令和4年度　集積回路設計技術・次世代集積回路工学特論資料

高周波動作
（小信号モデル）

群馬大学
松田順一

概要

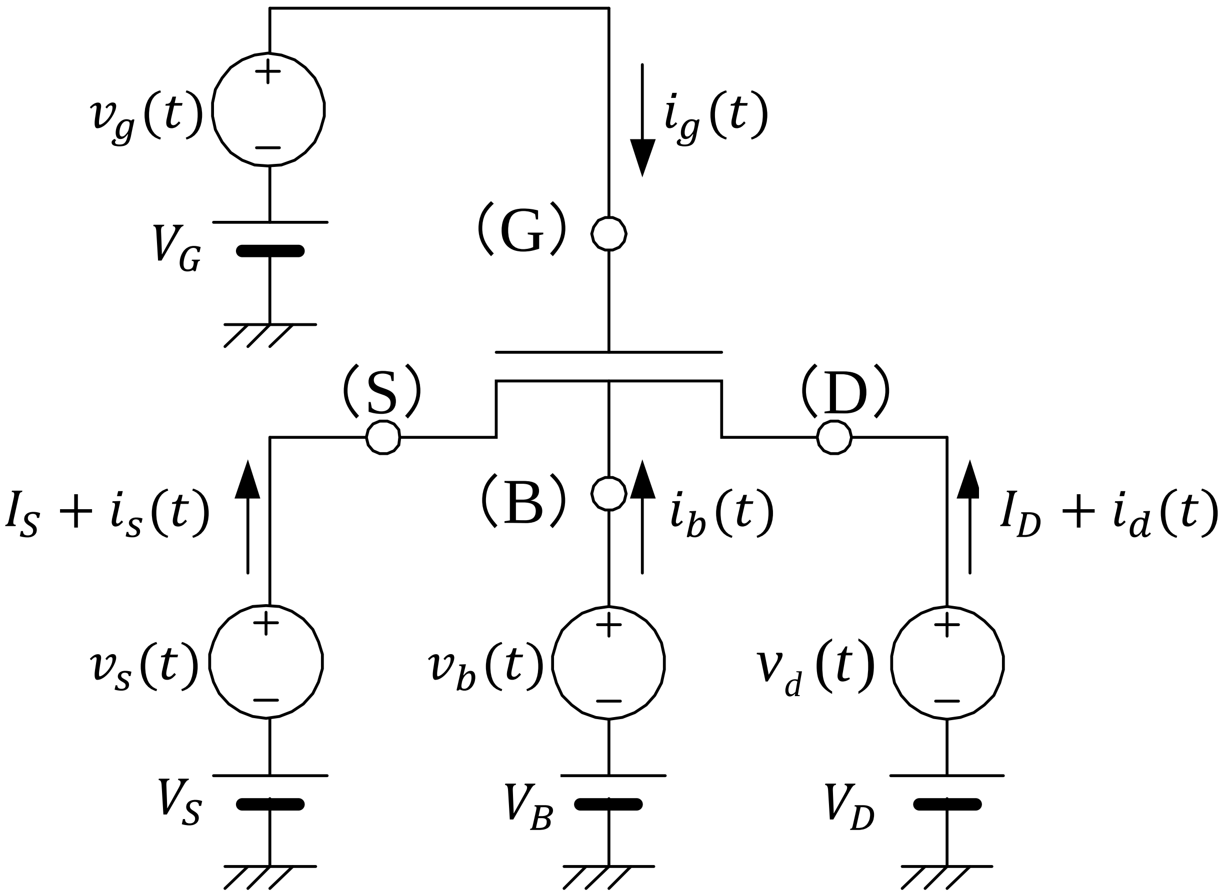
- 完全QSモデル
  - 等価回路の導出
  - 容量評価
- y-パラメータモデル
- NQS（Non-Quasi-Static）モデル
  - NQSモデルの導出
  - NQS（高周波用）等価回路
- RFアプリケーションへの考察

（注）以下の本を参考に、本資料を作成。

(1) Yannis Tsividis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.

(2) Yannis Tsividis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.

印加電圧の定義
（バイアス[dc]と小信号の電圧/電流成分）



小信号チャージング電流

小信号チャージング電流の表現

$$i_{da}(t) = +C_{dd}\frac{dv_d}{dt} - C_{dg}\frac{dv_g}{dt} - C_{db}\frac{dv_b}{dt} - C_{ds}\frac{dv_s}{dt}$$

$$i_g(t) = -C_{gd}\frac{dv_d}{dt} + C_{gg}\frac{dv_g}{dt} - C_{gb}\frac{dv_b}{dt} - C_{gs}\frac{dv_s}{dt}$$

$$i_b(t) = -C_{bd}\frac{dv_d}{dt} - C_{bg}\frac{dv_g}{dt} + C_{bb}\frac{dv_b}{dt} - C_{bs}\frac{dv_s}{dt}$$

$$i_{sa}(t) = -C_{sd}\frac{dv_d}{dt} - C_{sg}\frac{dv_g}{dt} - C_{sb}\frac{dv_b}{dt} + C_{ss}\frac{dv_s}{dt}$$

動作点での容量

$$C_{kk} = +\left.\frac{\partial q_K}{\partial v_K}\right|_o,\ C_{kl} = -\left.\frac{\partial q_K}{\partial v_l}\right|_o$$

$l \neq k$, 一般に、$C_{kl} \neq C_{lk}$

容量の関係式（1）

$v_d(t) = v_g(t) = v_b(t) = v_s(t) = v(t)$とすると、

$$i_{da}(t) = \left(C_{dd} - C_{dg} - C_{db} - C_{ds}\right)\frac{dv}{dt}$$

となり、$i_{da}(t) = 0$であるから、

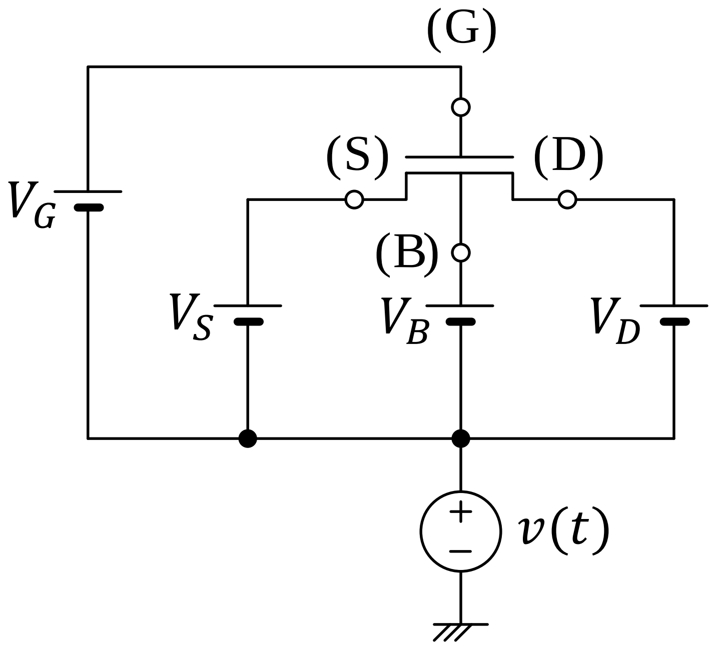
$$\boldsymbol{C_{dd} - C_{dg} - C_{db} - C_{ds} = 0}$$

となる。また、$dv_g/dt = dv_b/dt = dv_s/dt = 0$
とし、$i_{da}(t) + i_g(t) + i_b(t) + i_{sa}(t) = 0$を使うと、

$$\left(C_{dd} - C_{gd} - C_{bd} - C_{sd}\right)\frac{dv_d}{dt} = 0$$

となる。これから、以下を得る。

$$\boldsymbol{C_{dd} - C_{gd} - C_{bd} - C_{sd} = 0}$$



容量の関係式（2）

容量の関係をまとめると、以下を得る。

$$C_{dd} = C_{dg} + C_{db} + C_{ds} = C_{gd} + C_{bd} + C_{sd}$$
$$C_{gg} = C_{gd} + C_{gb} + C_{gs} = C_{dg} + C_{bg} + C_{sg}$$
$$C_{bb} = C_{bd} + C_{bg} + C_{bs} = C_{db} + C_{gb} + C_{sb}$$
$$C_{ss} = C_{sd} + C_{sg} + C_{sb} = C_{ds} + C_{gs} + C_{bs}$$

また、$i_{da}(t)$に関し以下を得る。

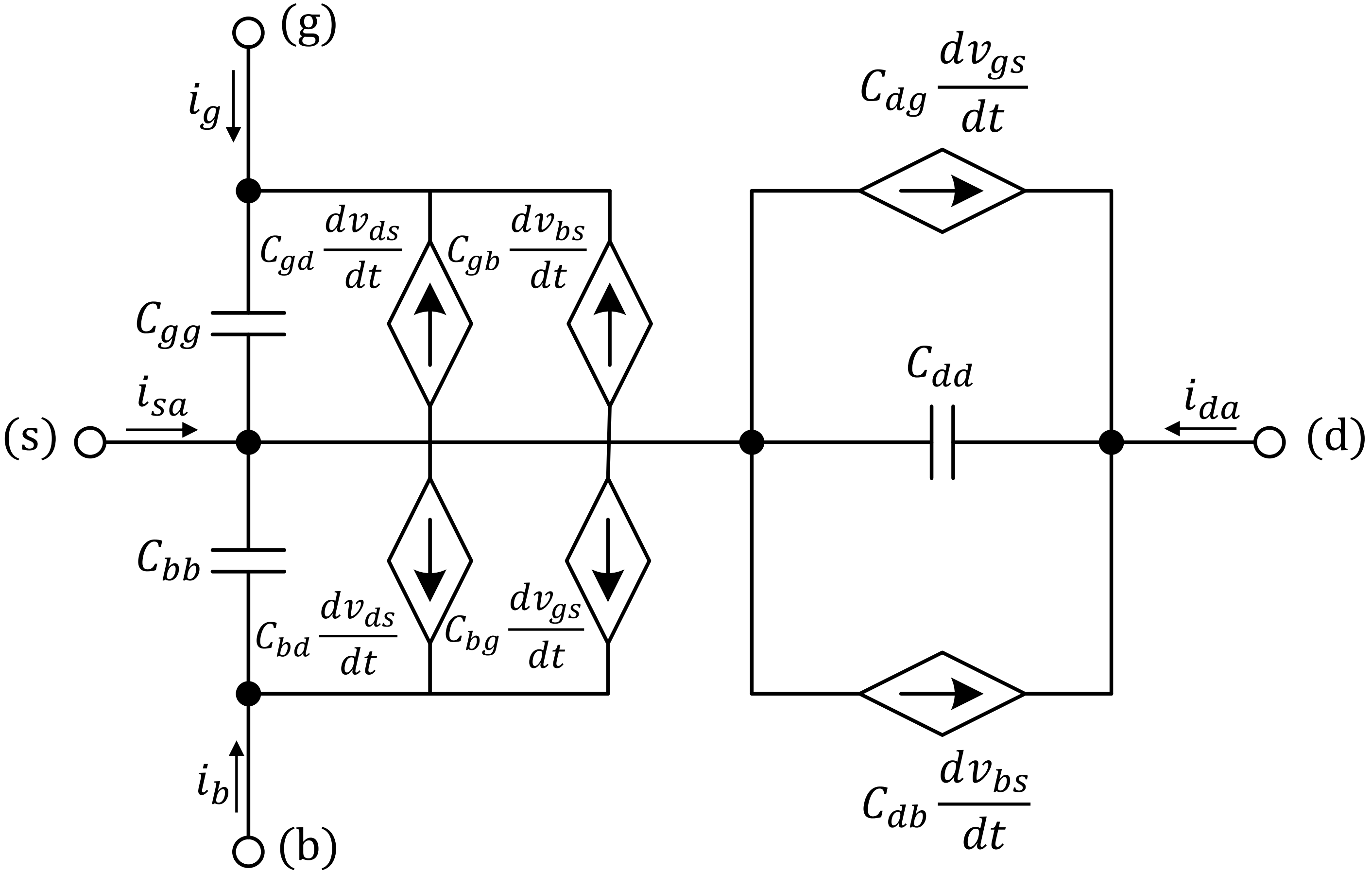
$$\boldsymbol{i_{da}(t)} = +C_{dd}\frac{dv_{ds}}{dt} - C_{dg}\frac{dv_{gs}}{dt} - C_{db}\frac{dv_{bs}}{dt} + \left(C_{dd} - C_{dg} - C_{db} - C_{ds}\right)\frac{dv_s}{dt}$$
$$= +\boldsymbol{C_{dd}\frac{dv_{ds}}{dt} - C_{dg}\frac{dv_{gs}}{dt} - C_{db}\frac{dv_{bs}}{dt}}$$

同様に以下を得る。

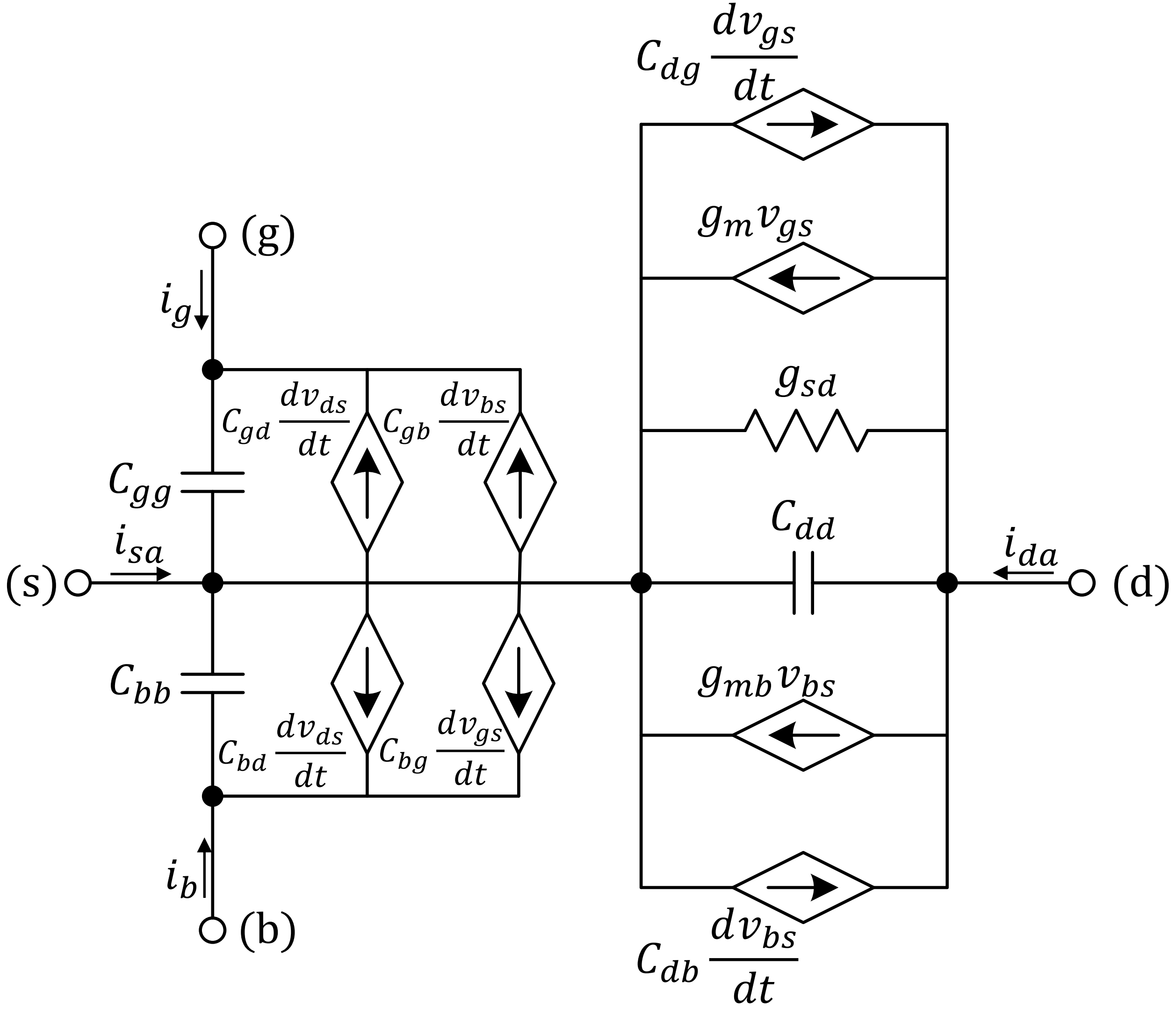
$$\boldsymbol{i_g(t) = -C_{gd}\frac{dv_{ds}}{dt} + C_{gg}\frac{dv_{gs}}{dt} - C_{gb}\frac{dv_{bs}}{dt}}$$
$$\boldsymbol{i_b(t) = -C_{bd}\frac{dv_{ds}}{dt} - C_{bg}\frac{dv_{gs}}{dt} + C_{bb}\frac{dv_{bs}}{dt}}$$

$$v_d = v_{ds} + v_s$$
$$v_g = v_{gs} + v_s$$
$$v_b = v_{bs} + v_s$$

小信号等価回路（チャージング電流）



小信号等価回路（チャージング+輸送電流）



小信号等価回路(変形)

$$\boldsymbol{i_g(t) = -C_{gd}\frac{dv_{ds}}{dt} + C_{gg}\frac{dv_{gs}}{dt} - C_{gb}\frac{dv_{bs}}{dt}}$$

$$v_{ds} = v_{dg} + v_{gs} = -v_{gd} + v_{gs}$$
$$v_{bs} = v_{bg} + v_{gs} = -v_{gb} + v_{gs}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{i_g(t)} &= -C_{gd}\left(-\frac{dv_{gd}}{dt} + \frac{dv_{gs}}{dt}\right) + C_{gg}\frac{dv_{gs}}{dt} - C_{gb}\left(-\frac{dv_{gb}}{dt} + \frac{dv_{gs}}{dt}\right)\\ &= C_{gd}\frac{dv_{gd}}{dt} + C_{gb}\frac{dv_{gb}}{dt} + \left(C_{gg} - C_{gd} - C_{gb}\right)\frac{dv_{gs}}{dt}\\ &= \boldsymbol{C_{gd}\frac{dv_{gd}}{dt} + C_{gb}\frac{dv_{gb}}{dt} + C_{gs}\frac{dv_{gs}}{dt}}\end{aligned}$$

