RCポリフェーズ・フィルタの解析と設計

一出力終端、素子ばらつきの影響、 通過域平坦利得フィルタの設計一 群馬大学工学部電気電子工学科 通信処理システム工学第二研究室 99305079 仁木 義規 指導教官 小林春夫 教授



発表内容

- ◈ 研究背景
- ◆出力終端をした場合の伝達関数
- ◆素子のばらつきの影響の解析
- ◆ 通過域平坦利得フィルタの設計
- ◆ まとめ

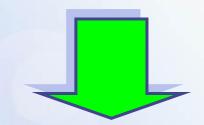


1. 研究背景



研究目標

無線送受信器アナログ・フロントエンド部のキーコンポーネントの一つである RCポリフェーズフィルタの設計論の確立。

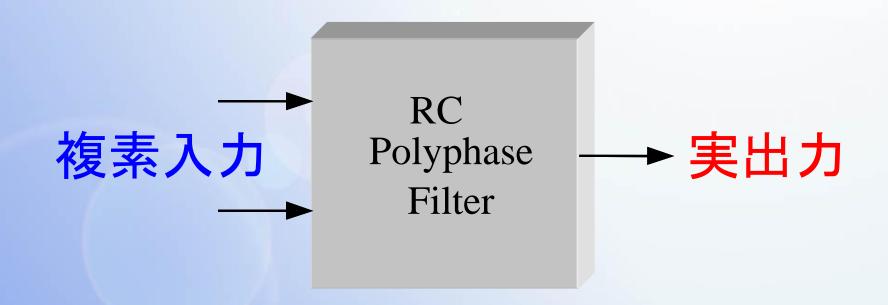


RCポリフェーズフィルタの解析を行う。

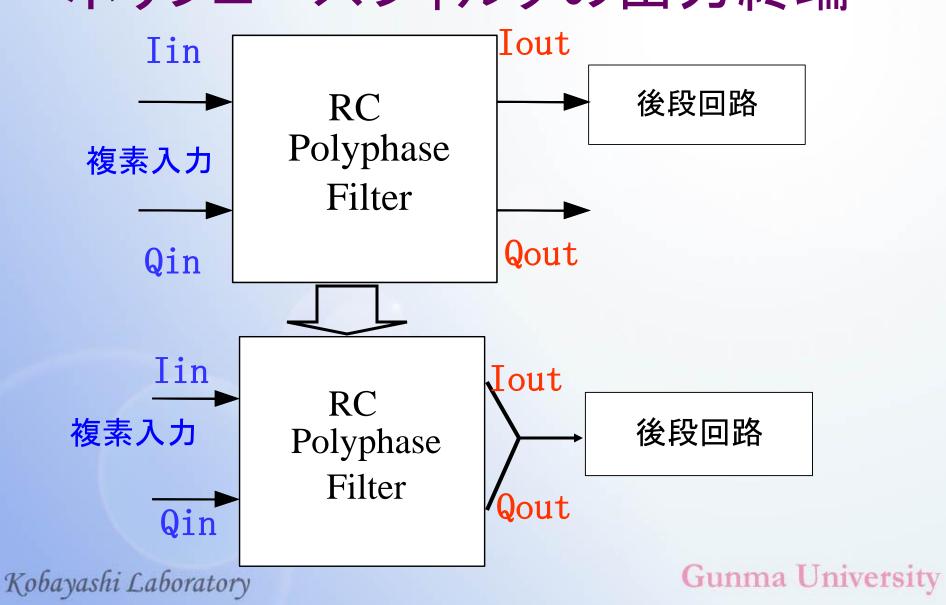
RCパラメータ値の一設計法を提案する。



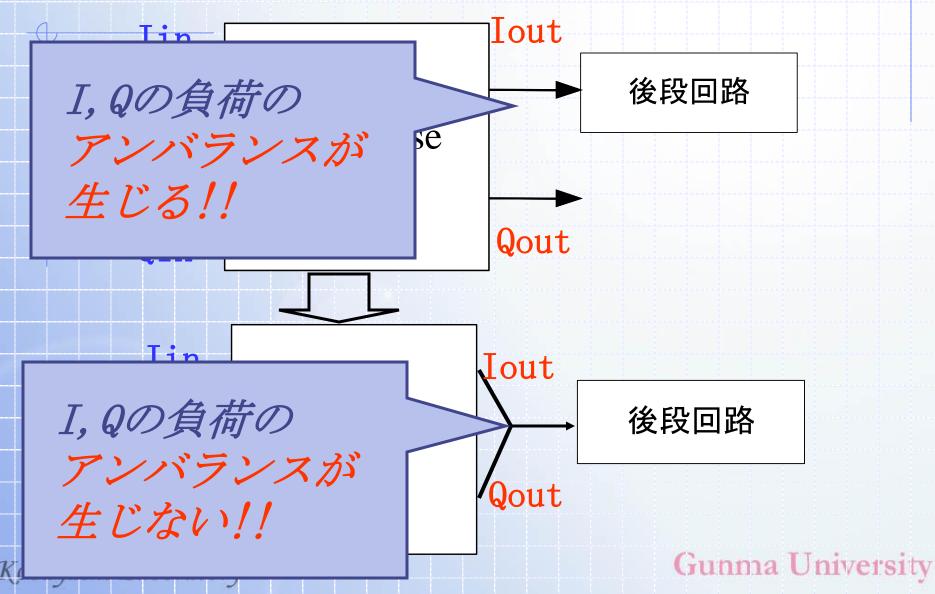
2. 出力終端をした場合の 伝達関数の導出



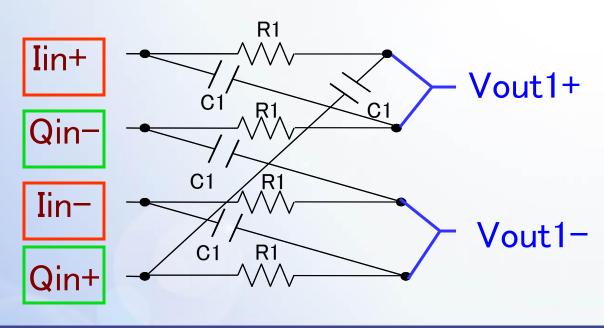
ポリフェーズフィルタの出力終端



ポリフェーズフィルタの出力終端

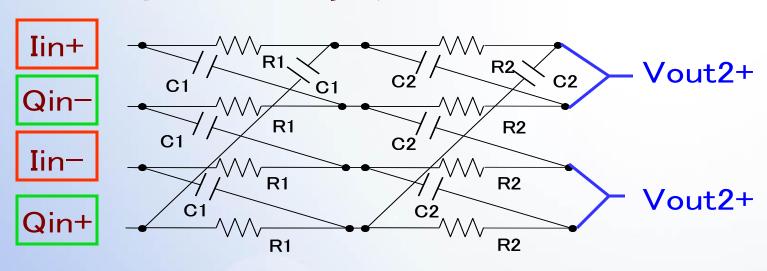


1次フィルタの実出力Vout



$$V_{out1}(j\omega) = \frac{1}{2} I_{in}(j\omega) - \frac{1}{2} \frac{1 - j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} Q_{in}(j\omega)$$

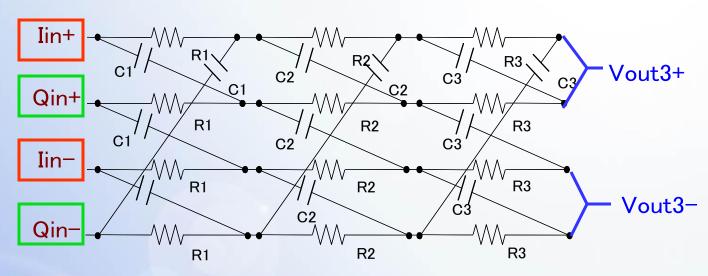
2次フィルタの実出力Vout



$$V_{out2}(j\omega) = \frac{\left[(1 + \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2) + j\omega (R_1 C_1 + R_2 C_2) \right] I_{in}(j\omega)}{-\left[(1 + \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2) - j\omega (R_1 C_1 + R_2 C_2) \right] Q_{in}(j\omega)}$$

