

# 1. MOSFETの物性とモデル化の基礎

群馬大学 大学院 理工学府 電子情報部門

客員教授 青木 均

2014/6/26

# MOSFETの物性とモデル化の基礎

- EDA関連技術研究, 海外と日本の違い
- 主なトランジスタモデルの種類
- SPICE用モデルの種類
- 半経験的なCompact Modelの要素
- モデル式の導出
- MOSFETのCompact Model
- BSIMモデルシリーズ
- バルクMOSFET用BSIMモデル
- 完全なMOSFETモデルの導出 (SPICEでは不可能)
- SPICEのコンパクトモデルの導出 (垂直電界からの導出)
- 等価回路のY-Matrix化
- 演習問題

# EDA関連技術研究, 海外と日本の違い

- シミュレーションツールの90%以上が欧米製品
- 総合LSI設計ツールでは, ほぼ100%が欧米製品
- 欧米ではシミュレーション技術, デバイスマデリング技術の研究がモチベートされている
  - 大学 – UCB, Stanford, MIT. . .
  - 企業 – Motorola, NXP, Xerox, TI, ST-Semicon...
- 日本では, LSI回路設計研究がモチベートされている
  - STARC-広島大学がMOSFETモデルHiSIM-HV, HiSIM2の研究実施

# 主なトランジスタモデルの種類

赤字: 日本で多く使用

デバイスの種類	一般的なモデル	最新のモデル( $\beta$ を含む)		
アクティブ・デバイス				
	JFET	UCBモデルの改良型		
	Bulk CMOS	<b>BSIM3</b> , EKV2.0, SP2000	PSP—表面電位型	
		<b>BSIM4</b> , EKV3.0	HiSIM2—表面電位型	
		RFマクロモデル	BSIM6—電荷ベース	
	SOI CMOS	<b>BSIMSOI3, 4</b>	HiSIM-IGBT, <b>A-IGBT</b> , <b>A-LDMOS</b> <b>A-SiC-JFET</b> , <b>A-Self-heat*</b>	
	D MOS, LDMOS HVMOS, IGBT, SiC JFET	<b>HiSIM-HV</b> , カスタムマクロモデル		
	BJT/SiGeBJT	<b>HiCUM2.1</b>		<b>A-Scalable BJT</b>
		MEXTRAM504		
		<b>Gummel-Poon</b>	<b>Enhanced G-P</b>	
	TFT	RPI-TFT (p-Si)	UOTFT (有機TFT用)	
		<b>HPATFT (a-Si)</b> , RPI-aTFT	<b>AA-TFT (a-Si)</b>	
ダイオード	混成改良型(元はUCB Diode)			
GaAs MESFET, HEMT	Curtice Statz, Root Parker, Tajima その他多く存在			
	GaAs HBT	<b>UCSD</b> , Agilent HBT		
パッシブ・デバイス				
	スパイラルインダクタ	シミュレータの種類に依存	<div style="border: 1px solid green; padding: 5px; color: green;">                     *6月2日                      IEEE IMS-RFIC2014                      (Florida, U.S.A.)で発表                 </div>	
	キャパシタ	シミュレータの種類に依存		
	抵抗	シミュレータの種類に依存		

# SPICE用モデルの種類

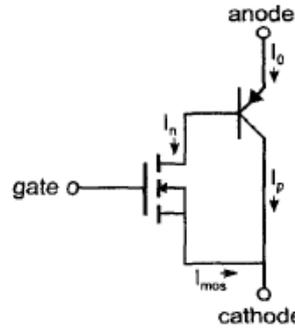
(IGBTの例)

## • CAD(Function) Model

$E_i$	$E_0 = b_0 V_D V_{in} - a_0 b_0 V_s V_{in} - \frac{1}{2} a_0 b_0 (V_s - V_D)^2$ $E_1 = a_0 b_0 V_s - b_0 V_D + b_1 V_D V_{in} - (a_1 b_0 + a_0 b_1) V_s V_{in} - \frac{1}{2} (a_1 b_0 + a_0 b_1) (V_s - V_D)^2$ $E_2 = (a_1 b_0 + a_0 b_1) V_s - b_1 V_D + b_2 V_D V_{in} - (a_2 b_0 + a_0 b_2 + a_1 b_1) V_s V_{in} - \frac{1}{2} (a_2 b_0 + a_0 b_2 + a_1 b_1) (V_s - V_D)^2$ $E_3 = (a_2 b_0 + a_0 b_2 + a_1 b_1) V_s - b_2 V_D - (a_2 b_1 + a_1 b_2) V_s V_{in} - \frac{1}{2} (a_2 b_1 + a_1 b_2) (V_s - V_D)^2$ $E_4 = (a_2 b_1 + a_1 b_2) V_s - a_2 b_2 V_s V_{in} - \frac{1}{2} a_2 b_2 (V_s - V_D)^2$ $E_5 = a_2 b_2 V_s$
$R_i$	$R_0 = E_0 + E_1 v_{ge} + E_2 v_{ge}^2 + E_3 v_{ge}^3 + E_4 v_{ge}^4 + E_5 v_{ge}^5$ $R_1 = E_1 + 2E_2 v_{ge} + 3E_3 v_{ge}^2 + 4E_4 v_{ge}^3 + 5E_5 v_{ge}^4$ $R_2 = 2E_2 + 6E_3 v_{ge} + 12E_4 v_{ge}^2 + 20E_5 v_{ge}^3$ $R_3 = 6E_3 + 24E_4 v_{ge} + 60E_5 v_{ge}^2$ $R_4 = 24E_4 + 120E_5 v_{ge}$ $R_5 = 120E_5$
$P_i^*$	$P_0 = E_0 t_2 + \frac{1}{2s} E_1 (v_{ge1}^2 - v_{ge2}^2) + \frac{1}{3s} E_2 (v_{ge1}^3 - v_{ge2}^3) + \frac{1}{4s} E_3 (v_{ge1}^4 - v_{ge2}^4) + \frac{1}{5s} E_4 (v_{ge1}^5 - v_{ge2}^5) + \frac{1}{6s} E_5 (v_{ge1}^6 - v_{ge2}^6)$ $P_1 = sE_1 t_2 + E_2 (v_{ge1}^2 - v_{ge2}^2) + E_3 (v_{ge1}^3 - v_{ge2}^3) + E_4 (v_{ge1}^4 - v_{ge2}^4) + E_5 (v_{ge1}^5 - v_{ge2}^5)$ $P_2 = 2s^2 E_2 t_2 + 3sE_3 (v_{ge1}^2 - v_{ge2}^2) + 4sE_4 (v_{ge1}^3 - v_{ge2}^3) + 5sE_5 (v_{ge1}^4 - v_{ge2}^4)$ $P_3 = 6s^3 E_3 t_2 + 12s^2 E_4 (v_{ge1}^2 - v_{ge2}^2) + 20s^2 E_5 (v_{ge1}^3 - v_{ge2}^3)$ $P_4 = 24s^4 E_4 t_2 + 60s^3 E_5 (v_{ge1}^2 - v_{ge2}^2)$ $P_5 = 120s^5 E_5 t_2$
$N_i$	$N_1 = \frac{1}{2} k (b_0 + b_1 V_0 + b_2 V_0^2) (V_0 - V_{in})^2 (V_s + V_j) t_1$ $N_2 = \left( V_j t_1 + \frac{V_s - V_j}{t_1} \right) \left( \frac{dV_{ge}}{dt} - \frac{V_s - V_j}{t_1} \right)$ $N_3 = V_j t_1 + V_j t_2 + \frac{1}{2} \frac{V_s - V_j}{t_1} (t_{12}^2 - t_{11}^2)$ $N_4 = -\frac{1}{2} V_j (t_{12}^2 - t_{11}^2) - \frac{1}{2} V_s (t_{22}^2 - t_{21}^2) - \frac{1}{3} \frac{V_s - V_j}{t_1} (t_{12}^3 - t_{11}^3)$

## • Macro Model

- SPICEのエLEMENTのみで作成
- サブサーキット

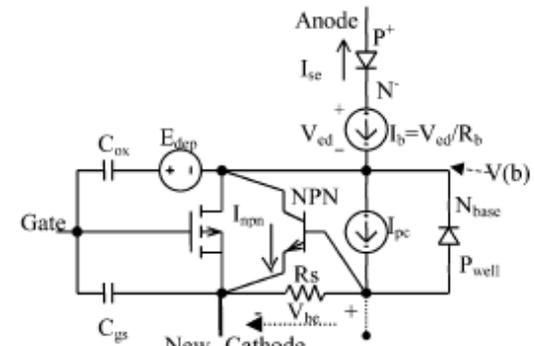


## • Table-lookup Model (表参照型)

- シミュレーションするすべてのドメイン、範囲についての測定を行う。
- データベース化
- 測定データ間に値は、多項式で内挿する

## • Compact Model

- 物理的なモデル
- 経験的なモデル
- **半経験的なモデル**



$$Q_{b0} = \frac{2Q_{bd} - \frac{\eta^2}{2\alpha^2 T_d}}{F_3 - \eta + \sqrt{F_3^2 - 2\eta F_3 + 3T_d I_{se} \frac{Q_{bd}}{[qA\eta L \tanh(\frac{W}{2L})]^2}}}$$