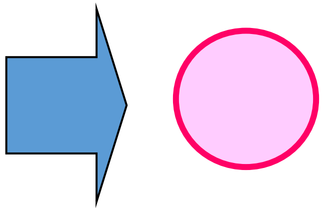
同様に、以下を得る。

$$\boldsymbol{i_{da}(t) = C_{gd}\frac{dv_{dg}}{dt} + C_{sd}\frac{dv_{ds}}{dt} + C_{bd}\frac{dv_{db}}{dt} - C_m\frac{dv_{gs}}{dt} - C_{mb}\frac{dv_{bs}}{dt}}$$
$$\boldsymbol{i_b(t) = C_{bd}\frac{dv_{bd}}{dt} + C_{gb}\frac{dv_{bg}}{dt} - C_{mx}\frac{dv_{gb}}{dt} + C_{bs}\frac{dv_{bs}}{dt}}$$

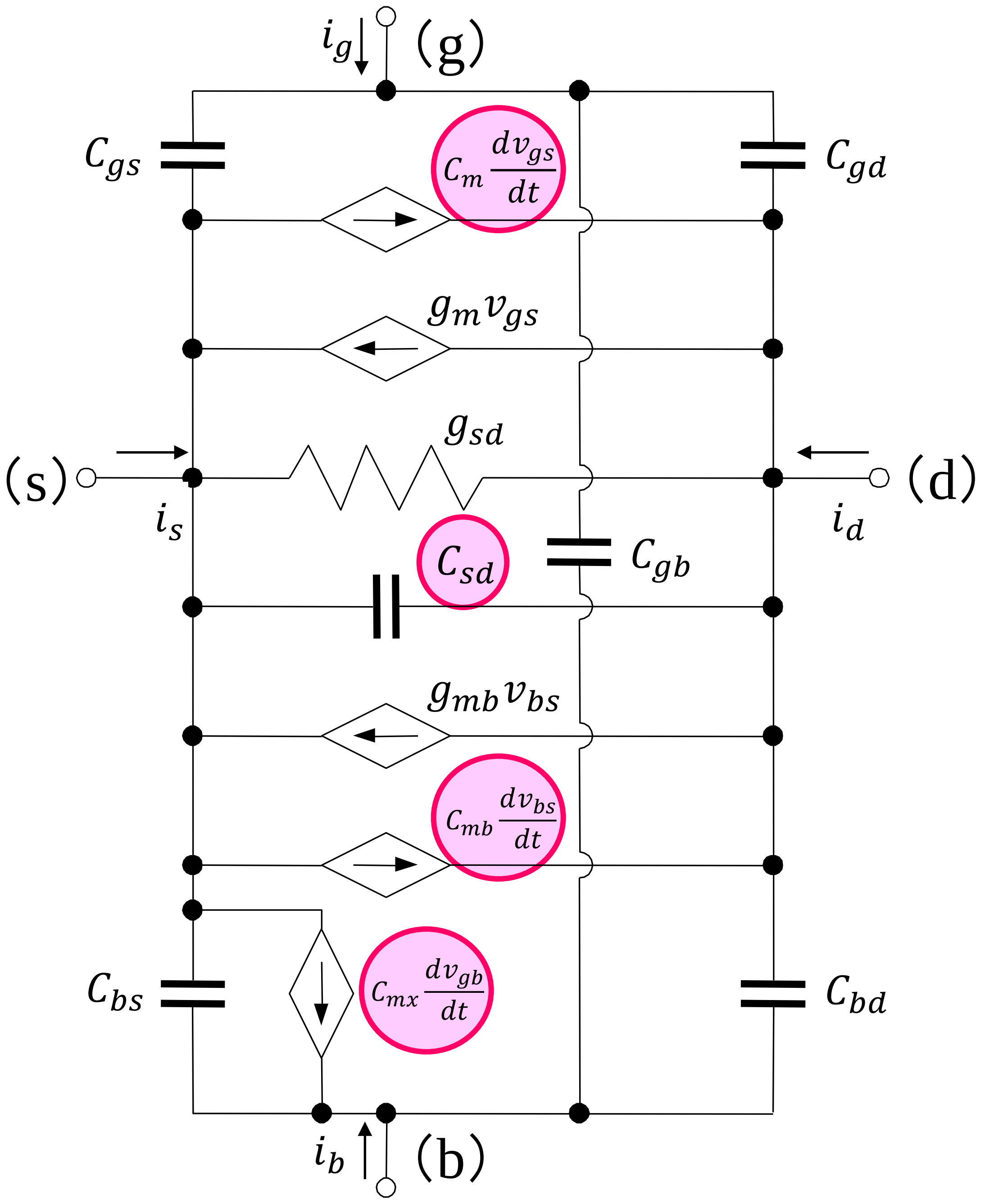
$$C_m = C_{dg} - C_{gd}$$
$$C_{mb} = C_{db} - C_{bd}$$
$$C_{mx} = C_{bg} - C_{gb}$$

完全QS小信号等価回路

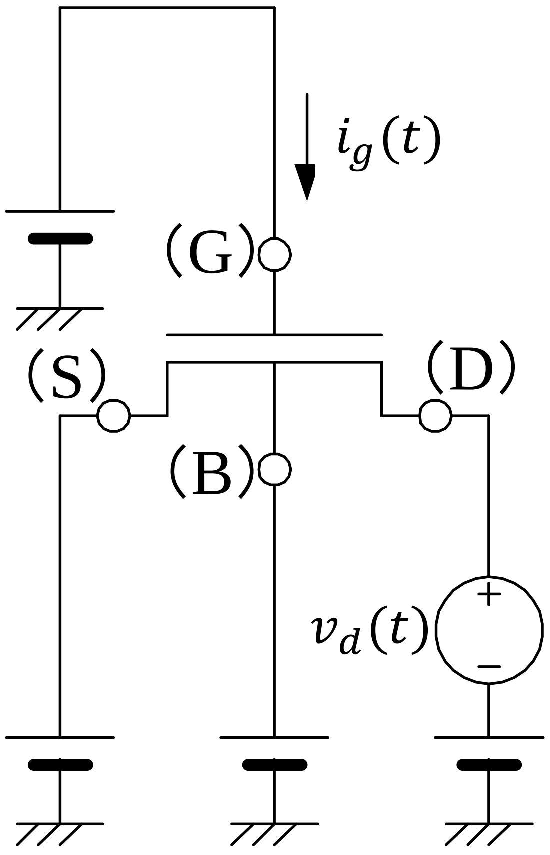
簡易版から追加

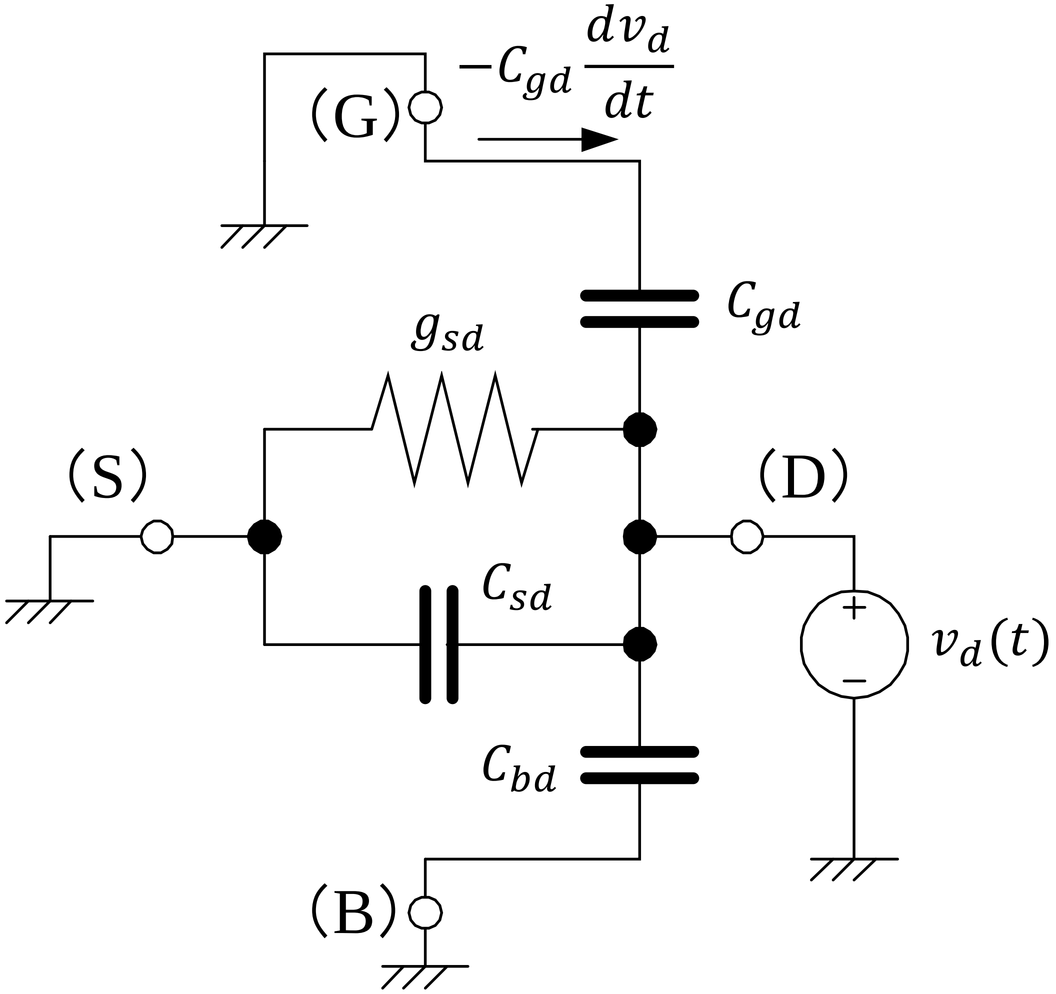


$$
\left\{
\begin{aligned}
C_m &= C_{dg} - C_{gd} \\
C_{mb} &= C_{db} - C_{bd} \\
C_{mx} &= C_{bg} - C_{gb}
\end{aligned}
\right.
$$

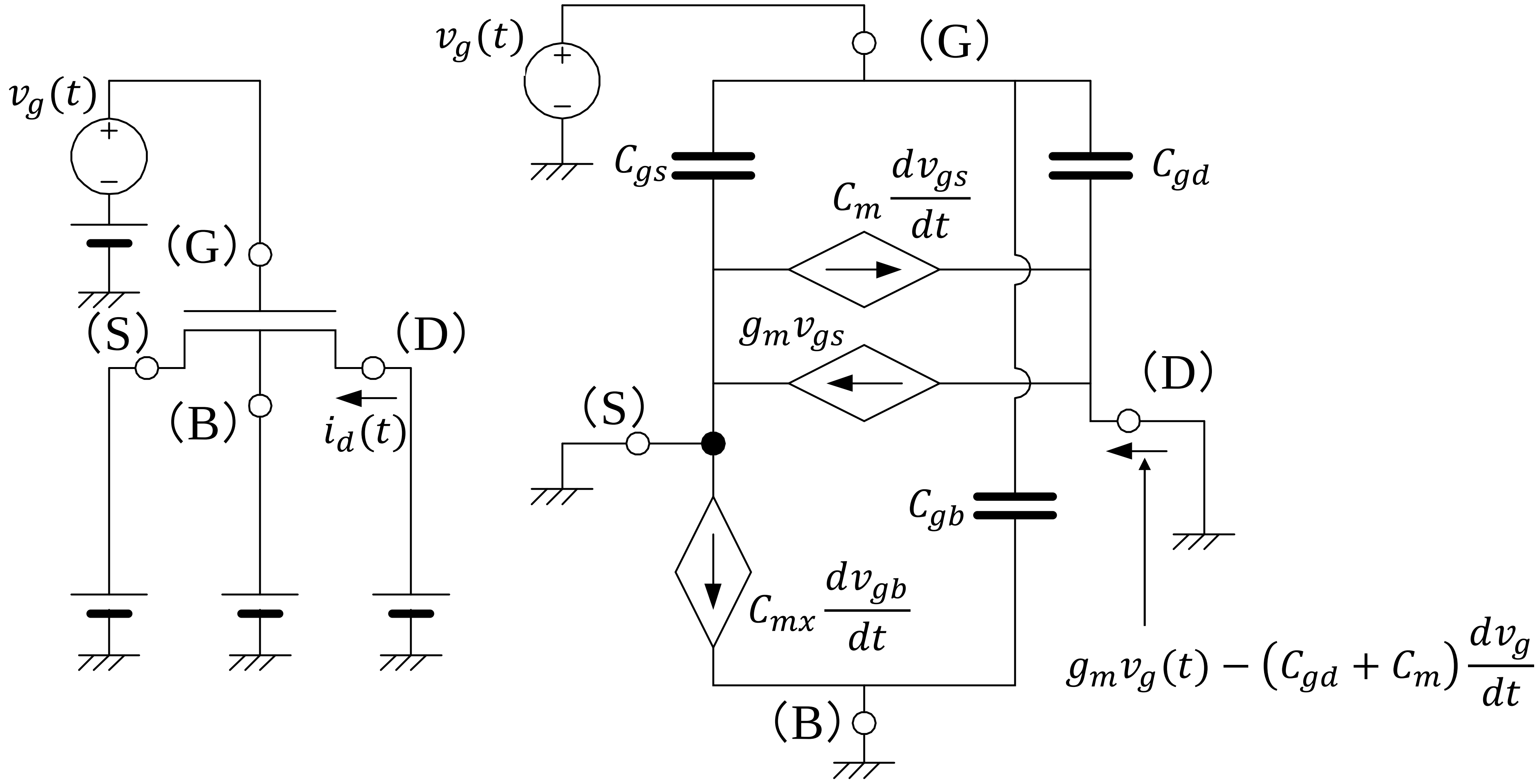


ドレインへの小信号印加等価回路





ゲートへの小信号印加等価回路



容量の評価（1）

C_{dg}とC_{db}の導出

仮定

$$\alpha \Rightarrow \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}} = 1 + \frac{dV_T}{dV_{SB}}$$

α_1のV_SとV_Bの微分は無視（α_1：定数）:
（V_{SB}が大きくV_{DS}が小さい場合、近似が良い。）

$$q_D = Q_D = -WLC'_{ox}(V_{GS} - V_T)\frac{4 + 8\eta + 12\eta^2 + 6\eta^3}{15(1+\eta)^2}$$

C_{dg}とC_{db}は以下になる。

$$\boldsymbol{C_{dg} = -\frac{\partial q_D}{\partial v_G} = C_{ox}\frac{4 + 28\eta + 22\eta^2 + 6\eta^3}{15(1+\eta)^3}}$$

$$\boldsymbol{C_{db} = -\frac{\partial q_D}{\partial v_B} = (\alpha_1 - 1)C_{dg}}$$

$$\eta = \begin{cases} 1 - \dfrac{V_{DS}}{V'_{DS}} & V_{DS} \le V'_{DS} \\ 0 & V_{DS} > V'_{DS} \end{cases}$$

$$V'_{DS} = \frac{V_{GS} - V_T}{\alpha_1}$$

容量の評価（２）

C_{bg}の導出

$$q_B = Q_B = -WLC'_{ox}\left[\gamma\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\alpha - 1}{\alpha}(V_{GS} - V_T)\left(1 - \frac{2}{3}\frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta}\right)\right]$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{C_{bg} = -\frac{\partial q_B}{\partial v_G} = \frac{\alpha_1 - 1}{3\alpha_1}C_{ox}\left(\frac{1 - \eta}{1 + \eta}\right)^2}$$

これは、$C_{bg} = C_{gb}$である。また、C_{sd}の導出は、

$$q_S = Q_S = -WLC'_{ox}(V_{GS} - V_T)\frac{6 + 12\eta + 8\eta^2 + 4\eta^3}{15(1 + \eta)^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{C_{sd} = -\frac{\partial q_S}{\partial v_D} = -\left[\frac{4}{15}C_{ox}\alpha_1\frac{\eta + 3\eta^2 + \eta^3}{(1 + \eta)^3}\right]}$$

容量の評価（３）

C_m，C_{mb}，C_{mx}の各値は以下になる。

$$C_m = \frac{4}{15} C_{ox} \frac{1 + 2\eta - 2\eta^2 - \eta^3}{(1+\eta)^3}, \qquad C_{mb} = (\alpha_1 - 1) C_m, \qquad C_{mx} = 0$$