$$/ \left[2 \left(1 - \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2 \right) + j\omega (R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2) \right) \right]$$

3次フィルタの実出力Vout



$$\frac{V_{out3}(j\omega)}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{[A(\omega) + jB(\omega)]I_{in} - [C(\omega) + jD(\omega)]Q_{in}}{D_{V3R}(\omega) + jD_{V3I}(\omega)}$$

$$V_{out3}(j\omega) = \frac{1}{2} \frac{[A(\omega) + jB(\omega)]I_{in} - [C(\omega) + jD(\omega)]Q_{in}}{D_{V3R}(\omega) + jD_{V3I}(\omega)}$$

$$A(\omega) := R_2 + R_3$$

$$+ \omega^2 (R_1 R_2^2 C_1 C_2 + R_1 R_3^2 C_1 C_3 - R_2^2 R_3 C_2^2 - R_2 R_3^2 C_3^2)$$

$$- \omega^4 R_1 R_2^2 R_3^2 C_1 C_2 C_3 (C_2 + C_3)$$

$$B(\omega) :=$$

$$\omega(R_1R_2C_1 + R_2^2C_2 + 2R_2R_3C_3 + R_1R_3C_1 + 2R_2R_3C_2 + R_3^2C_3) + \omega^3[2(R_2 + R_3)R_1R_2R_3C_1C_2C_3 + R_2^2R_3^2C_2C_3(C_2 + C_3) + R_1R_2R_3C_1(R_2C_2 + R_3C_3)]$$