where

$$\eta = 2\alpha T_d \gamma \sqrt{I_{nc}}$$

$$\alpha^2 = \frac{I_{se}}{[qA\eta L \tanh(\frac{W}{2L})]^2}$$

$$F_3 = 1 + \frac{T_d}{\tau_b}$$

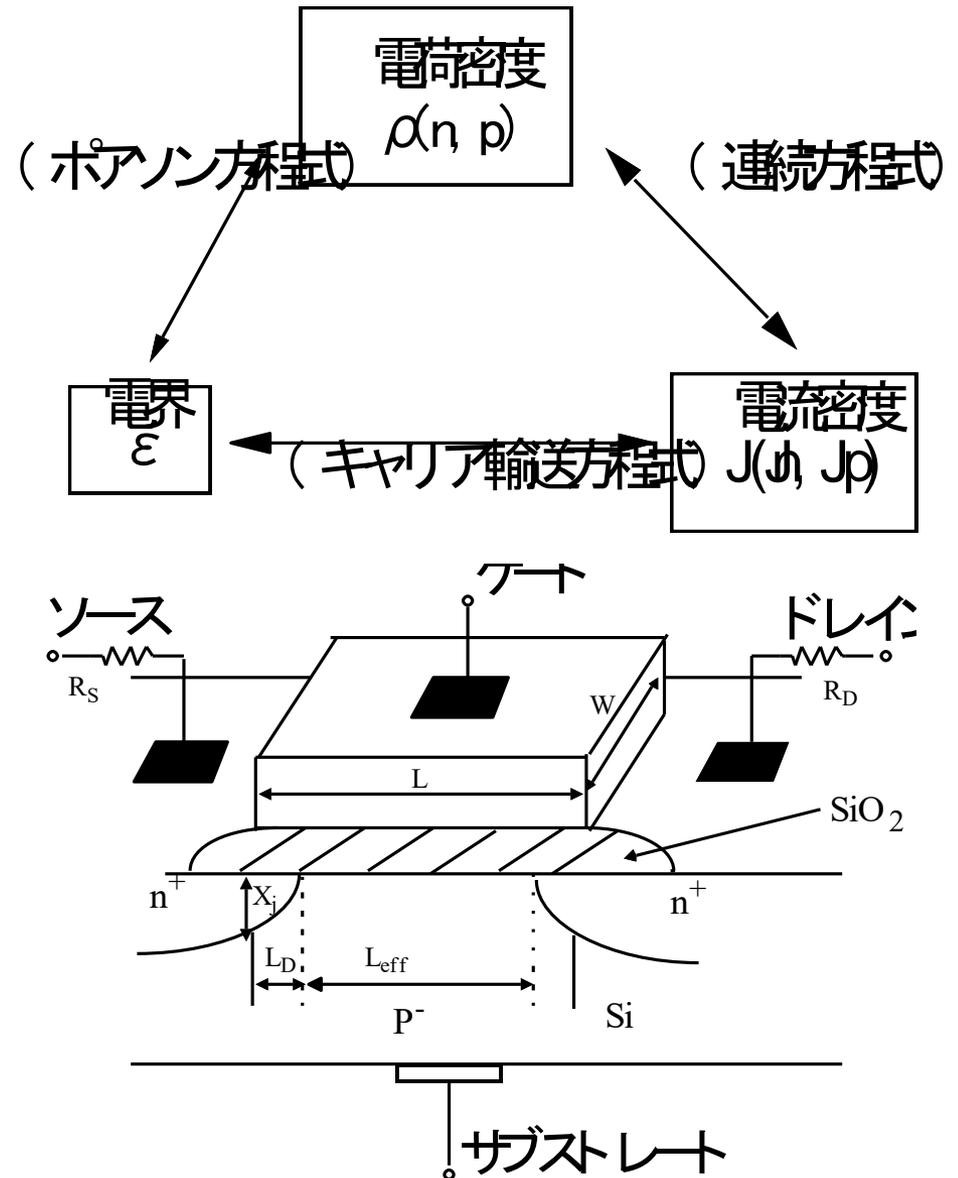
$$Q_{bd} = Q_b + T_d I_{nc}$$

# 半経験的なCompact Modelの要素

- **物理式に基づいた方程式**
  - 指数項、対数項が少ない
  - 微分方程式は境界条件を与える必要あり
  - 不連続点が出にくい
  - 多項式近似やテーラー展開などの関数により収束性を上げる
- **等価回路のY-Matrix**
  - どのデバイス・ノードを基準に作成するか
  - 対称型の方が収束有利

# モデル式の導出

- デバイス構造、物性などから物理式を導出
- 多くのプロセスデバイスの測定データを元に、二次効果などを加える(不確定項はモデル・パラメータとする)
- シミュレーション確度にあまり影響しない、方程式の項を定数化
- 関数を簡略化  
(Polynomial近似、テーラー展開など)
- モデルパラメータを、測定データから抽出・最適化してシミュレーション結果を測定と比較



# MOSFETのCompact Model

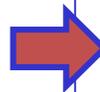
- しきい値に基づいた電荷モデル(ソース基準)
  - MOSFET Level 1, 2, 3モデル
  - **BSIM1, 3, 4**モデル



- 電荷基準モデル(バルク基準)
  - EKVモデル
  - **BSIM6**モデル

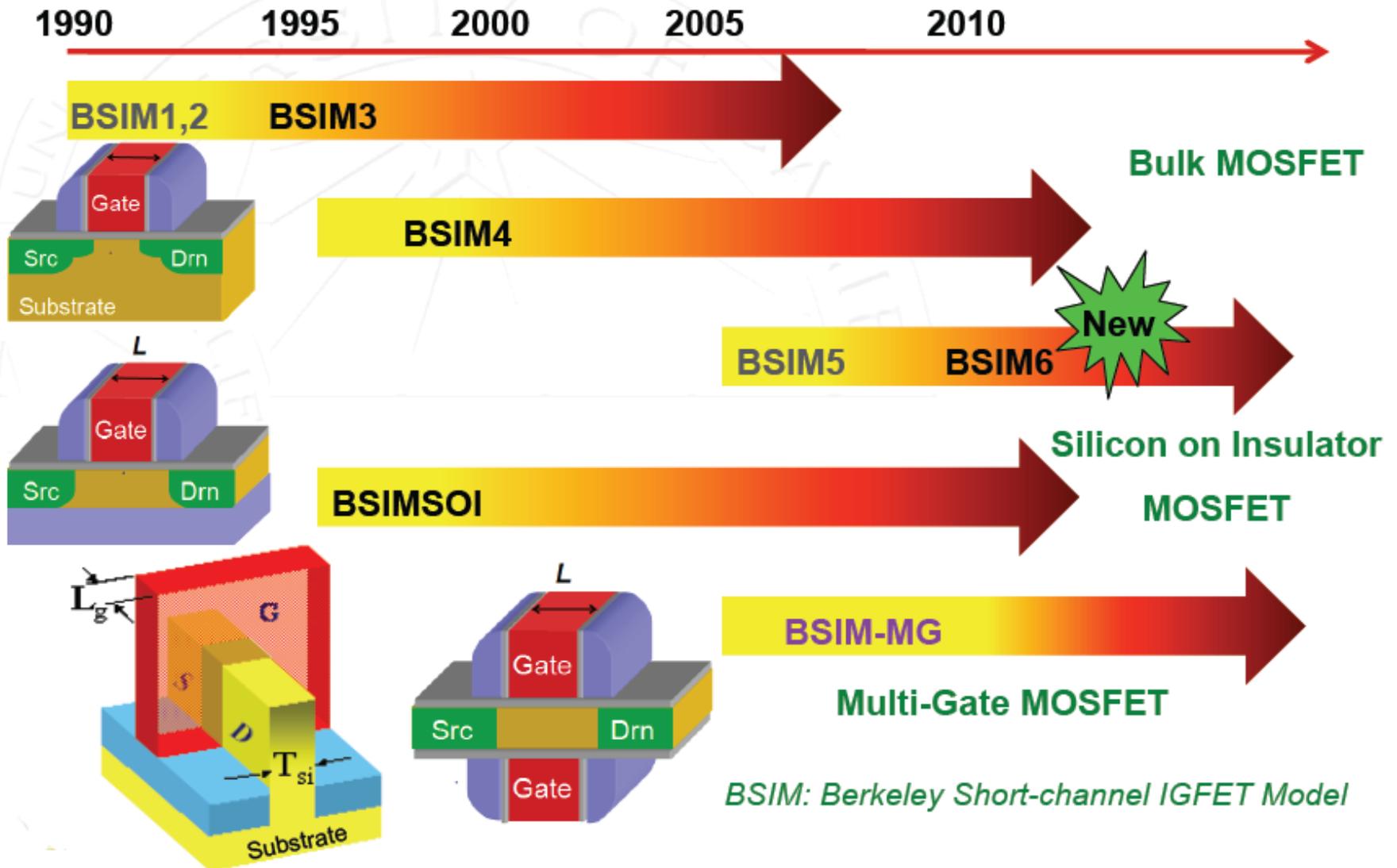


- 表面電位モデル(バルク基準)
  - HiSIM2モデル
  - PSPモデル



- 電流特性と対比して解析しやすい
- 収束が早い
- $V_{DS}=0$ において逆・順方向で非対称であり, 不連続点が発生しやすい
- DC, ACにおいて対称であり, 不連続点が発生しにくい
- 物理的モデルの度合いが高い
- しきい値パラメータが存在しないため, 電流特性が直感的にわからない
- 収束性能が理論的にはしきい値基準モデルと同等
- DCにおいて対称であり, 不連続点が発生しにくい
- 物理的モデルの度合いが高い
- しきい値パラメータが存在しないため, 電流特性が直感的にわからない
- 回路, ドメインによっては収束に問題あり

