

パワーエレクトロニクス工学論

2. DC-DCスイッチング電源技術

2-1 コイル動作の基礎

2-2 高速スイッチング動作

2-3 基本3方式の概要

・降圧形電源 ・昇圧形電源 ・昇降圧形電源

2-4 基本3方式の基本解析

2-5 スwitchング電源の動作解析

(1) 状態平均化法と状態方程式

(2) 定常特性

(3) 動特性

2-6 電流不連続モード

2. DC-DCスイッチング電源技術

2-1 コイル動作の基礎

(1) コイルの働き

- **ファラデーの法則**より

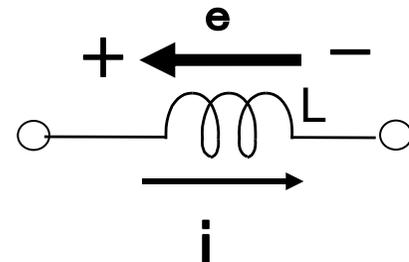
- * コイルの鎖交磁束 ϕ が時間的に変化すれば、その変化を打ち消すような**起電力** e を生じる。

$$e = L \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad [\text{V}] \quad (1-1)$$

- * コイル電流が変化すると、その変化を打ち消すように**起電力** e が発生する

$$e = L \cdot \frac{di}{dt} \quad [\text{V}] \quad (1-2)$$

符号: 電圧の取り方に依存



(2) インダクタンスの性質

* 電流連続の性質：

両端電圧が急激に変化しても、
コイル電流を維持するように流れる。

コイル：電流連続の法則

* 外部電圧によるコイル電流変化

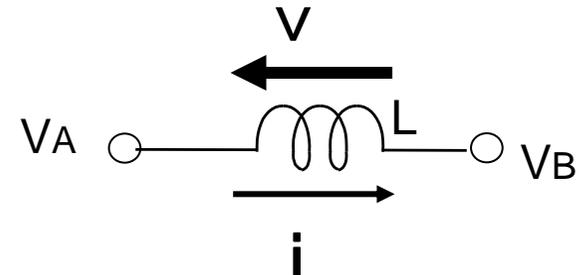
$$V = (V_A - V_B) = L \frac{di}{dt} \quad (1-3)$$

$$I(t) = I_0 + \frac{1}{L} \int V dt \quad (1-4)$$

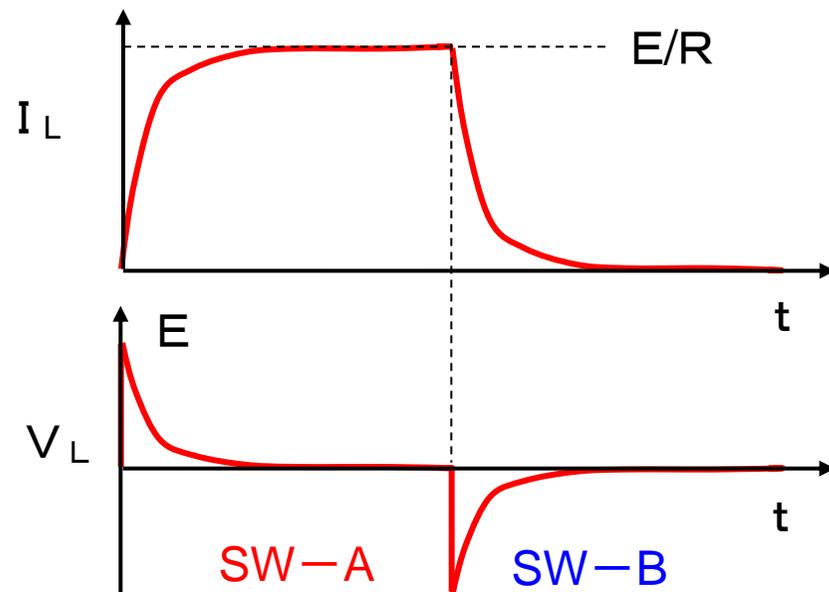
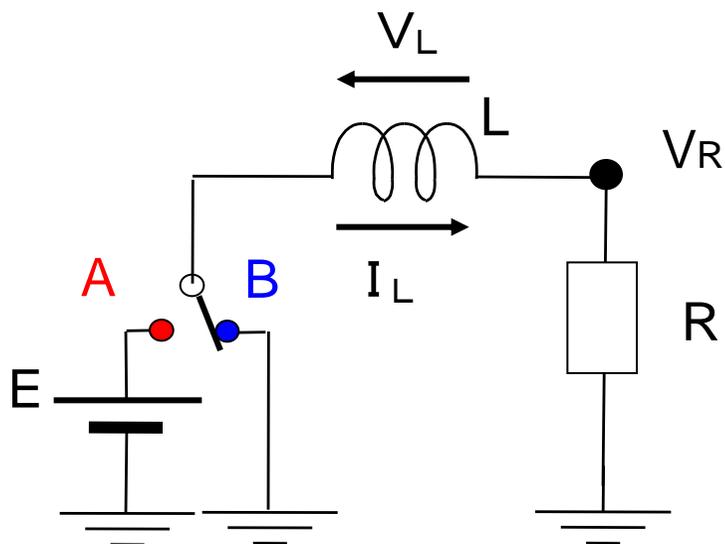
* コイルに蓄えられるエネルギー

$$W = \frac{1}{2} L I^2 \quad [\text{J}] \quad (1-5)$$

- 電流の変化方向と電圧
- $V > 0$ ならば、 i は増加
- $i < 0$ なら、徐々に減少
いずれ 反転する



(3)コイルの電流と電圧の関係



SWを B \Rightarrow A \Rightarrow B と切換えると・・・
 L にエネルギーが蓄積し、放出される

蓄積 : SW-A : $E - V_R(t) = L \cdot (di/dt) \Rightarrow i(t) = (1/L) \int (E - V_R) dt$ (1-6)

放出 : SW-B : $0 - V_R(t) = L \cdot (di/dt) \Rightarrow i(t) = -(1/L) \int V_R dt$ (1-7)

ただし $V_R(t) = R \cdot i(t)$ ・ ・ ・ 微分方程式 (1-8)

[復習]微分方程式(指数関数)

(A) 特性Aの式:コイル電流立上り

$$i_L(t) = (E/R)\{1 - \exp[-t \cdot R/L]\} \quad (1-9)$$

(B) 特性Bの式:コイル電流立下り

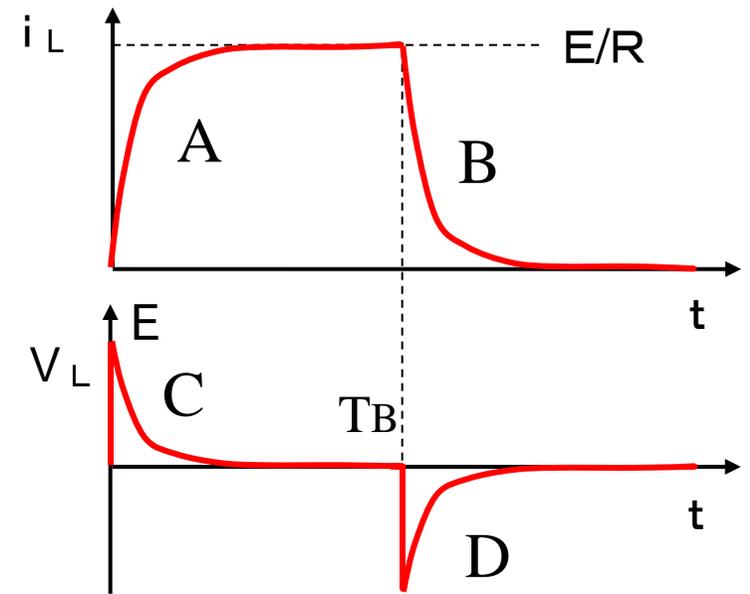
$$i_L(t) = (E/R)\{\exp[-(t-T_B) \cdot R/L]\} \quad (1-10)$$

(C) 特性Cの式:コイル電圧立上り

$$V_L(t) = E \cdot \{\exp[-t \cdot R/L]\} \quad (1-11)$$

(D) 特性Dの式:コイル電圧立下り

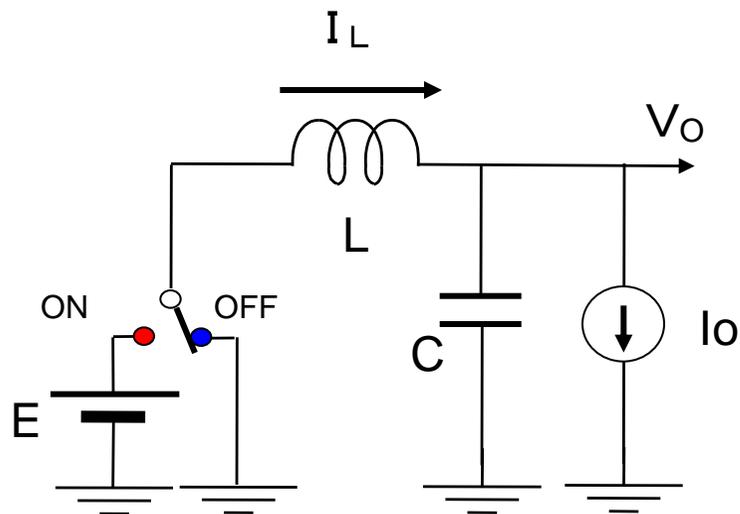
$$V_L(t) = -E \cdot \{\exp[-t \cdot R/L]\} \quad (1-12)$$



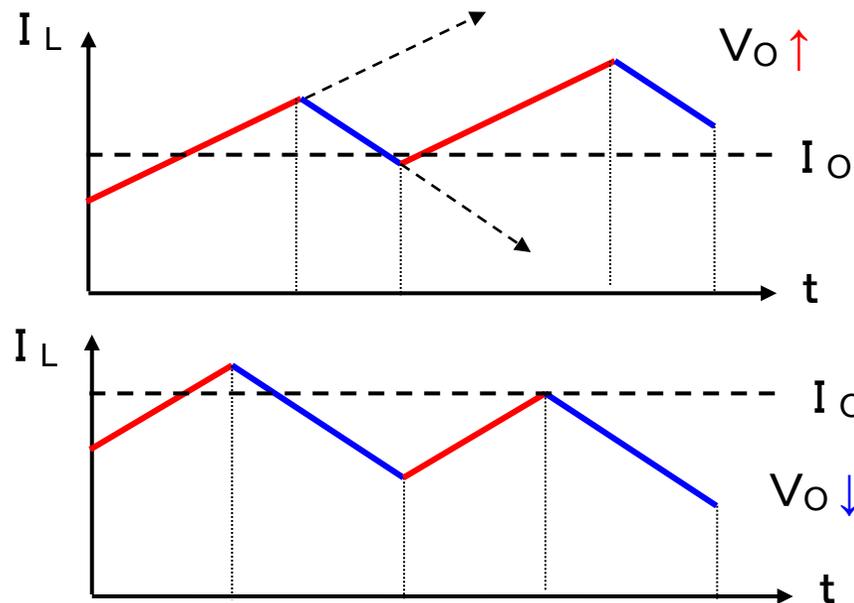
2-2 高速スイッチング動作

(1) 高速スイッチング時の動作

- * 出力に容量 C (電池)をつけ、負荷を電流源 I_o とする
- * 高速でSWすると、電流は近似的に三角波状に変化
- * SWのON/OFF比率により、電流は増減 \Rightarrow 出力電圧 V_o も増減



降圧形電源の原理図



$$(\Delta I_L / \Delta t)_{\text{ON}} = (E - V_o) / L : \text{増加} \quad (1-13)$$

$$(\Delta I_L / \Delta t)_{\text{OFF}} = -V_o / L : \text{減少} \quad (1-14)$$

(2) 昇降圧動作の原理

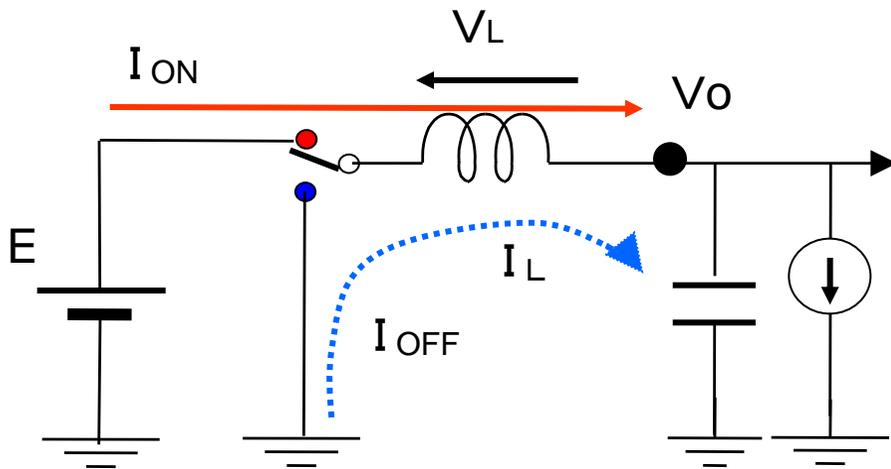
● 降圧動作 ($E > V_o$)

ON : $V_L = (E - V_o)$ 、 $di/dt = (E - V_o) / L > 0$

電源より、Lと V_o にエネルギー供給

OFF : $V_L = -V_o$ 、 $di/dt = -V_o / L < 0$

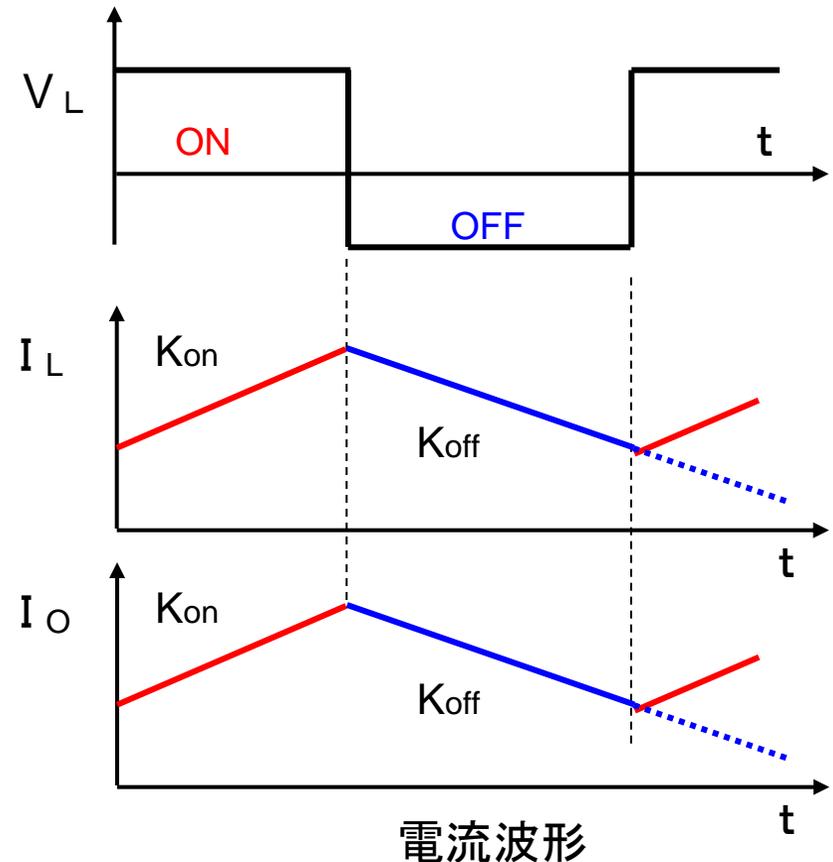
Lよりエネルギーを V_o に放出(供給)



降圧動作の原理図

● コイル電圧が急変すると、
コイル電流の傾きが急変し、
電流 I_L は連続的に変化

● 出力平均電流 I_o は、
コイル平均電流 I_L と同じ



電流波形

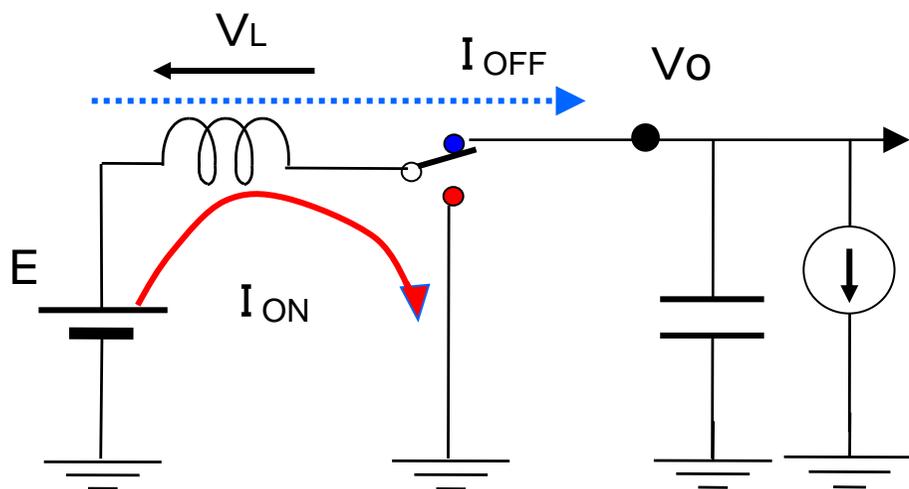
● 昇圧動作 ($E < V_o$)