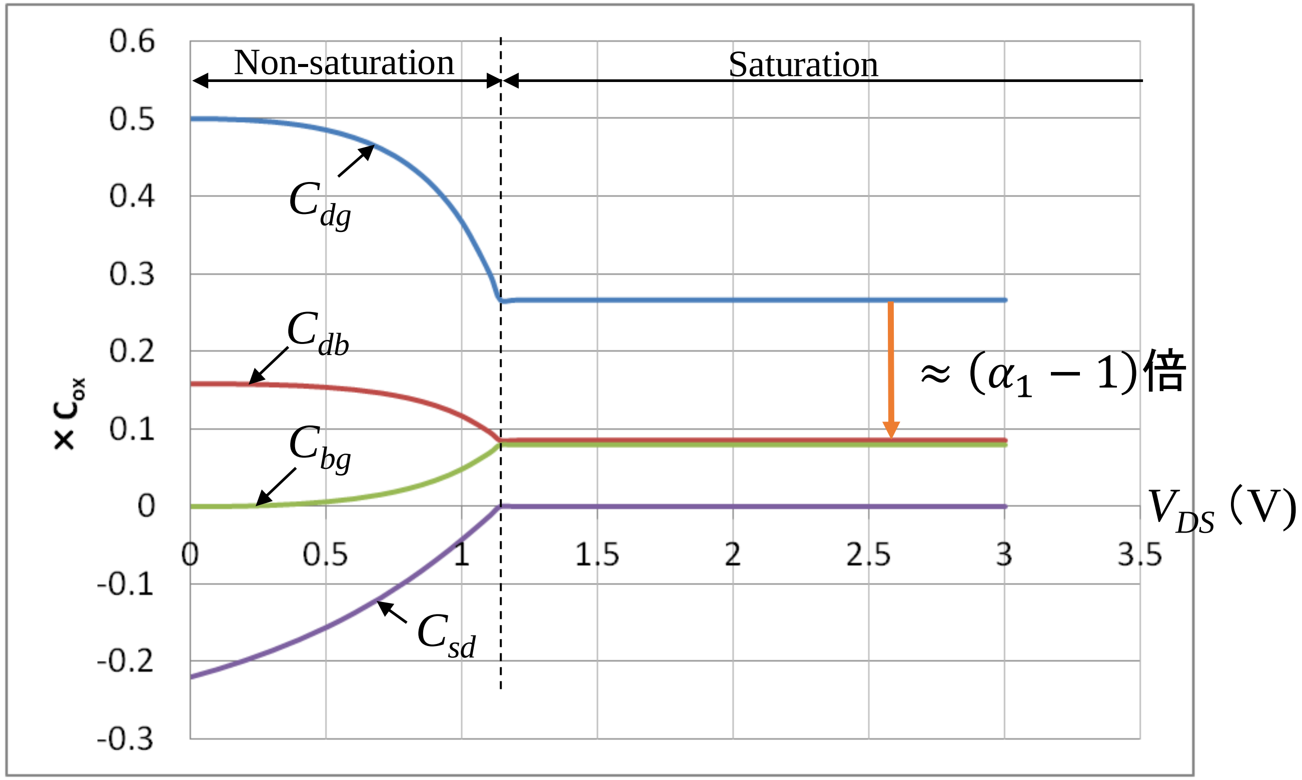
C_{db}，C_{bg}，C_{mb}は、V_{SB}が小さく、V_{GS}とV_{DS}が大きい場合に精度が悪くなる。
精度を上げるには、α_1を以下のα_5に変える。

$$\alpha_5 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB} + k_c V'_{DS}(1-\alpha)}}$$

ここで、$C_{bg} = C_{gb}$，$C_{mx} = 0$となったが、チャージ･シート･モデルを用いた正確な計算では、$C_{bg} > C_{gb}$，$C_{mx} > 0$になる。また、V_{SB}が大きく、V_{GS}とV_{DS}が小さい場合以下を得る。

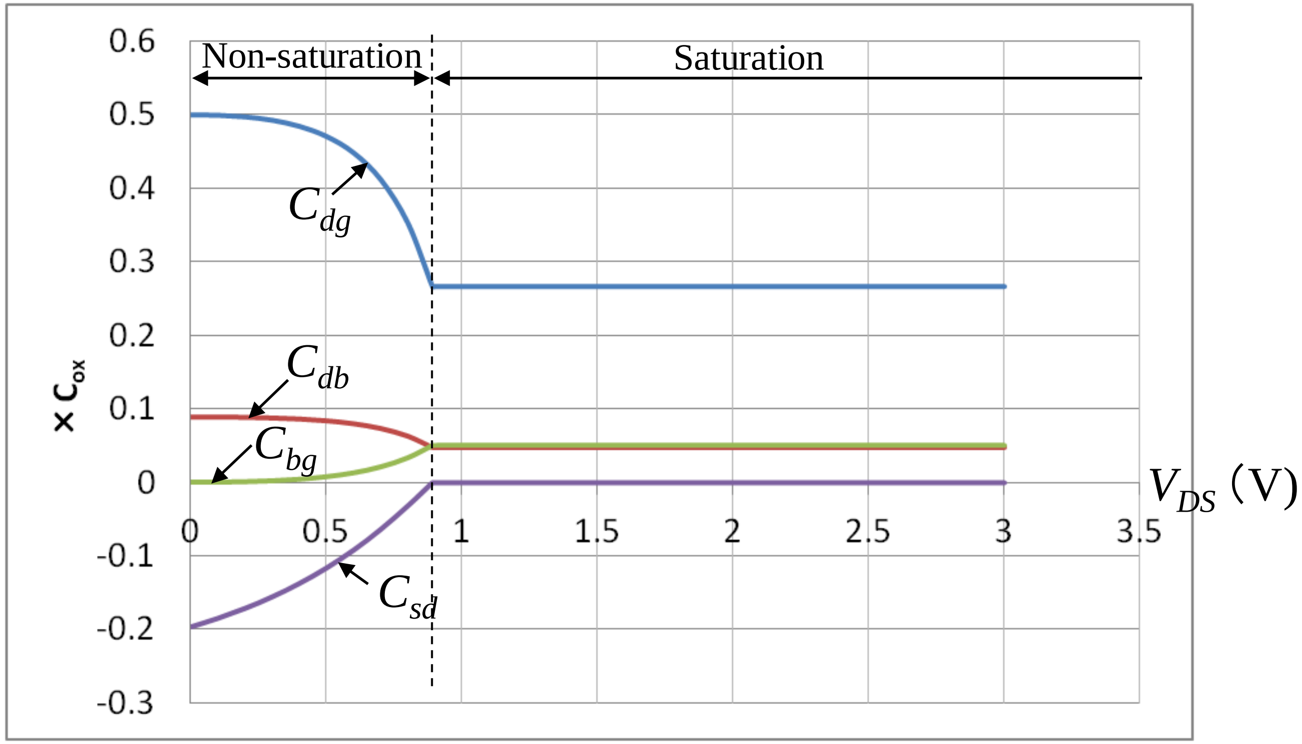
$$\frac{C_{db}}{C_{dg}} \approx \frac{C_{sb}}{C_{sg}} \approx \frac{C_{bd}}{C_{gd}} \approx \frac{C_{bs}}{C_{gs}} \approx \frac{C_{bb}}{C_{gg}} \approx \frac{C_{mb}}{C_m} \approx \frac{C'_{bc}(V_{SB})}{C'_{ox}} \approx \frac{g_{mb}}{g_m} \approx \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1$$

$C_{dg}, C_{db}, C_{bg}, C_{sd}$ vs. V_{DS} (V_{SB}=0)



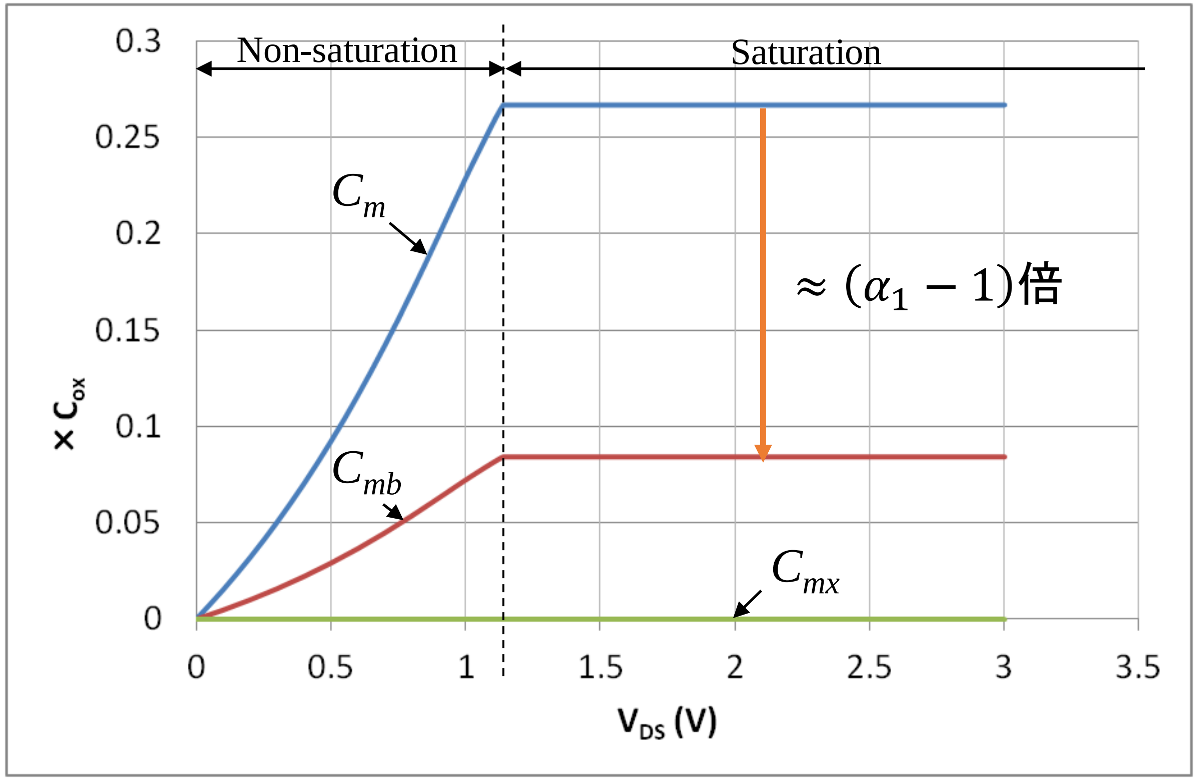
$V_{T0} = 0.5$ V, $\gamma = 0.6$ V$^{0.5}$, $\phi_0 = 0.9$ V, with $V_{GS} = 2$ V

$C_{dg}, C_{db}, C_{bg}, C_{sd}$ vs. V_{DS} (V_{SB}=2V)



$V_{T0} = 0.5$ V, $\gamma = 0.6$ V$^{0.5}$, $\phi_0 = 0.9$ V, with $V_{GS} = 2$ V

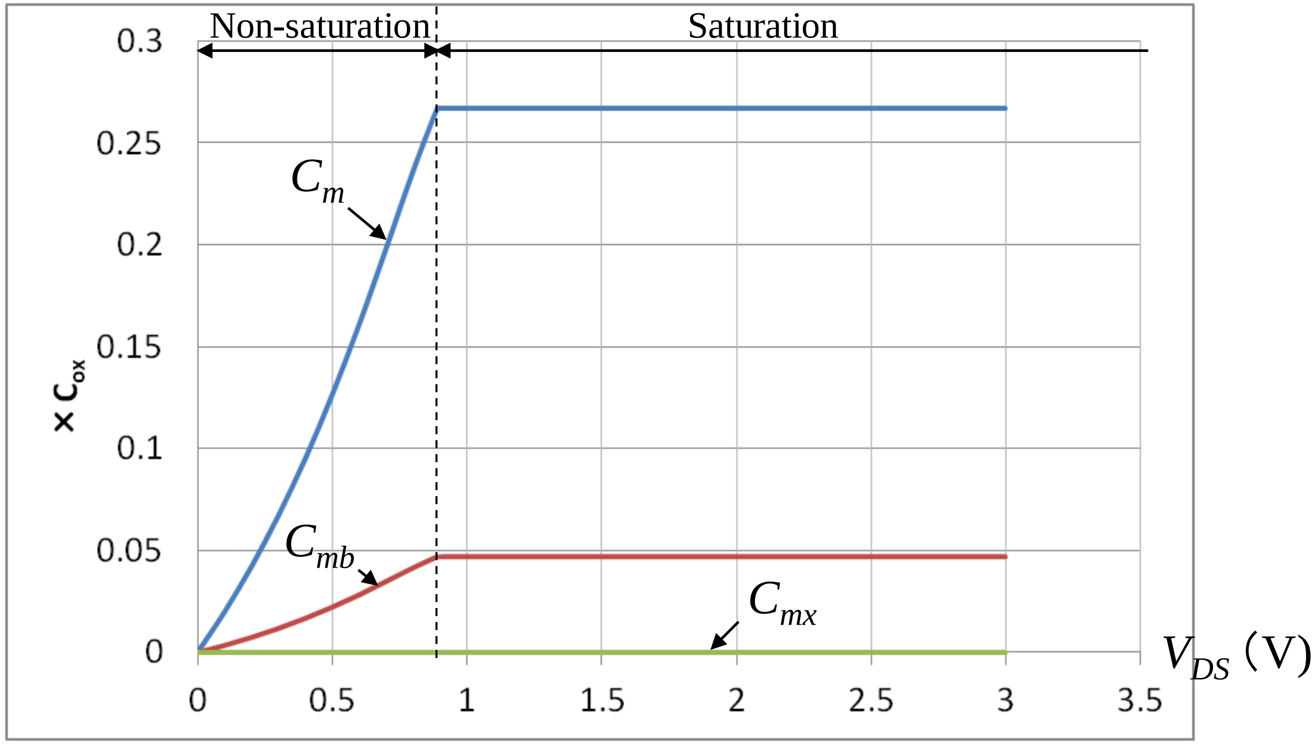
C_m, C_{mb}, C_{mx} vs. V_{DS} (V_{SB}=0)



$$C_m = C_{dg} - C_{gd}$$
$$C_{mb} = C_{db} - C_{bd}$$
$$C_{mx} = C_{bg} - C_{gb}$$

$V_{T0} = 0.5\text{ V},\ \gamma = 0.6\text{ V}^{0.5},\ \phi_0 = 0.9\text{ V},\ \text{with } V_{GS} = 2\text{ V}$

C_m, C_{mb}, C_{mx} vs. V_{DS} (V_{SB} = 2V)



$V_{T0} = 0.5$ V, $\gamma = 0.6\ \mathrm{V}^{0.5}$, $\phi_0 = 0.9$ V, with $V_{GS} = 2$ V

非飽和領域での各容量

$$C_{dd} = C_{dg} + C_{db} + C_{ds}$$
$$= C_{gd} + C_{bd} + C_{sd}$$

$V_{DS} = 0(\eta = 1)$での容量

ゲート側容量

$$C_{gg} = C_{ox} = C'_{ox}WL$$

$$C_{dg} = C_{gd} = C_{gs} = C_{sg} = \frac{C_{gg}}{2}$$

基板側容量

$$C_{bb} = (\alpha_1 - 1)C_{gg} = C'_{bc}(V_{SB})WL$$

$$C_{db} = C_{bd} = C_{bs} = C_{sb} = \frac{C_{bb}}{2}$$

ゲート～基板間容量

$$C_{gb} = C_{bg} = 0$$

ドレイン/ソース容量

$$C_{dd} = C_{ss} = \alpha_1 \frac{C_{ox}}{3}$$

ドレイン～ソース間容量

$$C_{ds} = C_{sd} = -\alpha_1 \frac{C_{ox}}{6}$$

$$C_m = C_{mb} = C_{mx} = 0$$

$V_{DS} = 0$の場合、$C_{kl} = C_{lk}$
一般に、$V_{DS} \neq 0$の場合、$C_{kl} \neq C_{lk}$

飽和領域での各容量

$V_{DS}=V_{DS}^{'}(\eta=0)$での容量は、以下となる。

ドレイン側容量

$$C_{dg}=\frac{4}{15}C_{ox}$$

$$\boxed{C_{gd}=0}$$

$$C_{db}=(\alpha_1-1)C_{dg}=\frac{4}{15}C_{bc}^{'}(V_{SB})WL$$

$$\boxed{C_{bd}=0}$$

ソース側容量

$$C_{sg}=\frac{2}{5}C_{ox}$$

$$C_{gs}=\frac{2}{3}C_{ox}$$

$$C_{sb}=(\alpha_1-1)C_{sg}=\frac{2}{5}C_{bc}^{'}(V_{SB})WL$$

$$C_{bs}=(\alpha_1-1)C_{gs}=\frac{2}{3}C_{bc}^{'}(V_{SB})WL$$

ゲート～基板間容量

$$C_{gb}=C_{bg}=\frac{\alpha_1-1}{3\alpha_1}C_{ox}$$

ドレイン～ソース間容量

$$\boxed{C_{ds}=-\alpha_1\frac{4}{15}C_{ox}}$$

$$\boxed{C_{sd}=0}$$

$$C_{gg}=\left[\frac{2}{3}+\frac{\alpha_1-1}{3\alpha_1}\right]C_{ox}$$

$$C_{bb}=\left[\frac{2}{3}(\alpha_1-1)+\frac{\alpha_1-1}{3\alpha_1}\right]C_{ox}$$