# BSIMモデルシリーズ



# バルクMOSFET用BSIMモデル

ソース基準

- BSIM1
  - サブミクロン用解析モデル( $L > 0.8\mu\text{m}$ を保証)
- BSIM2
  - ディープサブミクロンCADモデル(非線形近似)( $L > 0.2\mu\text{m}$ を保証)
- BSIM3(Hewlett-Packard社協力)
  - しきい値電圧ベースのディープサブミクロン物理モデル( $L > 0.1\mu\text{m}$ を保証)
  - 最初のCMC標準モデル
- BSIM4
  - 微細加工のMOSに対応のためサポートする物性を拡張した, しきい値電圧ベースのMOSモデル
  - RF-MOSFETをサポートのため小信号AC等価回路を拡張

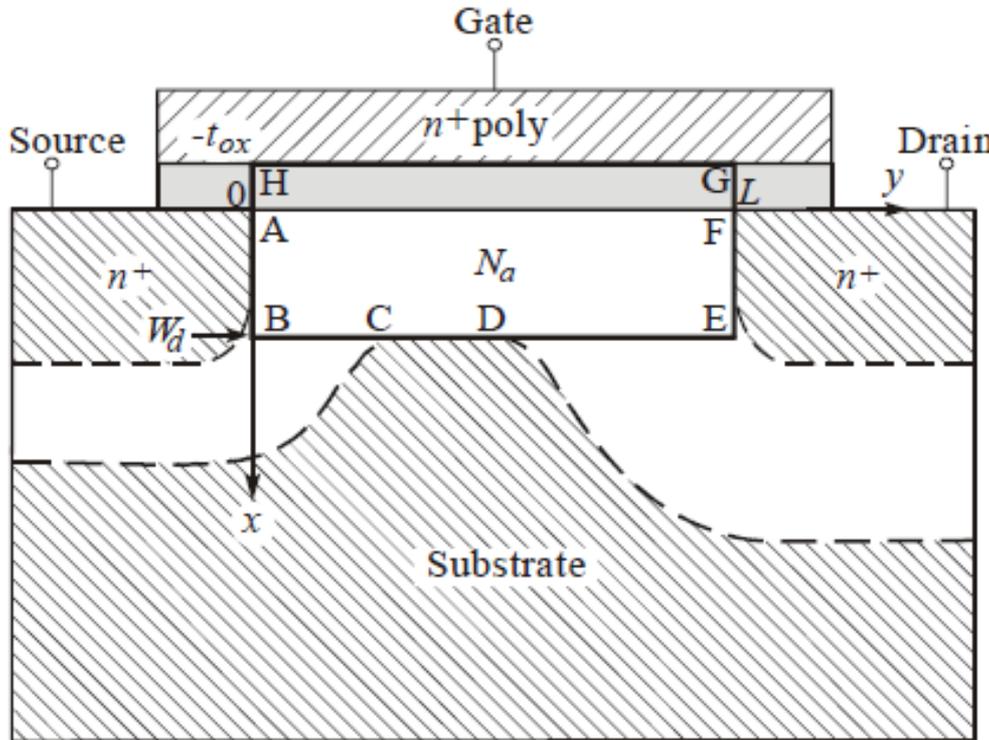
バルク基準

- BSIM6
  - チャージ(電荷)ベースの対象型MOSFETモデル
    - 電荷を中心にモデル式を導出
    - BSIM4の物性とモデルパラメータをサポート
  - CMC標準モデル
  - Verilog-Aコード供給

# 完全なMOSFETモデル

SPICEでは不可能なアプローチ

# シリコンと酸化膜2D Poisson方程式の算出



- Nguyen and Plummer, IEDM 1981 [7].

- Sub-threshold領域において

In AFGH  
(oxide),  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$

In ABEF  
(silicon),  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{qN_a}{\epsilon_{si}}$

- 境界条件:

$\psi(-3t_{ox}, y) = V_g - V_{fb}$  **Top: GH,**

$\psi(x, 0) = \psi_{bi}$  **Left: AB,**

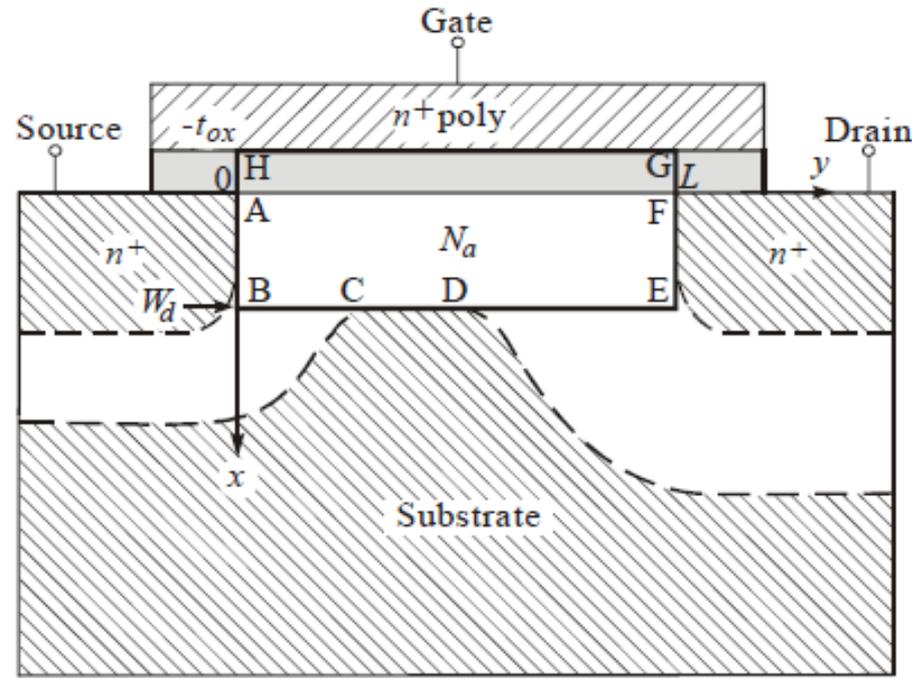
$\psi(x, L) = \psi_{bi} + V_{ds}$  **Right: EF,**

$\psi(W_d, y) = 0$  **Bottom: CD.**

- $S_i-S_iO_x$  インターフェースにおいて境界条件を取り除くには, 酸化膜領域を等価なシリコン領域で置き換える. つまり,

$$\left(\frac{\epsilon_{Si}}{\epsilon_{ox}}\right)t_{ox} \approx 3t_{ox}$$

# 2D境界値問題へのアプローチ(1)



$$\psi(x, y) = v(x, y) + u_L(x, y) + u_R(x, y) + u_B(x, y)$$

- $v(x, y)$ は $N_a$ による均一でない式を扱い, Topの境界条件を満足するための項
- 固有値 $u$ はラプラス方程式によるソース, ドレインに印加される電位に寄与する量
- $u_L, u_R, u_B$ は $\psi(x, y)$ が他の境界条件を満足するために用いる均一な式
- Top, Bottom, Rightで: $u_L=0$ . Top, Bottom, Leftで: $u_R=0$ . Top, Left, Rightで $u_B=0$ .

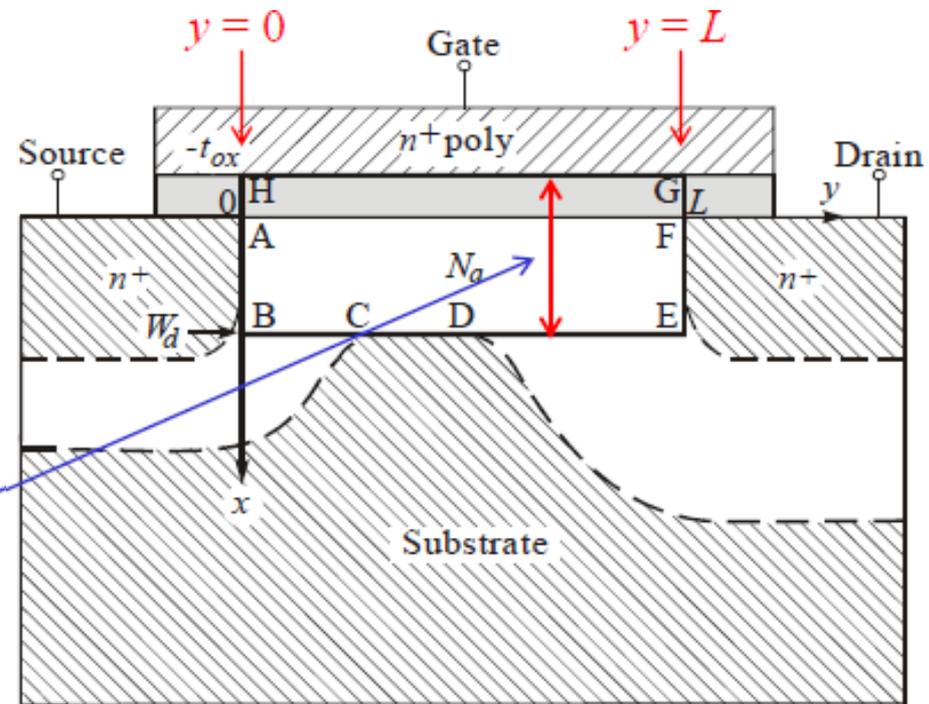
# 2D境界値問題へのアプローチ(2)

- 境界条件を満足するためには

$$u_L(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{\sinh\left(\frac{n\pi(L-y)}{W_d + 3t_{ox}}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi L}{W_d + 3t_{ox}}\right)} \sin\left(\frac{n\pi(x+3t_{ox})}{W_d + 3t_{ox}}\right)$$

$$u_R(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{\sinh\left(\frac{n\pi y}{W_d + 3t_{ox}}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi L}{W_d + 3t_{ox}}\right)} \sin\left(\frac{n\pi(x+3t_{ox})}{W_d + 3t_{ox}}\right)$$

$$u_B(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \frac{\sinh\left(\frac{n\pi(x+3t_{ox})}{L}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi(W_d + 3t_{ox})}{L}\right)} \sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right)$$



