

デジタル変調と信号解析の基礎  
 — 単純な信号解析及び図解による直交変復調の理解 —  
 Introduction to Digital Modulation and Signal Analyses  
 — Understanding quadrature modulation-demodulation  
 using simple signal analysis techniques and illustrations —

浅見 幸司

Koji ASAMI

株式会社アドバンテスト

ADVANTEST Corporation

### 概要

近年のデジタル無線通信で重要な技術である直交変復調とその解析方法を紹介する。変復調をフーリエ変換に基づく単純な数式のみでモデル化し、ふるまいの図解を試みる。また RC polyphase filter やヒルベルト変換を導入し、直交変復調との関係を考察する。応用例として、特に広帯域通信で問題となる IQ インバランスのモデルを示し、評価時の入力波形と応答の解析方法を紹介する。

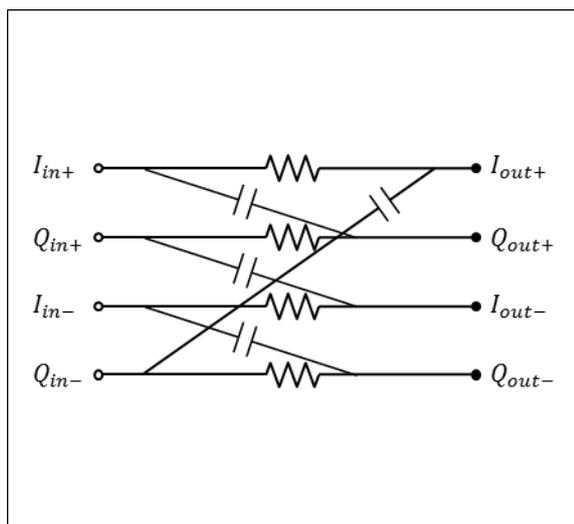


図 RC polyphase filter

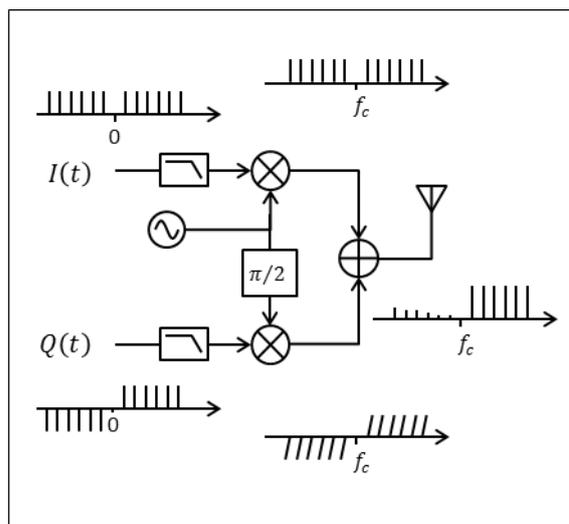


図 IQ インバランスによるイメージ発生

### Abstract

The analysis techniques of the quadrature modulation-demodulation for digital wireless communications are presented. Based on Fourier transform, it is modeled by simple mathematics and illustrated the behavior. Then, by introducing the RC polyphase filter and the Hilbert transform, the relationship between them and the quadrature modulation-demodulation is considered. Finally, as an example of the application, the behavior of the modulator with IQ imbalances which is one of significant problem in the wide-band wireless communications is shown, and it leads to how to decide the stimuli and analyze the responses from the circuit under test.

### 1. はじめに

近年のデジタル無線通信において、重要な基本技術の一つが直交変復調である。直交変調では、位相が90度異なる2つの搬送波を用いることにより、複素信号を実数信号として送信する。したがって、二次元の複素座標へマッピングできる各種のデジタル変調の送受信を行うことができる。図1にデジタル変調の例を示す。振幅変調(Amplitude Shift Keying : ASK)、周波数変調(Frequency Shift Keying : FSK)、位相変調(Phase Shift Keying : PSK)は、送信情報をそれぞれ振幅、周波数、位相情報へ変換して送信し、直交振幅変調(Quadrature Amplitude Modulation : QAM)では、振幅と位相を組み合わせることにより、多ビット(図は4ビット)をまとめて送信する。

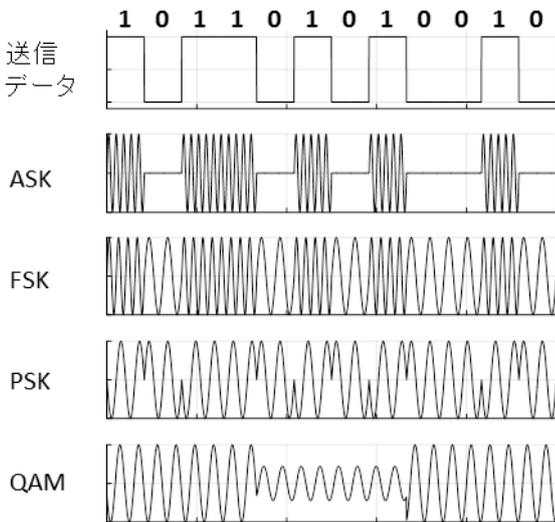


図1 デジタル変調

これらの信号をまとめて数式で表現すると、

$$s(t) = A_k \cos(2\pi(f_c + f_k)t + \theta_k + \phi_0) \quad (1)$$

のように表すことができる。 $k$ の添え字がついている変数が変調信号を示し、 $f_c$ と $\phi_0$ は、搬送波周波数と初期位相を示す。この式は、三角関数の公式により、

$$s(t) = I(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_0) - Q(t) \sin(2\pi f_c t + \phi_0) \quad (2)$$

の形に変形でき、図2のようなブロック図で表わすことができる。これが直交変調であり、この様な形で様々な変調方式に対応できる。図の左側から入力している  $I(t)$ 、 $Q(t)$ が基底帯域(ベースバンド)信号であり、それぞれ同相成分(In-phase)、直交成分(Quadrature phase)に由来して、I信号、Q信号と呼ばれることが多い。これを複素表現で表わすと、

$$s(t) = \text{Re}\{(I(t) + jQ(t)) \cdot e^{j(2\pi f_c t + \phi_0)}\} \quad (3)$$