$$\boxed{C_{dd}=0}$$

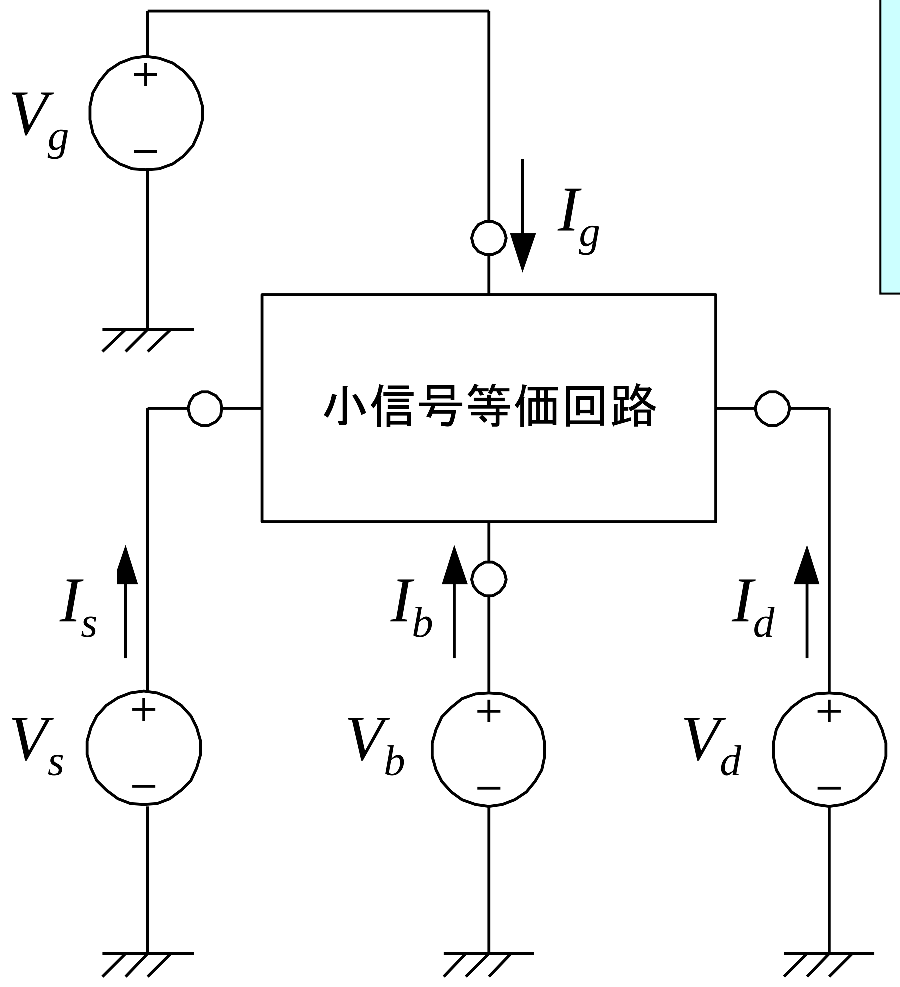
$$C_{ss}=\alpha_1\frac{2}{5}C_{ox}$$

$$C_m=\frac{4}{15}C_{ox}$$

$$C_{mb}=(\alpha_1-1)C_m=\frac{4}{15}C_{bc}^{'}(V_{SB})WL$$

$$C_{mx}=0$$

yパラメータモデル（電流・電圧表現：小信号）



$$v_g(t) = M_{vg}\cos(\omega t + \phi_{vg})$$

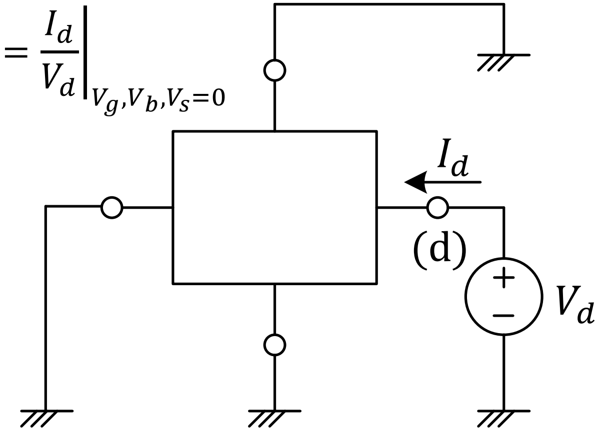
$$\Downarrow$$

$$V_g = M_{vg}e^{j\phi_{vg}}$$

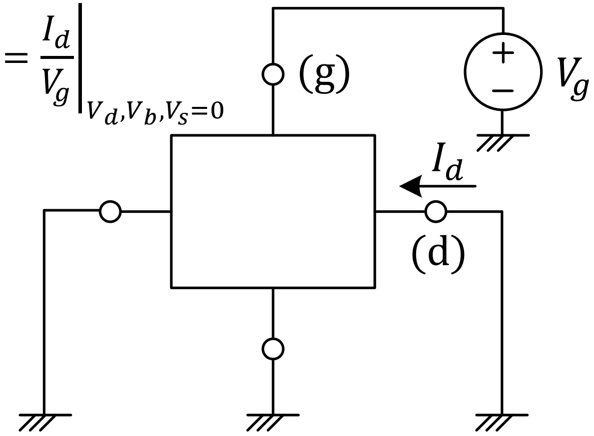
$i_d(t) \;\Rightarrow\; I_d$ $\qquad$ $v_d(t) \;\Rightarrow\; V_d$
$i_g(t) \;\Rightarrow\; I_g$ $\qquad$ $v_g(t) \;\Rightarrow\; V_g$
$i_b(t) \;\Rightarrow\; I_b$ $\qquad$ $v_b(t) \;\Rightarrow\; V_b$
$i_s(t) \;\Rightarrow\; I_s$ $\qquad$ $v_s(t) \;\Rightarrow\; V_s$

yパラメータの定義

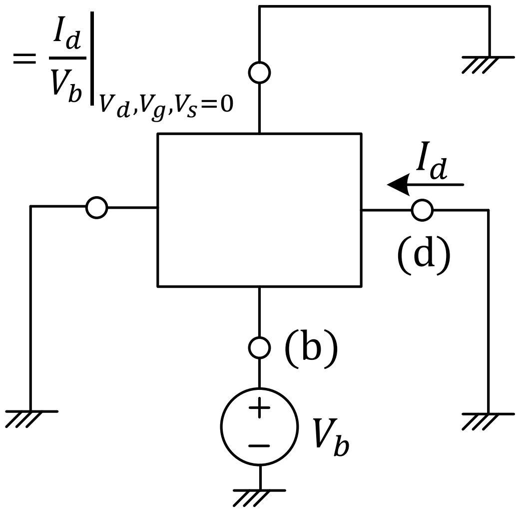
$$y_{dd} = \left.\frac{I_d}{V_d}\right|_{V_g, V_b, V_s = 0}$$



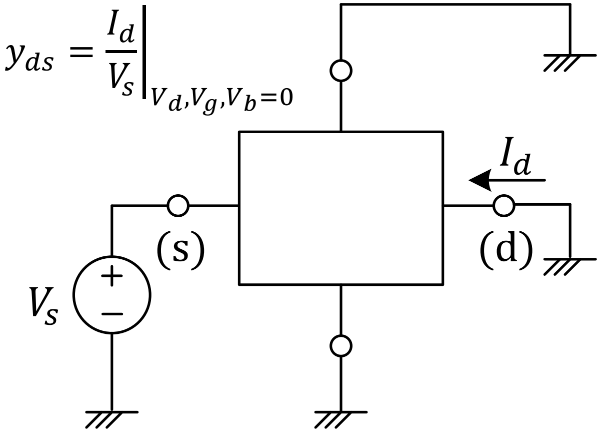
$$y_{dg} = \left.\frac{I_d}{V_g}\right|_{V_d, V_b, V_s = 0}$$



$$y_{db} = \left.\frac{I_d}{V_b}\right|_{V_d, V_g, V_s = 0}$$



$$y_{ds} = \left.\frac{I_d}{V_s}\right|_{V_d, V_g, V_b = 0}$$



yパラメータを用いた電流表現（1）

小信号等価回路が線形であるため、I_dは以下の式で表される。

$$
\begin{aligned}
I_d &= I_d\Big|_{V_g,V_b,V_s=0} + I_d\Big|_{V_d,V_b,V_s=0} + I_d\Big|_{V_d,V_g,V_s=0} + I_d\Big|_{V_d,V_g,V_b=0} \\
&= y_{dd}V_d + y_{dg}V_g + y_{db}V_b + y_{ds}V_s
\end{aligned}
$$

ここで、

$$
y_{kl} = \frac{I_k}{V_l}\bigg|_{V_n=0,n\neq l}
$$

である。これから同様に、I_g, I_b, I_sは以下の式で表される。

$$
\begin{aligned}
I_g &= y_{gd}V_d + y_{gg}V_g + y_{gb}V_b + y_{gs}V_s \\
I_b &= y_{bd}V_d + y_{bg}V_g + y_{bb}V_b + y_{bs}V_s \\
I_s &= y_{sd}V_d + y_{sg}V_g + y_{sb}V_b + y_{ss}V_s
\end{aligned}
$$

yパラメータを用いた電流表現（2）

yパラメータの間には、以下の関係がある。

$$y_{dd} + y_{dg} + y_{db} + y_{ds} = y_{dd} + y_{gd} + y_{bd} + y_{sd} = 0$$
$$y_{gg} + y_{gd} + y_{gb} + y_{gs} = y_{gg} + y_{dg} + y_{bg} + y_{sg} = 0$$
$$y_{bb} + y_{bd} + y_{bg} + y_{bs} = y_{bb} + y_{db} + y_{gb} + y_{sb} = 0$$
$$y_{ss} + y_{sd} + y_{sg} + y_{sb} = y_{ss} + y_{ds} + y_{gs} + y_{bs} = 0$$

また、電流に関して以下の関係がある。

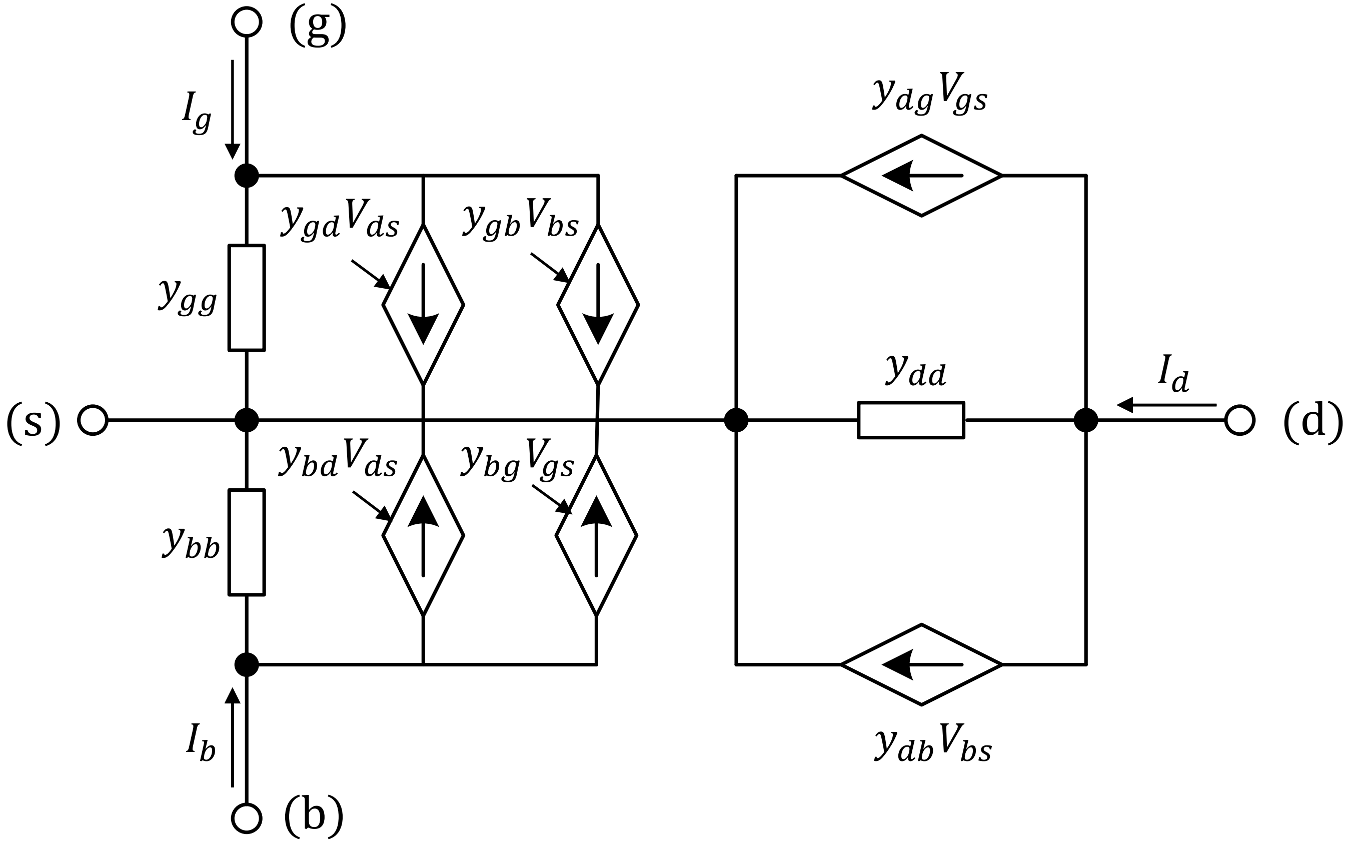
$$\boldsymbol{I_d} = y_{dd}V_d + y_{dg}V_g + y_{db}V_b + y_{ds}V_s = y_{dd}V_{ds} + y_{dg}V_{gs} + y_{db}V_{bs} + \left(y_{dd} + y_{dg} + y_{db} + y_{ds}\right)V_s$$
$$= \boldsymbol{y_{dd}V_{ds} + y_{dg}V_{gs} + y_{db}V_{bs}}$$

同様に,I_gとI_bは以下の式で表される。

$$\boxed{V_{kl} = V_k - V_l}$$

$$\boldsymbol{I_g = y_{gd}V_{ds} + y_{gg}V_{gs} + y_{gb}V_{bs}}, \qquad \boldsymbol{I_b = y_{bd}V_{ds} + y_{bg}V_{gs} + y_{bb}V_{bs}}$$

ソース参照yパラメータモデル



yパラメータを用いた電流表現(3)

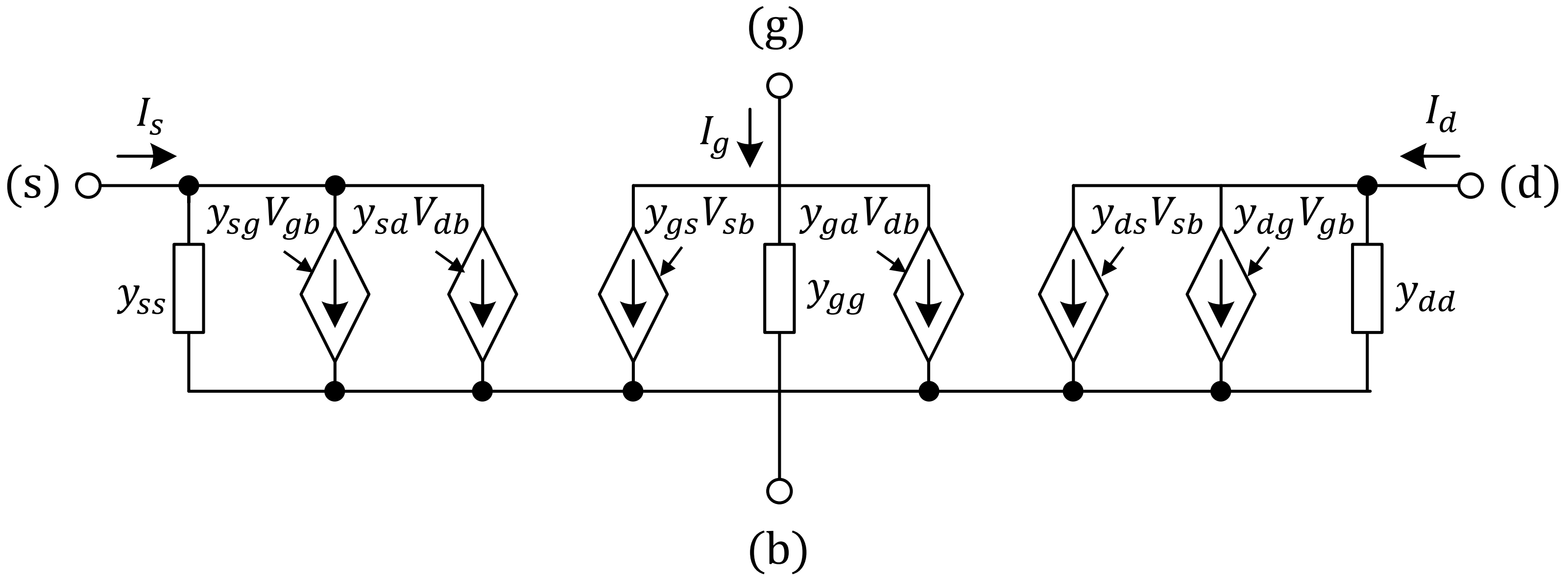
また、I_dは以下の如く変形される。

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{I_d} &= y_{dd}V_d + y_{dg}V_g + y_{db}V_b + y_{ds}V_s \\
&= y_{dd}V_{db} + y_{dg}V_{gb} + \left(y_{dd} + y_{dg} + y_{db} + y_{ds}\right)V_b + y_{ds}V_{sb} \\
&= \boldsymbol{y_{dd}V_{db} + y_{dg}V_{gb} + y_{ds}V_{sb}}
\end{aligned}
$$

これから同様に、I_gとI_sは以下の式で表される。

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{I_g} &= \boldsymbol{y_{gd}V_{db} + y_{gg}V_{gb} + y_{gs}V_{sb}} \\
\boldsymbol{I_s} &= \boldsymbol{y_{sd}V_{db} + y_{sg}V_{gb} + y_{ss}V_{sb}}
\end{aligned}
$$

基板参照yパラメータモデル



yパラメータを用いた電流表現（4）

電流に関して以下の関係がある。

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{I_d} &= y_{dd}V_{ds} + y_{dg}V_{gs} + y_{db}V_{bs} \\
&= -\left(y_{gd} + y_{bd} + y_{sd}\right)V_{ds} + y_{dg}V_{gs} + y_{db}V_{bs} \\
&= -y_{gd}\left(V_{dg} + V_{gs}\right) - y_{bd}(V_{db} + V_{bs}) - y_{sd}V_{ds} + y_{dg}V_{gs} + y_{db}V_{bs} \\
&= -y_{gd}V_{dg} - y_{sd}V_{ds} - y_{bd}V_{db} + \left(y_{dg} - y_{gd}\right)V_{gs} + (y_{db} - y_{bd})V_{bs} \\
&= -\boldsymbol{y_{gd}V_{dg}} - \boldsymbol{y_{sd}V_{ds}} - \boldsymbol{y_{bd}V_{db}} + \boldsymbol{y_m V_{gs}} + \boldsymbol{y_{mb}V_{bs}}
\end{aligned}
$$

