集積電子回路
2022年10月11日
10月18日
10月25日

電気電子工学特別講義Ⅱ
回路設計論　2. 我々が辿る道

ザインエレクトロニクス株式会社
源代 裕治
yuji.gendai@gunma-u.ac.jp

第1章　回路の法則を再構築する

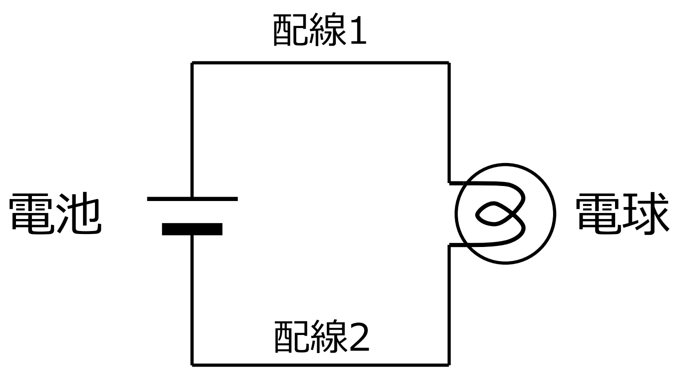
素朴な疑問

『回路』って何?

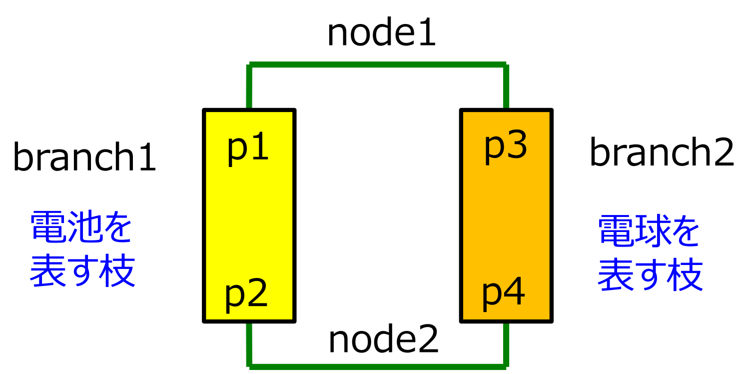
回路の形式化

抽象化とも呼ばれるが、むしろ**単純化**である

実際の回路



回路網(graph)



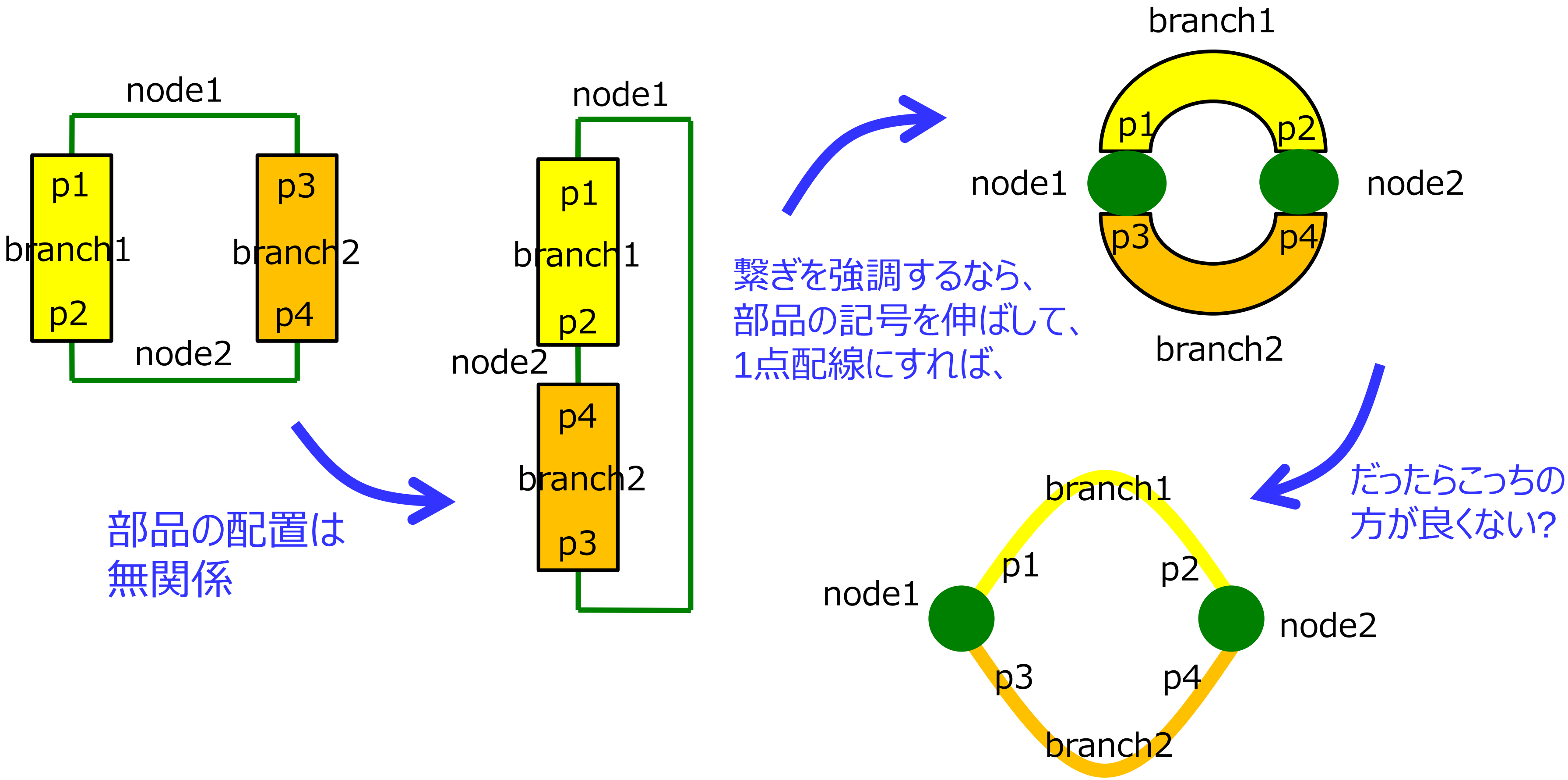
電気の回路は**部品**と、それらをつなぐ**配線**からできている。そこで、各部品をまずは箱で置き換え、それらが持つ色々な機能は、箱の**属性**として付け加える、と定式化する。回路では、部品の接続関係だけが意味を持ち、配線の長さや位置は考慮しない。このような対象を数学用語ではgraphという。

回路のgraphは両端を持つ**枝(branch)**と、端子間を接続する**節(node)**とからできている。

上図は、回路graphの観念的な表現である。枝を同じ形状の箱で表すとその属性の区別がつきにくいので、上図は色で区別した。枝の両端を端子と呼ぶ。上図ではp1からp4と名付けた。2種類の名前を使いまわせば済むが、上図では全て異なる端子名を用いた。

回路は素子(branch)がどうつながっているかだけ

これらは、みんな同じ回路をイメージした図である



接続関係を図で表すとき、nodeとbranchの、どちらかを点、どちらを線で表すことが多い。どっちをどっちに割り当てるかは、どちらでも良い。本来、これらは点でも線でもないのである。

- 抽象化した回路では、接続情報だけが意味を持つ。

回路の文字表現は net list

いくつかの流儀があるが、文法はざっくり同じ

繋がりだけを表すなら、図ではなく文字を使う方が良い。そうすれば、
配線の長さとか、部品の位置とかの実装情報が消滅し、回路が部品同士のつながりだけで出来ていることが良く分かる。

端子欄には接続ネット名を入れる。
通常0から始まる整数

部品番号	端子1	端子2	属性
V1	node1	node2	1.5 V
RLAMP1	node1	node2	10 Ω

部品番号の先頭1文字で、部品の種類を区別している。

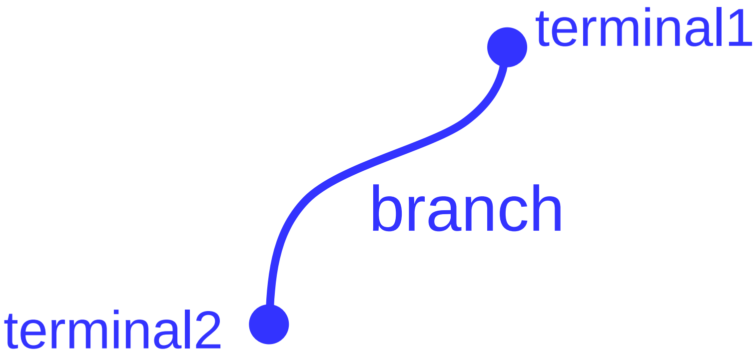
シミュレータでは単位の区別をしていない。

回路を文字列で表したものを net list と呼ぶ。計算機で処理するのに適した表現である。
一方、人間にとっての可読性は大幅に消失する。
便法として、回路図入力(schematic entry) → net list 変換 という作業フローが標準的である。
我々は当面、branchを線、nodeを点で図示しよう。

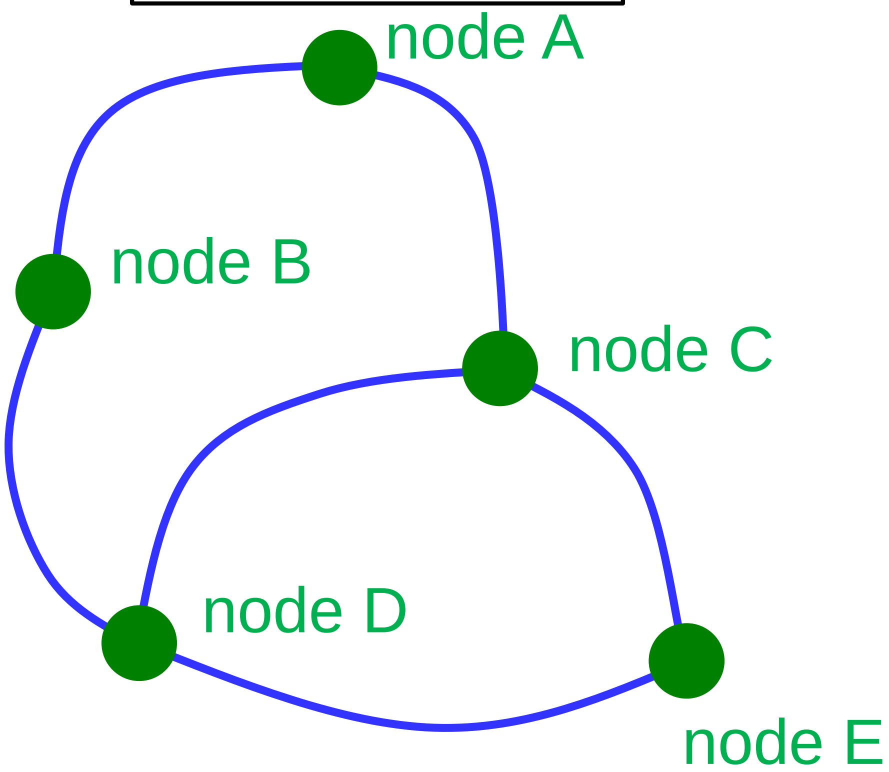
回路はgraphだ

回路を抽象化すると、数学でgraphと呼ばれている対象となる。

ひとつの枝(a branch)



枝の繋がり例(a graph)



しかしgraphが回路になるには、まだ決定的に足りないものがある。

素朴な疑問

『電圧』って何?

『電流』って何?

回路のgraphには、電気固有の属性(attribute)が付く

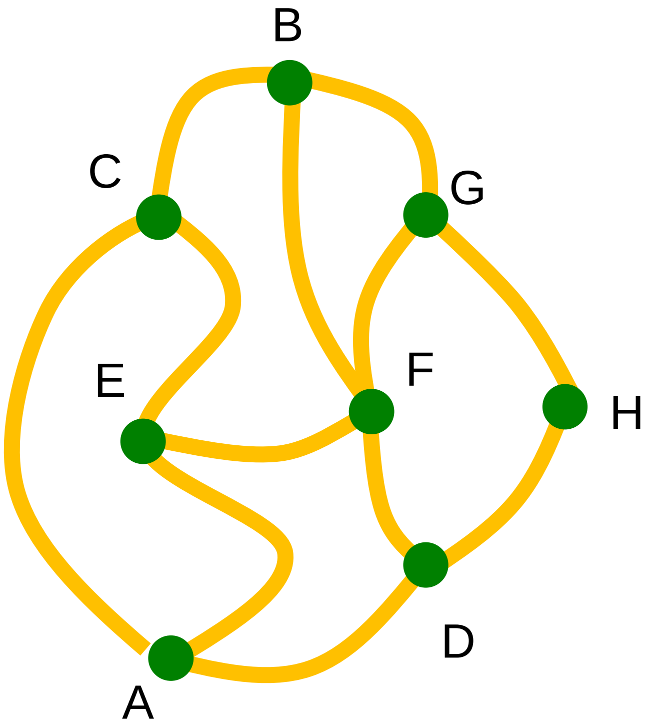
『電位』って何?

nodeに割り当てられたスカラー量(実数)である。
換言すると、nodeは電位という属性を持つ。

『電流』って何?

branchに割り当てられたスカラー量(実数)である。
換言すると、branchは電流という属性を持つ。

電位はnode属性、電圧は電位の差



各node k は**電位(electric potential)**と呼ばれるscalar量が付与される。電位の差を**電圧(voltage)**という。その関係をここでは

$$V_{A,C} = V_C - V_A$$

表記しよう。そこで例えば、左図でAからBへ至るパスを考えるとA,B間の電圧$V_{A,B}$は

$$V_{A,B} = V_B - V_A = (V_B - V_C) + (V_C - V_A)$$

$$= V_{A,C} + V_{C,B}$$

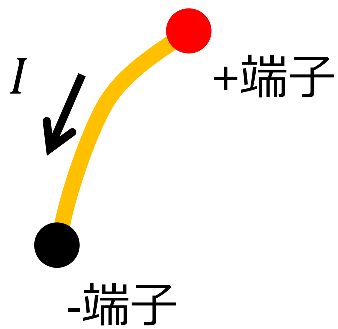
と、経路の電圧の和となる。2点間の電位差(すなわち電圧)は、経路によらず決まることは定義から自明であろう。このような量を一般に**potential**という。

電圧は行きと帰りで符号が逆になるから、閉経路(出発点と到着点が同じ経路)に対しては、

$$\oint\!\!\!\!\!\!\sum_{p,q} V_{p,q} = 0$$

となる。これは Kirchhoff's Voltage Law (KVL) で常用される表現である。しかしこの表現では回路内に閉ループを探す必要がある。それよりnode毎にscalar量が割り当てられると考える方が簡単で本質的である。

電流とその伝搬



回路のbranchには電流(current)というscalar量が付与される。
なお電流には向きがあるので、左図では電流を矢印で表示しているが、vector量ではないことは注意しておく。branchの向きを先に決めて、正負の極性で電流値を表すと考える方が合理的な場合が多い。

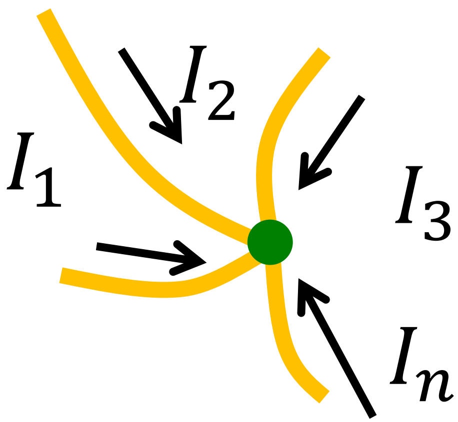
<u>電流はbranchの両端子に、大きさが同じで極性が反対のscalar量として現れる。</u>各端子はそれぞれnodeにつながるので、この規則によりbranch属性とnode属性の関連づけられることになる。

回路のbranchはnodeからnodeへ電流を運ぶように見えるので、この規則を**電流伝搬の法則**と呼ぼう。

端子での電流の向きを正負の数値に割り当てるためのルールとして、端子に入る方向を正方向と考えることにする。

各端子のうち、端子が持つ電流の極性とbranch属性としての電流が等しい方を＋端子、逆極性の方を－端子と呼ぶ。

電流の法則



回路において、どのnodeでも、そこに接続されているbranchesの電流の総和は0となる、という規則を課す。数式で表すと

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \ .$$

これが **Kirchhoff's Current Law** (KCL) と呼ばれる要請である。電流伝搬の法則とKCLが回路論がgraphに科す公理(axiom)である。

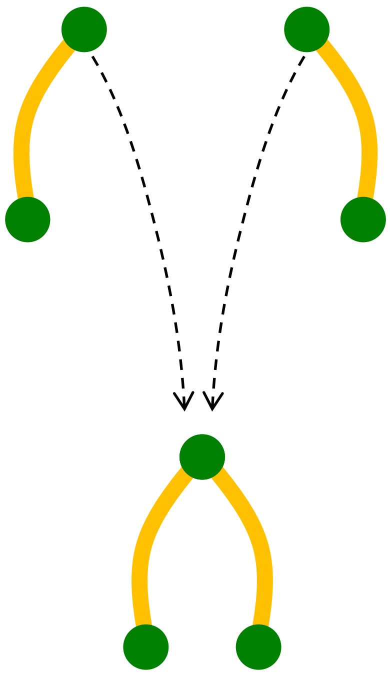
KVLは、回路論の建付けにあたるのがbranchに対する電流属性とnodeに対する電位属性の導入である。

一方KCLは、電圧の定義から直ちに導かれる定理である。

コメント: 電流には管の中を流れる流体というメタフォーがあるが、KCLに『流れる』というイメージは本来持つべきでない。(ここまでのところの)回路の定式化に時間や長さの概念はないので、移動するもの、は表現できないのである。

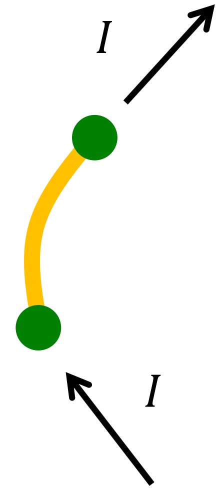
まとめ:回路は電圧と電流を持つ有向グラフである

node = 電位を伝えるもの



二つのnodeを結合すると同一電位になる(KVL)
※nodeに電位が与えられることの電気屋的解釈。

branch = 電流を伝えるもの



branch両端で、電流という属性が転写される。入って来る電流と出て行く電流は等しい。(**電流伝搬の法則**)
※力学の運動量保存則に対応する。

電流はnodeにおいて保存される。
生成も消滅もしない。(**KCL**)

第2章 ブランチ属性 (branch attribute)

グラフのブランチを回路の用語では素子と言う。
まずは、素子達を記述する枠組みから見て行こう。

ブランチの特徴づけ

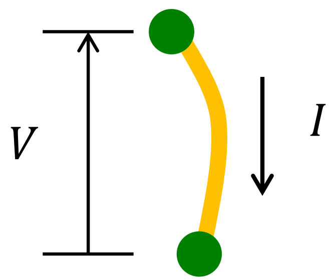
おっと、その前に、またまた素朴な疑問

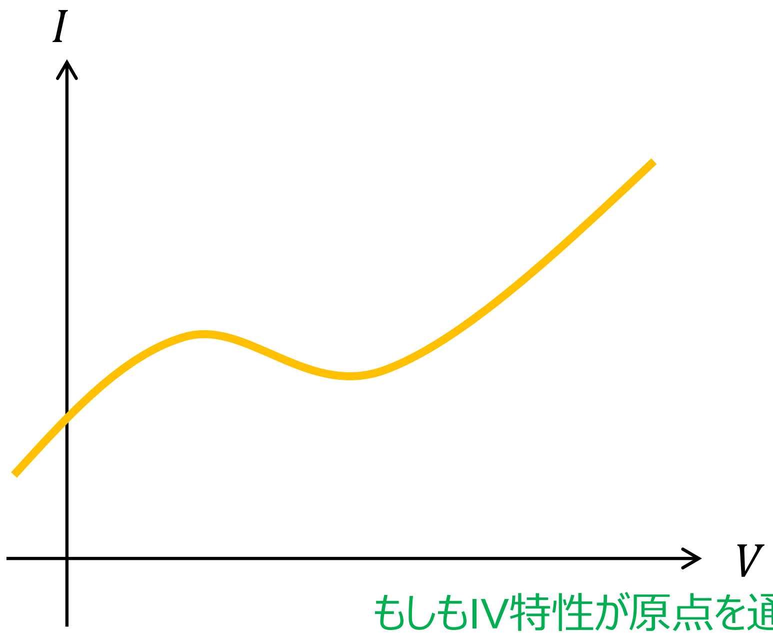
『オームの法則』って何?

