス
⇒ 移動度変動が主: $K(V_{GS}) = 6 \times 10^{-26} \sim 2 \times 10^{-23}\ \mathrm{V^2}$ ， $|V_{GS} - V_T| \approx 1V$

強反転領域では、$K(V_{GS})$は $|V_{GS} - V_T|$に対し、ほぼ線型で増大する。
弱反転領域では、$K(V_{GS})$は $|V_{GS}|$の減少と共に増大する。

スモール・ディメンジョン効果

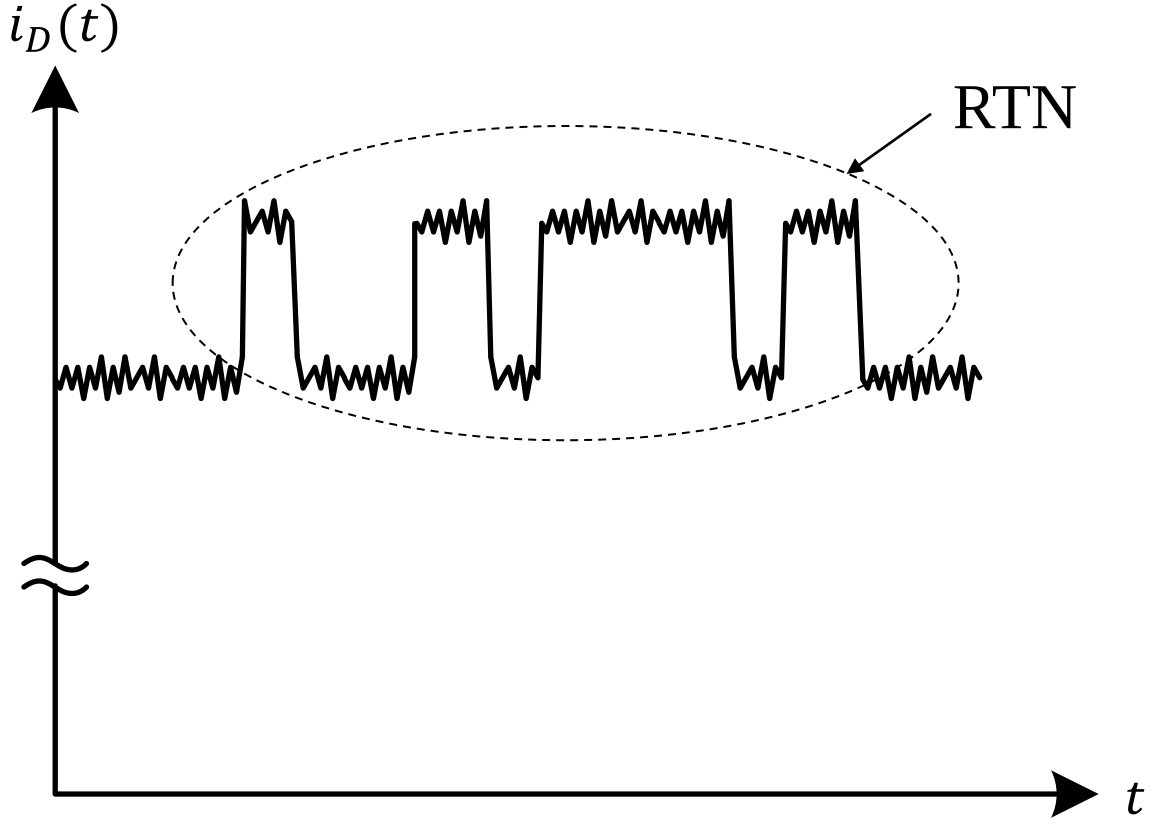
- 速度飽和/ホット・キャリア
  - 等価キャリア温度>格子温度⇒サーマル・ノイズ増加
- ホット・キャリア
  - 基板電流発生
    - 低基板電流⇒ショット・ノイズ発生
    - 高基板電流⇒基板電位変動によるドレイン電流ノイズ（g_{mb}）発生
  - 界面準位/酸化膜中トラップ発生（ドレイン近傍）
    - 線型領域でフリッカー・ノイズ増加
- スモール・ゲート（$WL \fallingdotseq 1\mu m^2$）（但し、ホット・キャリア発生無し）
  - 界面準位での電荷のトラップ/デトラップの平均化が不十分