- ここで

$$u = \sin(kx) \text{ の時 } \frac{d^2u}{dx^2} = -k^2u$$

$$u = \sinh(ky) \text{ の時 } \frac{d^2u}{dy^2} = k^2u$$

# 電位 $\psi$ の2D近似解法

- $u_B$  と高次項  $u_L, u_R$  の消去

$$\psi(x, y) = \psi_s \left(1 - \frac{x}{W_d}\right)^2 + \frac{b_1 \sinh\left(\frac{\pi(L-y)}{W_d + 3t_{ox}}\right) + c_1 \sinh\left(\frac{\pi y}{W_d + 3t_{ox}}\right)}{\sinh\left(\frac{\pi L}{W_d + 3t_{ox}}\right)} \sin\left(\frac{\pi(x + 3t_{ox})}{W_d + 3t_{ox}}\right)$$

Long channel

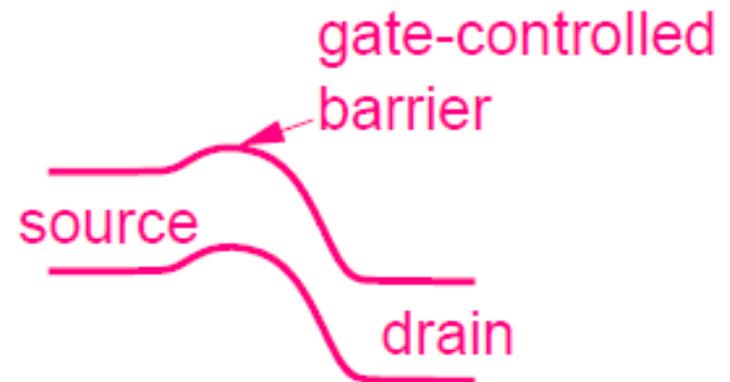
$x=0$  の時,  $\sinh z \approx \frac{e^z}{2}$ ,  $u + v \geq 2(uv)^{1/2}$ . 表面電位は  $y=y_c$  で最小

$$\psi(0, y_c) = \psi_s + 2\sqrt{b_1 c_1} e^{-\frac{\pi L/2}{W_d + 3t_{ox}}} \sin\left(\frac{\pi(3t_{ox})}{W_d + 3t_{ox}}\right)$$

SCE  $\sim \exp(-L/l_{0g})$ ,

Scale length:  $l_{0g} = \frac{2}{\pi} \left( W_{dm} + \frac{\epsilon_{si}}{\epsilon_{ox}} t_{ox} \right)$

$L_{min} \approx 3l_{0g}$  (Note:  $b_1 \sim \psi_{bi}$ ,  $c_1 \sim \psi_{bi} + V_{ds}$ )



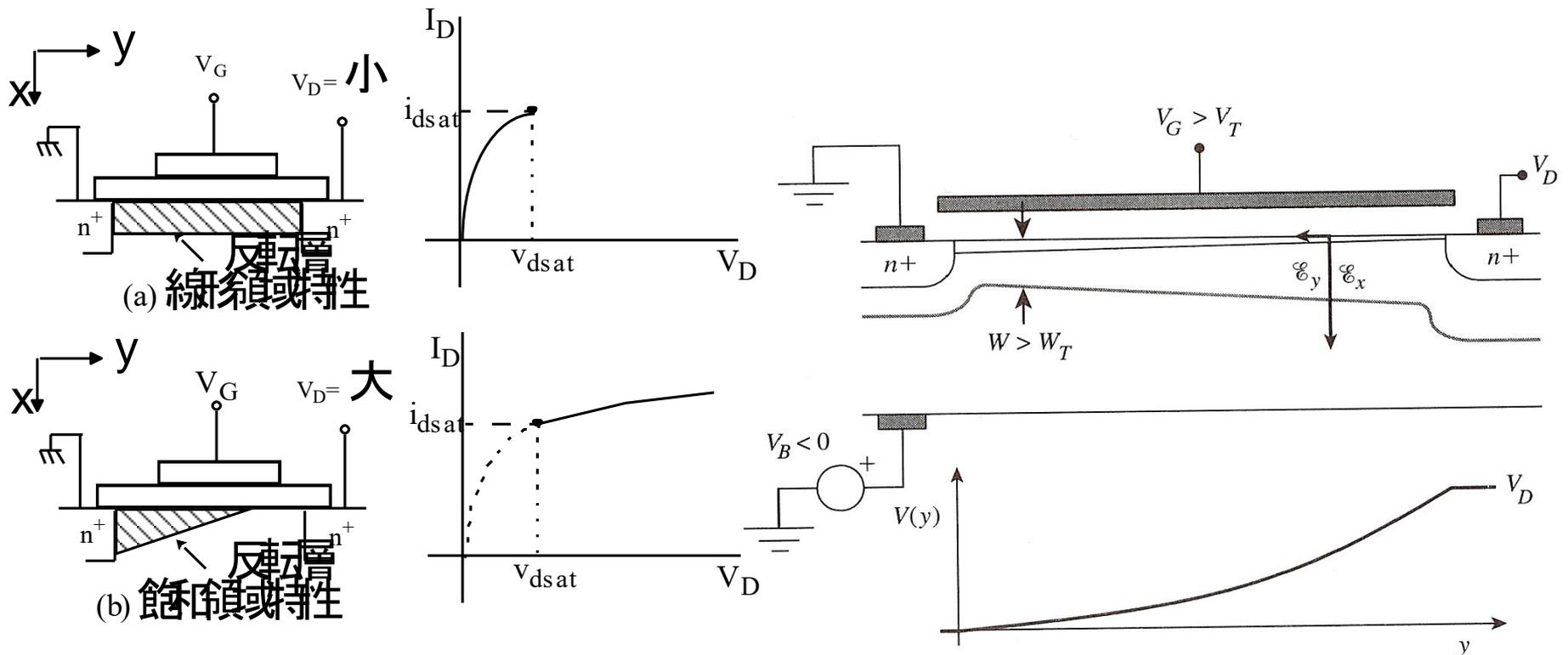
# SPICEのコンパクトモデル導出

垂直電界からの導出

# MOSFETの基本物理モデル

## NチャネルMOSFETのチャネルピンチオフ状態での断面図

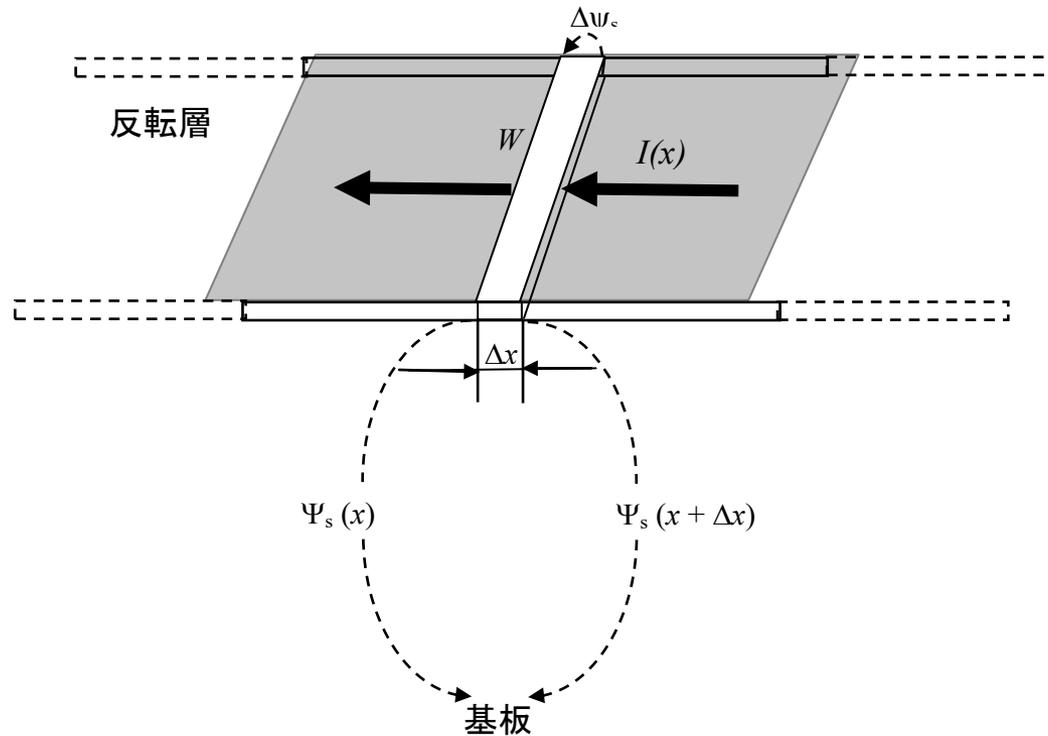
- 長チャネル ( $L_{mask} > 10\mu\text{m}$ )
- 電流密度方程式による解法



# ナノスケールMOSFETモデルの物性

## Pao&Sahのチャージシート近似モデル

“反転層は限りなく薄く、  
チャネルの厚さによって電位は変化しない”