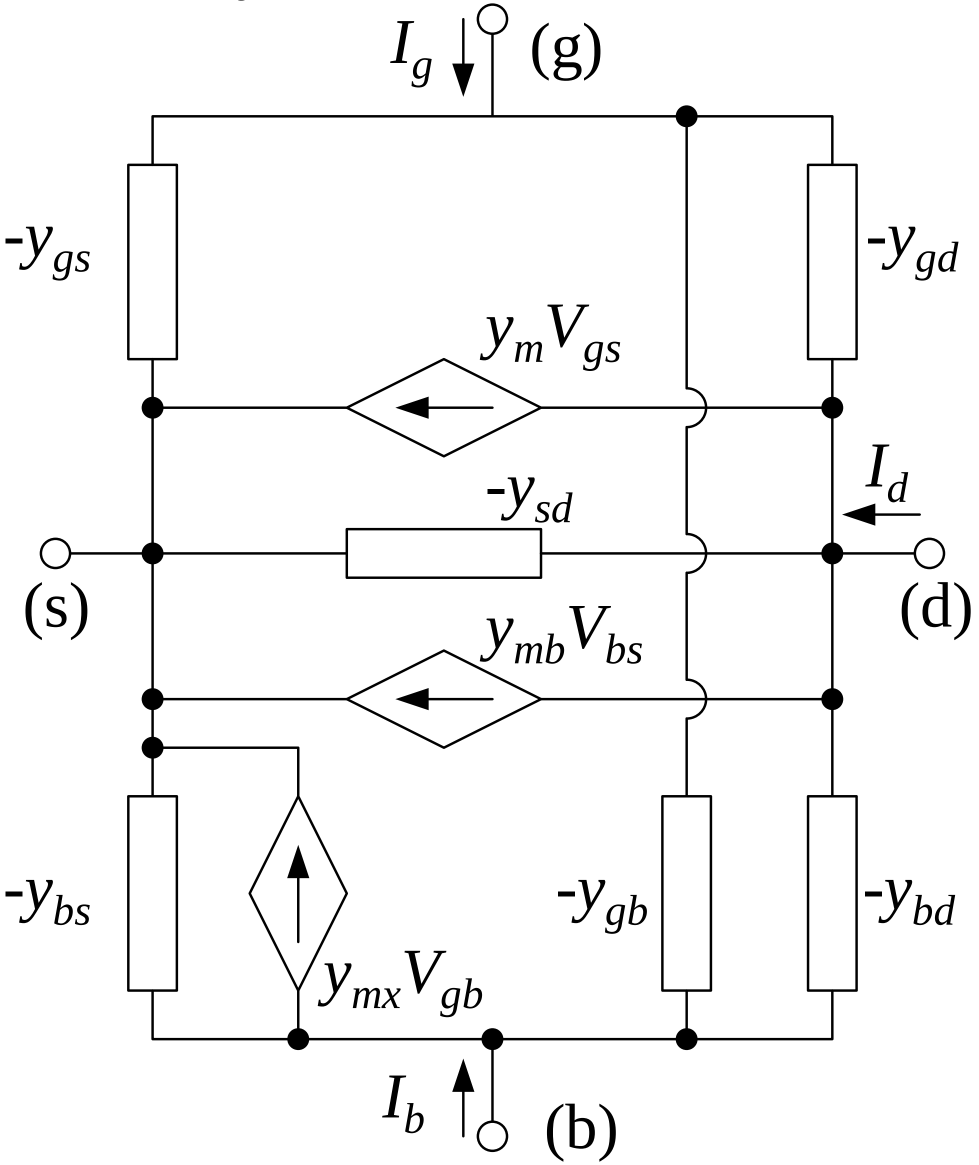
同様に以下が導かれる。

$$
\boldsymbol{I_g} = -\boldsymbol{y_{gd}V_{gd}} - \boldsymbol{y_{gb}V_{gb}} - \boldsymbol{y_{gs}V_{gs}}
$$

$$
\boldsymbol{I_b} = -\boldsymbol{y_{bd}V_{bd}} - \boldsymbol{y_{gb}V_{bg}} + \boldsymbol{y_{mx}V_{gb}} - \boldsymbol{y_{bs}V_{bs}}
$$

$$
\begin{aligned}
y_m &= y_{dg} - y_{gd} \\
y_{mb} &= y_{db} - y_{bd} \\
y_{mx} &= y_{bg} - y_{gb}
\end{aligned}
$$

一般的なyパラメータモデル



完全QS小信号の場合

$$-y_{gd} = j\omega C_{gd}$$
$$-y_{gs} = j\omega C_{gs}$$
$$-y_{bd} = j\omega C_{bd}$$
$$-y_{bs} = j\omega C_{bs}$$
$$-y_{gb} = j\omega C_{gb}$$
$$-y_{sd} = g_{sd} + j\omega C_{sd}$$
$$y_m = g_m - j\omega C_m$$
$$y_{mb} = g_{mb} - j\omega C_{mb}$$
$$y_{mx} = -j\omega C_{mx}$$

NQS強反転モデル（1）：dc

αに関し以下を仮定する。

$$\alpha = \alpha_1 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}}$$ （α_1のV_SまたはV_Bの微分は無視する。）

dcバイアス印加すると、簡単化されたソース参照モデル（直接導出）の結果から

$$Q'_B(x) = -C'_{ox}\left[\gamma\sqrt{\phi_0 - V_{BS}} + (\alpha_1 - 1)V_{CS}(x)\right] \Rightarrow Q_B = W\int_0^L Q'_B(x)dx$$

$$Q'_G(x) = C'_{ox}[V_{GS} - V_{FB} - \phi_0 - V_{CS}(x)] - Q'_o \Rightarrow Q_G = W\int_0^L Q'_G(x)dx$$

$$Q'_I(x) = -C'_{ox}U_I(x)$$

$$U_I(x) = V_{GS} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma\sqrt{\phi_0 - V_{BS}} - \alpha_1 V_{CS}(x)$$

$$V_{GS} = V_{GB} - V_{SB}$$
$$V_{CS}(x) = V_{CB}(x) - V_{SB}$$
$$Q'_G + Q'_o + Q'_I + Q'_B = 0$$

NQS強反転モデル（2）：dc

チャネル内の点xにおける電流$I_I(x)$は、以下になる。

$$I_I(x) = -\mu W Q_I'(x) \frac{dV_{CS}(x)}{dx} = \frac{1}{\alpha_1} \mu W Q_I'(x) \frac{dU_I(x)}{dx} = -\frac{1}{\alpha_1} \mu W C_{ox}' U_I(x) \frac{dU_I(x)}{dx}$$

dcの場合、$I_I(x) = I_D$である。上式をxからLまで積分すると、

$$I_D = \frac{W}{L - x} \frac{\mu C_{ox}'}{2\alpha_1} [U_I^2(x) - U_I^2(L)]$$

となる。$x = 0$の場合、以下になる。

$$I_D = \frac{W}{L} \frac{\mu C_{ox}'}{2\alpha_1} [U_I^2(0) - U_I^2(L)]$$

I_Dに関する上２式から$U_I(x)$を解くと、以下を得る。

$$U_I(x) = \left\{ U_I^2(0) + \frac{x}{L} [U_I^2(L) - U_I^2(0)] \right\}^{1/2}$$

NQS強反転モデル(3):dc

ソース端では、$V_{CS}(0) = 0$であるから、

$$U_I(0) = V_{GS} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma\sqrt{\phi_0 - V_{BS}}$$

となる。また、ドレイン端では、

$$\begin{aligned} V_{CS}(L) &= V_{DS}, \qquad && V_{DS} \leq V'_{DS} \\ &= V'_{DS}\ , && V_{DS} > V'_{DS} \end{aligned}$$

であるから、

$$\begin{aligned} U_I(L) &= V_{GS} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma\sqrt{\phi_0 - V_{BS}} - \alpha_1 V_{DS}, \qquad && V_{DS} \leq V'_{DS} \\ &= V_{GS} - V_{FB} - \phi_0 - \gamma\sqrt{\phi_0 - V_{BS}} - \alpha_1 V'_{DS}, && V_{DS} > V'_{DS} \end{aligned}$$

となる。また、ここでdc成分に関し、以下とする。

$$I_G = I_B = 0$$

NQS強反転モデル（4）：時間変化（大信号）

全量（大信号）の時間変化はそれぞれ以下で表される。

$$q'_G(x,t) = C'_{ox}[v_{GS}(t) - V_{FB} - \phi_0 - v_{CS}(x,t)] - Q'_o,\quad q_G(t) = W\int_0^L q'_G(x,t)dx$$

$$q'_B(x,t) = -C'_{ox}\left[\gamma\sqrt{\phi_0 - v_{BS}(t)} + (\alpha_1 - 1)v_{CS}(x,t)\right],\quad q_B(t) = W\int_0^L q'_B(x,t)dx$$

$$q'_I(x,t) = -C'_{ox}u_I(x,t),\quad u_I(x,t) = v_{GS}(t) - V_{FB} - \phi_0 - \gamma\sqrt{\phi_0 - v_{BS}(t)} - \alpha_1 v_{CS}(x,t)$$

また、電流$i_I(x,t)$は、

$$i_I(x,t) = \frac{\mu W}{\alpha_1} q'_I(x,t)\frac{\partial u_I(x,t)}{\partial x}$$

となる。電流連続の式から以下を得る。

$$\frac{\partial i_I(x,t)}{\partial x} = -C'_{ox}W\frac{\partial u_I(x,t)}{\partial t}$$

以下が端子電流である。

$$i_D(t) = i_I(L,t)$$

$$i_G(t) = \frac{dq_G(t)}{dt}$$

$$i_B(t) = \frac{dq_B(t)}{dt}$$

NQS強反転モデル（５）：時間変化（小信号）

全端子電圧を以下で定義する。

$$v_{GS}(t) = V_{GS} + v_{gs}(t)$$ （全変化量 = バイアス量 + 小信号）

$$v_{BS}(t) = V_{BS} + v_{bs}(t)$$

$$v_{DS}(t) = V_{DS} + v_{ds}(t)$$

上記電圧による他の時間変化量は以下になる。

$$q'_G(x,t) = Q'_G(x) + q'_g(x,t)$$

$$q_G(t) = Q_G + q_g(t)$$

$$q'_B(x,t) = Q'_B(x) + q'_b(x,t)$$

$$q_B(t) = Q_B + q_b(t)$$

$$u_I(x,t) = U_I(x) + u_i(x,t)$$

NQS強反転モデル（６）：時間変化（小信号）

ゲート電荷をバイアスと小信号部分に分けて表すと、

$$Q'_G(x) + q'_g(x,t) = C'_{ox}\left[V_{GS} + v_{gs}(t) \quad - V_{FB} - \phi_0 - V_{CS} - v_{cs}(x,t) \quad \right] - Q'_o$$
$$= \left\{C'_{ox}\left[V_{GS} \quad - V_{FB} - \phi_0 - V_{CS} \quad \right] - Q'_o\right\} + C'_{ox}\left[v_{gs}(t) - v_{cs}(x,t)\right]$$

となるため、

$$q'_g(x,t) = C'_{ox}\left[v_{gs}(t) - v_{cs}(x,t)\right]$$

となる。また、

$$Q_G(x) + q_g(t) = W\int_0^L \left[Q'_G(x) + q'_g(x,t)\right]dx = W\int_0^L Q'_G(x)\,dx + W\int_0^L q'_g(x,t)\,dx$$

から、以下を得る。

$$q_g(t) = W\int_0^L q'_g(x,t)\,dx$$

NQS強反転モデル(7):時間変化(小信号)

空乏層電荷に関して、同様の表現を得るために

$$q_B'(x,t) = -C_{ox}'\left[\gamma\sqrt{\phi_0 - v_{BS}(t)} + (\alpha_1 - 1)v_{CS}(x,t)\right]$$

の中の、ルートの表現をテイラー展開して

$$\gamma\sqrt{\phi_0 - v_{BS}(t)} = \gamma\sqrt{(\phi_0 - V_{BS}) - v_{bs}(t)} = \gamma\sqrt{\phi_0 - V_{BS}} - (\alpha_1 - 1)v_{bs}(t)$$

とすると、

$$Q_B'(x) + q_b'(x,t) = -C_{ox}'\left[\gamma\sqrt{\phi_0 - V_{BS}} - (\alpha_1 - 1)v_{bs}(t) + (\alpha_1 - 1)(V_{CS}(x) + v_{cs}(x,t))\right]$$

$$= -C_{ox}'\left[\gamma\sqrt{\phi_0 - V_{BS}} + (\alpha_1 - 1)V_{CS}(x)\right] + C_{ox}'(\alpha_1 - 1)(v_{bs}(t) - v_{cs}(x,t))$$

になるため、以下を得る。

$$q_b'(x,t) = C_{ox}'(\alpha_1 - 1)(v_{bs}(t) - v_{cs}(x,t))$$

また、同様に以下も得る。

$$q_b(t) = W\int_0^L q_b'(x,t)\,dx$$

NQS強反転モデル（8）：時間変化（小信号）

$u_i(x,t)$に関しても、ルートの表現に$q_B'(x,t)$と同様の処理をして整理すると、
以下を得る。

$$u_i(x,t) = v_{gs}(t) + (\alpha_1 - 1)v_{bs}(t) \quad - \alpha_1 v_{cs}(x,t)$$
$$= \left[v_{gs}(t) - v_{cs}(x,t)\right] + (\alpha_1 - 1)\left[v_{bs}(t) - v_{cs}(x,t)\quad\right]$$

$v_{cs}(x,t)$は、ソースで0、ドレインで$v_{ds}(t)$であるから、

$$u_i(0,t) = v_{gs}(t) + (\alpha_1 - 1)v_{bs}(t)$$
$$u_i(L,t) = \left[v_{gs}(t) - v_{ds}(t)\right] + (\alpha_1 - 1)\left[v_{bs}(t) - v_{ds}(t)\quad\right]$$

を得る。これらは、境界条件になる。

NQS強反転モデル（９）：時間変化（小信号）

$i_i(x,t)$を求める。

$$
\begin{aligned}
i_I(x,t) &= I_I(x) + i_i(x,t) = \frac{\mu W}{\alpha_1} q_I'(x,t)\frac{\partial u_I(x,t)}{\partial x} \\
&= \frac{\mu W}{\alpha_1}(-C_{ox}')(U_I(x) + u_i(x,t))\frac{\partial}{\partial x}(U_I(x) + u_i(x,t)) \\
&= -\frac{\mu W C_{ox}'}{\alpha_1}\left\{U_I(x)\frac{\partial U_I(x)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}[U_I(x)u_i(x,t)] + u_i(x,t)\frac{\partial u_i(x,t)}{\partial x}\right\}
\end{aligned}
$$

であるから、{　}内の最後の項を無視すると、

$$
i_i(x,t) = -\frac{\mu W C_{ox}'}{\alpha_1}\frac{\partial}{\partial x}[U_I(x)u_i(x,t)]
$$

を得る。また、$\partial I_I(x)/\partial x = 0, \partial U_I(x)/\partial t = 0$から以下を得る。

$$
\frac{\partial i_i(x,t)}{\partial x} = -C_{ox}' W \frac{\partial u_i(x,t)}{\partial t}
$$

NQS強反転モデル（１０）：時間変化（小信号）

ドレインの小信号電流は、

$$i_d(t) = i_i(L,t)$$

となる。また、ゲートの小信号電流は、

$$u_i(x,t) = v_{gs}(t) + (\alpha_1 - 1)v_{bs}(t) \quad - \alpha_1 v_{cs}(x,t)$$
$$\Rightarrow v_{cs}(x,t) = \frac{1}{\alpha_1}\left[v_{gs}(t) + (\alpha_1 - 1)v_{bs}(t) - u_i(x,t)\right]$$

$$i_g(t) = \frac{dq_g(t)}{dt} = WC'_{ox}\frac{d}{dt}\int_0^L \left[v_{gs}(t) - v_{cs}(x,t)\right]dx$$
$$= WC'_{ox}\frac{d}{dt}\int_0^L \left\{\frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_1}\left[v_{gs}(t) - v_{bs}(t)\right] + \frac{1}{\alpha_1}u_i(x,t)\right\}dx$$

となる。同様に、$i_b(t)$は以下になる。

$$i_b(t) = \frac{dq_b(t)}{dt} = (\alpha_1 - 1)WC'_{ox}\frac{d}{dt}\int_0^L \left\{\frac{1}{\alpha_1}\left[v_{bs}(t) - v_{gs}(t)\right] + \frac{1}{\alpha_1}u_i(x,t)\right\}dx$$

NQS強反転モデル：指数関数励起

印加電圧を以下とする。

$$v_{gs}(t) = V_{gs}e^{j\omega t}$$
$$v_{bs}(t) = V_{bs}e^{j\omega t}$$
$$v_{ds}(t) = V_{ds}e^{j\omega t}$$

これらの小信号に関連した式は線形であるから、以下を得る。

$$u_i(x,t) = U_i(x,\omega)e^{j\omega t}$$
$$i_i(x,t) = I_i(x,\omega)e^{j\omega t}$$
$$i_d(t) = I_d(\omega)e^{j\omega t}$$
$$i_g(t) = I_g(\omega)e^{j\omega t}$$
$$i_b(t) = I_b(\omega)e^{j\omega t}$$