$$V_{out3}(j\omega) = \frac{1}{2} \frac{[A(\omega) + jB(\omega)]I_{in} - [C(\omega) + jD(\omega)]Q_{in}}{D_{V3R}(\omega) + jD_{V3I}(\omega)}$$

$$C(\omega) := R_2 + R_3$$

$$+ \omega^2 [R_1 R_2^2 C_1 C_2 + R_1 R_3^2 C_1 C_3 + R_2^2 R_3 C_2^2 + R_2 R_3^2 C_3^2 + 2R_2 R_3 (R_1 C_1 C_2 + R_1 C_1 C_3 + R_2 C_2 C_3 + R_3 C_2 C_3)]$$

$$+ \omega^4 R_1 R_2^2 R_3^2 C_1 C_2 C_3 (C_2 + C_3)$$

$$D(\omega) :=$$

$$- \omega(R_1 R_2 C_1 + R_1 R_3 C_1 + R_2^2 C_2 + R_3^2 C_3)$$

$$+ \omega^3(R_1 R_2^2 R_3 C_1 C_2^2 + R_2^2 R_3^2 C_2^2 C_3 + R_2^2 R_3^2 C_2 C_3^2 + R_1 R_2 R_3^2 C_1 C_3^2)$$

$$+ R_1 R_2 R_3^2 C_1 C_3^2)$$

$$V_{out3}(j\omega) = \frac{1}{2} \frac{[A(\omega) + jB(\omega)]I_{in} - [C(\omega) + jD(\omega)]Q_{in}}{D_{V3R}(\omega) + jD_{V3I}(\omega)}$$

$$D_{V3R}(\omega) := R_2 + R_3$$

$$- \omega^2 [R_1 R_2^2 C_1 C_2 + R_1 R_3^2 C_1 C_3 + R_1 R_2^2 C_2 C_3$$

$$+ R_1 R_2 R_3 C_3^2 + R_2 R_3^2 C_3^2 + R_2^2 R_3 C_2^2$$

$$+ 2(R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 + R_2 R_3^2 C_2 C_3 + R_1 R_2^2 C_1 C_3$$

$$+ R_1 R_3^2 C_2 C_3 + R_1 R_2^2 C_2 C_3 + R_1 R_2 R_3 C_2^2 + R_2^2 R_3 C_3^2$$

$$+ R_1 R_3^2 C_3^2) + 4(R_1 R_2 R_3 C_1 C_3 + R_2^2 R_3 C_2 C_3)$$

$$+ 7R_1 R_2 R_3 C_2 C_3 - R_1 R_3^2 C_3^2]$$

$$+ \omega^4 R_1 R_2^2 R_3^2 C_1 C_2 C_3 (C_2 + C_3)$$

$$V_{out3}(j\omega) = \frac{1}{2} \frac{[A(\omega) + jB(\omega)]I_{in} - [C(\omega) + jD(\omega)]Q_{in}}{D_{V3R}(\omega) + jD_{V3I}(\omega)}$$

$$\begin{split} D_{V3I}(\omega) := \\ & \omega[R_1R_2C_1 + R_1R_3C_1 + R_1R_3C_3 + R_2^2C_2 + R_3^2C_3 \\ & + 2(R_2R_3C_2 + R_1R_3C_2 + R_1R_2C_2 + R^2C_3) \\ & + 3R_1R_2C_3 + 4R_2R_3C_3] \\ & - \omega^3[R_1R_2^2R_3C_1C_2C_3 + R_2^2R_3^2C_2^2C_3 + R_2^2R_3^2C_2C_3^2 \\ & + R_1R_2^2R_3C_2C_3^2 + R_1R_2^2R_3C_1C_2^2 + R_1R_2R_3^2C_2C_3^2 \\ & + R_1R_2R_3^2C_1C_3^2 + 2(R_1R_2R_3^2C_1C_2C_3 + R_1R_2R_3^2C_2^2C_3 \\ & + R_1R_2^2R_3C_2^2C_3 + R_1R_2^2R_3C_2C_3^2 + R_1R_2^2R_3C_1C_3^2) \\ & + 3R_1R_2^2R_3C_1C_2C_3] \end{split}$$



三次フィルタでの入力と出力の関係

R₁=R₂=R₃, C₁=C₂=C₃

$$V_{out3}(j\omega_1) = -\frac{j}{4}[I_{in}(j\omega_1) + jQ_{in}(j\omega_1)]$$

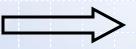
$$V_{out3}(-j\omega_1) = \frac{j}{4}[I_{in}(-j\omega_1) - jQ_{in}(-j\omega_1)]$$

