

# 微細化による特性への影響

群馬大学  
松田順一

# 概要

- チャネル長変調
- 短チャネルデバイス
  - 短チャネル効果(電荷配分)、ドレイン～ソース電圧の効果、逆短チャネル効果
- 狹チャネルデバイス
  - 狹チャネル効果、逆狭チャネル効果
- パンチスルー
- キャリア速度飽和
- ホットキャリア効果
- スケーリング
- ソースとドレイン抵抗
- 薄い酸化膜と高ドーピング効果
- 微細物理モデルの統合
- 付録
  - BSIMでの閾値電圧(短チャネル効果:擬似2次元)

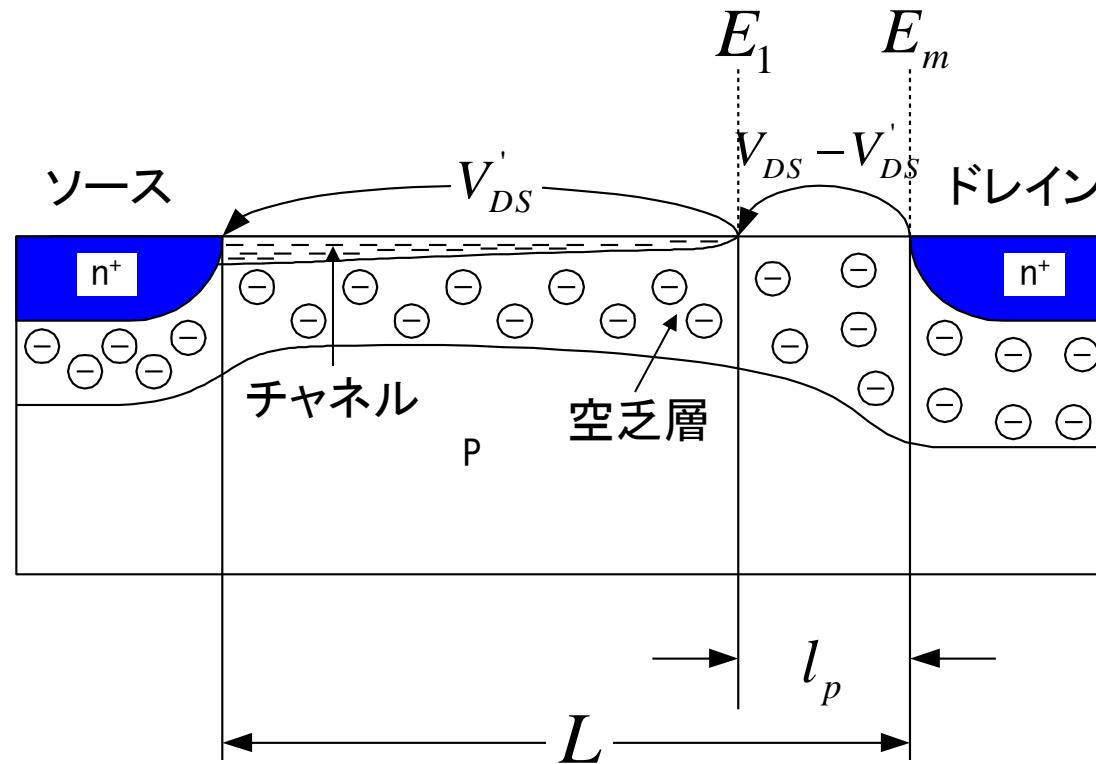
(注)以下の本を参考に、本資料を作成。

(1) Yannis Tsividis, Operation and Modeling of the MOS Transistor Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1999.

(2) Yannis Tsividis and Colin McAndrew, Operation and Modeling of the MOS Transistor Third Edition, Oxford University Press, New York, 2011.

# チャネル長変調

(CLM: Channel Length Modulation)



ドレイン側の空乏層によりチャネル長が変化

# ピンチオフ領域の長さ導出(1次元解析)

チャネル方向( $x$ :ドレイン方向正) のポアソンの方程式を解く。

ピンチオフ点を $x=0$ とし、境界条件を

$$E = -E_1 \quad (x = 0)$$

ピンチオフ領域にかかる電圧 :  $V_{DS} - V'_{DS}$

とすると、ピンチオフ領域の長さ $l_p$  は

$$l_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}} \left[ \sqrt{\phi_D + (V_{DS} - V'_{DS})} - \sqrt{\phi_D} \right]$$

となる。ここで、 $\phi_D$ は以下で表される。

$$\phi_D = \frac{\epsilon_s E_1^2}{2qN_A}$$

(注) ピンチオフより先にキャリア速度飽和が起こる場合、  
 $E_1$ をそれが起こる電界の値に置き換える。

# チャネル長変調による飽和電流(1)

飽和領域の電流 $I_{DS}$ は、 $l_p$ を用いて以下の如く表される。

$$I_{DS} = I_{DS}^* \frac{L}{L - l_p} \quad \text{または} \quad \frac{I_{DS}^*}{1 - l_p/L}$$

$l_p/L \ll 1$ の場合、

$$I_{DS} \approx I_{DS}^* \left( 1 + \frac{l_p}{L} \right)$$

で近似できる。（この形がコンピュータ計算上好まれる。）

ここで、 $l_p$ を以下の形にして用いる。

$$l_p = \frac{B_1}{\sqrt{N_A}} \left[ \sqrt{\phi_D + (V_{DS}^* - V_{DS})} - \sqrt{\phi_D} \right]$$

$B_1 = (2\varepsilon_s/q)^{1/2}$ で定数であるが、これと $\phi_D$ は、実測値（電流）に合うように選ばれる。

# チャネル長変調による飽和電流(2)

$l_p$ を $V_{DS} = V_{DS}'$ の周りでテイラー展開すると、以下になる。

$$\begin{aligned} l_p(V_{DS}) &= \frac{B_1}{\sqrt{N_A}} \left[ \sqrt{\phi_D + (V_{DS} - V_{DS}')} - \sqrt{\phi_D} \right] \\ &\approx l_p(V_{DS}') + \frac{B_1}{\sqrt{N_A}} \frac{1}{2\sqrt{\phi_D + (V_{DS} - V_{DS}')}} \Big|_{V_{DS}=V_{DS}'} (V_{DS} - V_{DS}') = \frac{B_1}{\sqrt{N_A}} \frac{(V_{DS} - V_{DS}')}{2\sqrt{\phi_D}} \end{aligned}$$

$I_{DS}$ は、以下となる。

$$I_{DS} \approx I_{DS}' \left( 1 + \frac{l_p}{L} \right) \approx I_{DS}' \left[ 1 + \frac{1}{L\sqrt{N_A}} \frac{B_1}{2\sqrt{\phi_D}} (V_{DS} - V_{DS}') \right] = I_{DS}' \left[ 1 + (V_{DS} - V_{DS}')/V_A \right]$$

となる。ここで、 $V_A$ は以下で表される。

$$V_A = B_2 L \sqrt{N_A}, \quad (\text{但し、 } B_2 = 2\sqrt{\phi_D}/B_1)$$

# チャネル長変調による飽和電流(3)

飽和電流 $I_{DS}$ を以下のようにも表す。

$$I_{DS} = I_{DS}' \left[ 1 + \left( V_{DS} - V_{DS}' \right) / \left( V_A + V_{DS}' \right) \right]$$

または、

$$\hat{I}_{DS} = \hat{I}_{DS}' \left[ 1 + \left( V_{DS} - \hat{V}_{DS} \right) / \left( V_A + \hat{V}_{DS} \right) \right] \quad (V_{DS} > \hat{V}_{DS})$$

$$\hat{I}_{DS} = \frac{W}{L} \mu C_{ox}' \left[ (V_{GS} - V_T) \hat{V}_{DS} - \frac{\alpha}{2} \hat{V}_{DS}^2 \right]$$

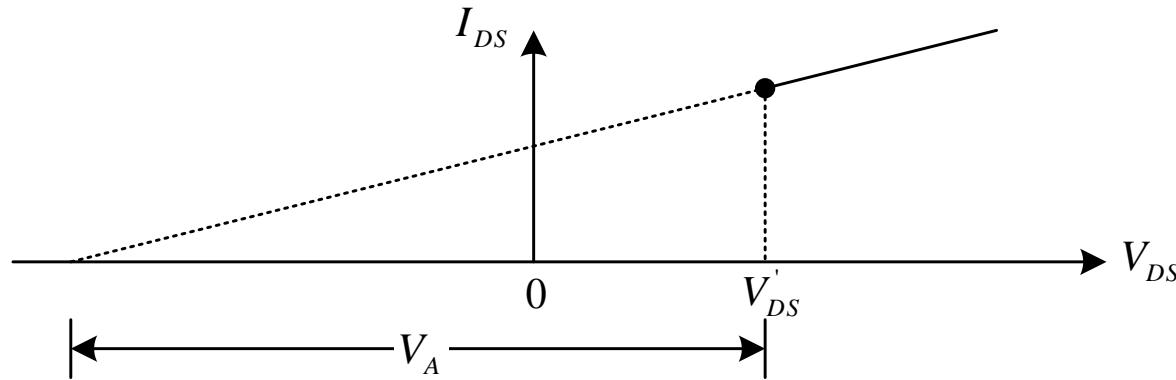
上記の飽和領域と以下の非飽和領域の電流式

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C_{ox}' \left[ (V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right] \quad (V_{DS} \leq \hat{V}_{DS})$$

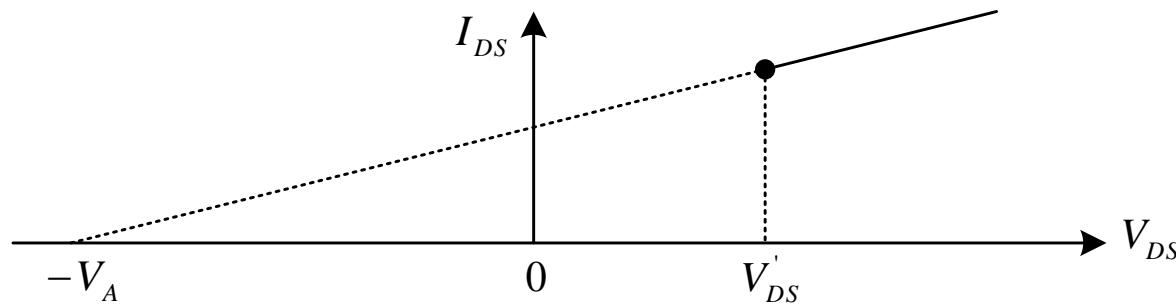
の  $dI_{DS}/dV_{DS}$  を等しいとして  $\hat{V}_{DS}$  を求めると、以下になる。

$$\hat{V}_{DS} = V_A \left[ \sqrt{1 + \frac{2(V_{GS} - V_T)}{\alpha V_A}} - 1 \right]$$

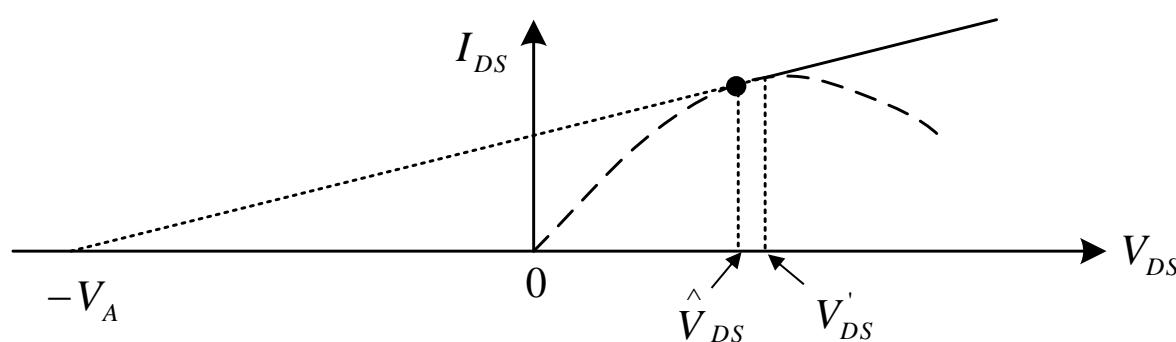
# 飽和領域のモデル



$$I_{DS} = I_{DS}' \left[ 1 + \left( V_{DS} - V_{DS}' \right) / V_A \right]$$



$$I_{DS} = I_{DS}' \left[ 1 + \left( V_{DS} - V_{DS}' \right) / \left( V_A + V_{DS}' \right) \right]$$



$$\hat{V}_{DS} = V_A \left[ \sqrt{1 + \frac{2(V_{GS} - V_T)}{\alpha V_A}} - 1 \right]$$

# ピンチオフ領域の長さ導出(:2次元解析)

2次元解析により $l_p$ を導出すると、 $l_p$ は以下になる\*。

$$l_p = l_a \ln \frac{[(V_{DS} - V'_{DS})/l_a] + E_m}{E_1}$$
$$E_m = \sqrt{\frac{(V_{DS} - V'_{DS})^2}{l_a^2} + E_1^2}, \quad l_a = \sqrt{\frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} t_{ox} d_j} \approx \sqrt{3t_{ox}d_j}$$