    ⇒フリッカー・ノイズ増加

    ⇒極端に小さいゲート・デバイスでRTN発生

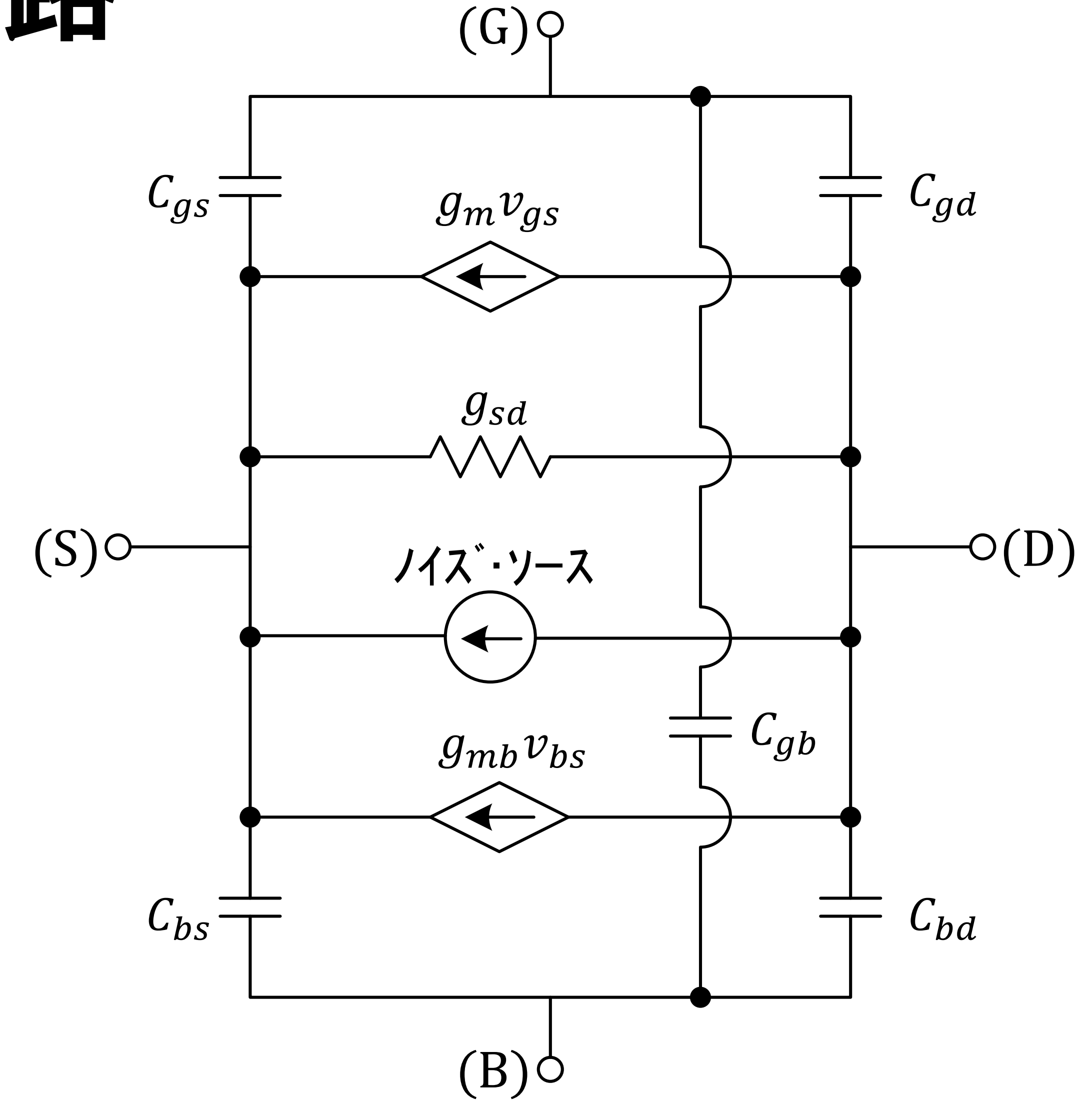
    （RTN: Random Telegraph Noise）

ランダム・テレグラフ・ノイズ



・極端に小さいゲート・デバイスで観測されるRTN
（例えば、ノイズの大きさはドレイン電流の0.1%程度又はそれ以上）
・大きなゲート・デバイスで観測されるフリッカー・ノイズはRTNの重畳されたもの