この法則も、長い歴史の中で色々と『再定義』されてきた。
Ohmが見出した法則が電気の歴史に大きな影響を与えて来たことは十分認識すべきだが、我々の立場(回路をグラフと見る立場)からは、景色が違って見える。

ブランチ特性

ブランチの性格(特性もしくは属性と呼んでも良い)は、両端のノードに電圧がかかった時に、どれだけ電流が流れるかで特徴付けられる。





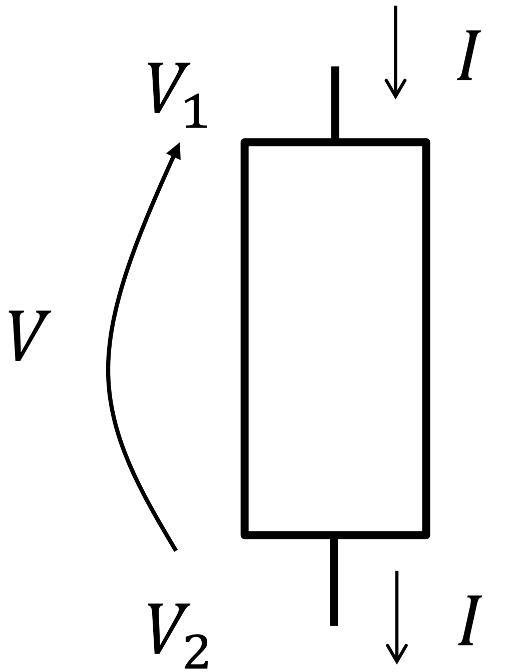
もしもIV特性が原点を通る直線だったら、
→ 次ページ

図的に把握するなら、「ブランチ特性はIV平面の曲線(直線も含む)で表現される。」と言える。
経験的に、縦軸を電流I、横軸を電圧Vとすると考え易い。

なお後の講義では、他動的ブランチ(能動素子)も導入する。これに対比するなら、ここで扱うのは自己充足的ブランチ(受動素子)と呼ぶのが適切であろう。受動と能動は、言葉が逆だと感じなくもない。

抵抗ブランチ

電圧が電流に比例するブランチを**抵抗**ブランチという。
そのIV特性は、原点を通る直線になる。

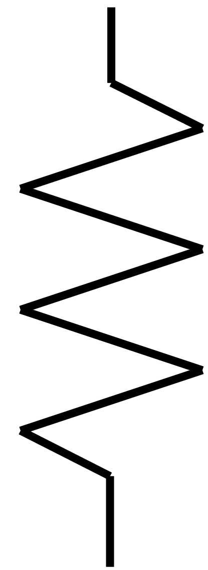


$$V = V_1 - V_2$$

$$\boxed{V = RI}$$

比例係数Rを抵抗値という。
IV直線の傾きの逆数である。

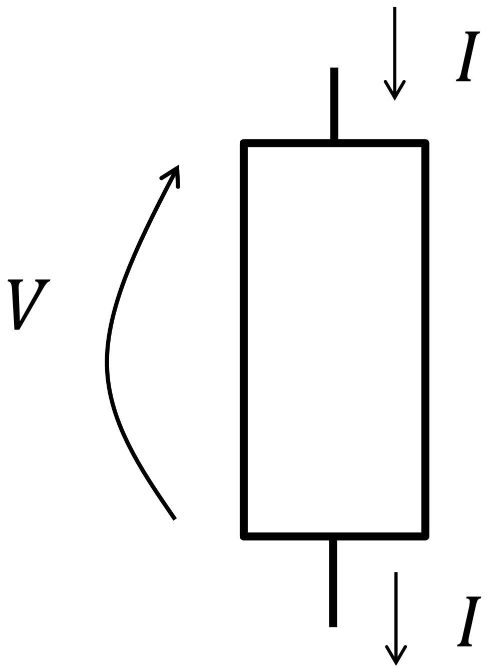
旧JIS記号



Ohmの法則は、回路論の立場からは**抵抗の定義**である。

抵抗ブランチ(及び部品)に対応する記号として
　旧 JIS C 0301（1952年4月制定）
　新 JIS C 0617（1997-1999年制定）
が制定されている。回路をグラフと見る立場からは曲げたり伸ばしたり出来る記号の方が便利であるが、この発想はない。

抵抗、あるいはコンダクタ?



$$\boxed{I = GV}$$

電流が電圧に比例するブランチを
コンダクタ(conductor)
と呼ぶ。係数Gをコンダクタンス(conductance)と言う。
単位は S (Siemens) である。
コンダクタのIV特性も、原点を通る傾きGの直線になる。抵抗値Rとは逆数の関係

$$G = 1/R$$

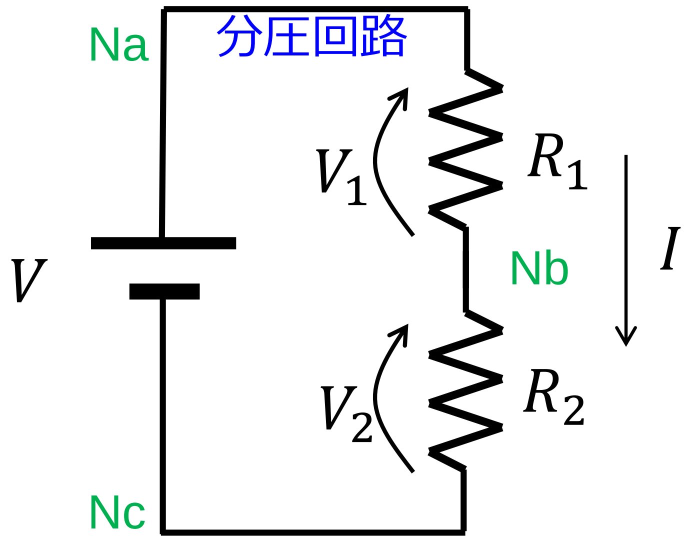
が成り立つ。コンダクタのIV特性は抵抗に対するOhmの法則を書き直しただけに見えるかも知れない。その通りであるし、抵抗とコンダクタを素子として区別することもできないのであるが、コンダクタという概念を用いると、色々と便利なことがある。直ぐ後で例を示す。

コンダクタの並列接続コンダクタンスは、各コンダクタンスの和である。

みたいな表現が可能である。この表現なら、2並列に限らず、3並列とか4並列とか、数が増えて行っても表現を変えなくて済む。

直列抵抗、並列抵抗

直列回路 → 抵抗値の和 (抵抗の足し算)
並列回路 → 抵抗値の逆数の和の逆数 (コンダクタの足し算)



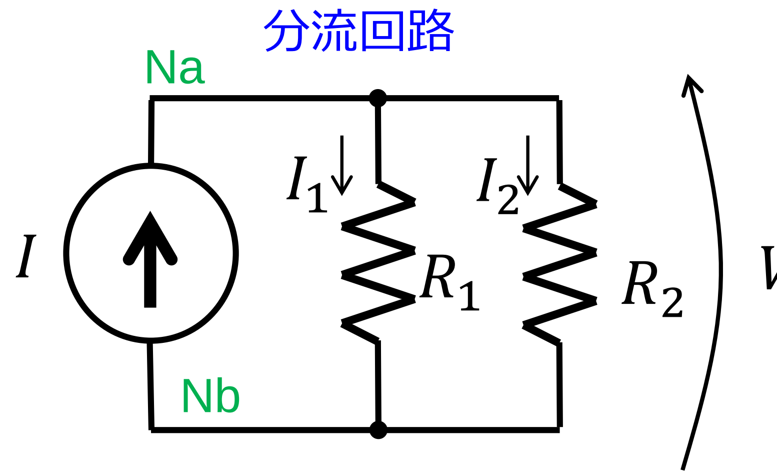
ノードNbのKCLからR_1とR_2に流れる電流は共にIである。Ohmの法則より$V_1 = IR_1$,$V_2 = IR_2$である。KVLから、Na-Nc間の電圧Vは、

$$
\begin{aligned}
V &= V_1 + V_2 \\
&= IR_1 + IR_2 \\
&= I(R_1 + R_2) = IR
\end{aligned}
$$

すなわちこの直列抵抗は

$$R = R_1 + R_2$$

の単一抵抗と等価である。



KVLから、R_1とR_2の両端電圧は共にVである。Ohmの法則より$I_1 = V/R_1$,$V_2 = I/R_2$である。NaでのKCLから、

$$
\begin{aligned}
I &= I_1 + I_2 \\
&= V/R_1 + V/R_2 \\
&= V(1/R_1 + 1/R_2) = V/R
\end{aligned}
$$

すなわちこの並列抵抗は

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2$$

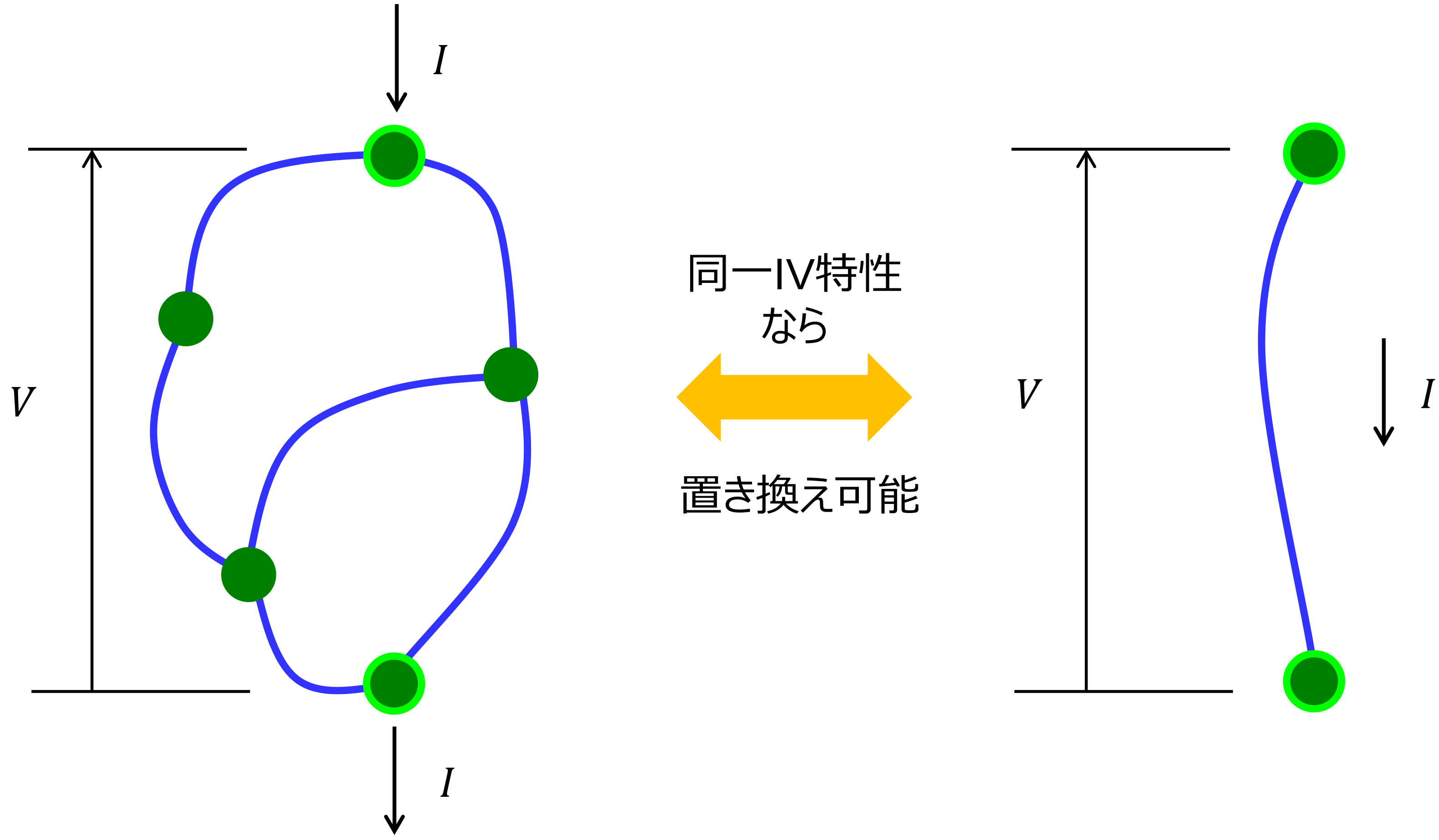
の単一抵抗と等価である。これはしばしば

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

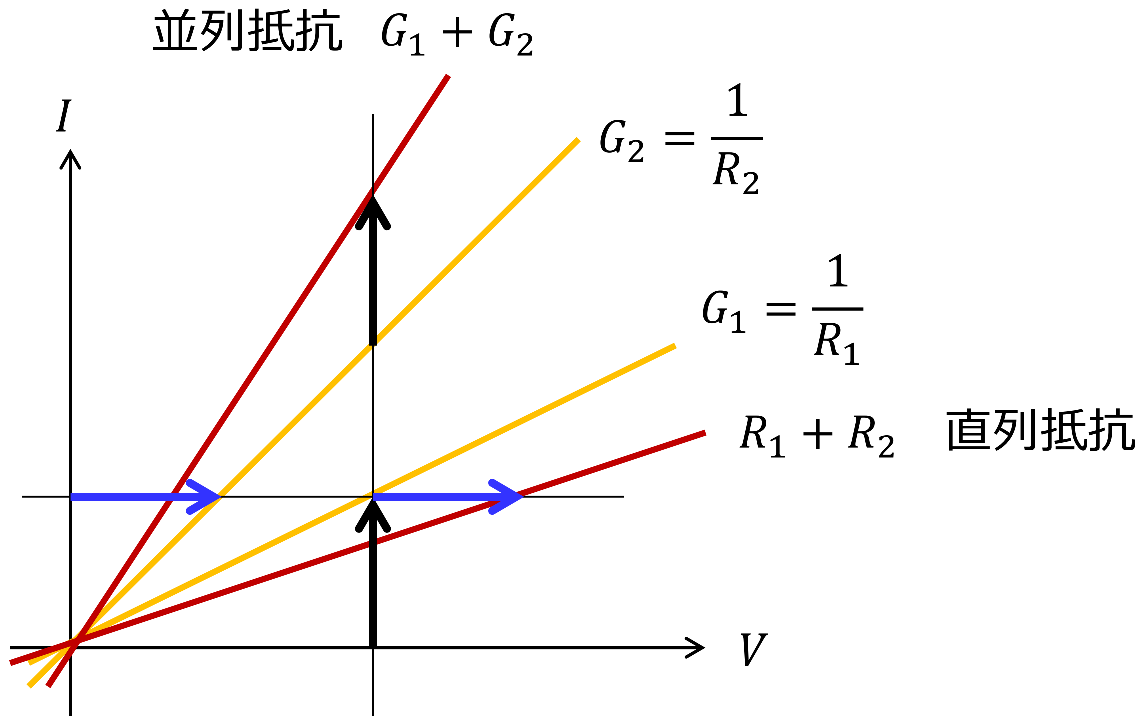
と表現されるが、コンダクタンスの足し算と見る方が素直である。

等価ブランチ

異なるブランチが同一のIV特性を持つとき、回路的にそれらは区別できない。これらを等価な(複合:combined)ブランチという。ひとつのIV特性に対し、等価な複合ブランチは無数に存在する。



複合抵抗のIV直線

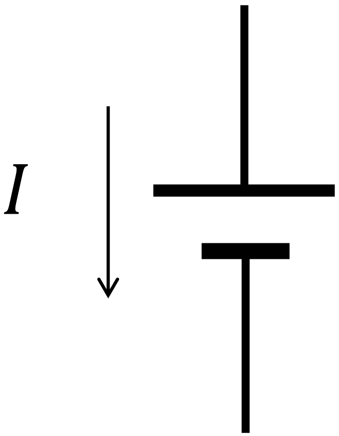


並列抵抗はIV直線の傾きを足す。
　　同じ電圧の所で、I値を加算した点を通る直線になる。
直列抵抗はIV座標を交換して傾きを足す。
　　同じ電流の所でV値を加算した点を通る直線になる。