と書くことができる。ここで、 $\text{Re}\{\cdot\}$ は、実数成分を

取り出すことを表し、信号が実数であることを明示する。この処理は、複素信号  $Z$  に対して

$$\text{Re}\{Z\} = \frac{Z + Z^*}{2} \quad (4)$$

という計算をしていることになる。ここで、 $Z^*$ は  $Z$  の複素共役を表す。このことは、後程、I/Q 経路のインバランスにより発生するイメージ成分やヒルベルト変換を考える時に役立つ。

このように直交変復調を複素信号の観点からモデル化することにより、そのふるまいが理解し易くなる場合がある。

本稿では、第2章で基本的な数学、フーリエ変換をまとめ、第3章で直交変復調のふるまいの説明と図解を試みる。第4章で複素信号処理と関係の深いヒルベルト変換や、そのアナログ近似である RC polyphase filter を紹介する。第5章では、近年の広帯域化により無視できなくなってきた周波数依存性 IQ インバランスの測定への応用例を紹介する。

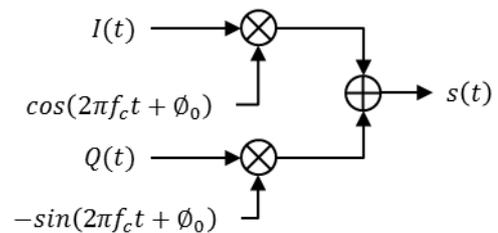


図2 直交変調ブロック図

### 2. 数学的準備

変復調の解析で役立つオイラーの公式と複素正弦波、フーリエ変換について、まとめる。

#### 2.1. オイラーの公式と複素正弦波信号

以下にオイラーの公式を示す。

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta) \quad (5)$$

ここで、 $j$ は虚数単位、 $\theta$ は複素座標における偏角を示す。これを変調信号へ適用するため、偏角 $\theta$ が一定の角速度 $\omega_0$ で動くとする。つまり、 $\theta$ を $\pm\omega_0 t$ に置き換えると、

$$e^{\pm j\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) \pm j \sin(\omega_0 t) \quad (6)$$

と表される。図3のように、 $e^{\pm j\omega_0 t}$ は単位円上での回転を表す。このような信号を複素正弦波信号と呼ぶ。また、(6)式から、次の様に、実数成分と虚数成分が導かれる。

$$\cos(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2} \quad (7)$$

$$j \sin(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2} \quad (8)$$

これらの波形は、角周波数 $\pm\omega_0$ の複素正弦波から成

り、言い換えると、正負の周波数成分を持つことを示している。上式を図示すると、図 4 のように描ける。 $\cos$  波形の合成ベクトルは、実数軸上を動き、 $j \sin$  波形の合成ベクトルは、虚数軸上を動くことが分かる。このことは一般の信号へ拡張でき、実信号は、基本的に正負の周波数成分を持ち、それらは共役の関係になっている。直交変復調では、このことが重要な意味を持ち、また直交変調器のインバランスにより発生するイメージの発生を説明するものである。

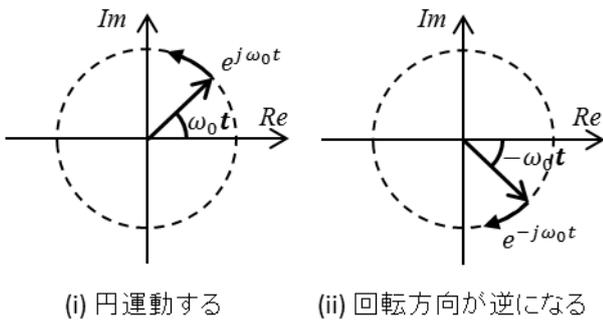


図 3 複素正弦波信号の軌跡

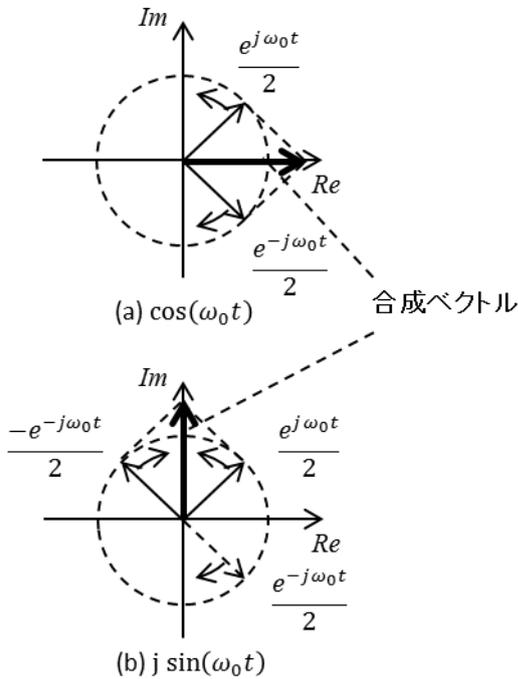


図 4 正弦波信号ベクトル

## 2.2. フーリエ変換とその性質

次にフーリエ変換の性質をまとめる[1][2]。まず、時間軸波形 $x(t)$ のフーリエ変換を $X(f)$ とすると、

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (9)$$

と表すことができる。ここで、 $x(t)$ の共役を $x^*(t)$ とすると、そのフーリエ変換は、 $X^*(-f)$ となる。つまり、下記の性質がある。

$$\begin{aligned} x(t) &\leftrightarrow X(f) \\ x^*(t) &\leftrightarrow X^*(-f) \end{aligned} \quad (10)$$

表 1 に本稿で使用する関数のフーリエ変換と性質をまとめる。

表 1 フーリエ変換と性質

複素正弦波のフーリエ変換 $e^{j2\pi f_0 t} \leftrightarrow \delta(f - f_0)$
$\cos$ 関数のフーリエ変換 $\cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2}(\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0))$
$\sin$ 関数のフーリエ変換 $\sin(2\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{j}{2}(\delta(f + f_0) - \delta(f - f_0))$
畳み込み定理 $x(t) \cdot y(t) \leftrightarrow X(f) * Y(f)$ $x(t) * y(t) \leftrightarrow X(f) \cdot Y(f)$ (*は畳み込み積分を表す)

ここで $\delta$ は、デルタ関数を表し、次の様に定義される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)x(t)dt = x(0) \quad (11)$$

