

# インターリーブ ADC での チャンネル間線形性ミスマッチ影響除去アルゴリズム

## Channel Linearity Mismatch Cancellation Algorithm in Interleaved ADC System

浅見 幸司 宮島 広行† 鈴木 孝秀† 田浦 哲也† 小林 春夫†  
(株) アドバンテスト 第1テストシステム事業本部 第1 SoC テスタ事業部  
〒370-0718 群馬県邑楽町明和町大輪 336-1

† 群馬大学大学院 工学系研究科 電気電子工学専攻 〒376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1  
phone: 0277-30-1788 fax: 0277-30-1707 e-mail: k\_haruo@el.gunma-u.ac.jp

Koji Asami Hiroyuki Miyajima† Takahide Suzuki† Tetsuya Taura† Haruo Kobayashi†  
Advantest Corporation, Gunma R&D Center, Ora-gun Gunma 370-0718  
† Electronic Engineering Dept. Gunma University, Kiryu 376-8515

**要約** インターリーブ ADC システムは高速 ADC を実現する効果的な方式である。そこでは複数 ( $M$ ) チャンネル ADC がインターリーブして動作し、全体として各チャンネル ADC の  $M$  倍のサンプリング速度の ADC を実現する。しかしチャンネル ADC 間の特性ミスマッチが ADC システム全体としての SNDR, SFDR を低下させる。オフセット、ゲイン、帯域のミスマッチの影響や、各チャンネルに供給されるクロックのタイミングスキューの影響は、これまでに解析されその補正法が提案・実現されている。この論文ではチャンネル間の線形性ミスマッチの影響のデジタル補正アルゴリズムを提案する。この問題は実用上重要であるにもかかわらず、問題が困難であるためこれまで発表例はない。

**キーワード** : インターリーブ, ADC, 線形性, ミスマッチ, デジタル誤差補正

### 1 はじめに

電子デバイスは絶え間無く高速化し、それに応じてデジタルオシロスコープや LSI テスター (半導体試験装置) などの電子計測器への性能要求が増大し、そこではますます高速サンプリングで動作するアナログ/デジタル変換器 (ADC) が要求される。本論文はインターリーブ ADC システムの高精度化アルゴリズムを記述する。

インターリーブ ADC システムでは複数 ( $M$ ) チャンネル ADC ( $ADC_1, ADC_2, \dots, ADC_M$ ) がそれぞれ  $M$  位相のクロックによって動作し、全体として各チャンネル ADC の  $M$  倍のサンプリング速度の ADC を実現する (図 1)。インターリーブ ADC システムは高速サンプリングを実現する効果的な方法であり、電子計測器を中心に広く用いられている。理想的には各チャンネル ADC の特性を全て等し

く、各チャンネル ADC へのクロックスキューはゼロにしたい。しかしながら実際には ADC はアナログ回路部を含むのでチャンネル間にオフセット、ゲイン、帯域、線形性のミスマッチが存在し、チャンネル ADC に供給されるクロックにはタイミングスキューが存在する。それらはいわゆる“パターンノイズ”を引き起こし、インターリーブ ADC システム全体としての SNDR や SFDR を著しく低下させる。実用上はチャンネル間の特性の均一性を確保するために何らかの補正が必要になることが多い。

これまでチャンネル ADC 間のオフセット、ゲイン、タイミング、帯域のミスマッチの影響について (著者等を含めて) 研究されてきており [1], またこれらのデジタル補正アルゴリズムも開発されてきた [3, 4]。しかしながら最も重要なチャンネル ADC 間の線形性ミスマッチの問題に関しては著者等がその解析を一部行った他 [2], 研究例 (とくにその補正アルゴリズムの報告例) はない。この論文ではチャンネル ADC 間の線形性ミスマッチの影響を ADC 出力データを用いてデジタル補正するアルゴリズムを提案する。このアルゴリズムは [3, 4] を拡張して、線形性ミスマッチおよびオフセット、ゲイン、タイミング、帯域ミスマッチの影響を全て同時に補正するアルゴリズムである。