ここで、 $E_m$ は $x$ 方向の最大電界、 $d_j$ はドレインの接合深さ、  
 $E_1$ は電子または正孔の速度飽和時の電界である。

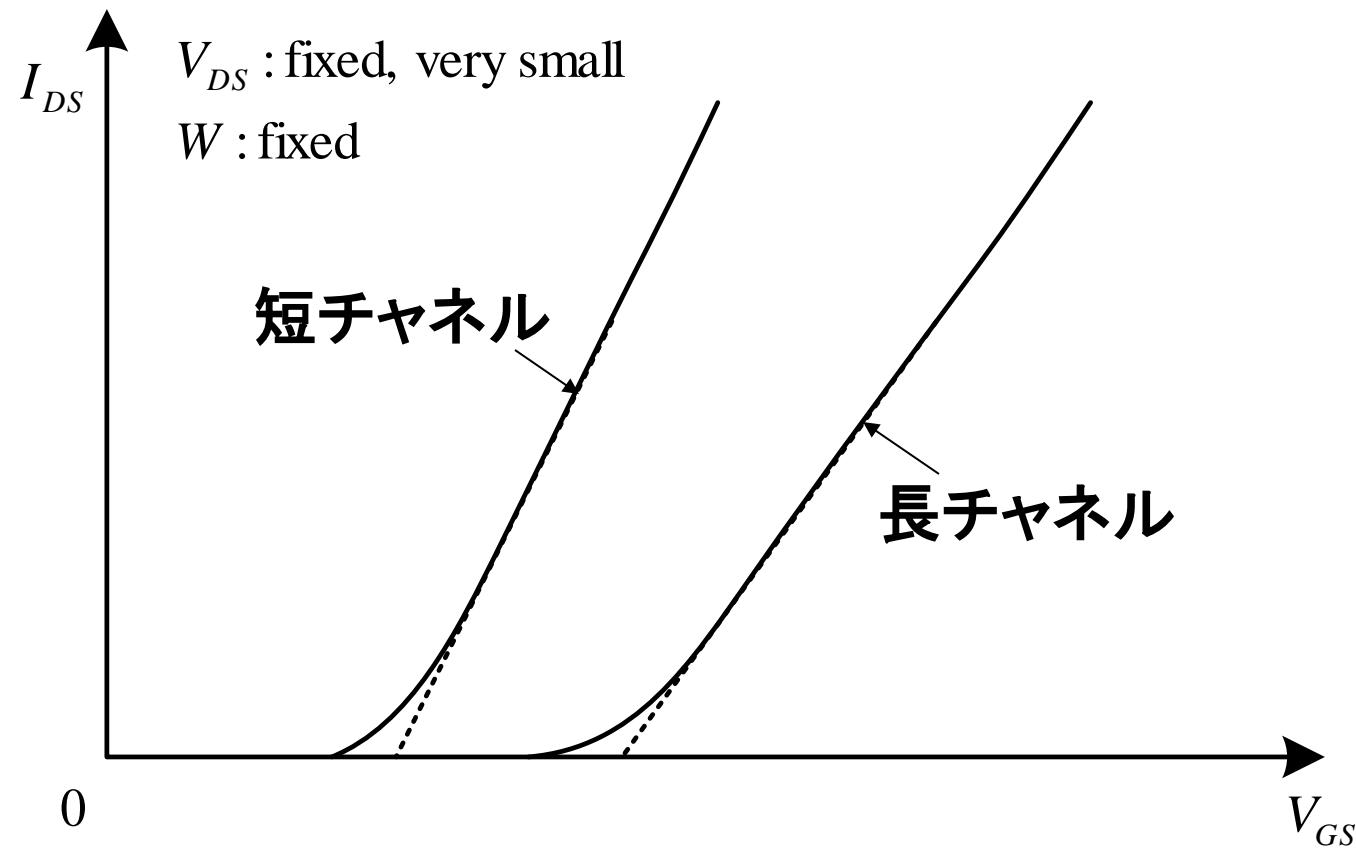
ここで、 $E_m$ を $E_1 + (\text{const})[(V_{DS} - V'_{DS})/l_a]$ で近似すると、 $l_p$ は

$$l_p = l_a \ln \left[ 1 + \frac{V_{DS} - V'_{DS}}{V_E} \right]$$

となる。 $V_E$ は実験的に決められる。

\*Y. A. Elmansy and A. R. Boothroyd, "A Simple two-dimensional model for IGFET operation in the saturation region," IEEE Transaction on Electron Devices, vol. ED-24, pp.254-262, 1977.

# チャネル長の違いによる $I_{DS}$ vs. $V_{GS}$ 特性



# 短チャネル効果(電荷配分:1)

短チャネルトランジスタの実効閾値電圧  $\hat{V}_T$  は、

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \frac{\hat{Q}_{B1}}{Q_B} \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

である。ここで、 $\hat{Q}_{B1}$  は実効空乏層電荷であり、

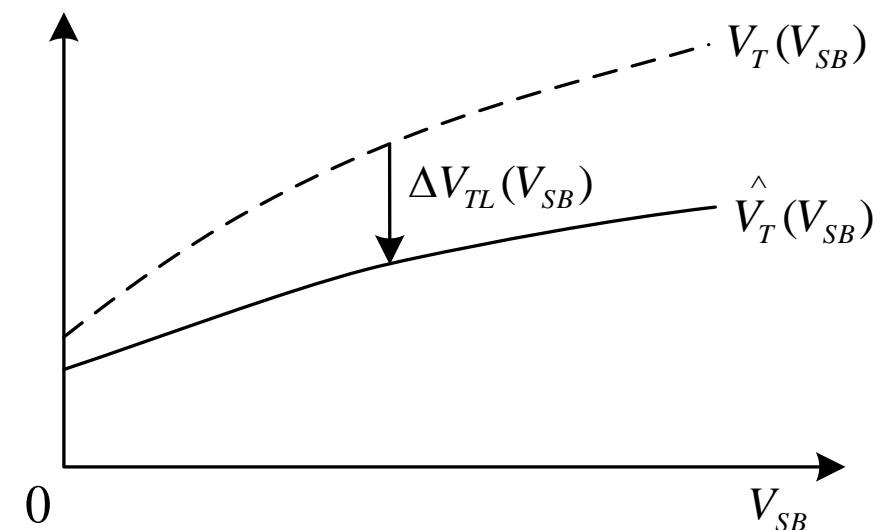
$\hat{V}_T$  はまた、

$$\hat{V}_T = V_T + \Delta V_{TL}$$

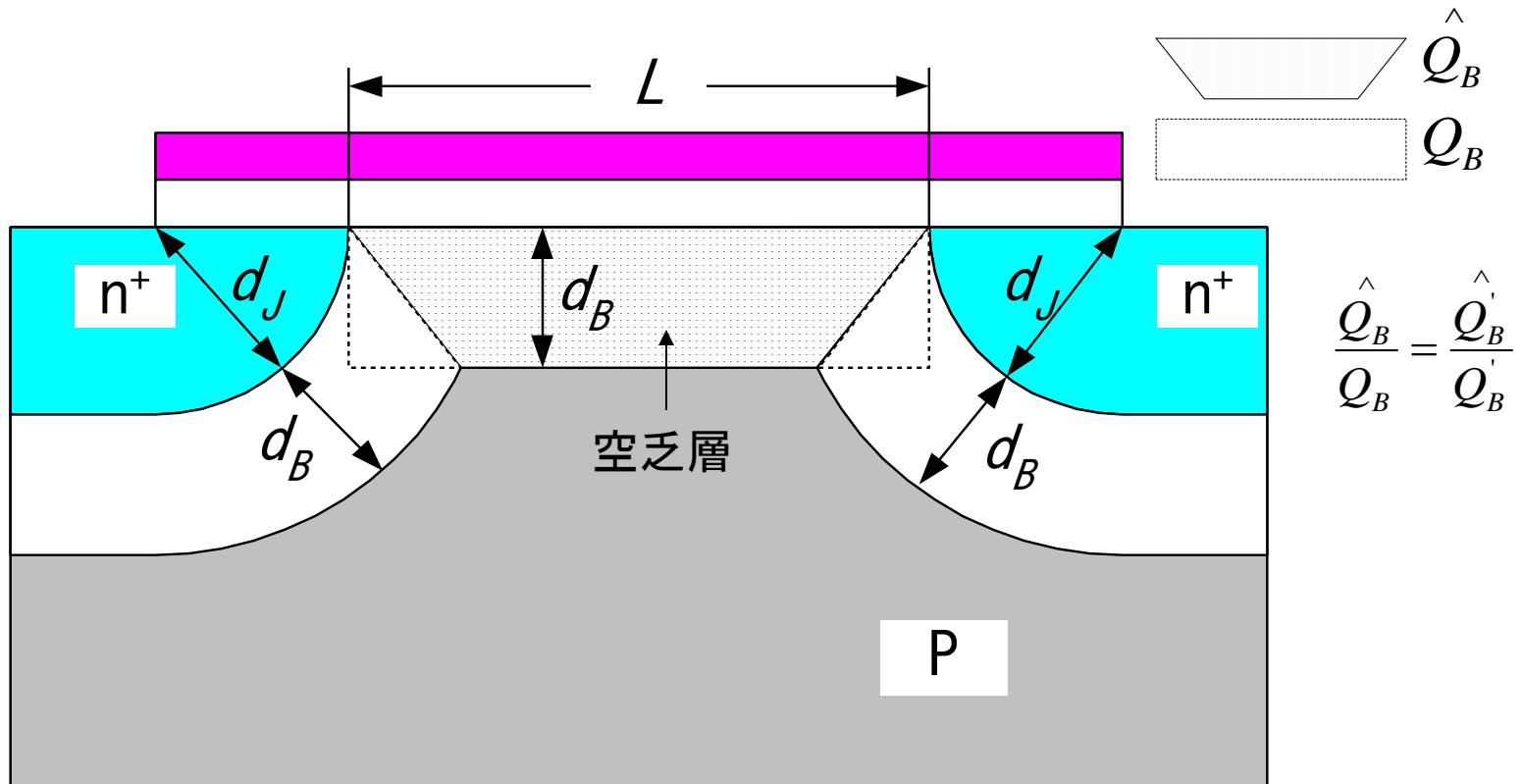
で表される。ここで、

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}, \quad \Delta V_{TL} = \left( \frac{\hat{Q}_{B1}}{Q_B} - 1 \right) \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

である。 $\Delta V_{TL}$  は閾値電圧の変化量を表す。



# 短チャネル効果(電荷配分)



$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \frac{\hat{Q}_{B1}}{Q_B} \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

$$\frac{\hat{Q}_B}{Q_B} = 1 - \frac{d_j}{L} \left( \sqrt{1 + \frac{2d_B}{d_j}} - 1 \right)$$

# 短チャネル効果(電荷配分:2)

$\hat{Q}_B/Q_B$  の導出: 空乏層幅  $d_B$  は

$$d_B = \zeta \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \quad \left( \text{但し、 } \zeta = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}} \right)$$

である。これを使うと  $\hat{Q}_B/Q_B$  は

$$\hat{Q}_B/Q_B = 1 - \frac{d_j}{L} \left( \sqrt{1 + \frac{2d_B}{d_j}} - 1 \right)$$

となる。 $2d_B/d_j \ll 1$  の場合、 $\hat{Q}_B/Q_B$  は

$$\hat{Q}_B/Q_B \approx 1 - \frac{d_B}{L}$$

で近似される。 $2d_B/d_j$  が大きい場合も考慮して、以下で表す。

$$\hat{Q}_B/Q_B = 1 - \beta_1 \frac{d_B}{L} \quad (\text{但し、 } \beta_1 \text{ は定数})$$

# 短チャネル効果(電荷配分:3)

$\beta_1$ を含む  $\hat{Q_B}/Q_B$  の近似式を用いると  $\hat{V}_T$  は

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \left( 1 - \frac{\beta_1 \zeta}{L} \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \right)$$

となる。また、 $\Delta V_{TL}$  は以下の如くになる。

$$\Delta V_{TL} = -2\beta_1 \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} \frac{t_{ox}}{L} (\phi_0 + V_{SB})$$



$$\Delta V_{TL} \propto 1/L$$

# 短チャネル効果(ドレイン～ソース電圧の影響)

ドレイン電圧が増大した場合、 $\hat{Q_B} / Q_B$  は以下になる。

$$\hat{Q_B} / Q_B = 1 - \beta_1 \frac{1}{L} \frac{d_{BS} + d_{BD}}{2} \quad (\text{但し、 } \beta_1 \text{ は定数})$$

ここで、 $d_{BS}$  と  $d_{BD}$  はそれぞれソース側とドレイン側の空乏層幅であるため、

$$\frac{d_{BS} + d_{BD}}{2} = \frac{\zeta}{2} \left( \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \sqrt{\phi_0 + V_{DB}} \right) \quad (\text{但し、 } V_{DB} = V_{DS} + V_{SB})$$

$$\approx \zeta \left( \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\beta_2 V_{DS}}{\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}} \right) \quad (\text{但し、 } \beta_2 = 0.25)$$

となる。上記近似は  $V_{DS}$  が小の場合に成り立ち  $\hat{V}_T$  と  $\Delta V_{TL}$  は以下になる。

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \left[ 1 - \frac{\beta_1 \zeta}{L} \left( \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \frac{\beta_2 V_{DS}}{\sqrt{\phi_0 + V_{SB}}} \right) \right]$$

$$\Delta V_{TL} = -2\beta_1 \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} \frac{t_{ox}}{L} [(\phi_0 + V_{SB}) + \beta_2 V_{DS}]$$

# 短チャネル効果(ドレイン～ソース電圧の影響:2次元解析)

擬似2次元解析によると、 $\Delta V_{TL}$ は以下の如くになる\*。

$$\Delta V_{TL} \approx -[3(\phi_{bi} - \phi_0) + V_{DS}]e^{-L/\lambda}$$

ここで、 $\phi_{bi}$ はソースまたはドレインとチャネル間の接合電位であり、 $\lambda$  (特性長 : Characteristic length) は以下である。

