任意波形発生器での2トーン信号相互変調歪みのデジタル補正

加藤啓介　小林春夫

群馬大学　工学部　電気電子工学科
情報通信システム第2研究室

Supported by STARC

アウトライン

- 研究背景・目的
- 提案手法
- シミュレーションによる効果確認
- まとめ

アウトライン

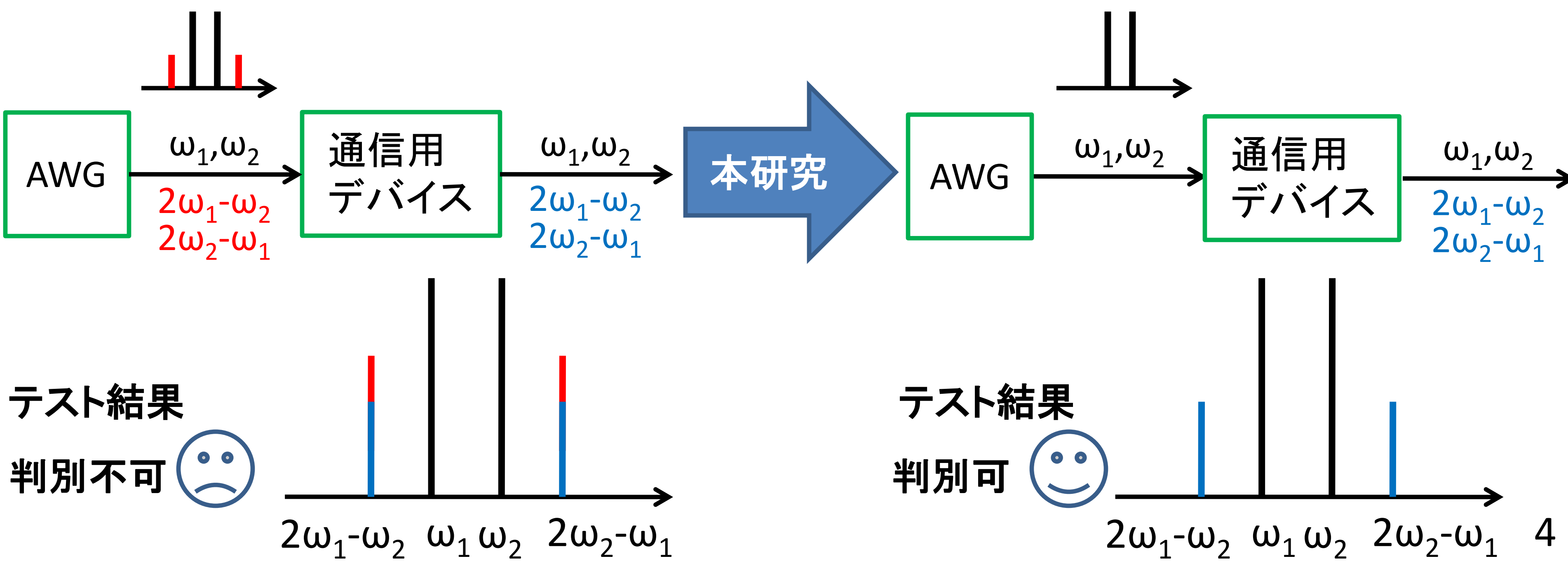
- 研究背景・目的
- 提案手法
- シミュレーションによる効果確認
- まとめ