ON : $V_L = E$ 、 $di/dt = E/L > 0$

電源より、L にエネルギー供給

OFF : $E = V_L + V_o$ 、 $di/dt = -(V_o - E)/L < 0$

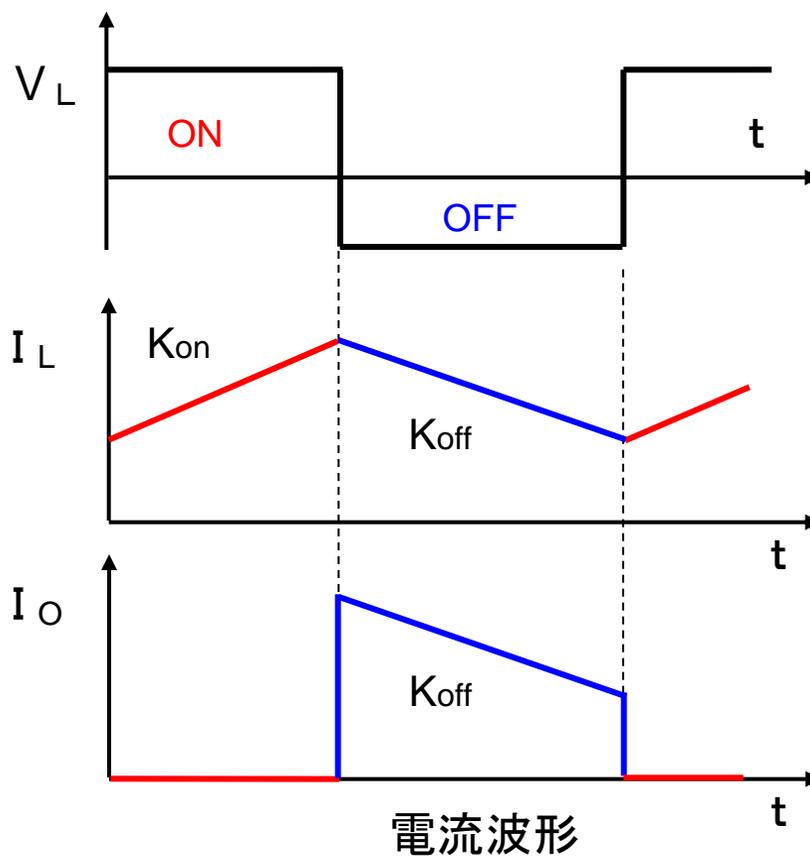
電源に上乗せして、L より、
 V_o にエネルギー供給



昇圧動作の原理図

● コイル電流 I_L は連続的に変化

● 出力電流 I_o は、OFF 時のみ
コンデンサの電流リップル大きい

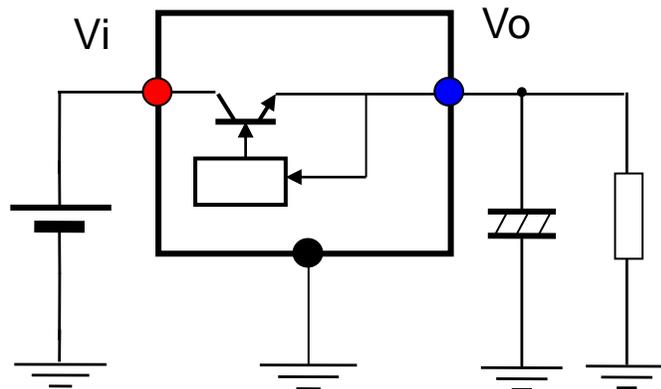


電流波形

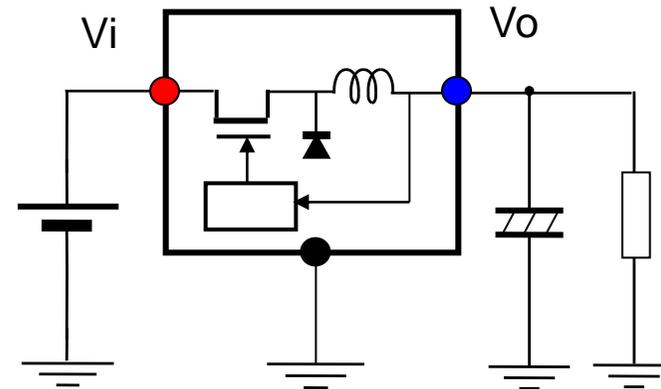
2-3 基本3方式の概要

(1) スイッチング電源の特徴 (シリーズ電源との比較)

- * 電力損失が非常に少ない: 高効率
- * 発熱が少ない ⇒ 放熱板が小さい(不要)
- * 出力電圧が任意(降圧、昇圧、負電圧)
- ▲ インダクタ、半導体スイッチ、ダイオードが必要
- ▲ 出力電圧にリップル発生
- ▲ スイッチングノイズが大きく、EMIへの影響注意



シリーズレギュレータの基本構成



スイッチングレギュレータの基本構成

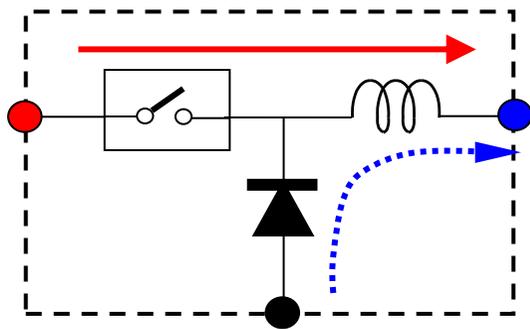
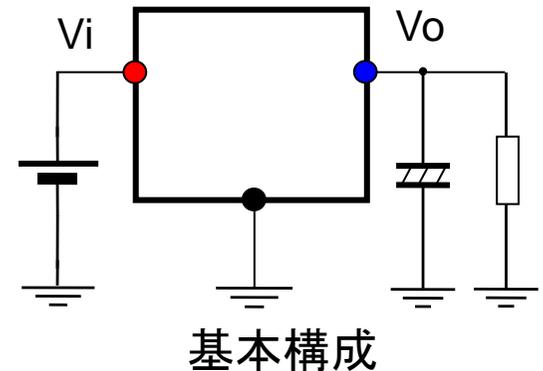
(2) 基本3方式の構成

(a) 降圧形電源(ステップダウン、Buck Converter) : $V_o < V_i$

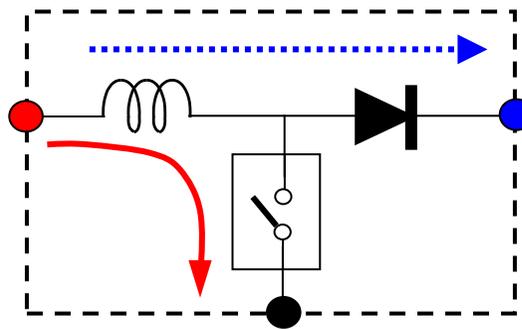
(b) 昇圧形電源(ステップアップ、Boost Converter) : $V_o > V_i$

(c) 昇降圧形電源(Buck-Boost Converter) : $V_o \gtrless V_i$

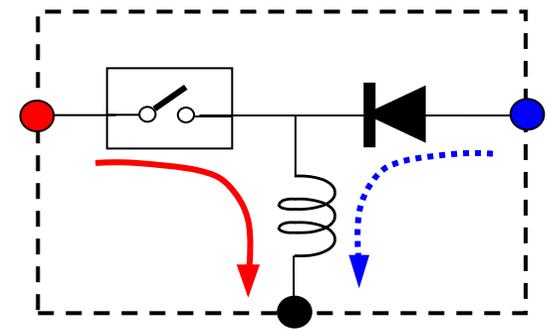
- SW、L、Di の組合わせ
- コイルの電流は連続的だが、
出力電流は、形式により異なる
- コイル：エネルギーの蓄積と放出



(a) 降圧形



(b) 昇圧形



(c) 昇降圧形

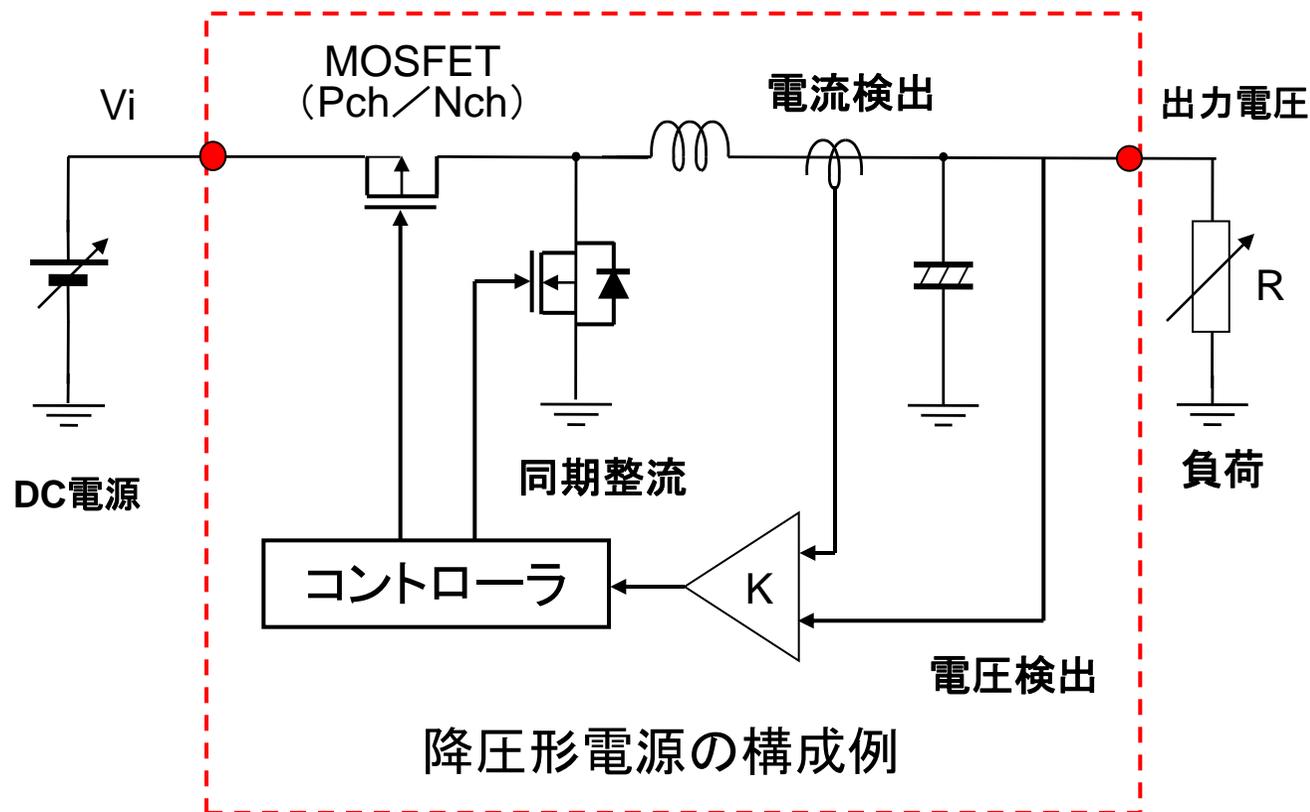
(3) スイッチング電源の具体的な性能・機能

【性能】

- 1) 出力電圧・電流(電力)
- 2) 出力電圧リップル
- 3) 効率
- 4) ライン/ロードレギュレーション
- 5) 負荷変動応答
- 6) EMI・ノイズ
- 7) 制御安定性
- 8) ……

【保護機能】

- 1) 過電流(負荷短絡)
- 2) 入力電圧
- 3) 温度
- 4) ラッシュ・カレント
(ソフトスタート)



2-4 基本3方式の解析

(1) 降圧形電源

a) 電流計算式 (理想素子、ダイオード電圧無視)

● SW ON時: ON電流

* SW、Lを介して、 V_i より電流供給

* $V_L = V_i - V_o = L \cdot (\Delta i_L / \Delta t)$

$$\begin{aligned} i_{L\text{on}}(t) &= t \cdot (V_i - V_o) / L + I_{LL} \quad (2-1) \\ &= (V_i - V_o) \cdot T_{\text{ON}} / L + I_{LL} \end{aligned}$$

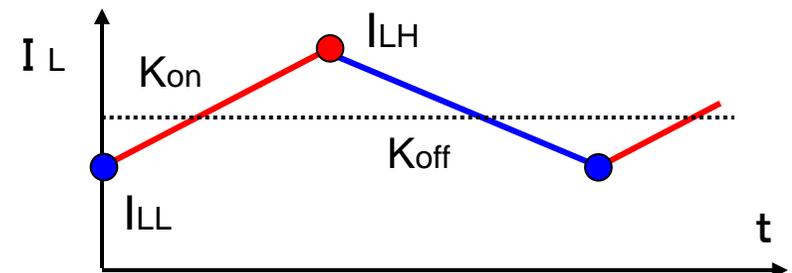
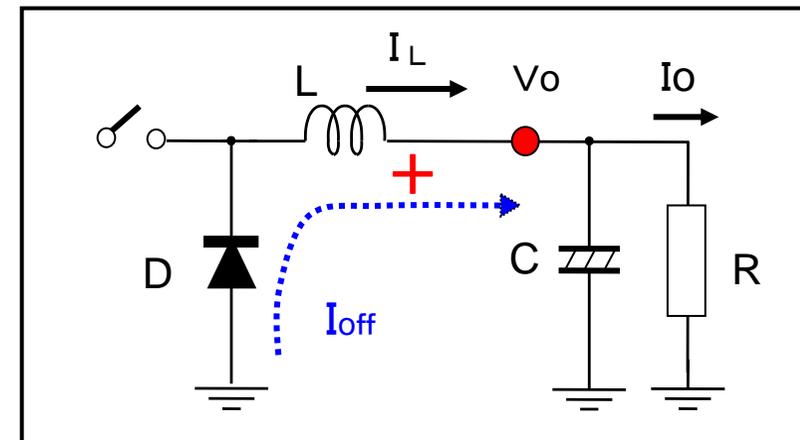
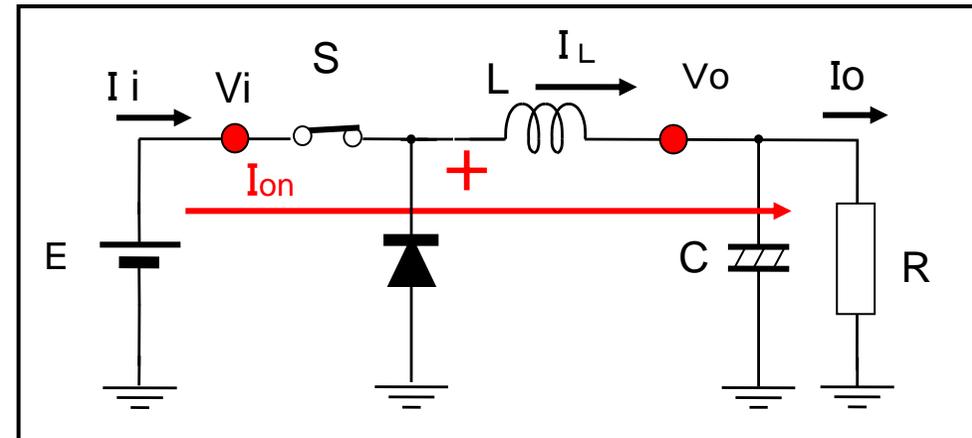
● SW OFF時: OFF電流

* Lの電流はDを介して負荷へ供給

* $V_L = -V_o = L \cdot (\Delta i_L / \Delta t)$

$$\begin{aligned} i_{L\text{off}}(t) &= -t \cdot V_o / L + I_{LH} \quad (2-2) \\ &= -V_o \cdot T_{\text{OFF}} / L + I_{LH} \end{aligned}$$

ただし $V_D = 0$ 、 I_{LH} : 初期電流



b) 電圧変換式: 定常状態 $I_{LL}' = I_{LL}$

* 電流関係式より

$$i_{LL}(t) = i_{LH} - t \cdot V_o/L \quad (2-3)$$

$$= \{ \underline{i_{LL} + T_{ON} \cdot (V_i - V_o)/L} \} - T_{OFF} \cdot V_o/L$$

一周期後でも i_{LL} は不変

$$\therefore T_{ON} \cdot (V_i - V_o)/L - T_{OFF} \cdot V_o/L = 0$$

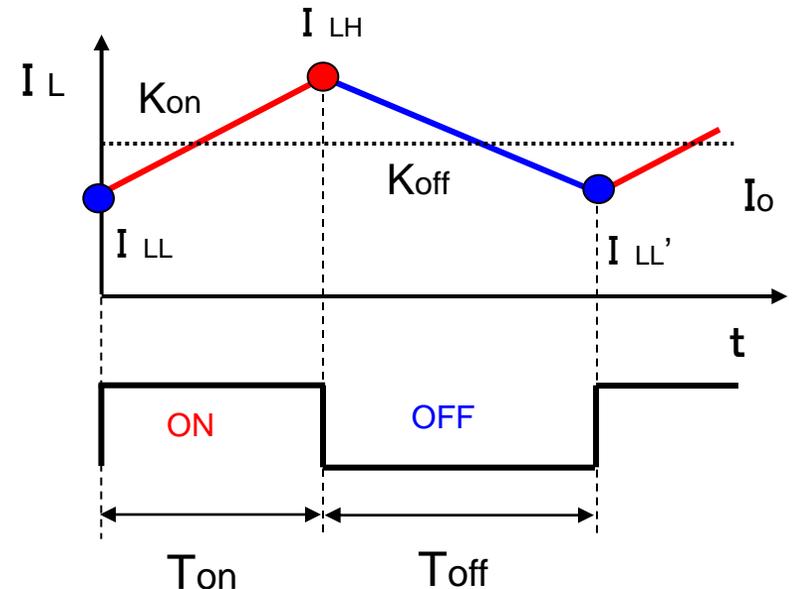
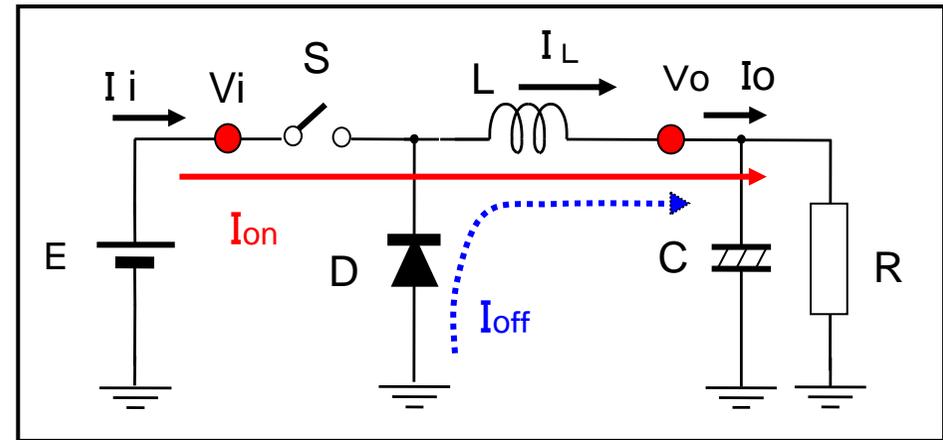
よって $T_{ON} \cdot V_i = (T_{ON} + T_{OFF}) \cdot V_o$

$$\begin{aligned} \therefore M = V_o / V_i &= T_{ON} / (T_{ON} + T_{OFF}) \\ &= T_{ON} / T_S \quad (< 1) \quad (2-4) \end{aligned}$$

ただし $T_S = T_{ON} + T_{OFF}$

* 電圧変換率: $M = D$ (< 1)
(D: ONデューティ比: 時比率)

* コイル電流 = 負荷電流 ($I_L = I_o$)