 $\omega_1 = 1/R_1C_1$

複素入力 Vin

実出力 Vout

 $\rho^{j\omega_1 t}$



 $\cos \omega_1 t$

(信号通過)

$$e^{-j\omega_1 t}$$

$$\Longrightarrow$$

0

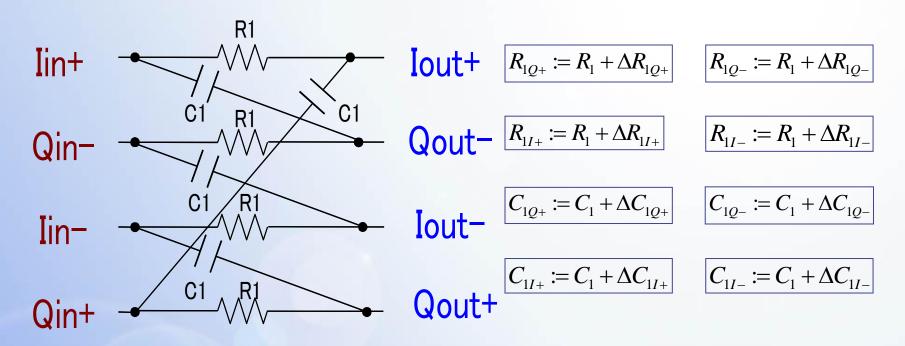
(イメージ除去)

Kobayashi Laboratory



3. 素子のばらつきの影響の解析

素子のばらつき



 ΔR_{1Q+} , ΔR_{1Q-} , ΔR_{1I+} , ΔR_{1I-} : 抵抗のばらつき ΔC_{1Q+} , ΔC_{1Q-} , ΔC_{1I+} , ΔC_{1I-} : 容量のばらつき

鄭群馬大学 ばらつきが生じた場合の 入出力関係式

$$V_{out} = \frac{1 + \omega RC}{1 + j\omega RC} V_{in} - \frac{(1+j)\omega RC}{2(1+j\omega RC)^2} \Delta X V_{in}$$

$$= G(j\omega)V_{in} + E(j\omega)\Delta XV_{in}$$

入力イメージ信号

ここで

$$V_{in} = I_{in} + jQ_{in} | \overline{V}_{in} = I_{in} - jQ_{in}$$

$$\overline{V}_{in} = I_{in} - jQ_{in}$$

ばらつきが生じた場合の 入出力関係式

$$V_{out} = \frac{1 + \omega RC}{1 + j\omega RC} V_{in} - \frac{(1+j)\omega RC}{2(1+j\omega RC)^2} \Delta X V_{in}$$

$$= G(j\omega)V_{in} + E(j\omega)\Delta XV_{in}$$

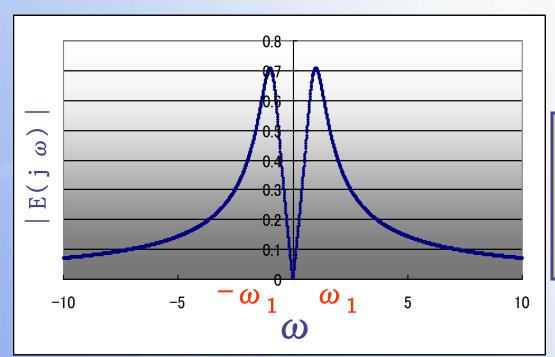
ばらつきの影響

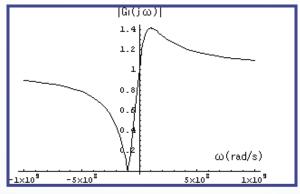
出力 V_{out} は入力イメージ信号 V_{in} の影響を受ける!!

ここで

イメージ伝達関数E(jω)の ゲイン特性

$$E(j\omega) := -\frac{(1+j)\omega R_1 C_1}{2(1+j\omega R_1 C_1)^2}$$





Bad News!!

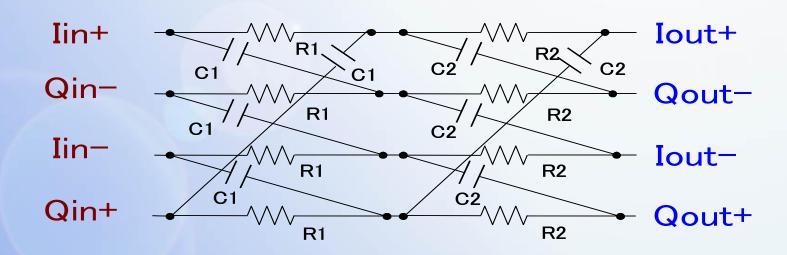
$$\omega = -\omega_1$$
 (阻止域) $\omega = \omega_1$ (通過域) のとき $|\mathbf{E}(\mathbf{j}\omega)|$ は最大値