指数関数励起のある場合の関係式

$$I_i(x,\omega) = -\frac{\mu W C'_{ox}}{\alpha_1}\frac{\partial}{\partial x}[U_I(x)U_i(x,\omega)]$$

$$\frac{\partial I_i(x,\omega)}{\partial x} = -j\omega C'_{ox} W U_i(x,\omega)$$

$$U_i(0,\omega) = V_{gs} + (\alpha_1 - 1)V_{bs}$$
$$U_i(L,\omega) = \left[V_{gs} - V_{ds}\right] + (\alpha_1 - 1)\left[V_{bs} - V_{ds}\quad\right]$$

$$I_d(\omega) = I_i(L,\omega)$$

$$I_g(\omega) = j\omega C'_{ox} W \left[L\frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_1}\left[V_{gs} - V_{bs}\right] + \frac{1}{\alpha_1}\int_0^L U_i(x,\omega)\,dx\right]$$

$$I_b(\omega) = j\omega(\alpha_1 - 1) C'_{ox} W \left[L\frac{1}{\alpha_1}\left[V_{bs} - V_{gs}\right] + \frac{1}{\alpha_1}\int_0^L U_i(x,\omega)\,dx\right]$$

小信号電流値（I_d, I_g, I_b）の表現

$I_d(\omega), I_g(\omega), I_b(\omega)$は以下で表される。

$$I_d(\omega) = \frac{N_{dd}(\omega)V_{ds} + N_{dg}(\omega)V_{gs} + N_{db}(\omega)V_{bs}}{D(\omega)}$$

$$I_g(\omega) = \frac{N_{gd}(\omega)V_{ds} + N_{gg}(\omega)V_{gs} + N_{gb}(\omega)V_{bs}}{D(\omega)}$$

$$I_b(t) = \frac{N_{bd}(\omega)V_{ds} + N_{bg}(\omega)V_{gs} + N_{bb}(\omega)V_{bs}}{D(\omega)}$$

ここで、 $k, l = d, g, b$

$$N_{kl}(\omega) = n_{kl0} + (j\omega)n_{kl1} + (j\omega)^2 n_{kl2} + \bullet\bullet\bullet, \quad D(\omega) = d_0 + (j\omega)d_1 + (j\omega)^2 d_2 + \bullet\bullet\bullet$$

である。また、yパラメータと以下により関連付けられる。

$$y_{dd} = N_{dd}(\omega)/D(\omega), \quad y_{dg} = N_{dg}(\omega)/D(\omega), \quad y_{db} = N_{db}(\omega)/D(\omega)$$
$$y_{gd} = N_{gd}(\omega)/D(\omega), \quad y_{gg} = N_{gg}(\omega)/D(\omega), \quad y_{gb} = N_{gb}(\omega)/D(\omega)$$
$$y_{bd} = N_{bd}(\omega)/D(\omega), \quad y_{bg} = N_{bg}(\omega)/D(\omega), \quad y_{bb} = N_{bb}(\omega)/D(\omega)$$

一般的なyパラメータモデル（等価回路）との関連付け

yパラメータの y_{gd}, y_{gb}, y_{bd} は直接関連付けられる。
他のパラメータは、以下によって関連付けられる。

$$y_{gs} = -y_{gg} - y_{gd} - y_{gb}$$

$$y_{bs} = -y_{bb} - y_{bd} - y_{bg}$$

$$y_{sd} = -y_{dd} - y_{gd} - y_{bd}$$

NQSの場合のyパラメータ

ソース側のy

$$\begin{cases} -y_{gs} = j\omega C_{gs} \dfrac{1 + j\omega\tau_2 + \cdots}{1 + j\omega\tau_1 + \cdots} \\ -y_{bs} = j\omega C_{bs} \dfrac{1 + j\omega\tau_2 + \cdots}{1 + j\omega\tau_1 + \cdots} \end{cases}$$

ドレイン側のy

$$\begin{cases} -y_{gd} = j\omega C_{gd} \dfrac{1 + j\omega\tau_3 + \cdots}{1 + j\omega\tau_1 + \cdots} \\ -y_{bd} = j\omega C_{bd} \dfrac{1 + j\omega\tau_3 + \cdots}{1 + j\omega\tau_1 + \cdots} \end{cases}$$

$$-y_{gb} = j\omega C_{gb} + \frac{(j\omega)^2 C_{gb,sat}\tau_4 + \cdots}{1 + j\omega\tau_1 + \cdots}$$

$$-y_{sd} = \frac{g_{sd}}{1 + j\omega\tau_1 + \cdots}$$

$$y_m = \frac{g_m}{1 + j\omega\tau_1 + \cdots}$$
$$y_{mb} = \frac{g_{mb}}{1 + j\omega\tau_1 + \cdots}$$
$$y_{mx} = 0$$

$$\begin{cases} \tau_1 = \dfrac{4}{15}\dfrac{1}{\omega_0}\dfrac{1 + 3\eta + \eta^2}{(1+\eta)^3} \\ \tau_2 = \dfrac{1}{15}\dfrac{1}{\omega_0}\dfrac{2 + 8\eta + 5\eta^2}{(1+\eta)^2(1+2\eta)} \\ \tau_3 = \dfrac{1}{15}\dfrac{1}{\omega_0}\dfrac{5 + 8\eta + 2\eta^2}{(1+\eta)^2(2+\eta)} \\ \tau_4 = \dfrac{2}{15}\dfrac{1}{\omega_0}\dfrac{2 + 13\eta + 30\eta^2 + 13\eta^3 + 2\eta^4}{(1+\eta)^5} \end{cases}$$

$$\omega_0 = \frac{\mu(V_{GS} - V_T)}{\alpha L^2}$$

低周波の場合のyパラメータ

低周波の場合（$\omega \ll \omega_0$）、

$$-y_{gs} \approx j\omega C_{gs},\quad -y_{bs} \approx j\omega C_{bs},\quad -y_{gd} \approx j\omega C_{gd}$$
$$-y_{bd} \approx j\omega C_{bd},\quad -y_{gb} \approx j\omega C_{gb},\quad -y_{sd} \approx g_{sd}$$
$$y_m \approx g_m,\quad y_{mb} \approx g_{mb},\quad y_{mx} = 0$$

となり、高周波モデルが低/中間周波モデルに一致する。
また、V_{DS}またはV_{GS}が小さく、V_{SB}が大きい場合、

$$\frac{y_{bs}}{y_{gs}} \approx \frac{y_{bd}}{y_{gd}} \approx \frac{y_{mb}}{y_m} \approx \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1$$

が成立する。

$$\because \quad \frac{C_{bs}}{C_{gs}} \approx \frac{C_{bd}}{C_{gd}} \approx \frac{C'_{bc}(V_{SB})}{C'_{ox}} \approx \frac{g_{mb}}{g_m} \approx \frac{dV_T}{dV_{SB}} = \alpha_1 - 1$$

NQSの場合のyパラメータの近似

ソース側のy

$$-y_{gs} \approx \frac{j\omega C_{gs}}{1+j\omega(\tau_1-\tau_2)}, \quad \omega\tau_2 \ll 1$$

$$-y_{bs} \approx \frac{j\omega C_{bs}}{1+j\omega(\tau_1-\tau_2)}, \quad \omega\tau_2 \ll 1$$

ドレイン側のy

$$-y_{gd} \approx \frac{j\omega C_{gd}}{1+j\omega(\tau_1-\tau_3)}, \quad \omega\tau_3 \ll 1$$

$$-y_{bd} \approx \frac{j\omega C_{bd}}{1+j\omega(\tau_1-\tau_3)}, \quad \omega\tau_3 \ll 1$$

$$-y_{gb} \approx j\omega C_{gb} + y_a$$

$$-y_{sd} \approx \frac{g_{sd}}{1+j\omega\tau_1}, \quad \omega\tau_1 \ll 1$$

$$y_m \approx \frac{g_m}{1+j\omega\tau_1}, \quad \omega\tau_1 \ll 1$$

$$y_{mb} \approx \frac{g_{mb}}{1+j\omega\tau_1}, \quad \omega\tau_1 \ll 1$$

$$y_{mx} \approx 0$$

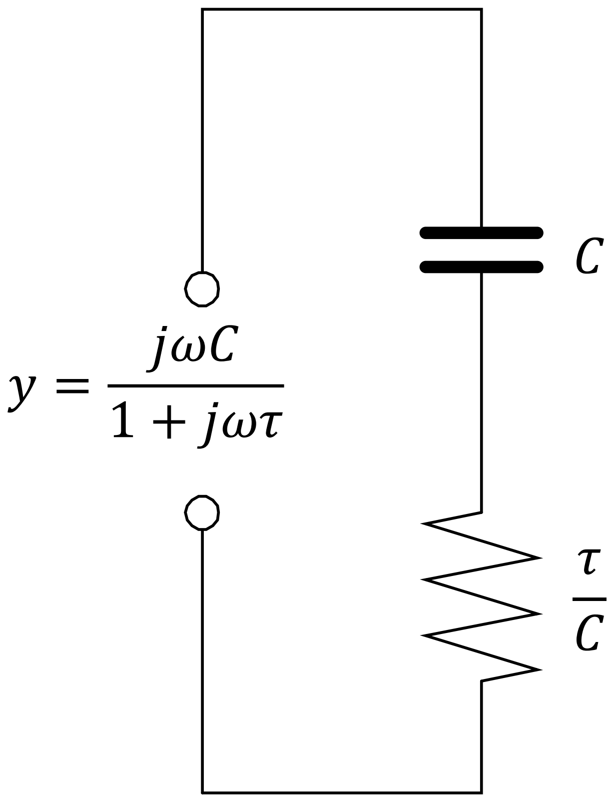
但し、$y_a \approx \dfrac{(j\omega)^2 C_{gb,sat}\tau_4}{1+j\omega\tau_1}$

近似方法

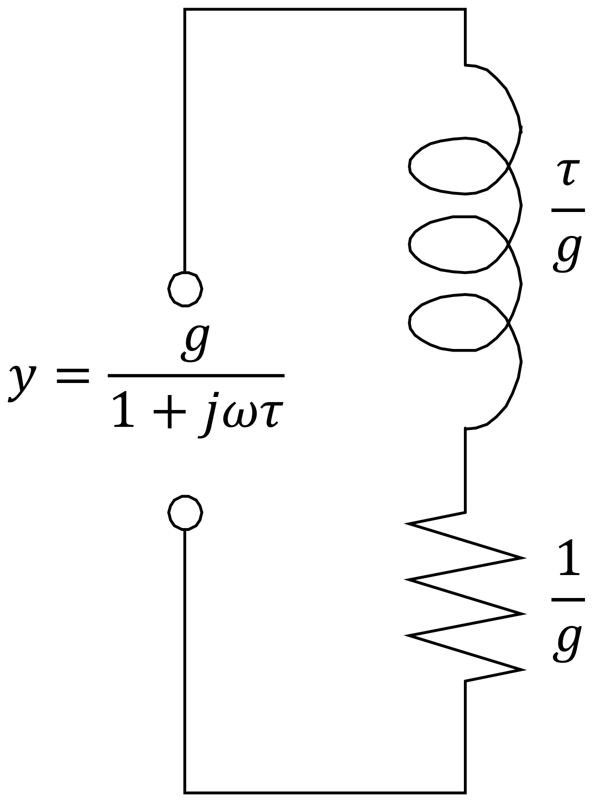
$\omega\tau_2 \ll 1$の $\Rightarrow 1+j\omega\tau_2$が$(1-j\omega\tau_2)^{-1}$

飽和領域では、$y_a \approx 0$, 非飽和領域且つV_{DS}小では、y_aはy_{gb}の中では主モードであるが、y_{gb}は他に比べて小さい。

yパラメータの等価回路



y_{gs}，y_{bs}，y_{gd}，y_{bd}



y_{sd}

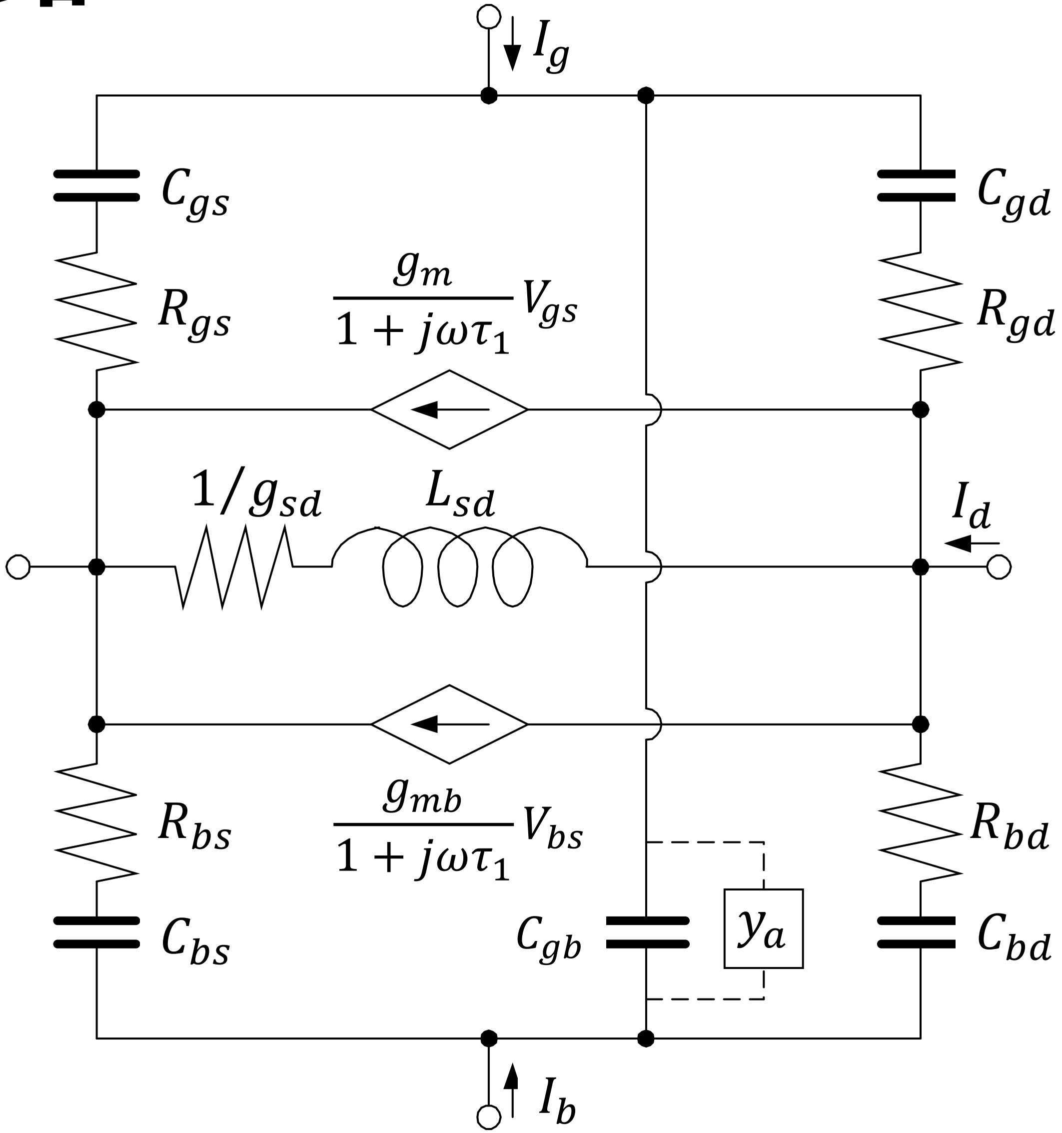
NQS小信号等価回路

時定数の関係

$$R_{gs}C_{gs} = R_{bs}C_{bs} = \tau_1 - \tau_2$$
$$R_{gd}C_{gd} = R_{bd}C_{bd} = \tau_1 - \tau_3$$
$$L_{sd}g_{sd} = \tau_1$$

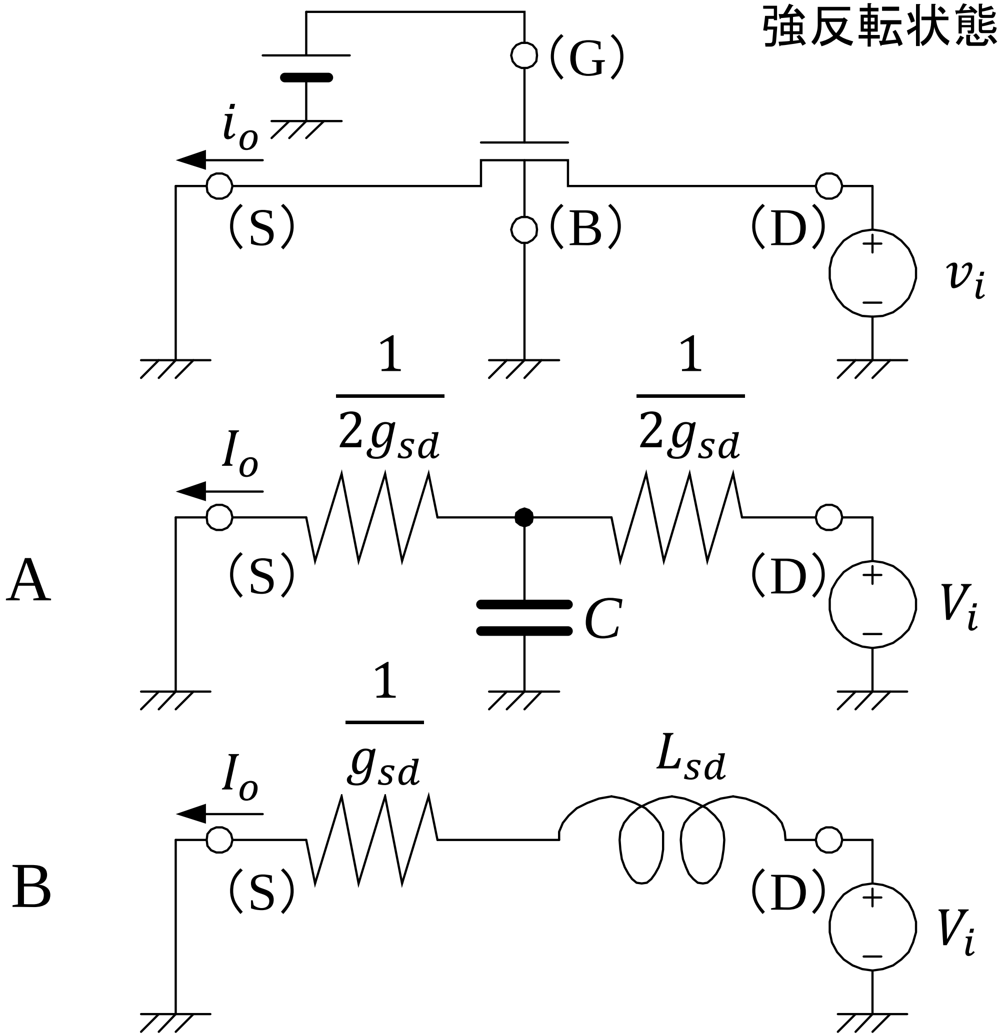
抵抗の関係

$$R_{kl} \propto (\omega_0 C_{ox})^{-1}$$
$$= \left(\frac{L}{W}\right)\frac{\alpha}{\mu C'_{ox}(V_{GS} - V_T)}$$