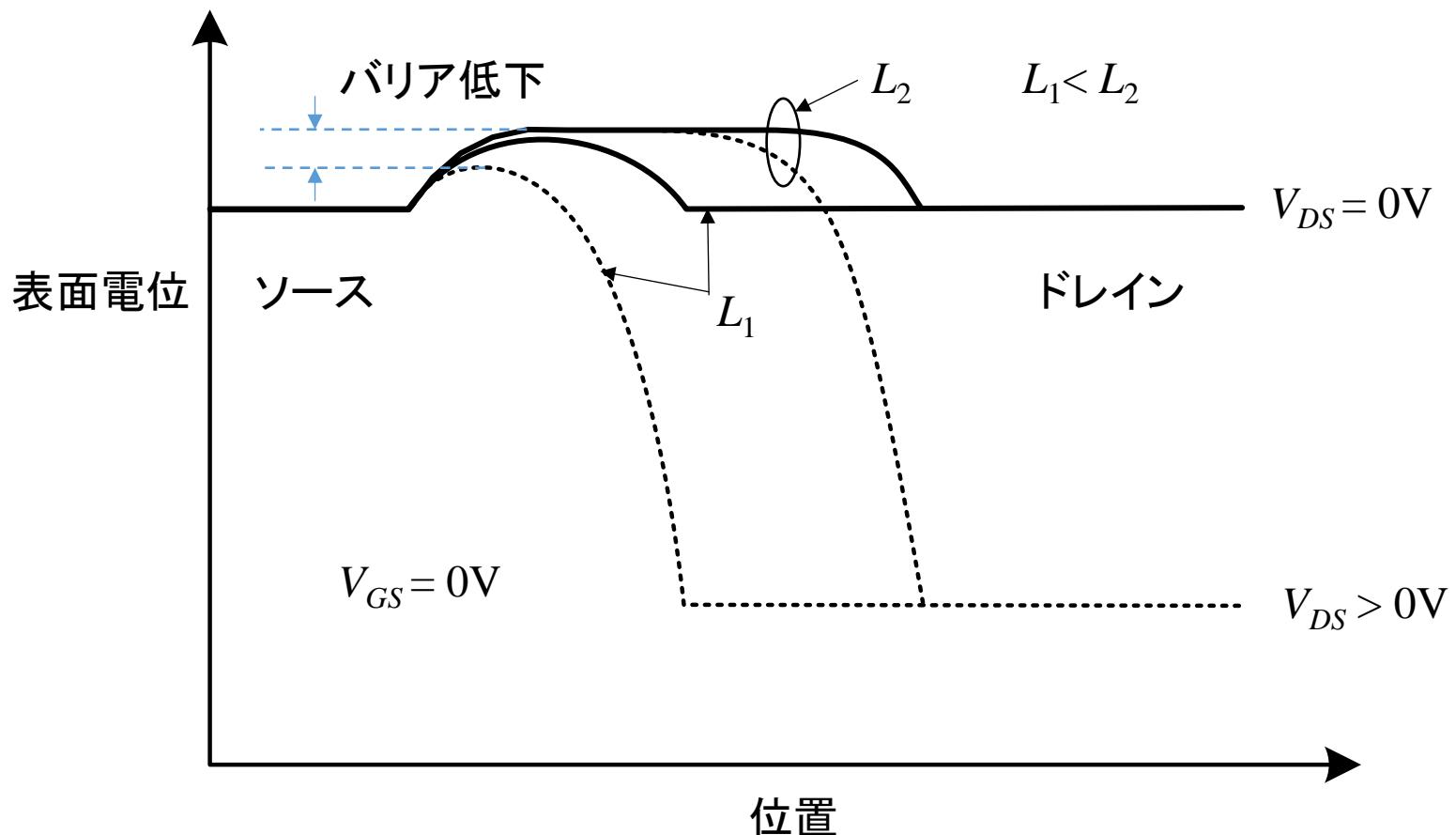
$$\lambda = \sqrt{\frac{\epsilon_s t_{ox} d_B}{\epsilon_{ox} \beta_3}}$$

ここで、 $d_B$ はチャネル下の空乏層深さであり、 $\beta_3 (\approx 1)$ はフィッティングパラメータである。

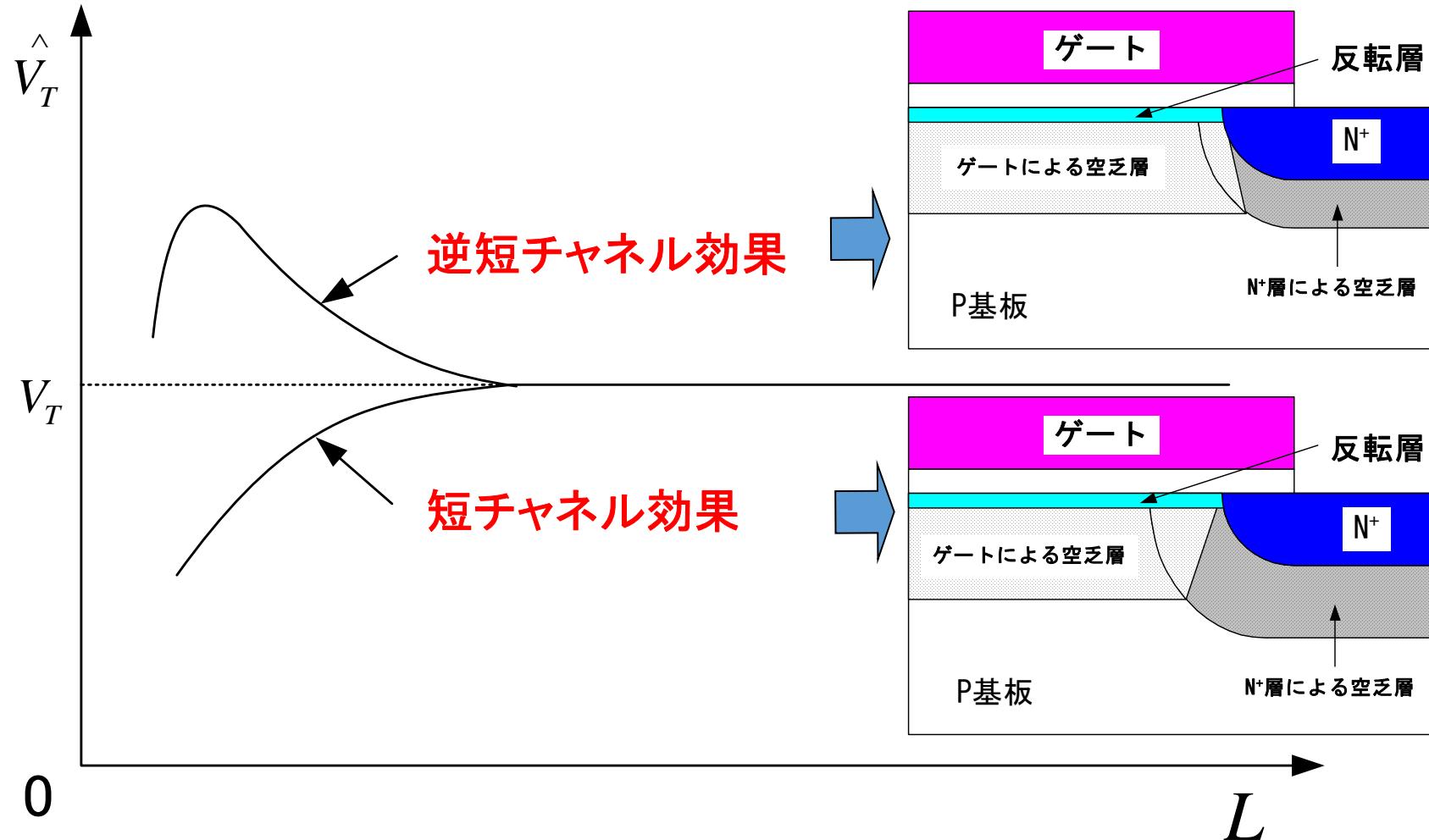
なお、上記 $\Delta V_{TL}$ は $L \gg d_B$ で成立する。

\*Z-H Liu, et. Al., "Threshold voltage model for deep-submicrometer MOSFET's," IEEE Transaction on Electron Devices, Vol. 40, pp.86-95, 1993.

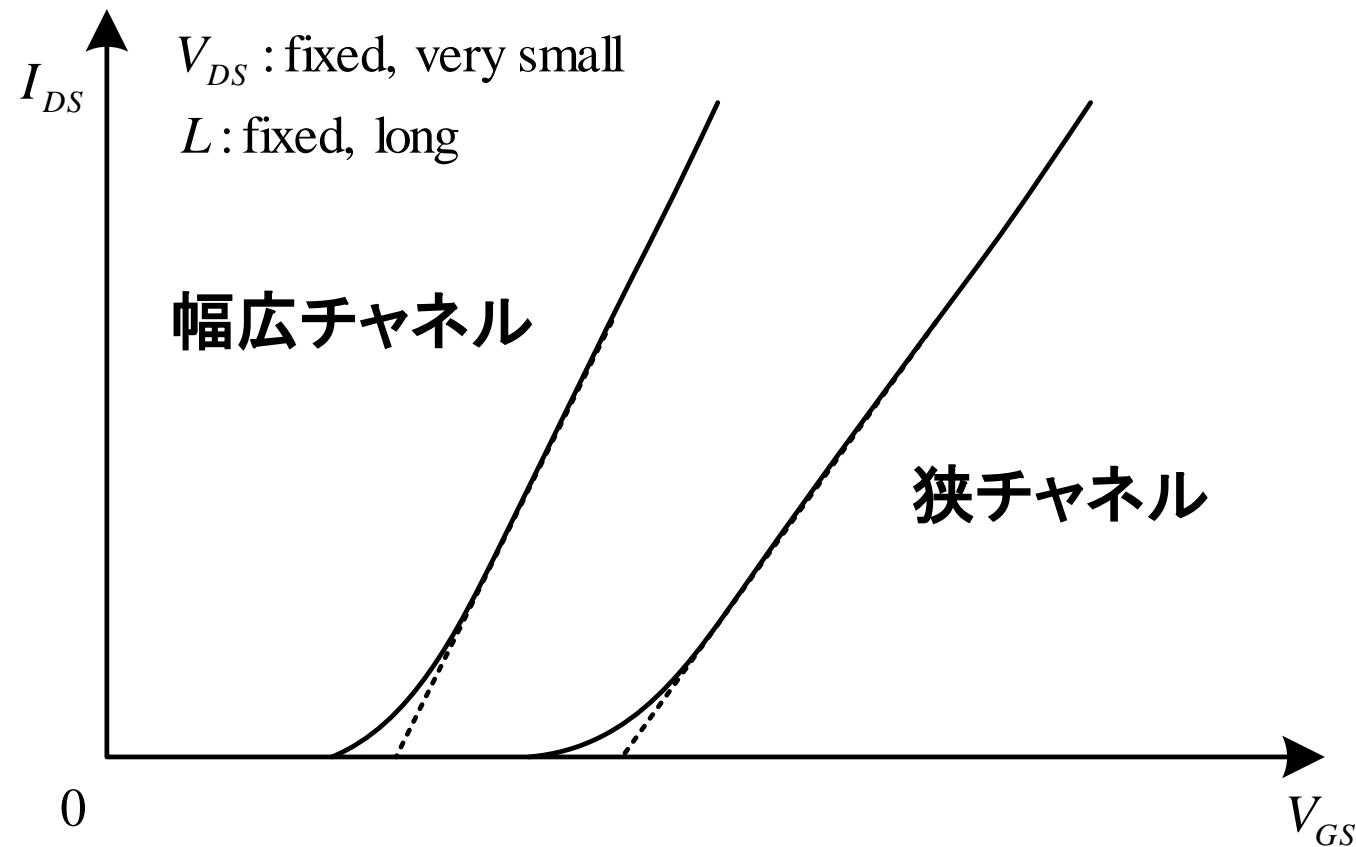
# トレンイン電圧/短チャネル化によるバリア低下 (DIBL: Drain Induced Barrier Lowering)



# 短/逆短チャネル効果



# チャネル幅の違いによる $I_{DS}$ vs. $V_{GS}$ 特性



# LOCOS分離の狭チャネル効果(1)

狭チャネルトランジスタの

実効閾値電圧  $\hat{V}_T$  は、

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \frac{\hat{Q}_{B1}}{Q_B} \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$