降圧形電源の動作波形

(2) 昇圧形電源

a) 電流計算式

● SW ON時: ON電流

* コイルにエネルギー蓄積

* $V_L = V_i = L \cdot (\Delta i_L / \Delta t)$

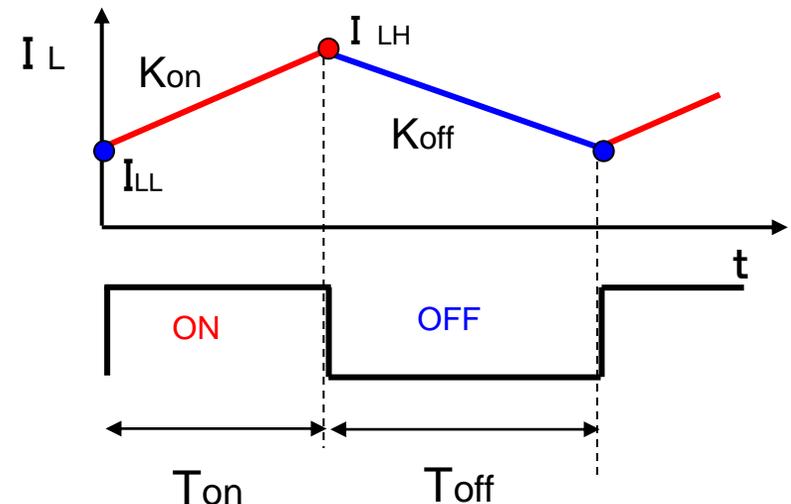
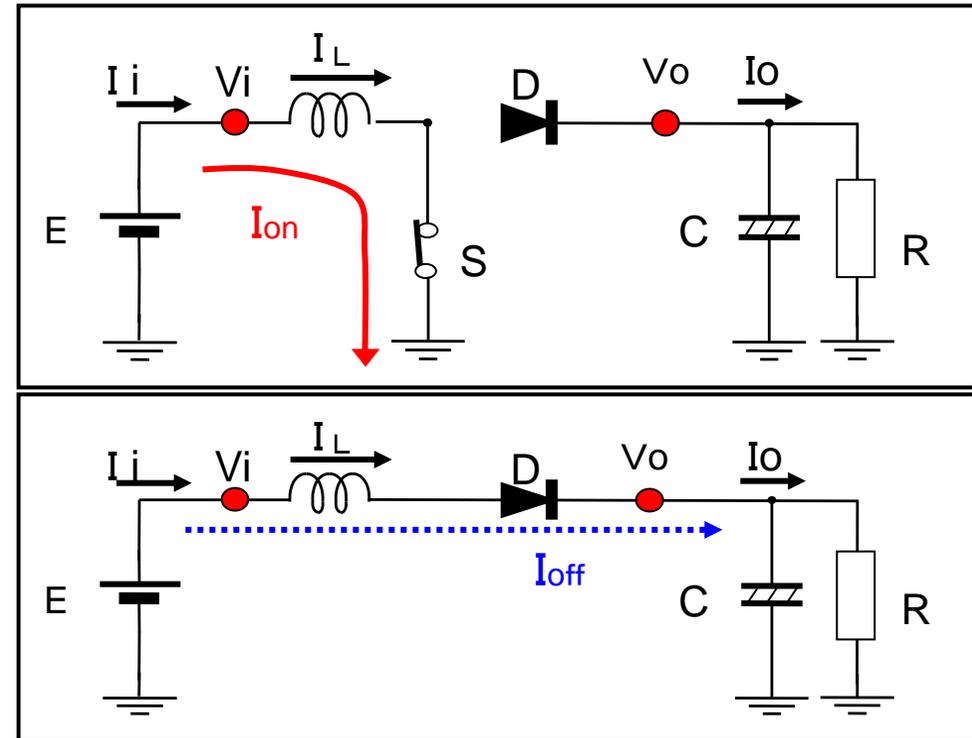
$$i_{LON}(t) = I_{LL} + t \cdot (V_i / L) \quad (2-5)$$

● SW OFF時: OFF電流

* 電源EとコイルLより、Diを介して
負荷へエネルギーを供給

* $V_L = V_i - V_o (< 0)$

$$i_{LOFF}(t) = I_{LH} - t \cdot (V_o - V_i) / L \quad (2-6)$$



b) 電圧変換式: 定常状態

* 電流関係式: 降圧形と同様にして

$$i_{LL}'(t) = I_{LH} - t \cdot (V_o - V_i) / L \quad (2-7)$$

$$= \{ I_{LL} + T_{ON} \cdot V_i / L \} - T_{OFF} \cdot (V_o - V_i) / L$$

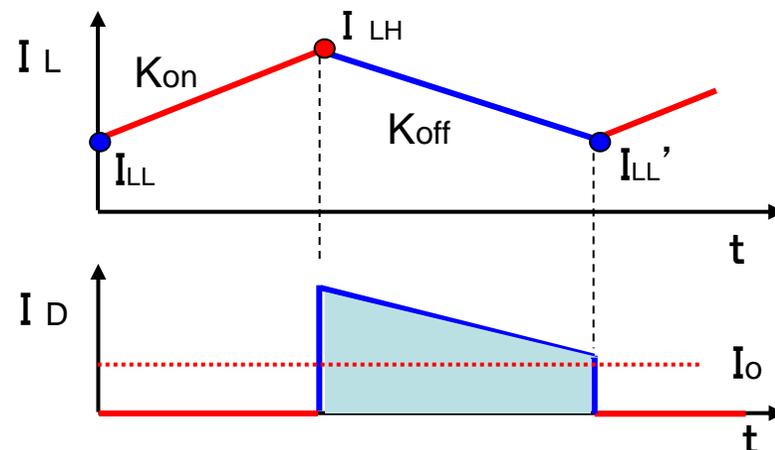
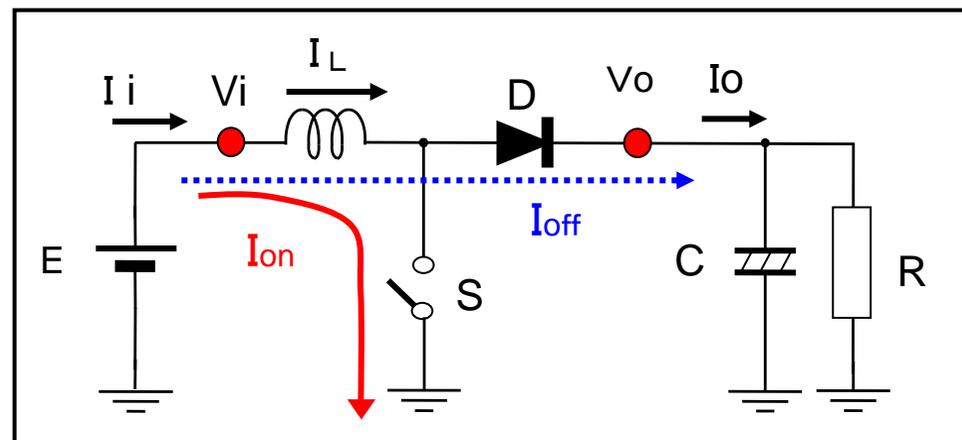
$$\therefore T_{ON} \cdot V_i / L - T_{OFF} \cdot (V_o - V_i) / L = 0$$

$$V_o / V_i = (T_{ON} + T_{OFF}) / T_{OFF} = T_s / T_{OFF} \quad (2-8)$$

* 電圧変換率: $M = 1 / D'$ (> 1)

(ただし $D' = 1 - D$)

負荷電流は **断続的に** 流れる



昇圧形電源の動作波形

(3) 昇降圧形電源

a) 電流計算式

●SW ON時: **ON電流**

* コイルにエネルギーを蓄積

* $V_L = V_i$

$$I_{L(on)} = \frac{V_i}{L} t_{on}$$

(2-9)

●SW OFF時: **OFF電流**

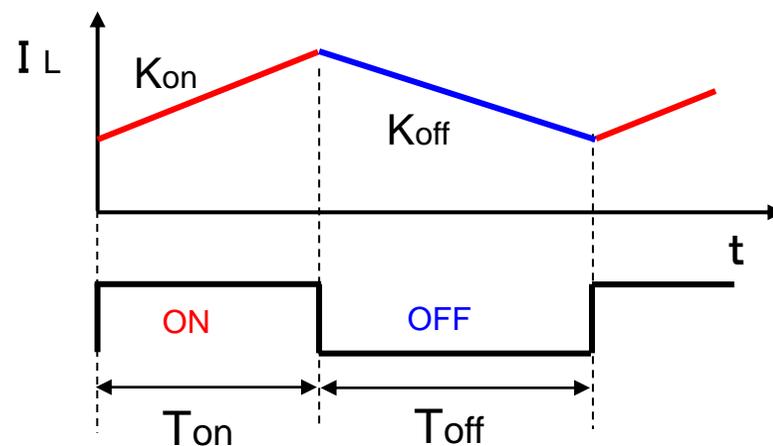
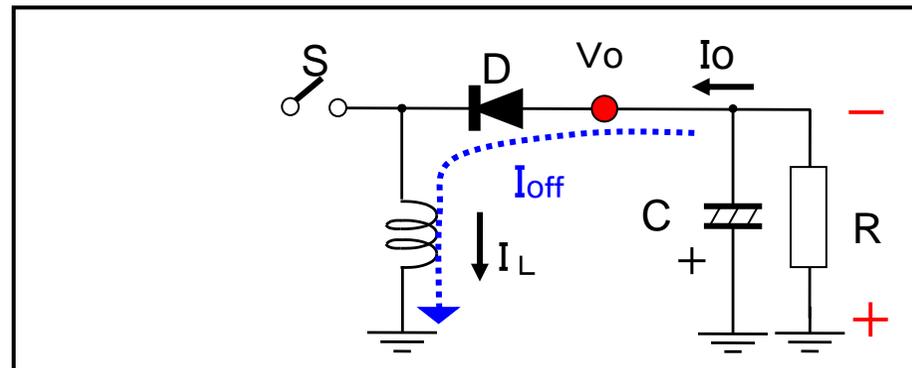
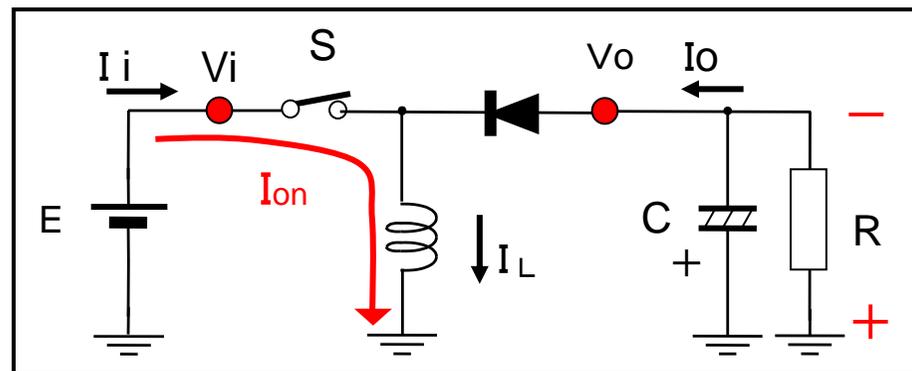
* コイルのエネルギーを放出

* $V_L = V_o (< 0)$

$$I_{L(off)} = \frac{V_o}{L} t_{off}$$

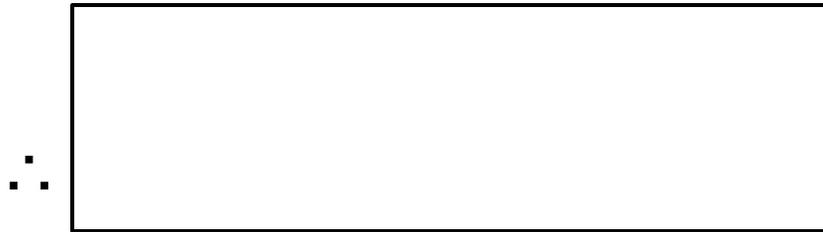
(2-10)

出力は **逆極性!**



b) 電圧変換式: 定常状態

$$* i_{LOFF}(t) = I_{LH} - t \cdot V_o / L \quad (2-11)$$

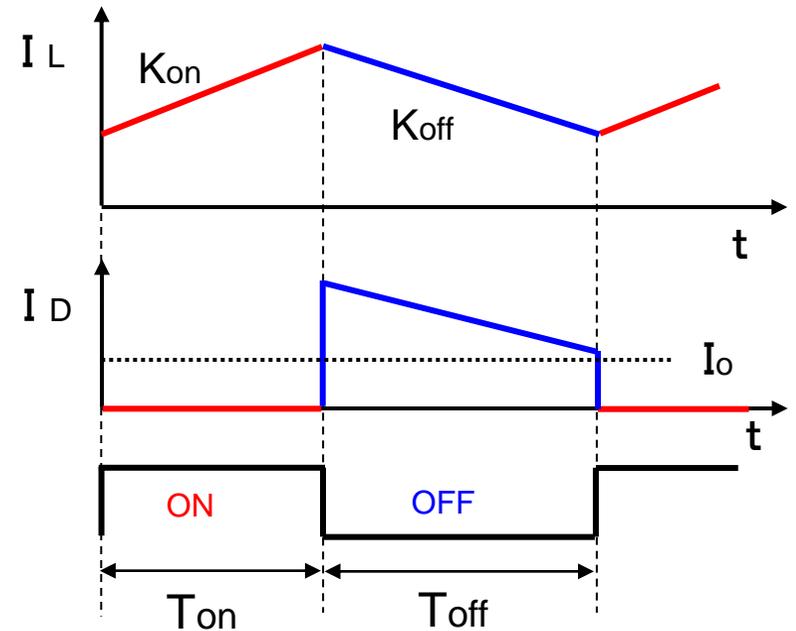
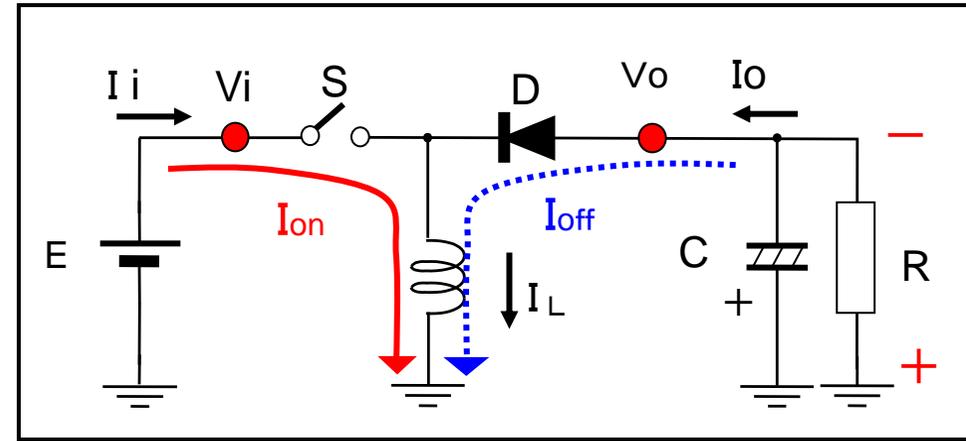


$$V_o / V_i = T_{ON} / T_{OFF} (< 0) \quad (2-12)$$

電圧変換率: $M = -D / D'$

(変化幅: $0 \sim \infty$)

負荷電流は **断続的に** 流れる



2-5 スイッチング電源の動作解析

(1) 状態平均化法と状態方程式

(A) 状態方程式

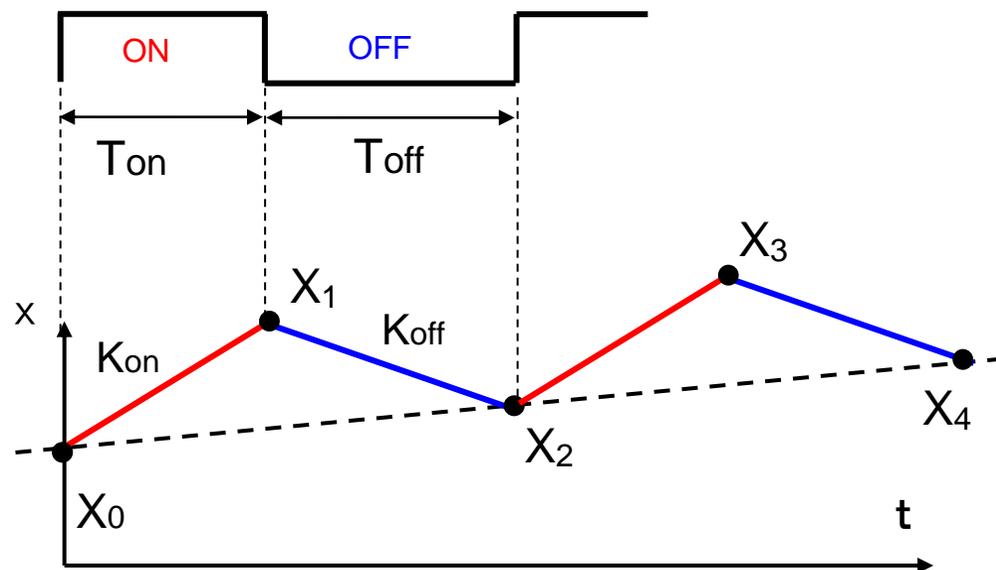
状態変数： $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} i_L \\ V_c \end{pmatrix}$

[ON] $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \cdot V_i$ (2-21)

$y(t) = \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{x}(t)$ (2-22)

[OFF] $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2 \cdot V_i$ (2-23)

$y(t) = \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{x}(t)$ (2-24)



* 一周期の変化を解析：図のXを計算

$$X_1 = X_0 + \frac{d\mathbf{x}}{dt} \cdot T_{ON} = X_0 + T_{ON} (\mathbf{A}_1 \cdot X_0 + \mathbf{B}_1 \cdot V_i)$$

$$= (\mathbf{I} + T_{ON} \cdot \mathbf{A}_1) X_0 + T_{ON} \cdot \mathbf{B}_1 V_i \quad (2-25)$$

$$X_2 = X_1 + \frac{d\mathbf{x}}{dt} \cdot T_{OFF} = X_1 + T_{OFF} \cdot (\mathbf{A}_2 \cdot X_1 + \mathbf{B}_2 \cdot V_i)$$

$$= (\mathbf{I} + T_{OFF} \cdot \mathbf{A}_2) X_1 + T_{OFF} \cdot \mathbf{B}_2 \cdot V_i \quad (2-26)$$

ただし

\mathbf{A}, \mathbf{B} : 状態パラメータ

\mathbf{I} : 単位行列

* (2-25)を (2-26)に代入

$$X_2 = (I + T_{OFF} \cdot A_2) \cdot \{ (I + T_{ON} \cdot A_1) X_0 + T_{ON} \cdot B_1 V_i \} + T_{OFF} \cdot B_2 \cdot V_i$$

$$\doteq (I + T_{ON} \cdot A_1 + T_{OFF} \cdot A_2) X_0 + (T_{ON} \cdot B_1 + T_{OFF} \cdot B_2) \cdot V_i \quad (2-27)$$

ただし $T_{ON} \cdot T_{OFF} \doteq 0$

よって、つぎの差分方程式を得る

$$(X_2 - X_0) / T_s \doteq \underline{(D \cdot A_1 + D' \cdot A_2)} X_0 + \underline{(D \cdot B_1 + D' \cdot B_2)} \cdot V_i \quad (2-28)$$