インダクタンス成分の解釈

強反転状態:チャネルは均一抵抗



AとBで同じ

$$I_o = \frac{g_{sd}}{1 + j\omega\tau} V_i$$

$\tau = C/(4g_{sd})$

$\tau = L_{sd} g_{sd}$

完全QSモデルとNQSモデルの比較

$\omega\tau_1 \ll 1$の場合、$(1 + j\omega\tau_1)^{-1} \approx 1 - j\omega\tau_1$であるから、

$$
\begin{aligned}
-y_{sd} &\approx g_{sd} - j\omega\tau_1 g_{sd}, \quad \omega\tau_1 \ll 1 \\
y_m &\approx g_m - j\omega\tau_1 g_m, \quad \omega\tau_1 \ll 1 \\
y_{mb} &\approx g_{mb} - j\omega\tau_1 g_{mb}, \quad \omega\tau_1 \ll 1
\end{aligned}
$$

となる。完全QSモデルの場合、

$$
\begin{aligned}
-y_{sd} &= g_{sd} + j\omega C_{sd} \\
y_m &= g_m - j\omega C_m \\
y_{mb} &= g_{mb} - j\omega C_{mb}
\end{aligned}
$$

であるから、

$$
\tau_1 g_{sd} = -C_{sd}, \qquad \tau_1 g_m = C_m, \qquad \tau_1 g_{mb} = C_{mb}
$$

となり、NQSモデルは完全QSモデルになる。但し、C_{mx}は無視する。

複素数係数を用いない等価回路

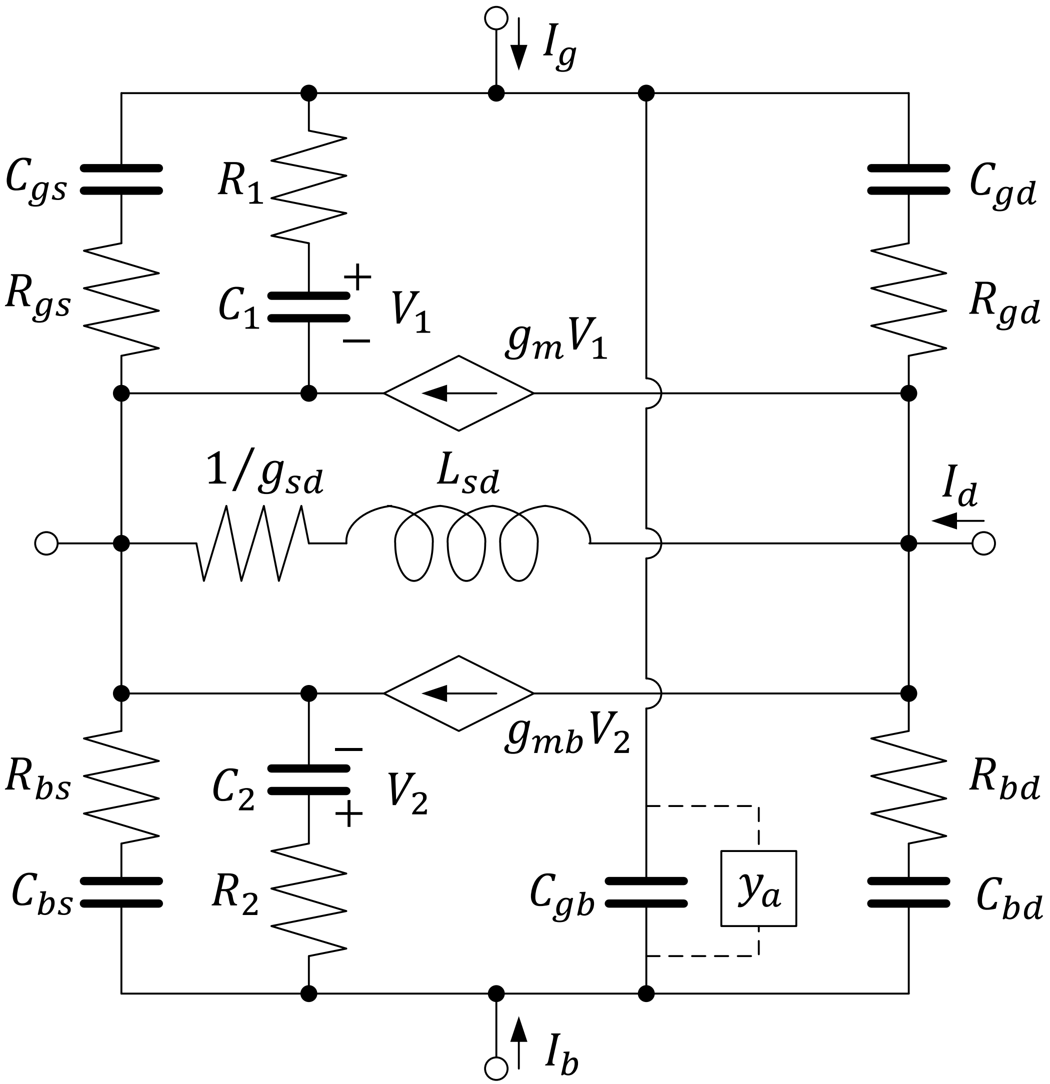
$$\frac{g_m}{1+j\omega\tau_1}V_{gs} = g_m V_1$$
$$\frac{g_{mb}}{1+j\omega\tau_1}V_{bs} = g_{mb} V_2$$

$$V_1 = \frac{1}{1+j\omega\tau_1}V_{gs}$$
$$V_2 = \frac{1}{1+j\omega\tau_1}V_{bs}$$

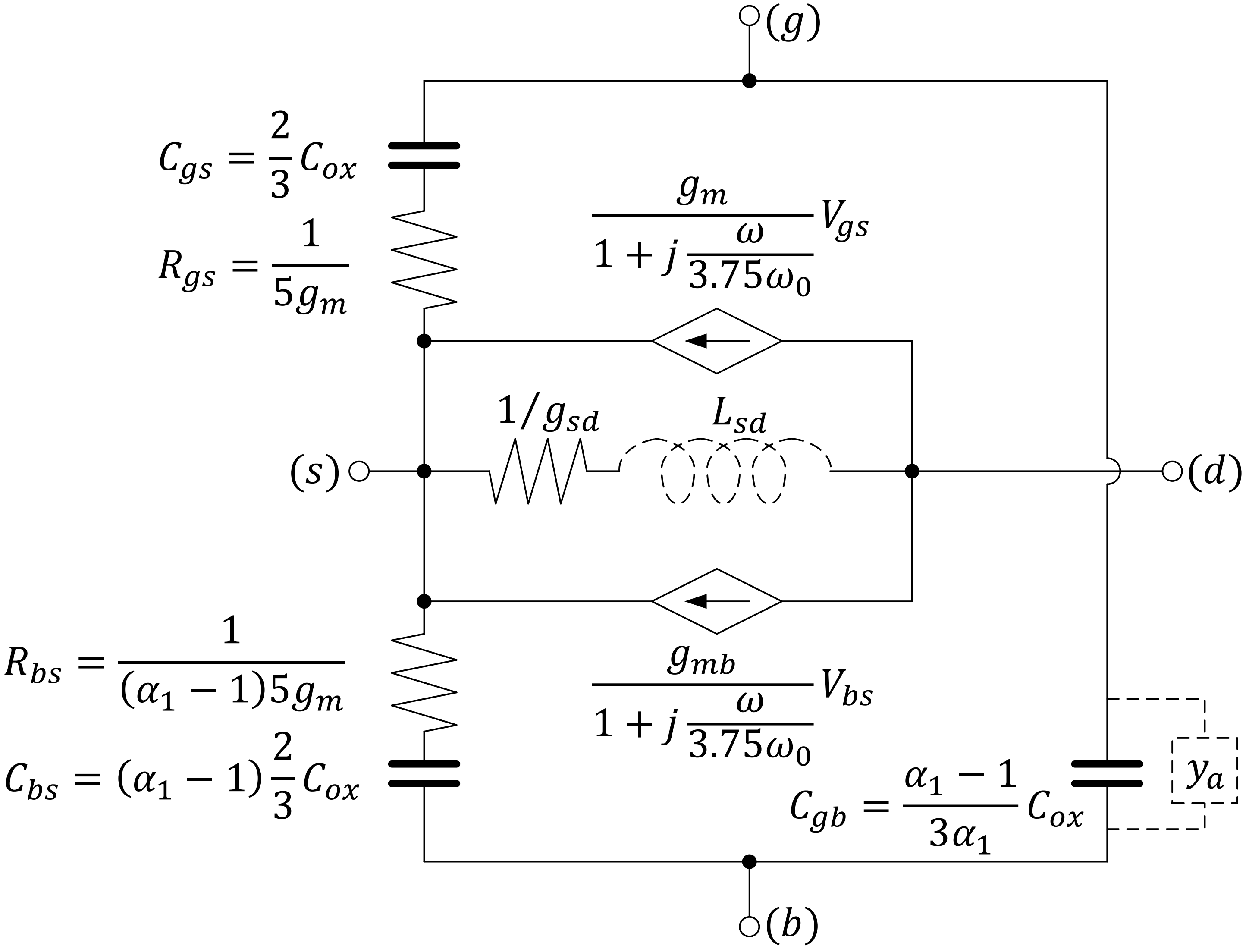
$$\tau_1 = R_1 C_1 = R_2 C_2$$

$$C_1 = 0.001 C_{gs}, \qquad R_1 = \frac{\tau_1}{C_1}$$

$$C_2 = 0.001 C_{bs}, \qquad R_2 = \frac{\tau_1}{C_2}$$

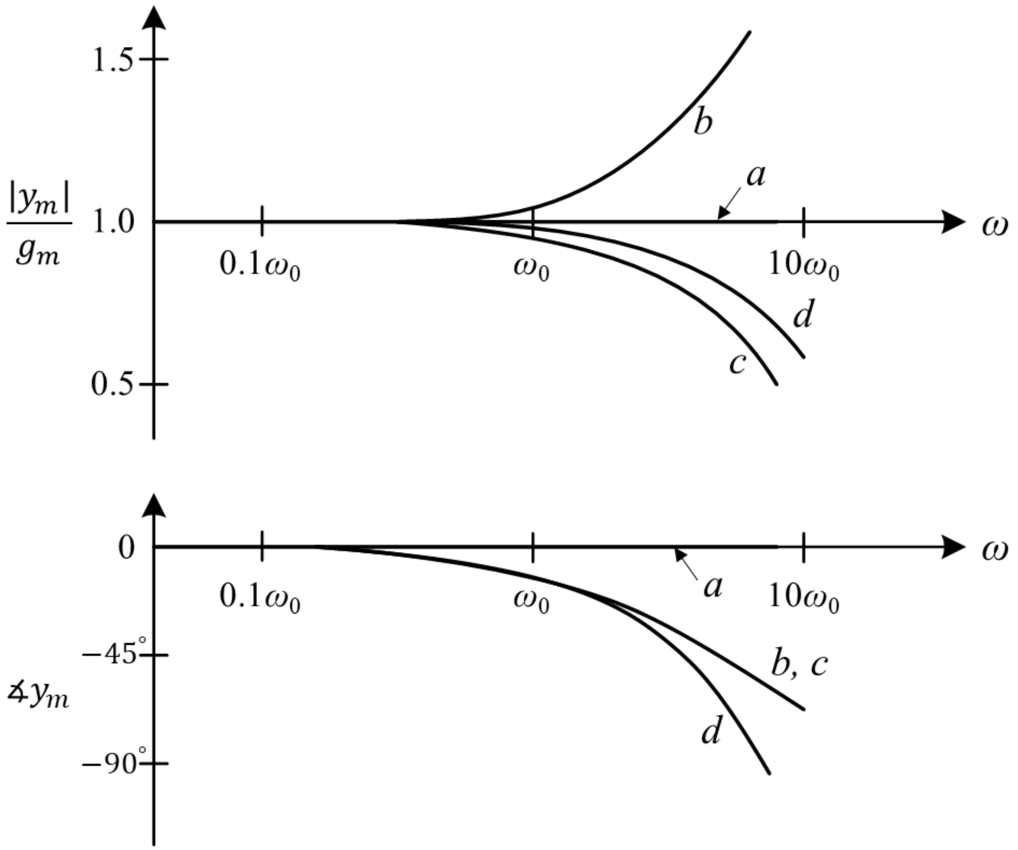


飽和領域での等価回路



(g)
$C_{gs} = \frac{2}{3} C_{ox}$
$R_{gs} = \frac{1}{5 g_m}$
$\frac{g_m}{1 + j \frac{\omega}{3.75 \omega_0}} V_{gs}$
$1/g_{sd}$
L_{sd}
(s)
(d)
$R_{bs} = \frac{1}{(\alpha_1 - 1) 5 g_m}$
$\frac{g_{mb}}{1 + j \frac{\omega}{3.75 \omega_0}} V_{bs}$
$C_{bs} = (\alpha_1 - 1) \frac{2}{3} C_{ox}$
$C_{gb} = \frac{\alpha_1 - 1}{3 \alpha_1} C_{ox}$
y_a
(b)

y_mの規格化された大きさと位相 vs. ω

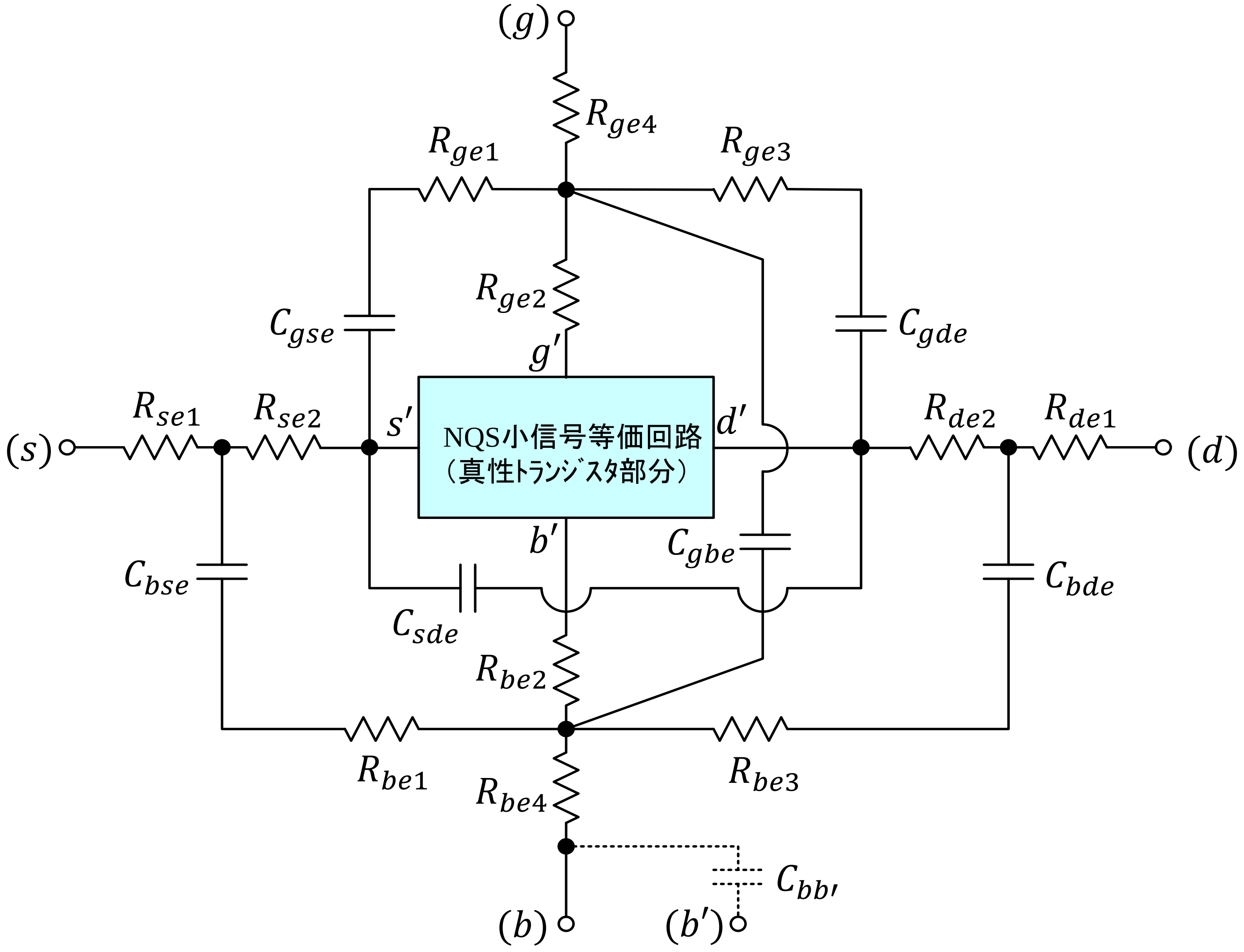


a:低/中間周波モデル～$\omega_0/10$
b:完全QSモデル～$\omega_0/3$
c:NQS(高周波) モデル～ ω_0
d:高次項含むモデル～$10\omega_0$