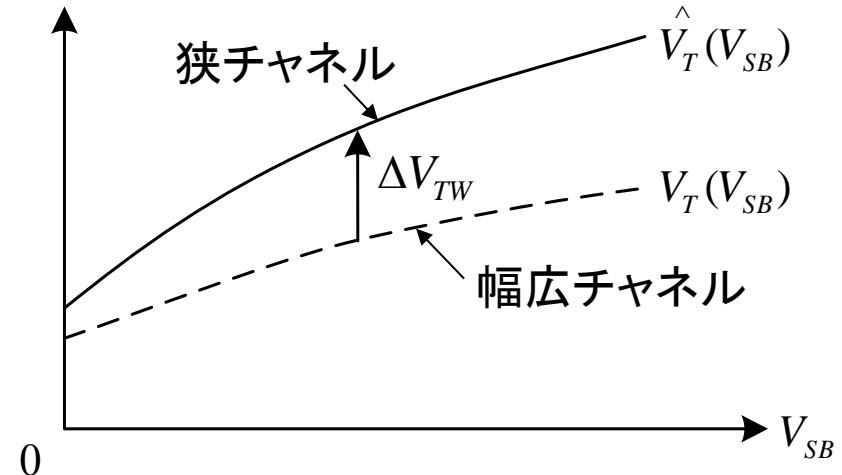
である。ここで、 $\hat{Q}_{B1}$  は、実効空乏層電荷であり、

$\hat{Q}_{B1}/Q_B > 1$  である。 $\hat{V}_T$  はまた、

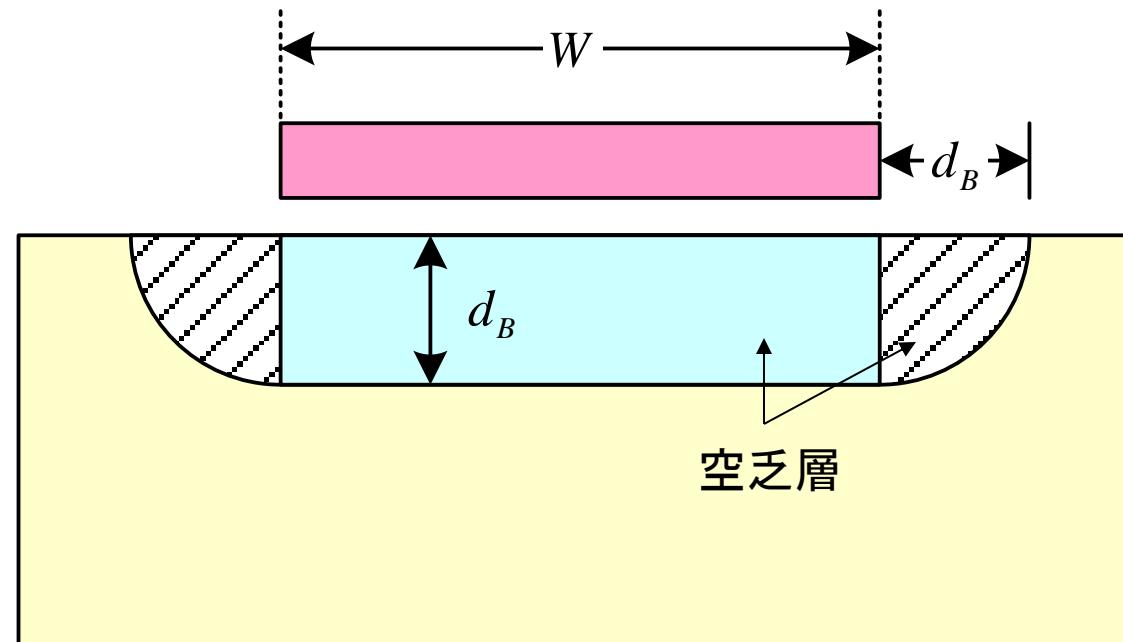
$$\hat{V}_T = V_T + \Delta V_{TW}$$

で表される。ここで、 $V_T$  と  $\Delta V_{TW}$  は以下である。

$$V_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}, \quad \Delta V_{TW} = \left( \frac{\hat{Q}_{B1}}{Q_B} - 1 \right) \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}}$$



# 狭チャネル効果(電荷配分)



$$\begin{array}{c} \diagup \diagdown \diagup \diagdown \\ \text{---} \end{array} \quad \hat{Q}_B \\ Q_B$$

$$\frac{\hat{Q}_B}{Q_B} = \frac{\hat{Q}_B}{Q_B}$$

# LOCOS分離の狭チャネル効果(2)

LOCOSの場合、 $\hat{Q_{B1}}/Q_B$ を以下の如く近似できる。

$$\frac{\hat{Q_{B1}}}{Q_B} = 1 + \beta_4 \frac{\pi}{2} \frac{d_B}{W}$$

ここで、 $\beta_4$ は通常1であり、フィーティングパラメータとして用いる。

これから $\hat{V}_T$ は以下になる。

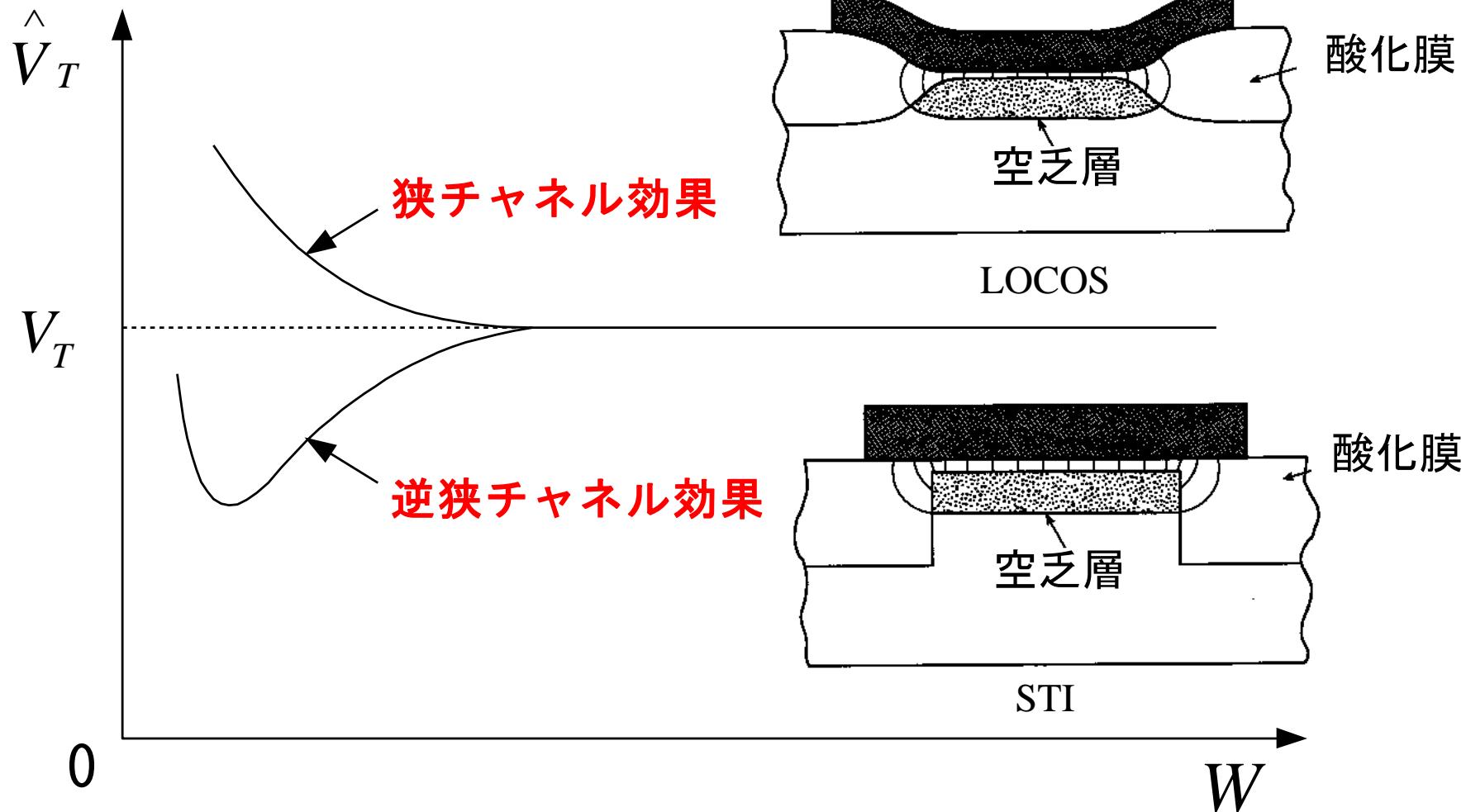
$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \left( 1 + \beta_4 \frac{\zeta \pi}{2W} \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \right)$$

また、 $\Delta V_{TW}$ は以下になる。

$$\begin{aligned}\Delta V_{TW} &= \beta_4 \frac{\zeta \pi}{2W} \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \\ &= \beta_4 \pi \frac{\zeta \gamma}{2W} (\phi_0 + V_{SB}) = \beta_4 \pi \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} \frac{t_{ox}}{W} (\phi_0 + V_{SB})\end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned}d_B &= \zeta \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \\ \zeta &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}} \\ \gamma &= \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{C_{ox}}\end{aligned}}$$

# 狭/逆狭チャネル効果



# STI分離の狭チャネル効果(1)

STIの場合の狭チャネル効果による $\hat{V}_T$ は、以下である。

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 - \frac{Q_B}{C_{ox}WL + 2C_F}$$

ここで、 $C_F$ はフリンジング容量である。 $\hat{V}_T$ はまた、以下で表される。

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 - \frac{\hat{Q}_{B1}}{C_{ox}WL}$$

ここで、 $\hat{Q}_{B1}$ は実効空乏層電荷である。上2式を比較して、以下を得る。

$$\frac{\hat{Q}_{B1}}{Q_B} = \frac{C_{ox}WL}{C_{ox}WL + 2C_F} < 1$$

# STI分離の狭チャネル効果(2)

$C_F$ は、以下である\*。

$$C_F = \frac{2\epsilon_{ox}L}{\pi} \ln\left(\frac{2t_{Fox}}{t_{ox}}\right)$$

ここで、 $t_{Fox}$ はフィールド酸化膜厚である。この $C_F$ から以下を得る。

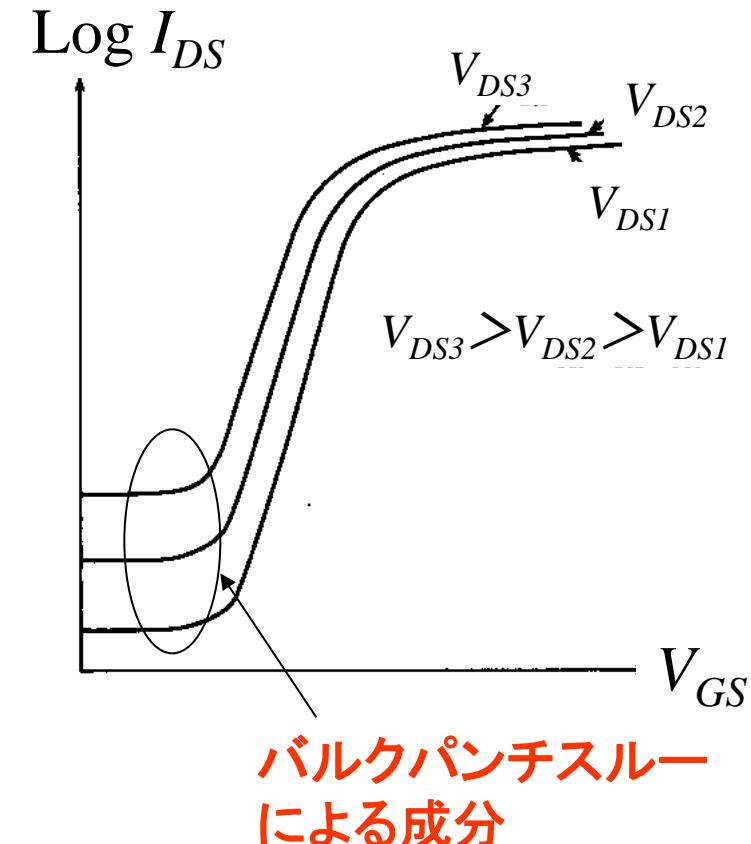
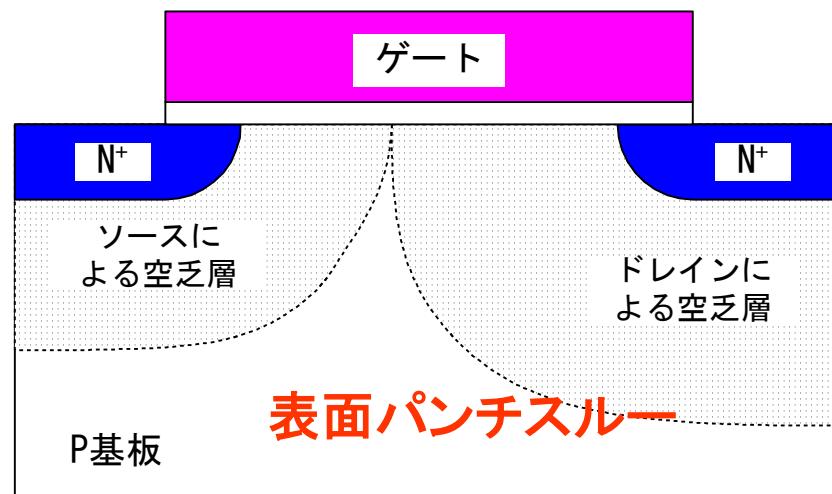
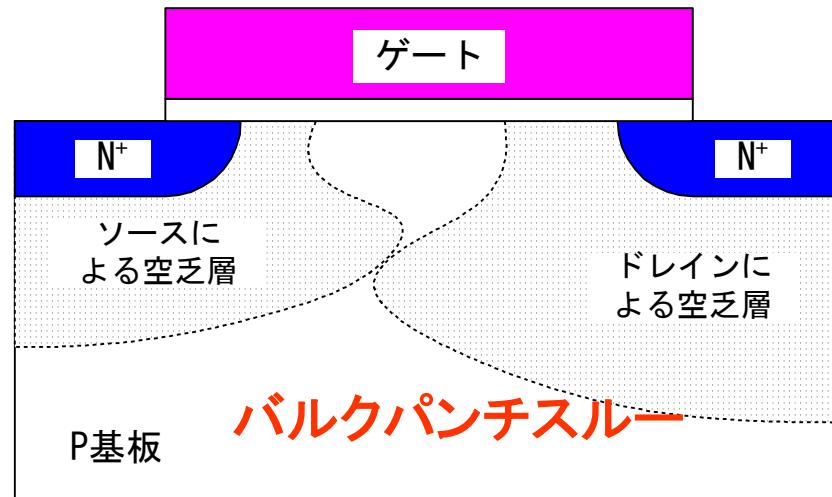
$$\frac{\hat{Q}_{B1}}{Q_B} = \frac{W}{W+F}, \quad \text{但し、} F = \frac{4t_{ox}}{\pi} \ln\left(\frac{2t_{Fox}}{t_{ox}}\right)$$

したがって $\hat{V}_T$ は、以下の如くになる。

$$\hat{V}_T = V_{FB} + \phi_0 + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_{SB}} \frac{W}{W+F}$$

\* L. A. Akers, et. al., "Characterization of the inverse-narrow-width effect," IEEE Transaction on Electron Devices, vol. ED-34, pp. 2476-2484, 1987.