ここで、 $x(t)$ は任意の連続関数である。また、次の性質も知られている[1][2]。

$$\delta(f - f_0) * S(f) = S(f - f_0) \quad (12)$$

以上の性質を利用して、直交変復調のモデル化と解析を行う。

## 3. 直交変復調

### 3.1. 直交変調

まず、図 5 (a) ような振幅変調を数式で表わすと、

$$s(t) = I(t) \cos(2\pi f_c t) \quad (13)$$

と書くことができる。ここで、 $s(t)$ 、 $I(t)$ のフーリエ変換を $S(f)$ 、 $S_I(f)$ とすると、畳み込み定理により

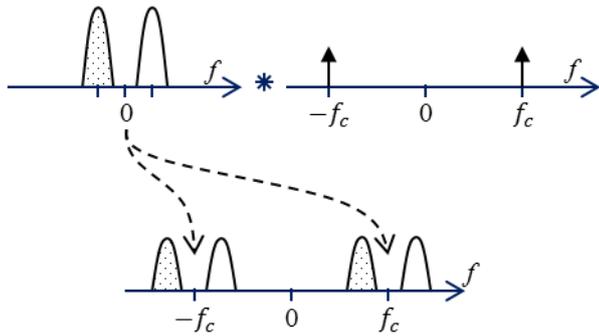
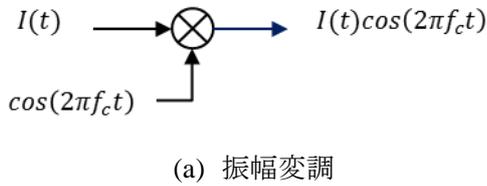
$$S(f) = S_I(f) * \left( \frac{1}{2}\delta(f + f_c) + \frac{1}{2}\delta(f - f_c) \right) \quad (14)$$

のように、デルタ関数との畳み込み積分の形で表わされる。よって、(12)式より、

$$S(f) = \frac{1}{2}S_I(f + f_c) + \frac{1}{2}S_I(f - f_c) \quad (15)$$

となり、周波数シフトしていることが分かる。これを図示したものが、図 5 (b) である。左側のベースバンドスペクトラムが、キャリア周波数 $f_c$ にシフトしていることが分かる。このように、デルタ関数で表わされる搬送波とベースバンドスペクトラムの畳み込

み積分の作図は、ベースバンドの DC の位置を、デルタ関数の位置  $\pm f_c$  にシフトし、振幅を 1/2 にすればよい。



(b) 振幅変調による周波数シフト

図 5 振幅変調とスペクトラム

次にこれを直交変調へ適用する。簡単のため、(3)式において、 $\phi_0 = 0$  とし、

$$s(t) = \text{Re}\{(I(t) + jQ(t)) \cdot e^{j(2\pi f_c t)}\} \quad (16)$$

と表す。ここで、 $I(t) + jQ(t)$  のフーリエ変換を  $H(f)$  とする。一般に、複素信号のスペクトラムは、図 6(i) のように、DC に対して非対称である。表 1 から、搬送波  $e^{j(2\pi f_c t)}$  のスペクトラムはデルタ関数になるので、搬送波を掛けた結果、図 6(ii) のように周波数シフトされる。このスペクトラムは、依然、DC に対して非対称であり、複素信号のスペクトラムである。最後に、(16)式における  $\text{Re}\{\cdot\}$  の処理により、実数信号にする。これは、(4)式のように、共役の成分を加え、1/2 にすればよい。(10)式により、共役の成分を図に加えると、図 6(iii) の様に、DC 対称の位置にスペクトラムが現れることになる。

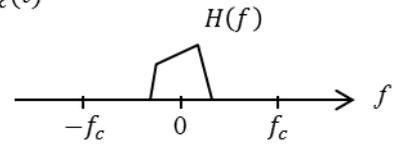
このように、直交変調により  $I(t) + jQ(t)$  という複素信号を実数信号として送信することが可能となる。

### 3.2. 直交復調

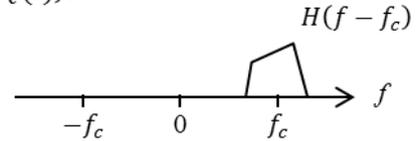
同様にして、直交復調のふるまいを考える。図 7 に直交復調のブロック図を示す。簡単のため、搬送波の初期位相を 0 とした。直交復調は、次式のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{I}(t) &= \text{LPF}\{s(t) \cos(2\pi f_c t)\} \\ j\tilde{Q}(t) &= \text{LPF}\{s(t)(-j \sin(2\pi f_c t))\} \end{aligned} \quad (17)$$

(i)  $I(t) + jQ(t)$



(ii)  $(I(t) + jQ(t))e^{j2\pi f_c t}$



(iii)  $\text{Re}\{(I(t) + jQ(t))e^{j2\pi f_c t}\}$

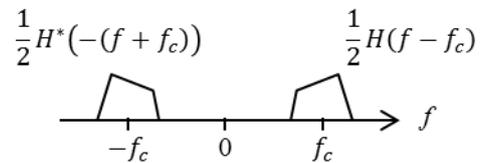


図 6 直交変調によるスペクトラムの変化

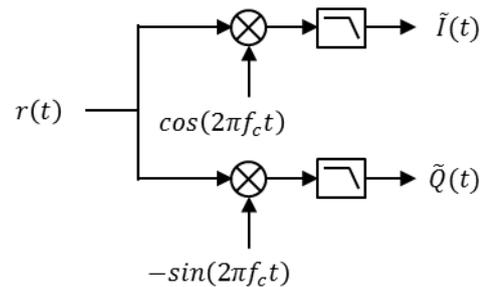
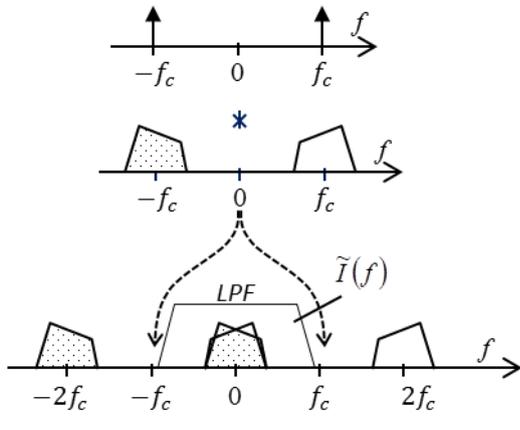