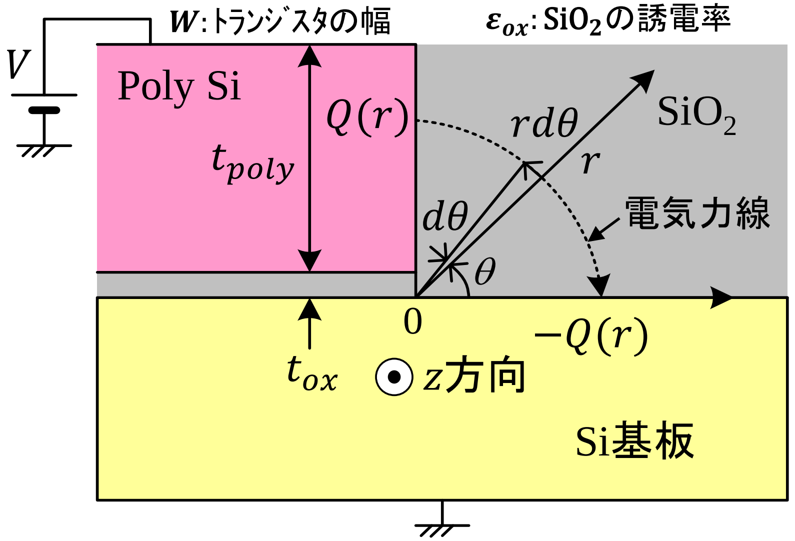
ノイズ等価回路



付録

ゲート・フリンジ容量導出

ゲート･フリンジ容量の導出



θ方向のラプラスの式（円柱座標）

$$\frac{1}{r^2}\frac{d^2\phi}{d\theta^2} = 0 \quad (\phi\text{: ポテンシャル})$$

θ方向の電界

$$\int \frac{1}{r^2}\frac{d^2\phi}{d\theta^2} r d\theta = \frac{1}{r}\frac{d\phi}{d\theta} \equiv -E_\theta$$

E_θは$\theta = \pi/2$において次の関係を満たす。

$$E_\theta(r)\Big|_{\theta=\pi/2} = Q(r)/\varepsilon_{\mathrm{ox}}$$

E_θを積分 : $\theta = 0 \rightarrow \theta = \pi/2$

$$\int_0^{\pi/2} E_\theta d\theta = \int_0^{\pi/2} \frac{Q(r)}{\varepsilon_{\mathrm{ox}}} d\theta$$

$$\text{左辺} = \int_0^V \frac{1}{r} d\phi = \frac{V}{r}, \qquad \text{右辺} = \frac{\pi Q(r)}{2\varepsilon_{\mathrm{ox}}}$$

$$\therefore Q(r) = \frac{2\varepsilon_{\mathrm{ox}} V}{\pi r}$$

全電荷Q_{total}は

$$Q_{total} = \int_0^W \int_{t_{ox}}^{t_{poly}+t_{ox}} Q(r) dr\, dz$$

$$= \frac{2\varepsilon_{\mathrm{ox}} V}{\pi} \int_0^W \int_{t_{ox}}^{t_{poly}+t_{ox}} \frac{1}{r} dr dz$$

$$= \frac{2\varepsilon_{\mathrm{ox}} VW}{\pi} \ln\left(1 + \frac{t_{poly}}{t_{ox}}\right)$$

従って、フリンジ容量C_{of}は、

$$\boldsymbol{C_{of} = \frac{Q_{total}}{V} = \frac{2\varepsilon_{\mathrm{ox}} W}{\pi} \ln\left(1 + \frac{t_{poly}}{t_{ox}}\right)}$$