この論文では、以降次の表記を用いる。

$M$  : インターリーブ ADC 中のチャンネル ADC の数  
 $f_{in}$  : インターリーブ ADC への入力周波数  
 $f_s$  : インターリーブ ADC のサンプリング周波数  
 $f_s/M$  : 各チャンネル ADC のサンプリング周波数。

### 2 インターリーブ ADC のチャンネル間ミスマッチの問題

インターリーブ ADC (図 1) では各チャンネル ADC にアナログ回路部を含むので製造ばらつきによりチャンネル間

での特性ミスマッチが生じ、時間領域では“パターンノイズ”、周波数領域ではスプリアスを生じる。[1, 2]

- (i) 各チャンネル ADC 間でオフセットが異なる場合、同じアナログ入力に対してデジタル出力は異なってしまふ。このため  $M$  チャンネルの場合、全体 ADC 出力に  $M/f_s$  の周期でパターンノイズが表れる (図 2)。
- (ii) 各チャンネル ADC 間でゲインが異なる場合、振幅変調 (AM) がかったパターンノイズが表れる (図 3)。
- (iii) サンプルング回路でタイミングの誤差はサンプル値の誤差を生じさせる。このため各チャンネル ADC 間への  $M$  相のサンプルングクロック間にスキューがあると位相変調 (PM) がかったパターンノイズが表れる (図 4)。
- (iv) 各チャンネル ADC の前段の S/H 回路間に帯域のミスマッチがある場合 (図 5)、ゲインミスマッチ、タイミングミスマッチの場合と同じパターンノイズが生じる。
- (v) 線形性ミスマッチ (図 6) の影響は次節で示す。

### 3 線形性ミスマッチの影響の周波数領域での解析

インターリーブ ADC でチャンネル間線形性ミスマッチの影響に関して [2] ではシミュレーションで調べた。ここでは [3, 4] に基づく手法による周波数領域での解析を行う。

例として 4 ch インターリーブを考え、入力信号は非線形特性がかかった後にサンプルングされるとモデル化する (図 7)。アナログ入力信号を  $x(t)$  とし、各チャンネル ADC の非線形特性がかかった出力を  $\bar{x}_1(t)$ ,  $\bar{x}_2(t)$ ,  $\bar{x}_3(t)$ ,  $\bar{x}_4(t)$  とする。これらの信号をインターリーブ ADC システムでサンプルングすると、各チャンネル ADC 出力ではサンプルングクロックの位相回転項がかかり [3, 4], 4ch インターリーブの場合は  $\pi/2$  ずつ位相が回転する。そのため  $k$  番目のチャンネル ADC 出力の周波数スペクトルは次式になる ( $k = 0, 1, 2, 3$ )。

$$\frac{1}{4T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{X}_k(f - \frac{m}{4T_s}) e^{-j\pi nk/2}. \quad (1)$$

ここで  $\bar{X}_k(f)$  は  $\bar{x}_k(t)$  のフーリエ変換である。インターリーブ ADC 全体の出力パワースペクトル  $\bar{X}(f)$  はこれらを加算したものとなる。

$$\bar{X}(f) = \frac{1}{4T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ \bar{X}_0(f - \frac{m}{4T_s}) + \bar{X}_1(f - \frac{m}{4T_s}) e^{-j\pi m/2} + \bar{X}_2(f - \frac{m}{4T_s}) e^{-j\pi m} + \bar{X}_3(f - \frac{m}{4T_s}) e^{-j3\pi m/2} \right]. \quad (2)$$

ここで各チャンネルの非線形特性が同一であれば

$$\bar{x}_0(t) = \bar{x}_1(t) = \bar{x}_2(t) = \bar{x}_3(t) \equiv \bar{x}(t) \quad (3)$$

$$\bar{X}_0(f) = \bar{X}_1(f) = \bar{X}_2(f) = \bar{X}_3(f) \equiv \bar{X}(f) \quad (4)$$

となり、式 (2) で Exponential の項が互いに打ち消しあい、

$$\bar{X}(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{X}(f - \frac{m}{T_s})$$

