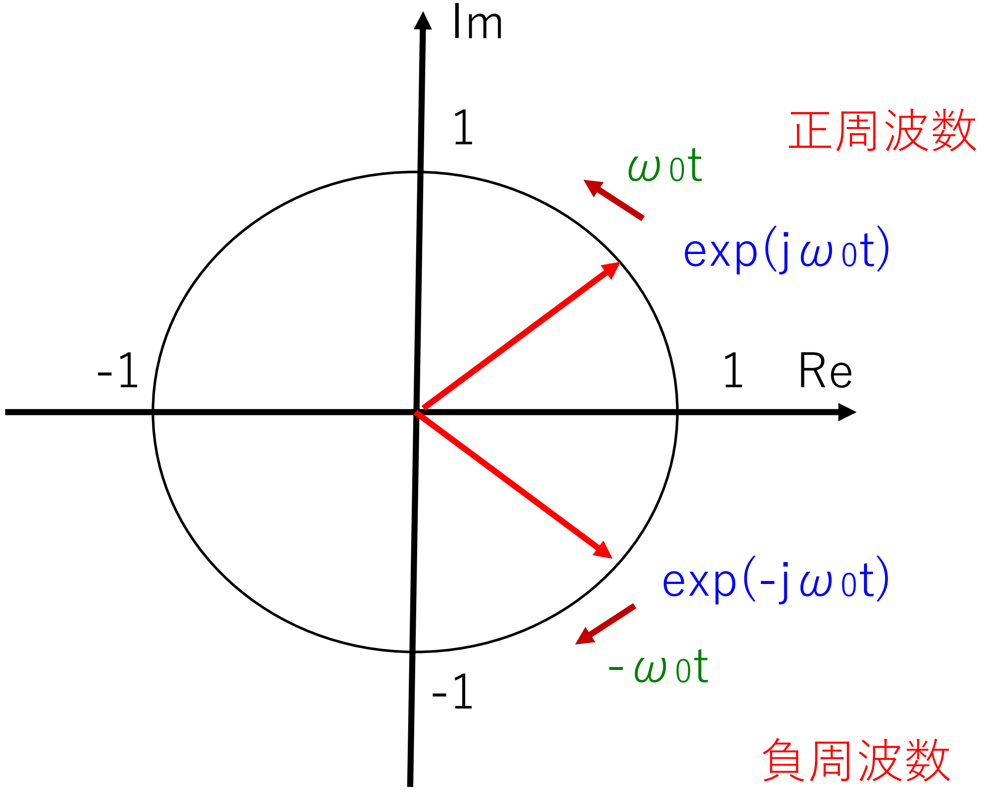
2019年1月21日(月)