研究背景

多くの通信用デバイス → 2トーン信号成分 ω_1, ω_2 を入力して評価・テスト

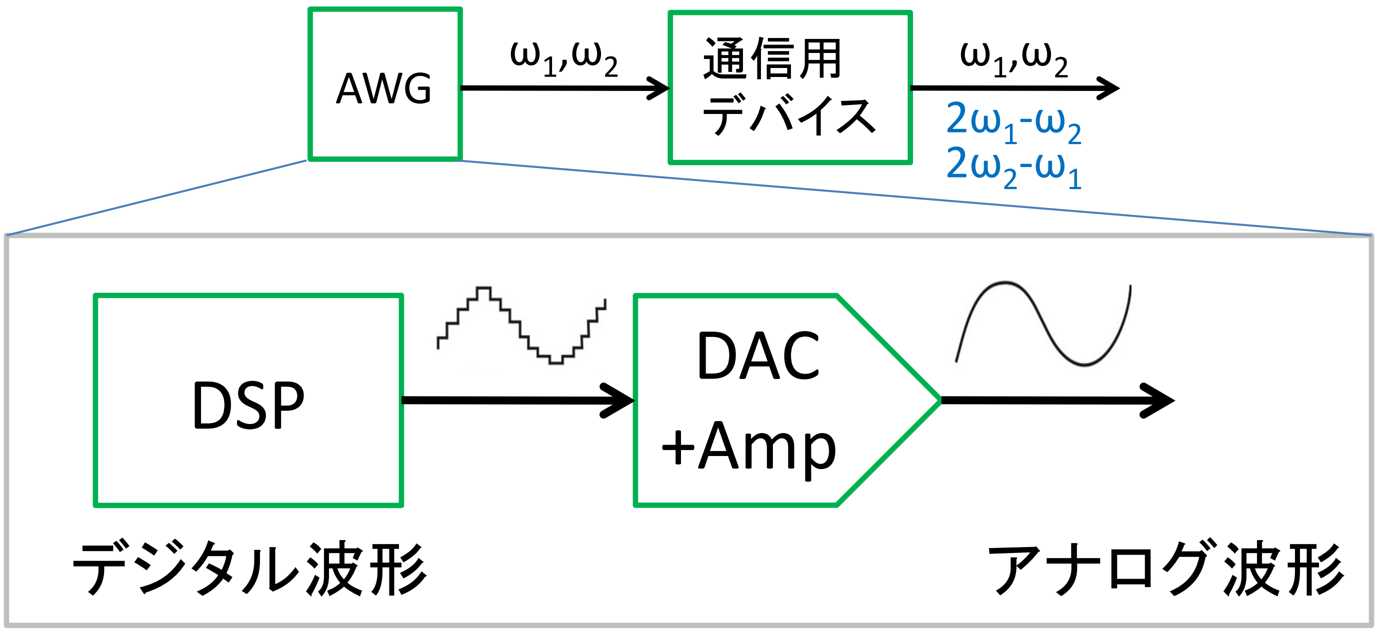
従来AWG信号発生アルゴリズム → 歪み成分も生成

正確な2トーン信号成分 ω_1, ω_2 の発生アルゴリズムを提案



AWGによるテスト信号発生

AWG（arbitrary waveform generator：**任意波形発生器**）



AWGブロック図

DSPで任意デジタル波形をDAC+Ampに入力
アナログ波形を出力

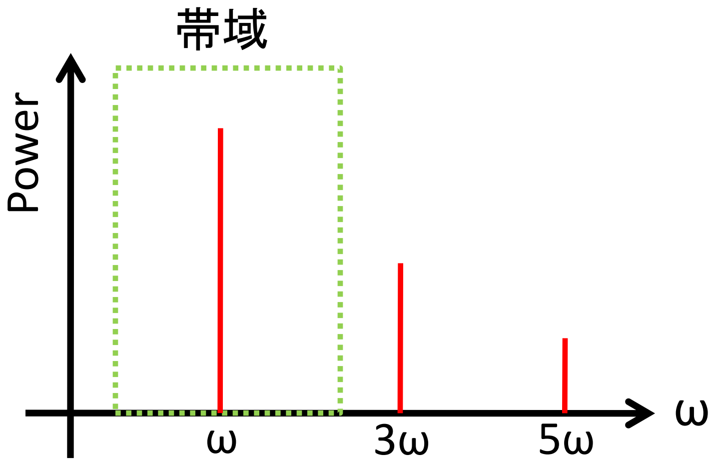
ミクスド・シグナルLSIテスタに搭載

通信用デバイスのテスト

狭帯域・高周波信号を受信

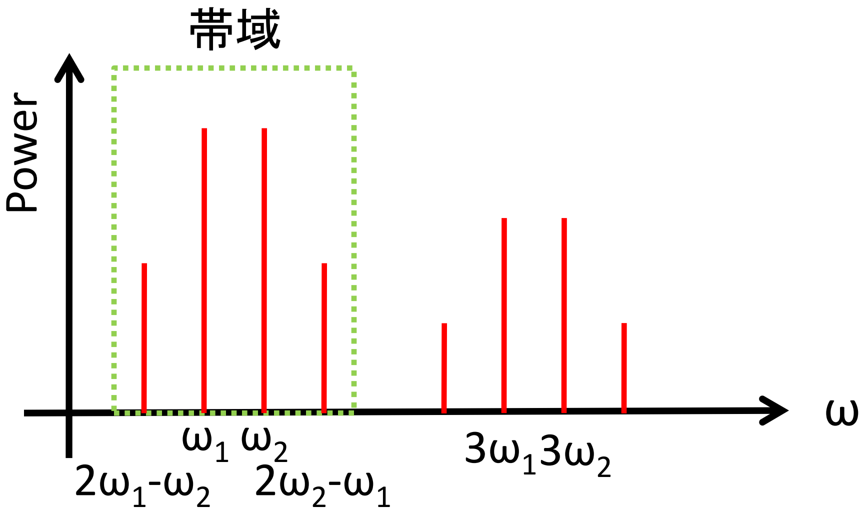
➡ AWGによる2トーン信号で線形性テスト

<u>通信用デバイスに非線形性あり</u>



1トーン信号スペクトル

➡ 非線形性のテスト不可

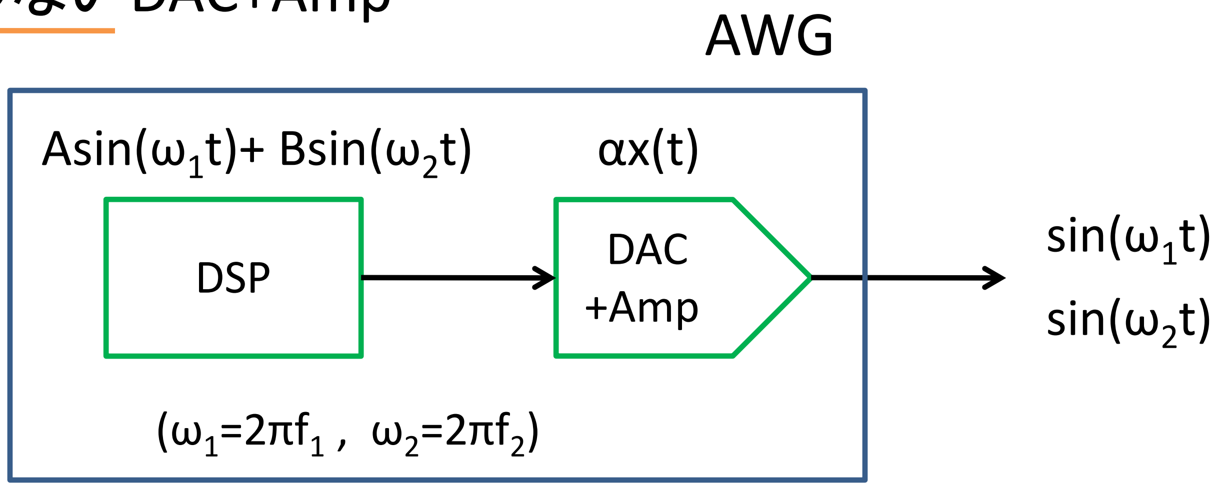


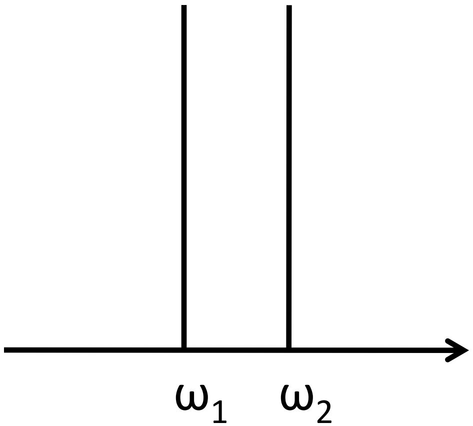
2トーン信号スペクトル

➡ 非線形性により帯域内に相互変調歪み発生

相互変調歪みとは

歪みのないDAC+Amp



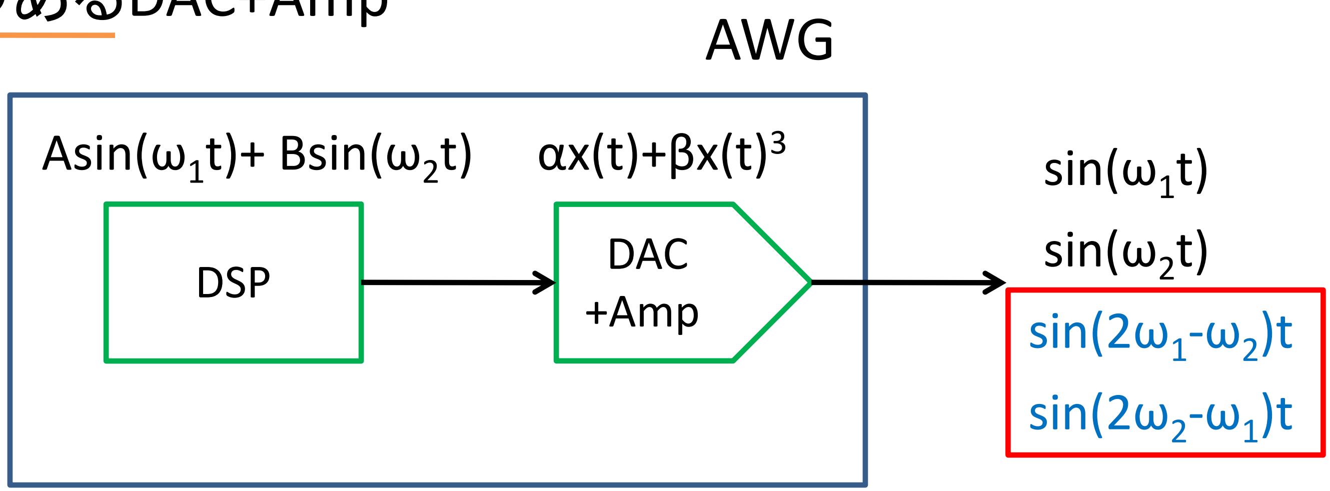


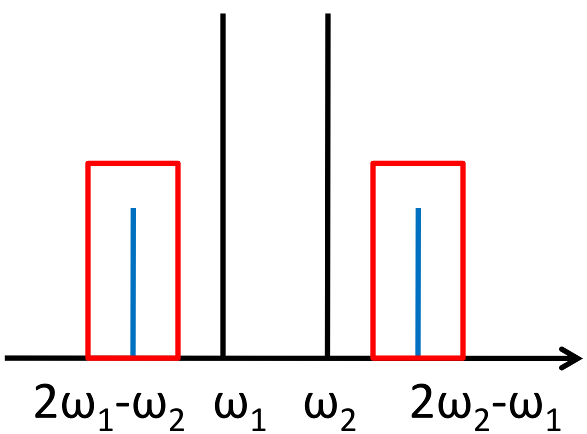
AWG出力のスペクトル

入力した周波数のみの
スペクトルが出力

相互変調歪みとは

歪みのあるDAC+Amp





AWG出力のスペクトル

入力周波数の近傍に
スペクトルが現れる

||

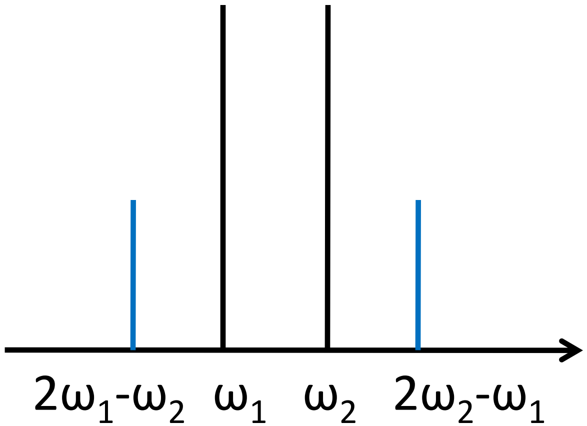
相互変調歪み

相互変調歪みの性質

ω_1 , ω_2 が近い値のとき

相互変調歪みは入力周波数に近傍
フィルタで取り除くのは難しい

AWGでは問題となる



例

f_1 : 1.0GHz　　f_2 : 1.1GHz

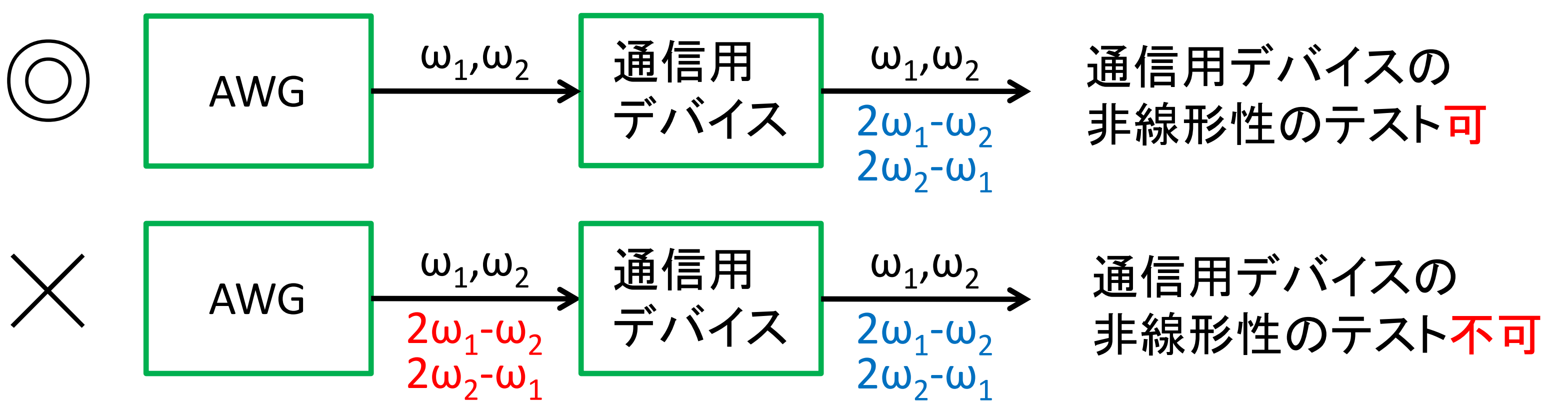
$2f_1-f_2 = 2 \cdot 1.0 - 1.1 = 0.9$ [GHz]

$2f_2-f_1 = 2 \cdot 1.1 - 1.0 = 1.2$ [GHz]