が得られる。  $1/T_s$  の整数倍 (サンプルングによるレプリカ) の成分のみとなり、スプリアスは出現しない。しかし式 (4) が成り立たない (線形特性ミスマッチがある) 場合

$$\bar{X}(f) = \frac{1}{4T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^3 \bar{X}(f - \frac{m}{4T_s}) e^{-j\pi mk/2}$$

となり、Exponential の項による打消しが成り立たない。そのため、サンプルングの ADC 個数分の一の周期、4ch の場合では  $1/(4T_s)$  周期でイメージ成分が出現する。

### 4 チャンネル ADC 間特性ミスマッチのモデリング

ここでは各チャンネル ADC を図 8 のようにモデル化する。  $k$  番目のチャンネルの ADC は、周波数特性  $H_k(j\omega)$ 、非線形特性  $c_{out} = f_k(b_{out})$ 、理想 ADC の縦接接続したものと考える。

周波数特性  $H_k(j\omega)$  はチャンネル ADC 前段の S/H 回路の周波数特性を想定している。帯域ミスマッチに加えて  $|H_k(j\omega)|$  でゲインミスマッチを、  $\angle H_k(j\omega)$  でタイミング・ミスマッチを含めて表すことができる。

非線形特性  $c = f_k(b)$  は入力周波数によらず一定の非線形性を示すとしてモデル化する。多くの ADC は DC 非線形性を補正すれば AC 非線形性を除去できる (非線形性に周波数特性、ダイナミクスは少ない) ことが実測で示されている [5]。モデルの精確さとアルゴリズムの簡易さとのトレードオフからこのモデルで考える。(入力周波数により非線形性が異なる場合はたとえば Volterra 級数を用いるが問題が非常に複雑になる。) 近年の ADC の差動実装化 (偶数次高調波は小) を考慮し、ここでは下記の簡易モデルでシミュレーションを行なった。

$$f_k(b_{out}) = a_{k1} b_{out} + a_{k3} b_{out}^3. \quad (5)$$

なお、オフセット・ミスマッチもこの  $c_{out} = f_k(b)$  に含めることができる。

図 8 はオフセット、ゲイン、タイミング、帯域、および線形性のミスマッチを表すことができる、非常に一般的なモデルと言える。

### 5 チャンネル ADC の非線形特性、周波数特性の同定

図 8 のモデルでの非線形特性  $c_{out} = f_k(b_{out})$ 、周波数特性  $H_k(j\omega)$  を同定する。この同定のためには基準 DC, AC 信号発生器等が必要であり民生用エレクトロニクス製品には適していないが、我々は大規模なシステムである LSI テスターへの応用を目標としており、そこでは充分実現可能なアプローチである。

## 5.1 チャンネル ADC の非線形特性の同定

k 番目のチャンネル ADC に入力信号として（非常に傾きが小さい）ランプ波もしくはデジタルポルトメータから DC 信号を（細かい刻みで変化させて）入力し AD 変換する。このとき DC 非線形特性  $|H_k(j0)|f_k(b_{out})$  の値がデジタル値として得られその値をメモリに記憶する。量子化ノイズ等のランダム雑音による影響を考慮し、入力電圧と ADC 出力コードに対し次の最小二乗法を用いて式 (5) の非線形特性  $f_k(b)$  の係数  $a_{k1}$  および  $a_{k3}$  を算出する。

$$\text{Minimize } \sum_{n=1}^N \left\{ D_{out}(n) - [a_{k1}V_{in}(nT) + a_{k3}V_{in}(nT)^3] \right\}^2.$$

## 5.2 チャンネル ADC の周波数特性の同定

次に k 番目のチャンネル ADC に入力として 周波数  $\omega_0$  の余弦波  $V_{in}(t) = A \cos(\omega_0 t)$  を与える。そのときのチャンネル ADC 出力と先に求めた DC 非線形特性  $|H_k(j0)|f_k(b_{out})$  から周波数特性  $H_k(j\omega)$  を次のように計算する。

図 8 の ADC モデルへ周波数  $\omega_0$  での余弦波を入力すると理想 ADC への入力  $c_{out}(t)$  は次のように表せる。

$$c_{out}(t) = a_{k1}|H_k(j\omega_0)|A \cos(\omega_0 t + \angle H_k(j\omega_0)) + a_{k3}|H_k(j\omega_0)|^3 A^3 \cos^3(\omega_0 t + \angle H_k(j\omega_0)).$$