# パンチスルー



# キャリアの速度飽和

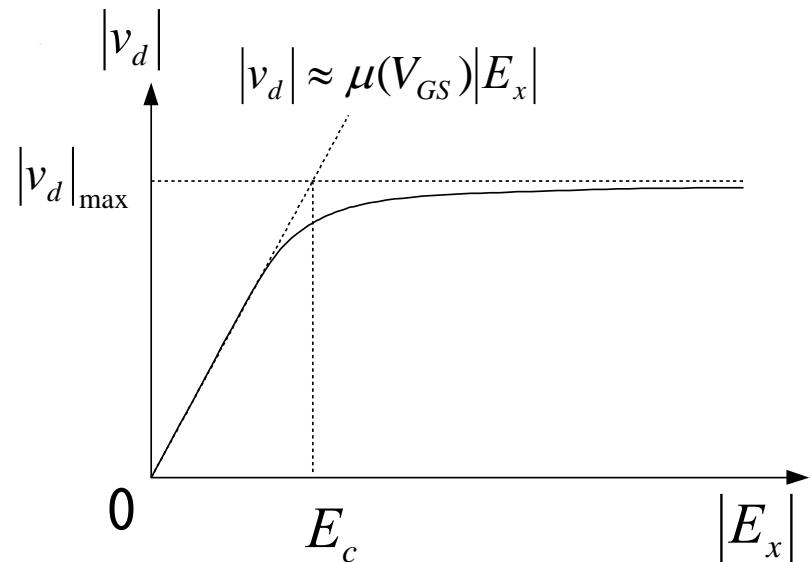
キャリアの速度飽和を含む電流式

$$I_{DSN, \text{速度飽和を含む}} = \frac{I_{DSN, \text{速度飽和を含まない}}}{1 + V_{DS} / (LE_c)}$$

電界が臨界電界より小:  $|E_x| \ll E_c \Rightarrow |v_d| \approx \mu |E_x|$

電界が臨界電界より大:  $|E_x| \gg E_c \Rightarrow |v_d| \approx |v_d|_{\max}$

$$\text{臨界電界: } E_c = \frac{|v_d|_{\max}}{\mu}$$



# キャリア速度飽和の解析(1)

$|v_d|$ を経験的な以下の関係式で表す。

$$|v_d| = |v_d|_{\max} \frac{|E_x|/E_c}{1 + |E_x|/E_c}$$

ここで  $|E_x| = dV_{CB}/dx$  であるから、

$$|v_d(x)| = |v_d|_{\max} \frac{(1/E_c)(dV_{CB}/dx)}{1 + (1/E_c)(dV_{CB}/dx)} = \mu \frac{(dV_{CB}/dx)}{1 + (1/E_c)(dV_{CB}/dx)}$$

となる。一方、非飽和領域での電流  $I_{DSN}$  は

$$I_{DSN} = W(-Q_I) v_d(x)$$

であるから、

$$I_{DSN} \left( 1 + \frac{1}{E_c} \frac{dV_{CB}}{dx} \right) = \mu W(-Q_I) \frac{dV_{CB}}{dx}$$

となる。これを、 $x = 0 (V_{CB} = V_{SB})$  から  $x = L (V_{CB} = V_{DB})$  まで積分する。

# キャリア速度飽和の解析(2)

積分の結果、以下を得る。

$$I_{DSN} \left( L + \frac{(V_{DB} - V_{SB})}{E_c} \right) = \mu W \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} (-Q'_I) dV_{CB}$$

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \frac{\mu}{1 + V_{DS}/(LE_c)} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} (-Q'_I) dV_{CB}$$

ここで、 $V_{DB} - V_{SB} = V_{DS}$ である。この式を完全対称強反転モデルの式

$$I_{DSN} = \frac{W}{L} \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} \mu (-Q'_I) dV_{CB} \quad (\text{直接導出})$$

と $\mu$ を一定として比較すると、以下になる。

$$I_{DSN, \text{including velocity saturation}} = \frac{I_{DSN, \text{not including velocity saturation}}}{1 + V_{DS}/(LE_c)}$$

# キャリア速度飽和の解析(3)

簡単化されたソース参照強反転モデルの式に速度飽和効果を入れると、

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \frac{\mu C_{ox} \left[ (V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right]}{1 + V_{DS} / (LE_c)}, \quad V_{DS} \leq V_{DS}'$$

となる。 $dI_{DS}/dV_{DS} = 0$ から飽和時の $V_{DS}$ (= $V_{DS}'$ )は以下になる。

$$V_{DS}' = \frac{V_{GS} - V_T}{\alpha} \frac{2}{\sqrt{1 + \left( \frac{V_{GS} - V_T}{\alpha} \right) \bullet \frac{2}{LE_c} + 1}}$$

また、飽和時の電流は  $V_{DS}$ を $V_{DS}'$ に、 $L$ を $L - l_p$ に置換えて、以下になる。

$$I_{DS} = \frac{W \mu C_{ox} \left[ (V_{GS} - V_T) V_{DS}' - \frac{\alpha}{2} V_{DS}'^2 \right]}{L \left( 1 - \frac{l_p}{L} + \frac{V_{DS}'}{LE_c} \right)}$$

# キャリア速度飽和の解析(4)

$L$ が小さくなると、 $V_{DS}^{'}$ も小さくなる。したがって、 $I_{DS}^{'}$ は

$$I_{DS}^{'} \approx \frac{\mu C_{ox}^{'} (W/L) (V_{GS} - V_T) V_{DS}^{'}}{V_{DS}^{'}/(L E_c)} \approx W C_{ox}^{'} (V_{GS} - V_T) \mu E_c$$

で近似できる。ここで、 $l_p/L \ll 1$ と仮定してある。

すなわち、 $I_{DS}^{'}$ は  $V_{GS} - V_T$  にほぼ比例する。

ここで、チャネル電荷が場所  $x$  に依存しなく、一定であるとするとき、

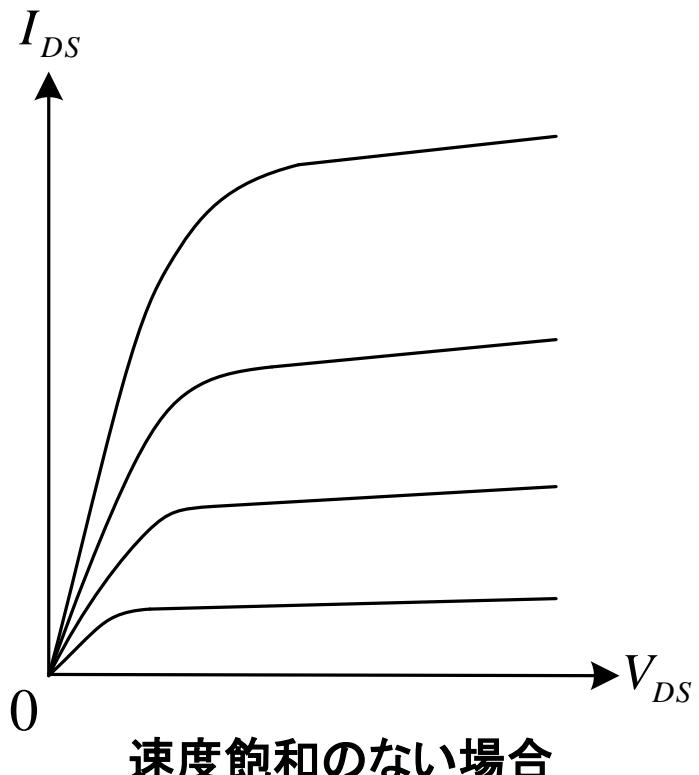
$-Q_I^{'} \approx C_{ox}^{'} (V_{GS} - V_T)$  であるから、以下を得る。

$$I_{DS}^{'} \approx W (-Q_I^{'}) v_d \Big|_{\max}$$

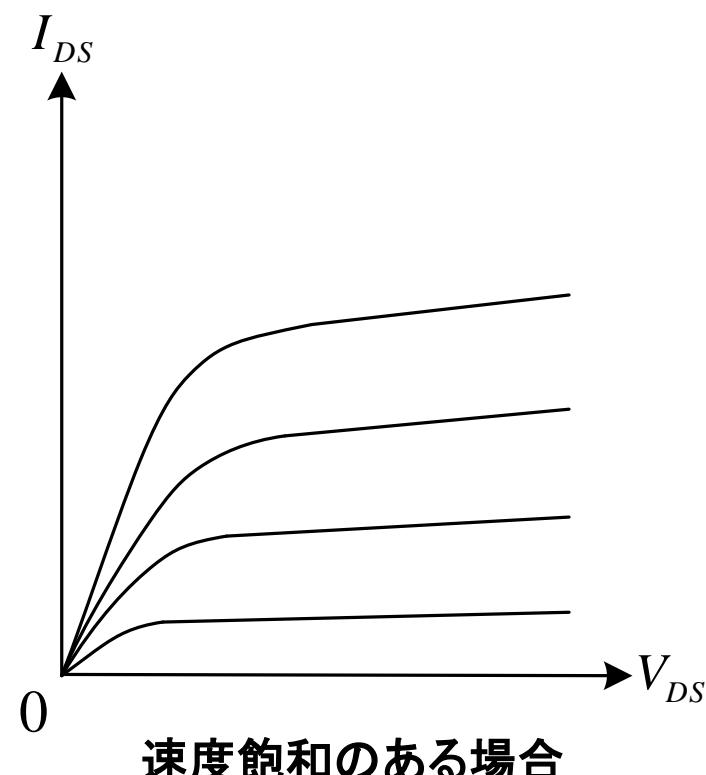
# $I_{DS}$ - $V_{DS}$ 特性：速度飽和の有無

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C_{ox} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2\alpha}$$