* 微分方程式に変形 (1周期の変化)

状態方程式

$$dX(t)/dt = A \cdot X(t) + B \cdot V_i \quad (2-29)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし } A &= D \cdot A_1 + D' \cdot A_2 \\ B &= D \cdot B_1 + D' \cdot B_2 \end{aligned} \right\}$$

$$D = T_{ON} / T_s$$

$$D' = T_{OFF} / T_s$$

$$= 1 - D$$

定常状態

$$dX(t)/dt = 0 \quad \text{より} \quad A \cdot X(t) + B \cdot V_i = 0$$

$$\therefore X = -A^{-1} B V_i \quad A^{-1} : \text{逆行列} \quad (2-30)$$

(B) 降圧形電源

● SW ON/OFF で方程式を立てる

[状態 I : SW ON] $V_C=V_o$ 、 $V_D=0$ とする

入力側：電圧法則

$$L \cdot di_L/dt = (V_i - V_o) - (r_s + r_L) \cdot i_L$$

$$\therefore di_L/dt = -(r_s + r_L)/L \cdot i_L - V_o/L + V_i/L$$

出力側：電流法則

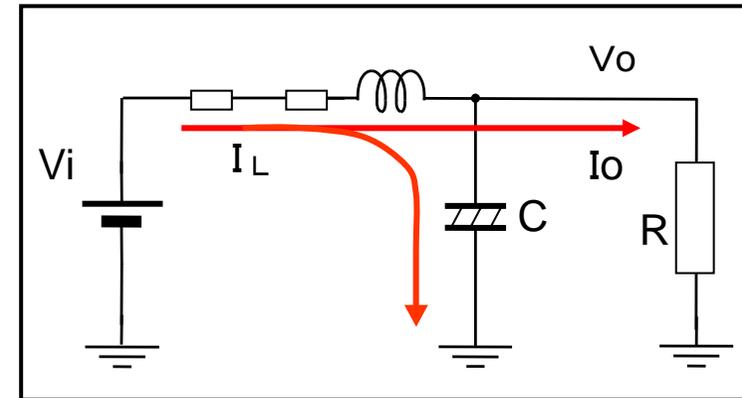
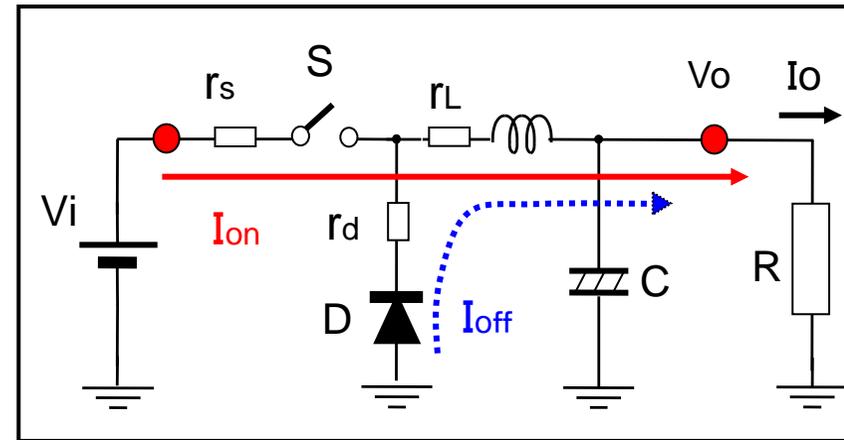
$$i_L - V_o/R = C \cdot dV_o/dt \quad (\text{Cの充電})$$

$$\therefore dV_o/dt = i_L/C - V_o/CR$$

よって

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dV_o}{dt} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} -\frac{r_L+r_s}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L \\ V_o \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix} V_i$$

\parallel \parallel \parallel
 dX/dt A_1 X B_1



- r_s : SWのON抵抗
- r_d : DiのON抵抗
- r_L : コイルの内部抵抗

(2-33)

[状態Ⅱ : SW OFF]

$$\text{電圧: } -L \cdot di_L/dt = v_o + (r_d + r_L) \cdot i_L$$

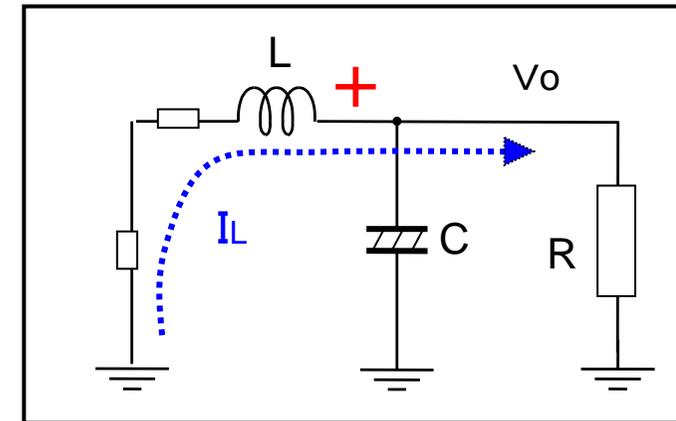
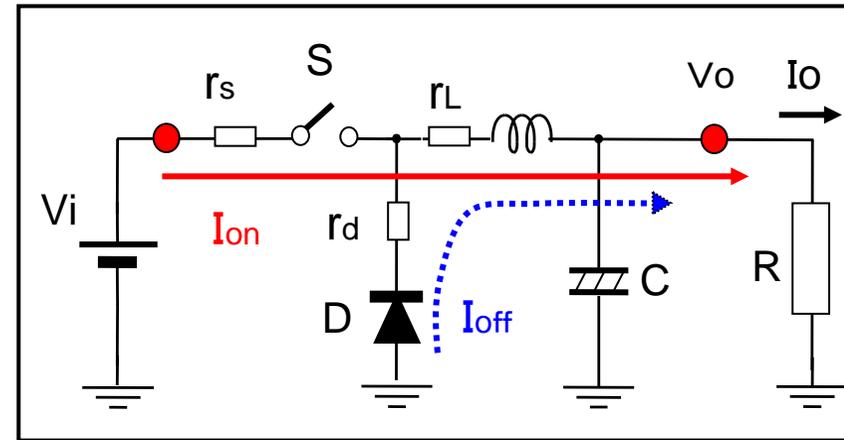
$$\therefore di_L/dt = -(r_d + r_L)/L \cdot i_L - v_o/L \quad \dots(2-34)$$

$$\text{電流: } i_L - v_o/R = C \cdot dv_o/dt$$

$$\therefore dv_o/dt = i_L/C - v_o/CR \quad \dots(2-35)$$

よって

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv_o}{dt} \\ \parallel \\ dX/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_d}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L \\ v_o \\ \parallel \\ X \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \parallel \\ B_2 \end{pmatrix} V_i$$



$$\dots(2-36)$$

* 状態平均化方程式 (降圧形電源)

$$dX/dt = (DA_1 + D'A_2)X + (DB_1 + D'B_2)V_i = \mathbf{A} \cdot X + \mathbf{B} \cdot V_i \quad (2-37)$$

よって

$$\mathbf{A} = D \begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_s}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} + D' \begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_d}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix}}}$$

$$\mathbf{B} = D \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix} + D' \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{pmatrix}}} \quad \text{ただし } r = r_L + D \cdot r_s + D' \cdot r_d$$

(2-38)

(C) 昇圧形電源

[状態 I : SW ON]

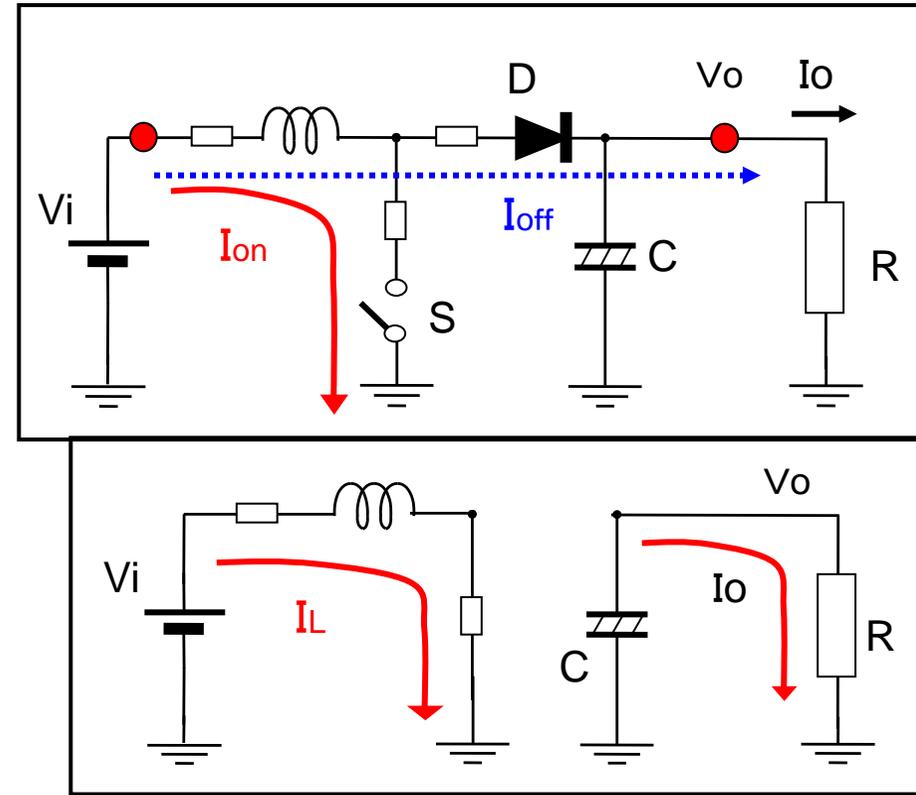
$$\text{電圧: } L \cdot di_L/dt = V_i - (r_s + r_L) \cdot i_L$$

$$\therefore di_L/dt = -(r_s + r_L)/L \cdot i_L + V_i/L \quad (2-39)$$

$$\text{電流: } -C \cdot dV_o/dt = I_o = V_o/R$$

$$\therefore dV_o/dt = -V_o/CR \quad (2-40)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dV_o}{dt} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_s}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_1} \begin{pmatrix} i_L \\ V_o \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_1} V_i \quad (2-41)$$



[状態Ⅱ : SW OFF]

$$\text{電圧: } L \cdot di_L/dt = (V_i - V_o) - (r_d + r_L) \cdot i_L$$

$$\therefore di_L/dt = -(r_d + r_L)/L \cdot i_L + (V_i - V_o)/L$$

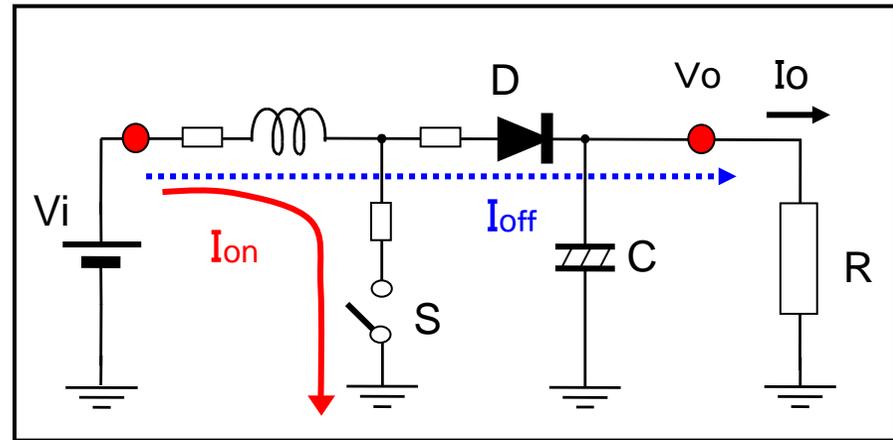
$$\text{電流: } i_L - V_o/R = C \cdot dV_o/dt$$

$$\therefore dV_o/dt = i_L/C - V_o/CR$$

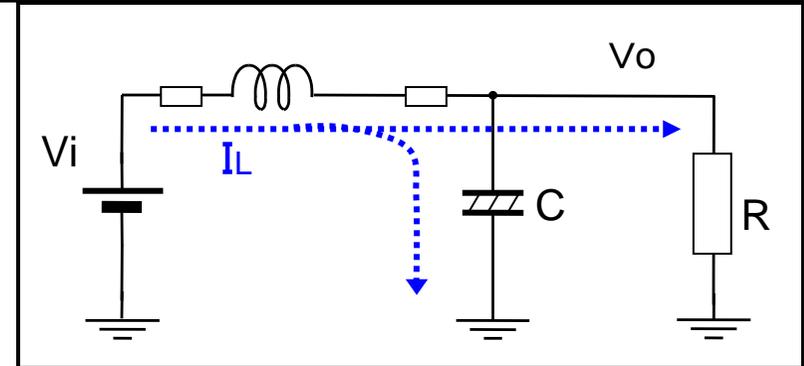
よって

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dV_o}{dt} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_d}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_2} \begin{pmatrix} i_L \\ V_o \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_2} V_i \quad (2-44)$$

(2-42)



(2-43)



* 状態平均化方程式 (昇圧形電源)

2つのA、Bを、デューティに応じて 加算

$$dX/dt = (DA_1 + D'A_2)X + (DB_1 + D'B_2)V_i = \mathbf{A} \cdot X + \mathbf{B} \cdot V_i \quad \text{より}$$

$$\mathbf{A} = D \begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_s}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} + D' \begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_d}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix}}}$$

$$\mathbf{B} = D \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix} + D' \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix}}}$$

ただし $r = r_L + D \cdot r_s + D' \cdot r_d$

(2-45)

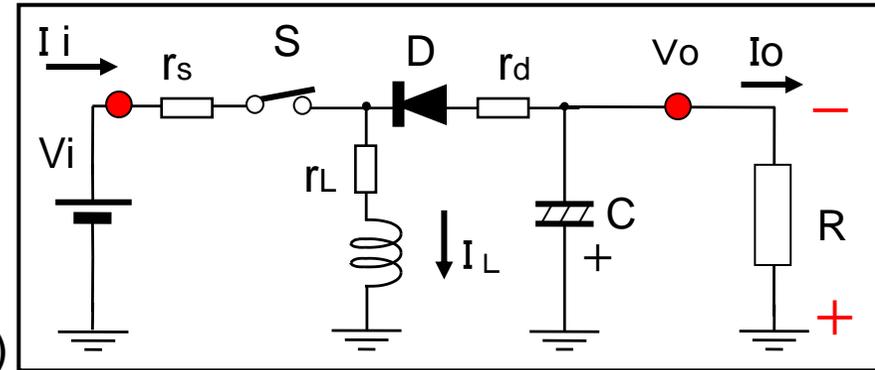
(D) 昇降圧形電源 [各自で計算せよ]

[状態 I : SW ON]

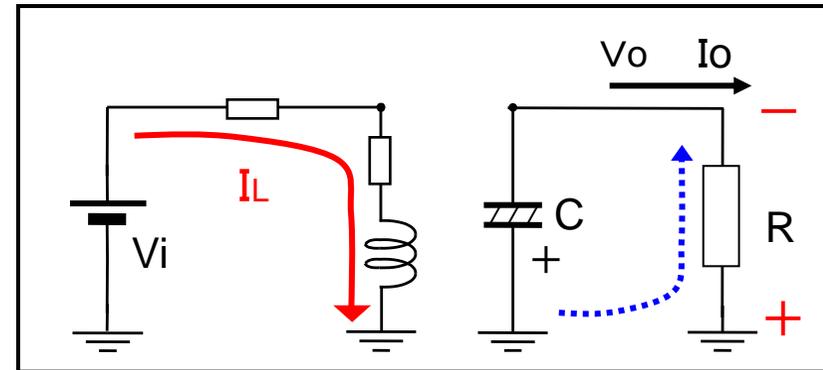
電圧:

電流:

(2-45)



(2-46)



よって

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dvo}{dt} \end{pmatrix} = \begin{matrix} \parallel & \parallel \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 \end{matrix}$$

(2-47)

[状態 II : SW OFF]

電圧:

(2-48)

電流:

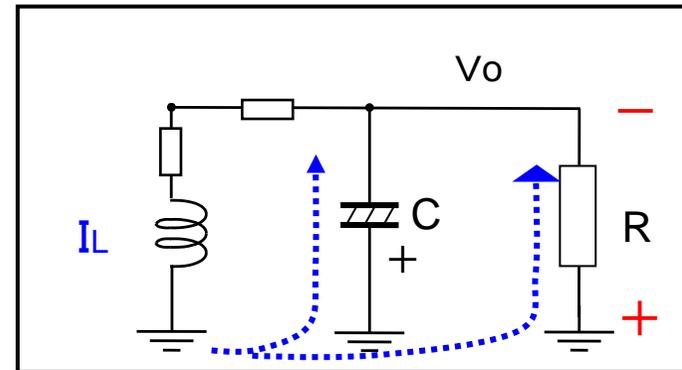
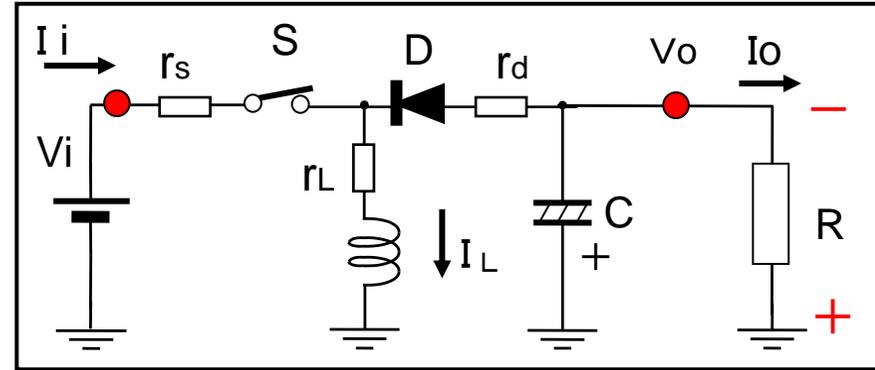
(2-49)

よって

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv_o}{dt} \end{pmatrix} = \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix} \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix}$$

\mathbf{A}_2
 \mathbf{B}_2

(2-50)



* 状態平均化方程式 (昇降圧形電源)

$$dX/dt = (DA_1 + D'A_2)X + (DB_1 + D'B_2)V_i = \mathbf{A} \cdot X + \mathbf{B} \cdot V_i \quad \text{より}$$

$$\mathbf{A} = D \begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_s}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} + D' \begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_d}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix}}}$$

ただし $r = r_L + D \cdot r_s + D' \cdot r_d$

$$\mathbf{B} = D \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix} + D' \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{pmatrix}}} \quad (2-51)$$