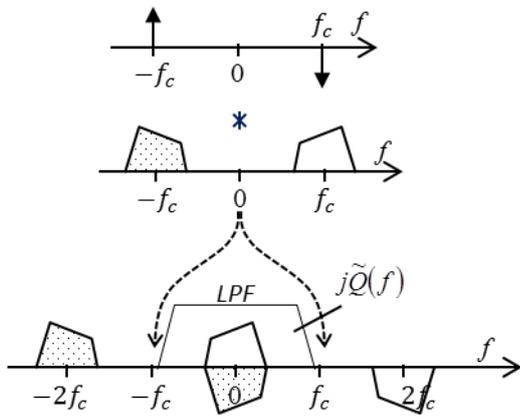
図 7 直交復調器ブロック図

ここで、復調器の出力の実数成分を  $\tilde{I}(t)$ 、虚数成分を  $\tilde{Q}(t)$  とし、便宜上、虚数  $j$  を付加して表した。LPF $\{\cdot\}$  は、ローパスフィルタ(LPF)によるフィルタリングを示す。図 8 に、復調時のスペクトラムのふるまいを示す。(a)は、 $\cos(2\pi f_c t)$  との乗算であり、周波数軸上では、デルタ関数との畳み込み積分となる。そのため、図の点線の様に、DC 成分がデルタ関数の位置に来る様、スペクトラムをシフトすればよい。この時、ベースバンドに変調波形がシフトすると同時に、キャリアの 2 倍の周波数へもスペクトラムが現れることが分かる。LPF によって、この成分を抑圧し、ベースバンドスペクトラムを取り出す。また、 $+f_c$  と  $-f_c$  の 2 つの周波数により、周波数シフトされるため、正負のベースバンド波形が重なり合う。次に、 $-j \sin(2\pi f_c t)$  との乗算を (b) に示した。虚数側の出力では、負側のベースバンドスペクトラムが反転する。したがって、(a)、(b) を  $\tilde{I}(t) + j\tilde{Q}(t)$  の形で合成するこ

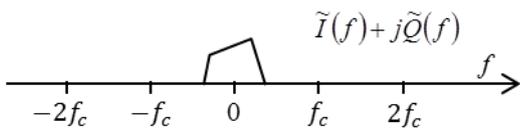
とにより、負側のスペクトラムがキャンセルされ、(c)のように、送信したベースバンドスペクトラムを取り出せることとなる。



(a) 直交復調による実数成分



(b) 直交復調による虚数成分



(c) 合成したスペクトラム

図 8 復調スペクトラム

### 3.3. 直交変復調と IQ インバランス

直交変復調では、 $\cos/\sin$  というお互いに直交した搬送波を用いることで、実数信号の負の周波数成分をキャンセルし、複素信号の送受信を行っている。そのため、搬送波に直交誤差があると、キャンセルが不完全となり、不要なイメージ成分が発生する。例えば、復調器出力では、図 9 のように、ベースバンドへ重なっている負の成分がキャンセルされず、残ってしまう。この場合、Single Side Band (SSB) のシングルトーンを送信すると、図 10 のように、DC

対称の周波数にイメージ成分が発生する。変調器出力を観測した場合には、搬送波について対称の位置へイメージ成分が発生する。

このようなイメージ成分は、I 信号経路と Q 信号経路の特性ミスマッチによっても生じる。I 信号と Q 信号の直交性が崩れてしまうためである。つまり、IQ インバランスの原因としては、I 経路と Q 経路間の特性ミスマッチとキャリア位相誤差の両方が考えられ、一見同じようにイメージ成分が発生する。しかし、周波数特性にはそれぞれ特徴があり、分離して同定することができる。詳細については後述する。

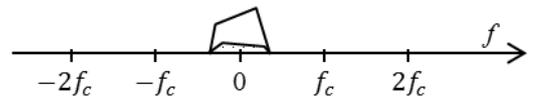


図 9 イメージ成分発生原理

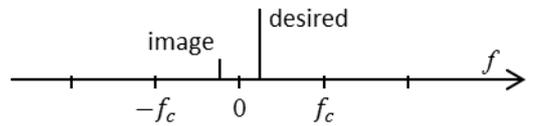


図 10 SSB 波形送信時のイメージ成分

## 4. RC polyphase filter とヒルベルト変換

### 4.1. IF 受信機構成とイメージ成分

これまで、RF 信号をダイレクトにベースバンドへ変換する、いわゆる direct conversion 方式を用いて、直交変復調について記述した。一方、特に狭帯域の無線通信では、 $1/f$  ノイズ等の影響を低減するために、図 11 のような、スーパーヘテロダイン方式を利用して中間周波数(IF: Intermediate Frequency)へ変換し、復調を行う場合もある[4][5]。この時、キャリア周波数  $f_c$  から少しずらした周波数  $f'$  を掛けるため、それらの差の周波数へ周波数変換される。このような場合、送信チャンネル付近に不要な信号が存在すると、妨害波となる場合がある。

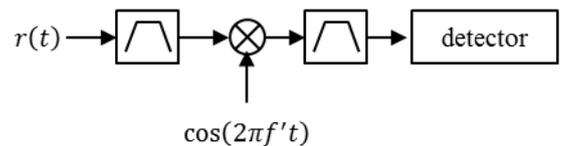


図 11 スーパーヘテロダイン方式

図 12 に IF 周波数へ変換した時のスペクトラムを示す。作図するには、RF 信号の DC が、搬送波周波数のデルタ関数の所へ来るように、スペクトラムをシフトすればよい。図では、搬送波の 2 倍の周波数成

分は省略した。図中に点線で示した負の周波数成分  $H^*(-f)$  における undesired が、イメージ成分として desired へ重畳してしまい、通信品質を劣化させる。

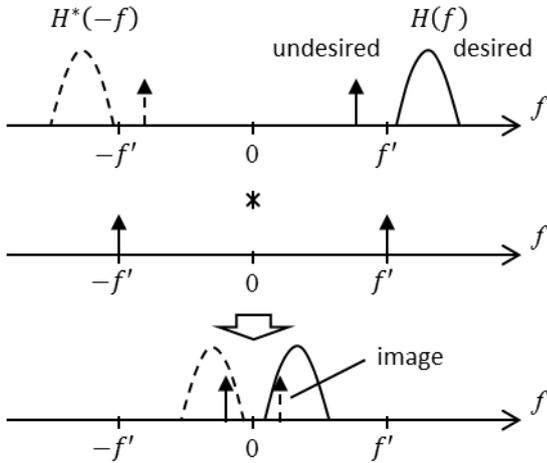


図 12 IF 信号と妨害波

#### 4.2. ヒルベルト変換とイメージ除去

IF 周波数を用いた受信機構成において、信号スペクトラムに負の周波数成分  $H^*(-f)$  が無く、また正の周波数のみ通過し、負の周波数を抑圧するようなフィルタをかけることが出来れば、妨害波を抑圧することができる。