⇨ どのみち、原点を通る直線になる。

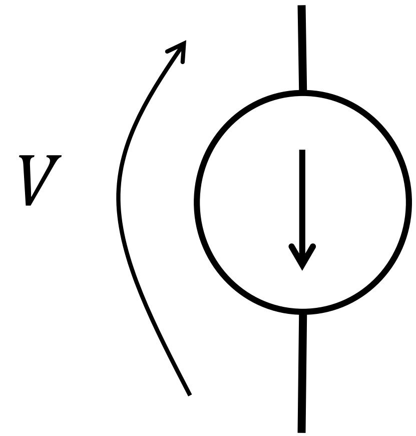
電源ブランチ　独立電源ともいう

電圧源



$$\boxed{V = V_C}$$

電流源



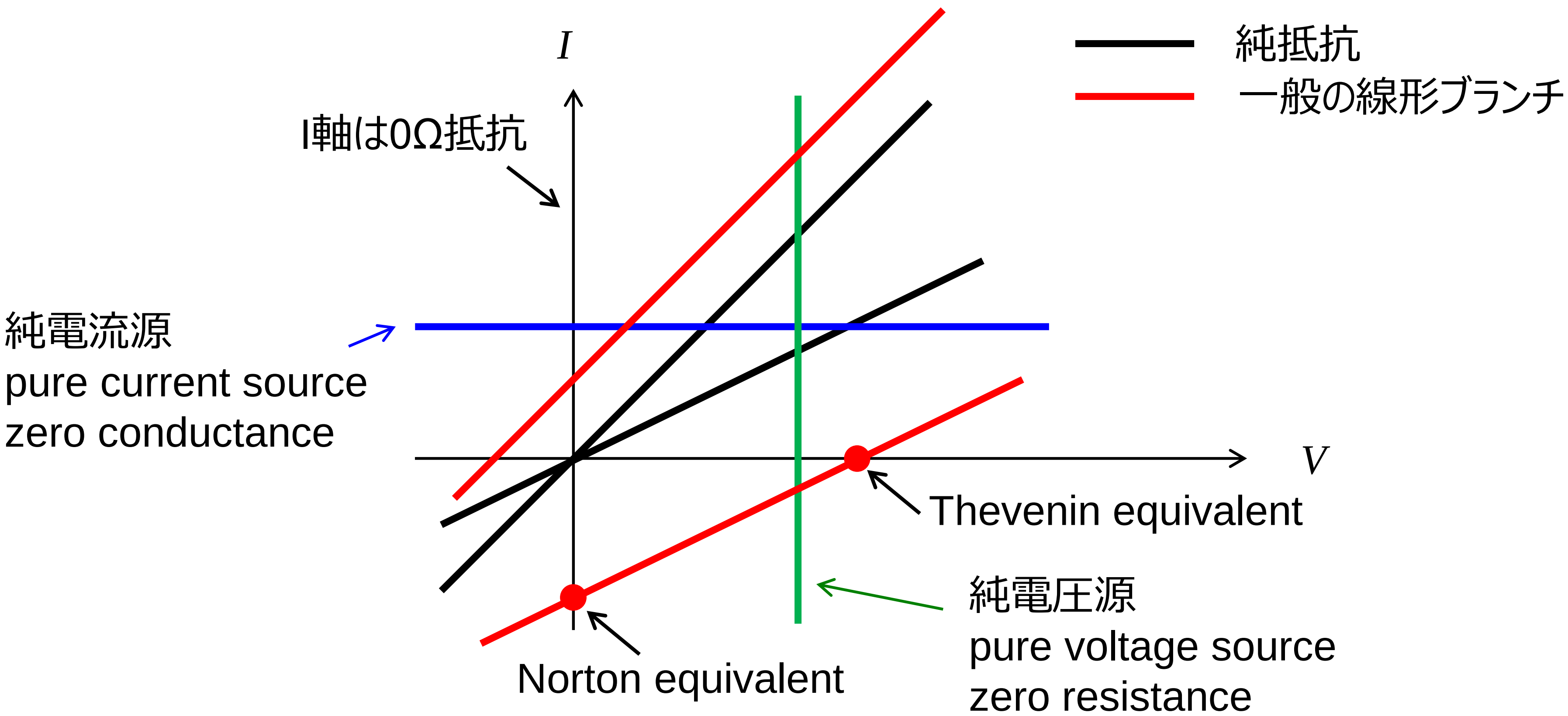
$$\boxed{I = I_C}$$

電圧が電流の大きさや向きに関わりなく一定であるブランチを**電圧源**ブランチという。
いくら電流を流しても電圧が変わらない点で、電池の理想化である。
時間的に変化しない電圧源に対しては、専用記号として上図のものが用いられることが多い。

同様に、電流が電圧に関わりなりく一定であるブランチが考えられる。これを**電流源**ブランチという。
このブランチはどんなに電圧を掛けても流れ込む電流が変わらない特性がある。
常用される記号がいくつかあって統一されていないが、上図のものが比較的良く用いられる。

線形ブランチ特性

電源ブランチのIV特性も直線であるが、原点を通らない。IV直線が、たまたま原点を通るものが抵抗ブランチである。
IV平面上の直線で表されるブランチを線形ブランチと呼ぶと、抵抗も電源も線形ブランチである。



c.f. http://www.ee.ic.ac.uk/hp/staff/dmb/courses/ccts1/00500_Thevenin.pdf

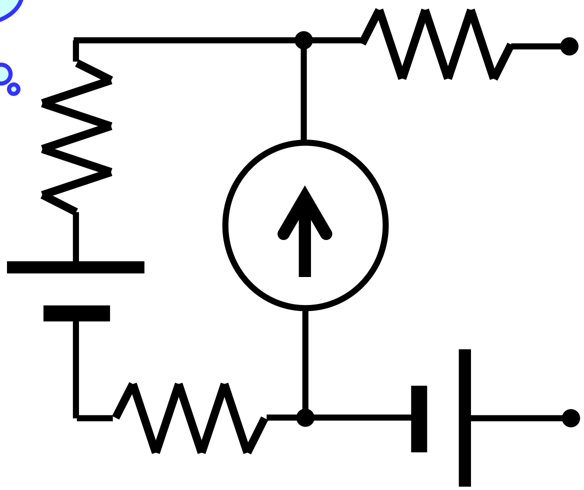
電圧源、電流源を含む場合の等価な回路網

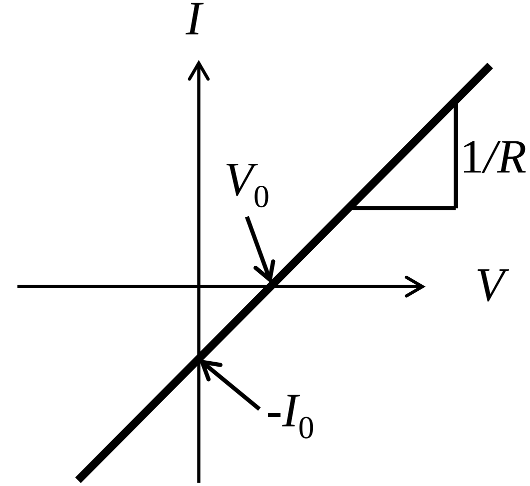
重要

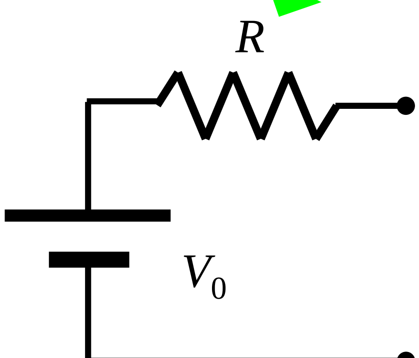
線形ブランチ
のみからなる
複合回路は

例えば適当に書いたこんな回路でも、

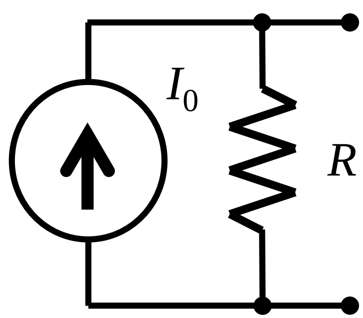
IV特性は直線になる筈だ。(Linearity theorem)







Thevenin equivalent

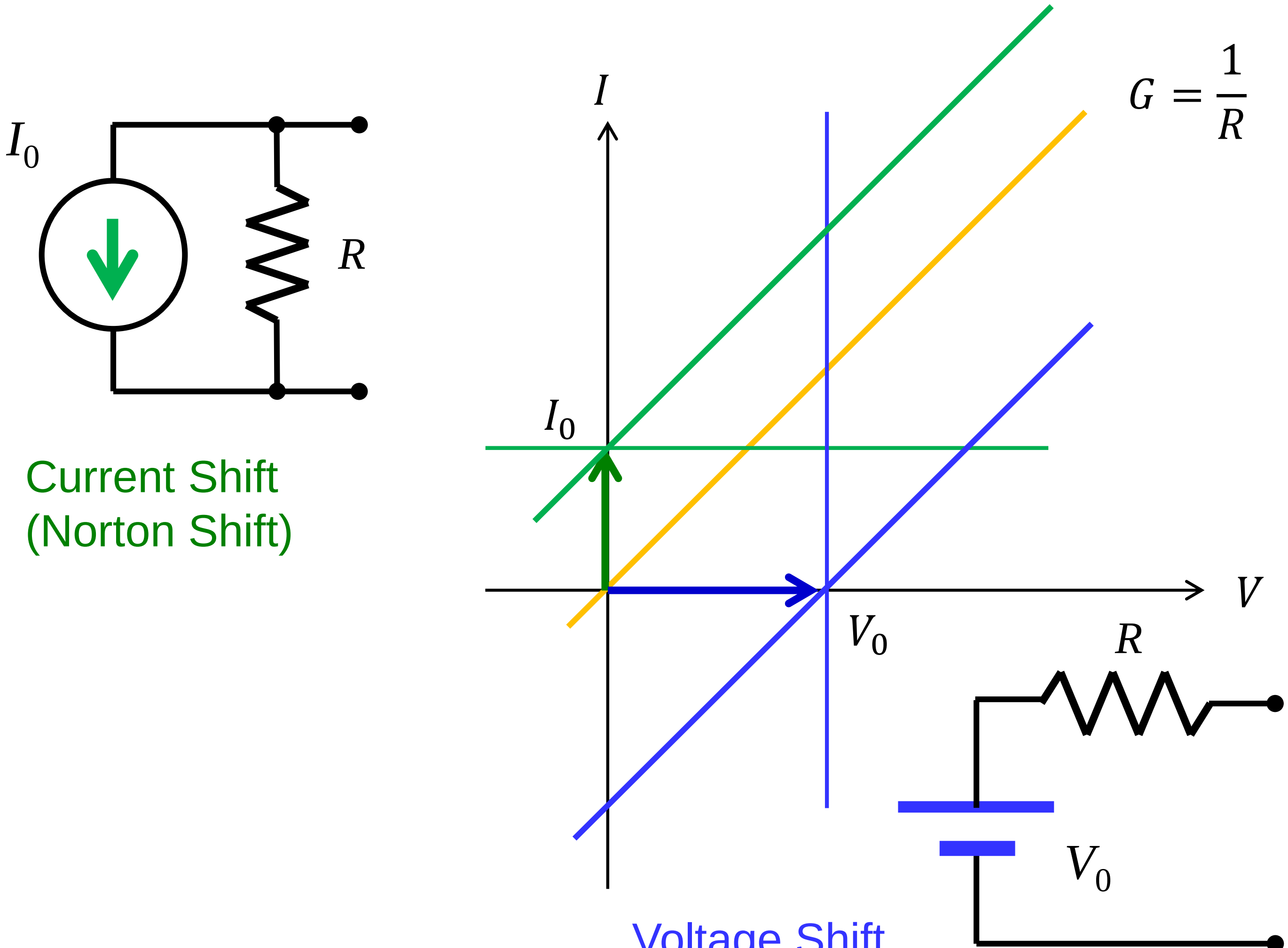


Norton equivalent

電源があると、普通にはIV直線が原点を通らなくなる。その等価ブランチの特別な場合として
・ x切片の電圧源と傾きに対応する抵抗
　(Theveninの定理)
もしくは
・ y切片の電流源と傾きに対応する抵抗
　(Nortonの定理)
が簡明である。それぞれ人名を冠して「定理」だが、我々の観点からは直線の性質である。

c.f.　http://www.ee.ic.ac.uk/hp/staff/dmb/courses/ccts1/00400_Linearity.pdf

電源追加によるIV直線の平行移動

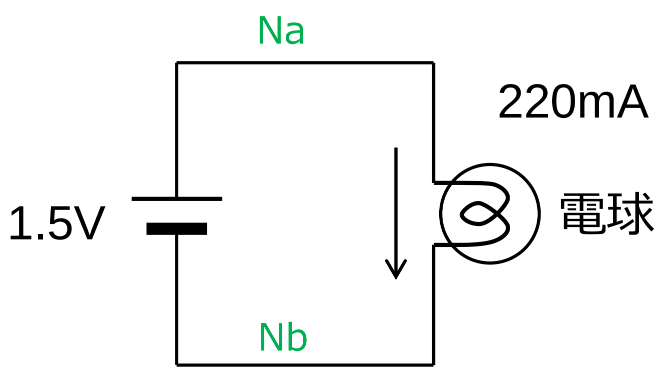


Current Shift
(Norton Shift)

Voltage Shift
(Thevenin Shift)

以下、習ったことの理解を深める話題をいくつか。

豆球の抵抗は?

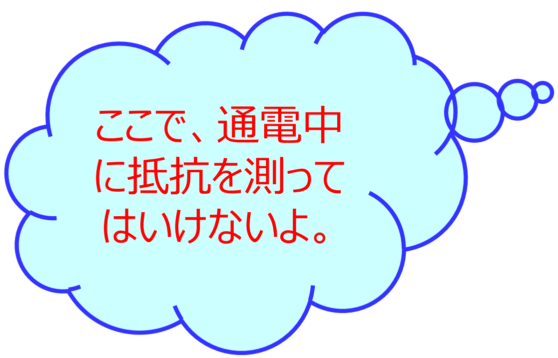


ある豆電球では、1.5Vの電圧を与えた時に220mVの電流が流れることが観測された。この時、豆電球の抵抗RはOhmの法則を使うと、

$$R = \frac{V}{I}$$
$$= \frac{1.5\mathrm{V}}{220\mathrm{mA}} = 6.8\Omega$$

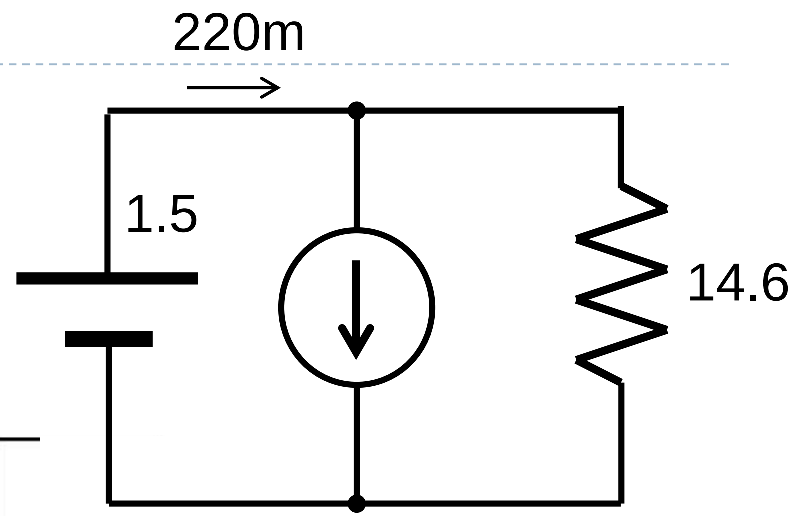
と求まる。が、これは妥当な推論だろうか。

ちなみに、電池を外して豆電球の両端の抵抗を測定したら1.0Ωであった。この不一致は、どう考えるべきだろうか。

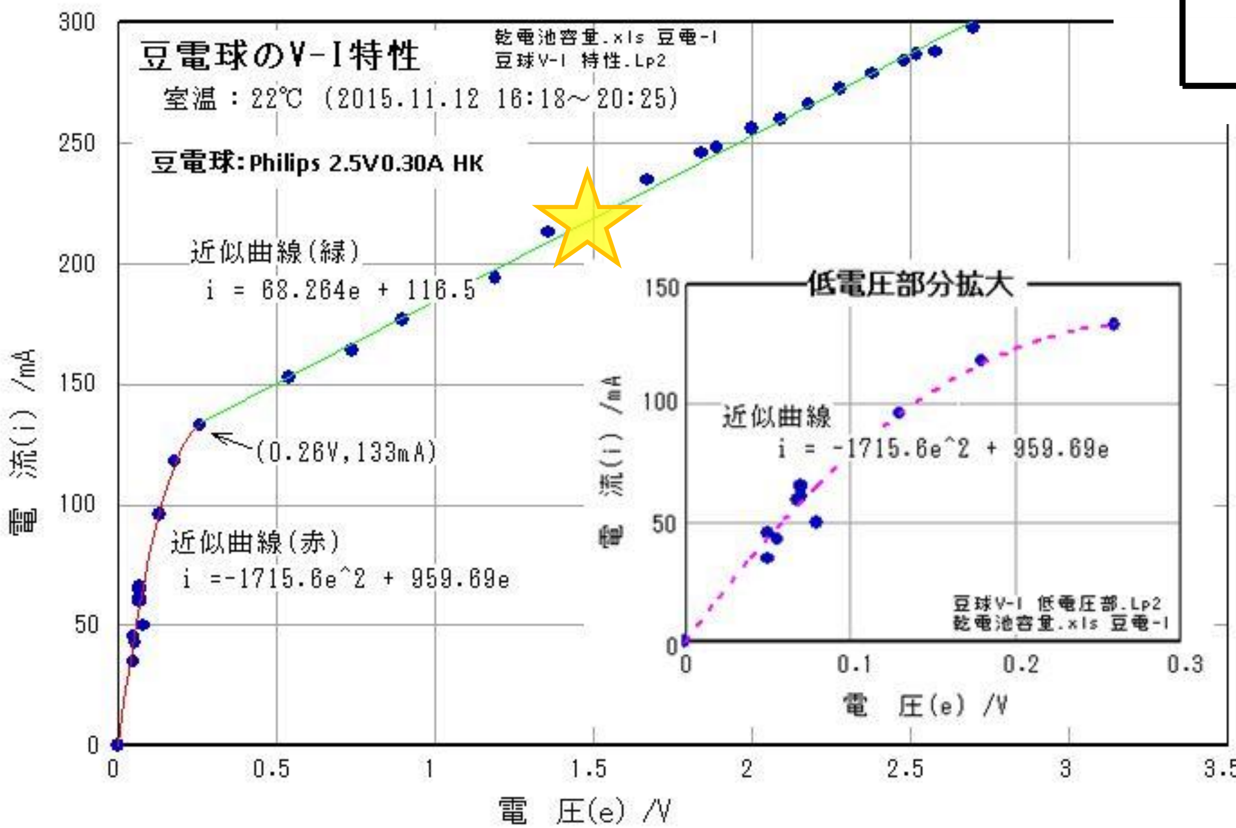


言うまでもない注意であるが、時々やらかしてしまう^^;)