$$I_{DS} \approx WC_{ox}(V_{GS} - V_T)\mu E_c$$

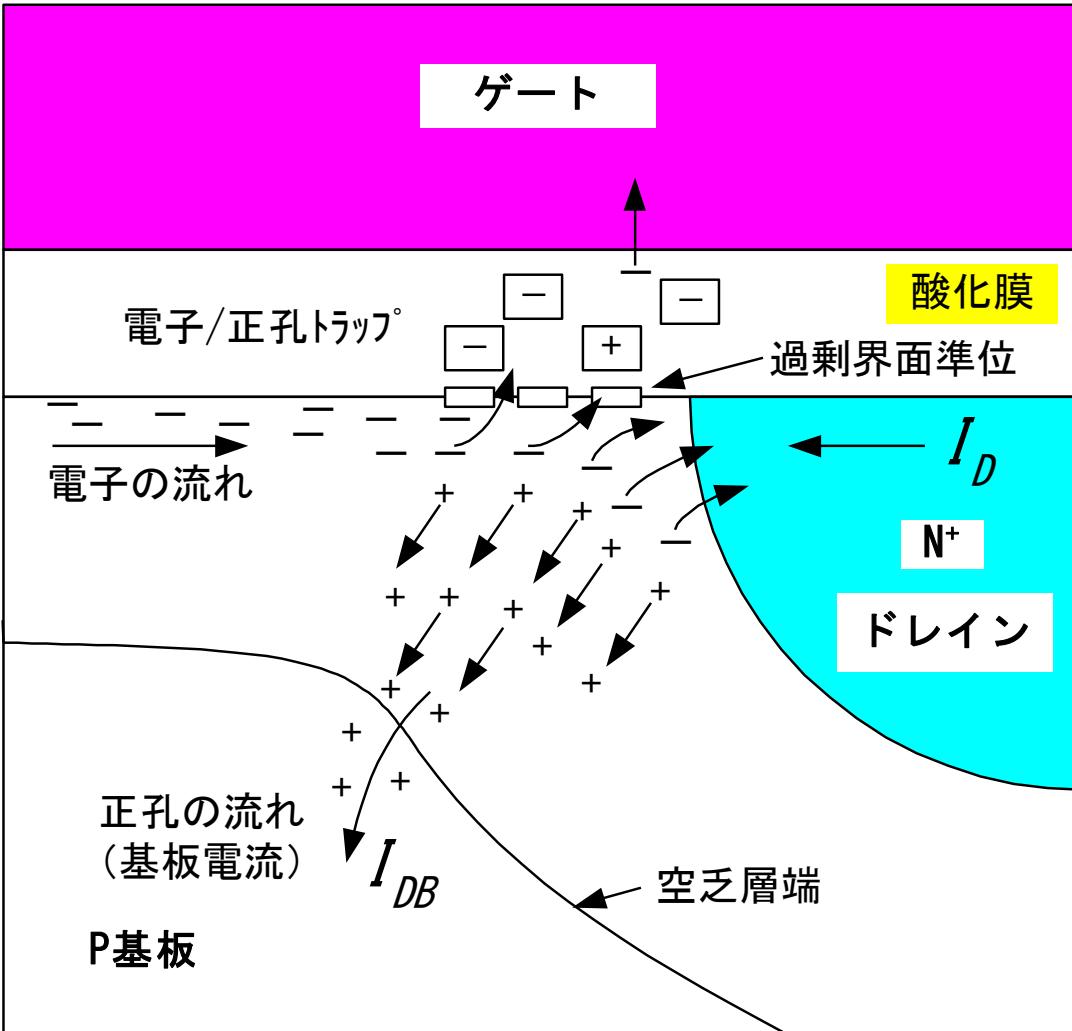


速度飽和のない場合



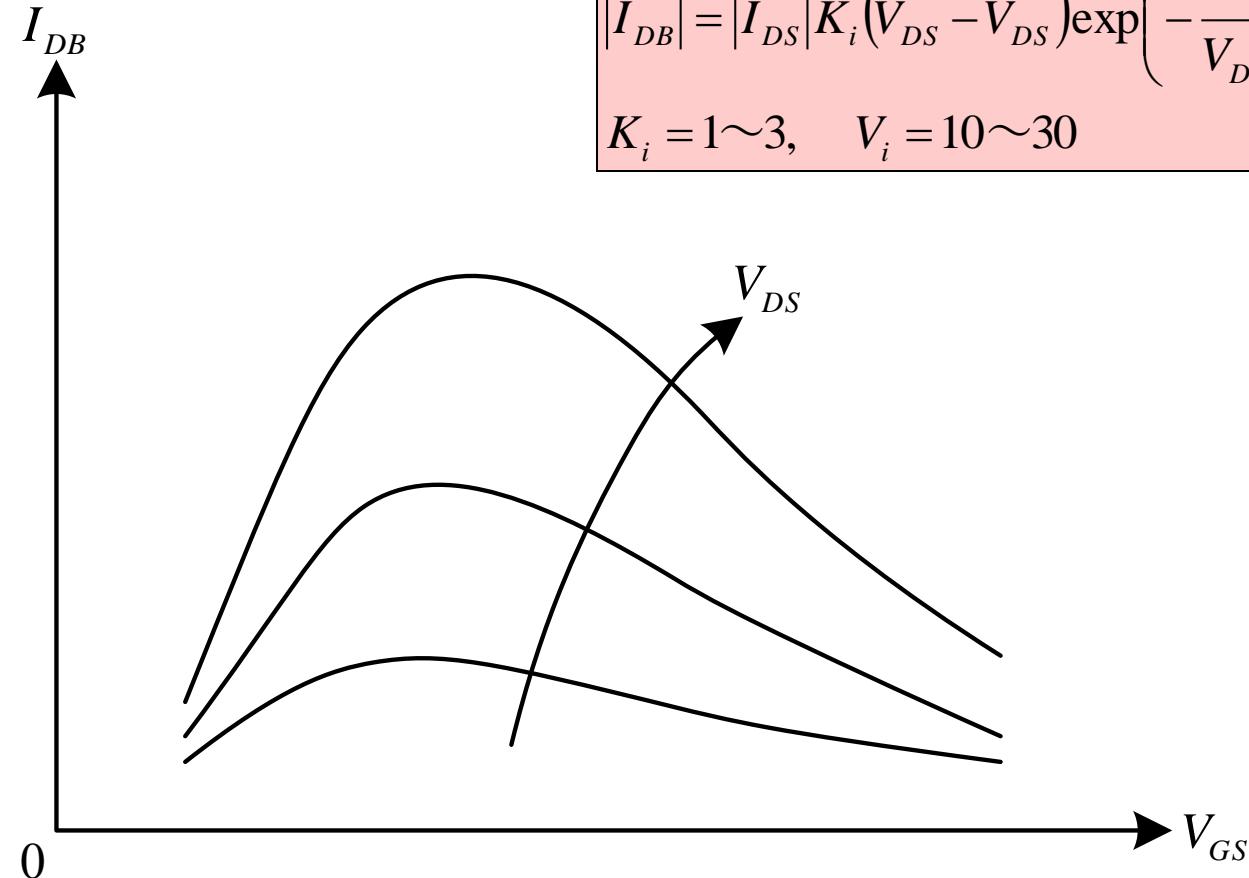
速度飽和のある場合

# ホットキャリア効果



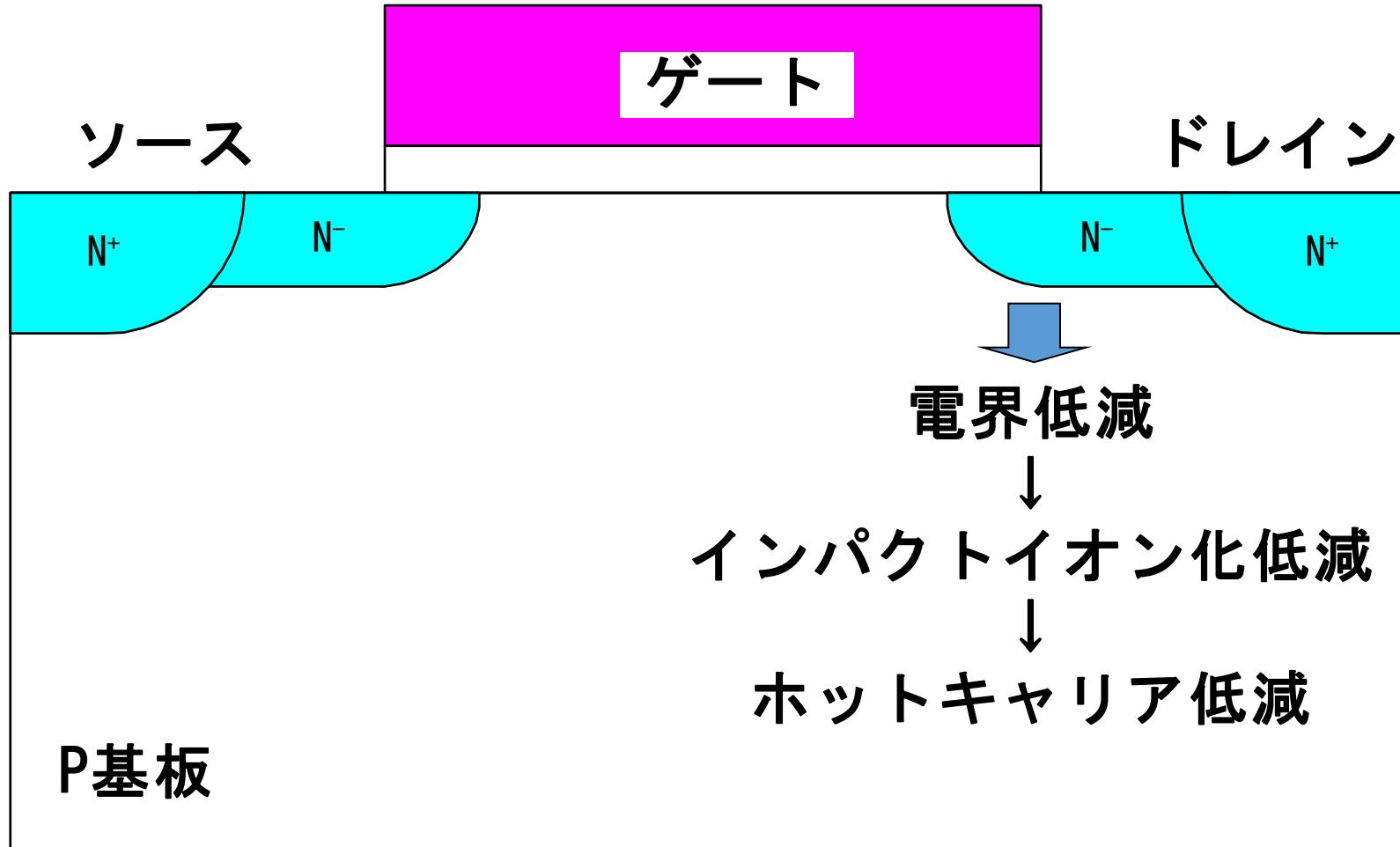
- ・電子/正孔トラップ<sup>°</sup>
  - ・過剰界面準位
- ↓
- ・閾値電圧上昇  
ソース・ドレイン逆方向  
閾値電圧上昇顕著
  - ・“ドライブ”能力低下  
ドレイン抵抗増加

# 基板電流vs.ゲート～ソース電圧

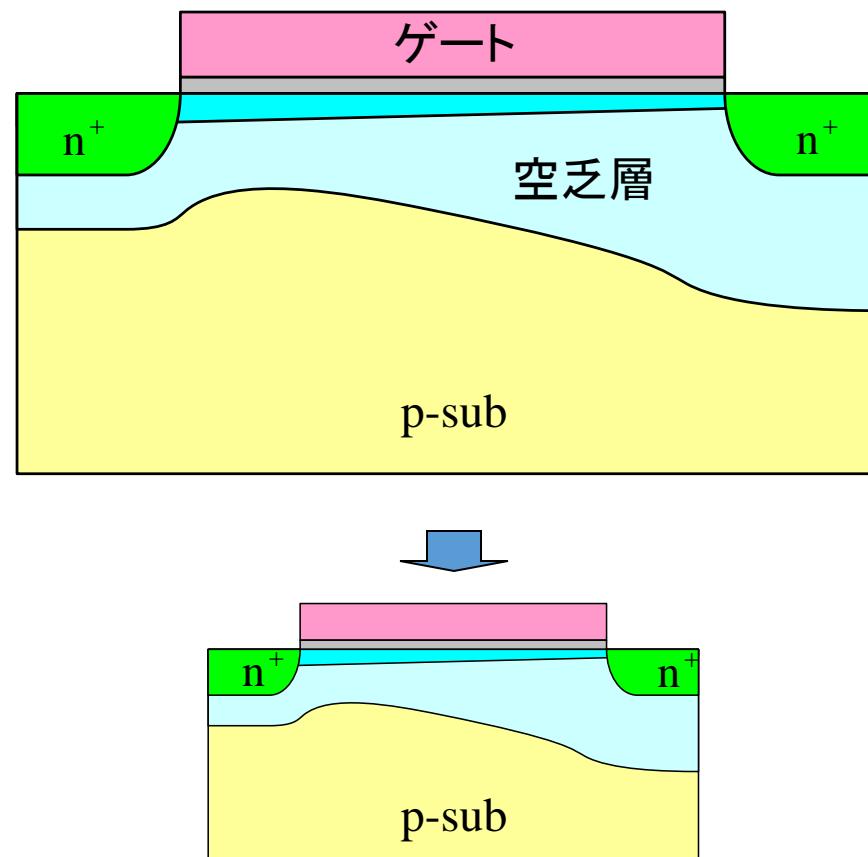


$$|I_{DB}| = |I_{DS}| K_i (V_{DS} - V'_{DS}) \exp\left(-\frac{V_i}{V_{DS} - V'_{DS}}\right)$$
$$K_i = 1 \sim 3, \quad V_i = 10 \sim 30$$

# ホットキャリア対策(LDDトランジスタ)



# スケーリング



# 定電界スケーリング(1)

デバイスが $1/\kappa$  (3次元)になる。

$$\Rightarrow L, W, t_{ox}, d_j : 1/\kappa$$

空乏層幅も $1/\kappa$ にする。

$$\Rightarrow N_A : \kappa, \quad V : 1/\kappa, \quad \left[ \text{空乏層幅} : d = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (\phi_{bi} + V)} \right]$$

この場合、動作電圧及び閾値電圧も、 $1/\kappa$ にする。

容量Cは、単位面積当たりの増加と面積縮小から、 $\kappa(1/\kappa^2) = 1/\kappa$ になる。

また、 $\gamma$ は以下になる。

$$\Rightarrow \gamma : 1/\sqrt{\kappa} \quad \left[ \gamma = \sqrt{2q\epsilon_s N_A} / C_{ox} \right]$$

$$Q_B^{\cdot} \text{はスケールされない。} \left[ Q_B^{\cdot} = -\sqrt{2q\epsilon_s N_A} \sqrt{\phi_0 + V_{CB}} \right]$$

$$\Rightarrow Q_B^{\cdot} : 1$$

# 定電界スケーリング(2)

ドレイン電流

$$\Rightarrow (\kappa)(1/\kappa^2) = 1/\kappa : \quad (\text{容量}) \bullet (\text{電圧}) \bullet (\text{電圧})$$

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C_{ox} \left[ (V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right]$$

弱反転領域での $\log I_{DS}$ vs. $V_{GS}$ の傾き ( $V_{DS}$ 一定)

$$\Rightarrow (1/\sqrt{\kappa}) / (1/\sqrt{\kappa}) = 1 : \quad (\gamma) / \sqrt{(\text{電圧})}$$

$$\left( n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F + V_{SB}}} \right)$$

単位面積当たり消費電力

$$\Rightarrow (1/\kappa)(1/\kappa) / (1/\kappa^2) = 1 : \quad (\text{電圧}) \bullet (\text{電流}) / (\text{面積})$$

# 定電界スケーリング(3)

容量充電の変化率

$$\Rightarrow (1/\kappa)/(1/\kappa) = 1 : \quad (\text{電流})/(\text{容量}), \quad dV/dt = I/C$$

容量充電時間

$$\Rightarrow 1/\kappa, \quad (\because \text{容量充電の変化率} = 1, \text{ 電圧}:1/\kappa)$$

回路スピード

$$\Rightarrow \kappa$$

電力遅延積 (パワーディレイプロダクト)

$$\Rightarrow (1/\kappa^2)(1/\kappa) = 1/\kappa^3 :$$

(トランジスタ当たりの消費電力)•(容量充電時間)

# 定電界スケーリング(4)

配線内の電流密度

$$\Rightarrow (1/\kappa)/(1/\kappa^2) = \kappa \quad (\text{電流})/(\text{配線断面積})$$

配線抵抗

$$\Rightarrow (1/\kappa)/(1/\kappa^2) = \kappa \quad (\text{配線長})/(\text{配線断面積})$$

配線の容量と抵抗からの時定数

$$\Rightarrow (1/\kappa)\kappa = 1 \quad (\text{配線容量} \bullet \text{配線抵抗})$$

配線内での電圧低下

$$\Rightarrow (1/\kappa)\kappa = 1 \quad (\text{電流} \bullet \text{配線抵抗})$$

コンタクト抵抗

$$\Rightarrow \kappa^2 \quad (\text{コンタクト面積}: 1/\kappa^2)$$

コンタクトでの電圧低下

$$\Rightarrow (1/\kappa)\kappa^2 = \kappa \quad (\text{電流} \bullet \text{コンタクト抵抗})$$