研究目的

AWGのDAC+Ampに歪みがあると、通信用デバイスを正確に評価・テストができない

相互変調歪みのない、ピュアな信号をAWGで生成



アウトライン

- 研究背景・目的
- 提案手法
- シミュレーションによる効果確認
- まとめ

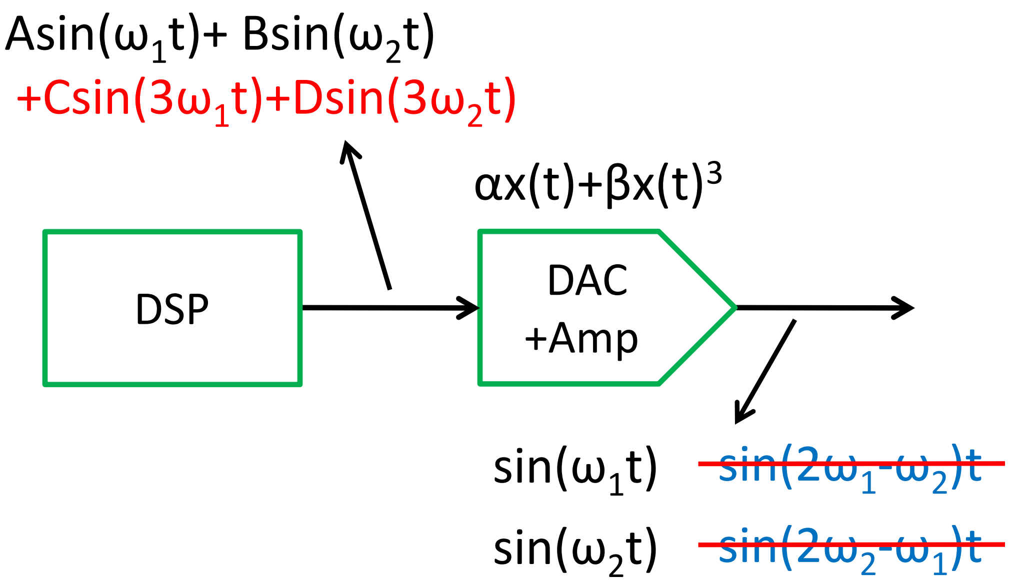
提案手法

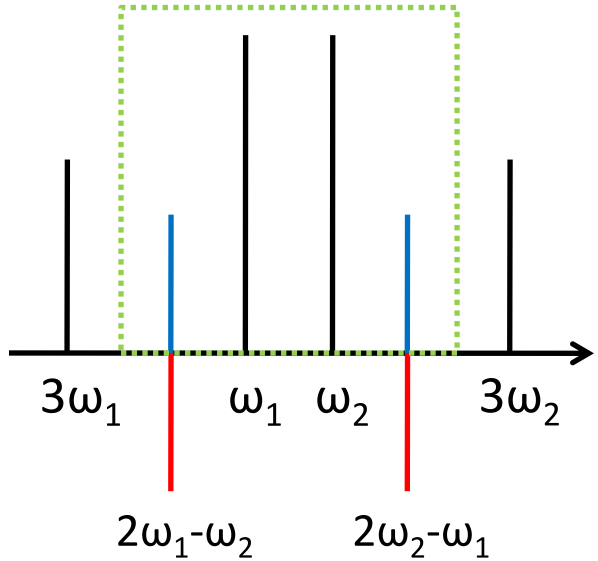
・DSPで主信号に加え**高調波を入力**

⟶ 入力周波数近くの相互変調歪みを除去

・$3\omega_1, 3\omega_2$等はフィルタで除去

所望の信号成分ω_1, ω_2を得る





相互変調歪みを除去するには(3次)

＜3次高調波入力＞

$$\begin{cases} y(t)=\alpha x(t)+\beta x(t)^3 \\ x(t)=A\sin(\omega_1 t)+B\sin(\omega_2 t)+C\sin(3\omega_1 t)+D\sin(3\omega_2 t) \end{cases}$$

代入して

$\sin(2\omega_1-\omega_2)t$ ， $\sin(2\omega_2-\omega_1)t$

の項を抜き出す

$$\begin{cases} 3\beta/4 \cdot A^2B\sin(2\omega_1-\omega_2)t \\ -3\beta/2 \cdot ABC\sin(2\omega_1-\omega_2)t \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\beta/4 \cdot AB^2\sin(2\omega_2-\omega_1)t \\ -3\beta/2 \cdot ABD\sin(2\omega_2-\omega_1)t \end{cases}$$

打ち消す

$C=A/2$ ， $D=B/2$

- α,βに依存しない
- DAC+Ampの特性を同定する必要がない

消える項・残る項・発生する項（3次）

消える項	残る項	発生する項	
$\sin(2\omega_1+\omega_2)t$	$\sin\omega_1 t$	$\sin 5\omega_1 t$	$\sin(\omega_1+4\omega_2)t$
$\sin(\omega_1+2\omega_2)t$	$\sin\omega_2 t$	$\sin 5\omega_2 t$	$\sin(\omega_1-4\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1-\omega_2)t$	$\sin 3\omega_1 t$	$\sin 9\omega_1 t$	$\sin(4\omega_1+\omega_2)t$
$\sin(\omega_1-2\omega_2)t$	$\sin 3\omega_2 t$	$\sin 9\omega_2 t$	$\sin(4\omega_1-\omega_2)t$
$\sin(3\omega_1+2\omega_2)t$		$\sin(6\omega_1+\omega_2)t$	$\sin(4\omega_1+3\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1+3\omega_2)t$		$\sin(6\omega_1-\omega_2)t$	$\sin(4\omega_1-3\omega_2)t$
$\sin(3\omega_1-2\omega_2)t$		$\sin(\omega_1+6\omega_2)t$	$\sin(3\omega_1+4\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1-3\omega_2)t$		$\sin(\omega_1-6\omega_2)t$	$\sin(3\omega_1-4\omega_2)t$
帯域内		帯域外	フィルタの特性，周波数差により帯域内or帯域外

相互変調歪みを除去するには(3次,5次)

＜3次,5次高調波入力＞

$$\begin{cases} y(t)=\alpha x(t)+\beta x(t)^3 \\ x(t)=A\sin(\omega_1 t)+B\sin(\omega_2 t) \\ \qquad +C\sin(3\omega_1 t)+D\sin(3\omega_2 t)+E\sin(5\omega_1 t)+F\sin(5\omega_2 t) \end{cases}$$

相互変調歪みの項を抜き出し
打ち消す

$$\boxed{C=E=\frac{A\left(-1\pm\sqrt{3}\right)}{2} \qquad D=F=\frac{B\left(-1\pm\sqrt{3}\right)}{2}}$$

符号は＋、－どちらでも相互変調歪みを除去可能

〔－－〕　主信号が減衰してしまう

〔＋－〕
〔－＋〕 主信号の大きさがω_1とω_2で異なる

⟶〔＋＋〕を選択

消える項・残る項・発生する項(3次,5次)

消える項

$\sin(2\omega_1+\omega_2)t$
$\sin(\omega_1+2\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1-\omega_2)t$
$\sin(\omega_1-2\omega_2)t$

$\sin(3\omega_1+2\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1+3\omega_2)t$
$\sin(3\omega_1-2\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1-3\omega_2)t$

$\sin(4\omega_1+3\omega_2)t$
$\sin(3\omega_1+4\omega_2)t$
$\sin(4\omega_1-3\omega_2)t$
$\sin(3\omega_1-4\omega_2)t$

$\sin(5\omega_1+4\omega_2)t$
$\sin(4\omega_1+5\omega_2)t$
$\sin(5\omega_1-4\omega_2)t$
$\sin(4\omega_1-5\omega_2)t$

帯域内

残る項

$\sin\omega_1 t$

$\sin\omega_2 t$

$\sin 3\omega_1 t$

$\sin 3\omega_2 t$

発生する項

$\sin 5\omega_1 t$
$\sin 5\omega_2 t$
$\sin 7\omega_1 t$
$\sin 7\omega_2 t$
$\sin 9\omega_1 t$
$\sin 9\omega_2 t$
$\sin 11\omega_1 t$
$\sin 11\omega_2 t$

$\sin(\omega_1+4\omega_2)t$
$\sin(4\omega_1+\omega_2)t$
$\sin(\omega_1-4\omega_2)t$
$\sin(4\omega_1-\omega_2)t$
⋮

$\sin(6\omega_1+\omega_2)t$
$\sin(\omega_1+6\omega_2)t$
$\sin(6\omega_1-\omega_2)t$
$\sin(\omega_1-6\omega_2)t$

$\sin(5\omega_1+2\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1+5\omega_2)t$
$\sin(5\omega_1-2\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1-5\omega_2)t$

帯域外

$\sin(6\omega_1+5\omega_2)t$
$\sin(5\omega_1+6\omega_2)t$
$\sin(6\omega_1-5\omega_2)t$
$\sin(5\omega_1-6\omega_2)t$

フィルタの特性,
周波数差により
帯域内or帯域外

アウトライン

- 研究背景・目的
- 提案手法
- シミュレーションによる効果確認
- まとめ

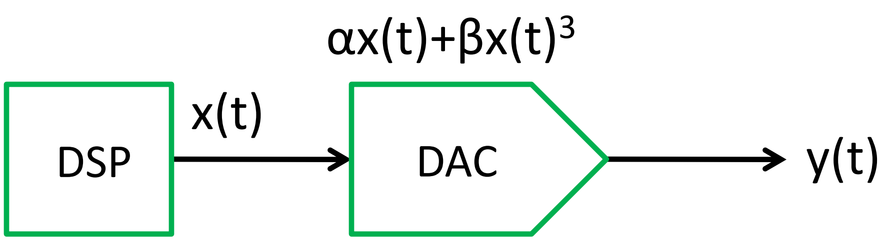
シミュレーション条件①

３次高調波入力

$y(t)=\alpha x(t)+\beta x(t)^3$

$x_1(t)=A\sin(\omega_1 t)+B\sin(\omega_2 t)$ （除去前）

$x_2(t)=A\sin(\omega_1 t)+B\sin(\omega_2 t)+C\sin(3\omega_1 t)+D\sin(3\omega_2 t)$ （除去後）