豆電球の等価回路　局所線形化



電球はOhmの法則に従わない。
しかし動作点周りでは、電流源と抵抗の並列回路で良く近似できる。
そこで、点灯時のこの豆電球の等価抵抗は14.6Ωである、と言える。

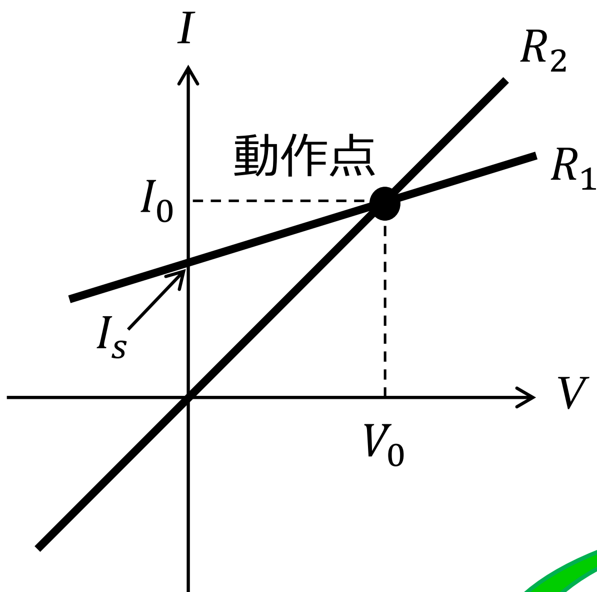


動作点周りでIV特性を直線近似する**局所線形化**は、トランジスタなどのアクティブ素子を含む回路を読むのに、必須とも言える手法である。

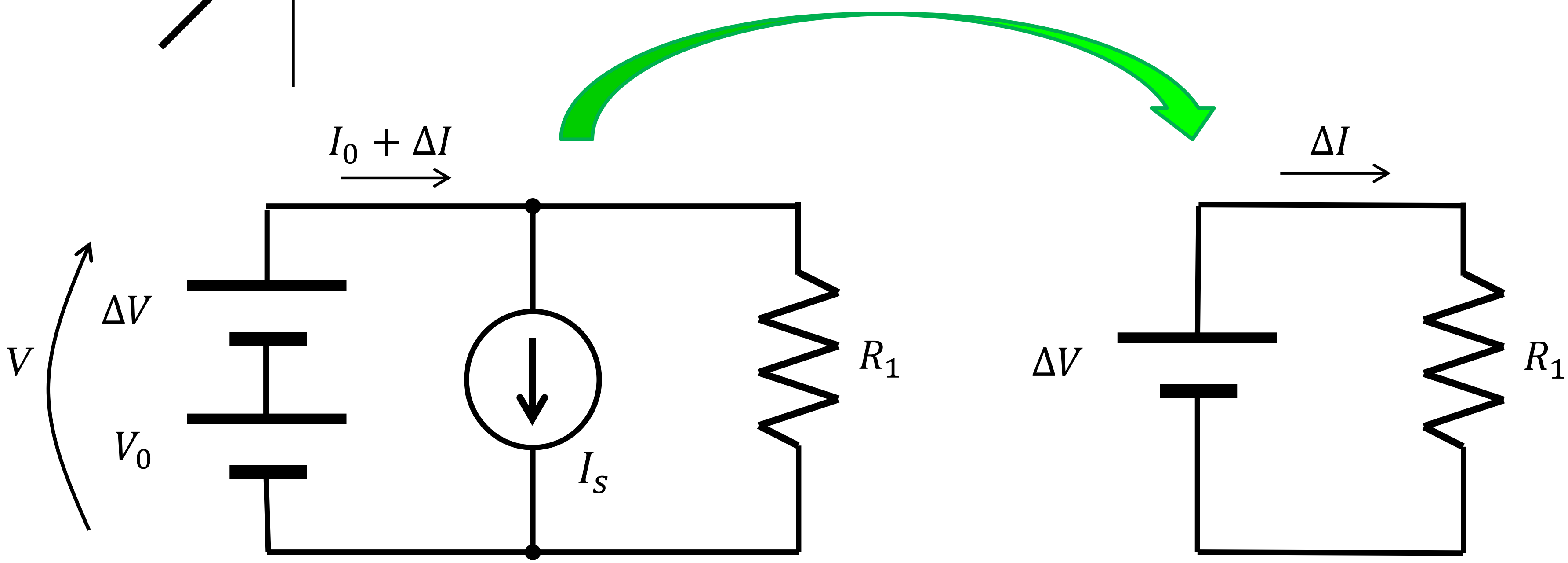
http://neptmh.web.fc2.com/mht039/mht039.html

局所線形化

小信号・大信号という言葉を聞いたことがあるだろうか。
恐らく既習と思うが、ここの議論と対応がつくかな？

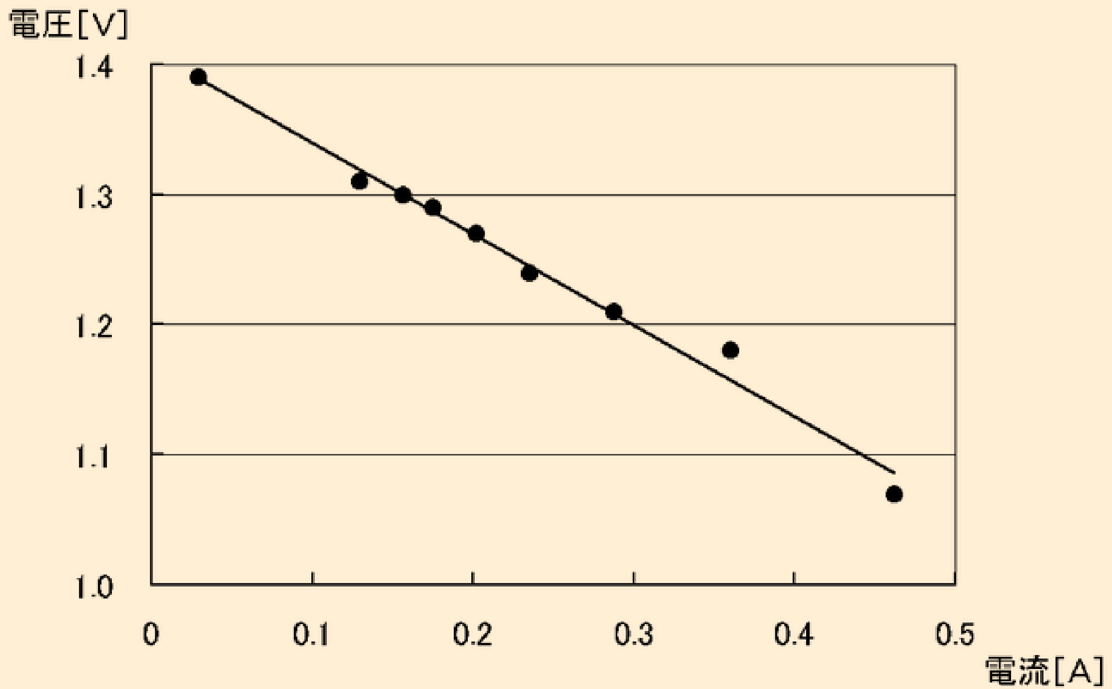


IV特性が原点を通らない場合を考えると、ブランチの電圧と電流が、ある**動作点**で同じであるからと言って、等価なブランチとは限らない。左図のように、動作点からの変化率が異なるかも知れないからである。
R_1の直線は左下の等価回路になるが、動作点からの変化量にだけ着目すると、右下図のように簡単化できる(**原点合わせ**という操作)。回路を読むときに多用する手法である。

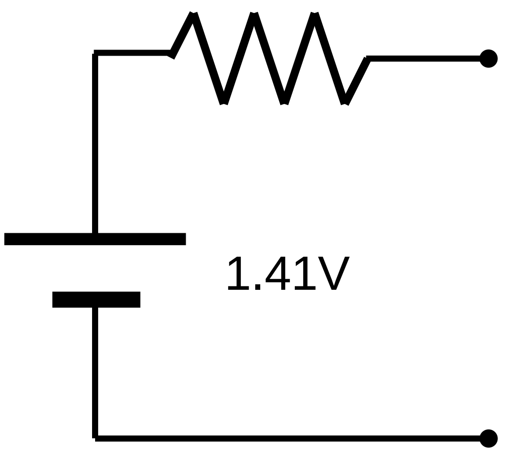


電池の内部抵抗

http://www.aichi-c.ed.jp/contents/rika/koutou/buturi/bu8/teikoukito/naibuteikoh.htm



(図４ 実験例)

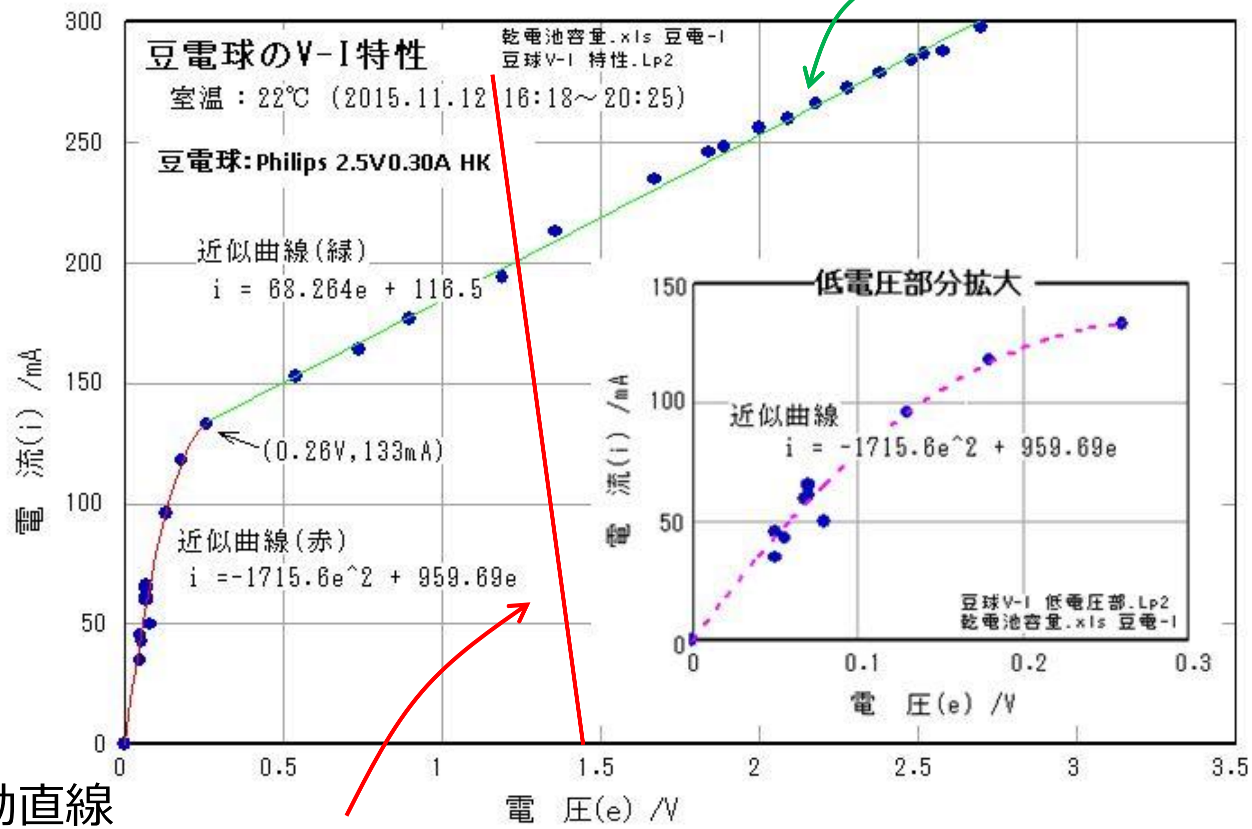


理想電圧源は、内部抵抗0に理想化した電池と考えられる。
同様に、理想電流源はコンダクタンス(抵抗の逆数)を0に理想化した電流源である。

豆電球駆動回路の動作点

ランプと電池の特性を重ね合わせプロットすると、その交点が動作点になる。

負荷直線 $I = 0.068264V + 0.1165$



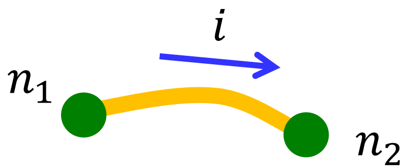
問題:
駆動直線は負性抵抗になっている。なぜか。

駆動直線

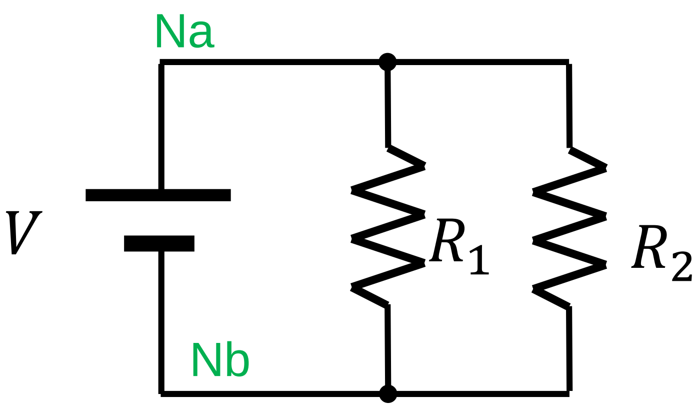
$$0.70\,I = 1.41 - V$$

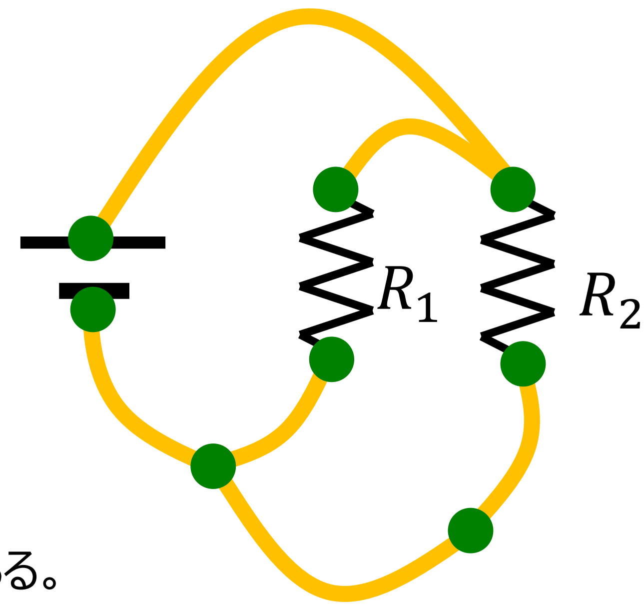
図的解法は、非線形ブランチでも有効である。が、交点精度は出しにくい。精度を上げるため、それぞれを線形近似し、連立方程式を解くと、$I = 203\text{mA}, V = 1.27\text{V}$ と求まった。

配線＝0Ω抵抗



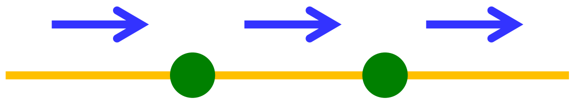
ブランチが0Ω抵抗の場合、電流iの大きさに関わらずノードn_1とn_2の電位は同じになる。0Ωブランチで接続したノードは全て同電位となり、ひとつのノードであるかのように見なせる(ひとつのノードに**縮退**する)。電子回路の実配線は、回路論の立場で見ると、実ブランチ(抵抗や電池など)を0Ωブランチでつないだもの(配線したもの)である。



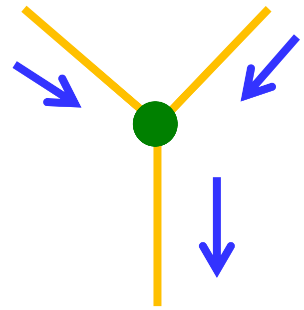


一つの回路図に対し、配線の仕方はいくつもある。実配線は0Ωではないので、配線の仕方に応じておなじ回路図でも特性が変わって来る。

配線(0Ωブランチ)を流れる電流



ひとつの0Ωブランチを複数の0Ωブランチに分割すると、追加したノードは同じ電位になる。またブランチは本来が、電流をノード間で伝達するものであるから、分岐のないノードでは電流も同じになる。グラフには「長さ」という概念はないが、「ノードを何個伝わった」という数は数えられる。
これが、「配線に電流が流れる」という認識の起源なのではないだろうか。