# ドリフト電流と拡散電流(1)

$$I(x) = I_{drift}(x) + I_{diff}(x)$$

$x$ と $x + Dx$ 間の電位差は,

$$\Delta\psi_s(x) = \psi_s(x + \Delta x) - \psi_s(x)$$

この表面電位差と, 表面移動度 ( $\mu$ ), 反転電荷 ( $Q'_I$ ), チャネル幅 ( $W$ )を使って  $I_{drift}$ を表すと,

$$I_{drift}(x) = \mu(-Q'_I) \frac{W}{\Delta x} \Delta\psi_s(x) \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} I_{drift}(x) = \mu W (-Q'_I) \frac{d\psi_s}{dx}$$

$$I_{diff}(x) = \mu W \phi_t \frac{dQ'_I}{dx} \quad (\phi_t \text{は熱電圧})$$

$$I_{DS} = \mu W (-Q'_I) \frac{d\psi_s}{dx} + \mu W \phi_t \frac{dQ'_I}{dx}$$

# ドリフト電流と拡散電流(2)

ここでチャンネルのソース端 ( $x = 0$ )における表面電位を  $\psi_{s0}$  そこでの  $Q'_I$  を  $Q'_{I0}$  とおく。同様にドレイン端 ( $x = L$ )における表面電位を  $\psi_{sL}$  そこでの  $Q'_I$  を  $Q'_{IL}$  とおく。  $I_{DS}$  を  $x = 0$  から  $x = L$  まで積分すると以下のようなになる。

$$\int_0^L I_{DS} dx = W \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \mu(-Q'_I) d\psi_s + W \phi_t \int_{Q'_{I0}}^{Q'_{IL}} \mu dQ'_I$$

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \left[ \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} \mu(-Q'_I) d\psi_s + \phi_t \int_{Q'_{I0}}^{Q'_{IL}} \mu dQ'_I \right]$$

$$I_{DS} = I_{DS1} + I_{DS2}$$

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu \int_{\psi_{s0}}^{\psi_{sL}} (-Q'_I) d\psi_s$$

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu \phi_t (Q'_{IL} - Q'_{I0})$$

キャリアの移動度がチャンネル内のすべてにおいて一定とする

# 逐次チャネル近似

$I_{DS1}$ と $I_{DS2}$ を解析するために、 $Q'_I$ を $\psi_s$ の関数として求める必要がある。逐次チャネル近似 (Gradual Channel Approximation)を思い出して、UCB MOSFETレベル2の導出をBulk基準に応用すると

$$Q'_I = -C'_{ox} \left( V_{GB} - V_{FB} - \psi_s + \frac{Q'_B}{C'_{ox}} \right)$$

$C'_{ox}$ は酸化膜容量、 $V_{GB}$ はゲート・基盤電圧、 $V_{FB}$ はフラットバンド電圧、 $Q'_B$ は基盤電荷で、

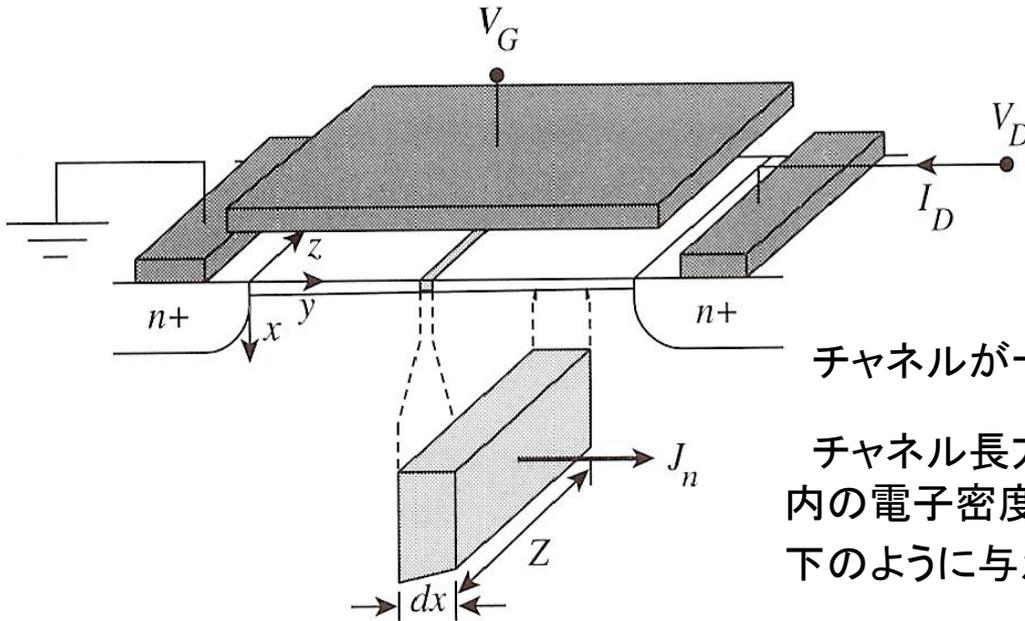
$$Q'_B = -q \cdot d_B \cdot N_A$$

ここで $d_B$ は空乏層の厚み、 $N_A$ はアクセプタの濃度を表す。

$$d_B = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}} \sqrt{\psi_s}$$

# 逐次チャネル近似

## 微小領域 $dx$ の電流密度概念図



チャネルが十分に長い場合,  $\xi_x \ll \xi_y$

チャネル長方向の微小部分  $dx$  に着目してみる. チャネル内の電子密度を  $n(x, y)$  とするとドリフトによる電流密度は以下のように与えられる.

$$J_n = q\mu_n n(x, y)\xi = -q\mu_n n(x, y)\frac{dV}{dy}$$

ドレイン電流を  $J_n$  についてチャネルの境界面積で積分すれば,

$$I_D = -\int_0^Z dz \int_0^W J_n dx$$

# ドリフト電流と拡散電流(3)

前頁より

$$Q'_B = -\sqrt{2q\epsilon_s N_A} \sqrt{\psi_s}$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{C'_{ox}} \longrightarrow Q'_B = -\gamma C'_{ox} \sqrt{\psi_s}$$

前頁の $Q'_I$ は  $Q'_I = -C'_{ox} (V_{GB} - V_{FB} - \psi_s - \gamma \sqrt{\psi_s})$

以上を代入すると,

ドレイン・ソースのドリフト電流は,

$$I_{DS1} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[ (V_{GB} - V_{FB})(\psi_{sL} - \psi_{s0}) - \frac{1}{2}(\psi_{sL}^2 - \psi_{s0}^2) - \frac{2}{3}\gamma(\psi_{sL}^{3/2} - \psi_{s0}^{3/2}) \right]$$

ドレイン・ソースの拡散電流は,

$$I_{DS2} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} \left[ \phi_t(\psi_{sL} - \psi_{s0}) + \phi_t \gamma (\psi_{sL}^{1/2} - \psi_{s0}^{1/2}) \right]$$

# 表面電位と電荷基準モデル

収束性を向上させコンパクトモデルとして実用的にするために、このチャージシートモデルを改良、様々な微細デバイスプロセスによる物理現象を取り入れてできたのが、表面電位 (Surface Potential) モデル

## HiSIM2, PSP Modelなど

前頁の  $\psi_{s0}$ ,  $\psi_{sL}$  はコンピュータを用いた繰り返し最適化によって求めるため収束問題の可能性有

ソース, ドレインにおける反転電荷に注目し, 面積密度関数として表していくのが電荷基準 (Charge Based) モデル

## BSIM3/4/6 Modelなど

前頁の簡略化した表面電位から, しきい値電圧に置き換えている. 物理ベースの解析モデルなので近似的モデル式が多く存在する

今後普及される可能性の高いモデル



**BSIM6**

# BSIM6の基礎物性(1)

- Gaussの法則

$$V_G - V_{FB} - \Psi_S = -\frac{Q_{si}}{C_{ox}} = -\frac{Q_i + Q_b}{C_{ox}}$$

- 長チャネルMOSFETにおけるPoisson方程式

$$\frac{Q_{si}}{\Gamma C_{ox} \sqrt{V_t}} = \mp \sqrt{e^{-\frac{\Psi_S}{V_t}} + \frac{\Psi_S}{V_t} - 1 + e^{-\frac{2\Phi_F + V_{ch}}{V_t}} \left( e^{\frac{\Psi_S}{V_t}} - \frac{\Psi_S}{V_t} - 1 \right)}$$

- 基板電荷密度

$$\frac{Q_b}{\Gamma C_{ox} \sqrt{V_t}} = \mp \sqrt{e^{-\frac{\Psi_S}{V_t}} + \frac{\Psi_S}{V_t} - 1}$$

- 上記を合わせると

$$V_G - V_{FB} - \Psi_S = -\frac{Q_i}{C_{ox}} \pm \Gamma \sqrt{V_t \left( e^{-\frac{\Psi_S}{V_t}} + \frac{\Psi_S}{V_t} - 1 \right)}$$

- 基板効果

$$\Gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \delta_{PD}}$$

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{2 \cdot q \cdot \epsilon_{si} \cdot N_{DEP}}}{C_{ox} \sqrt{n V_t}}$$

$$\delta_{PD} = \frac{N_{DEP}}{N_{GATE}}$$

# BSIM6の基礎物性(2)

- $Q_i=0$ の時, ピンチオフ電位を $\psi_P=\psi_S$ とおくと

$$V_G - V_{FB} - \Psi_P = \text{sign}(\Psi_P) \Gamma \sqrt{V_t \left( e^{-\frac{\Psi_P}{V_t}} + \Psi_P - 1 \right)}$$

- $V_t$ が小さく,  $\psi_S > V_t$ のとき

$$-\frac{Q_i}{\Gamma C_{ox} \sqrt{V_t}} = \sqrt{\frac{\Psi_S}{V_t} + e^{\frac{\Psi_S - 2\Phi_F - V_{ch}}{V_t}}} - \sqrt{\frac{\Psi_S}{V_t}}$$

- 反転電荷の線形化すると

$$-\frac{Q_i}{C_{ox}} = n_q (\Psi_P - \Psi_S)$$

ここで $n_q$ は傾き係数

# BSIM6の基礎物性(3)

- 線形化と正規化を行うと

他のモデルでは無視している

$$\ln(q_i) + \ln \left[ \frac{2n_q}{\gamma} \left( \frac{2n_q}{\gamma} q_i + 2\sqrt{-2q_i + \psi_p} \right) \right] + 2q_i = \psi_p - 2\phi_f - v_{ch}$$