これを三角関数の展開式により整理する。

$$c_{out}(t) = (a_{k1}|H_k(j\omega_0)|A + \frac{3}{4}a_{k3}|H_k(j\omega_0)|^3 A^3) \times \cos(\omega_0 t + \angle H_k(j\omega_0)) + \frac{3}{4}a_{k3}|H_k(j\omega_0)|^3 A^3 \cos(3\omega_0 t + 3\angle H_k(j\omega_0)). \quad (6)$$

右辺の第一項目は基本波成分を表し、第二項目は 3 次高調波成分を表している。基本波成分と高調波成分を分離するために式 (6) をフーリエ変換する。

$$C_{out}(\omega) = \frac{1}{2} [ |M_1| e^{j\theta_1} \delta(\omega - \omega_0) + |M_3| e^{j\theta_3} \delta(\omega - 3\omega_0) ] + \frac{1}{2} [ |M_1| e^{-j\theta_1} \delta(\omega + \omega_0) + |M_3| e^{-j\theta_3} \delta(\omega + 3\omega_0) ]. \quad (7)$$

ここで  $\delta(\cdot)$  はデルタ関数、 $M_1$ 、 $M_3$  はそれぞれ ADC 出力の基本波および 3 次高調波成分の振幅スペクトル、 $\theta_1$ 、 $\theta_3$  はそれぞれ基本波および 3 次高調波成分の位相スペクトルを示す。これらの  $M_1$ 、 $M_3$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_3$  が実際に得られるデータである。周波数特性を算出するためには正の周波数成分のみを考慮すれば十分であるので、式 (6) と (7) を比較すると次の関係になる。

$$|M_1| = \frac{1}{2} \left[ a_{k1}|H_k(j\omega_0)|A + \frac{3}{4}a_{k3}|H_k(j\omega_0)|^3 A^3 \right]$$

$$|M_3| = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} a_{k3} |H_k(j\omega_0)|^3 A^3$$

$$\theta_1 = \angle H_k(j\omega_0), \quad \theta_3 = 3\angle H_k(j\omega_0).$$

これらの式において、 $a_{k1}$ 、 $a_{k3}$  は 4.1.1 節で測定・算出しており、また入力信号振幅  $A$  は既知であるので、上記より周波数  $\omega_0$  の余弦波入力で  $|H_k(j\omega_0)|$ 、 $\angle H_k(j\omega_0)$  を算出することが出来る。

## 6 提案するチャンネル間ミスマッチ影響除去アルゴリズム

提案チャンネル間ミスマッチ補正ブロック図を図 9 に示す。

### 6.1 各チャンネル ADC の非線形性の補正

式 (5) で算出した多項式係数に基づきその逆関数を計算し、各チャンネル ADC 出力へ適用して非線形性を補正する。(ii) で説明する周波数特性ミスマッチの補正アルゴリズムは、チャンネル間特性を混合させながら補正するという特徴があるため、図 9 に示すように非線形補正を最初に行なう必要がある。また今回使用したモデルの場合、3 次多項式の逆関数を求める必要があるが、将来的な次数の拡張性および汎用性を考えると、解析解を求めるのではなく、数値解を求められればよい。今回、Nelder-Mead 法による非線形計画法を利用し [6]、逆関数の数値解を算出した。

### 6.2 チャンネル ADC 間周波数特性ミスマッチの補正

非線形特性を補正した各チャンネル ADC の波形データに対して、[3, 4] のアルゴリズムを適用する。これは著者の一人がすでに考案・発表した周波数領域でゲイン、タイミング、帯域のミスマッチの影響を補正するアルゴリズムである。

## 7 提案アルゴリズムのシミュレーション

チャンネル間線形および周波数特性ミスマッチを持つインターリーブ ADC の提案補正法を確認するため、4ch インターリーブ ADC でシミュレーションを行った。シミュレーションで用いた各チャンネル ADC の非直線性（直線からのズレ分）を図 10 に示す。また、ADC0 を基準とした各 ADC の周波数特性のミスマッチ特性を図 11 に示す。(a) は振幅特性のミスマッチ分、(b) は位相特性のミスマッチ分を示し、各々インターリーブ後のナイキスト周波数までの特性を [dB] および [rad] で示している。