配線で電流が合流する所では、KCLから電流値が加算されて出てゆく。

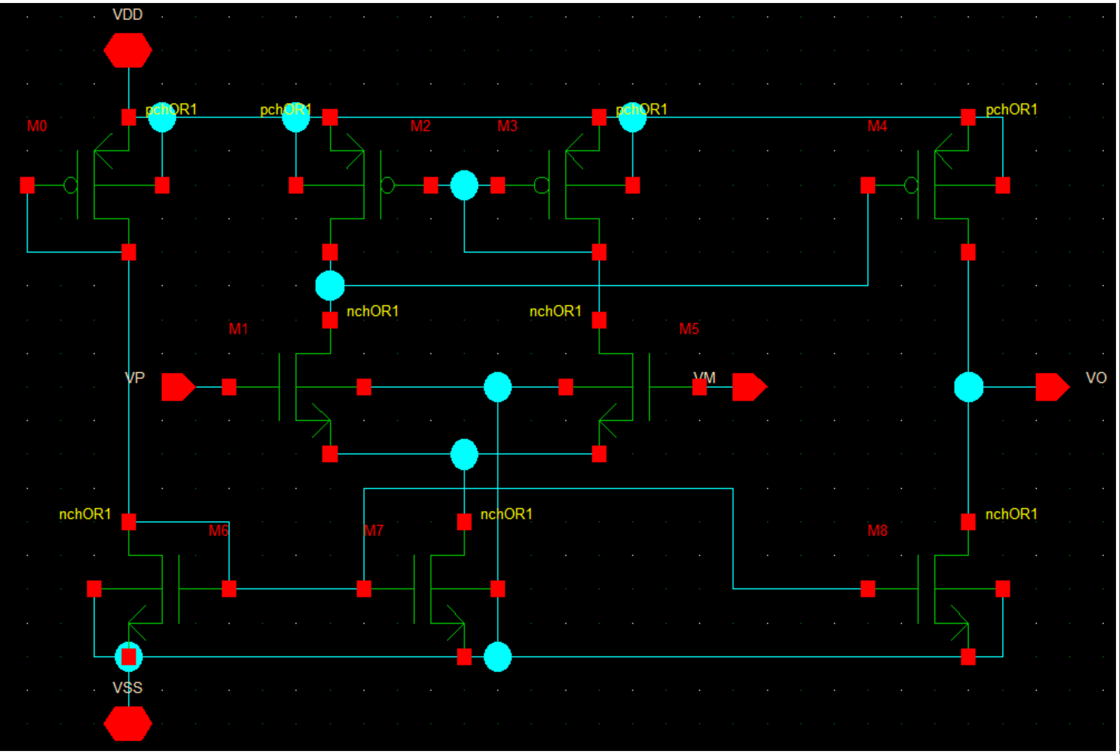
かくして、本来ノードの法則であるKCLが配線の法則である(かのように)認識されることになる。

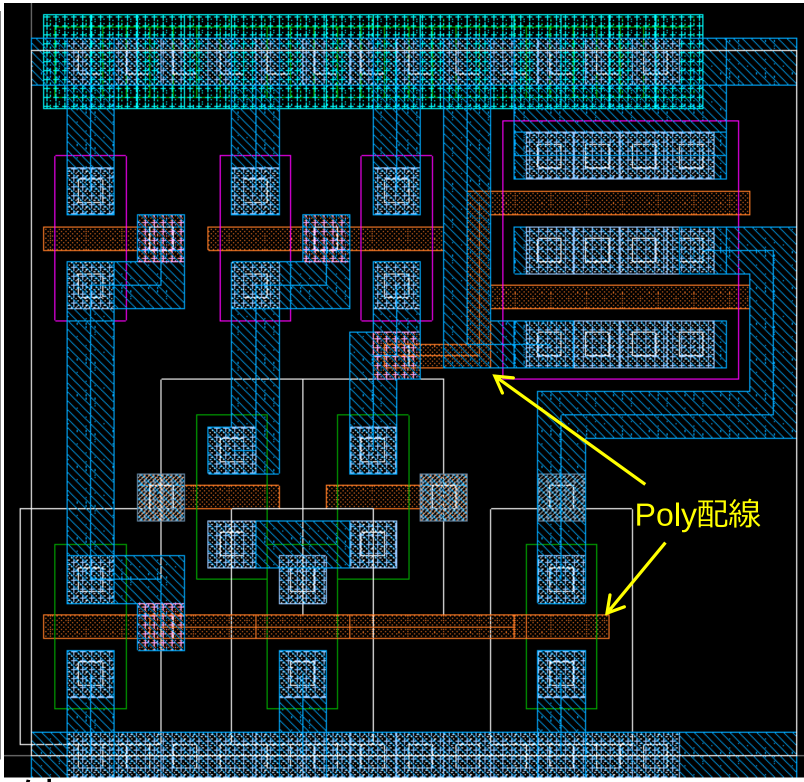
IC配線のバックアノテーション

実配線は0Ω抵抗ではない。

IC回路の例

そのレイアウト





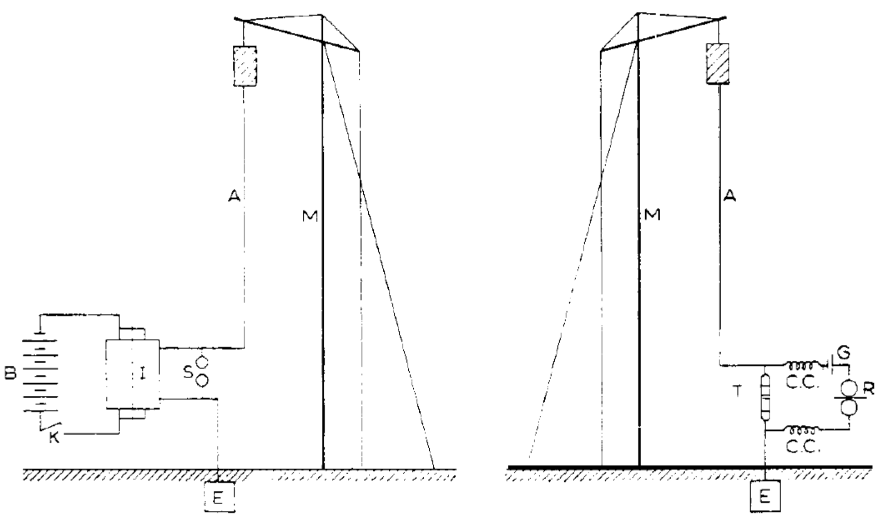
右のレイアウトは、ほぼ左の回路図通りの配置である。ここでは
メタル配線(水色)を1層で済ますため、Poly配線(橙色で本来はTrのGに用いる)が使われている。
しかしPoly配線はメタル配線より、遥かに高抵抗であり、無視できない(かも知れない。) 一般に、
IC内ではノードとブランチの区別が曖昧になり、回路図にないブランチを想定(LPE: Layout Parasitic
Extraction)しないと、実特性がシミュレーションできない。

https://scrapbox.io/makelsi/Glade%EF%BC%9A%E3%82%A2%E3%83%8A%E3%83%AD%E3%82%B0%E5%9B%9E%E8%B7%AF%E3%81%AE%E8%A8%AD%E8%A8%88

GND, Earth, そして時にはVSS

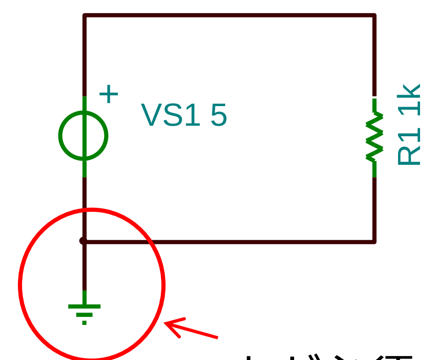
電位は他のノードからの差分としてしか規定できない。
回路シミュレータでは電位を値として定めるため、回路のどこかに0Vのノードを定めることになっている。この基準となるノードをGNDと呼ぶ。

Marconiは無線機の一端をearthにつないでいた。
これが転じてGroundになったのだろうと推察している。



from his Nobel lecture

Sim回路例



これが必須

ネットリスト

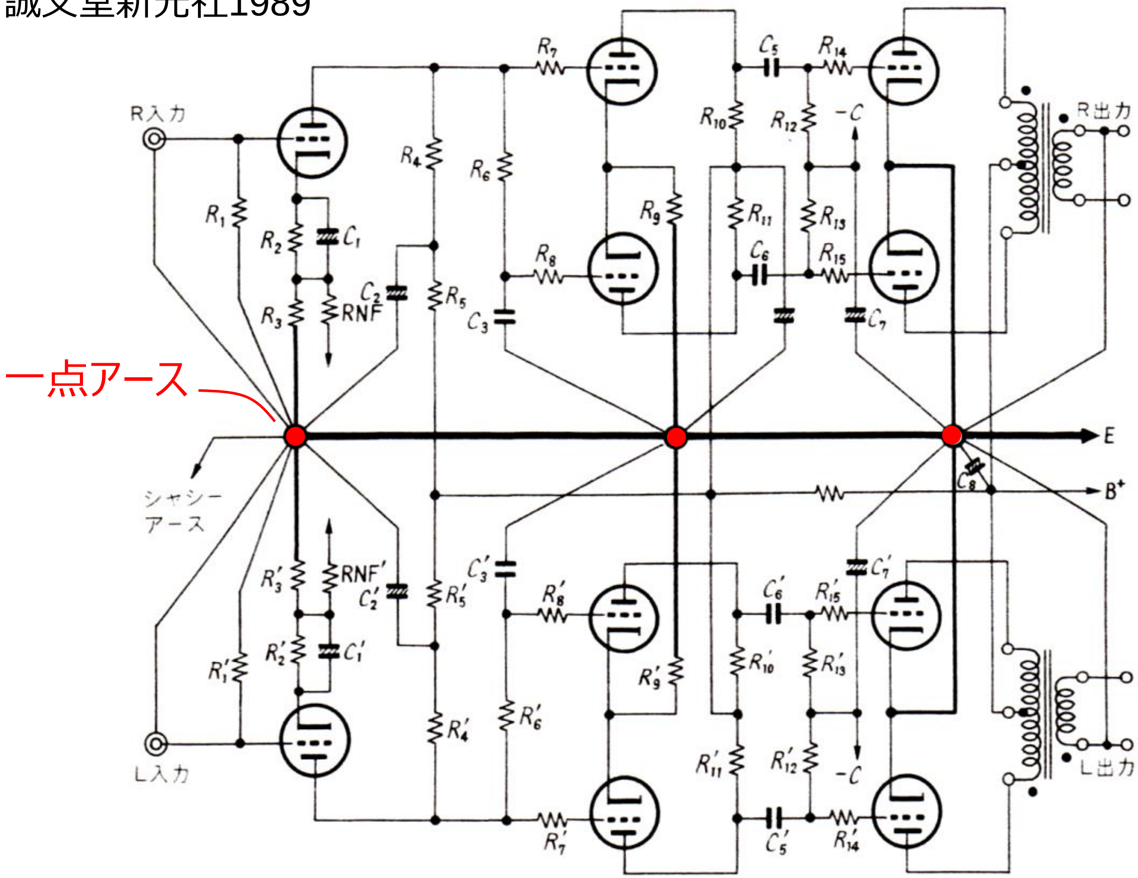
```
.TEMP 27
.DC LIN VS1 0 1 10M

VS1        1 0 5
R1         1 0 1K
.END
```

GNDノード番号には0が振られている。
どのシミュレータもこの慣習に従うようだ。

ICではVSSという呼び方を用いる事が多い。これは
系統が異なる命名規則から来ている(と思われる)。

1点アースという迷信 ⟷ べたアース

黒川達夫: デジタル時代の真空管アンプ
誠文堂新光社1989



真空管の時代から、オーディオアンプでは1点アースが推奨されていた。当時は部品を立体(3D)接続していたが、その後プリント基板が発明され、多層基板(2.5D配線)によるベタアースが標準的になる。
しかしポイントは、1点アースか、ベタアースかという教義争いではない。
信号は電位を経由して伝達されるが、回路ブランチは電位差(=電圧)で動作するところにある。すなわち、**信号電位の反対側にあるブランチ電位**(かつてはそれがアースであったが、IC内では**電源のことも多い。**)をどう設計すべきか、という状況認識が重要である。

一点アースは、ネットで引けば色々出てくる。例えば
https://www.zuken.co.jp/club_Z/z/analog/007/ana_110224_2.html
http://www.miyazaki-gijutsu.com/series2/noise092.html

Kirchhoffの法則は正しいか

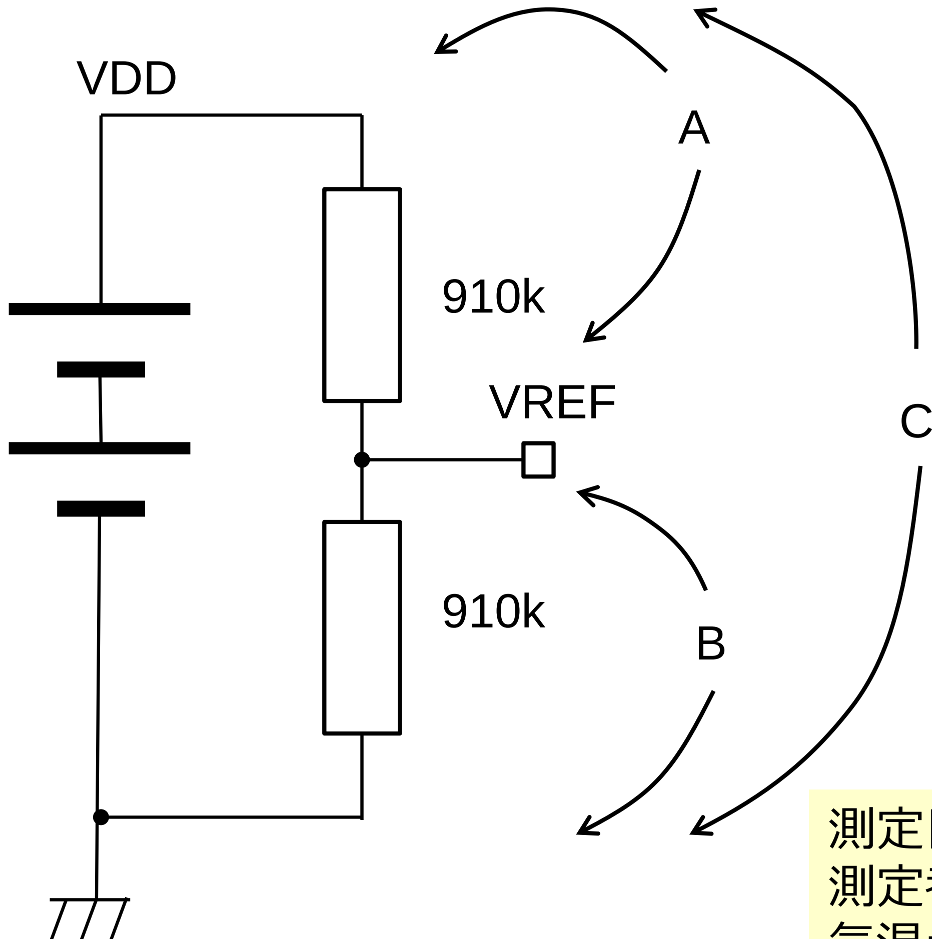
Kirchhoffの法則を実験で確認することを考えよう。

電圧は何で測るの? ⟶ 答えは電圧計

電流は何で測るの? ⟶ 答えは電流計

では、電圧計や電流計は、どのような理屈に基づいて表示値を正当性しているのだろうか。電気回路の法則を使わずに、それらの動作を説明できるだろうか。
(鶏が先か卵が先か?)

抵抗直列回路でのKVT検証



(単位: V)

A	1.258
B	1.219
C	2.59
A+B	2.477

A+B≒C x 0.956
期待値より4%程小さく出ている。

測定条件

測定日: 2018/8/27
測定者: 源代裕治
気温: 32.5℃　湿度: 53%
電源: Panasonic Evolta BK-3MLE
デジボル: AND AD-5523 デジタルマルチメータ

測定系

何があるか分からないので、測定条件は、無関係に思える項目も含め、出来るだけ詳しく記録しておく。

測定日: 2018/8/27
測定者: 源代裕治
気温: 32.5℃　湿度: 53%
電源: Panasonic Evolta BK-3MLE
デジボル: AND AD-5523 デジタルマルチメータ

経験的に、担当者の名前が最大の情報量を持つ。

スペックへのリンクがあると便利。
このデジボルはカタログデータでは入力インピーダンス>10MΩ

写真は残しておくと、後で役に立つことがある。
測定プログラムとか評価基板とかは、評価中ドンドン変化して行くものなので、記録の残し方に努力と工夫が必要である。

理論と実験が矛盾するときは、実験が間違っている

勿論、理論が間違っていることもタマにある。が、この主張が正しい場合が圧倒的に多い。

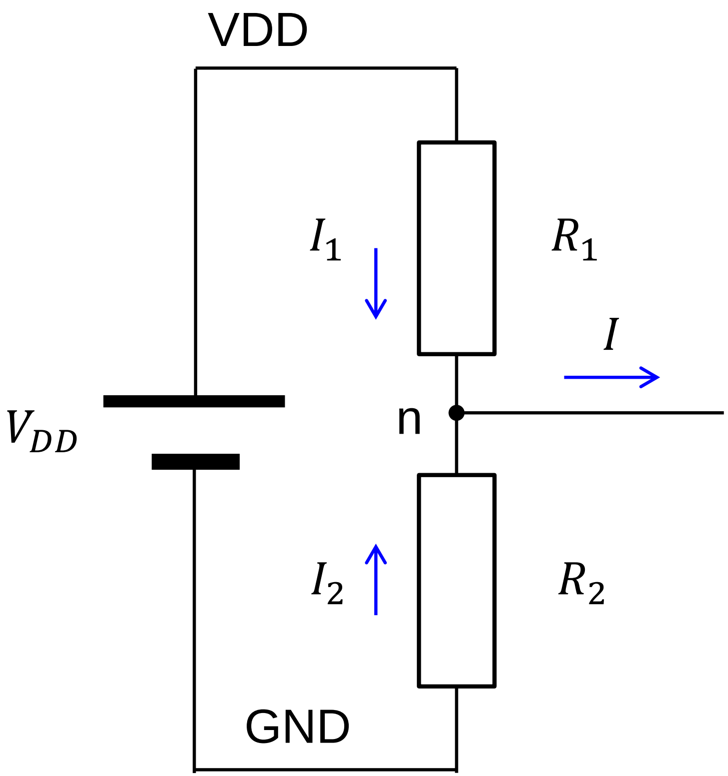
では、
　世の中が自分の思い通りにならないときは、世の中が間違っている
というのはどうだ。

有限個の実験と無限個の理論があれば、実験と合う理論も無限にある。
　(伝 Niels Bohr)
Minkowskiの『部屋割り論法』に触発された発言と思うが、この主張は勿論間違っている。

事実が理論と合わない時、エンジニアは『寄生素子』をくっつけて辻褄合わせに走る。
それが正しい行動かは、効能に依って測られる。(pragmatism)
適切に配置された寄生素子は美しい。現象の枝葉を払い、本質を見せてくれる。
エンジニアの技量が問われる場面でもある。