A : 1

B : 1

C : 0.5

D : 0.5

α : 0.98

β : -0.05

時間間隔 : 1/16384

点数 : 16384

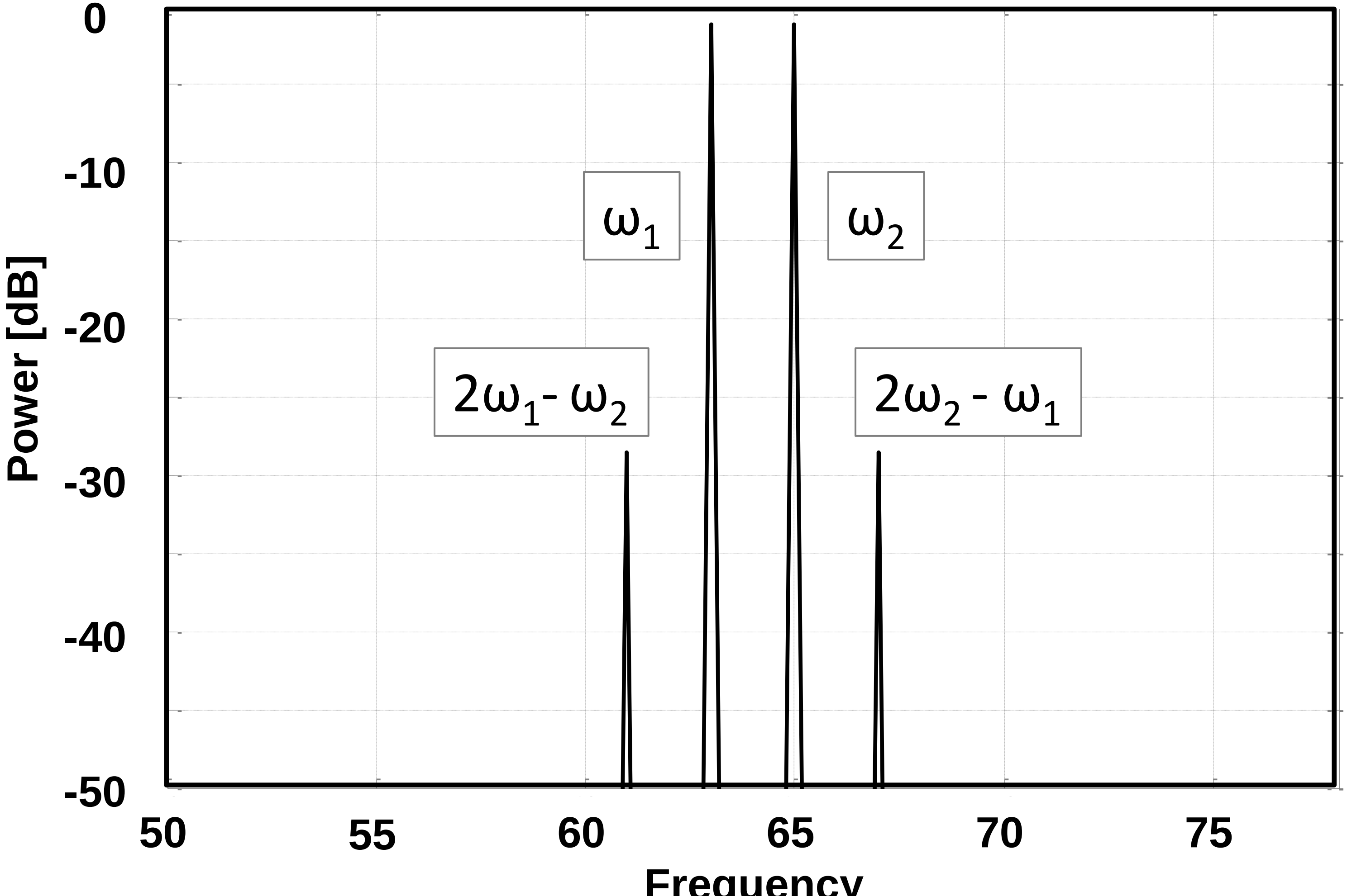
f1 : 63

f2 : 65

除去前のスペクトル①

$y(t)=0.98x(t)-0.05x(t)^3$

$x_1(t)=\sin(\omega_1 t)+\sin(\omega_2 t)$



$2f_1-f_2=61$

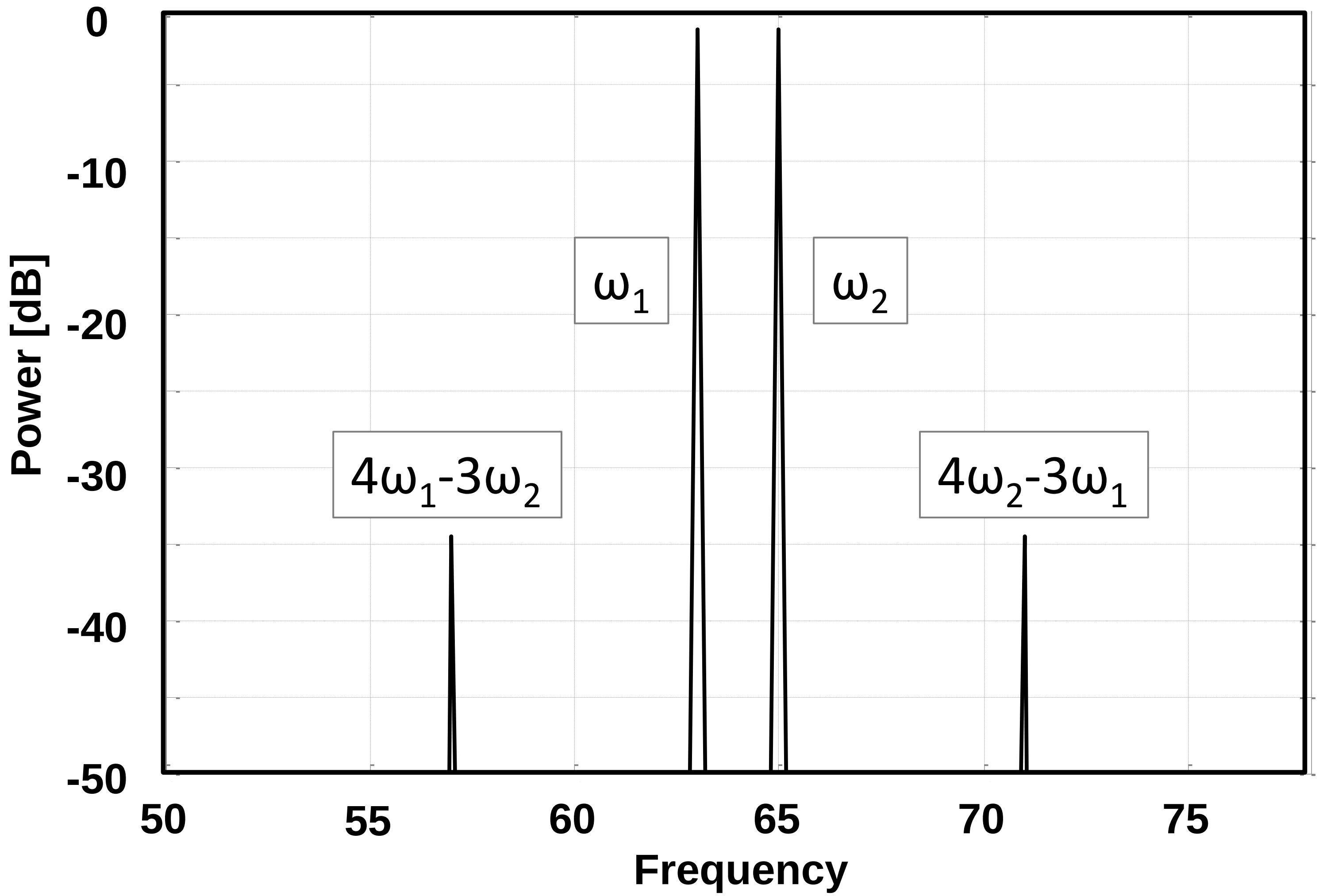
$2f_2-f_1=67$

$(f_1=63\ ,\ f_2=65)$

除去後のスペクトル①

$y(t)=0.98x(t)-0.05x(t)^3$

$x_2(t)=\sin(\omega_1 t)+\sin(\omega_2 t)+0.5\sin(3\omega_1 t)+0.5\sin(3\omega_2 t)$

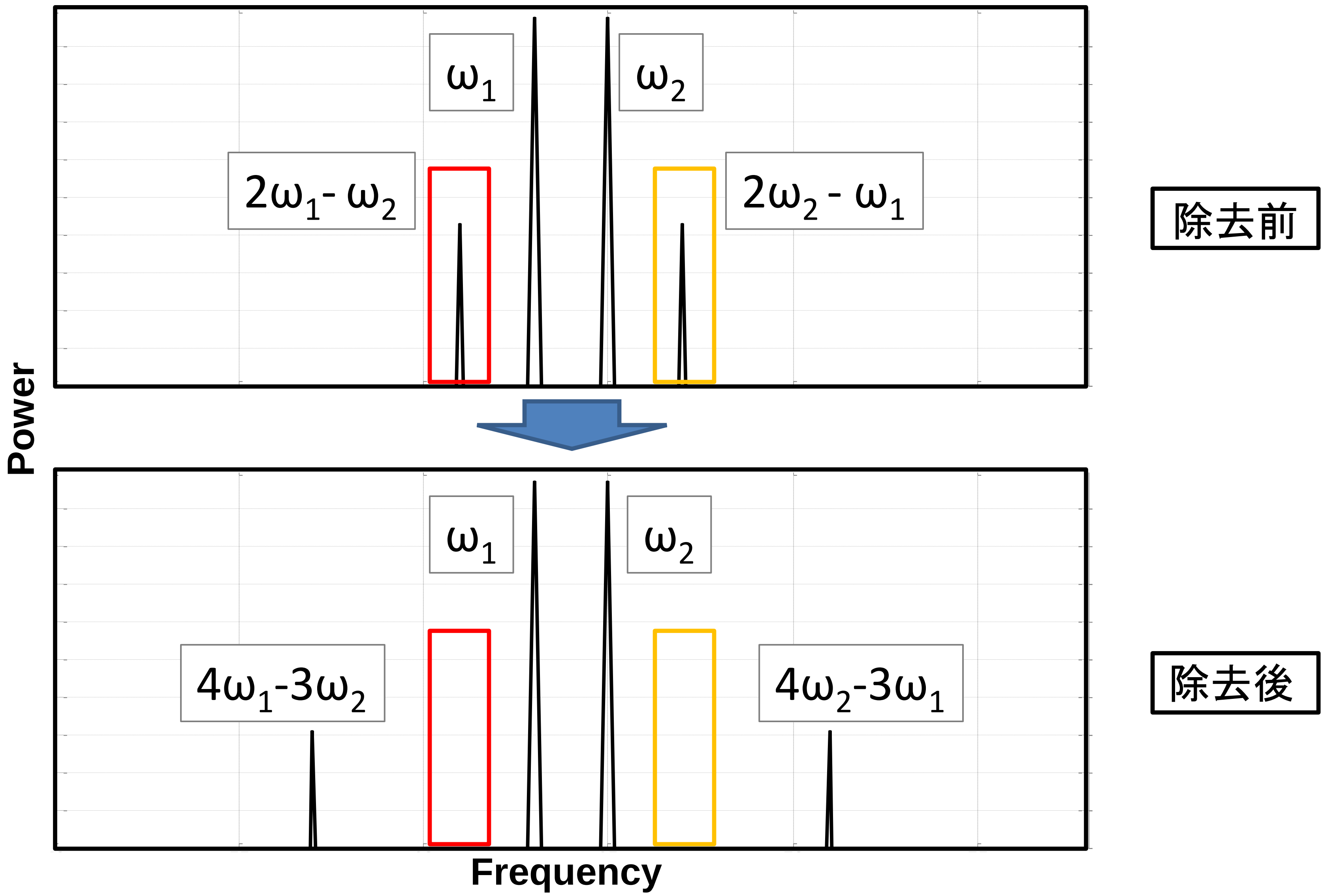


$4f_1-3f_2=57$

$4f_2-3f_1=71$

$(f_1=63 \text{ , } f_2=65)$

除去前と除去後のスペクトル比較①



３次歪みが除去されている

シミュレーション条件②

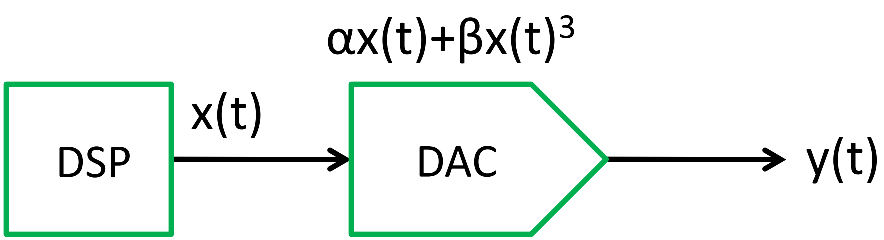
３次,5次高調波入力

$y(t)=\alpha x(t)+\beta x(t)^3$

$x_1(t)=A\sin(\omega_1 t)+B\sin(\omega_2 t)$ （除去前）

$x_2(t)=A\sin(\omega_1 t)+B\sin(\omega_2 t)+C\sin(3\omega_1 t)+D\sin(3\omega_2 t)+E\sin(5\omega_1 t)+F\sin(5\omega_2 t)$