まず、負の周波数成分は、直交復調によってキャンセルできる。また、正の周波数を通過し、負の周波数成分を抑圧するようなフィルタは、ヒルベルトフィルタとして知られている[1][3]。

ヒルベルトフィルタは、図 13 のように、デジタルフィルタで構成されることが多く、実数出力  $r(n)$  に対して、 $\pi/2$  だけ位相シフトした虚数成分  $\hat{r}(n)$  を出力する。図の実数信号経路は、フィルタの群遅延分の時間シフトを示しており、 $r(n)$  は、入力信号  $s(n)$  の時間シフト波形である。ここで、フィルタタップ数を  $N$  とした。虚数経路のフィルタは、ヒルベルト変換を行い、次式のような周波数応答特性を持つ。

$$H(\omega) = \begin{cases} -j & , \omega \geq 0 \\ j & , \omega < 0 \end{cases} \quad (18)$$

したがって、図 14 のような位相特性を持つ。

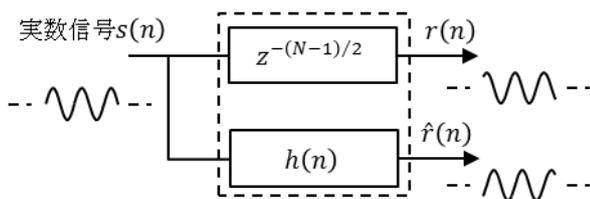


図 13 ヒルベルトフィルタ

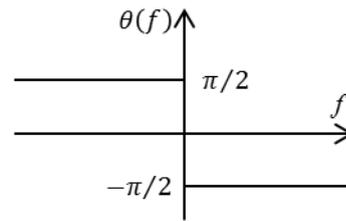


図 14 ヒルベルト変換器位相特性

このようなヒルベルト変換を、アナログ回路で近似する方法として、RC polyphase filter がある[5]-[13]。RC polyphase filter は、2 入力 2 出力のアナログの複素フィルタであり、図 15 のような直交波形生成や、イメージ除去に利用される。直交復調と組み合わせ、イメージ除去に使用する場合、図 16 のような構成となる。

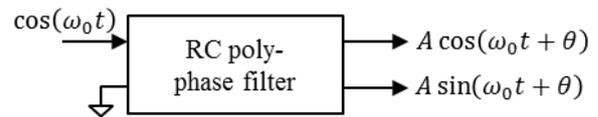


図 15 RC polyphase filter による直交波形生成

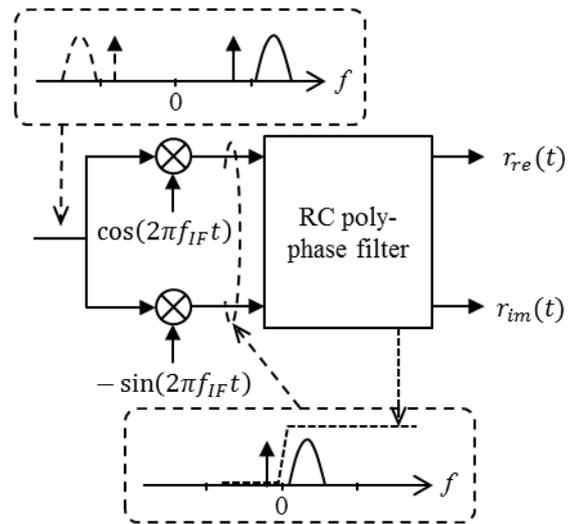


図 16 RC polyphase filter を用いたイメージ除去

図 17 に 1 次 RC polyphase filter の構成例を示す。2 つの差動入力に対し、2 つの差動出力がある。1 次 RC polyphase filter の伝達関数は、次式で表わされる。

$$H(\omega) = \frac{1 + \omega RC}{1 + j\omega RC} \quad (19)$$

図 18 に、このフィルタの周波数特性を示す。横軸は相対角周波数であり、フィルタの時定数  $RC = 1/2\pi$  とした。DC 成分に対して非対称であり、複素フィルタ

を構成していることが分かる。また、 $-1$  [rad/s]でゲインが0となっており、この周波数のイメージ信号は完全に抑圧できる。このような RC polyphase filter のふるまいを考えるため、図 19 のように、簡単なモデルで置き換える。複素フィルタとして、フィルタのインパルス応答を  $h_{re}(t) + jh_{im}(t)$  とした。

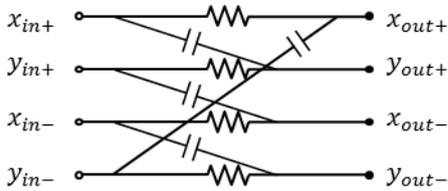


図 17 1次 RC polyphase filter

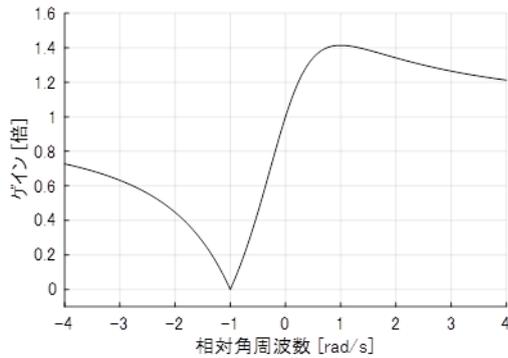


図 18 1次 RC polyphase filter ゲイン特性

まず、実信号を入力した場合、(a)のように、出力には、入力信号に対する実数成分と虚数成分が現れる。次に(b)のように、複素信号を入力すると、実信号入力、虚信号入力それぞれに対してフィルタリングされた結果が加算され、出力される。これらの信号とヒルベルト変換の関係性を調べるため、フィルタの伝達関数を解析する[13]。