閑話休題

電流はどっち向きに流れるか



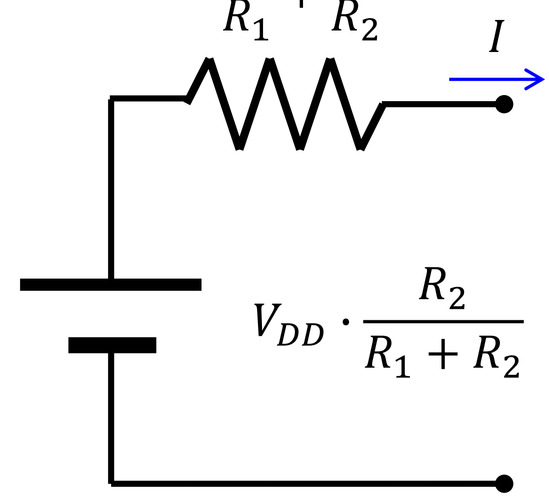
左図の分圧回路を考えよう。抵抗に流れる電流は下向きに$V_{DD}/(R_1+R_2)$である。常識的に、電流は低きにながれるものであるから、電圧が低い側から高い側に電流が流れることはない。

ここでノードnから電流Iを引き抜くことを考えよう。その時、ノードnの電圧は変化どれだけ変化するであろうか。また、電流Iはどのように分流して行くであろうか。

上図の状況ではI_2はGNDからV_{DD}の方向に流れる。動作点からの変化分を考えるときは、電源とGNDはショートされている(同電位)と見做す。

$$R=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}$$

並列抵抗にThevenin equivalentを用いると、ノードnの電圧が分かる。そこから各抵抗に流れる電流を求めて、変化分を計算する手もあるが、、、

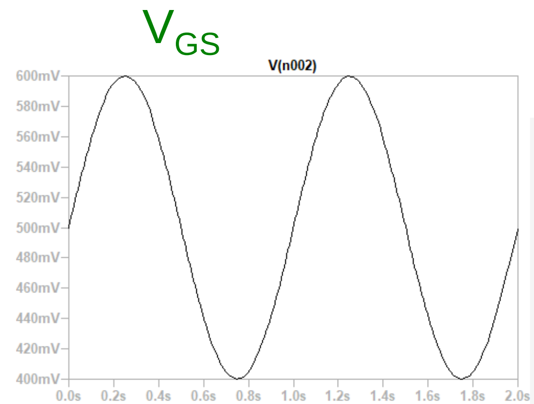


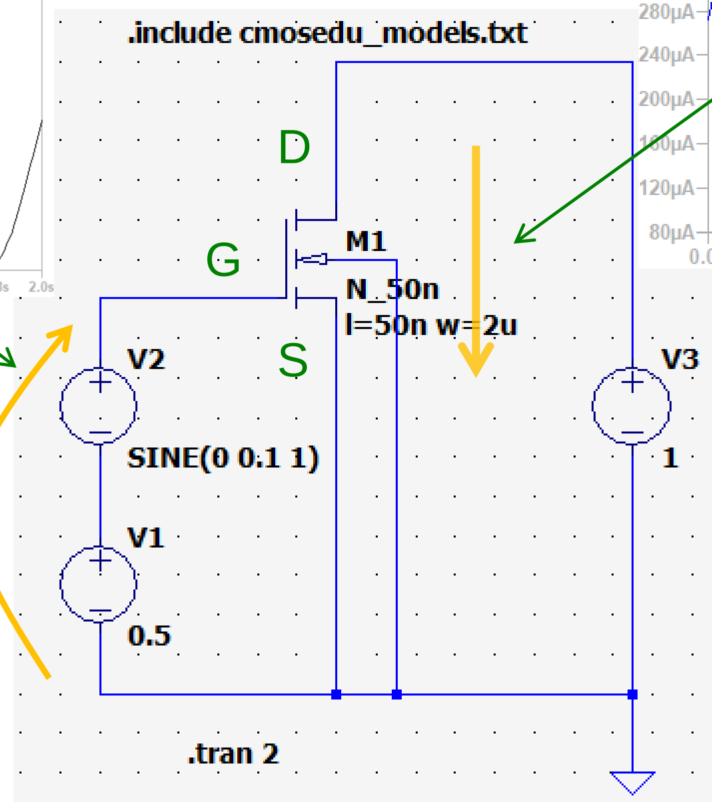
第3章 飛び道具ブランチ達

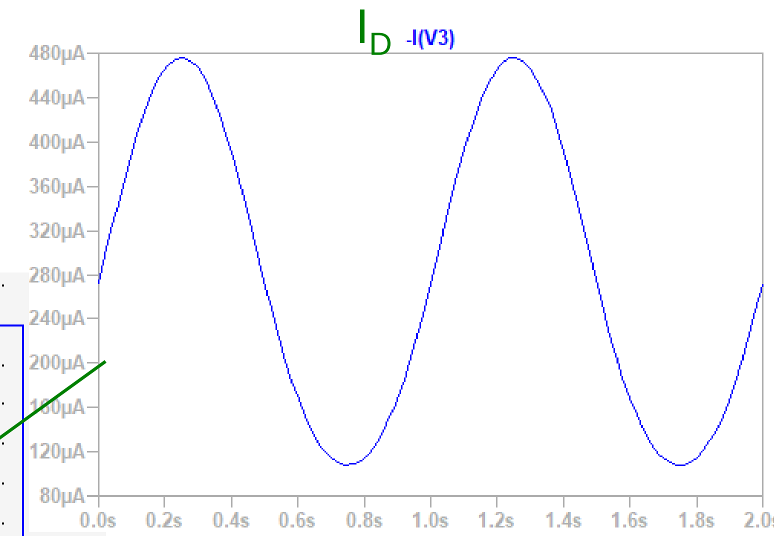
他nodesの電圧や他branchの電流に依存するIV特性を持つbranchesがある。
一般に能動素子(active device)という。が回路論では、従属電源で表現される。

電流が他所の電圧で決まるブランチもある

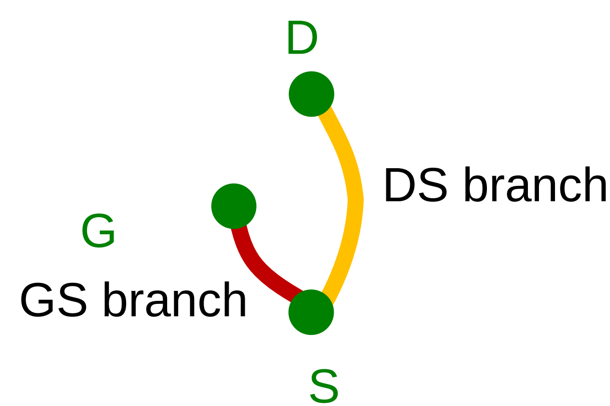
例えばNMOSのDrain-Source間は、回路的には
ひとつのブランチである。その電流はGate-Source
間電圧に応じて変化する。



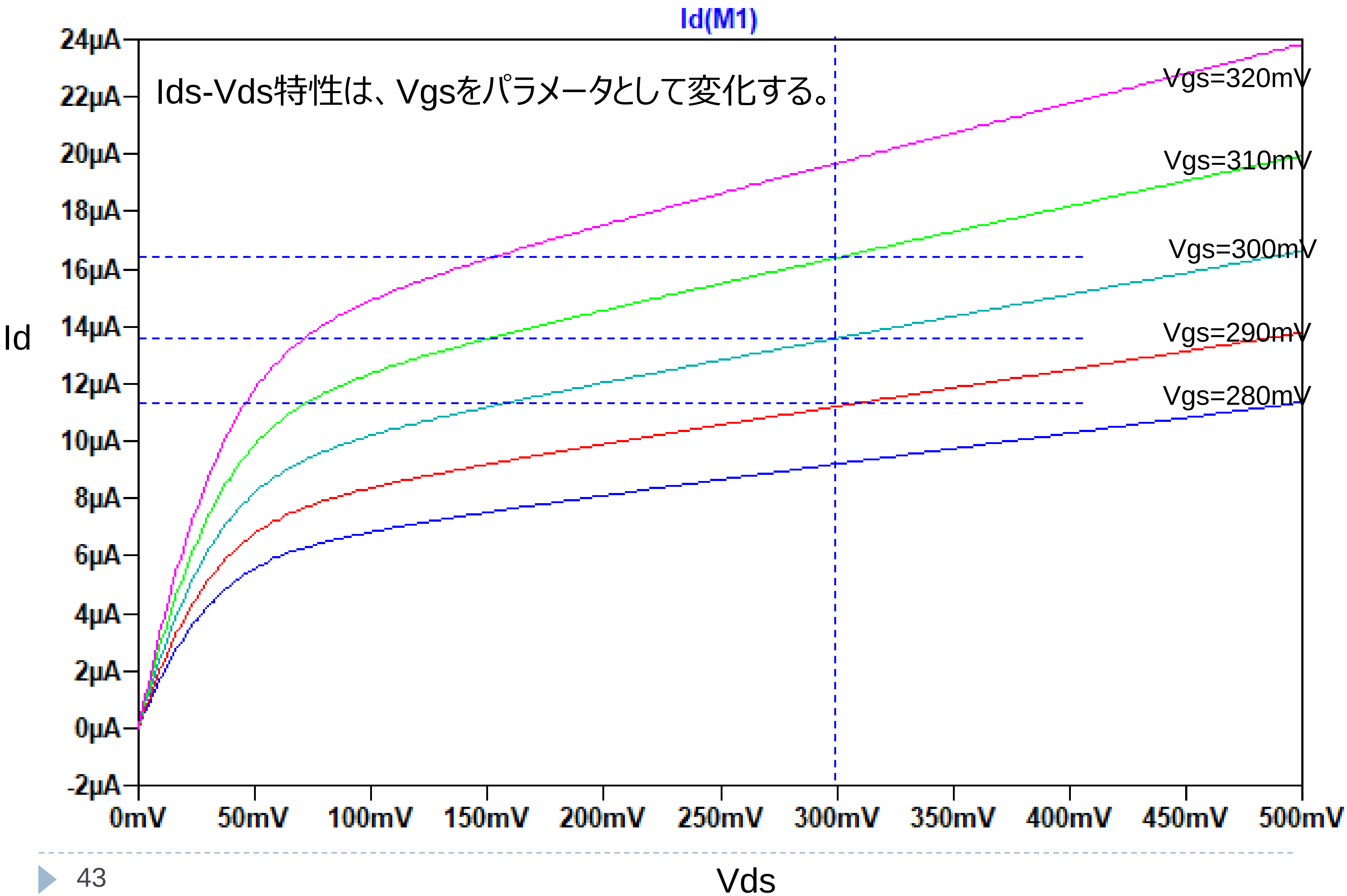




MOS Tr.のブランチモデル

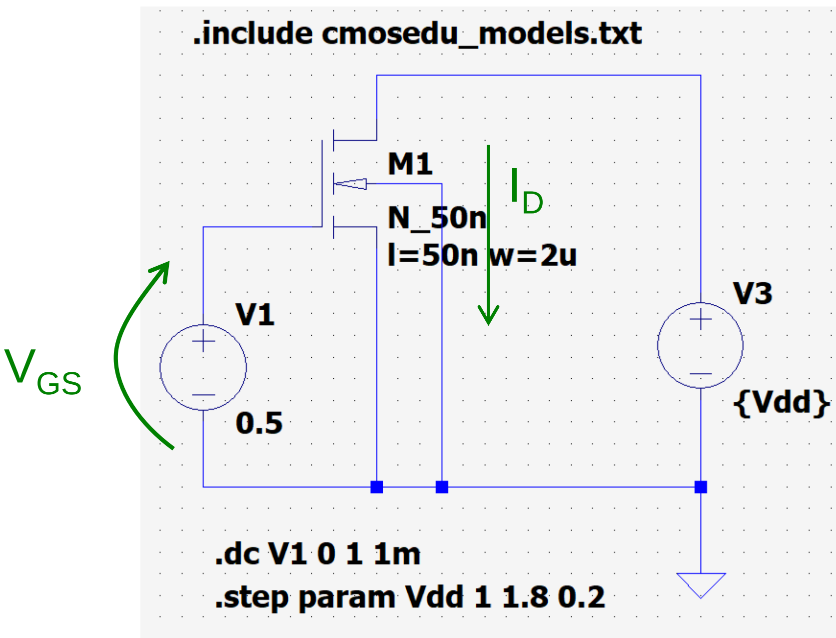


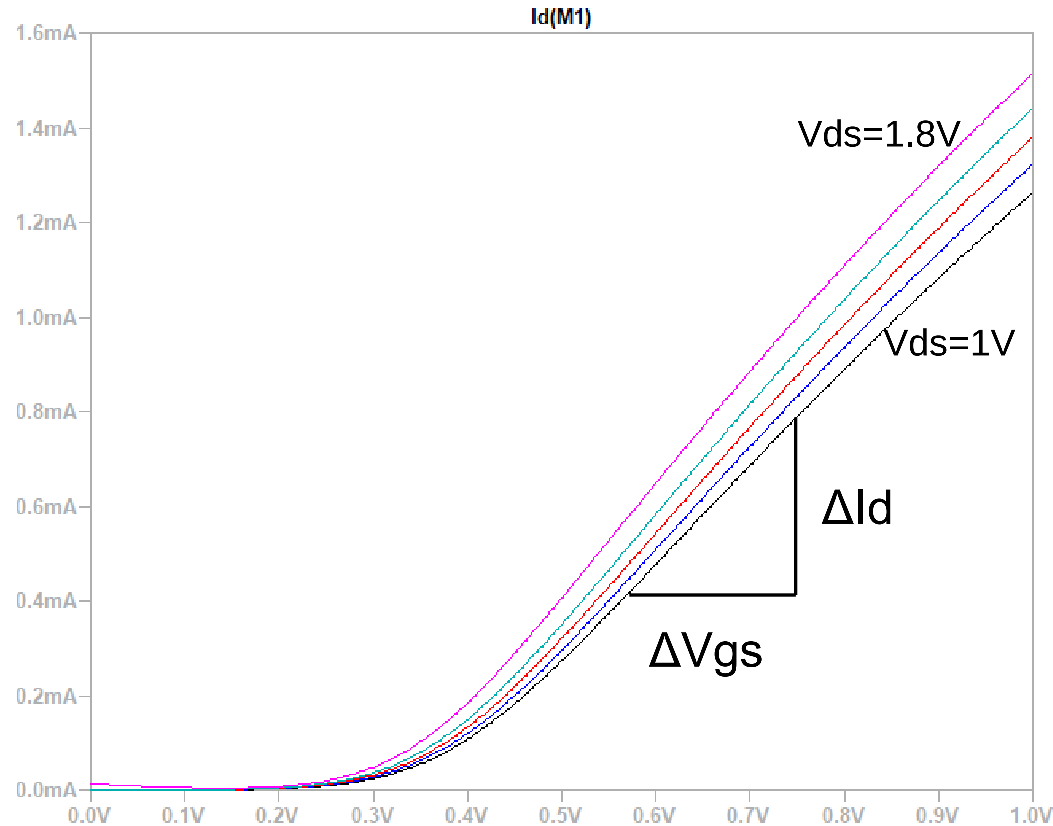
NMOS トランジスタのIV特性例



相互コンダクタンス(mutual conductance)

同じトランジスタをVdsをパラメータとして
Ids-Vgs特性として見ることもできる。





Ids-Vgs特性は、トランジスタの入出力の特徴付けになる。その傾き

$\dfrac{\Delta I_d}{\Delta V_{gs}}$ は、別ノードの電流電圧比(コンダクタンス)なので、相互コンダクタンスと呼ばれる。

その記号として g_m が広く用いられている。

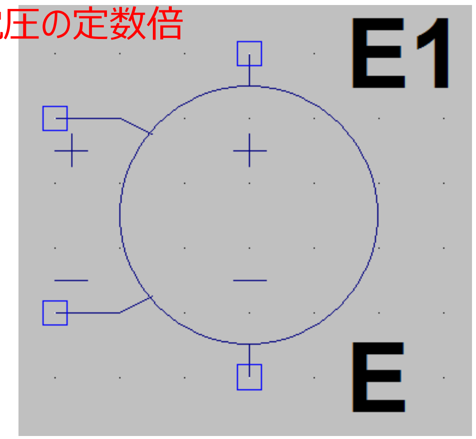
従属電源ブランチ

記号はLTspiceのもの。
デバイスの先頭文字割り当ては、Spiceでの規則

他所の電圧や電流をパラメータとする電源ブランチをdependent sourcesと称する。
実回路図には存在しない仮想的な素子であるが、実在する物理現象(電磁誘導など)の回路的表現である。
シミュレーションで(デバイスモデルでも)多用する。