$$\omega_1 = 1/R_1C_1$$

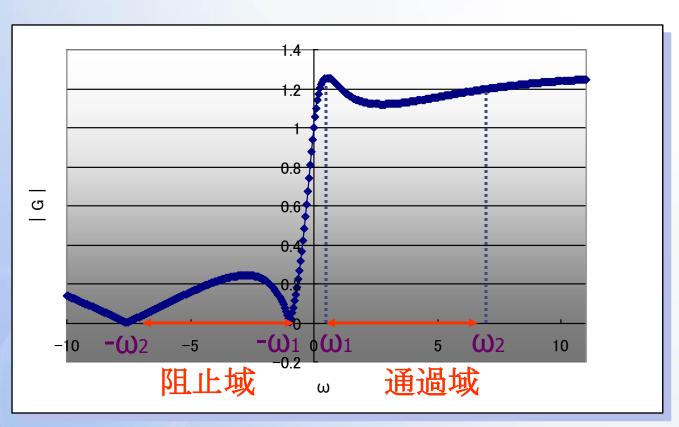


4. 2次RCポリフェーズフィルタの 通過域平坦利得フィルタの設計

導出した伝達関数に基づく設計手法の提案



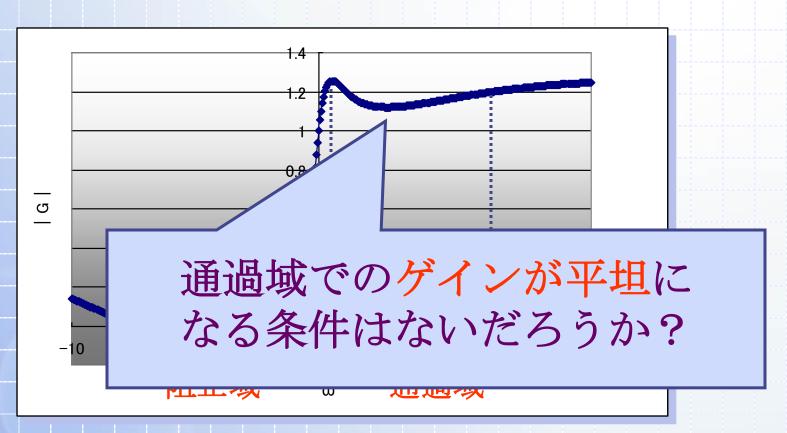
2次フィルタのゲイン特性の一例



例: $ω_1 = 1/R_1C_1 = 1$ $ω_2 = 1/R_2C_2 = 7.58$ $ω_{21} = 1/R_2C_1 = 2.0$

會帮馬大賞

2次フィルタのゲイン特性の一例



例: $ω_1 = 1/R_1C_1 = 1$ $ω_2 = 1/R_2C_2 = 7.58$ $ω_{21} = 1/R_2C_1 = 2.0$

設計法の提案

- 4 つの設計パラメータ: R1, C1, R2, C2
- ●2つの拘束条件:

2つのゼロ点 $-\omega_1$, $-\omega_2$ の値はフィルタ仕様から決定

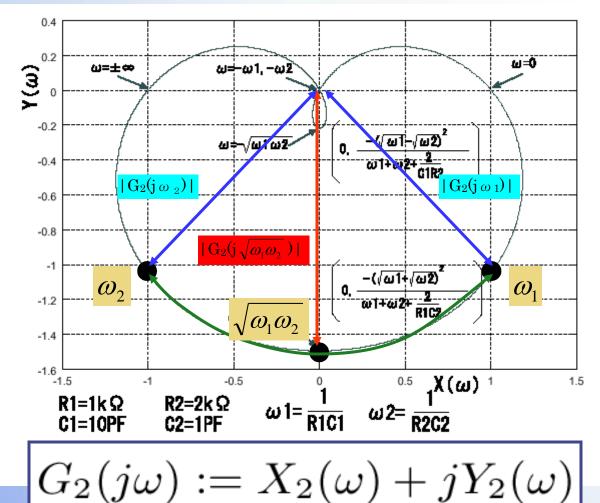
$$-\omega_1 = -1/R_1C_1$$
, $-\omega_2 = -1/R_2C_2$

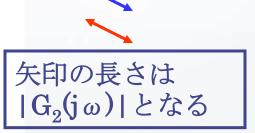


- 3つめの拘束条件:
 - 通過域($\omega_1 \sim \omega_2$)のゲイン平坦化のため使用。
- 最後の拘束条件:

R, Cの集積回路内での実現のし易さ等のため使用。

2次フィルタ伝達関数 G₂(jω) のナイキスト・チャート







平坦利得特性フィルタ設計法の提案式

$$|G_2(j\omega_1)| = |G_2(j\omega_2)| = |G_2(j\sqrt{\omega_1\omega_2})|$$



$$\alpha \omega_{21}^{2} + \beta \omega_{21} + \gamma = 0$$

ω21に対する2次方程式!