これらの特性を持つ ADC の正弦波入力に対するインターリーブ ADC 全体の出力スペクトルを図 12 に示す。歪みの他に多数のスプリアスが観測される。このデータに対して 4 節で提案した補正を施した (図 13)。図 13(a) はチャンネル間の周波数特性のみを補正した結果である。周波数特性のミスマッチによるスプリアスが抑圧されそのレベルが低くなっている。残っているスプリアスは非線形特性のミスマッチによるものである。図 13(b) は、非線形ミスマッチのみを補正した結果である。3 次高調波成分とそのイメージ成分は全て抑圧されているが、周波数特性のミスマッチによるスプリアスは残っている。これらの結果が

ら非線形ミスマッチと周波数特性のミスマッチはそれぞれ別個に補正する必要があることがわかる。最後に提案手法を用いて全てのミスマッチを補正した結果を図13(c)に示す。非線形特性と周波数特性のミスマッチの両方を補正できることが確認できた。

次に一定周波数帯域を持つ入力信号(QPSK信号)に対して前述のミスマッチ特性をもつADCでシミュレーションを行った(図14)。補正を行わないと出力スペクトルにスプリアスが多数出現していることがわかる(図14(a))。この信号に対して補正アルゴリズムを施した結果を図14(b)に示す。このような一定周波数帯域をもつ信号では非線形特性による歪みが信号帯域内へも回り込んでくるが、提案手法で補正が可能であることが確認できた。

## 8 まとめと今後の課題

インターリーブADCでのチャンネル間線形および周波数特性ミスマッチの影響を除去するアルゴリズムを提案し、その有効性をシミュレーションで確認した。今後は実際のハードウェアでの実験で有効性を確認していく。

## 参考文献

- [1] N. Kurosawa, H. Kobayashi, K. Maruyama, H. Sugawara, and K. Kobayashi, "Explicit Analysis of Channel Mismatch Effects in Time-Interleaved ADC Systems", *IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol.48, no.3, pp.261-271 (March 2001).
- [2] N. Kurosawa, H. Kobayashi and K. Kobayashi, "Channel Linearity Mismatch Effects in Time-Interleaved ADC Systems", *IEICE Trans. on Fundamentals*, vol. E85-A, no. 4, pp.749-756 (April 2002).
- [3] K. Asami, "An Algorithm to Improve the Performance of M-Channel Time-Interleaved A-D Converters," *IEICE Trans. on Fundamentals*, vol. E90-A, no. 12, pp.2846-2852 (Dec. 2007).
- [4] K. Asami, "Technique to Improve the Performance of Time-Interleaved A-D Converters," *Proc. of IEEE International Test Conference*, Paper 34.1, Austin (Nov. 2005).
- [5] T. Komuro, S. Sobukawa, H. Sakayori, M. Kono, H. Kobayashi, "Total Harmonic Distortion Measurement System for Electronic Devices up to100MHz with Remarkable Sensitivity", *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol.56, no.6, pp. 2360 - 2368 (Dec. 2007).
- [6] MATLAB Function Reference: "fminsearch".

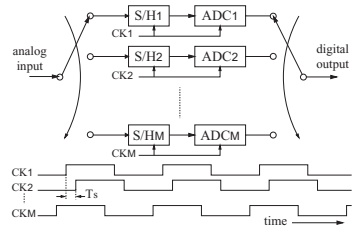


図1: インターリーブADCシステム。

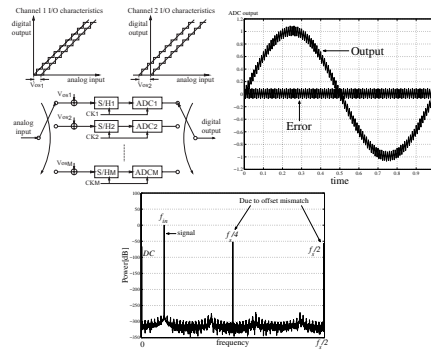


図2: オフセット・ミスマッチの影響。(a) オフセットミスマッチのモデル。  $V_{osk}$  は  $k$  番目チャンネルのオフセットを表わす。(b) 正弦波入力に対するADC出力と誤差の時間波形。(c) ADC出力パワースペクトル。