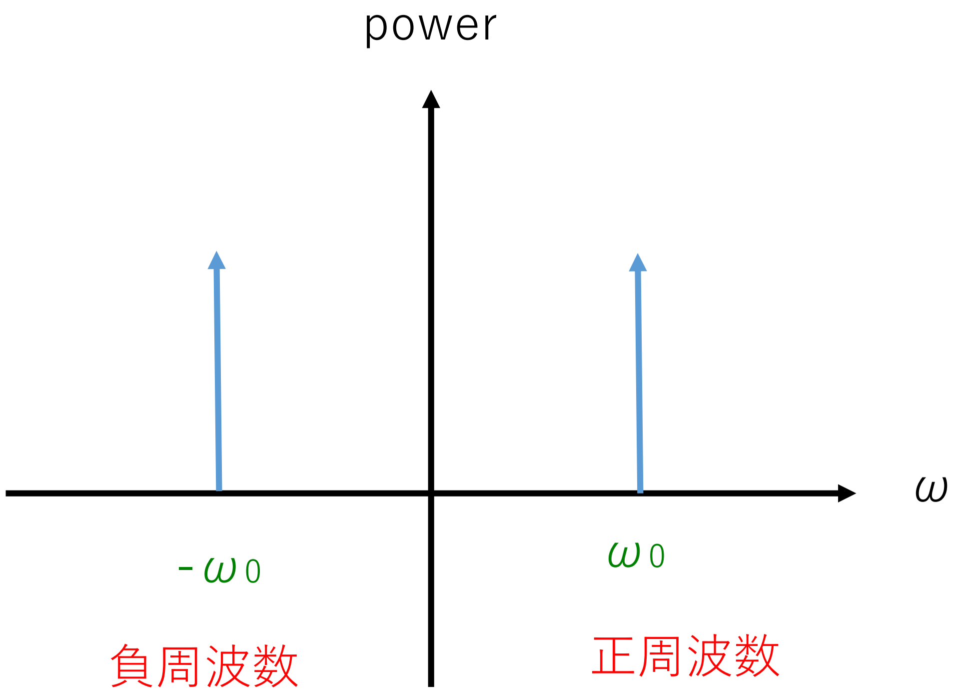
ヒルベルト フィルタで「あの世」が見える

群馬大学　小林春夫

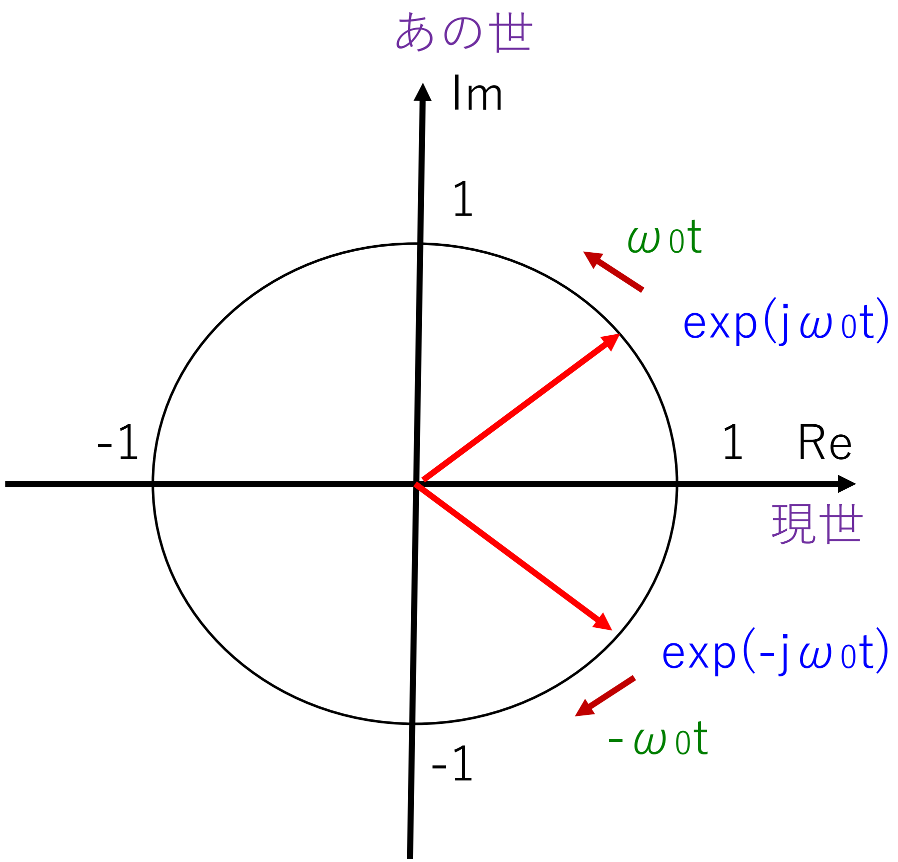
余弦波の複素平面での解釈

$\exp(j\omega_0 t) + \exp(-j\omega_0 t) = 2\cos(\omega_0 t)$





「現世」と「あの世」



現世　　あの世

$$\exp(j\omega_0 t) = \cos(\omega_0 t) + j\sin(\omega_0 t)$$

$$\exp(-j\omega_0 t) = \cos(\omega_0 t) - j\sin(\omega_0 t)$$

+)