（除去後）



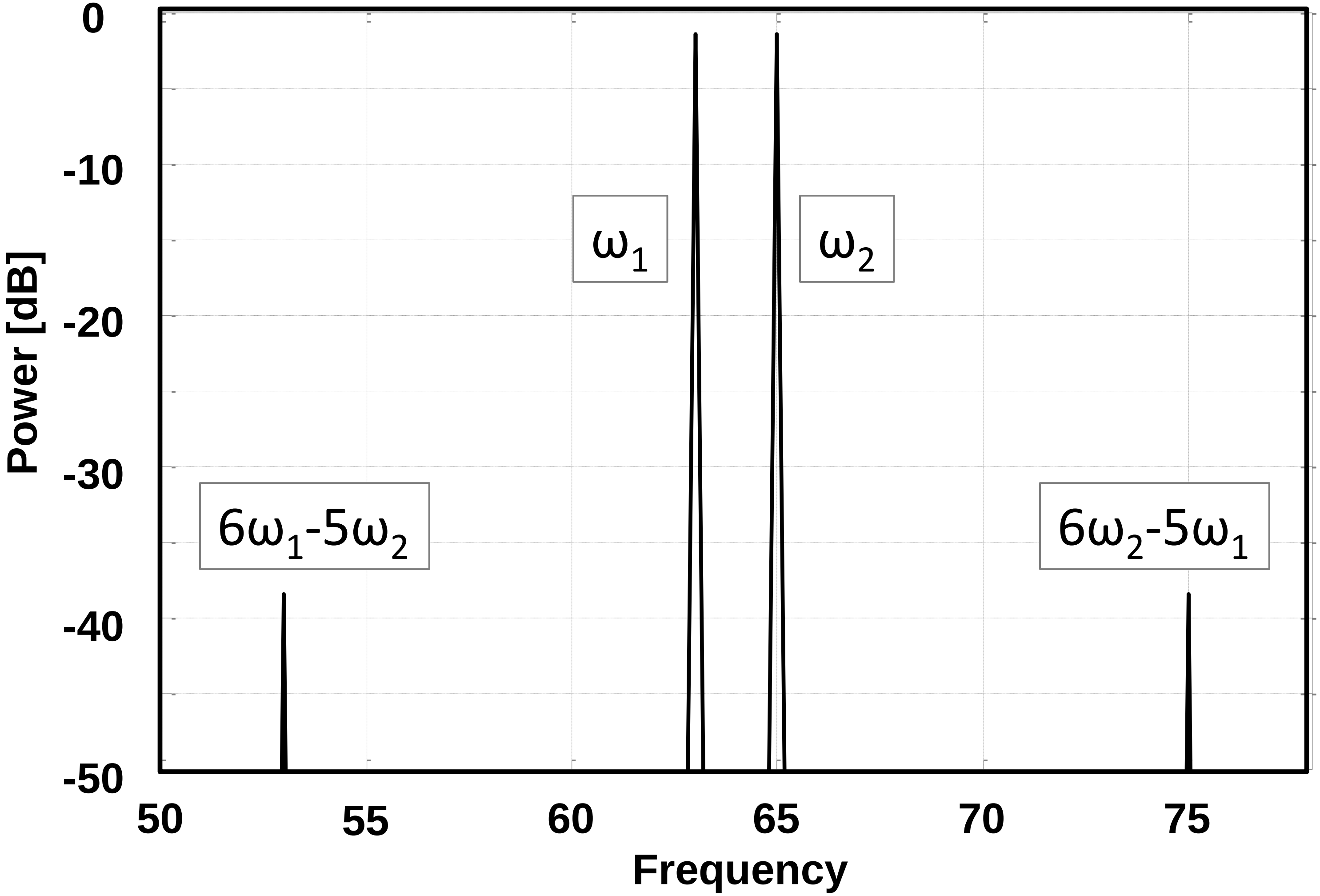
A : 1
B : 1
C : 0.366
D : 0.366
E : 0.366
F : 0.366

α : 0.98
β : -0.05
時間間隔 : 1/16384
点数 : 16384
f1 : 63
f2 : 65

除去後のスペクトル②

$y(t)=\alpha x(t)+\beta x(t)^3$

$x2(t)= \sin(\omega_1 t)+\sin(\omega_2 t)+0.366\sin(3\omega_1 t)+0.366\sin(3\omega_2 t)$
$+0.366\sin(5\omega_1 t)+0.366\sin(5\omega_2 t)$