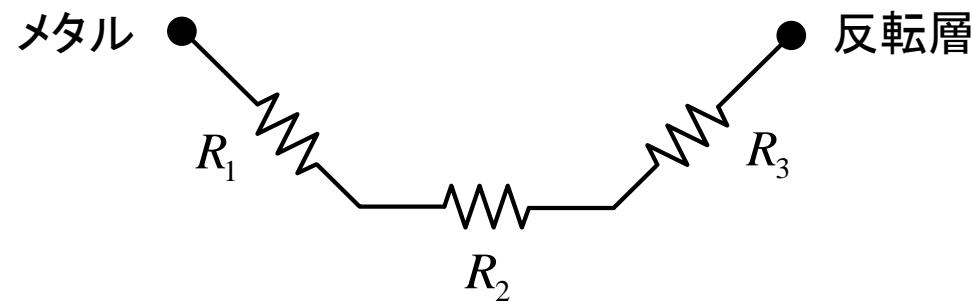
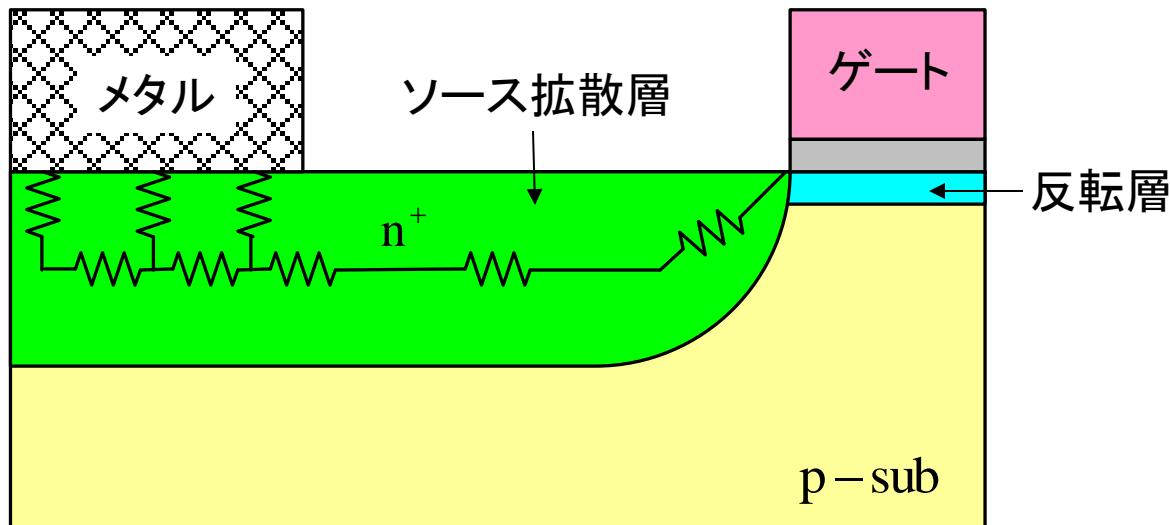
# 定電界スケーリング・ファクター

量	スケーリング・ファクター
デバイス・ディメンジョン $L, W, t_{ox}, d_i$	$1/\kappa$
面積	$1/\kappa^2$
パッキング密度(単位チップ当りのデバイス数)	$\kappa^2$
ドーピング密度 $N_A$	$\kappa$
バイアス電圧と $V_T$	$1/\kappa$
バイアス電流	$1/\kappa$
電力消費(一定の回路当り)	$1/\kappa^2$
電力消費(単位チップ当り)	1
容量 $C$	$1/\kappa$
容量(単位面積当り) $C'$	$\kappa$
電荷 $Q$	$1/\kappa^2$
電荷(単位面積当り) $Q'$	1
電界強度	1
基板バイアス係数 $\gamma$	$1/\sqrt{\kappa}$
トランジスタ通過時間 $\tau$	$1/\kappa$
トランジスタ電力・遅延積	$1/\kappa^3$

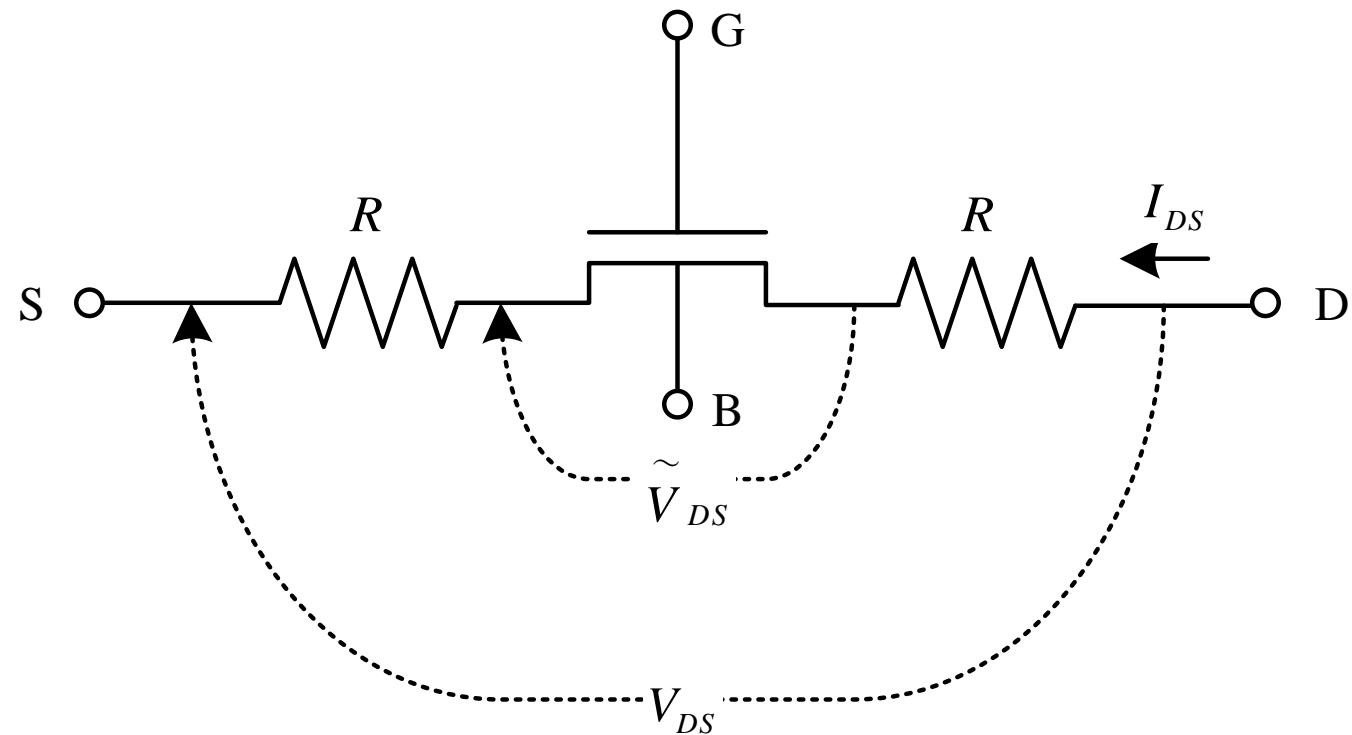
# スケーリングの規則

量	スケーリング・ファクター			
	定電界 スケーリング	定電圧 スケーリング $1 < \kappa' < \kappa$	準定電圧 スケーリング $1 < \kappa' < \kappa$	一般化された スケーリング $1 < \kappa' < \kappa$
$W, L$	$1/\kappa$	$1/\kappa$	$1/\kappa$	$1/\kappa$
$t_{ox}$	$1/\kappa$	$1/\kappa'$	$1/\kappa$	$1/\kappa$
$N_A$	$\kappa$	$\kappa$	$\kappa$	$\kappa^2/\kappa'$
$V, V_T$	$1/\kappa$	1	$1/\kappa'$	$1/\kappa'$

# ソースとドレイン抵抗



# ソースとドレイン抵抗を入れたMOSトランジスタ



# ソースとドレンイン抵抗の解析(1)

実効的なドレンイン～ソース電圧 $\tilde{V}_{DS}$ は、

$$\tilde{V}_{DS} = V_{DS} - 2RI_{DS}$$

で表される。以下の式において、 $V_{DS}$ を $\tilde{V}_{DS}$ で置換える。

$$I_{DS} = \frac{W}{L} \mu C_{ox} \left[ (V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right]$$

更に、 $V_{GS} - V_T$ への $RI_{DS}$ の寄与は少ないとし、いま $V_{DS}$ の小さい場合を考え $(\alpha/2)V_{DS}^2$ の項は、無視できるものとすると、

$$I_{DS} \approx \frac{W}{L} \mu C_{ox} (V_{GS} - V_T) \tilde{V}_{DS}$$

となる。これから、 $I_{DS}$ を解くと、以下になる

$$I_{DS} = \frac{\mu C_{ox} (W/L)}{1 + \beta_R (V_{GS} - V_T)} (V_{GS} - V_T) V_{DS}, \quad \beta_R = \frac{2\mu C_{ox} RW}{L}$$

# ソースとドレン抵抗の解析(2)

得られた電流式の $\mu$ に以下の $\mu_{eff}$ を代入すると、

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{1 + \theta(V_{GS} - V_T)} \quad (\text{ここで、}\theta_B V_{SB}\text{を無視})$$

$$I_{DS} = \frac{\mu_0}{1 + \theta(V_{GS} - V_T)} \bullet \frac{C_{ox}'(W/L)}{1 + \beta_R(V_{GS} - V_T)} (V_{GS} - V_T) V_{DS}$$

$$\approx \frac{\mu C_{ox}'(W/L)_0}{1 + (\theta + \beta_R)(V_{GS} - V_T)} (V_{GS} - V_T) V_{DS}$$

となる。ここで、 $\theta(V_{GS} - V_T) \ll 1$ ,  $\beta_R(V_{GS} - V_T) \ll 1$ と仮定してある。

# 薄い酸化膜と高ドーピングの効果

(1) 量子効果によるゲート酸化実効膜厚の増大

(量子論によるキャリア分布：チャージシートモデルの限界)

$$\hat{t}_{ox} = t_{ox} + \frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_s} d_m, \quad d_m = B_1 \left| Q_B + \frac{11}{32} Q_I \right|^{-1/3} \quad (B_1 \approx 10^{-9} (\text{C} \cdot \text{cm})^{1/3})$$

(2) ポリシリコンゲートの空乏化

$$\hat{t}_{ox} = t_{ox} + \frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_s} (d_m + d_p)$$

(3) 量子効果による $|V_{T0}|$ の増大効果 (反転層電荷の量子化)

$$|\Delta\psi_s| = B_2 |Q_B|^{2/3} + \frac{|Q_B|}{\epsilon_s} d_m \quad \Delta\psi_s : \text{強反転での } \psi_s \text{ のシフト}$$

$$|\Delta V_{T0}| = |\Delta\psi_s| + \gamma \left( \sqrt{\phi_0 + \Delta\psi_s} - \sqrt{\phi_0} \right)$$

ここで、 $B_2 \approx 500 \text{V}/(\text{C} \cdot \text{cm}^{-2})^{2/3}$ である。

(4) ゲート絶縁膜を通してのトンネル効果: ゲート酸化膜の限界  $\approx 15 \text{\AA}$

# 電流式に考慮すべき微細サイズ効果

- 閾値電圧の変化
  - チャネル長 $L$ の影響: 短(逆短)チャネル効果
  - チャネル幅 $W$ の影響: 狹(逆狭)チャネル効果
  - ドレイン電圧 $V_{DS}$ の影響(DIBL)
- 高電界による移動度の低下
  - キャリアの表面散乱(電流と垂直方向)
  - キャリアの速度飽和(電流の方向)
- 飽和領域におけるチャネル長変調

# 微細サイズ効果を取込んだ電流式

実効閾値電圧

$$\hat{V}_T(L, W, V_{DS}, V_{SB}) = V_T(V_{SB}) + \Delta V_{TL}(L, V_{DS}, V_{SB}) + \Delta V_{TW}(W, V_{SB})$$

非飽和領域の電流:  $V_{DS} \ll V_{DS}'$

$$I_{DS} = \frac{\mu C_{ox} \frac{W}{L} \left\{ \left[ V_{GS} - \hat{V}_T(L, W, V_{DS}, V_{SB}) \right] V_{DS} - \frac{\alpha}{2} V_{DS}^2 \right\}}{\left\{ 1 + \theta \left[ V_{GS} - \hat{V}_T(L, W, V_{DS}, V_{SB}) \right] + \theta_B V_{SB} \right\} \left[ 1 + V_{DS} / (LE_c) \right]}$$