 $\omega 21 = 1/R_2C_1$

3つめの拘束条件

$$\omega_{21} = \frac{1}{R_2 C_1} = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

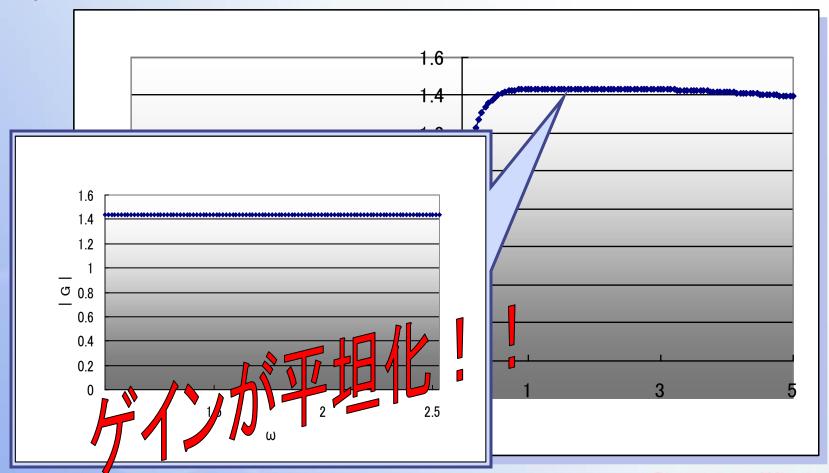
$$\alpha = 6\omega_1^2 + 6\omega_2^2 + 4\omega_1\omega_2 - 8\sqrt{\omega_1\omega_2}(\omega_1 + \omega_2)$$

$$\beta = 6\omega_1^3 + 6\omega_2^3 + 10\omega_1\omega_2(\omega_1 + \omega_2) - 8\sqrt{\omega_1\omega_2}(\omega_1 + \omega_2)^2$$

$$\gamma = \omega_1^4 + \omega_2^4 + 2\omega_1\omega_2(\omega_1^2 + \omega_2^2 + 5\omega_1\omega_2) - 4\sqrt{\omega_1\omega_2}(\omega_1^3 + \omega_1^2\omega_2 + \omega_1\omega_2^2 + \omega_2^3)$$

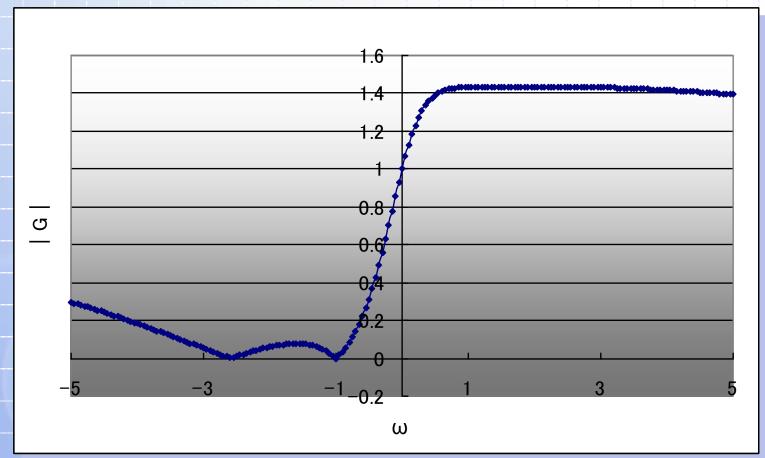
ただし
$$0.079142 < \frac{\omega_1}{\omega_2} < 12.63556$$

提案アルゴリズムをもちいた場合 の通過域でのゲイン特性(例)



提案アルゴリズムをもちいた場合の通過域でのゲイン特性(例)

例: $\omega_1 = 1$ $\omega_2 = 2.53$ $\omega_{21} = 0.58$



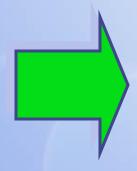
まとめ

◆出力終端した場合の伝達関数を導出。



実出力の回路構成の設計に有用。

◆R、Cの相対ばらつき



イメージ信号成分が発生。

イメージ伝達関数を導出。

(通過域、阻止域でゲイン最大)

通過域平坦ゲインを得る設計法を提案 Kobayashi Laboratory





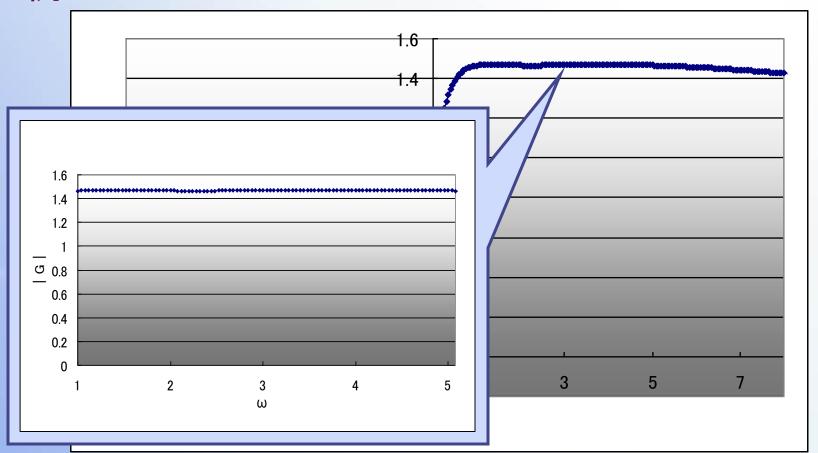
ありがとうございました!