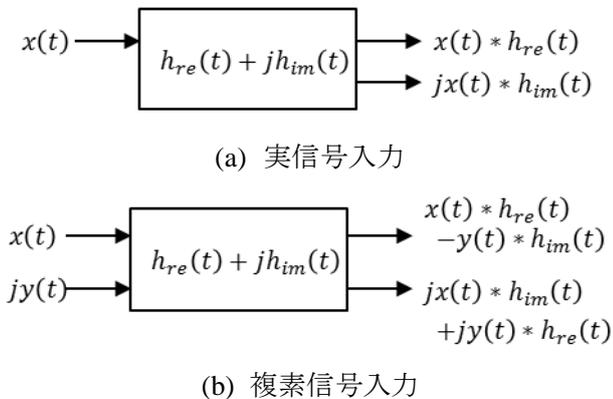


図 19 RC polyphase filter モデル

(19)式の伝達関数を、 $h_{re}(t)$ による成分と $jh_{im}(t)$ に

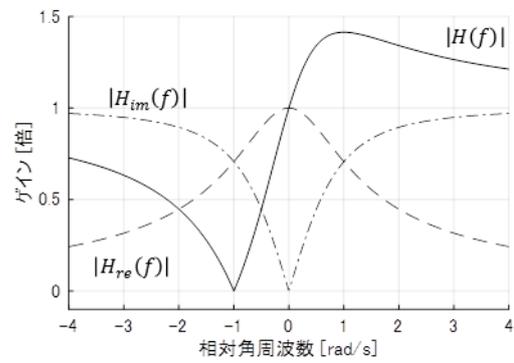
よる成分に分解する。周波数特性を時間軸信号の実数成分による特性と虚数成分による特性に分解するためには、(10)式のフーリエ変換の関係が利用できる。つまり、 $h_{re}(t)$ 、 $jh_{im}(t)$ のフーリエ変換をそれぞれ  $H_{re}(\omega)$ 、 $jH_{im}(\omega)$ とすると、

$$H_{re}(\omega) = \frac{H(\omega) + H^*(-\omega)}{2} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (20)$$

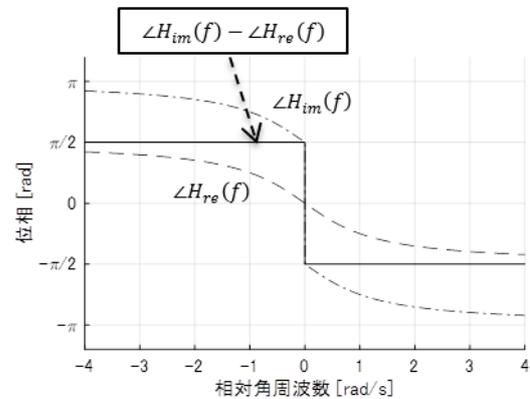
$$jH_{im}(\omega) = \frac{H(\omega) - H^*(-\omega)}{2} = \frac{\omega RC}{1 + j\omega RC} \quad (21)$$

$$\left( H_{im}(\omega) = -j \frac{\omega RC}{1 + j\omega RC} \right)$$

と表される。図 20 に、これらの伝達関数のゲイン特性、位相特性を示す。ここで、 $RC = 1/2\pi$ とした。



(a) ゲイン特性



(b) 位相特性

図 20 1次 RC polyphase filter の特性

位相特性を見ると、全帯域にわたり、理想的ヒルベルトフィルタと同様の特性が得られている。ゲイン特性からは、 $\pm 1$  [rad/s]では、実部と虚部のゲインが一致していることが分かる。つまり、この部分では、実部と虚部の位相差は90度であり、ゲインも一致し、いわゆる直交性が保たれている。一方、実部と虚部のゲイン特性の差が広がると、合成した減衰特性も劣化し、つまり直交性が劣化していると言える。従って、実部、虚部のゲイン特性を近づけることができれば、より広帯域にわたり、ヒルベルト変

換できる可能性がある。その一つの方法が、次数を上げることである。

図 21 に 3 次 polyphase filter の例を示す。この時の伝達関数は、図 22 のようになり、実部、虚部のゲイン特性が近くなり、阻止域も広がっていることが分かる。このように、次数を上げることで帯域を広げることができる。また、能動素子を用いて帯域を広げる構成も研究されている[11]。

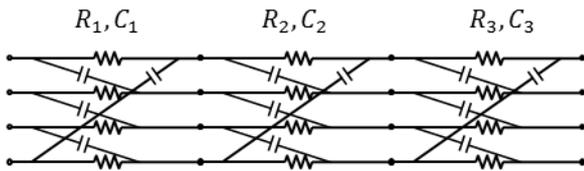
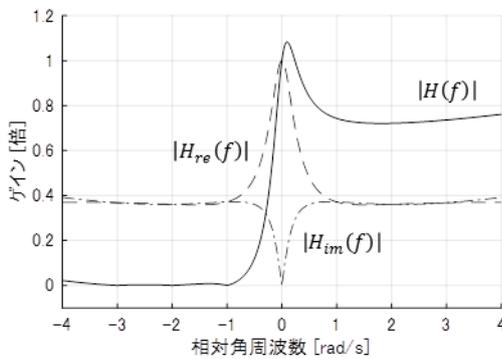
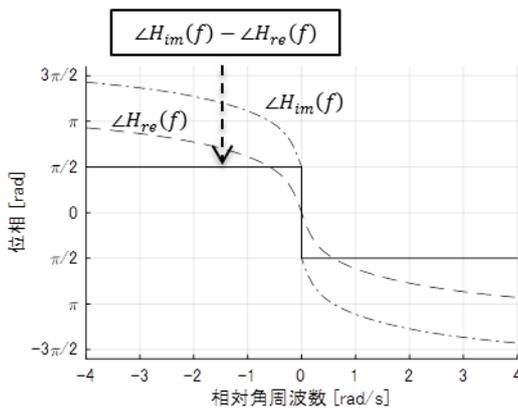


図 21 3 次 RC polyphase filter 構成



(a) ゲイン特性



(b) 位相特性

図 22 3 次 RC polyphase filter の特性

以上の RC polyphase filter の解析から、位相特性が理想的に 90 度の関係にあっても、ゲイン特性がずれていると直交誤差となることが分かる。このことは、直交変復調と全く同様であり、搬送波の位相関係だけでなく、I 信号経路、Q 信号経路の特性ミスマッチが直交誤差に影響を及ぼす。

## 5. I/Q インバランス測定

直交変復調では、I 信号、Q 信号間の直交性が重要となる。しかし、実際には、キャリア位相誤差や IQ 経路間の特性ミスマッチなどのために、直交性が劣化し、場合によっては補正処理も必要となる。そのためにも、定量的な測定が必要となる。また、例えば、図 23 のように I 経路と Q 経路の特性が少しずれていた場合、比較的狭帯域の場合無視できた周波数特性も、広帯域になると無視できなくなってくる。本章では、IQ インバランスを含む直交誤差の測定方法について記述する。