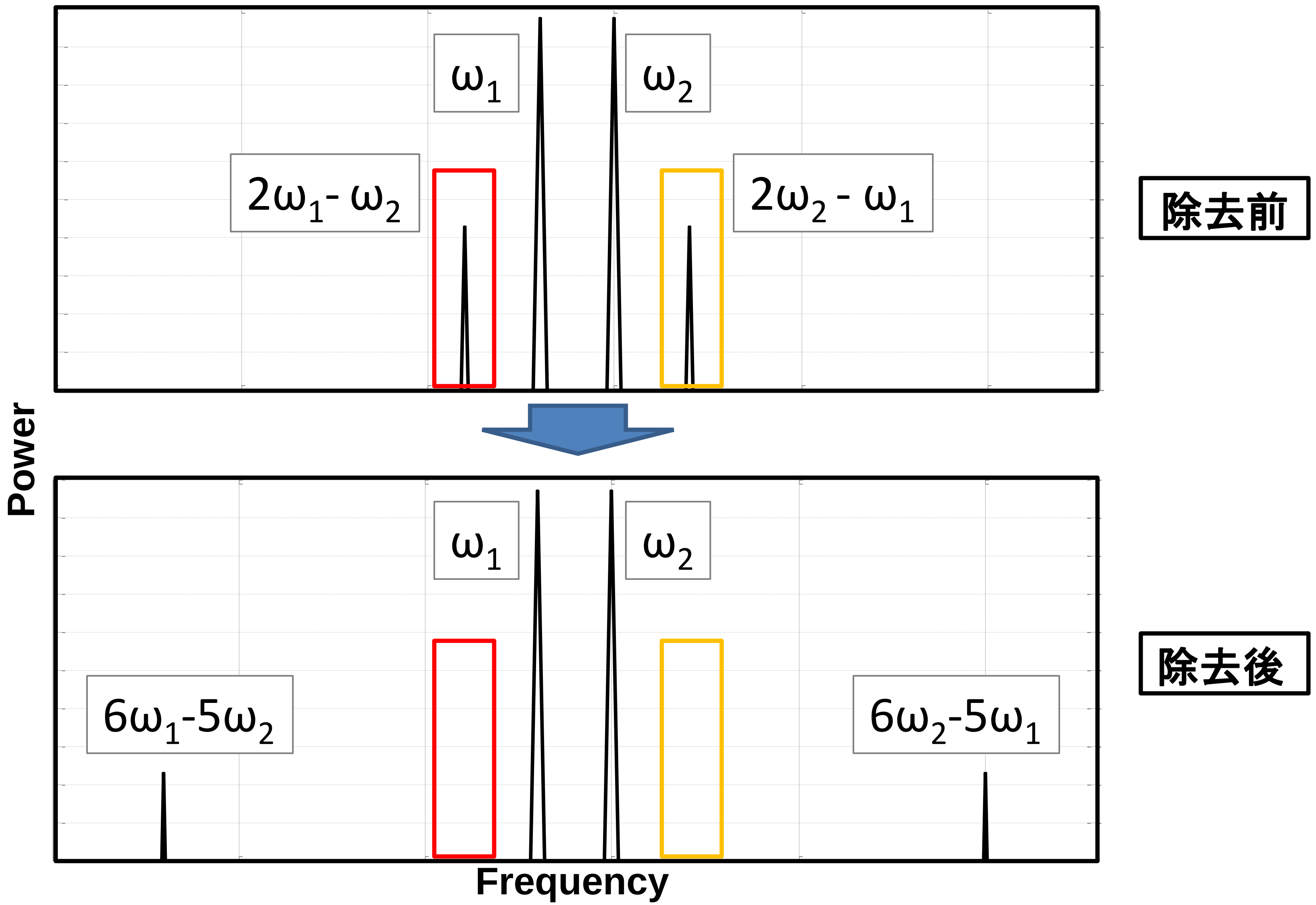


$6f_1-5f_2=53$

$6f_2-5f_1=75$

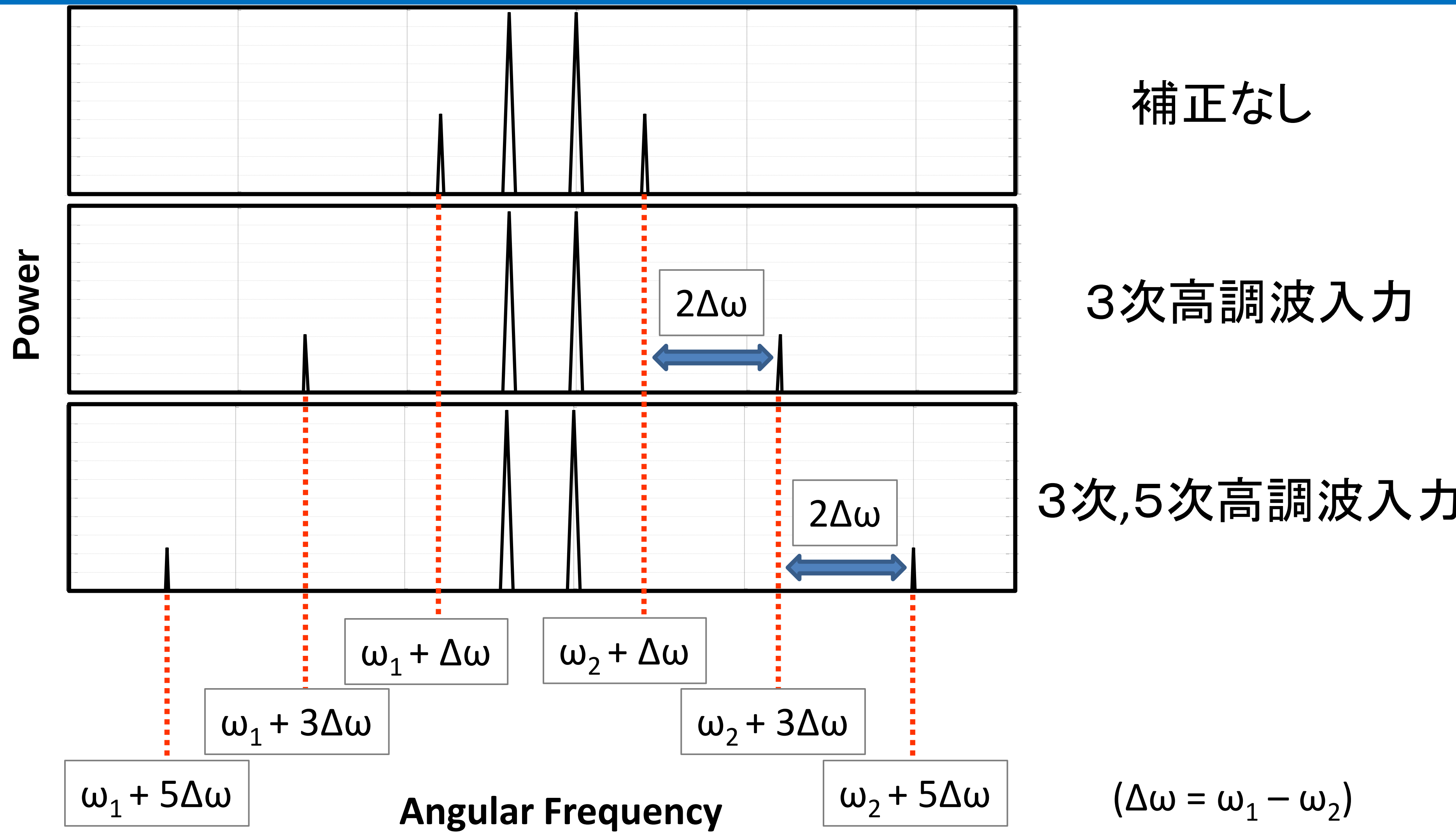
（$f_1=63$, $f_2=65$）

除去前と除去後のスペクトル比較②



３次歪みが除去されている

補正なし、3次入力、3次･5次入力の比較



3次、5次と高調波を増やす

⟶ 相互変調歪みは主信号から等間隔で遠ざかる

アウトライン

- 研究背景・目的
- 提案手法
- シミュレーションによる効果確認
- まとめ

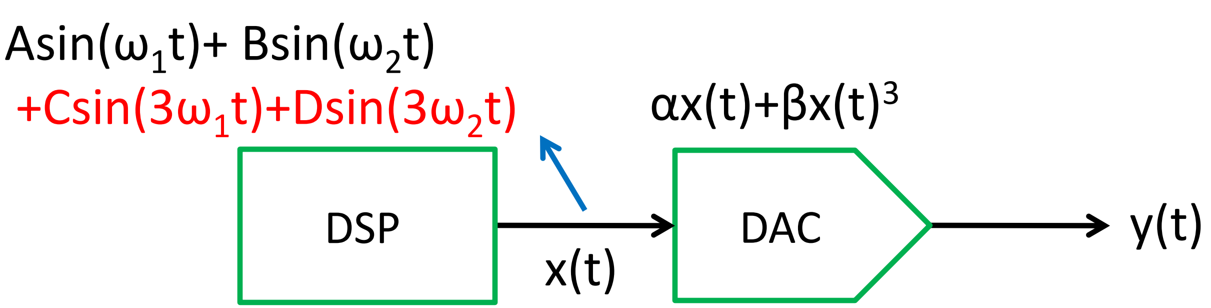
まとめ

問題点：AWGで相互変調歪みのあるテスト信号を
通信用デバイスに入力

通信用デバイスの非線形性のテスト不可

解決策：DSPで高調波を入力し、
AWGの相互変調歪みを除去

α・βに依存せず、DAC+Ampの特性を
同定する必要がない

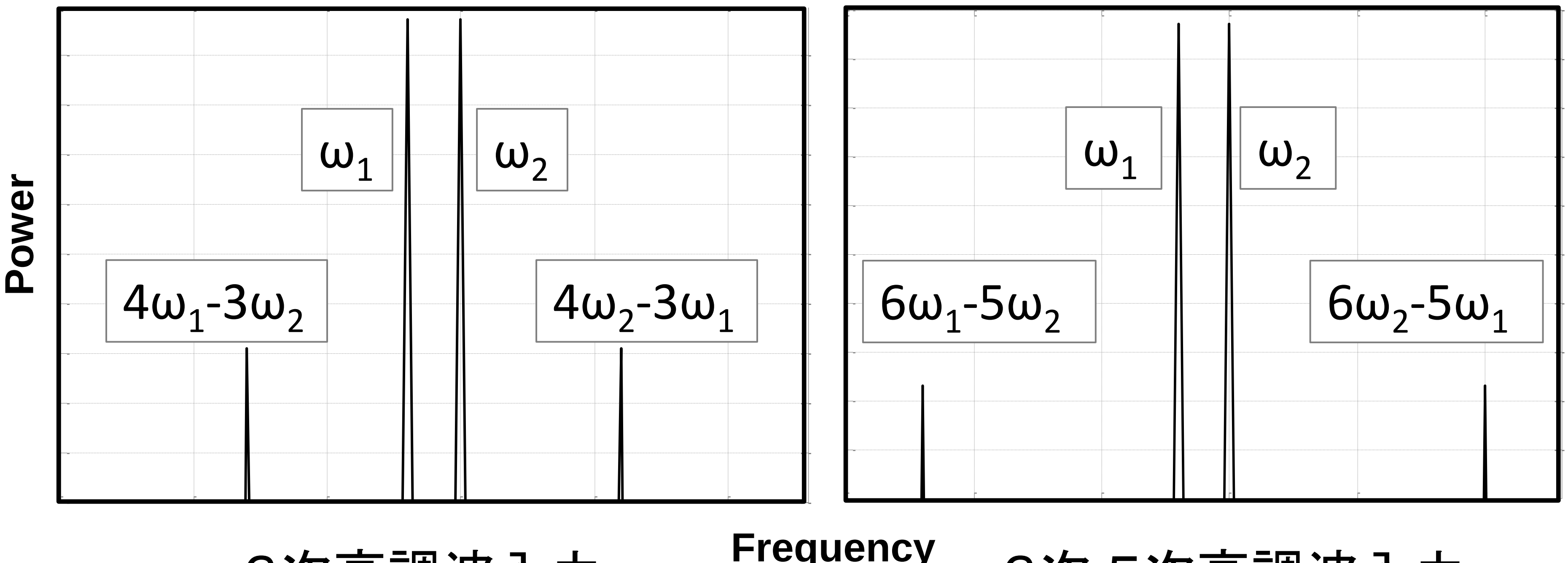


まとめ

シミュレーションにより、アルゴリズムの効果確認

入力する高調波を3次、5次と増やす

⇨ 相互変調歪みは主信号から等間隔($2\Delta\omega = 2(\omega_1 - \omega_2)$)で遠ざかる



3次高調波入力　　3次,5次高調波入力

●今後、実機での確認

数式計算

$$y(t)=\alpha x(t)+\beta x(t)^3$$

$$x(t)=A\sin\omega_1 t+B\sin\omega_2 t$$

$$
\begin{aligned}
y(t)=\alpha\ \{&A\sin\omega_1 t + B\sin\omega_2 t\ \} \\
&+\beta/4[\ (3A^3+6AB^2)\sin\omega_1 t + (3B^3+6A^2B)\sin\omega_2 t \\
&\qquad - A^3\sin 3\omega_1 t - B^3\sin 3\omega_2 t \\
&\qquad - 3A^2B\ \{\sin(2\omega_1+\omega_2)t\ \underline{-\ \sin(2\omega_1-\omega_2)t}\} \\
&\qquad - 3AB^2\ \{\sin(\omega_1+2\omega_2)t\ \underline{+\ \sin(\omega_1-2\omega_2)t}\}]
\end{aligned}
$$

数式計算（3次高調波入力）

$y(t)=\alpha x(t)+\beta x(t)^3$

$x(t)=A\sin(\omega_1 t)+B\sin(\omega_2 t)+C\sin(3\omega_1 t)+D\ \sin(3\omega_2 t)$