Kobayashi Laboratory



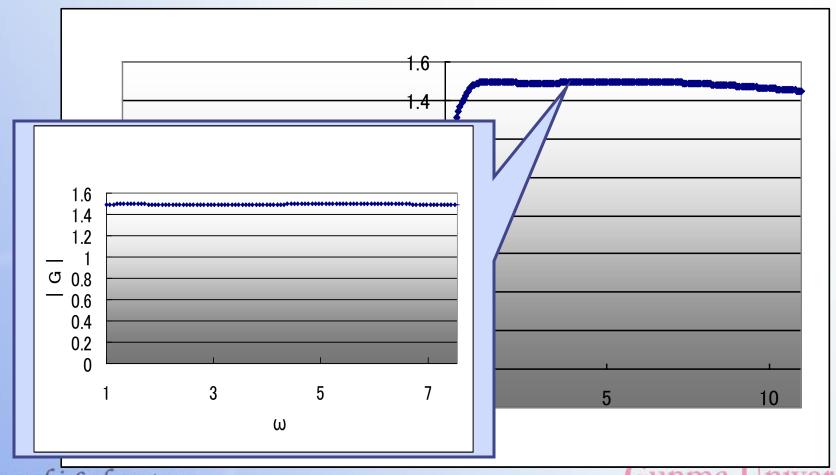
Kobayashi Laboratory

提案アルゴリズムをもちいた場合 の通過域でのゲイン特性(例2)



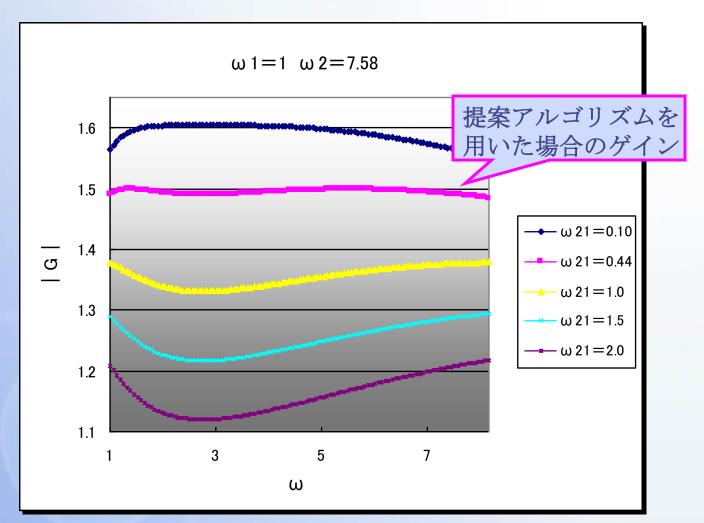
提案アルゴリズムをもちいた場合の通過域でのゲイン特性(例3)

 $M_3: \omega_1 = 1 \quad \omega_2 = 7.55 \quad \omega_{21} = 0.44$

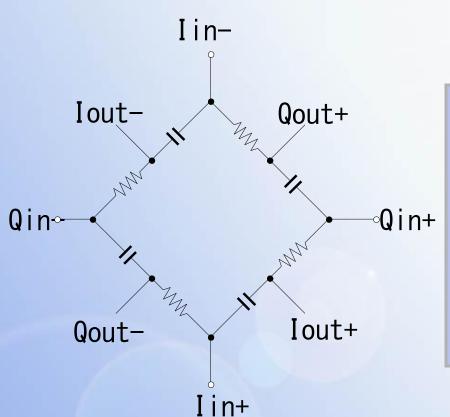


Kobayashi Laboratory

ω21の値を変化させた場合の 通過域ゲイン特性



RCポリフェーズフィルタ



● アプリケーション:

携帯電話等の無線送受信機の アナログ・フロントエンド部

- 用途:
 - 直交信号 (I,Q信号) 発生
 - イメージ信号除去

一次のポリフェーズフィルタ

導出した伝達関数 G₂(jω)

$$|G_2(j\omega)| = \frac{\left| (1 + \omega R_1 C_1)(1 + \omega R_2 C_2) \right|}{\sqrt{(1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2)^2 + \omega^2 (C_1 R_1 + C_2 R_2 + 2R_1 C_2)^2}}$$

ω1, ω2を代入

$$|G_2(j\omega_1)| = |G_2(j\omega_2)|$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\omega_1 + \omega_2)}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2\omega_{21}(\omega_1 + \omega_2 + \omega_{21})}}$$

ω21=1/R2C1の拘束条件を求める

鄭群馬大学

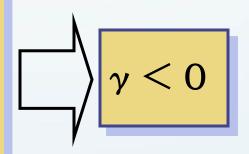
$$|G_2(j\omega_1)| = |G_2(j\omega_2)| = |G_2(j\sqrt{\omega_1\omega_2})|$$



$$\alpha\omega_{21}^2+\beta\omega_{21}+\gamma=0$$
 ω_{21} に対する 2次方程式!