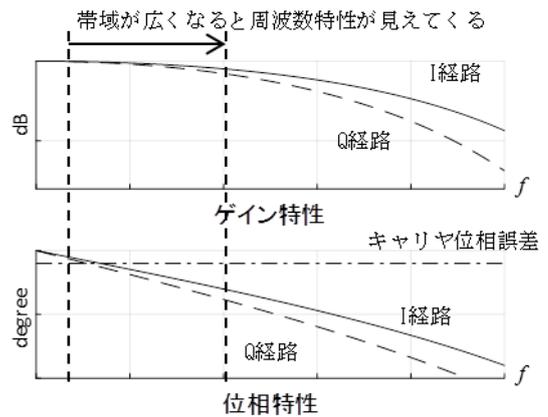


図 23 I/Q インバランス特性概念図

### 5.1. ゲインミスマッチ、キャリア位相誤差

通信帯域が狭帯域の場合、I 信号経路と Q 信号経路のミスマッチの周波数特性はあまり気にしなくてもよく、ゲインミスマッチ、キャリア位相誤差の形でモデル化できた。例えば簡単に、I 信号経路を基準として図 24 のように誤差を表し、後述するように、SSB シングルトーンを入力した時に発生するイメージの大きさを定量化することができる。

### 5.2. 周波数依存性 I/Q インバランス

広帯域になるに従い、I 信号経路、Q 信号経路間のスキューや周波数特性のミスマッチが無視できなくなってくる[14]。つまり、I/Q インバランスが周波数依存して変化する。そこで、図 25 のようなモデルを考える。ここで、変調器によるゲインを  $M_0$ 、キャリア初期位相を  $\phi_0$ 、I 経路と Q 経路の周波数特性をそれぞれ  $H_I(f)$ 、 $H_Q(f)$ 、キャリア位相誤差を  $\Delta\theta$  とした。これらのパラメータは、実際に測定しないと分からないパラメータである。このようなモデルにより、全ての線形ミスマッチを表現することができる。

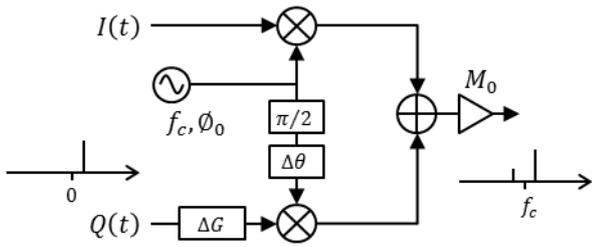


図 24 狭帯域直交誤差モデル

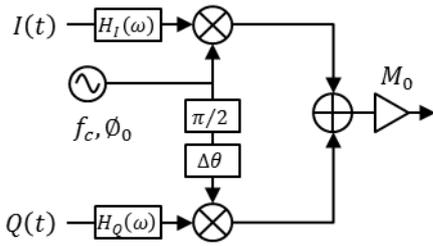


図 25 広帯域直交誤差モデル

### 5.3. I/Q インバランス測定

デバイスの IQ インバランスを、簡単に測定するため、SSB マルチトーン信号を利用する。図 26 に、SSB マルチトーンを入力した時のふるまいを示す。I 信号に  $\cos$  成分、Q 信号に  $\sin$  成分を入力すると、理想的な直交変調出力は SSB 信号となる。しかし、図の様に、途中の周波数シフトされた時点で IQ 経路間のインバランス、あるいはキャリア位相誤差の影響により、直交性が劣化してしまう。その結果、負の周波数成分をキャンセルし切れず、イメージ成分として残ってしまう。また、図から分かる様に、この時、希望波成分の方へも影響がある。このようなモデルに基づき、数式表現する。

まず、簡単のため、角周波数  $\omega_0$  の SSB シングルトーン入力で考える。この場合、入力信号は、

$$I(t) = \cos(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2} \quad (22)$$

$$Q(t) = \sin(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j}$$

と書くことができる。これを、図 25 の変調器へ入力し、理想的な復調をされた場合の出力  $r(t)$  を式で表わすと、

$$r(t) = \frac{M_0 e^{j\theta_0}}{2} \left\{ \frac{H_I(\omega_0) e^{j\omega_0 t} + H_I(-\omega_0) e^{-j\omega_0 t}}{2} + \frac{H_Q(\omega_0) e^{j\omega_0 t} - H_Q(-\omega_0) e^{-j\omega_0 t}}{2} \cdot e^{j\theta} \right\} \quad (23)$$

これを見易くするため、正の周波数成分  $P(\omega_0)$ 、負の周波数成分  $N(-\omega_0)$  を取り出すと、

$$P(\omega_0) = \frac{M_0 e^{j\theta_0}}{4} (H_I(\omega_0) + H_Q(\omega_0) e^{j\theta}) \quad (24)$$

$$N(-\omega_0) = \frac{M_0 e^{j\theta_0}}{4} (H_I(-\omega_0) - H_Q(-\omega_0) e^{j\theta}) \quad (25)$$

であることがわかる。この式から、キャリア位相誤差  $\theta$  は、正負の周波数全体に一定値として影響する。一方 I 経路と Q 経路の特性は、それぞれフィルタとして掛かっていることが分かる。このような特性を利用することにより、I 経路、Q 経路間のミスマッチとキャリア位相誤差を分離し同定することができる。式(24)、(25)において、

$$H_I(\omega) = 1 \quad (26)$$

$$H_Q(\omega) = \Delta G \quad (27)$$

とすることにより、図 24 を数式表現できる。この時、希望波成分とイメージ成分の比は、

$$\frac{N(-\omega_0)}{P(\omega_0)} = \frac{1 - \Delta G \cdot e^{j\theta}}{1 + \Delta G \cdot e^{j\theta}} \quad (28)$$