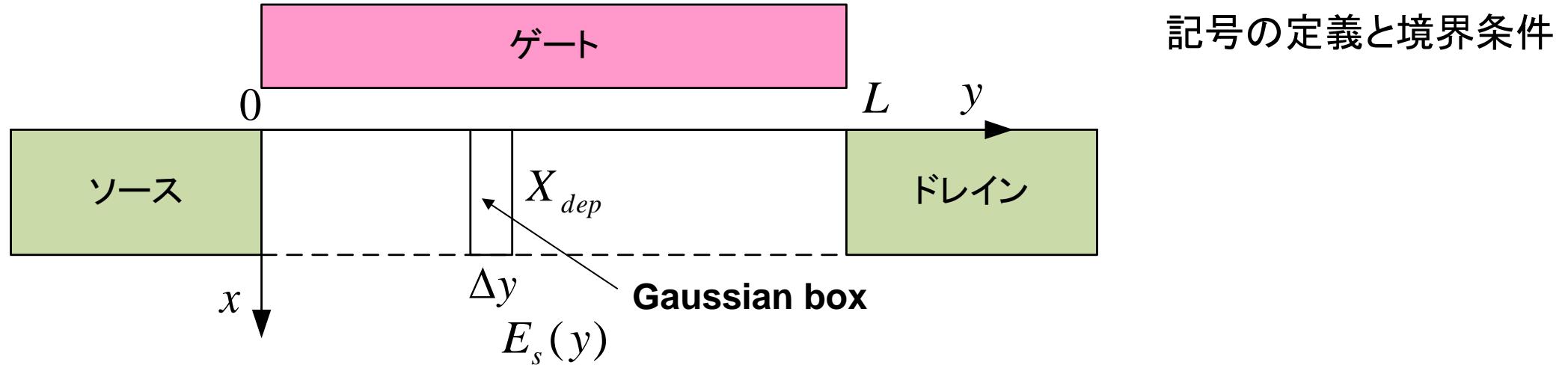
飽和領域の電流:  $V_{DS} \gg V_{DS}'$

$$I_{DS} = \frac{\mu C_{ox} \frac{W}{L} \left\{ \left[ V_{GS} - \hat{V}_T(L, W, V_{DS}, V_{SB}) \right] V_{DS}' - \frac{\alpha}{2} V_{DS}'^2 \right\}}{\left\{ 1 + \theta \left[ V_{GS} - \hat{V}_T(L, W, V_{DS}, V_{SB}) \right] + \theta_B V_{SB} \right\} \left[ 1 - \frac{l_p}{L} + V_{DS}' / (LE_c) \right]}$$

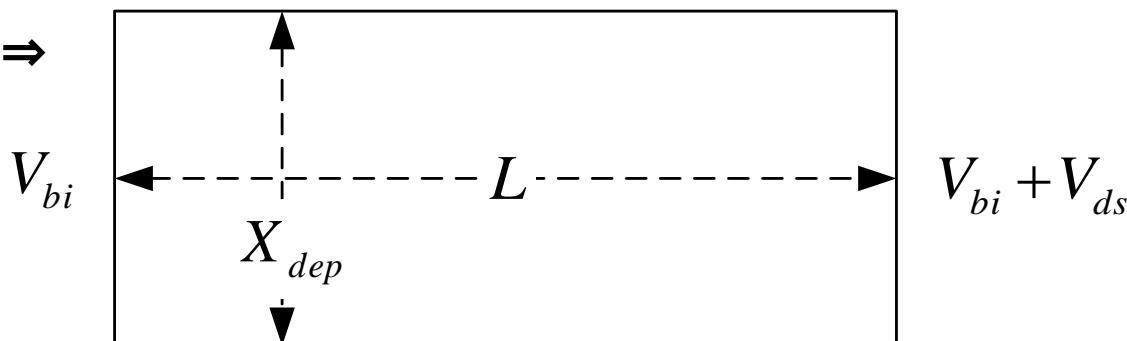
# 付録

BSIMでのMOSFET閾値電圧  
(短チャネル効果:擬似2次元)

# 閾値電圧導出: 短チャネル効果(擬似2次元)



境界条件  $\Rightarrow$



$$\left. \frac{dV_s(x, y)}{dx} \right|_{X_{dep}} = 0$$

# Gaussian boxにGaussの法則適用(1)

y方向電界のフラックス

$$\begin{aligned} & [E_y(x, y + \Delta y) - E_y(x, y)] X_{dep} \\ &= \frac{E_y(x, y + \Delta y) - E_y(x, y)}{\Delta y} X_{dep} \Delta y = \frac{\Delta E_y}{\Delta y} X_{dep} \Delta y \end{aligned}$$

Gaussの法則

$$\int_S \mathbf{E} \bullet \mathbf{n} dS = \int_V \frac{\rho}{\epsilon_{si}} dv$$

x方向電界のフラックス

$$[E_x(X_{dep}, y) - E_x(0, y)] \Delta y = - \frac{(V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)) C_{ox}}{\epsilon_{si}} \Delta y$$

$$E_x(X_{dep}, y) = 0$$

$$\epsilon_{si} E_x(0, y) = (V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)) C_{ox}$$

# Gaussian boxにGaussの法則適用(2)

Gaussの法則の適用

$$\frac{\Delta E_y}{\Delta y} X_{dep} \Delta y - \frac{(V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)) C_{ox}}{\varepsilon_{si}} \Delta y = - \frac{q N_{peak}}{\varepsilon_{si}} X_{dep} \Delta y$$

$$\Delta y \rightarrow 0, \quad E_y(x, y) \rightarrow E_y(0, y) = E_s(y), \quad X_{dep} \rightarrow X_{dep}/\eta$$

$$-\varepsilon_{si} \frac{X_{dep}}{\eta} \frac{dE_s(y)}{dy} + (V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)) C_{ox} = q N_{peak} X_{dep}$$

$$E_s(y) = -dV_s(y)/dy, \quad C_{ox} = \varepsilon_{ox}/T_{ox}$$

$$\varepsilon_{si} \frac{X_{dep}}{\eta} \frac{d^2 V_s(y)}{dy^2} + \varepsilon_{ox} \frac{V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)}{T_{ox}} = q N_{peak} X_{dep}$$

$X_{dep}/\eta \Rightarrow$  チャネルに沿う空乏層幅の平均       $\eta \Rightarrow$  フィッティングパラメータ

# 表面電位の微分方程式

下記微分方程式を解く

$$\text{境界条件 } V_s(0) = V_{bi}, \quad V_s(L) = V_{ds} + V_{bi}$$

$$\varepsilon_{si} \frac{X_{dep}}{\eta} \frac{d^2 V_s(y)}{dy^2} + \varepsilon_{ox} \frac{V_{gs} - V_{FB} - V_s(y)}{T_{ox}} = qN_{peak} X_{dep} \quad (1-1)$$

(1-1)式の整理 (基板電位:グラウンド)

$$\frac{d^2 V_s(y)}{dy^2} - A V_s(y) = B \quad (1-2)$$

$$A = \frac{\varepsilon_{ox} \eta}{\varepsilon_{si} X_{dep} T_{ox}}, \quad B = \frac{\eta q N_{peak}}{\varepsilon_{si}} - \frac{\varepsilon_{ox} \eta}{\varepsilon_{si} X_{dep} T_{ox}} (V_{gs} - V_{FB})$$

# 表面電位の解法: 微分方程式を解く(1/5)

(1-2)式の同次式

$$\frac{d^2V_s(y)}{dy^2} - AV_s(y) = 0 \quad (1-3)$$

(1-3)式において、 $V_s(y) = e^{\rho y}$ とおくと、

$$\rho^2 - A = 0 \Rightarrow \rho = \pm\sqrt{A} \quad (1-4)$$

となる。従って、以下を得る。

$$V_s(y) = C_1 e^{\sqrt{A}y} + C_2 e^{-\sqrt{A}y} \quad C_1, C_2 : \text{任意定数} \quad (1-5)$$

次に、

$$\frac{d^2V_s(y)}{dy^2} - AV_s(y) = B \quad (1-6)$$

の解を、 $C_1, C_2$ を $y$ の関数と見なして

$$V_s(y) = C_1(y) e^{\sqrt{A}y} + C_2(y) e^{-\sqrt{A}y} \quad (1-7)$$

とする。(定数変化法)

# 表面電位の解法: 微分方程式を解く(2/5)

(1-7)式の1階微分は以下となる。

$$\frac{dV_s(y)}{dy} = C_1 \sqrt{A} e^{\sqrt{A}y} - C_2 \sqrt{A} e^{-\sqrt{A}y} \quad (1-8)$$

ここで、以下とおいた。

$$C'_1 \sqrt{A} e^{\sqrt{A}y} + C'_2 \sqrt{A} e^{-\sqrt{A}y} = 0 \quad (1-9)$$

(1-7)式の2階微分は(1-8)式から以下となる。

$$\frac{d^2V_s(y)}{dy^2} = C'_1 \sqrt{A} e^{\sqrt{A}y} + C_1 A e^{\sqrt{A}y} - C'_2 \sqrt{A} e^{-\sqrt{A}y} + C_2 A e^{-\sqrt{A}y} \quad (1-10)$$

(1-7)式と(1-10)式を(1-6)式に代入すると、以下を得る。

$$C'_1 \sqrt{A} e^{\sqrt{A}y} - C'_2 \sqrt{A} e^{-\sqrt{A}y} = B \quad (1-11)$$

# 表面電位の解法:微分方程式を解く(3/5)

(1-9)式と(1-11)式から以下を得る。

$$C_1' = \frac{B}{2\sqrt{A}} e^{-\sqrt{A}y} \quad (1-12)$$

$$C_2' = -\frac{B}{2\sqrt{A}} e^{\sqrt{A}y} \quad (1-13)$$

(1-12)式と(1-13)式から、以下を得る。

$$C_1(y) = -\frac{B}{2A} e^{-\sqrt{A}y} + D_1 \quad (1-14)$$

$$C_2(y) = -\frac{B}{2A} e^{\sqrt{A}y} + D_2 \quad D_1, D_2 : \text{任意定数} \quad (1-15)$$

(1-14)式と(1-15)式を(1-7)式に代入して、以下を得る。

$$V_s(y) = -\frac{B}{A} + D_1 e^{\sqrt{A}y} + D_2 e^{-\sqrt{A}y} \quad (1-16)$$

# 表面電位の解法:微分方程式を解く(4/5)

境界条件 $V_s(0) = V_{bi}$ ,  $V_s(L) = V_{ds} + V_{bi}$ を  
(1-14)式に適用して、以下を得る。

$$D_1 + D_2 = \frac{B}{A} + V_{bi} \quad (1-17)$$

$$D_1 e^{\sqrt{AL}} + D_2 e^{-\sqrt{AL}} = \frac{B}{A} + V_{ds} + V_{bi} \quad (1-18)$$

これから、 $D_1$ と $D_2$ は以下となる。

$$D_1 = \frac{1}{2 \sinh(\sqrt{AL})} \left[ \frac{B}{A} + V_{ds} + V_{bi} - \left( \frac{B}{A} + V_{bi} \right) e^{-\sqrt{AL}} \right] \quad (1-19)$$

$$D_2 = \frac{1}{2 \sinh(\sqrt{AL})} \left[ - \left( \frac{B}{A} + V_{ds} + V_{bi} \right) + \left( \frac{B}{A} + V_{bi} \right) e^{\sqrt{AL}} \right] \quad (1-20)$$

# 表面電位の解法:微分方程式を解く(5/5)

$D_1$ と $D_2$ を(1-16)式に代入して整理すると、 $V_s(y)$ は以下になる。

$$\begin{aligned} V_s(y) &= -\frac{B}{A} + \frac{\sinh(\sqrt{A}y)}{\sinh(\sqrt{AL})} \left( \frac{B}{A} + V_{ds} + V_{bi} \right) + \frac{\sinh[\sqrt{A}(L-y)]}{\sinh(\sqrt{AL})} \left( \frac{B}{A} + V_{bi} \right) \\ &= V_{sL} + (V_{bi} + V_{ds} - V_{sL}) \frac{\sinh\left(\frac{y}{l_t}\right)}{\sinh\left(\frac{L}{l_t}\right)} + (V_{bi} - V_{sL}) \frac{\sinh\left(\frac{L-y}{l_t}\right)}{\sinh\left(\frac{L}{l_t}\right)} \end{aligned}$$

ここで、

$$-\frac{B}{A} = V_{gs} - \left( V_{FB} + \frac{qN_{peak}X_{dep}T_{ox}}{\epsilon_{ox}} + \phi_s \right) + \phi_s = V_{gs} - V_{th0} + \phi_s = V_{sL}$$

$$\sqrt{A} = \frac{1}{l_t}$$

# 表面電位の解

表面電位のチャネル位置依存性

$$V_s(y) = V_{sL} + (V_{bi} + V_{ds} - V_{sL}) \frac{\sinh(y/l_t)}{\sinh(L/l_t)} + (V_{bi} - V_{sL}) \frac{\sinh[(L-y)/l_t]}{\sinh(L/l_t)}$$

$$V_{sL} = V_{gs} - V_{th0} + \phi_s \quad \Rightarrow \text{長チャネル表面電位}$$

$$V_{th0} = V_{FB} + \frac{qN_{peak}X_{dep}T_{ox}}{\epsilon_{ox}} + \phi_s \quad \Rightarrow \text{長チャネル閾値電圧}$$

# 閾値電圧:短チャネル効果(擬似2次元)

$V_{ds} \ll V_{bi} - V_{sL}$  の場合の表面電位最小位置

$$V_{s\min} = V_s(y_0) \rightarrow y_0 \cong L/2$$

最小表面電位

$$V_{s\min} = V_{sL} + [2(V_{bi} - V_{sL}) + V_{ds}] \frac{\sinh(L/2l_t)}{\sinh(L/l_t)}$$

閾値電圧  $V_{s\min} = \phi_s$ , at  $V_{gs} = V_{th}$

$$V_{th}(L) = V_{th0} - \frac{[2(V_{bi} - \phi_s) + V_{ds}]}{2 \cosh(L/2l_t) - 2} \equiv V_{th0} - \Delta V_{th}$$

# 閾値電圧変化:短チャネル効果(擬似2次元)

近似  $l_t \ll L$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\cosh(L/2l_t)-2} &= \frac{1}{e^{L/2l_t} - e^{-L/2l_t} - 2} \\ &\cong \frac{e^{-L/2l_t}}{1 - 2e^{-L/2l_t}} \cong e^{-L/2l_t} \left(1 + 2e^{-L/2l_t}\right) = \left(e^{-L/2l_t} + 2e^{-L/l_t}\right) \end{aligned}$$

短チャネル効果による閾値電圧変化

$$\Delta V_{th}(L) = [2(V_{bi} - \phi_s) + V_{ds}] \left( e^{-L/2l_t} + 2e^{-L/l_t} \right)$$