$$\alpha > 0$$
, $\beta > 0$ なので

$$\omega_{21} = \frac{1}{R_2 C_1} = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} > 0$$
 の条件



a ≥0の証明

$$\alpha = 6\omega_1^2 + 6\omega_2^2 + 4\omega_1\omega_2 - 8\sqrt{\omega_1\omega_2}(\omega_1 + \omega_2)$$

$$\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab} \longrightarrow -\sqrt{ab} \ge -\frac{a+b}{2}$$

$$\alpha \ge 6\omega_1^2 + 6\omega_2^2 + 4\omega_1\omega_2 - 4(\omega_1 + \omega_2)^2 = 2(\omega_1 - \omega_2)^2 \ge 0$$

β ≥0の証明

$$\beta = 6\omega_1^3 + 6\omega_2^3 + 10\omega_1\omega_2(\omega_1 + \omega_2) - 8\sqrt{\omega_1\omega_2}(\omega_1 + \omega_2)^2$$

$$\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab} \qquad \longrightarrow -\sqrt{ab} \ge -\frac{a+b}{2}$$

$$\beta \ge 6\omega_1^3 + 6\omega_2^3 + 10\omega_1\omega_2(\omega_1 + \omega_2) - 4(\omega_1 + \omega_2)^3$$

= $2(\omega_1 - \omega_2)^2(\omega_1 + \omega_2) \ge 0$

数値計算により $\gamma < 0$ の存在条件を求める

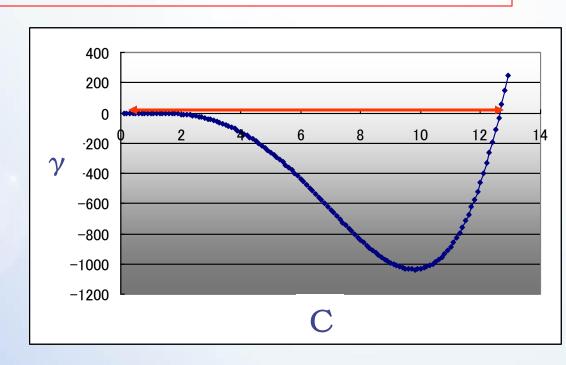
$$\gamma(c) = c^4 + 1 + 2c(c^2 + 5c + 1) - 4\sqrt{c}(c^3 + c^2 + c + 1)$$

ただし

$$c = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

γ<0 の存在条件

$$\frac{1}{\delta} < \frac{\omega_1}{\omega_2} < \delta$$



ただし $\delta = 12.63556$

國群馬大堂

一次フィルタでの入力と出力の関係

$$V_{out1}(j\omega_1) = \frac{1}{2}[I_{in}(j\omega_1) + jQ_{in}(j\omega_1)]$$

$$V_{out1}(-j\omega_1) = \frac{1}{2}[I_{in}(-j\omega_1) - jQ_{in}(-j\omega_1)]$$

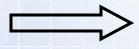
$$\omega_1 = 1/R_1C_1$$

複素入力 Vin

 $e^{j\omega_1t}$

 $e^{-j\omega_1t}$

実出力 Vout



 $\cos \omega_1 t$ (信号通過)



(イメージ除去)

Kobayashi Laboratory

國君集馬大掌

二次フィルタでの入力と出力の関係

 $R_1=R_2, C_1=C_2$ $\omega_1 = 1/R_1C_1$

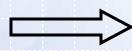
$$V_{out2}(j\omega_1) = \frac{1}{4}[(1-j)I_{in}(j\omega_1) + (1+j)Q_{in}(j\omega_1)]$$

$$V_{out2}(-j\omega_1) = \frac{1}{4}[(1+j)I_{in}(-j\omega_1) + (1-j)Q_{in}(-j\omega_1)]$$

複素入力 Vin

実出力 Vout

 $e^{j\omega_1t}$



 $\cos \omega_1 t$

(信号通過)

$$e^{-j\omega_{l}t}$$



(イメージ除去)

Kobayashi Laboratory



三次フィルタでの入力と出力の関係

R₁=R₂=R₃, C₁=C₂=C₃

$$V_{out3}(j\omega_1) = -\frac{j}{4}[I_{in}(j\omega_1) + jQ_{in}(j\omega_1)]$$

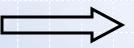
$$V_{out3}(-j\omega_1) = \frac{j}{4}[I_{in}(-j\omega_1) - jQ_{in}(-j\omega_1)]$$

 $\omega_1 = 1/R_1C_1$

複素入力 Vin

実出力 Vout

 $\rho^{j\omega_1 t}$



 $\cos \omega_1 t$

(信号通過)

$$e^{-j\omega_1 t}$$

$$\Longrightarrow$$

0

(イメージ除去)

Kobayashi Laboratory