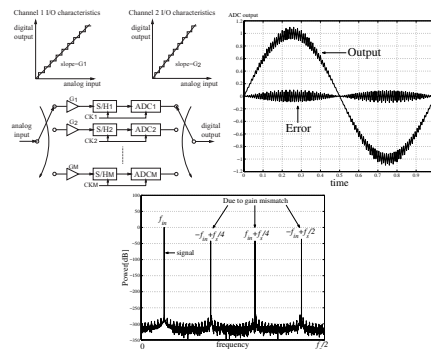


図3: ゲイン・ミスマッチの影響。(a) ゲイン・ミスマッチのモデル。  $G_k$  は  $k$  番目チャンネルのゲインを表わす。(b) 正弦波入力に対するADC出力と誤差の時間波形。(c) ADC出力パワースペクトル。

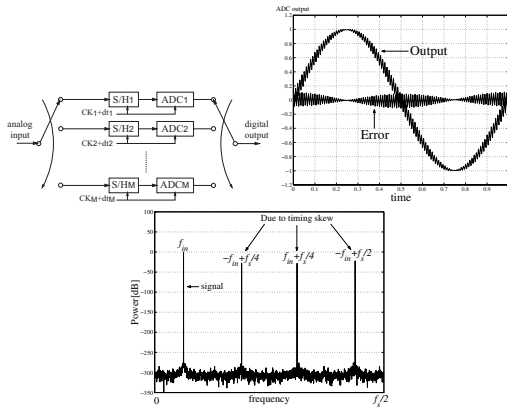


図 4: タイミング・スキューの影響. (a) タイミング・スキューのモデル.  $dt_k$  は  $k$  番目クロックのスキューを表わす. (b) 正弦波入力に対する ADC 出力と誤差の時間波形. (c) ADC 出力パワースペクトル.

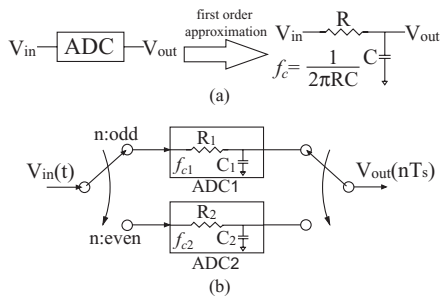


図 5: 帯域のミスマッチの影響. (a) ADC の 1 次系近似. (b) 帯域のミスマッチのモデル (2ch の場合).

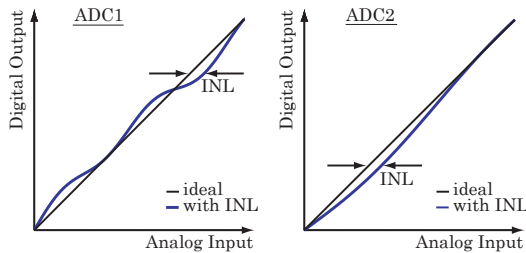


図 6: 線形性ミスマッチの例 (2ch の場合).

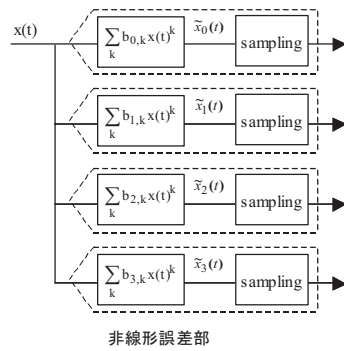


図 7: 4ch インターリーブ ADC チャンネル間線形性ミスマッチモデル.

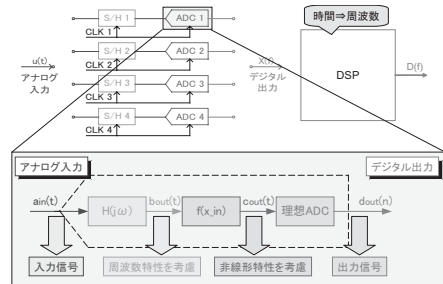


図 8: 周波数特性&線形性ミスマッチのモデル.