- 他のモデルと違い、電荷式を解くときに近似を行っていない
- 電荷方程式を解析的に導出
- 反転電荷 $q_i$ は解析的手法を用い解いている

# BSIM6のドレイン電流式

- ドレイン電流

$$I_D = I_{drift} + I_{diff} = \mu W \left( -Q_i \frac{d\Psi_s}{dx} + V_T \frac{dQ_i}{dx} \right)$$

- 移動度モデル(対称性を保っている)

$$I_D = \frac{\mu_v}{\sqrt{1 + \left( \frac{\mu_v}{v_{sat}} \left| \frac{d\Psi_s}{dx} \right| \right)^2}} W \left( -Q_i \frac{d\Psi_s}{dx} + V_T \frac{dQ_i}{dx} \right)$$

- 電荷線形化と正規化による計算

$$-\frac{Q_i}{C_{ox}} = n_q (\Psi_P - \Psi_S), q = \frac{-Q_i}{2n_q C_{ox} V_T}, i_d = \frac{I_D}{2n_q \frac{W}{L} \mu_v C_{ox} V_T^2}, \lambda_c = \frac{2\mu_v V_T}{v_{sat} L}$$

$$i_d = \frac{(q_s^2 + q_s) - (q_d^2 + q_d)}{\frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + [\lambda_c (q_s - q_d)]^2} \right)}$$

# しきい値電圧の扱い

- チャージベースのため直接的なゼロ電圧での $V_{TH}$ はパラメータとして存在しない
- 基板基準のモデル←EKVモデルの応用
- フラットバンド電圧, ドーピング濃度によって内部で算出される

**BSIM4**

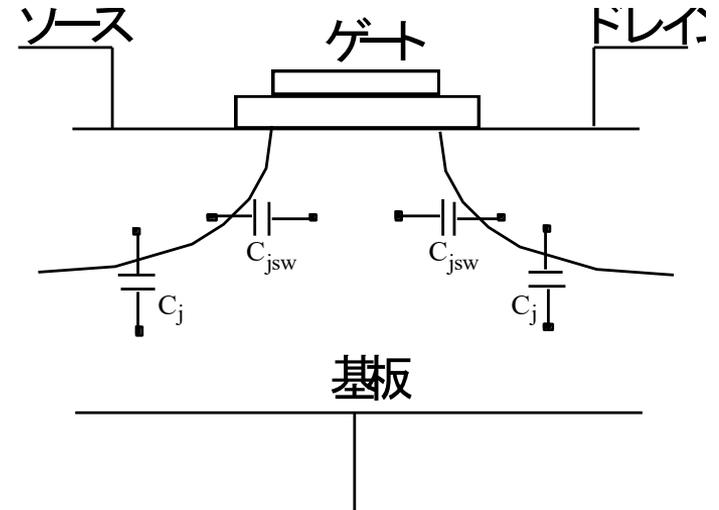
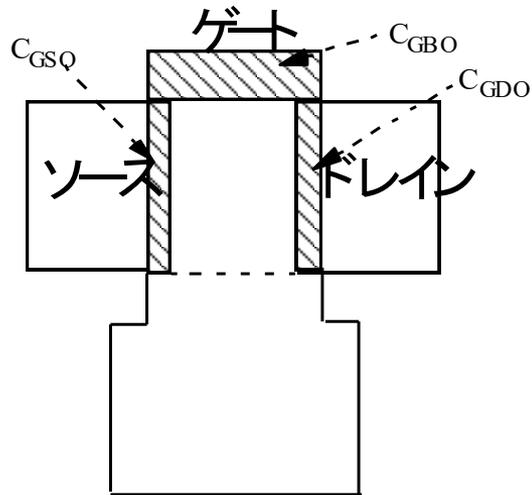
$V_{TH0}$   
または  
NDEP



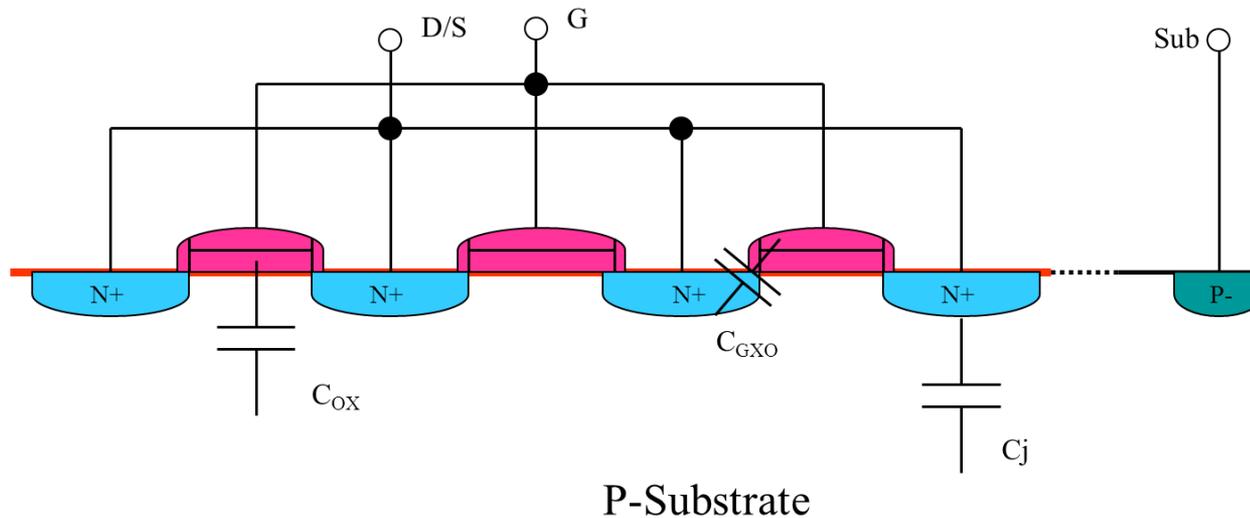
**BSIM6**

NDEP

# MOSFETの容量モデル



## 実際の容量測定TEG



# アクティブなゲート容量

チャネル電荷は電荷保存則より

$$Q_c = -(Q_G + Q_B) \quad \text{または} \quad Q_c = Q_S + Q_D \quad Q_B = -Q_G$$

として表せる. 反転層の電荷を $Q_n$ とすると,  $Q_S$ と $Q_D$ はそれぞれ,

$$Q_S = -W \int_0^L \left(1 - \frac{y}{L}\right) Q_n dy$$

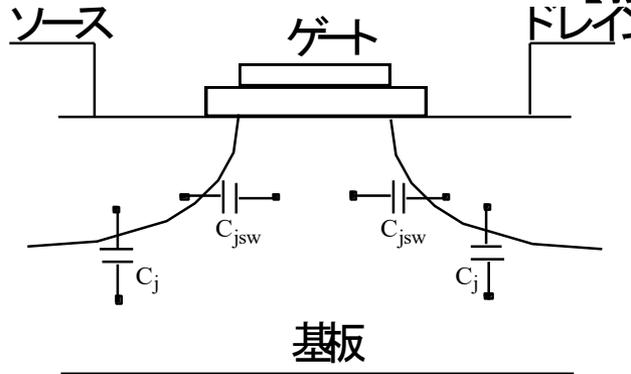
$$Q_D = -W \int_0^L \frac{y}{L} Q_n dy$$

以上の関係式から各容量が導ける. 例えば,

$$C_{GS} = \frac{\delta Q_G}{\delta V_S} \quad C_{GB} = \frac{\delta Q_G}{\delta V_B}$$

# 接合容量とオーバーラップ容量

## 【接合容量】



底部の面積容量と周囲長容量の和

$$C_{BS} = \frac{C_j \cdot A_S}{\left(1 - V_{BS} / P_B\right)^{M_j}} + \frac{C_{jsw} \cdot P_S}{\left(1 - V_{BS} / P_B\right)^{M_{jsw}}}$$

$$C_{BD} = \frac{C_j \cdot A_D}{\left(1 - V_{BD} / P_B\right)^{M_j}} + \frac{C_{jsw} \cdot P_D}{\left(1 - V_{BD} / P_B\right)^{M_{jsw}}}$$

## 【オーバーラップ容量】

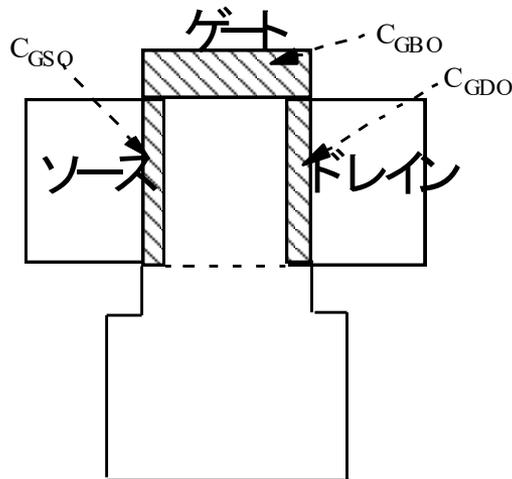
チャンネル外容量のために基本的には固定容量.  
フリッジング容量と分割不可能.