$$
\begin{aligned}
y(t)=\alpha\ \{&\ A\sin(\omega_1 t) + B\sin(\omega_2 t) + C\sin(3\omega_1 t) + D\sin(3\omega_2 t)\} \\
+ \beta/4\ \Big[&A^3(3\sin\omega_1 t - \sin 3\omega_1 t) + B^3(3\sin\omega_2 t - \sin 3\omega_2 t) \\
&+ C^3(3\sin 3\omega_1 t - \sin 9\omega_1 t) + D^3(3\sin 3\omega_2 t - \sin 9\omega_2 t) \\
&+ 3A^2B\{2\sin\omega_2 t - \sin(2\omega_1+\omega_2)t + \underline{\sin(2\omega_1-\omega_2)t}\} \\
&+ 3AB^2\{2\sin\omega_1 t + \sin(\omega_1+2\omega_2)t - \underline{\sin(\omega_1-2\omega_2)t}\} \\
&+ 3A^2C\{2\ \sin 3\omega_1 t - \sin 5\omega_1 t - \sin\omega_1 t) \\
&+ 3AC^2\{2\ \sin\omega_1 t - \sin 7\omega_1 t + \sin 5\omega_1 t) \\
&+ 3A^2D\{2\sin 3\omega_2 t - \sin(2\omega_1+3\omega_2)t + \underline{\sin(2\omega_1-3\omega_2)t}\} \\
&+ 3AD^2\{2\sin\omega_1 t - \sin(\omega_1+6\omega_2)t - \sin(\omega_1-6\omega_2)t\} \\
&+ 3B^2C\{2\sin 3\omega_1 t - \sin(3\omega_1+2\omega_2)t - \underline{\sin(3\omega_1-2\omega_2)t}\} \\
&+ 3BC^2\{2\sin\omega_2 t - \sin(6\omega_1+\omega_2)t + \sin(6\omega_1-\omega_2)t\} \\
&+ 3B^2D\{2\ \sin 3\omega_2 t - \sin 5\omega_2 t - \sin\omega_2 t) \\
&+ 3BD^2\{2\ \sin\omega_2 t - \sin 7\omega_2 t + \sin 5\omega_2 t) \\
&- 6ABC\{\sin(4\omega_1+\omega_2)t - \sin(2\omega_1+\omega_2)t + \underline{\sin(2\omega_1-\omega_2)t} - \sin(4\omega_1-\omega_2)t\} \\
&- 6ABD\{\sin(\omega_1+4\omega_2)t - \sin(\omega_1+2\omega_2)t - \underline{\sin(\omega_1-2\omega_2)t} + \sin(\omega_1-4\omega_2)t\} \\
&- 6ACD\{\sin(4\omega_1+3\omega_2)t - \sin(2\omega_1+3\omega_2)t + \underline{\sin(2\omega_1-3\omega_2)t} - \sin(4\omega_1-3\omega_2)t\} \\
&- 6BCD\{\sin(3\omega_1+4\omega_2)t - \sin(3\omega_1+2\omega_2)t + \underline{\sin(3\omega_1-2\omega_2)t} - \sin(3\omega_1-4\omega_2)t\}\Big]
\end{aligned}
$$

数式計算（3次高調波入力）

①
$$\begin{pmatrix} \sin(2\omega_1-\omega_2)t & \sin(\omega_1-2\omega_2)t \\ \sin(2\omega_1-3\omega_2)t & \sin(3\omega_1-2\omega_2)t \end{pmatrix}$$
を消すには

$$\boxed{C = A/2 \quad D = B/2}$$

②
$$\begin{pmatrix} \sin(4\omega_1-3\omega_2)t & \sin(3\omega_1-4\omega_2)t \end{pmatrix}$$
を消すには

$$\boxed{A \text{ or } B \text{ or } C \text{ or } D = 0}$$

⇒ $A, B, C, D \neq 0$ なので成り立たない

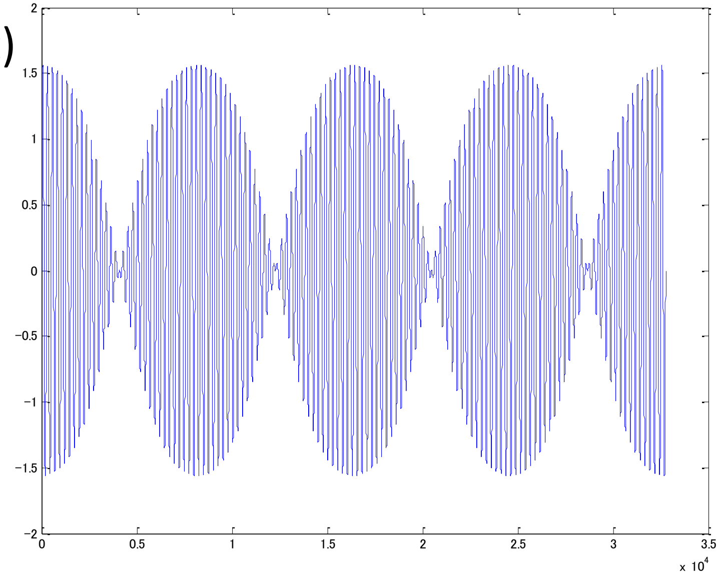
数式計算（3次高調波入力）

補正後の信号

$$
\begin{aligned}
y(t) = &\{\alpha A+(9/8)\beta\}A^3\sin\omega_1 t + \{\alpha B+(9/8)\beta\}B^3\sin\omega_2 t \\
&+ \{(1/2)\alpha A+(43/32)\beta\}A^3\sin 3\omega_1 t \\
&+ \{(1/2)\alpha B+(43/32)\beta\}B^3\sin 3\omega_2 t \\
&- (3/16)\beta(A^3\sin 5\omega_1 t - B^3\sin 5\omega_2 t) \\
&- (3/16)\beta(A^3\sin 7\omega_1 t - B^3\sin 7\omega_2 t) \\
&- (1/32)\beta(A^3\sin 9\omega_1 t - B^3\sin 9\omega_2 t) \\
&- (3/4)\beta[A^2B\{\sin(4\omega_1+\omega_2)t - \sin(4\omega_1-\omega_2)t\}] \\
&- (3/4)\beta[AB^2\{\sin(\omega_1+4\omega_2) + \sin(\omega_1-4\omega_2)t\}] \\
&- (3/8)\beta[A^2B\{\sin(4\omega_1+3\omega_2)t - \sin(4\omega_1-3\omega_2)t\}] \\
&- (3/8)\beta[AB^2\{\sin(3\omega_1+4\omega_2) + \sin(3\omega_1-4\omega_2)t\}] \\
&- (3/16)\beta[A^2B\{\sin(6\omega_1+\omega_2)t - \sin(6\omega_1-\omega_2)t\}] \\
&- (3/16)\beta[AB^2\{\sin(\omega_1+6\omega_2) + \sin(\omega_1-6\omega_2)t\}]
\end{aligned}
$$

時間波形:y(t) 除去前

y(t)

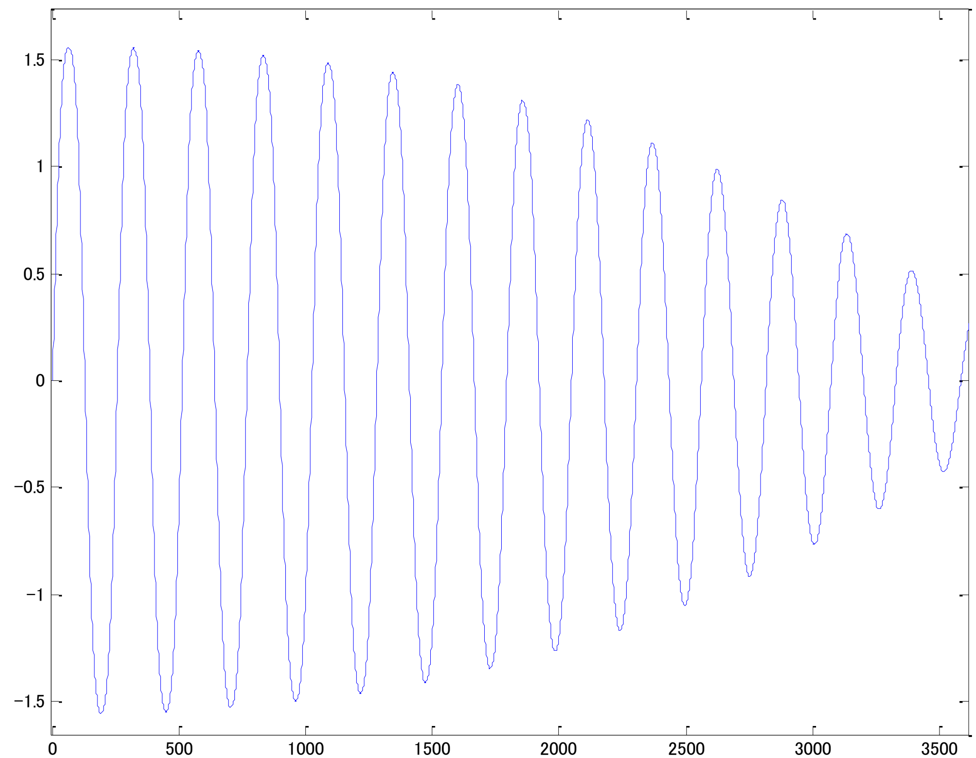


時間(t)

$y(t)=0.98x(t)-0.05x(t)^3$

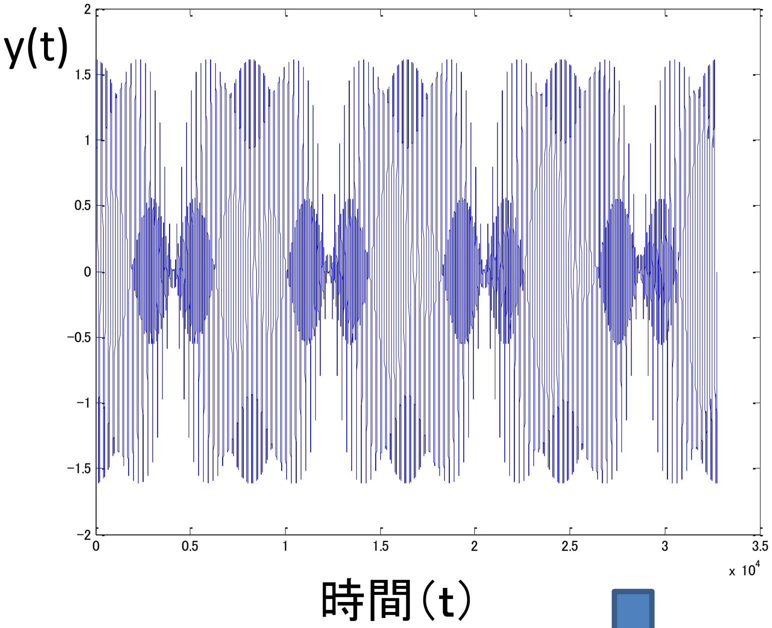
$x(t)=\sin(\omega_1 t)+\sin(\omega_2 t)$

y(t)