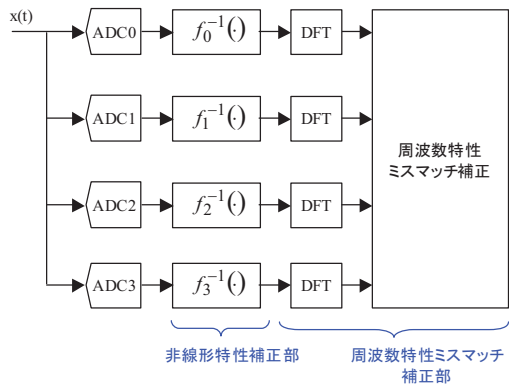


図 9: 周波数特性&線形性ミスマッチ補正ブロック図.

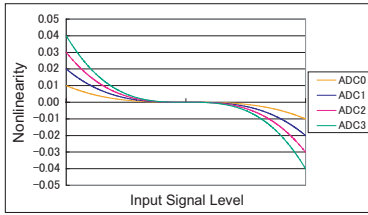
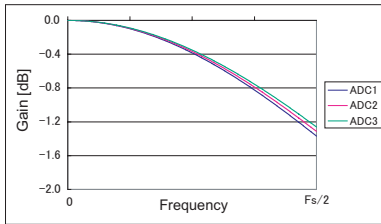
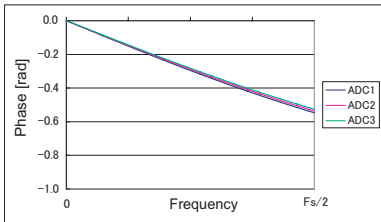


図 10: シミュレーションで用いた各チャンネル ADC の非直線性. 横軸: 入力信号レベル. 縦軸: 直線性からのずれ.



(a)



(b)

図 11: シミュレーションで用いた各チャンネル ADC の周波数特性. (a) 周波数—ゲイン特性. (b) 周波数—位相特性.

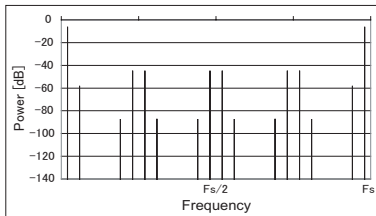
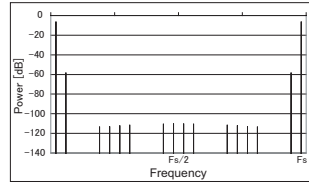
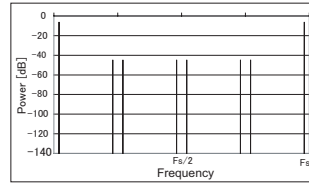


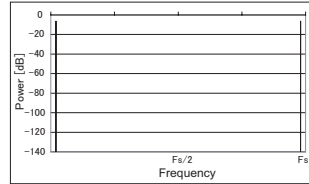
図 12: チャンネル間周波数特性&線形性ミスマッチのインターリーブ ADC 出力スペクトルへの影響.



(a)

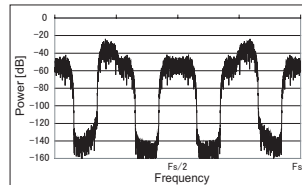


(b)

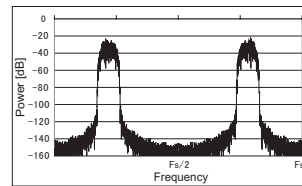


(c)

図 13: チャンネル間ミスマッチの補正結果のインターリーブ ADC 出力パワースペクトル. (a) 周波数特性ミスマッチのみを補正した場合. (b) 非線形ミスマッチのみを補正した場合. (c) 両方を補正した場合.



(a)



(b)

図 14: QPSK 信号を入力した場合のインターリーブ ADC 出力パワースペクトル. (a) チャンネル間ミスマッチ補正なし. (b) 補正あり.