例えば線形領域 ( $V_{GS} > V_{on} + V_{DS}$ ) では,

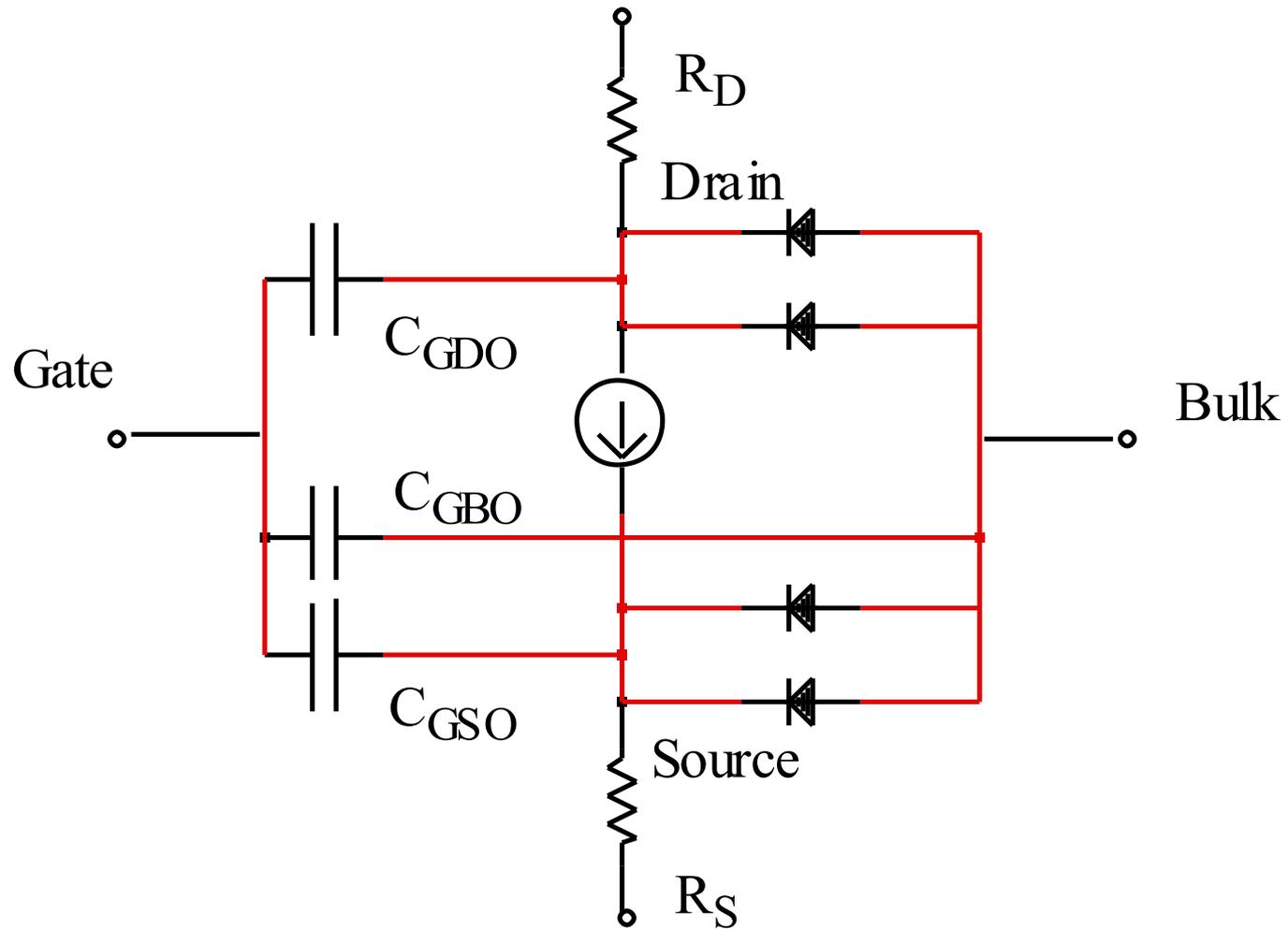
$$C_{GB} = C_{GBO} \cdot L$$

$$C_{GS} = C_0 \left\{ 1 - \left[ \frac{V_{GS} - V_{DS} - V_{on}}{2(V_{GS} - V_{on}) - V_{DS}} \right]^2 \right\} + C_{GSO} \cdot W$$

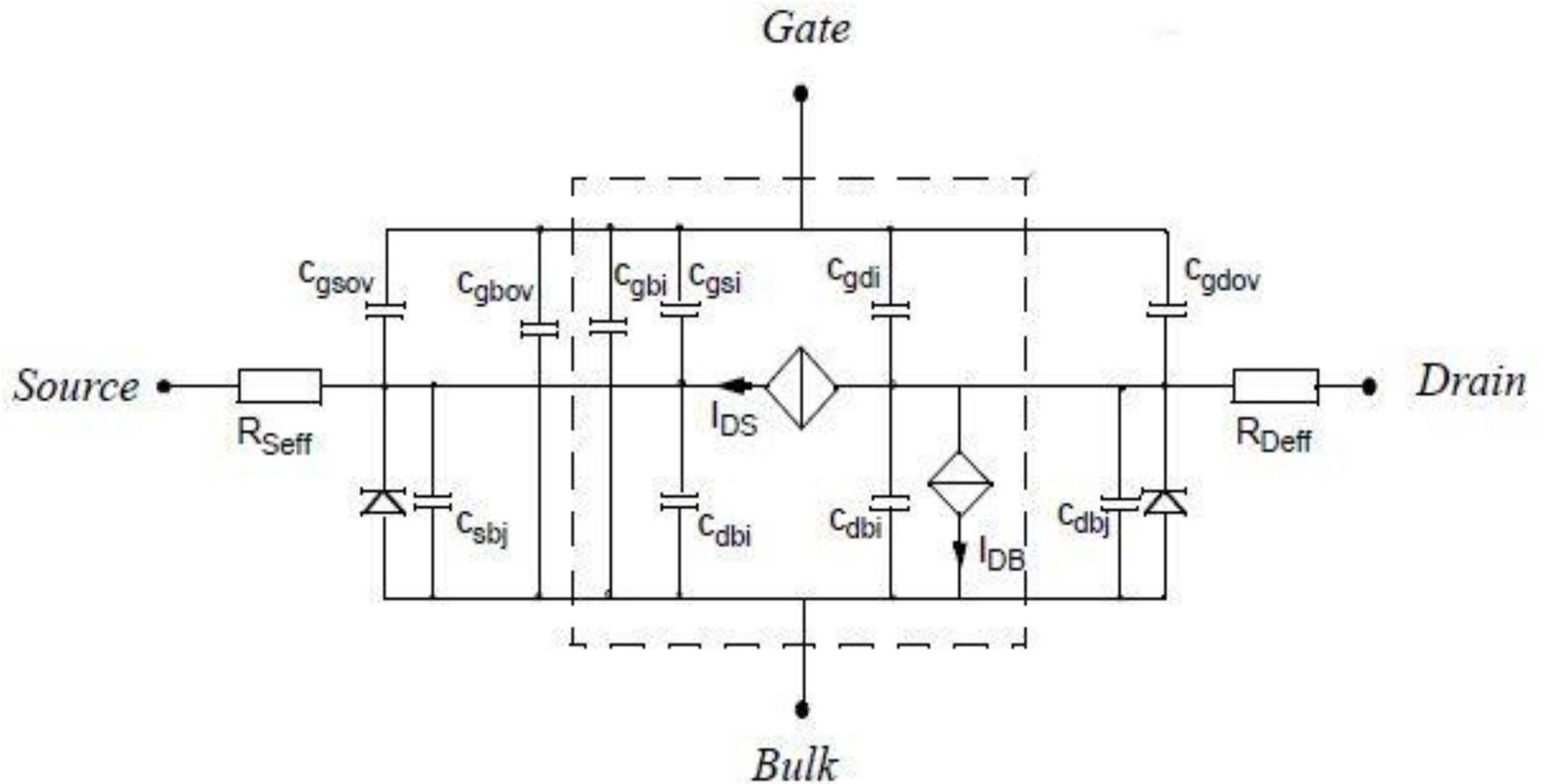
$$C_{GD} = C_0 \left\{ 1 - \left[ \frac{V_{GS} - V_{on}}{2(V_{GS} - V_{on}) - V_{DS}} \right]^2 \right\} + C_{GDO} \cdot W$$