(2) 定常特性

(A) 特性方程式: 定常とは・・・ 状態変数・パラメータが不変

$$d\mathbf{X}/dt = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot V_i = 0 \Rightarrow \therefore \mathbf{X} = -\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot V_i \quad (2-30) \text{と同じ}$$

【参考】 逆行列の求め方 (2 × 2) : [余因子行列] / |行列式|

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2-52)$$

$$* \text{行列式 } \Delta = |\mathbf{A}| = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} \quad (2-53)$$

● 状態変数

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} i_L \\ V_c \end{pmatrix} = -\frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} \\ 0 \end{pmatrix} V_i = -\frac{V_i}{\Delta} b_{11} \begin{pmatrix} a_{22} \\ -a_{21} \end{pmatrix} \quad (2-54)$$

$$\bullet \text{電圧変換率: } M = V_o/V_i = a_{21} \cdot b_{11} / \Delta \quad (2-55)$$

(B) 電圧変換率: M $M=V_o/V_i= a_{21} \cdot b_{11} / \Delta$

● 降圧形

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -r/L & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} -1/RC & 1/L \\ -1/C & -r/L \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} D/L \\ 0 \end{pmatrix}$$

ただし $\Delta = r/LCR + 1/LC = (r+R)/LCR$

$$* M = (1/C) \cdot (D/L) / \Delta = D / (1 + r/R) = D / (1 + Z_o/R)$$

$$Z_o = r$$

(2-56)

● 昇圧形:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -r/L & -D'/L \\ D'/C & -1/RC \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} -1/RC & D'/L \\ -D'/C & -r/L \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \end{pmatrix}$$

ただし $\Delta = r/LCR + D'^2/LC = (r + RD'^2)/LCR$

$$* M = (D'/C) \cdot (1/L) \cdot \{LRC / (r + RD'^2)\} = (1/D') / (1 + r/RD'^2) = \frac{1/D'}{1 + Z_o/R}$$

$$Z_o = r/D'^2$$

(2-57)

● 昇降圧形：

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

ただし $\Delta =$

$$* M = -(D'/C) \cdot (D/L) \cdot \{LRC/(r+RD'^2)\} = -(D/D')/(1+r/RD'^2) = \frac{-D/D'}{1+Z_o/R} \quad \boxed{Z_o = r/D'^2}$$

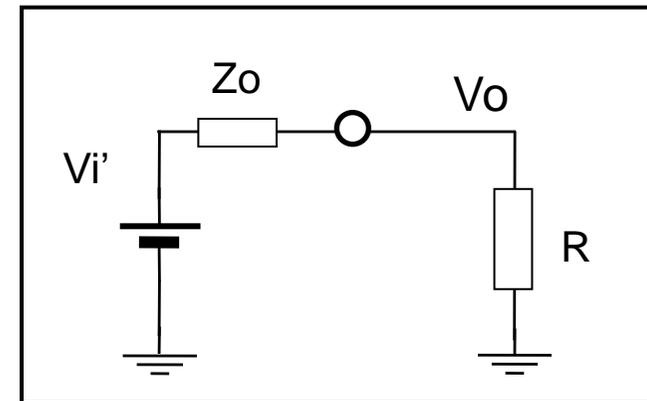
(2-58)

(C) 電圧変換率Mの具体的意味(等価回路)

(2-56)より

$$M = \frac{V_o}{V_i} = \frac{D}{1+Z_o/R} = \frac{R}{R+Z_o} \cdot D$$

$$\therefore V_o = \frac{R}{R+Z_o} \cdot (D \cdot V_i) = \frac{R}{R+Z_o} \cdot V_i'$$



● V_i' : 等価電圧源、 Z_o : 等価内部抵抗、 R : 負荷抵抗

● 各電源の等価内部抵抗

* 降圧型: $Z_o = r$

* 昇圧型=昇降圧型: $Z_o = r/D^2$

昇圧型では、「昇圧率Mの2乗」に比例して大きくなる(性能困難)

(C) 各種リップル

1) 出力電圧リップル率 : $\Delta V_o/V_o$ ……定常リップル:電源性能

* 基本性能:小さくするのは容易だが、過渡応答特性とのバランス

2) コイル電流リップル : ΔI_L ……コイル損失(銅損、鉄損)、磁気飽和

* $I_L = I_{L0} + \Delta I_L$ ……リップルが大きいと、導通損はどうか？

* 磁気飽和に注意: ピーク電流増加で、L値が低下

⇒ 更に電流増加(急激に電流が増加) ⇒ 発熱・炎上

3) コンデンサ電流リップル: ΔI_c ……内部抵抗損失ESR

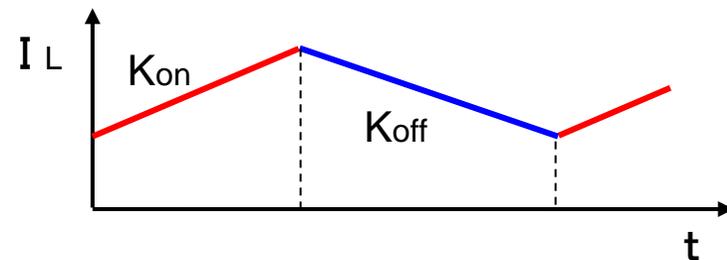
* ESRによる発熱 ⇒ 電解コンデンサでは、劣化・寿命短縮

化学的には、発熱によるガスの発生(爆発の危険性)

(C-1) コイル電流リップル: ΔI_L

* 電流リップル = 電流傾斜 * 時間

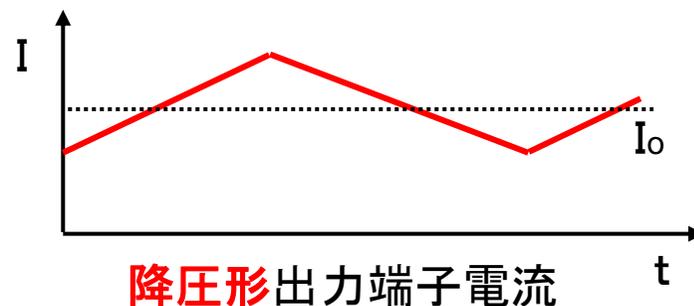
$$\begin{aligned}\Delta i_L &= di_L/dt|_{ON} * T_{ON} \\ &= di_L/dt|_{OFF} * T_{OFF}\end{aligned}\quad (2-59)$$



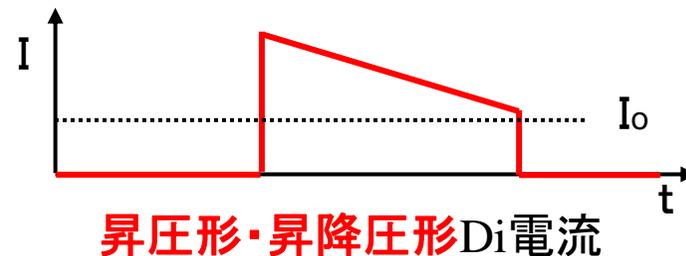
コイル電流

● コイル平均電流 I_L と負荷電流 I_o の関係

- ・降圧形: $I_L = I_o$
 - ・昇圧形、昇降圧形: $I_L = I_o / D'$
- (2-60)



降圧形出力端子電流



昇圧形・昇降圧形 D_i 電流

● **降圧形**: OFF期間を考える

$$(2-36): \quad di_L/dt = -(r_d+r_L)/L \cdot i_L - V_o / L$$

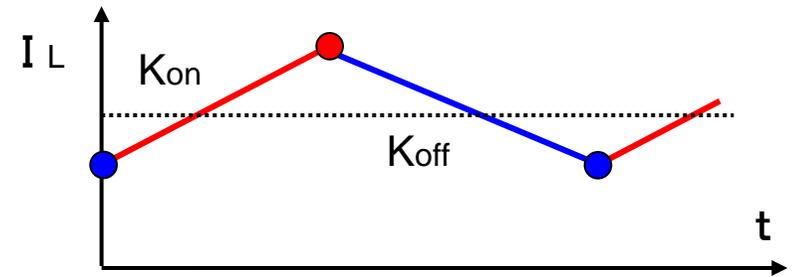
$$V_o=R \cdot I_o \text{ より} \quad = -(r_d+r_L)/L \cdot i_L - R \cdot I_o / L$$

$$I_o = I_L \doteq i_L \text{ より} \quad = -(r_d+r_L+R) \cdot I_L / L$$

よって 1周期でのコイル電流リップル:

$$|\Delta i_L| = D' T_o \cdot (r_L+r_d+R) \cdot I_L / L = (D' T_o \cdot R I_L / L) \{1+(r_L+r_d)/R\} \quad (2-61)$$

$$= (D' T_o \cdot V_o / L) (R+r) / R \doteq D' T_o (V_o / L) \quad (r < R) \quad (2-62)$$



K_{off} は V_o のみに依存

$$K_{off} = V_o / L$$

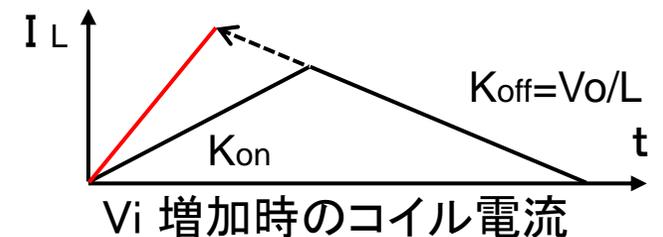
● **コイルリップル電流**: 上式から分かること

* V_i, V_o : 一定 $\Rightarrow D'$ も一定

・周波数とインダクタンスに反比例 ・負荷電流には ほぼ無関係

* V_o : 固定、 V_i : 増加 $\Rightarrow K_{OFF}$ 一定、 D' 増加 \Rightarrow 電流リップル増加

* V_i : 固定、 V_o : 増加 \Rightarrow 電圧変換率により異なる... $D > 0.5$: 減少
 $D < 0.5$: 増加



●リプル電流による半周期の損失: ($D=0.5$ の場合)

$I = I_0 + (-A + kt) = (I_0 - A) + (4A/T_0)t$ とすると、

$$P_{1/2} = \int_0^{T_0/2} r \cdot I^2 dt$$

$$= r \cdot \int \{ (I_0 - A)^2 + 2(I_0 - A)(4A/T_0)t + (4A/T_0)^2 t^2 \} dt$$

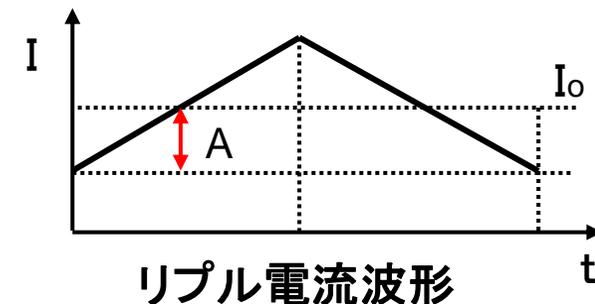
$$= r \cdot \{ (I_0 - A)^2 T_0/2 + (I_0 - A)(4A/T_0)(T_0/2)^2 + (4A/T_0)^2 (T_0/2)^3/3 \}$$

$$= r \cdot \{ (I_0 - A)(I_0 + A)^2 T_0/2 + (4/3) A^2 T_0/2 \}$$

$$= r \cdot \{ I_0^2 (T_0/2) + (1/3) A^2 (T_0/2) \}$$

$$= r \cdot \{ I_0^2 + (A_0^2/12) \} (T_0/2) \quad : \text{振幅} : A_0 = 2A$$

∴ 振幅の2乗の $1/12$ の損失が増加



● **昇圧形**: ON 期間を考える: $I_o = I_L/D'$ に注意して

$$(2-41): \quad di_L/dt = -(r_s+r_L)/L \cdot I_L + V_i/L$$

ここで $V_i = D'(1+Z_o/R) \cdot V_o$ 、 $V_o = R \cdot I_o = R \cdot (D' I_L)$ を用いて

$$\Delta i_L / \Delta t = -(r_s+r_L)/L \cdot I_L + D'(1+Z_o/R) \cdot (R D') I_L / L$$

$$\therefore |\Delta i_L / \Delta t| = I_L \cdot \{- (r_s+r_L) + (R+Z_o) D'^2\} / L \quad (2-63)$$

ここで $Z_o D'^2 = r = r_L + D \cdot r_s + D' r_d$ より

$$\begin{aligned} |\Delta i_L| &= D T_o \cdot (D' r_d - D' r_s + R \cdot D'^2) I_L / L \\ &= (D D'^2 T_o \cdot R I_L / L) \cdot \{1 + (r_d - r_s) / R D'\} \end{aligned} \quad (2-64)$$

$$\begin{aligned} V_o = R \cdot (D' I_L) \text{より} \quad &= (D D' T_o \cdot V_o / L) \cdot \{1 + (r_d - r_s) / R D'\} \\ &\doteq D D' T_o \cdot V_o / L = D T_o \cdot (V_i / L) \end{aligned} \quad (2-65)$$

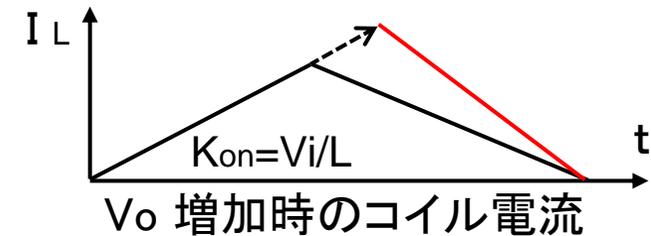
● **コイルリップル電流**: 上式から分かること

* V_i 、 V_o : 一定 $\Rightarrow D$ も一定

・周波数とインダクタンスに反比例 ・負荷電流には ほぼ無関係

* V_i : 固定、 V_o : 増加 $\Rightarrow k_{ON}$ 一定、 D' 減少・ D 増加 \Rightarrow 電流リップル増加

* V_o : 固定、 V_i : 増加 \Rightarrow 電圧変換率により異なる



●昇降圧形: OFF時 $V_o = R I_o = R D' I_L$ より

$$\begin{aligned} |\Delta i_L / I_L| &= D'^2 T_o \cdot R I_L \cdot \{1 + (r_L + r_d) / R D'\} / L \\ &= D' T_o V_o / L \cdot \{1 + (r_L + r_d) / R D'\} \\ &\doteq D' T_o V_o / L = D T_o V_i / L \end{aligned} \quad (2-66)$$

【各自求めよ】

(C-2) コンデンサ電流リップル : Δi_c

- 降圧形 : コイル電流リップルと同等 (右上図)

$$\text{式(2-62): } \Delta i_c = (D'T_o V_o / L)(1 + (r_L + r_d) / R) \quad (2-67)$$

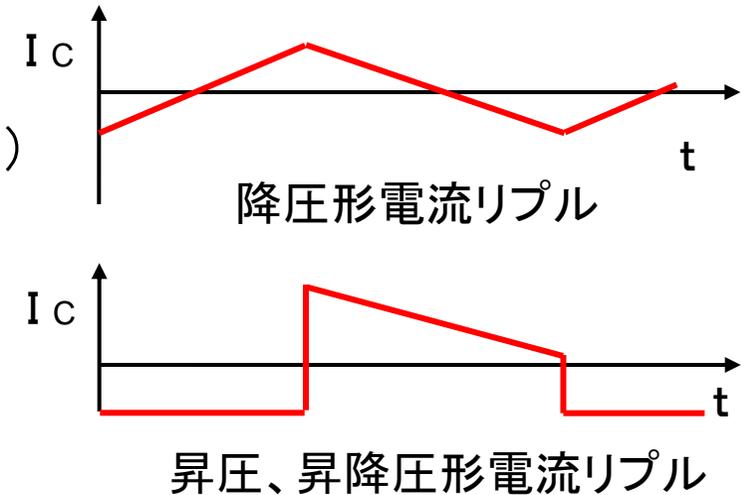
$$= (D'T_o V_o / L)(R + r) / R \doteq D'T_o V_o / L$$

* コイル電流リップルと同様傾向

- 昇圧形、昇降圧形 : OFF時のみ電流
コイル平均電流で近似

$$\Delta i_c = I_L = I_o / D' \quad (2-68)$$

- * 出力電流 I_o に比例して増加
- * 昇圧率が高いと、 D' が減少し リプルは増加



(C-3) 出力電圧リップル率 : $\Delta V_o/V_o$

- * 考え方1: コンデンサへのリップル電流
- 2: 状態方程式を利用

● 降圧形:

Cへのチャージ電流: ΔI_c の上側半分積分

$$\Delta V_o = \frac{1}{C} \int \Delta I_c dt = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{T_o}{2} \cdot \frac{\Delta I_c}{2} = \frac{T_o \Delta I_c}{8C} \quad (2-69)$$

(2-67)より $\Delta I_c = (D'T_o/L)\{1+(r_L+r_d)/R\}V_o = (D'T_o/L)\{(R+r)/R\}V_o$

$$\therefore \Delta V_o/V_o = \frac{T_o}{8C} \frac{D'T_o}{L} \{(R+r)/R\} = \frac{D'T_o^2}{8LC} \quad (2-70)$$

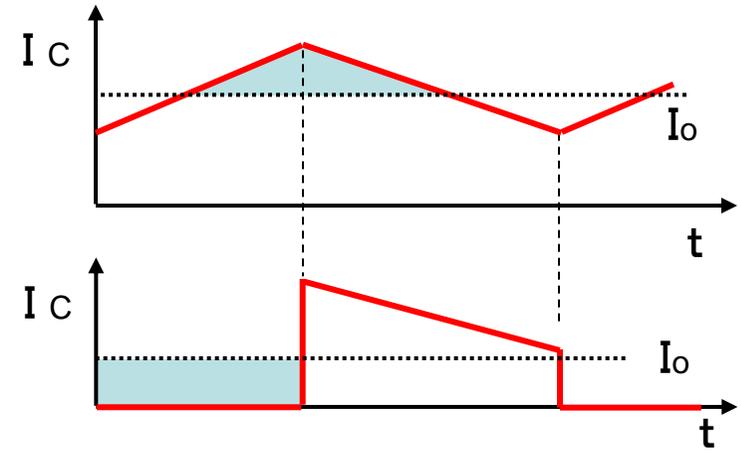
★ LC、F で充分小さくできる

● 昇圧形、昇降圧形:

* 基本式(2-40)(2-46) $dV_o/dt = -V_o/CR$ (@ T_{ON})より $|\Delta V_o/V_o| = \frac{D \cdot T_o}{CR}$

* Cへのチャージ電流 (右上図)

$$\Delta V_o = \frac{1}{C} (I_o \cdot DT_o) = \frac{1}{C} \frac{V_o}{R} DT_o \quad \therefore |\Delta V_o/V_o| = \frac{D \cdot T_o}{CR} = \frac{D \cdot T_o \cdot I_o}{CV_o} \quad (2-71)$$