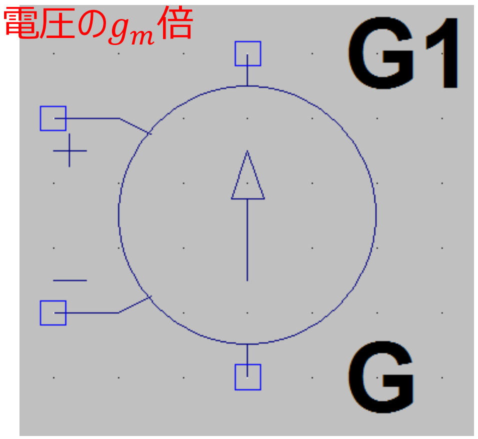
VCVS: Voltage Controlled Voltage Source

入力電圧の定数倍



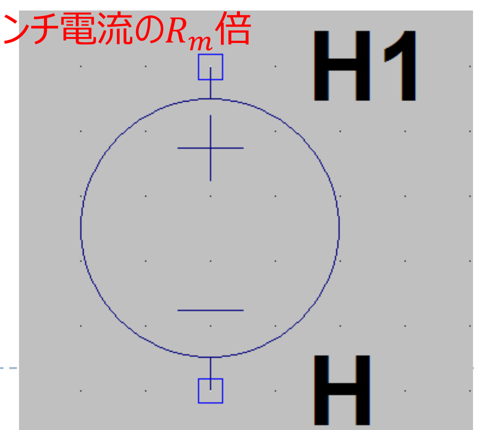
VCCS: Voltage Controlled Current Source

入力電圧のg_m倍



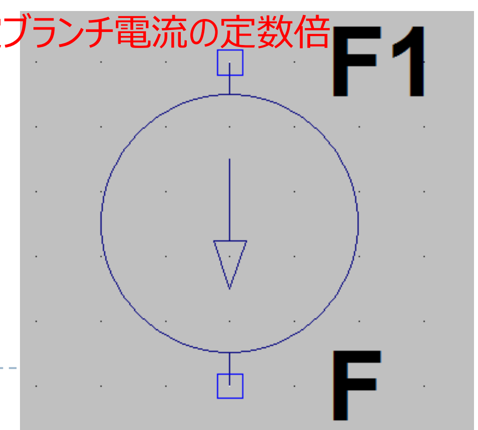
CCVS: Current Controlled Voltage Source

指定ブランチ電流のR_m倍



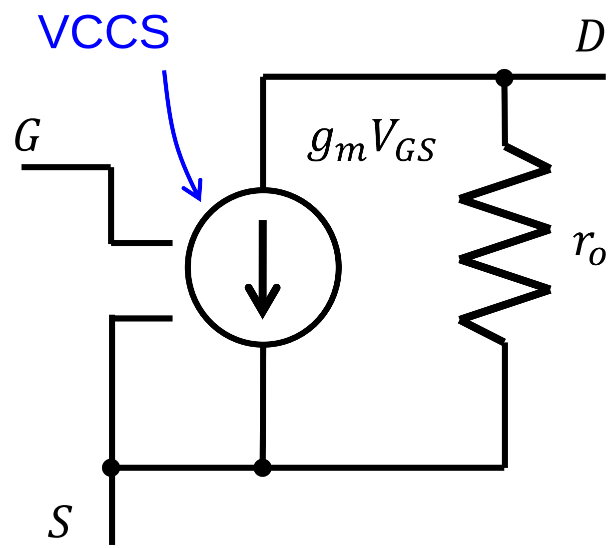
CCCS: Current Controlled Current Source

指定ブランチ電流の定数倍



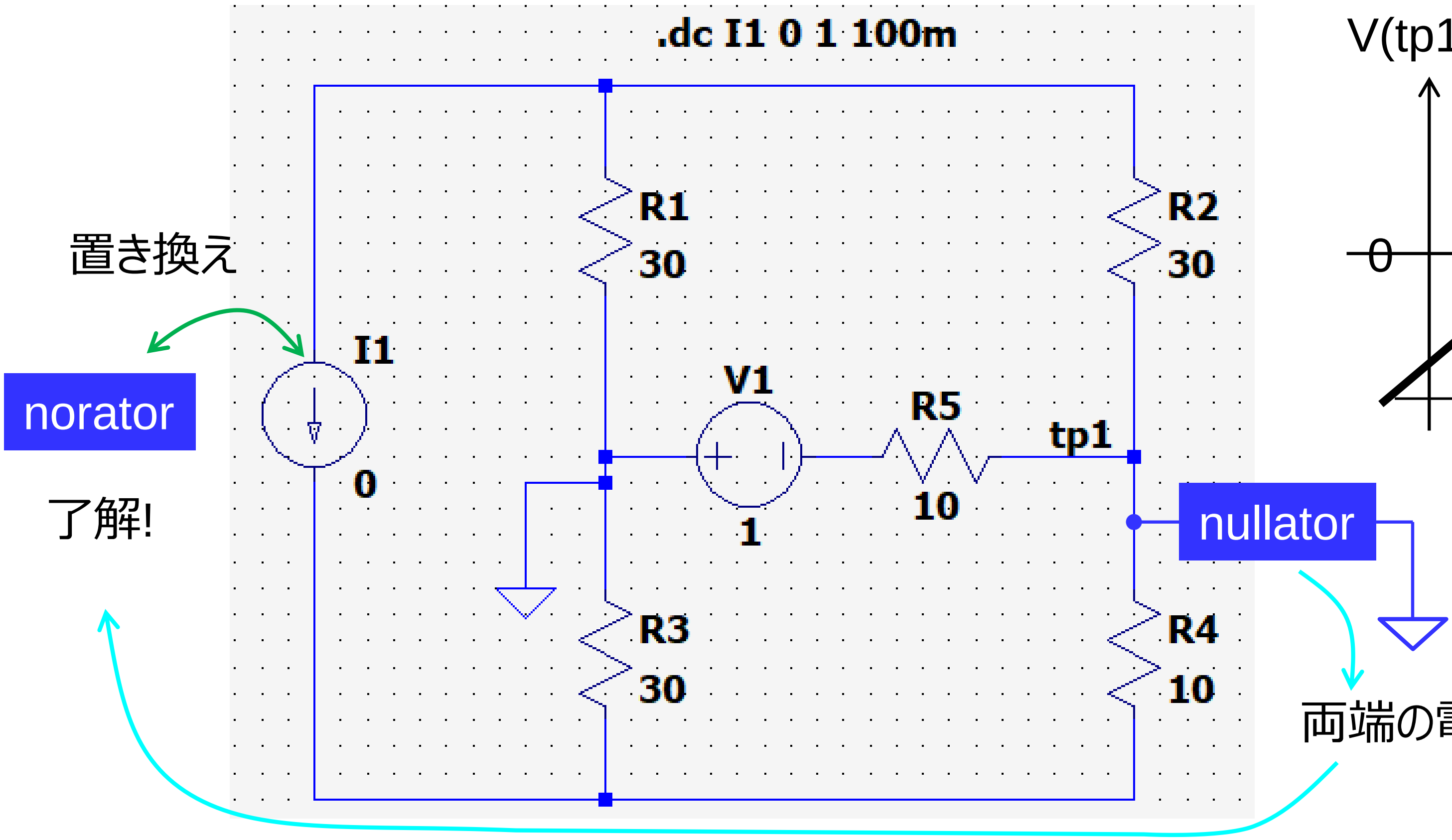
理想トランジスタの等価回路

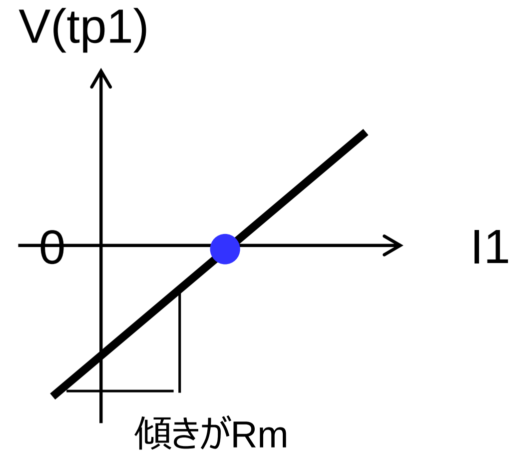
実トランジスタを十分な精度で記述するには、非常に複雑な等価回路が必要になる。半面、精度を追及すると、動作の大局を見失うことになる。回路を考えるときには下図の、いわゆる**小信号等価回路**で十分なことが多い。ただし、この等価回路は着目している動作点を移動(Vgs=0のときId=0に)していることは注意しておく。



能動素子の動作を回路で記述(等価回路で表現)するには、何らかの飛び道具ブランチが必須になろう。

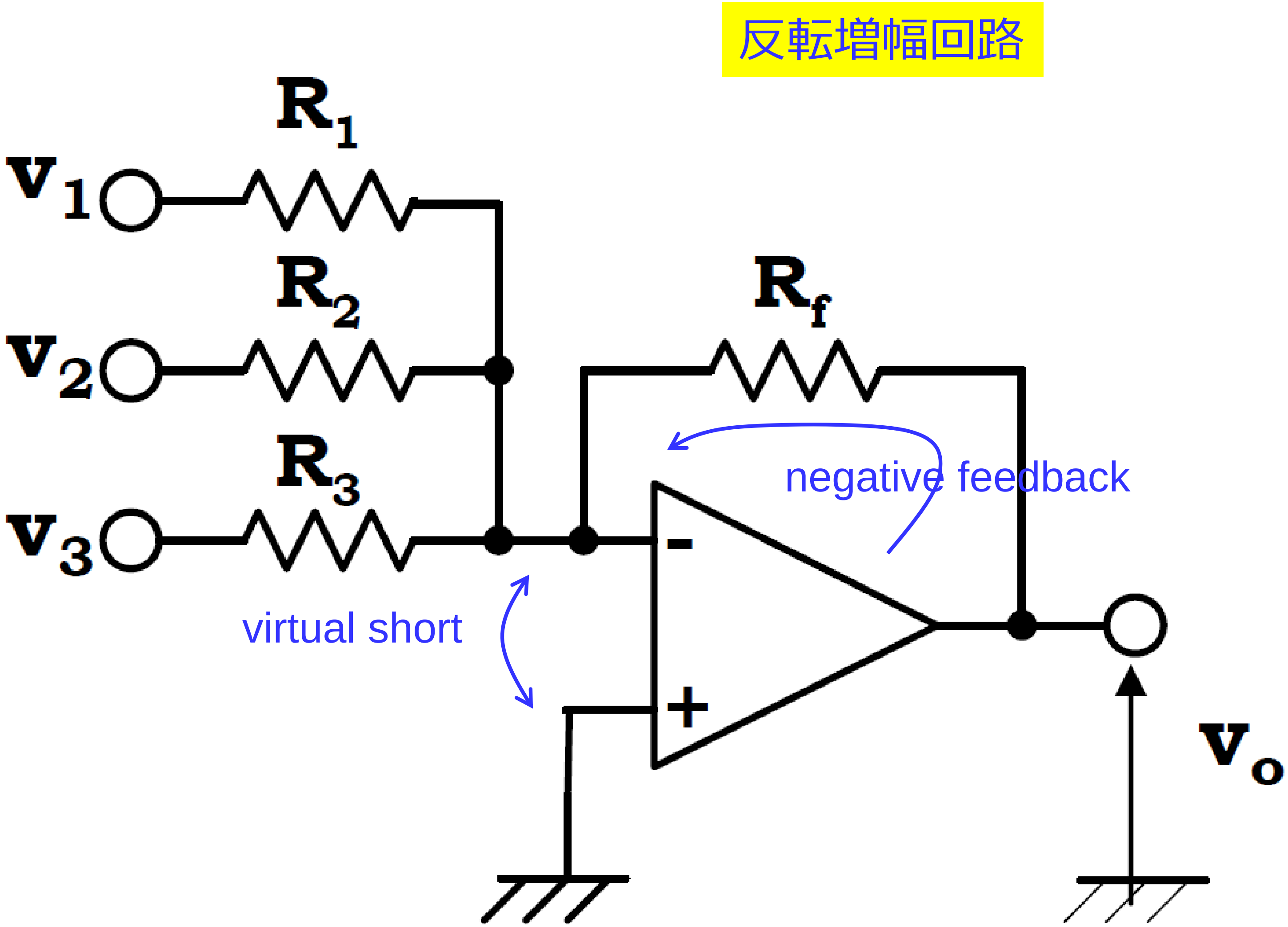
フィードバック型ブランチ対





回路の電流源ブランチの電流を変えると、直結されていないノードの電圧が変化する。
この変化率は抵抗の次元なので、相互レジスタンス(mutual resistance)と呼ぶのが相応しかろう。
ここで、対象ノードにnullatorなる仮想素子(これは測定素子)をつなぎ、対象電流源をnoratorなる仮想素子(これは被制御素子)に置き換える。両者は協力して、対象ノードを指定電圧にする。

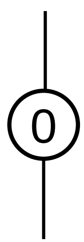
例えば OPAMPの加算回路 のOPAMPの働きは



理想OPAMPのnullator/norator表現

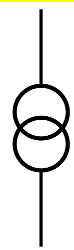
nullator/noratorは、IV特性で表現される通常の素子ではなく、回路を特定の状態に持って行くという奇妙な素子である。もともとは回路理論の研究のため考案されたようだ。これを使うと理想OPAMPを表現できる。

nullator



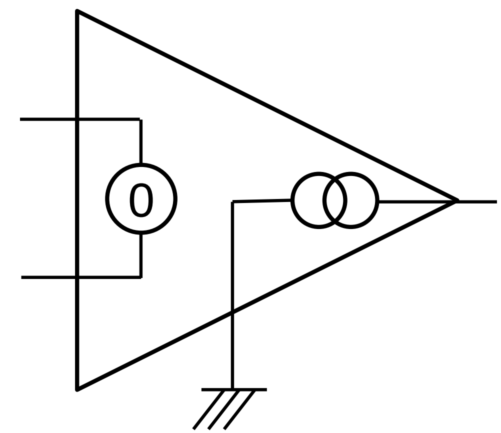
両端電圧を0にするが電流は流さない。

norator

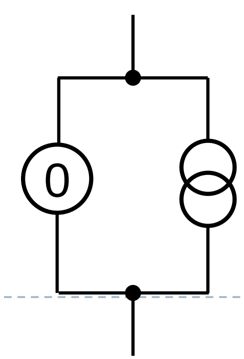


電圧に関わらず電流は不定。対応するnullatorの両端電圧を0にする。

理想OPAMP



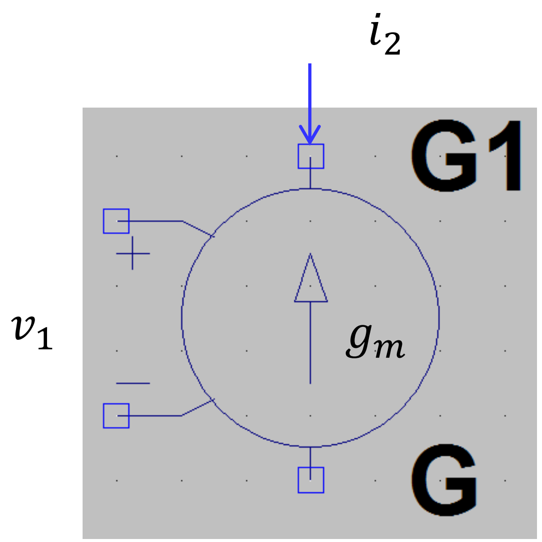
0Ω抵抗

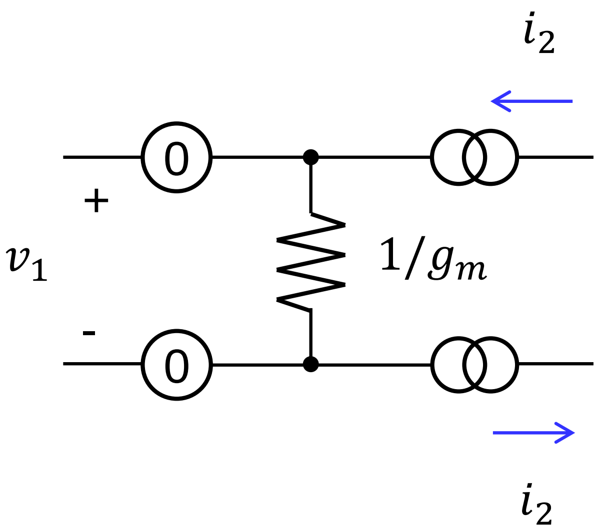


B.D.H. Tellegen, "On Nullators and Norators," IEEE Tran. on Circuit Theory, Vol. 3, Issue 4, pp. 466-469, Dec. 1966.

VCCSのnullator表現

feed-forward型素子をfeed-back型素子で置き換えることができる。
逆も真(に近い)なり



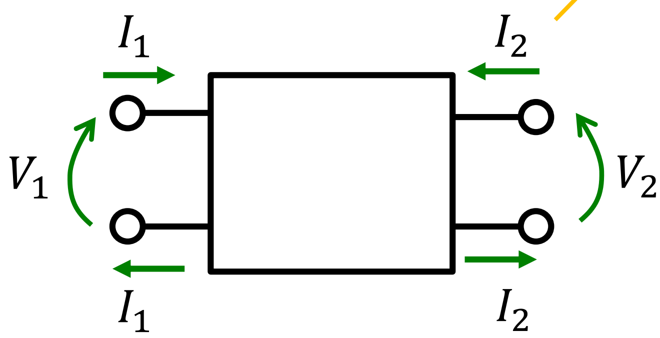


電流の向きが逆になるが、気にすることは無い。
同様に他の従属電源も書き直せる。
どれがどれと組になっているかは、自然であろう。

Mourad Fakhfakh, Marian Pierzchala
"Pathological Elements in Analog Circuit Design," Springer, 2018.

2端子対回路

用途に応じて、I_2 の向きを逆にしている場合もあるようだ。



左側branchのIV特性と右側branchのIV特性は、V_1、I_1、V_2、I_2の四つの変数を持つ。そのうち、ふたつを決めると残り二つが決まってしまうような素子(というより複合回路)が考えられる。この素子は、これまで説明してきた飛び道具ブランチの一般化(のひとつの方向)である。このように定式化した回路を**2端子対回路**、もしくは**4端子回路**という。

実回路で上図の切り出しをしたとき、4変数は一般には複雑な関係を持つ。回路の動作点に応じて、固定電流が流れている(入力0でも出力はある)状況の方が普通である。そこに<u>局所線形化</u>と<u>原点合わせ</u>という近似操作を行うと、その属性は線形となり、行列で表せるようになる。例えば、V_1、I_1 を独立変数とし、V_2、I_2を決めるとすると、

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

なる行列表現が得られる。この表現をKパラメータという。どれを独立変数とするかで属性値は異なって来るが、同一の2端子回路対属性の異なる表現と見なせる。

線形2端子対回路表現法一覧

4つの変数からふたつ選ぶ方法は6通りある。伝統的に、そのそれぞれにアルファベット1文字が割り当てられている。数値的な精度を問わなければ、これらの相互変換が可能である。

*Z*パラメータ (インピーダンスパラメータ)

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

*Y*パラメータ (アドミッタンスパラメータ)