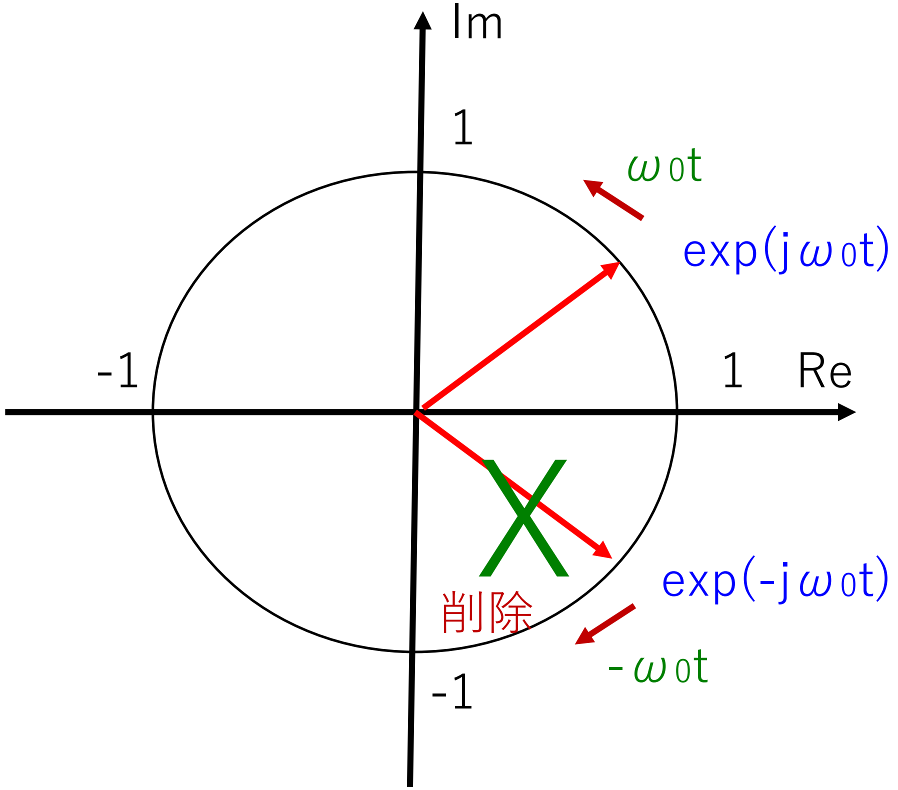
$$\exp(j\omega_0 t) + \exp(-j\omega_0 t) = 2\cos(\omega_0 t)$$