(C-4) コンデンサESRの影響:

$$\Delta V_{co} = \Delta I_c * r_c \quad (r_c : \text{ESR})$$

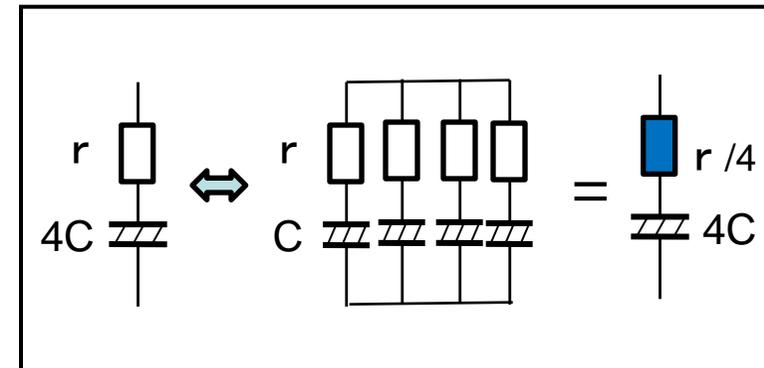
- 降圧型: $\Delta V_{co} \doteq D' T_o V_o r_c / L$
Cの大きさに無関係
Lを大きくし、ESRを小さくする
- 昇圧形、昇降圧形:

$$\Delta V_{co} \doteq I_o / D' \cdot r_c \quad : \text{コイル電流、出力電流が直接影響}$$

- ★ ESRを小さくするコンデンサの使い方
大きなC 1個より、小さなCの並列接続
コンデンサの等価回路:

★ コンデンサのESR (復習)

- * アルミ電解コンデンサ: 数100 mΩ
- * 低ESR電解コンデンサ: 数10 mΩ
- * 積層セラミックコンデンサ: 数 mΩ



(3) 動特性 (コンバータ単体：負帰還無し)

(3-1) 各微小変動分に対する伝達関数

* 状態平均化方程式 $d\mathbf{X}/dt = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot V_i$ より

微小変動 ΔD 、 ΔR 、 ΔV_i に対する \mathbf{X} の変化

$$d(\mathbf{X} + \Delta \mathbf{X})/dt = \left(\mathbf{A} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial D} \Delta D + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial R} \Delta R \right) (\mathbf{X} + \Delta \mathbf{X}) + \left(\mathbf{B} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial D} \Delta D \right) (V_i + \Delta V_i) \quad (2-75)$$

* 微小項を無視して、 $d\mathbf{X}/dt = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot V_i$ を用いると

$$d\Delta \mathbf{X}/dt = \mathbf{A} \Delta \mathbf{X} + \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial D} \Delta D + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial R} \Delta R \right) \mathbf{X} + \mathbf{B} \Delta V_i + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial D} V_i \Delta D$$
$$\therefore (s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \Delta \mathbf{X} = \left\{ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial D} \mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial D} V_i \right\} \Delta D + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial R} \mathbf{X} \Delta R + \mathbf{B} \Delta V_i \quad (2-76)$$

$$\therefore \Delta \mathbf{X} = (\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1} \left\{ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial D} \mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial D} V_i \right\} \Delta D + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial R} \mathbf{X} \Delta R + \mathbf{B} \Delta V_i \quad (2-77)$$

以上より

$$\bullet \Delta \mathbf{X} / \Delta D = (\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1} \left\{ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial D} \mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial D} V_i \right\} \quad (2-78)$$

$$\bullet \Delta \mathbf{X} / \Delta R = (\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial R} \mathbf{X} \quad (2-79)$$

$$\bullet \Delta \mathbf{X} / \Delta V_i = (\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \quad (2-80)$$

各パラメータに対する状態変数の感度

● 逆行列

$$(s \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s-a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & s-a_{11} \end{pmatrix}$$

ただし

$$\begin{aligned} \Delta &= (s-a_{11})(s-a_{22}) + a_{12}a_{21} \\ &= (a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}) \cdot P(s) \end{aligned}$$

$$\underline{P(s) = 1 + 2\delta (s/w_n) + (s/w_n)^2} \quad (2-81)$$

● 偏微分

$\mathbf{A} = D\mathbf{A}_1 + (1-D)\mathbf{A}_2$ 、 $\mathbf{B} = D\mathbf{B}_1 + (1-D)\mathbf{B}_2$ より

$$\left(\begin{array}{l} \frac{\partial A}{\partial D} = A_1 - A_2 \quad \dots\dots \\ \frac{\partial B}{\partial D} = B_1 - B_2 \quad \dots\dots \\ \frac{\partial A}{\partial R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/CR^2 \end{pmatrix} \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{l} * \text{ 降圧形: } \frac{\partial A}{\partial D} = \begin{pmatrix} (rd-rs)/L & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ * \text{ 昇圧形、昇降圧形: } \frac{\partial A}{\partial D} = \begin{pmatrix} (rd-rs)/L & 1/L \\ -1/C & 0 \end{pmatrix} \\ * \text{ 降圧形、昇降圧形} = \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \end{pmatrix} \\ * \text{ 昇圧形} = 0 \end{array} \right. \quad (2-82)$$

$$\left. \begin{array}{l} * \text{ 昇圧形、昇降圧形: } \frac{\partial A}{\partial D} = \begin{pmatrix} (rd-rs)/L & 1/L \\ -1/C & 0 \end{pmatrix} \\ * \text{ 降圧形、昇降圧形} = \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \quad (2-83)$$

$$\left. \begin{array}{l} * \text{ 降圧形、昇降圧形} = \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \end{pmatrix} \\ * \text{ 昇圧形} = 0 \end{array} \right\} \quad (2-84)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial A}{\partial R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/CR^2 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \text{ (共通)} \quad (2-85)$$

(A) 降圧形

$$\begin{aligned} * \Delta X / \Delta D &= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -1/L \\ 1/C & s+r/L \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} (rd-rs)/L & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X} + \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \end{pmatrix} V_i \right\} & \mathbf{X} &= \begin{pmatrix} i_L \\ V_c \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -1/L \\ 1/C & s+r/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (rd-rs)/LR+(1+r/R)/LD \\ 0 \end{pmatrix} V_o & \because I_L=I_o=V_o/R \\ &= \frac{V_o}{P(s)} \frac{1+(rL+rd)/R}{D(1+Z_o/R)} \begin{pmatrix} 1/R \cdot (1+CRs) \\ 1 \end{pmatrix} & V_i &= (1+r/R)V_o/D \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta V_o / \Delta D = \frac{V_o}{P(s)} \frac{1+(rL+rd)/R}{D(1+Z_o/R)} = \frac{G_{vdo}}{P(s)} \quad (2-86)$$

$$\begin{aligned} * \Delta X / \Delta R &= \frac{V_o}{P(s)} \frac{LC}{(1+Z_o/R)} \begin{pmatrix} s+1/CR & -1/L \\ 1/C & s+r/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/CR^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/R \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{V_o}{P(s)} \frac{1/R^2}{(1+Z_o/R)} \begin{pmatrix} -1 \\ Z_o+Ls \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta V_o / \Delta R = \frac{V_o}{P(s)} \frac{Z_o/R^2}{(1+Z_o/R)} \cdot (1+s \cdot L/Z_o) = \frac{G_{vro}}{P(s)} (1+s/w_{vr}) \quad (2-87)$$

(A) 降圧形

$$* \Delta X / \Delta V_i = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -1/L \\ 1/C & s+r/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D/L \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{V_o}{P(s)} \frac{D}{(1+Z_o/R)} \begin{pmatrix} (1/R)(1+sCR) \\ 1 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} i_L \\ V_c \end{pmatrix}$$

$$\therefore \Delta V_o / \Delta V_i = \frac{V_o}{P(s)} \frac{D}{(1+Z_o/R)} = \frac{G_{vvo}}{P(s)} \quad (2-88)$$

(B) 昇圧形

$$* \Delta X / \Delta D = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -D'/L \\ D'/C & s+r/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (rd-rs)/L & 1/L \\ -1/C & 0 \end{pmatrix} X$$

$$= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -D'/L \\ D'/C & s+r/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (rd-rs)/LRD'+1/L \\ -1/CRD' \end{pmatrix} V_o \quad \begin{matrix} \therefore I_L = I_o/D' = V_o/RD' \\ Z_o = r/D'^2 \end{matrix}$$

$$= \frac{V_o}{P(s)} \frac{1}{D'(1+Z_o/R)} \begin{pmatrix} (1/RD')\{2+(rd-rs)/RD'\} \cdot (1+s/w_{id}) \\ \{1-(r_L+r_s)/RD'^2\} \cdot (1-s/w_{vd}) \end{pmatrix}$$

$$\therefore \Delta V_o / \Delta D = \frac{V_o}{P(s)} \frac{\{1-(r_L+r_s)/RD'^2\}/D'}{(1+Z_o/R)} (1-s/w_{vd}) = \frac{G_{vdo}}{P(s)} (1-s/w_{vd}) \quad (2-89)$$

(B) 昇圧形

$$\begin{aligned}
 * \Delta X / \Delta R &= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -D'/L \\ D'/C & s+r/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/CR^2 \end{pmatrix} \mathbf{X} \\
 &= \frac{V_o}{P(s)} \frac{1/R^2}{(1+Z_o/R)} \begin{pmatrix} -1/D' \\ Z_o(1+sL/Z_oD'^2) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$\therefore I_L = I_o/D' = V_o/RD'$
 $Z_o = r/D'^2$

$$\therefore \Delta V_o / \Delta R = \frac{V_o}{P(s)} \frac{Z_o/R^2}{(1+Z_o/R)} \cdot (1+s \cdot L/r) = \frac{G_{vro}}{P(s)} (1 + s/wvr) \quad (2-90)$$

$$* \Delta X / \Delta V_i = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -D'/L \\ D'/C & s+r/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{P(s)} \frac{1}{(1+Z_o/R)} \begin{pmatrix} (1/D'^2R)(1+sCR) \\ 1/D \end{pmatrix}$$

$$\therefore \Delta V_o / \Delta V_i = \frac{1}{P(s)} \frac{1/D}{(1+Z_o/R)} = \frac{G_{vvo}}{P(s)} \quad (2-91)$$

(C) 昇降圧形

$$\begin{aligned}
 * \Delta X / \Delta D &= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -D'/L \\ D'/C & s+r/L \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} (rd-rs)/L & 1/L \\ -1/C & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \end{pmatrix} V_i \right\} & \because I_L = I_o/D' = V_o/RD' \\
 &= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -D'/L \\ D'/C & s+r/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (rd-rs)/LRD' + 1/L + D'/DL \\ -1/CRD' \end{pmatrix} V_o & V_i = (D'/D)V_o \\
 &= \frac{V_o}{P(s)} \frac{1}{DD'(1+Z_o/R)} \begin{pmatrix} (1/RD')\{1+D+(rL-rd)/RD'\} \cdot (1+s/wid) \\ [1 - \{Dr - D'(rL+rd)/RD'^2\} \cdot (1-s/wvd)] \end{pmatrix} & Z_o = r/D'^2
 \end{aligned} \tag{2-92}$$

$$\begin{aligned}
 * \Delta X / \Delta R &= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -D'/L \\ D'/C & s+r/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/CR^2 \end{pmatrix} X \\
 &= \frac{V_o}{P(s)} \frac{1/R^2}{(1+Z_o/R)} \begin{pmatrix} -1/D' \\ Z_o(1+sL/Z_oD'^2) \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{2-93}$$

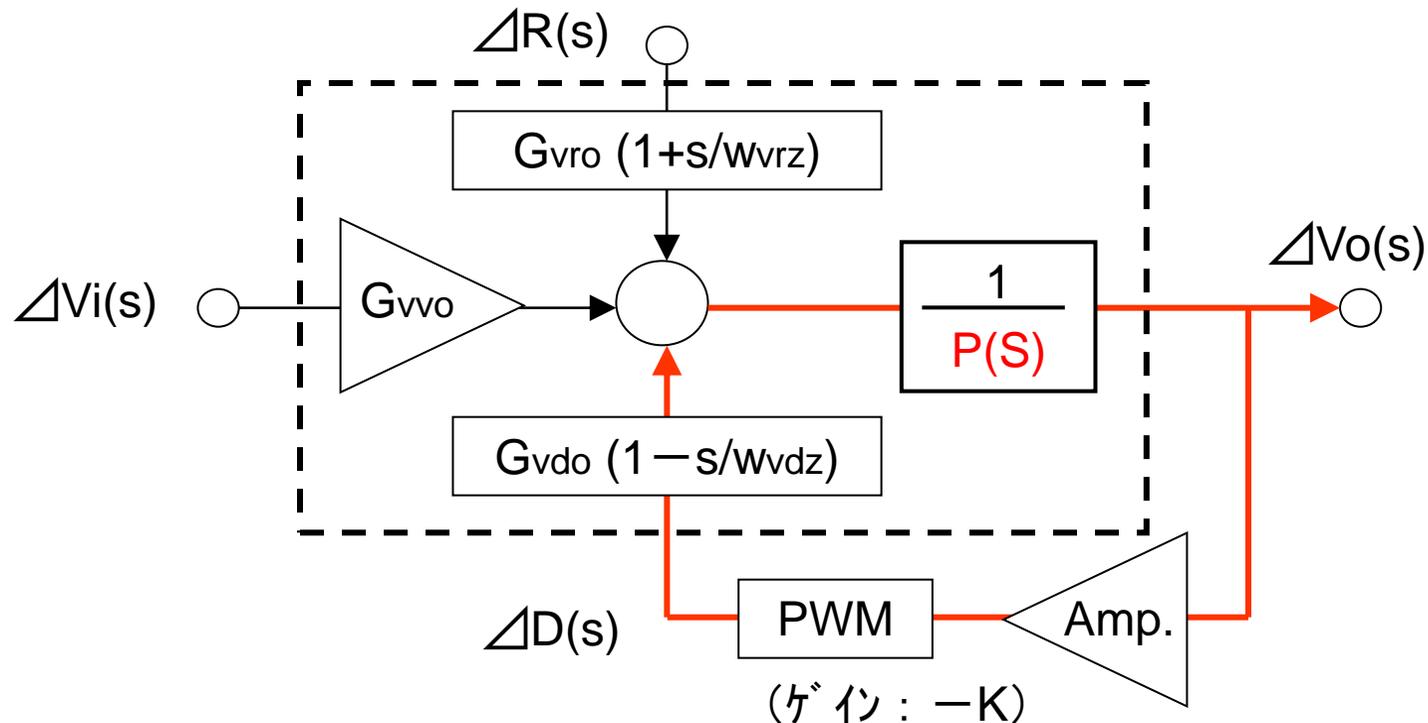
$$* \Delta X / \Delta V_i = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} s+1/CR & -D'/L \\ D'/C & s+r/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D/L \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{P(s)} \frac{D/D'}{(1+Z_o/R)} \begin{pmatrix} (1/RD')(1+sCR) \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2-94}$$

(3-2) フィードバック特性

● レギュレーション特性

- * 式(2-86)~(2-94) を右式とおくと 下図の構成で表現可
- * PWMを介して、 ΔD に負帰還

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{vd}(s) = \Delta V_o / \Delta D = G_{vdo} (1 - s/w_{vdz}) / P(s) \\ G_{vr}(s) = \Delta V_o / \Delta R = G_{vro} (1 + s/w_{vrz}) / P(s) \\ G_{vv}(s) = \Delta V_o / \Delta V_i = G_{vvo} / P(s) \end{array} \right. \quad (2-95)$$



● 入出力特性: 応答特性は、負帰還ループでできる

* 開ループ特性: $G_o(s) = K \cdot G_{vdo}(1 - s/w_{vdz})/P(s)$ (2-96)

* 閉ループ特性: $= (\text{フォワード } G) / \{1 + (\text{ループゲイン})\}$

$$\begin{aligned} \Delta V_o &= \{G_{vvo} \Delta V_i + G_{vro}(1 - s/w_{vrz}) \Delta R\} / P(s) \{1 + G_o(s)\} \\ &= \{G_{vvo} \Delta V_i + G_{vro}(1 - s/w_{vrz}) \Delta R\} / \{P(s) + KG_{vdo}(1 - s/w_{vdz})\} \\ &= \{G_{vvo} \Delta V_i + G_{vro}(1 - s/w_{vrz}) \Delta R\} / \{(1 + KG_{vdo})P'(s)\} \end{aligned} \quad (2-97)$$

ここで $P'(s) = 1 + 2\delta'(s/w'_n) + (s/w'_n)^2$ (2-98)

$$\begin{cases} w'_n = w_o \sqrt{1 + KG_{vdo}} & (> w_o) \\ \delta' = \{\delta - KG_{vdo} \cdot w_o / 2w_{vdz}\} / \sqrt{1 + KG_{vdo}} & (< \delta) \end{cases}$$

よって $\Delta V_o / \Delta V_i = G_{vvo} / (1 + KG_{vdo}) P'(s) \cdots$ ライン・レギュレーション } (2-99)
 $\Delta V_o / \Delta R = G_{vro} / (1 + KG_{vdo}) P'(s) \cdots$ ロード・レギュレーション }

(3-3) 電源特性

(A) **定常偏差: ライン・レギュレーション**: V_i の変化に伴う $\Delta V_o \Rightarrow G_{vv}(s)$:

● **出力電圧偏差**: ステップ入力に対する出力偏差は、最終値の定理より求まる

最終値の定理:
$$\Delta V_o = \lim_{s \rightarrow 0} s \{ G(s) \cdot \frac{1}{s} \} = G(0) \quad (2-100)$$

定常偏差:
$$m_v = \Delta V_o / \Delta V_i = G(0) = G_{vvo} / (1 + K G_{vdo}) \quad (2-101)$$

ここで $r, Z_o \ll R$ と近似

降圧形:	$G_{vvo} = \frac{D}{1 + Z_o/R} \doteq D,$	$G_{vdo} = \frac{V_o}{D} \frac{1 + \frac{r_d + r_L}{R}}{1 + Z_o/R} \doteq \frac{V_o}{D}$	$\Rightarrow m_v \doteq \frac{M}{1 + K V_o / D}$
昇圧形:	$G_{vvo} = \frac{1/D'}{1 + Z_o/R} \doteq 1/D',$	$G_{vdo} = \frac{V_o}{D'} \frac{1 - \frac{r_s + r_L}{D'^2 R}}{1 + Z_o/R} \doteq \frac{V_o}{D'}$	$\Rightarrow m_v \doteq \frac{M}{1 + K V_o / D'}$
昇降圧形:	$G_{vvo} = \frac{D/D'}{1 + Z_o/R} \doteq D/D',$	$G_{vdo} = \frac{V_o}{DD'} \frac{1 - \frac{F(D,r)}{D'^2 R}}{1 + Z_o/R} \doteq \frac{V_o}{DD'}$	$\Rightarrow m_v \doteq \frac{M}{1 + K V_o / DD'}$

(2-102)