となる。

次に、I 信号経路と Q 信号経路の周波数特性を含むミスマッチを測定するため、マルチトーン波形を使用する。測定を簡単にするため、前述のマルチトーン波形を、I 信号と Q 信号でタイミングをずらし、別個に入力する方法がある[14]。ただし、時間シフト量  $T_0$  は既知とする。つまり、入力波形を

$$I(t) = \sum_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \quad (29)$$

$$Q(t) = \sum_k \sin(\omega_k (t - T_0) + \varphi_k) \quad (30)$$

とする。図 27 に概念図を示す。この様な波形は、2 チャンネル出力の信号発生器であれば生成可能である。この様な波形を入力した場合、図 26 のように、I 経路、Q 経路を通りアップコンバートされた後、RF 信号として、 $T_0$  だけ時間シフトして出力される。この時、(24)、(25)式から、I 信号の出力は、

$$A_I(\omega) = \frac{M_0 e^{j\theta_0}}{4} H_I(\omega) \quad (31)$$

$$B_I(-\omega) = \frac{M_0 e^{j\theta_0}}{4} H_I(-\omega) \quad (32)$$

Q 信号は、

$$A_Q(\omega) = \frac{M_0 e^{j\theta_0}}{4} H_Q(\omega) e^{j\theta} \quad (33)$$

$$B_Q(-\omega) = -\frac{M_0 e^{j\theta_0}}{4} H_Q(-\omega) e^{j\theta} \quad (34)$$

の様に表わすことができる。ここで、希望波スペクトラムとイメージスペクトラムを区別するため、正の周波数成分を  $A(\omega)$ 、負の周波数成分を  $B(-\omega)$  として表した。

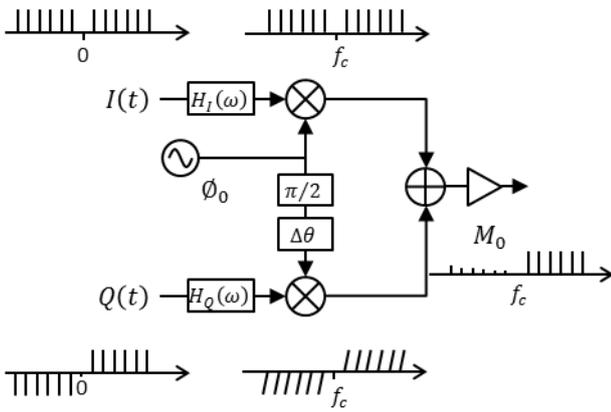


図 26 SSB マルチトーン入力

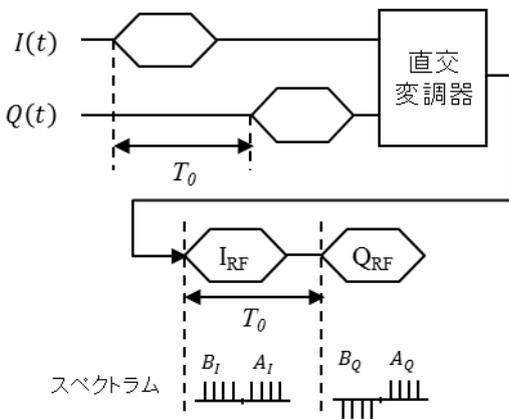


図 27 時間シフトしたマルチトーン入力

このように、I 信号経路特性、Q 信号経路特性が正負の周波数で完全に分離して数式表現でき、キャリア位相誤差も含まれている。これらの式から、IQ インバランスとキャリア位相誤差を同定することが可能となる。詳細は参考文献[14]を参照頂きたいが、これらの式から、キャリア位相誤差は、正負の周波数全体に亘る位相オフセットであり、IQ 経路のミスマッチは、DC 対称になっていることがわかる。このような、各々の劣化要因の性質を利用することにより、分離・同定することが可能となる。

## 6. まとめ

本稿では、主にフーリエ変換の基本的な性質を用いて、直交変復調の周波数軸上のふるまいを記述し、図解を試みた。また、直交性と複素信号解析の延長として、やはり無線通信ではなじみの深い RC polyphase filter とヒルベルト変換について記述した。最後に、直交変調のふるまいを応用し、IQ imbalance、キャリア位相誤差という直交誤差の測定方法を紹介

した。これらの内容が、多少なりとも、今後の無線通信技術の研究、開発の参考となれば幸いである。

## 文 献

- [1] H. P. スウ、フーリエ解析、佐藤平八(訳)、森北出版(株)、東京、1979.
- [2] E. O. ブリガム、高速フーリエ変換、宮川洋、今井秀樹(訳)、(株)科学技術出版、東京、1978.
- [3] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, Discrete-time Signal Processing (2nd edition), Prentice-Hall, NJ, 1999.
- [4] B. Razavi, RF microelectronics, Prentice-Hall, NJ, 1998.
- [5] Q. Gu, RF System Design of Transceivers for Wireless Communications, Springer, NY, 2005.
- [6] K. W. Martin, "Complex Signal Processing is NOT Complex", IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. 51, no. 9, pp. 1823-1836, Sept. 2004.
- [7] M. J. Gingell, "Single Sideband Modulation using Sequence Asymmetric Polyphase Networks", Electrical Communication, vol.48, no.1 and 2, 1973.
- [8] J. Crols, M. Steyaert, "An Analog Integrated Polyphase Filter for a High Performance Low-IF Receiver", IEEE VLSI Circuits Symp., June 1995.
- [9] F. Behbahani, Y. Kishigami, J. Leete, A. A. Abidi, "CMOS Mixers and Polyphase Filters for Large Image Rejection", IEEE J. of Solid-State Circuits, vol. 38, no.6, pp. 873-887, June 2001.
- [10] H. Kobayashi, J. Kang, T. Kitahara, S. Takigami, H. Sadamura, "Explicit Transfer Function of RC Polyphase Filter for Wireless Transceiver Analog Front-End", IEEE Asia-Pacific Conference on ASICs, pp.137-140, Taipei, Taiwan, Aug. 2002.
- [11] K. Komoriyama, E. Yoshida, M. Yashiki, H. Tanimoto, "A Very Wideband Fully Balanced Active RC Polyphase Filter Based on CMOS Inverters in 0.18um CMOS Technology", VLSI Circuit Symposium, 10-2, June 2007.
- [12] H. Tanimoto, "Exact Design of RC Polyphase Filters and Related Issues", IEICE Trans. Fundamentals, 96(2), 402-414, Feb. 2013.
- [13] Y. Tamura, R. Sekiyama, K. Asami, H. Kobayashi, "RC Polyphase Filter as Complex Analog Hilbert Filter", 2016 IEEE 13th International Conference on Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT2016), Hangzhou, China, Oct. 2016.
- [14] K. Asami, T. Kurihara, and Y. Inada, "Evaluation Techniques of Frequency-Dependent IQ Imbalances in Wide-band Quadrature Mixers", Proceedings of the International Test Conference, pp. 1-8, Oct. 2010. ITC2010

## 著者紹介

浅見 幸司

株式会社アドバンテスト テクノロジー開発本部