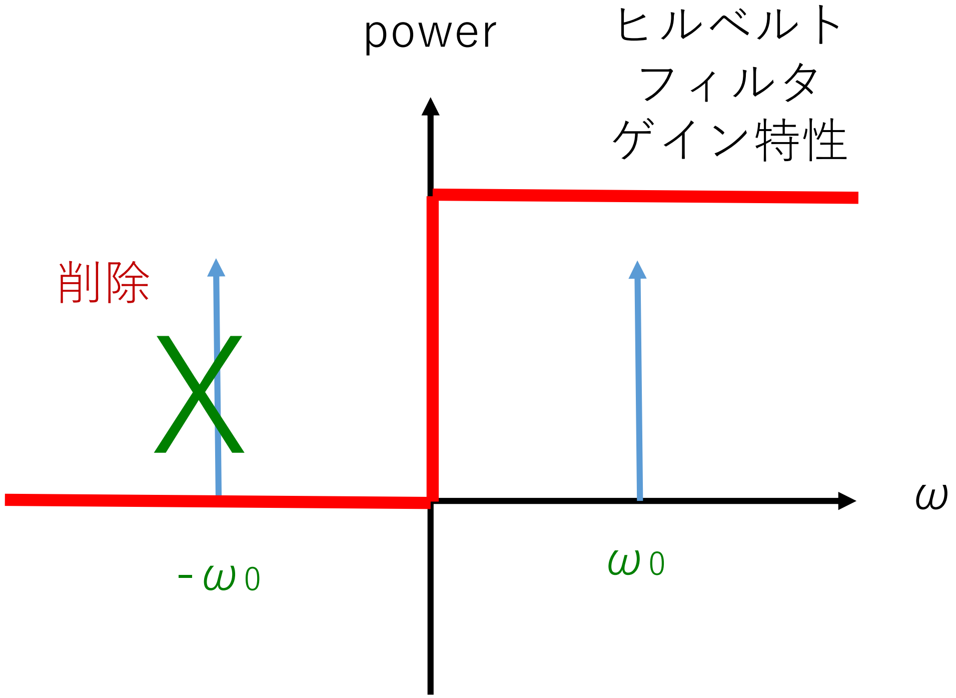
実信号　　現世

「実信号」で見えるのは「現世」のみ

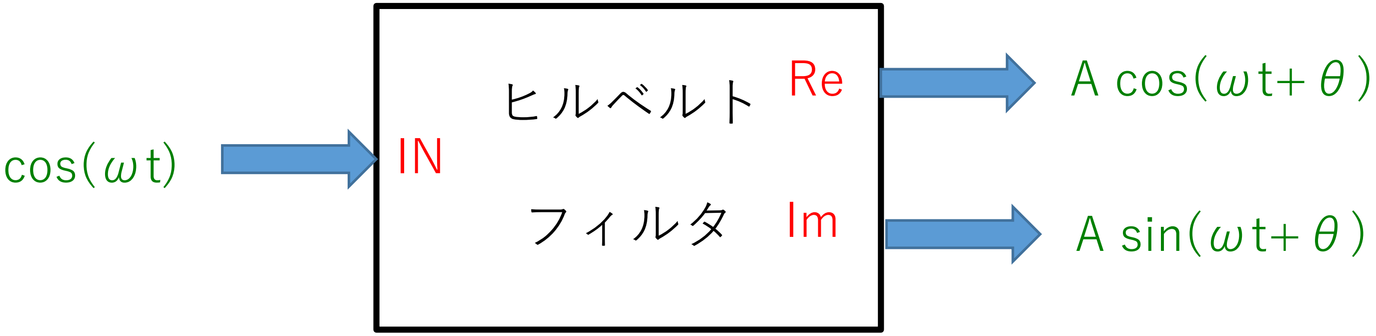
ヒルベルトフィルタで負周波数成分カット

$$\exp(j\omega_0 t) = \overset{\text{現世}}{\cos(\omega_0 t)} + j\,\overset{\text{あの世}}{\sin(\omega_0 t)}$$





ヒルベルトフィルタ



David Hilbert
1862-1943

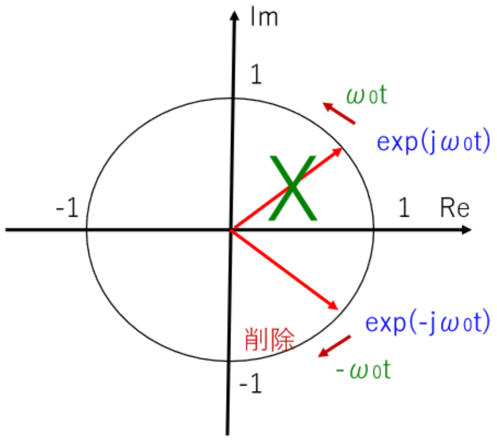
現代数学の父

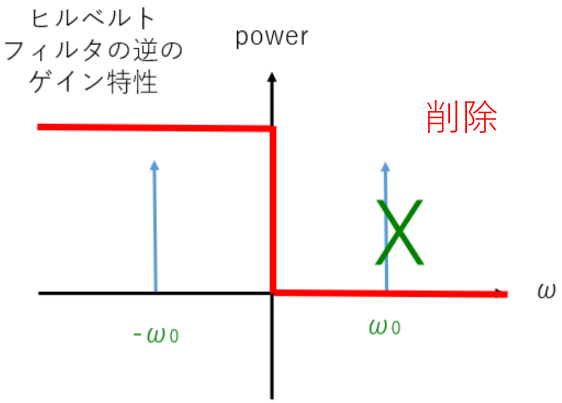
「我々は知らねばならない。
我々は知るだろう」

ヒルベルトフィルタで負周波数が見える

「負の周波数などあるのか、あるなら見せてみろ」に対する回答

$\exp(-j\omega_0 t) =$
$\cos(\omega_0 t) - j\sin(\omega_0 t)$



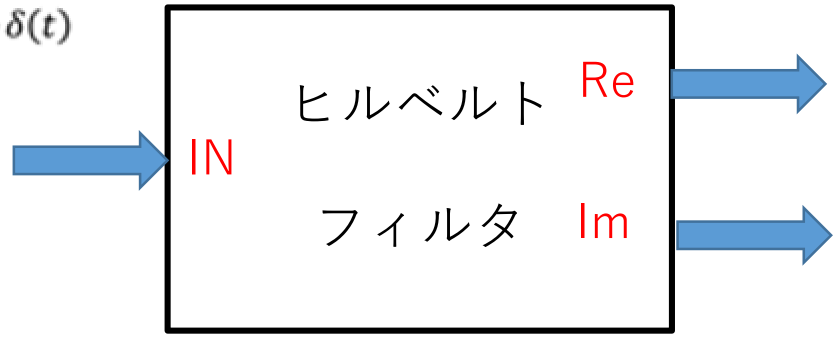


ヒルベルトフィルタのインパルス応答

A＝1、θ＝0 の場合

$$\int_0^{\infty} e^{j2\pi f t} df = \frac{1}{2}\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t}\right)$$

$$\int_0^{\infty} \cos(2\pi f t)\, df = \frac{1}{2}\delta(t)$$



$$\int_0^{\infty} \cos(2\pi f t)\, df = \frac{1}{2}\delta(t)$$

$$\int_0^{\infty} \sin(2\pi f t)\, df = \frac{1}{2}\frac{1}{\pi t}$$