(3-3) 電源特性

(A) 定常偏差: ロード・レギュレーション: I_o の変化に伴う ΔV_o

● 出力電圧偏差: 負荷電流のステップ入力に対する出力偏差

$$\begin{aligned} m_I &= \Delta V_o / \Delta I_o = (\Delta V_o / \Delta R) \cdot (\Delta R / \Delta I_o) = -(R^2 / V_o) (\Delta V_o / \Delta R) \\ &= -(R^2 / V_o) \cdot G_{VRO} / (1 + KG_{vdo}) \quad \because (\Delta I_o / \Delta R) = -V_o / R^2 \end{aligned} \quad (2-103)$$

ここで、 G_{VRO} は三方式とも等しく、 $G_{VRO} = Z_o(V_o/R^2) / (1 + Z_o/R)$

$$\begin{aligned} \therefore m_I &= -(R^2 / V_o) \cdot Z_o(V_o/R^2) / (1 + Z_o/R) / (1 + KG_{vdo}) \\ &= -Z_o \cdot \{ R / (R + Z_o) \} / (1 + KG_{vdo}) = -Z_o' / (1 + KG_{vdo}) \end{aligned} \quad (2-104)$$

つまり 電源の内部インピーダンス Z_o に依存した変動値の、
 Z_o と R で分割した値を、ループゲインで抑圧

ここで KG_{vdo} は前記と同じ

$$\text{降圧形: } m_I \doteq \frac{-Z_o'}{1 + KV_o/D} \quad \text{昇圧形: } m_I \doteq \frac{-Z_o'}{1 + KV_o/D'} \quad \text{昇降圧形: } m_I \doteq \frac{-Z_o'}{1 + KV_o/DD'}$$

(B) 出力インピーダンス特性

● 交流出力インピーダンス:

$V_o = I_o \cdot R$ より $\Delta V_o = R \Delta I_o + I_o \Delta R$ ……電流変化と負荷抵抗の変化による ΔV_o
 $I_o = V_o / R$ 代入し、 ΔV_o で両辺を割ると

$$\therefore R \cdot (\Delta I_o / \Delta V_o) + (V_o / R) \cdot (\Delta R / \Delta V_o) = 1 \quad (2-105)$$

$$* \text{出力インピーダンス} : z(s) = - \Delta V_o / \Delta I_o = - \frac{R}{1 - \frac{\Delta R / R}{\Delta V_o / V_o}} \quad (2-106)$$

(2-99) $\Delta V_o / \Delta R$ を代入すると

$$|z(s)| = \frac{R}{1 - \frac{V_o}{R} G_{vro} (1 - s/w_{vrz}) / (1 + K G_{vdo}) P''(s)} = \frac{(R^2/V_o) \cdot G_{vro}}{(1 + K G_{vdo} - R G_{vro}/V_o) P''(s)} \quad (2-107)$$

$$\text{ただし } P''(s) = 1 + 2\delta''(s/w''_n) + (s/w''_n)^2 \quad (2-108)$$

$$\begin{cases} w''_n = w_o \cdot \sqrt{1 + K G_{vdo} - R G_{vro}/V_o} \\ \delta'' = \{ \delta - K G_{vdo} \cdot w_o / (2w_{vdz}) - R G_{vro} / (V_o \cdot 2w_{vdz}) \} / \sqrt{1 + K G_{vdo}} \end{cases} \quad (2-109)$$

ゲインKアップ ⇒ 出力Zダウン (ω_nアップ、δダウン) (ピークのレベル、周波数アップ)

● 直流出カインピーダンス : $s=0$

式 (2-107) より、 $P(0)=1$

$$\therefore |z(0)| = \frac{R \cdot (R/V_o) \cdot G_{vro}}{1 + KG_{vdo} - (R/V_o)G_{vro}} \quad (2-110)$$

(A) 降圧形 :

$$(R/V_o)G_{vro} = \frac{Z_o/R}{1+Z_o/R}, \quad G_{vdo} = \frac{V_o}{D} \frac{1 + \frac{r_d+r_L}{R}}{1+Z_o/R}$$

$$\begin{aligned} \therefore Z(0) &= \frac{Z_o}{(1+Z_o/R) + (kV_o/D)\{1+(r_d+r_L)/R\} - Z_o/R} && \text{ただし (p.32 参照)} \\ &\doteq \frac{Z_o}{1+(kV_o/D)\{1+(r_d+r_L)/R\}} = \frac{Z_o}{1+(kV_o/D)} && Z_o = r \quad (2-111) \end{aligned}$$

(B) 昇圧形 :

$$Z(0) = \frac{Z_o}{1+(kV_o/D')\{1-(r_L+r_s)/D'^2R\}} \doteq \frac{Z_o}{1+(kV_o/D')} \quad \begin{aligned} Z_o &= r/D'^2 \quad (2-112) \\ &= M^2 \cdot r \end{aligned}$$

(C) 昇降圧形 :

$$Z(0) = \frac{Z_o}{1+(kV_o/DD')\{1-\{Dr - D'(r_L+r_d)\}/D'^2R\}} = \frac{Z_o}{1+(kV_o/DD')} \quad \begin{aligned} Z_o &= r/D'^2 \\ & \quad (2-113) \end{aligned}$$

(C) 安定性

ループゲイン K を大きく \Rightarrow 定常偏差、出力 Z を抑えられるが、減衰係数 δ が小さくなり、不安定になりやすい。

$$P'(s) = 1 + 2\delta'(s/w'_n) + (s/w'_n)^2$$

$$\begin{cases} w'_n = w_o \sqrt{1 + KG_{vdo}} \\ \delta' = \{\delta - KG_{vdo} \cdot w_o / 2w_{vdz}\} / \sqrt{1 + KG_{vdo}} \end{cases}$$

$\delta' \leq 0$ で不安定

● 降圧形 : $w_{vdz} = \infty \therefore K$ によらず常に安定 (理論上)

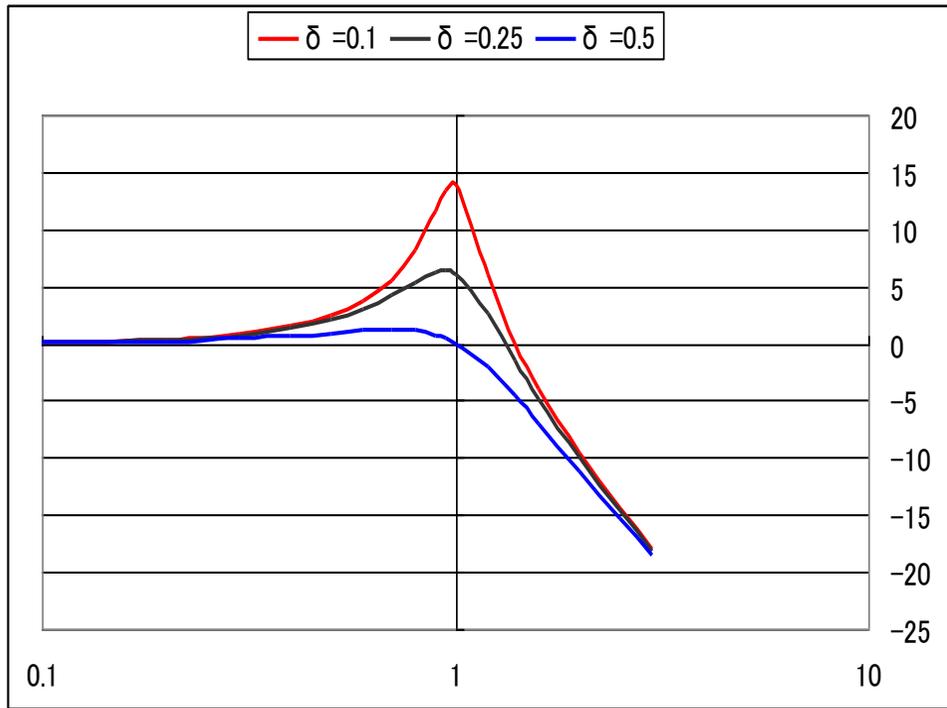
ただし、実際の回路では、OPアンプ、サンプリング遅延等で不安定になる

● 昇圧型、昇降圧形 :

安定限界あり $\delta' > 0$ より $KG_{vdo}w_o < 2w_{vdz}\delta$

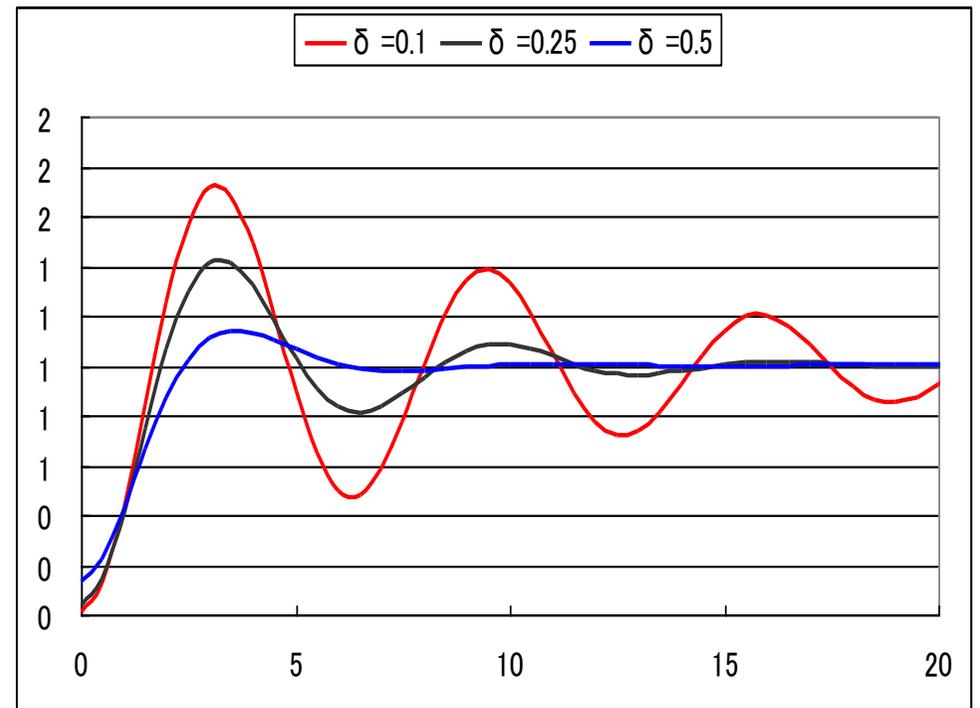
$$\therefore K < (2w_{vdz}/w_o)(\delta/G_{vdo}) = \frac{D'}{V_o} \left(1 + \frac{D'^2 Z_o RC}{L} \right) \quad (2-114)$$

● 入出力特性(減衰係数と応答特性)



(a) 周波数特性

ω/ω_{nt}



(b) ステップ応答

$\omega_{nt}[\text{rad}]$

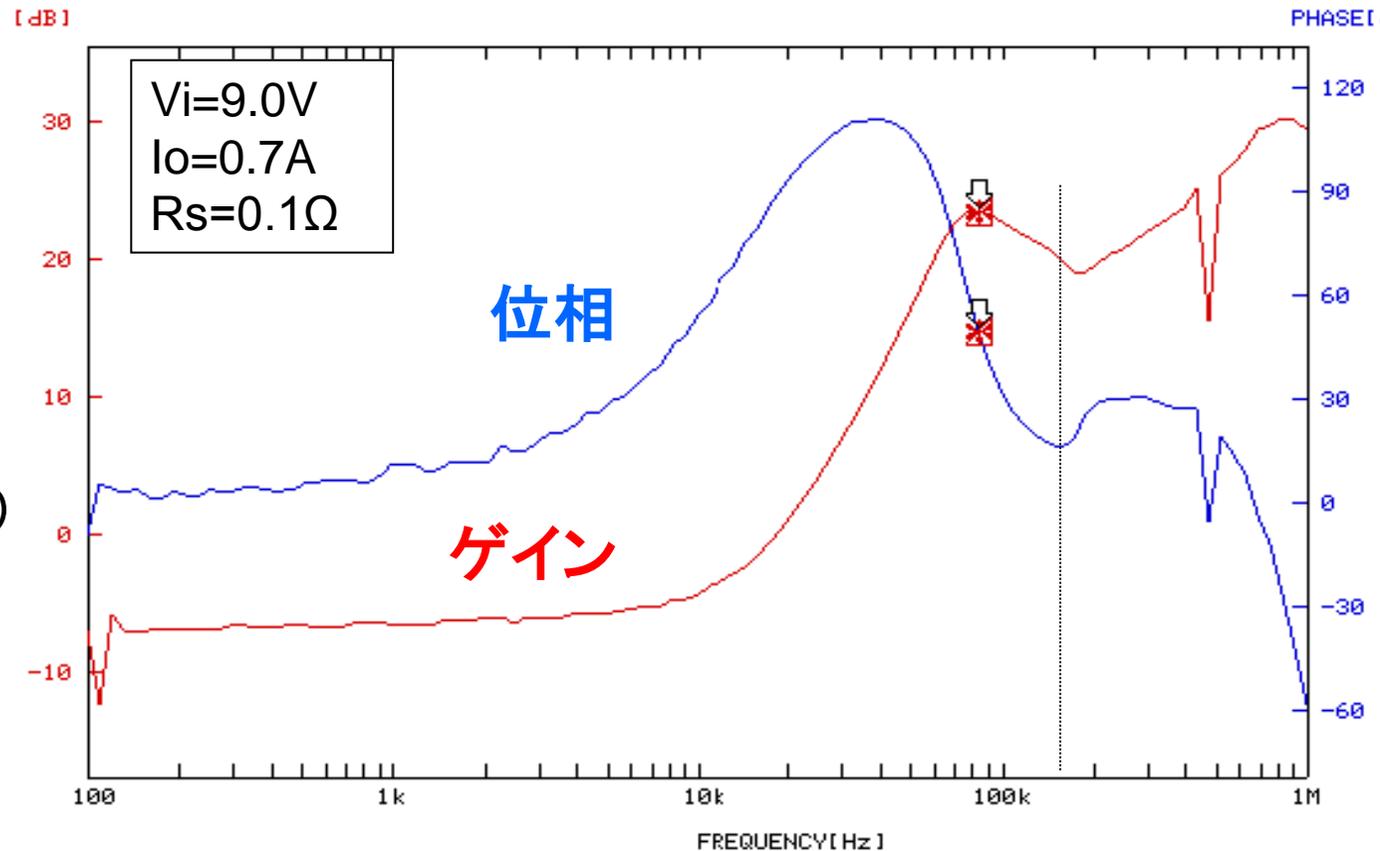
Q. 周波数特性にピークがあると、ステップ応答はなぜ振動するか？

◆ 出カインピーダンスの実測例

1) 理論式

$$|z(s)| = \frac{(R^2/V_o) \cdot G_{vro}}{(1 + KG_{vdo} - RG_{vro}/V_o)P''(s)} = \frac{Z(0)}{P''(s)}$$

: 83.1763771kHz *R: +23.520 dB *θ: +49.82



2) 実測結果

$$Z(0) = \text{表示ゲイン} \cdot R_s$$

$$= -7\text{dB} \cdot 0.1 = 0.045 \Omega$$

$$Z_{\text{peak}} = (23.5 + 7)\text{dB} \cdot 0.045$$

$$= 33.5 \cdot 0.045$$

$$= 1.51 \Omega \quad (@ 83.2\text{kHz})$$

Fck=280kHz

∴ 140kHz以上は意味なし

2-6 電流不連続モード

(1) 電流連続モードCCMと 電流不連続モードDCM

● CCM: Continuous Conduction Mode*

* 負荷電流が大きいとき: 右図(a)

Lには常に電流が流れる

● DCM: Discontinuous Conduction Mode

* 負荷電流が小さいとき:

右下図のように、 I_L は減少し続け...

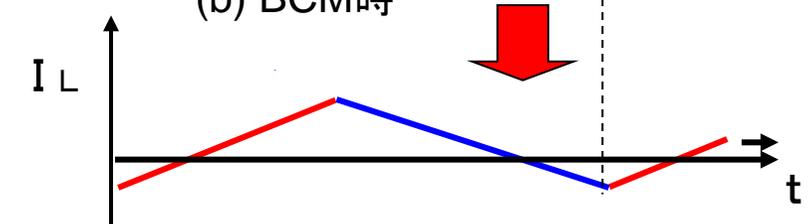
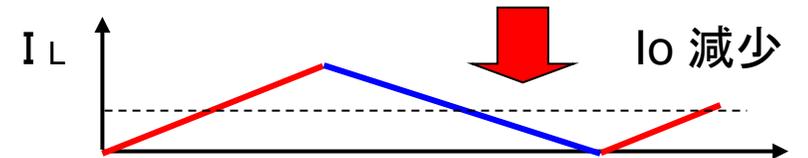
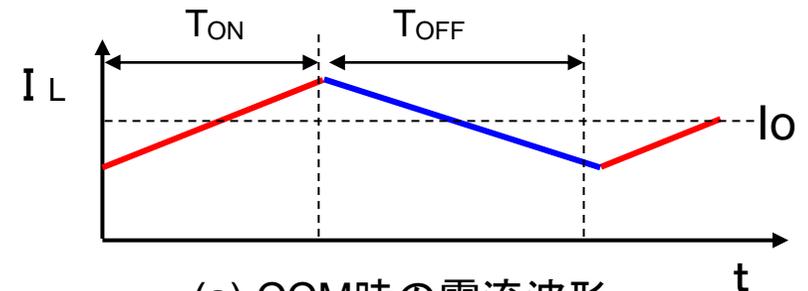
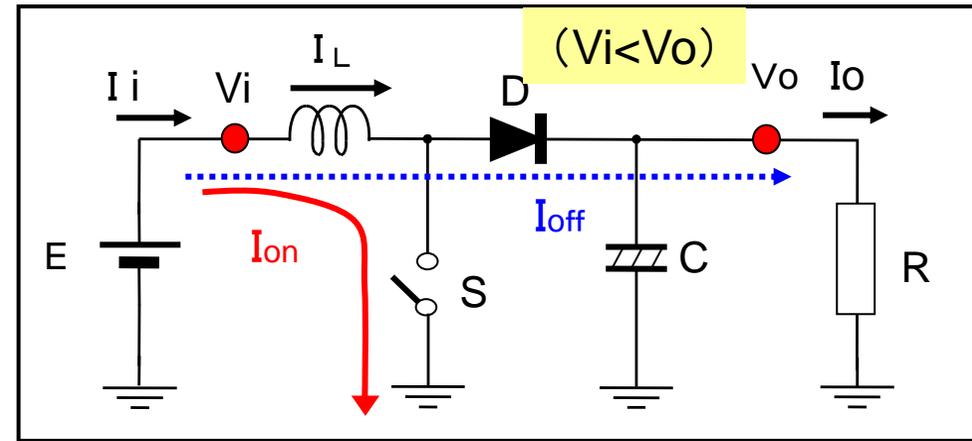
● BCM: Boundary Conduction Mode

* ついには 臨界状態に!