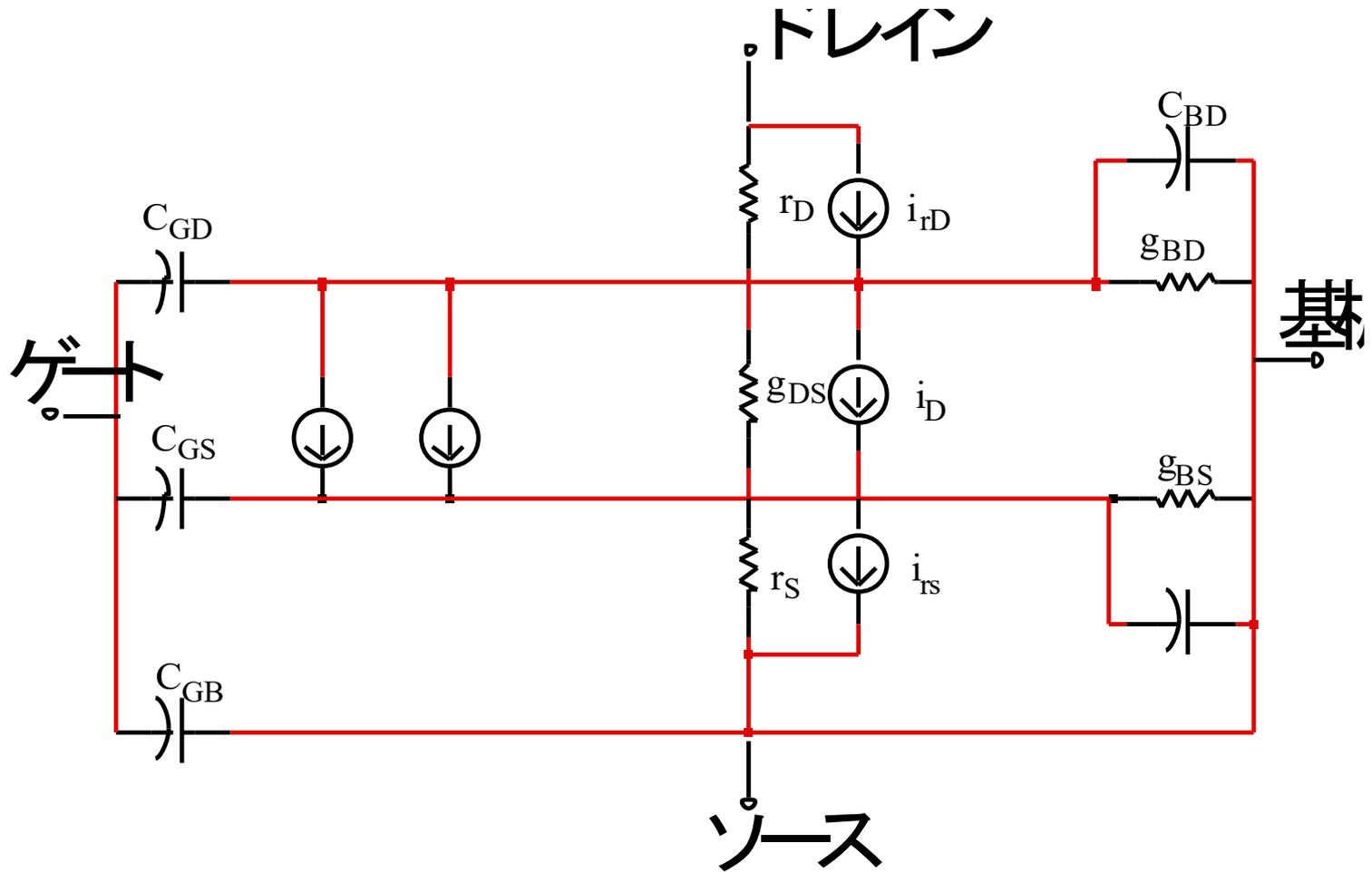
# MOSFETの等価回路



# BSIM6の等価回路概略



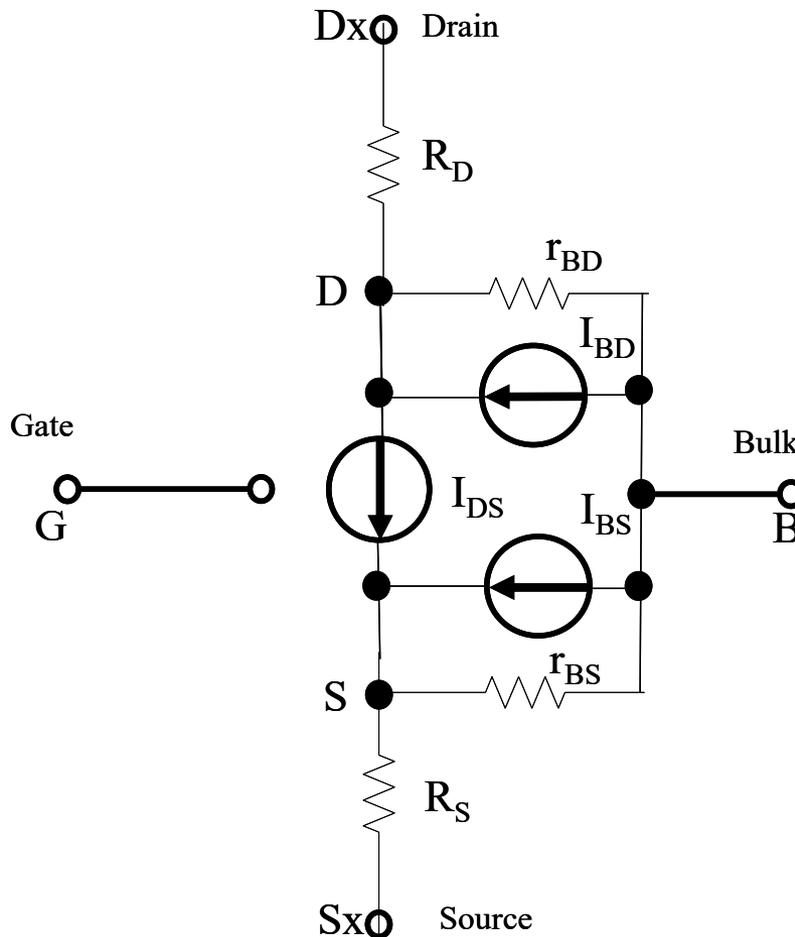
# MOSFETのノイズ源モデル



# 等価回路のY-Matrix化

- 4端子MOSFETで考察

## 【MOSFETの直流等価回路】



# 従属電流源に関するマトリックス

## 【1】ドレイン・ソース電流に関するマトリックス

$$\begin{matrix} D \\ G \\ S \\ B \end{matrix} \begin{bmatrix} D & G & S & B \\ g_{ds} & 0 & -g_{ds} & 0 \\ 0 & g_m & -g_m & 0 \\ -g_{ds} & -g_m & g_m + g_{mbs} + g_{ds} & -g_{mbs} \\ 0 & 0 & -g_{mbs} & g_{mbs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_{DS} \\ +I_{DS} \end{bmatrix}$$

## 【2】接合ダイオード電流に関するマトリックス

$$\begin{bmatrix} g_{bd} & -g_{bd} \\ -g_{bd} & g_{bd} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{BD} + \\ V_{BD} - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_{BD} \\ +I_{BD} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} g_{bs} & -g_{bs} \\ -g_{bs} & g_{bs} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{BS} + \\ V_{BS} - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_{BS} \\ +I_{BS} \end{bmatrix}$$

# MOSFETの全直流Yマトリックス

$$\begin{array}{l}
 Dx \\
 Sx \\
 D \\
 G \\
 S \\
 B
 \end{array}
 \left[ \begin{array}{cccccc}
 Dx & Sx & D & G & S & B \\
 \frac{1}{R_D} & 0 & -\frac{1}{R_D} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{1}{R_S} & 0 & 0 & -\frac{1}{R_S} & 0 \\
 -\frac{1}{R_D} & 0 & \frac{1}{R_D} + \frac{1}{r_{BD}} + g_{ds} & 0 & -g_m - g_{mbs} - g_{ds} & -\frac{1}{r_{BD}} - g_{bd} + g_{mbs} \\
 0 & 0 & 0 & g_m & -g_m & 0 \\
 0 & -\frac{1}{R_S} & -g_{ds} & -g_m & g_m + g_{mbs} + g_{ds} & -\frac{1}{r_{BS}} - g_{bs} - g_{mbs} \\
 0 & 0 & -\frac{1}{r_{BD}} - g_{bd} & 0 & -\frac{1}{r_{BS}} - g_{mbs} - g_{bs} & \frac{1}{r_{BD}} + \frac{1}{r_{BS}} + g_{mbs} + g_{bd} + g_{bs}
 \end{array} \right]$$

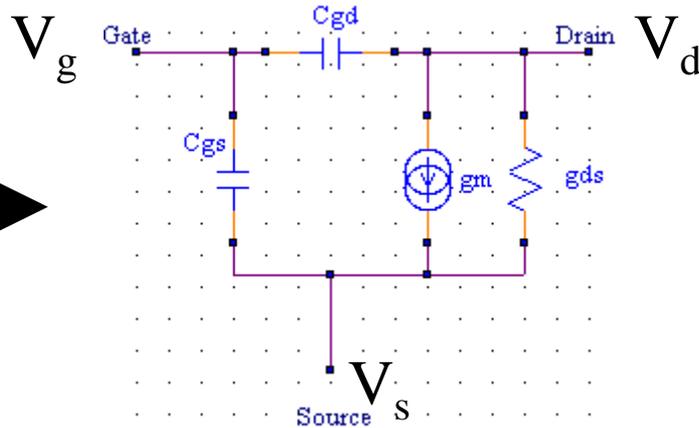
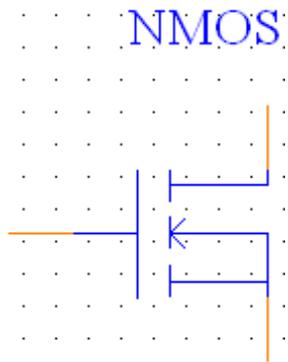
# 演習問題1

---

- MOSFETのコンパクトモデルは、どのような外部変数によってシミュレートされますか？まずは電圧，電流がありますがその他をすべてあげてください。

# 演習問題2

## 【MOSFETの交流簡易化3端子等価回路】



Gate Drain Source

$$\begin{matrix} \text{Gate} \\ \text{Drain} \\ \text{Source} \end{matrix} \begin{bmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_g \\ V_d \\ V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix}$$

MOSFETの複素 Y-Matrixを求めてみよう！

行列の？マークを埋めてください。

# MOSTランジスタ関連お勧め書籍

- *MIT基礎電子工学教科書〈2〉半導体素子とモデル* (1979年),  
C.L.サール(著), 宇都宮 敏男, 菅野 卓雄(訳)
- *Physics of Semiconductor, 2<sup>nd</sup>* (3<sup>rd</sup>より良い),  
S. M. Sze
- *Device Electronics for Integrated Circuits, 2<sup>nd</sup>*,  
Richard S. Muller, Theodore I. Kamins
- *CMOSモデリング技術*, 青木均ほか, 丸善出版
- *シリコンFETのモデリング*, 青木均著, 西義雄監修,  
アジソン・ウェスレイ・パブリッシャーズ・ジャパン(増  
版終了)