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

*H*パラメータ

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

*G*パラメータ

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

*F*パラメータ

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

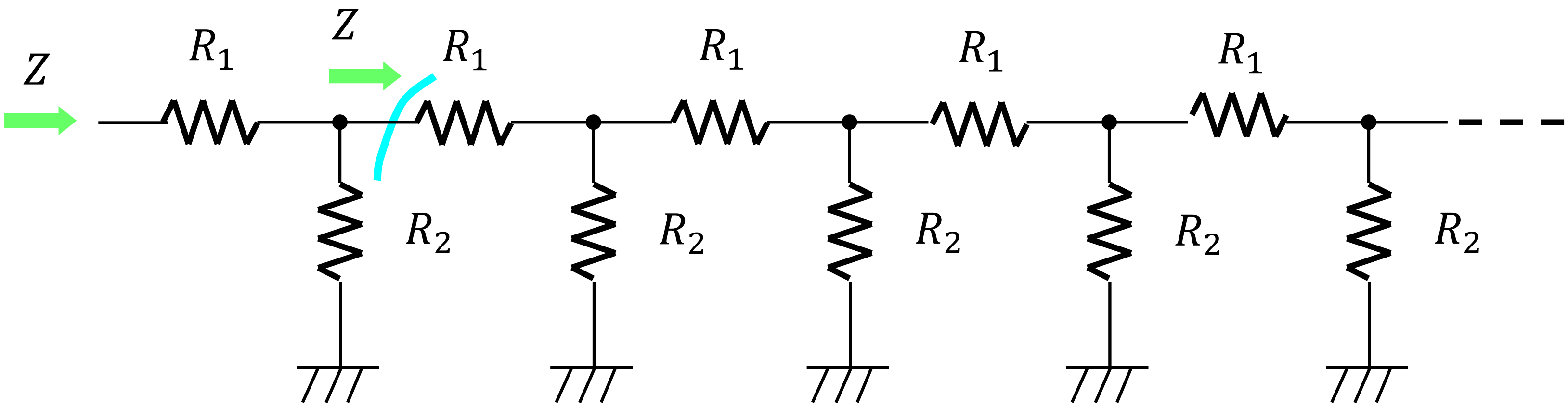
*K*パラメータ

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

第4章 1次元抵抗ラダー

繰り返し構造を持つ回路の一番簡単な形態である。

半無限ラダー



無限の性質から、左端にR_1R_2回路を1段追加してもZになる。すなわち、

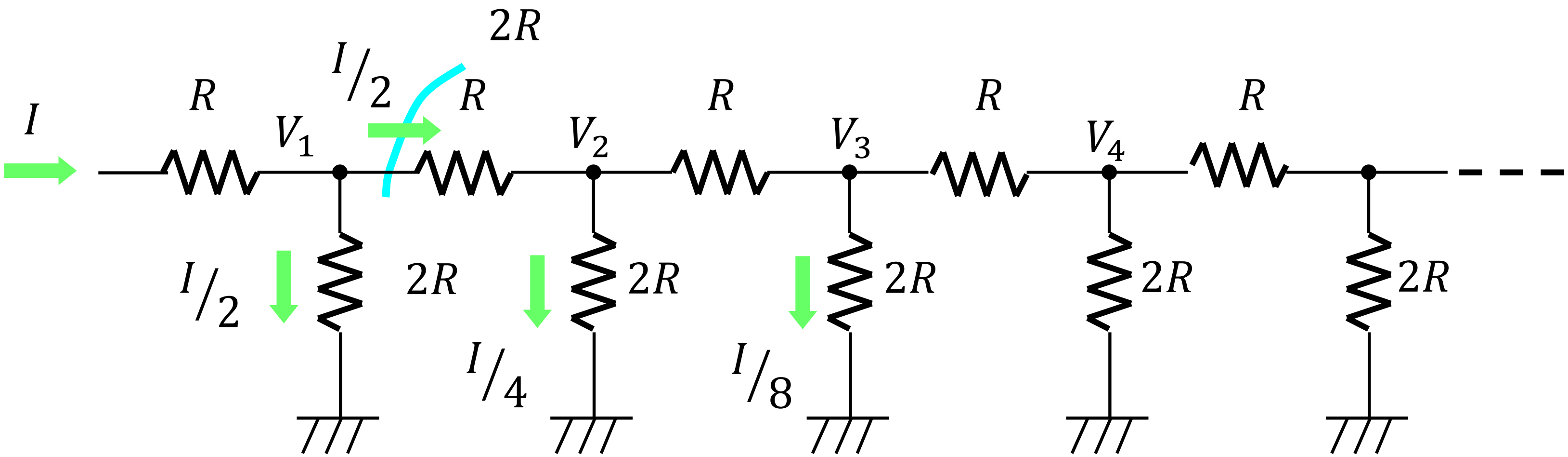
$$Z = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{Z}} \quad \longrightarrow \quad Z^2 - R_1 Z - R_1 R_2 = 0$$

この2次方程式は正負の実数解を持つが、そのうち正のものが求める値である。

$$\therefore \ Z = \frac{R_1 + \sqrt{{R_1}^2 + 4R_1R_2}}{2}$$

特に、$R_2 = 2R_1$の時 $Z = 2R_1$ となる。

R-2Rラダーによる分流と電位



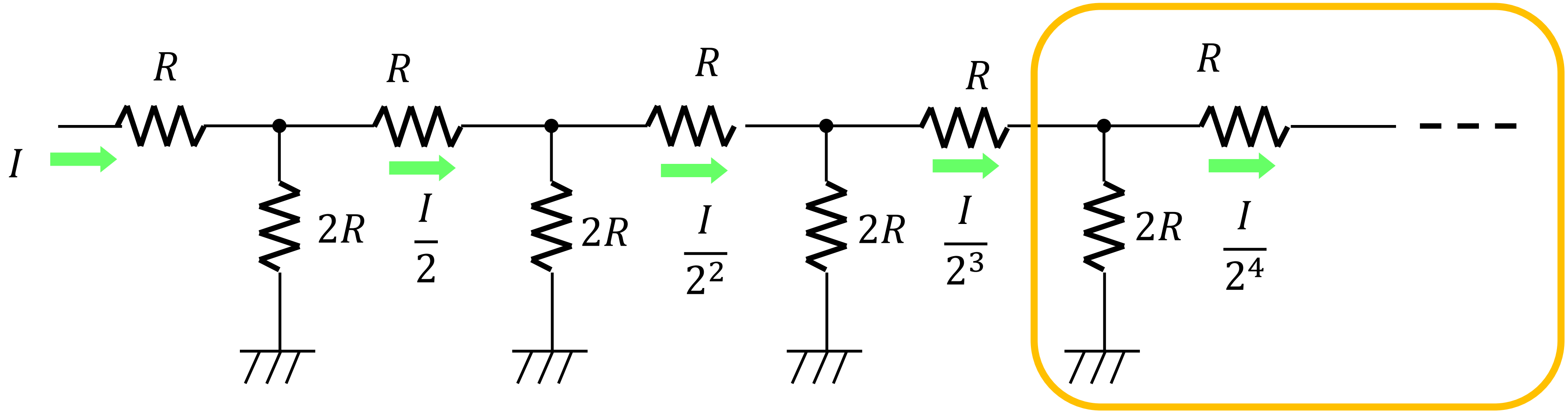
半無限R-2Rラダーに、左端から電流Iを注入する。最初の抵抗を通過した後は2経路に分かれるが、どちらも抵抗値が$2R$なので半分ずつの$I/_2$に分かれる。次のノードでも同様に等分され、$I/_4$になる。GNDに繋がる抵抗にはステップごとに半分になるので、

$$V_2 = \frac{V_1}{2}, \quad V_3 = \frac{V_2}{2}, \quad V_4 = \frac{V_3}{2}, \quad \cdots$$

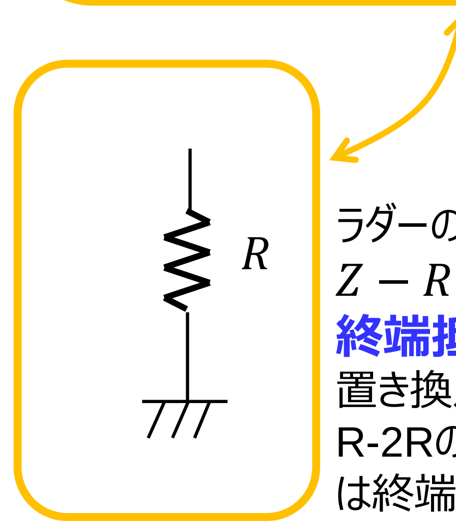
と、正確に1/2倍(電気屋の慣習では6dBステップという)の減衰信号が得られる。
左端のノードに$2V_1$の電位を与えても、全く同じ結果が得られることは容易に推察されよう。

無限ラダーの有限打ち切り

簡単のため、R-2Rの場合で述べよう。

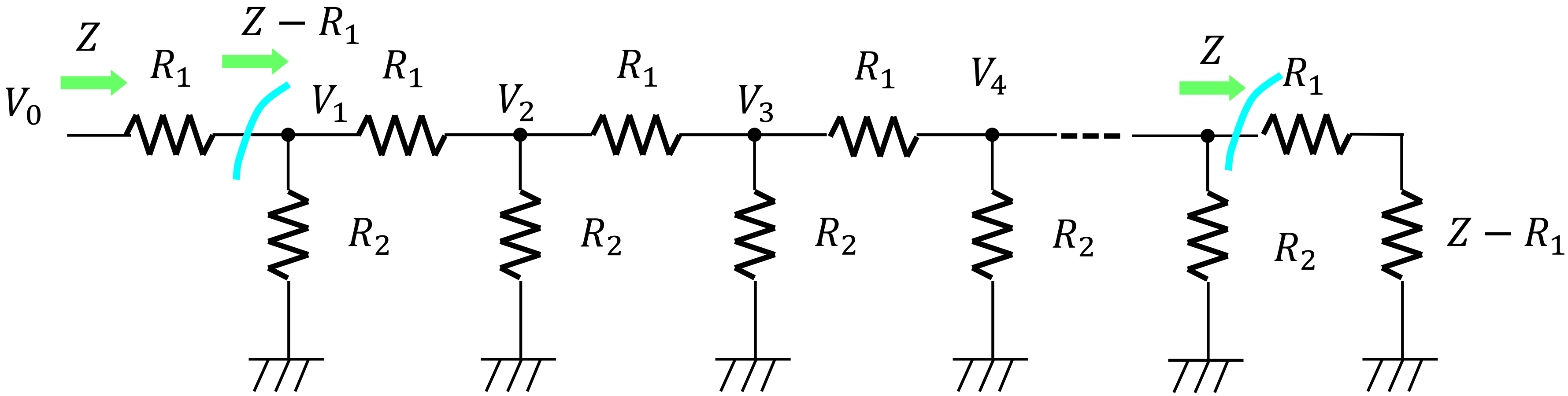


右に無限に伸びる上記ラダーに、左端から電流を注入すると、電流は1/2になって行く。ここで無限ラダーをどこかで打ち切って、代わりに抵抗Rに置き換えても、そのノードの電位は不変である。
注入された電流からすると、ラダーが有限であったとしても、そこまでは無限の場合と区別できずに1/2物語で分岐して、最後にそこで閉じる(終端される)ことになる。
(木曽義仲なら倶利伽羅峠の戦い)



ラダーの残りを$Z-R$の**終端抵抗**で置き換える。R-2Rの場合は終端抵抗もRになる。

3dBステップの電圧生成



では、各ノードの電位を3dBステップ($\sqrt{1/2}$倍)で減衰させるには、R_1とR_2をどのような比にすると良いだろうか。それには抵抗分圧の関係から

$$Z : Z - R_1 = \sqrt{2} : 1$$

の条件を課せば良い。Zの表式を代入して計算すると

$$R_2 = \left(4 + 3\sqrt{2}\right)R_1 \approx 8.24264R_1$$

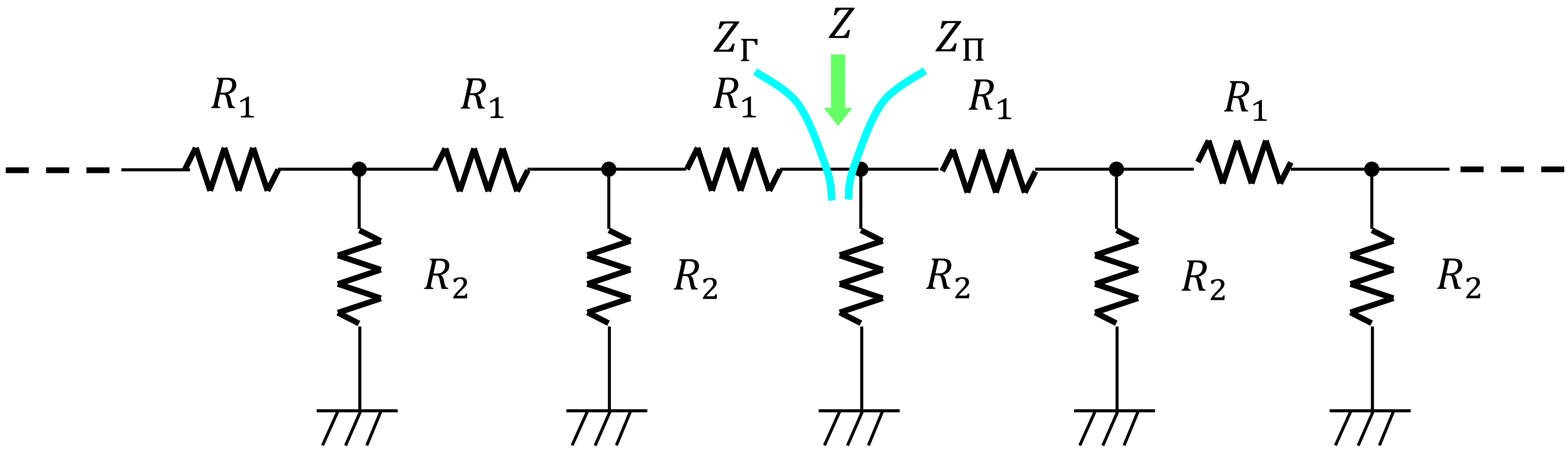
$$Z = \left(2 + \sqrt{2}\right)R_1 \approx 3.1412R_1$$

と求まる。簡単な整数比ではないので、近似的な実装しかできないが、使えないことはあるまい。

再掲

$$Z = \frac{R_1 + \sqrt{{R_1}^2 + 4R_1R_2}}{2}$$

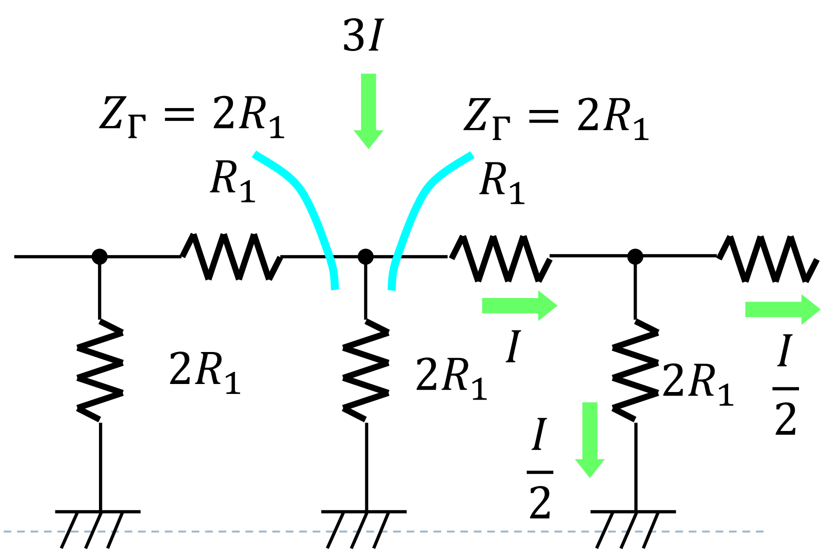
両側無限ラダー



ノードのインピーダンスZ は、Z_Π と $Z_\Gamma = Z_\Pi + R_1$の並列として、簡単に求まる。

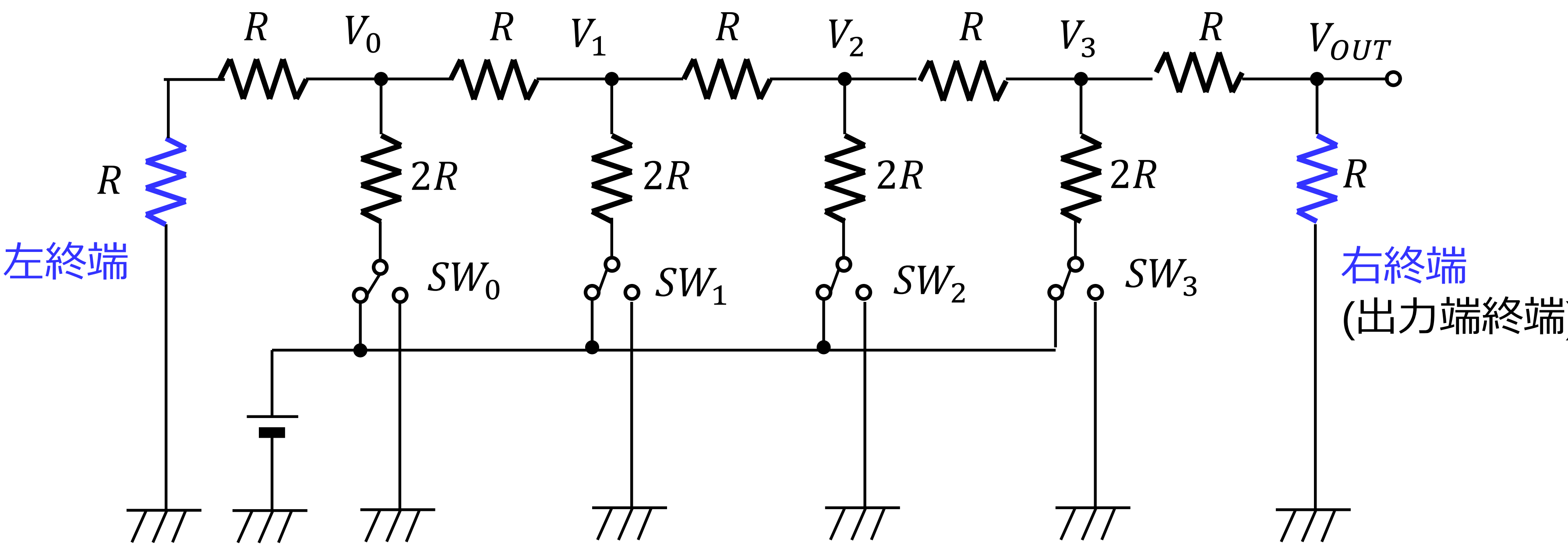
$$Z = \frac{R_1 R_2}{\sqrt{{R_1}^2 + 4R_1 R_2}}$$

特に、$R_2 = 2R_1$の時は $Z_\Gamma = 2R_1$ だから、Zは$2R_1$の3並列である。ノードに注入した電流は1/3ずつに等分される。その右のノードでは、その電流が1/2になる。同様に、各ステップを通過する毎に電流が半分になって行く。



R-2Rラダーの電圧駆動

連結ノードに電流を注入する代わりに、GND側を電圧で駆動しても、隣接ノードで電流は半分になって行く。両側無限ラダーの場合は、どのノードに電圧を注入しても区別がないから、何個分離れたノードの電圧であるかだけで、印加電圧の寄与率が決まる。寄与分は電位変動としてそのまま加算されてゆく。特にR-2Rの場合は2進の重み付けで加算されることになる。両側で有限打ち切りをすれば2進DACを実現できる。



なお、出力側の終端抵抗は任意の値で良い。なぜか? 何処が違ってくるか?