★ さらに電流が減少すると...

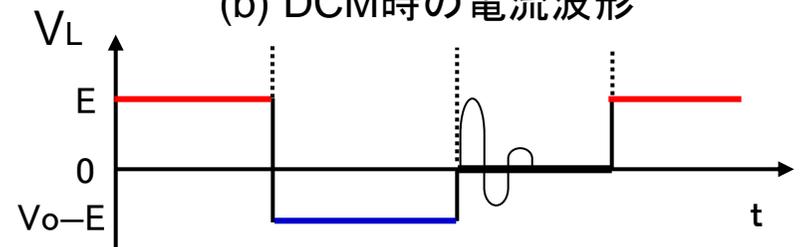
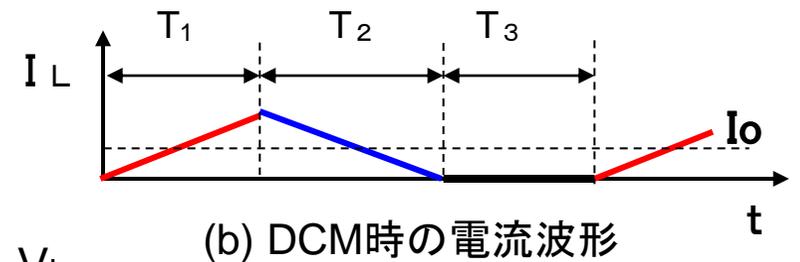
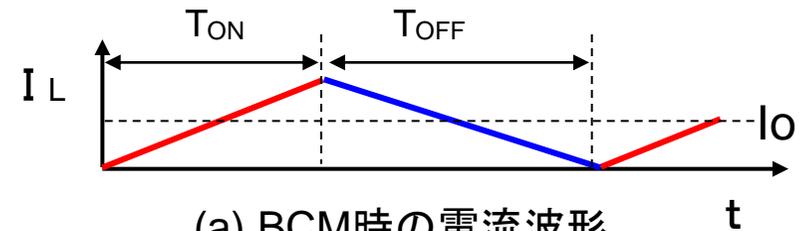
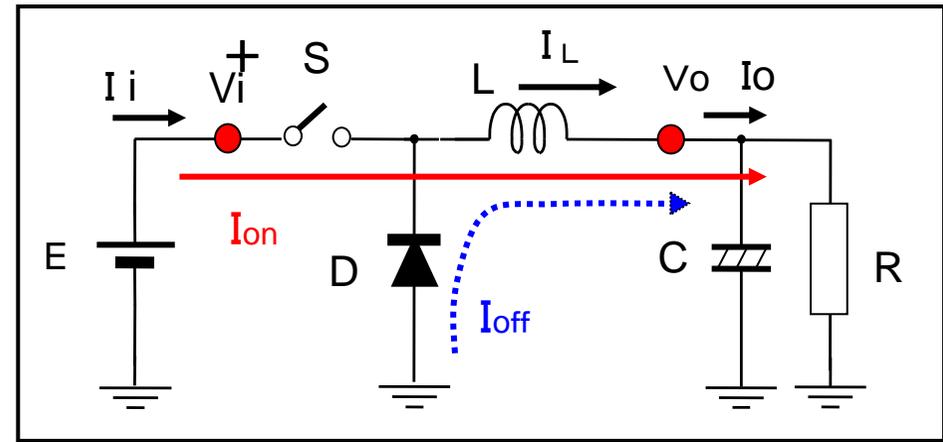
* Lはエネルギーを全て放出すると
通常、逆電流が流れるが.....

* Continuous Current Mode とも言われる



● 電流不連続モード:DCM

- * 負荷電流が小さくなり、
最小 $I_L = 0$ まで減少し続ける
- * 更に負荷電流が少なくなると、
負の電流(逆電流)が流れようとするが
しかし D_i がOFF となり流れない
- * 結果、コイルに「流れない期間」が発生し
右図の電流波形となる。
 T_3 の期間: 浮遊Cとの振動波形



(A-1) 状態平均化方程式 (降圧形)

- 状態Ⅰ、状態Ⅱ：CCMと同様
ただし 内部抵抗を無視する
p.29 (2-45)で $r=0$ とする。

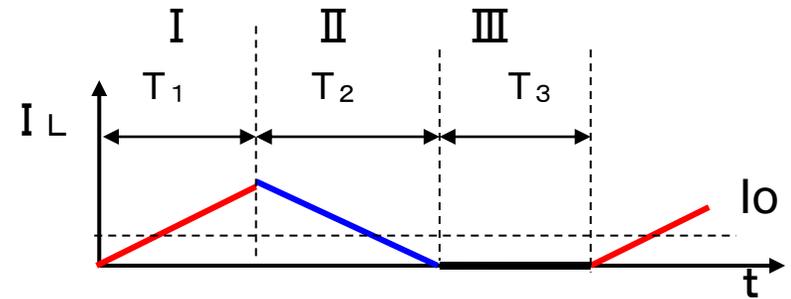
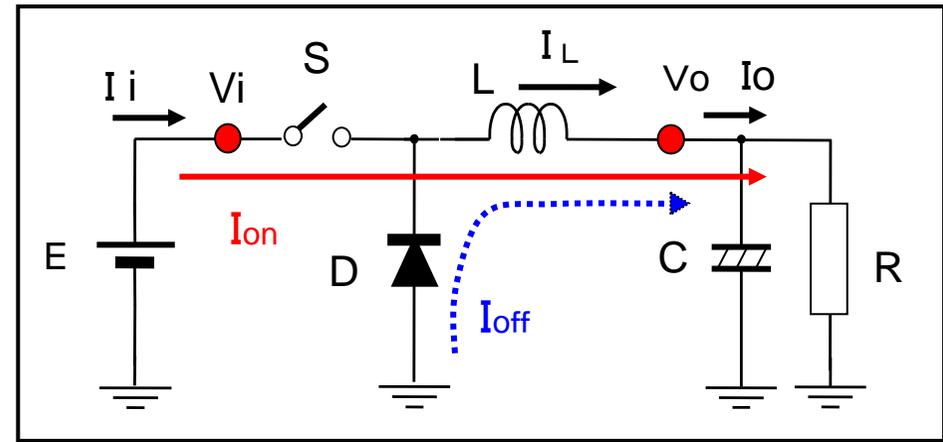
$$A1 = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/CR \end{bmatrix}, B1 = \begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-120)$$

$$A2 = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/CR \end{bmatrix}, B2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-121)$$

- 状態Ⅲ：SW = OFF, Di = OFF

$$i_L = 0, \quad dV_o/dt = -V_o/CR$$

$$A3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/CR \end{bmatrix}, B3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-122)$$



DCM時の電流波形

[Lの導通期間(D1+D2)を一周期、D2=D' と考えると、**CCMと同等**]

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix}$$

●状態方程式：各デューティを D1, D2, D3

$$d\mathbf{X}/dt = \begin{bmatrix} 0 & -(D1+D2)/L \\ (D1+D2)/C & -1/CR \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} D1/L \\ 0 \end{bmatrix} V_i \quad (2-123)$$

●定常状態：dX/dt=0

$$M = V_o/V_i = D1/(D1 + D2) \Rightarrow M = D \quad (2-124)$$

$$I_L = (V_o/R)/(D1+D2) = I_o/T \Rightarrow I_L = I_o \quad (2-125)$$

[Lの平均電流]

(A-2) リプル率(降圧形)

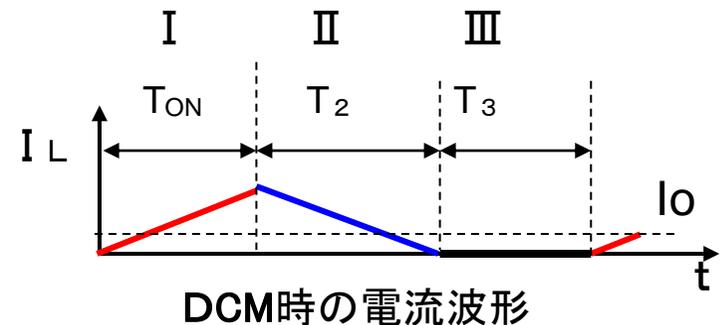
●コイル電流リプル

SW =OFF 時の電流傾斜 =Vo/L

$$\therefore \Delta i_L = D_2 T_o \cdot (V_o/L) \quad (2-126)$$

●コンデンサ電流リプル

$$\Delta i_c = \Delta i_L \quad (2-127)$$



(A-3) 出力電圧リップル率(降圧形)

* コンデンサへのチャージ期間 :

期間 II で、 $i(t)=I_o$ なる時間を T_c

電流式 : $i_L(t) = \Delta I_L - t \cdot V_o/L = I_o$

$$\therefore T_c = (\Delta I_L - I_o)L/V_o$$

$$= (L \cdot \Delta I_L / V_o) (1 - I_o / \Delta I_L)$$

$$= (L \cdot \Delta I_L / V_o) (1 - (D_1 + D_2)/2) \quad (2-128)$$

$\therefore I_o = (D_1 + D_2) \Delta I_L / 2 \dots$ 三角形の電荷量

チャージ電荷 : $(\Delta I_L - I_o)$ を消去, 次に T_c を代入, $\Delta I_L = D_2 T_o \cdot V_o / L$

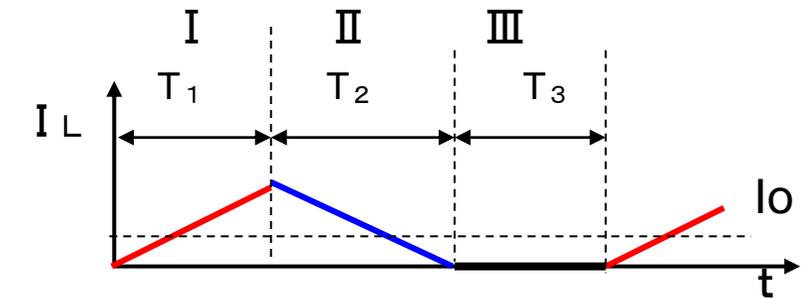
$$Q = (\Delta I_L - I_o)(D_1 + D_2)T_c / 2D_2 = (L/2V_o) \{ (D_1 + D_2)/D_2 \} \Delta I_L^2 \{ 1 - (D_1 + D_2)/2 \}^2$$

$$= (L/2V_o) \{ (D_1 + D_2)/D_2 \} (D_2 T_o V_o / L)^2 \{ 1 - (D_1 + D_2)/2 \}^2$$

$$= (V_o/2L) \cdot D_2 (D_1 + D_2) T_o^2 \{ 1 - (D_1 + D_2)/2 \}^2$$

よって
$$\underline{\underline{\Delta V_o/V_o = \frac{1}{2LC} \cdot D_2 (D_1 + D_2) T_o^2 \{ 1 - (D_1 + D_2)/2 \}^2}}$$

* 周期の 2 乗に比例



DCM時の電流波形

(2-129)

(2-70) CCM

$$\Delta V_o/V_o = \frac{D' T_o^2}{8LC}$$

(B-1) 状態平均化方程式 (昇圧形)

- 状態Ⅰ、状態Ⅱ：CCMと同様
ただし 内部抵抗を無視する
(2-45)で $r=0$ とする。

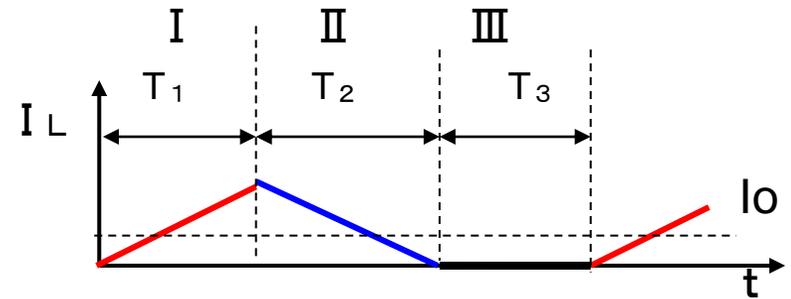
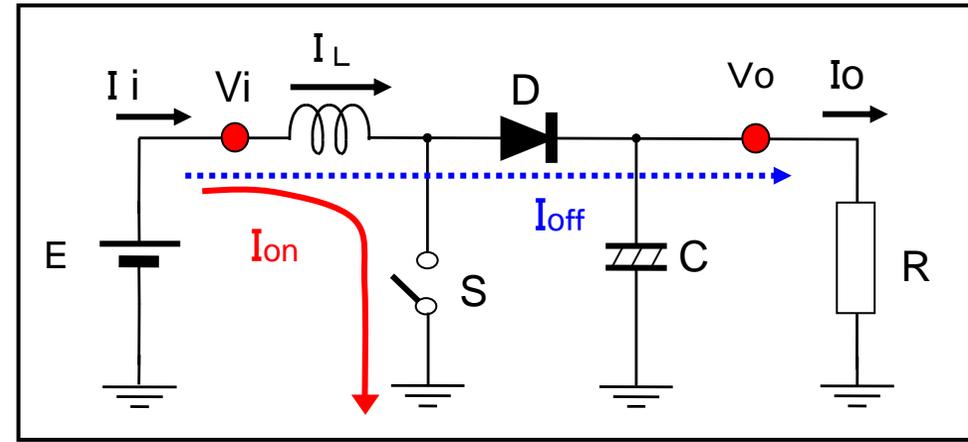
$$A1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/CR \end{bmatrix}, \quad B1 = \begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-130)$$

$$A2 = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/CR \end{bmatrix}, \quad B2 = \begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-131)$$

- 状態Ⅲ：SW OFF, Di OFF

$$\dot{i}_L = 0, \quad dV_o/dt = -V_o/CR$$

$$\text{よって } A3 = A1, \quad B3 = 0 \quad (2-132)$$



DCM時の電流波形

[Lの導通期間(D1+D2)を一周期、D2=D' と考えると、**CCMと同等**]

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} i_L \\ V_c \end{bmatrix}$$

●状態方程式：各デューティを D1, D2, D3

$$d\mathbf{X}/dt = \begin{bmatrix} 0 & -D_2/L \\ D_2/C & -1/CR \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} (D_1+D_2)/L \\ 0 \end{bmatrix} V_i \quad (2-133)$$

●定常状態：dX/dt=0

$$M = V_o/V_i = (D_1 + D_2) / D_2 \Rightarrow M = 1/D' \quad (2-134)$$

$$I_L = (V_o/R) \cdot (D_1 + D_2) / D_2 \Rightarrow \mathbf{I_L = I_o/D'} \quad (2-135)$$

[Lの平均電流]

(B-2) リプル率 (昇圧形)

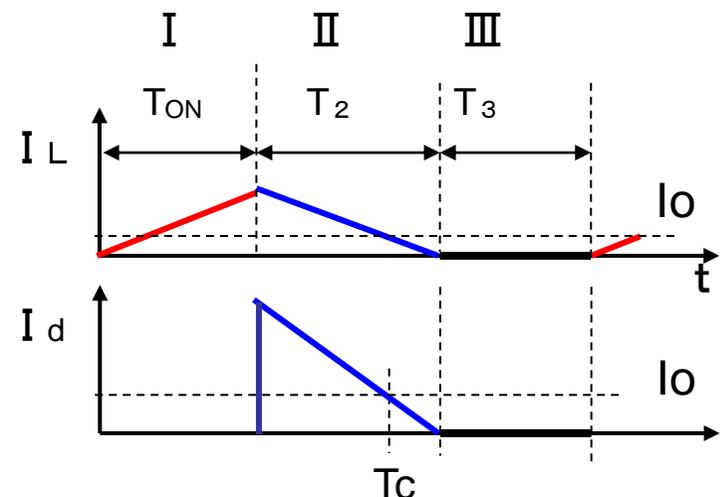
●コイル電流リプル

SW ON時の電流傾斜 = V_i/L

$$\therefore \Delta i_L = D_1 T_o \cdot (V_i/L) \quad (2-136)$$

●コンデンサ電流リプル

$$\Delta i_c = \Delta i_L \quad (2-137)$$



(B-3) 出力電圧リップル率

* コンデンサへのチャージ期間：

期間Ⅱで、 $i(t)=I_o$ なる時間を T_c

電流式： $i_L(t) = \Delta I_L - t \cdot V_o/L = I_o$

$$\therefore T_c = (\Delta I_L - I_o)L/V_o$$

$$= (L \cdot \Delta I_L / V_o)(1 - I_o / \Delta I_L)$$

$$= (L \cdot \Delta I_L / V_o)(1 - D_2/2)$$

(2-138)

$$\therefore I_o = D_2 \Delta I_L / 2$$

チャージ電荷

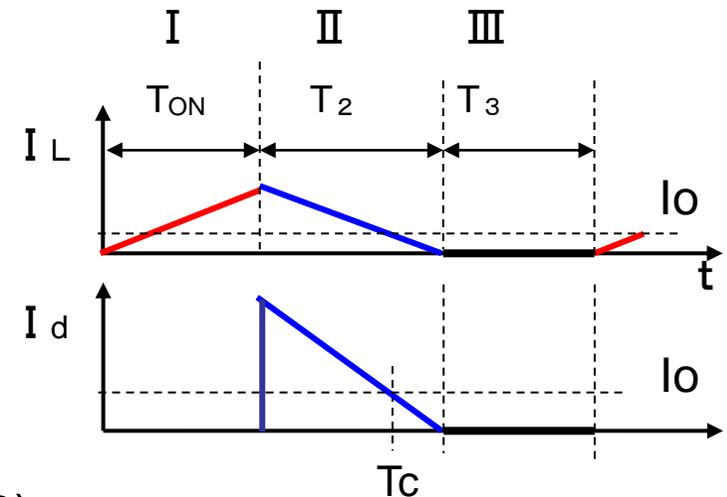
$$Q = (\Delta I_L - I_o) \cdot T_c / 2 = \frac{V_o T_c}{L} \frac{T_c}{2} = \frac{V_o}{2L} \left(\frac{L \Delta I_L}{V_o} \right)^2 = (L \cdot \Delta I_L^2 / 2V_o) / (1 - D_2/2)^2$$

$$= (L/2V_o) (D_1 T_o V_i / L)^2 / (1 - D_2/2)^2 = (V_o/2L) (D_2 T_o)^2 (1 - D_2/2)^2$$

$$\therefore \Delta V_o = Q/C = \frac{V_o}{2LC} (D_2 T_o)^2 (1 - D_2/2)^2$$

よって
$$\underline{\underline{\Delta V_o / V_o = \frac{1}{2LC} (D_2 T_o)^2 (1 - D_2/2)^2}} \quad (2-139)$$

* CCMと異なり、**周期の2乗に比例**



(2-71) CCM

$$\Delta V_o / V_o = \frac{D T_o}{CR}$$