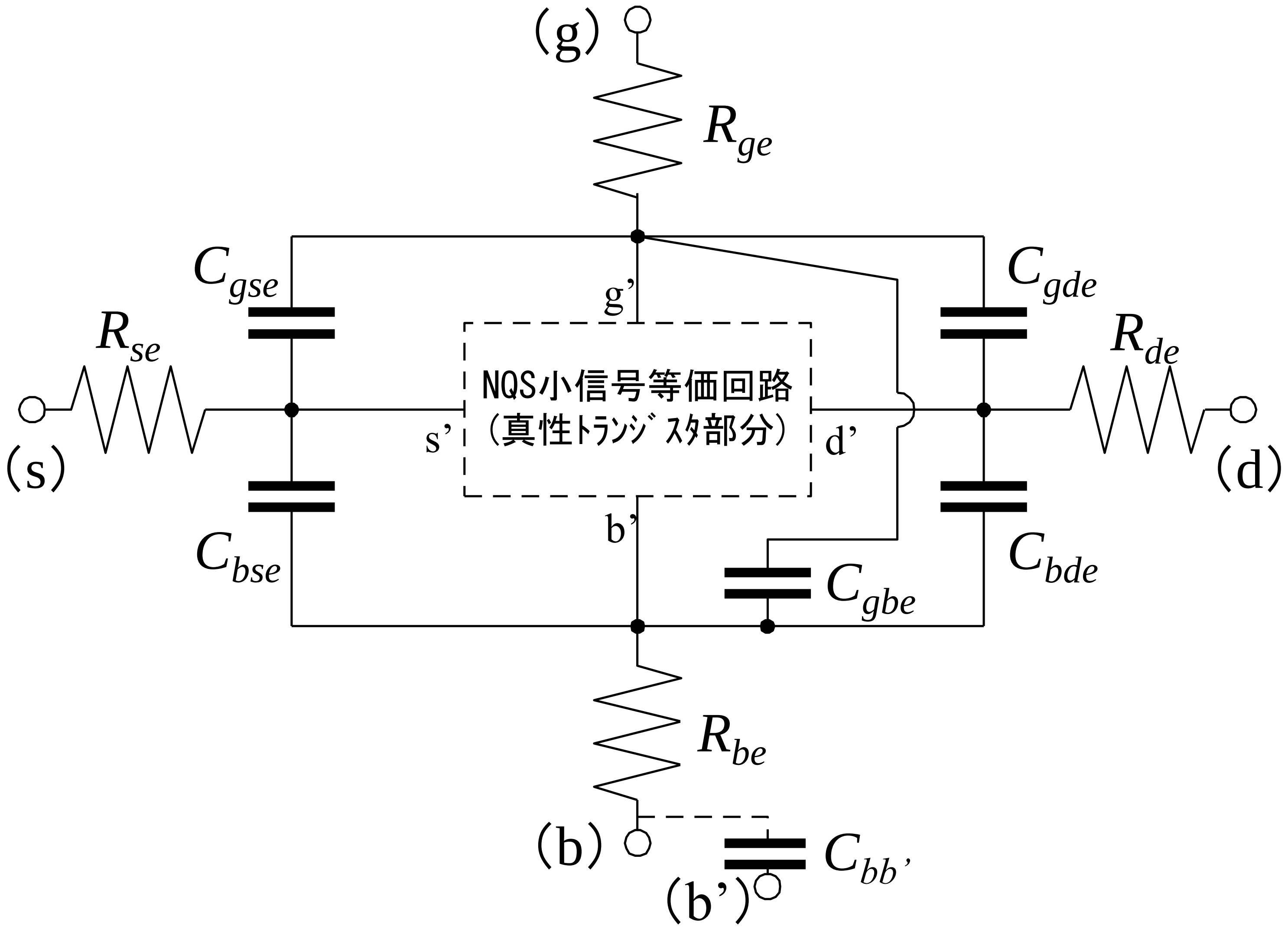
$$\omega_0 = \frac{\mu(V_{GS} - V_T)}{\alpha L^2}$$

M. Bagheri and Y. Tsividis,"A small-signal dc-to-high-frequency nonquasi-static model for the four-terminal MOSFET valid in all regions of operations," IEEE Transactions on Electron Devices, vol. ED-32, pp. 2383-2391, November 1985.

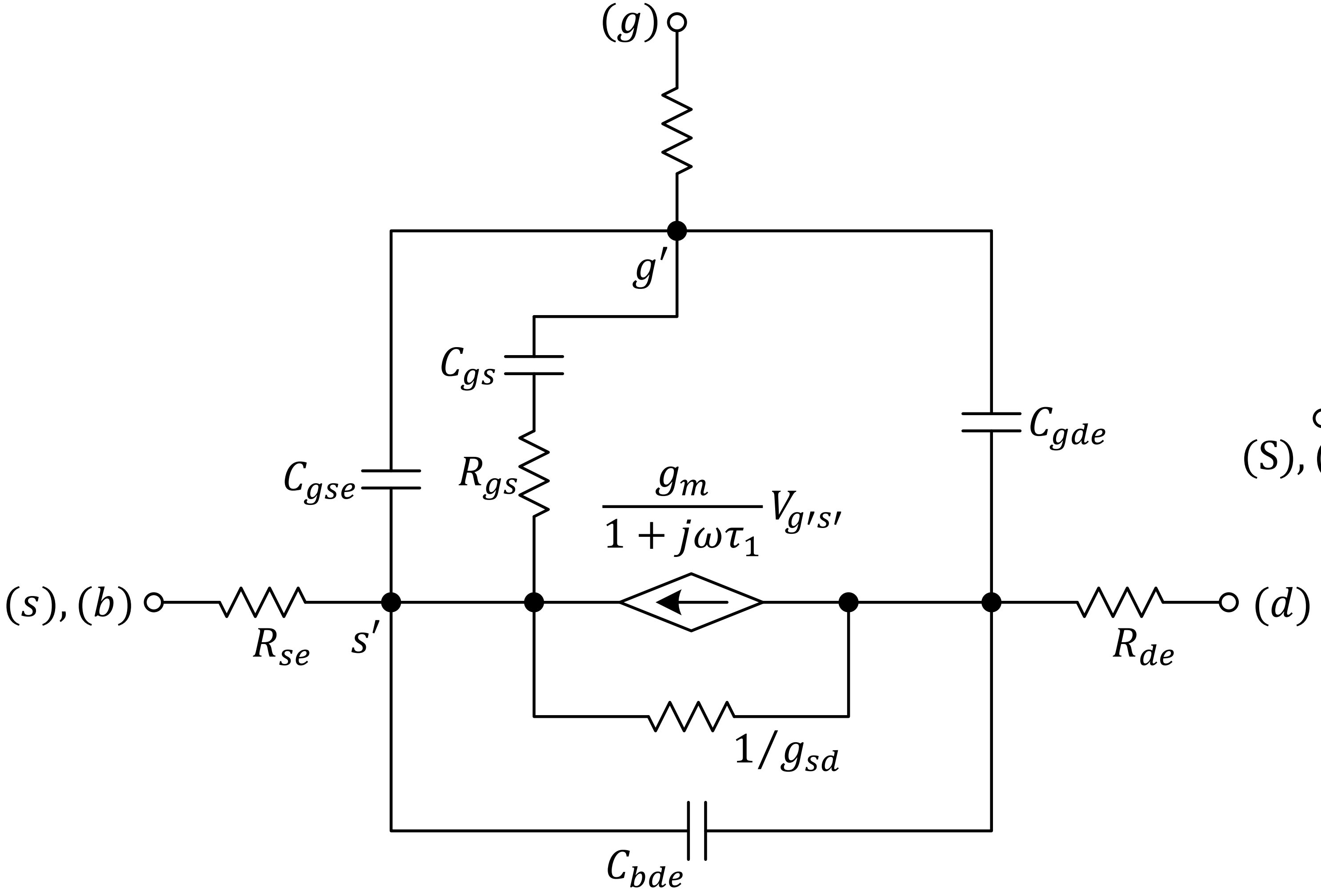
完全トランジスタの小信号モデル

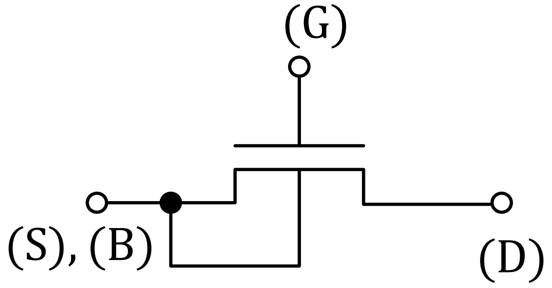


完全トランジスタの小信号モデル（実用的）



ソースと基板を短絡した場合の小信号モデル：飽和状態



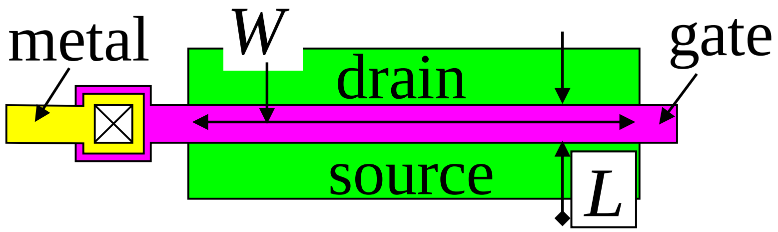


ゲート抵抗の分布

$R_{\square}$: ゲートのシート抵抗

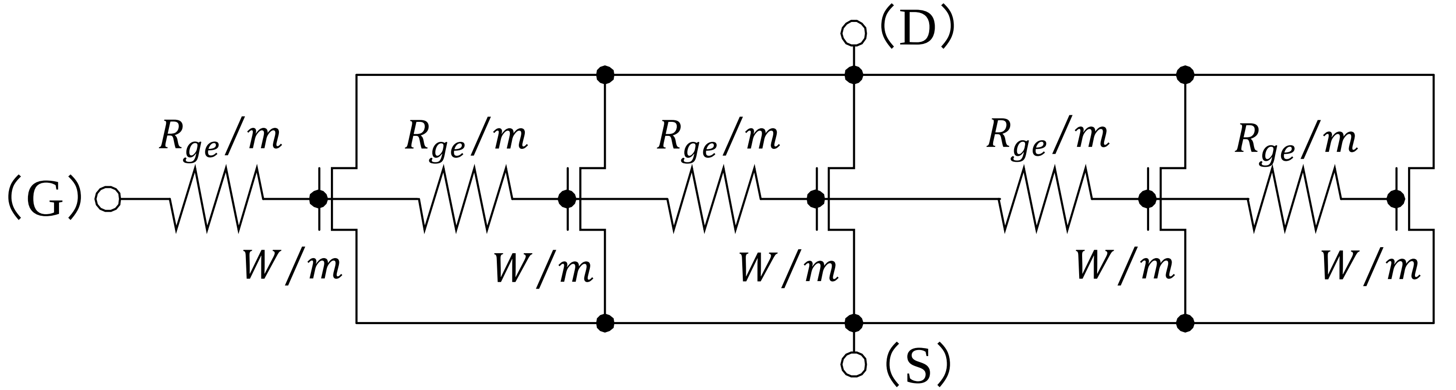
片側コンタクトの場合の実効ゲート抵抗

$$R_{ge,eff} = \frac{1}{3}\frac{W}{L}R_{\square}$$



両側コンタクトの場合の実効ゲート抵抗

$$R_{ge,eff} = \frac{1}{12}\frac{W}{L}R_{\square}$$



トランジション周波数評価回路

出力電流

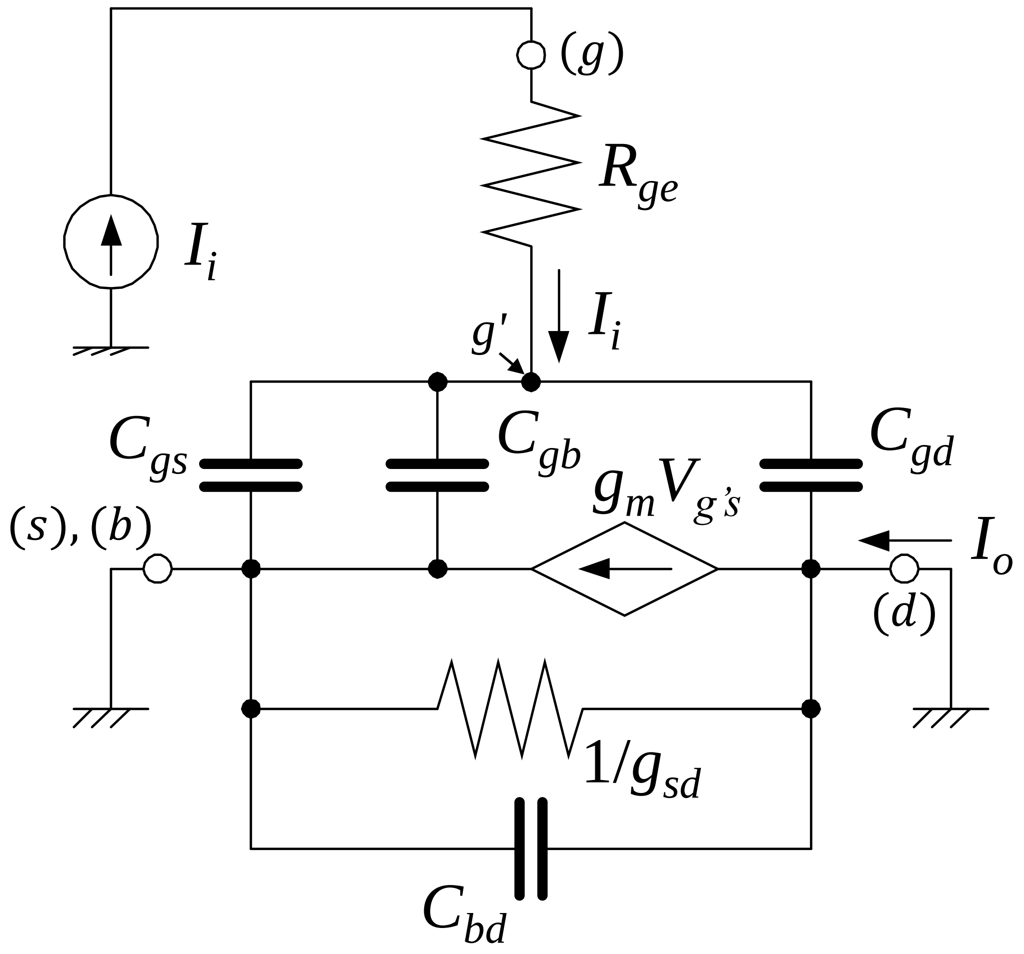
$$I_o \cong g_m V_{g's} = \frac{g_m I_i}{j\omega C_g}$$

（1）$C_g = C_{gs} + C_{gb} + C_{gd}$

⇒ 真性＋外部容量

（2）C_{gd}, C_{bd}，　$1/g_{sd}$

を流れる電流 ⇒ 無視



トランジション周波数

真性部分と外部の容量成分を含めたゲート（g′）〜グランド間の容量$C_g\left(= C_{gs} + C_{gb} + C_{gd}\right)$
を使うと、ゲート（g′）〜グランド間の電圧$V_{g's}$は $I_i/j\omega C_g$ である。また、出力電流は
$I_o = g_m V_{g's} = g_m I_i/j\omega C_g$ となる。ここで、g_{sd}, C_{bd}, C_{gd}に流れる電流を無視してある。したがって、
この場合の利得は、$I_o/I_i = g_m/j\omega C_g$である。トランジション周波数$\omega_T$は、$|I_o/I_i| = 1$から、以下になる。

$$\omega_T = \frac{g_m}{C_g}$$

速度飽和がない場合、$g_m = \dfrac{W}{L}\dfrac{\mu C'_{ox}}{\alpha}(V_{GS} - V_T)$,　$V_{DS} > V'_{DS}$、$C_g = C'_{ox}WL$とすると、ω_Tは以下になる。

$$\omega_T = \frac{\mu(V_{GS} - V_T)}{\alpha L^2} = \omega_0$$

速度飽和がある場合、$g_m \approx W C'_{ox}|v_d|_{\max}$

$$\omega_T = \frac{|v_d|_{\max}}{L}$$

最大周波数

最大周波数：Unity Power Gain Frequency

$\omega_{\max}$: Power Gain = 1,　Power Gain=(Load Power)/(Input Power)

一方向(フィードバックのない)場合の Power Gain は

$$\omega_{\mathrm{T}}^{2}/\left[4R_{ge}\omega^{2}\left(g_{sd}+\omega_{T}C_{gd}\right)\right]$$

となる。これが1のところの ω が $\omega_{\max}$

$$\omega_{\max}=\frac{\omega_{T}}{\sqrt{4R_{ge,eff}\left(g_{sd}+\omega_{T}C_{gd}\right)}},\qquad R_{se}\ll R_{ge},\qquad R_{ge}\rightarrow R_{ge,eff}$$

$R_{ge,eff}$を小さくすることが $\omega_{\max}$ を大きくする。

⇒ シリサイドゲート、メタルゲート、マルチコンタクト、デバイスの分割（寄生容量に注意）