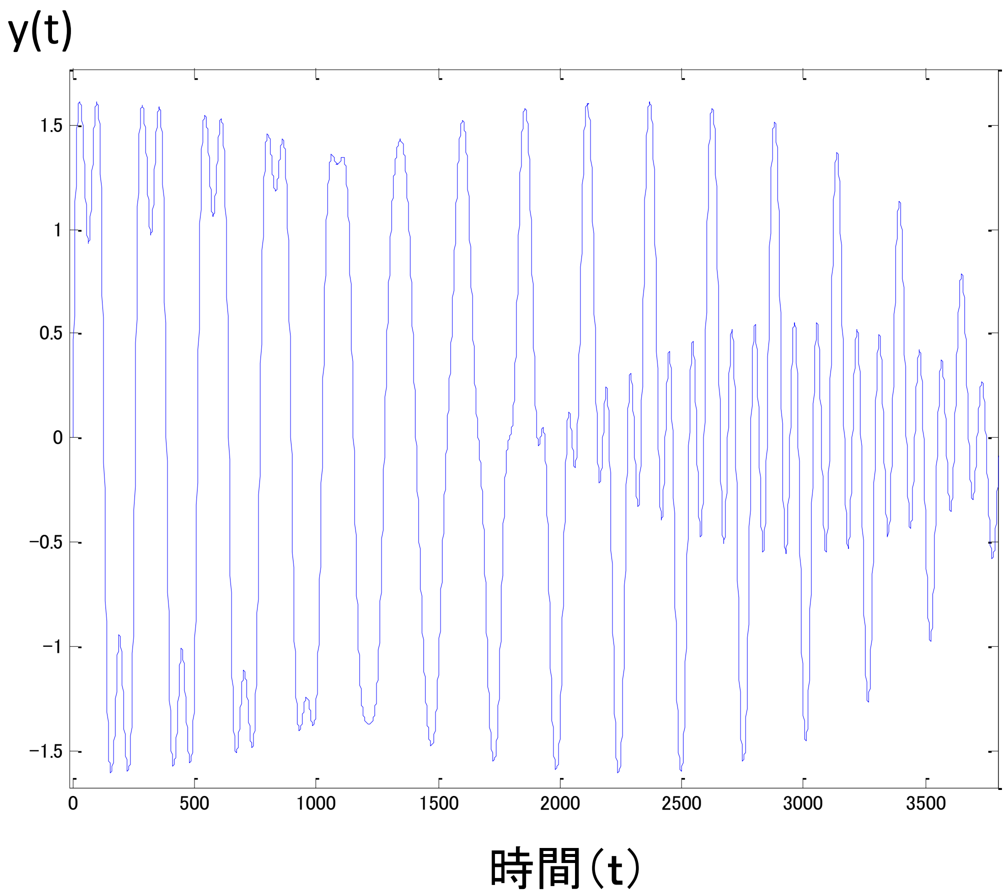
時間(t)

時間波形:y(t)　除去後



$y(t)=0.98x(t)-0.05x(t)^3$

$x(t)=\sin(\omega_1 t)+\sin(\omega_2 t)+0.5\sin(3\omega_1 t)+0.5\sin(3\omega_2 t)$



数式計算(3・5次高調波入力)

$y=\alpha x+\beta x^3 \quad , \quad x = A\sin\omega_1 t + B\sin\omega_2 t + C\sin 3\omega_1 t + D\sin 3\omega_2 t + E\sin 5\omega_1 t + F\sin 5\omega_2 t$

$$y=\left[\alpha A+\tfrac{3}{4}\beta\{A^3-A^2C+2AB^2+2AC^2+2AD^2+2AE^2+2AF^2-2ACE+C^2E\}\right]\sin\omega_1 t+\left[\alpha B+\tfrac{3}{4}\beta\{B^3-B^2D+2A^2B+2BC^2+2BD^2+2BE^2+2BF^2-2BDF+D^2F\}\right]\sin\omega_2 t$$

$$+\left[\alpha C+\tfrac{3}{4}\beta\{C^3+2A^2C+2B^2C+2CD^2+2CE^2+2CF^2+2ACE-\tfrac{A^3}{3}-A^2E\}\right]\sin 3\omega_1 t+\left[\alpha D+\tfrac{3}{4}\beta\{D^3+2A^2D+2B^2D+2C^2D+2DE^2+2DF^2+2BDF-\tfrac{B^3}{3}-2B^2F\}\right]\sin 3\omega_2 t$$

$$+\left[\alpha E+\tfrac{3}{4}\beta\{E^3+2A^2E+2B^2E+2C^2E+2D^2E+2EF^2-A^2C+AC^2\}\right]\sin 5\omega_1 t+\left[\alpha F+\tfrac{3}{4}\beta\{F^3+2A^2F+2B^2F+2C^2F+2D^2F+2E^2F-B^2D+BD^2\}\right]\sin 5\omega_2 t$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-AC^2-A^2E+CE^2+2ACE)\sin 7\omega_1 t+\tfrac{3}{4}\beta(-BD^2-B^2F+DF^2+2BDF)\sin 7\omega_2 t+\tfrac{3}{4}\beta(-\tfrac{C^3}{3}+AE^2-2ACE)\sin 9\omega_1 t+\tfrac{3}{4}\beta(-\tfrac{D^3}{3}+BF^2-2BDF)\sin 9\omega_2 t$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-AE^2-C^2E)\sin 11\omega_1 t+\tfrac{3}{4}\beta(-BE^2-D^2F)\sin 11\omega_2 t+\tfrac{3}{4}\beta(-C^2E)\sin 13\omega_1 t+\tfrac{3}{4}\beta(-DF^2)\sin 13\omega_2 t+\tfrac{3}{4}\beta(-\tfrac{E^3}{3})\sin 15\omega_1 t+\tfrac{3}{4}\beta(-\tfrac{F^3}{3})\sin 15\omega_2 t$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-A^2B+2ABC+2BCE)\{\sin(2\omega_1+\omega_2)t\underline{-\sin(2\omega_1-\omega_2)t}\}+\tfrac{3}{4}\beta(AB^2-2ABD-2ADF)\{\sin(\omega_1+2\omega_2)t+\underline{\sin(\omega_1-2\omega_2)t}\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-B^2C+2BCD+2CDF)\{\sin(3\omega_1+2\omega_2)t\underline{+\sin(3\omega_1-2\omega_2)t}\}+\tfrac{3}{4}\beta(-A^2D+2ACD+2CDE)\{\sin(2\omega_1+3\omega_2)t\underline{-\sin(2\omega_1-3\omega_2)t}\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-2ABC+2ABE)\{\sin(4\omega_1+\omega_2)t-\sin(4\omega_1-\omega_2)t\}+\tfrac{3}{4}\beta(-2ABD+2ABF)\{\sin(\omega_1+4\omega_2)t+\sin(\omega_1-4\omega_2)t\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-2ACD+2ADE)\{\sin(4\omega_1+3\omega_2)t\underline{-\sin(4\omega_1-3\omega_2)t}\}+\tfrac{3}{4}\beta(-2BCD+2BCF)\{\sin(3\omega_1+4\omega_2)t+\underline{\sin(3\omega_1-4\omega_2)t}\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-B^2E+2BDE+2DEF)\{\sin(5\omega_1+2\omega_2)t+\sin(5\omega_1-2\omega_2)t\}+\tfrac{3}{4}\beta(-A^2F+2ACF+2CEF)\{\sin(2\omega_1+5\omega_2)t-\sin(2\omega_1-5\omega_2)t\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-BC^2-2ABE)\{\sin(6\omega_1+\omega_2)t-\sin(6\omega_1-\omega_2)t\}+\tfrac{3}{4}\beta(-AD^2-2ABF)\{\sin(\omega_1+6\omega_2)t+\sin(\omega_1-6\omega_2)t\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-2BDE+2BDF)\{\sin(5\omega_1+4\omega_2)t\underline{+\sin(5\omega_1-4\omega_2)t}\}+\tfrac{3}{4}\beta(-2ACF+2AEF)\{\sin(4\omega_1+5\omega_2)t\underline{-\sin(4\omega_1-5\omega_2)t}\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-C^2D-2ADE)\{\sin(6\omega_1+3\omega_2)t-\sin(6\omega_1-3\omega_2)t\}+\tfrac{3}{4}\beta(-CD^2-2BCF)\{\sin(\omega_1+6\omega_2)t+\sin(\omega_1-6\omega_2)t\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-2BCE)\{\sin(8\omega_1+\omega_2)t-\sin(8\omega_1-\omega_2)t\}+\tfrac{3}{4}\beta(-2ADF)\{\sin(\omega_1+8\omega_2)t+\sin(\omega_1-8\omega_2)t\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-2CDE)\{\sin(8\omega_1+3\omega_2)t-\sin(8\omega_1-3\omega_2)t\}+\tfrac{3}{4}\beta(-2CDF)\{\sin(3\omega_1+8\omega_2)t+\sin(3\omega_1-8\omega_2)t\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-BE^2)\{\sin(10\omega_1+\omega_2)t-\sin(10\omega_1-\omega_2)t\}+\tfrac{3}{4}\beta(-AF^2)\{\sin(\omega_1+10\omega_2)t+\sin(\omega_1-10\omega_2)t\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-C^2F-2AEF)\{\sin(6\omega_1+5\omega_2)t-\underline{\sin(6\omega_1-5\omega_2)t}\}+\tfrac{3}{4}\beta(-D^2E-2BEF)\{\sin(5\omega_1+6\omega_2)t+\underline{\sin(5\omega_1-6\omega_2)t}\}$$

$$+\tfrac{3}{4}\beta(-DE^2)\{\sin(10\omega_1+3\omega_2)t-\sin(10\omega_1-3\omega_2)t\}+\tfrac{3}{4}\beta(-CF^2)\{\sin(3\omega_1+10\omega_2)t+\sin(3\omega_1-10\omega_2)t\}$$

数式計算（3次・5次高調波入力）

① $\begin{pmatrix} \sin(2\omega_1-\omega_2)t & \sin(\omega_1-2\omega_2)t \\ \sin(2\omega_1-3\omega_2)t & \sin(3\omega_1-2\omega_2)t \end{pmatrix}$ を消すには

$$\boxed{C=\frac{A\left(-1\pm\sqrt{3}\right)}{2} \qquad D=\frac{B\left(-1\pm\sqrt{3}\right)}{2}}$$

② $\begin{pmatrix} \sin(4\omega_1-3\omega_2)t & \sin(3\omega_1-4\omega_2)t \\ \sin(5\omega_1-4\omega_2)t & \sin(4\omega_1-5\omega_2)t \end{pmatrix}$ を消すには

$$\boxed{E=C \qquad F=D}$$

③ $\begin{pmatrix} \sin(6\omega_1-5\omega_2)t & \sin(5\omega_1-6\omega_2)t \end{pmatrix}$ を消すには

$$\boxed{C=-2A \quad D=-2B}$$

同時には
成り立たない

①を消す

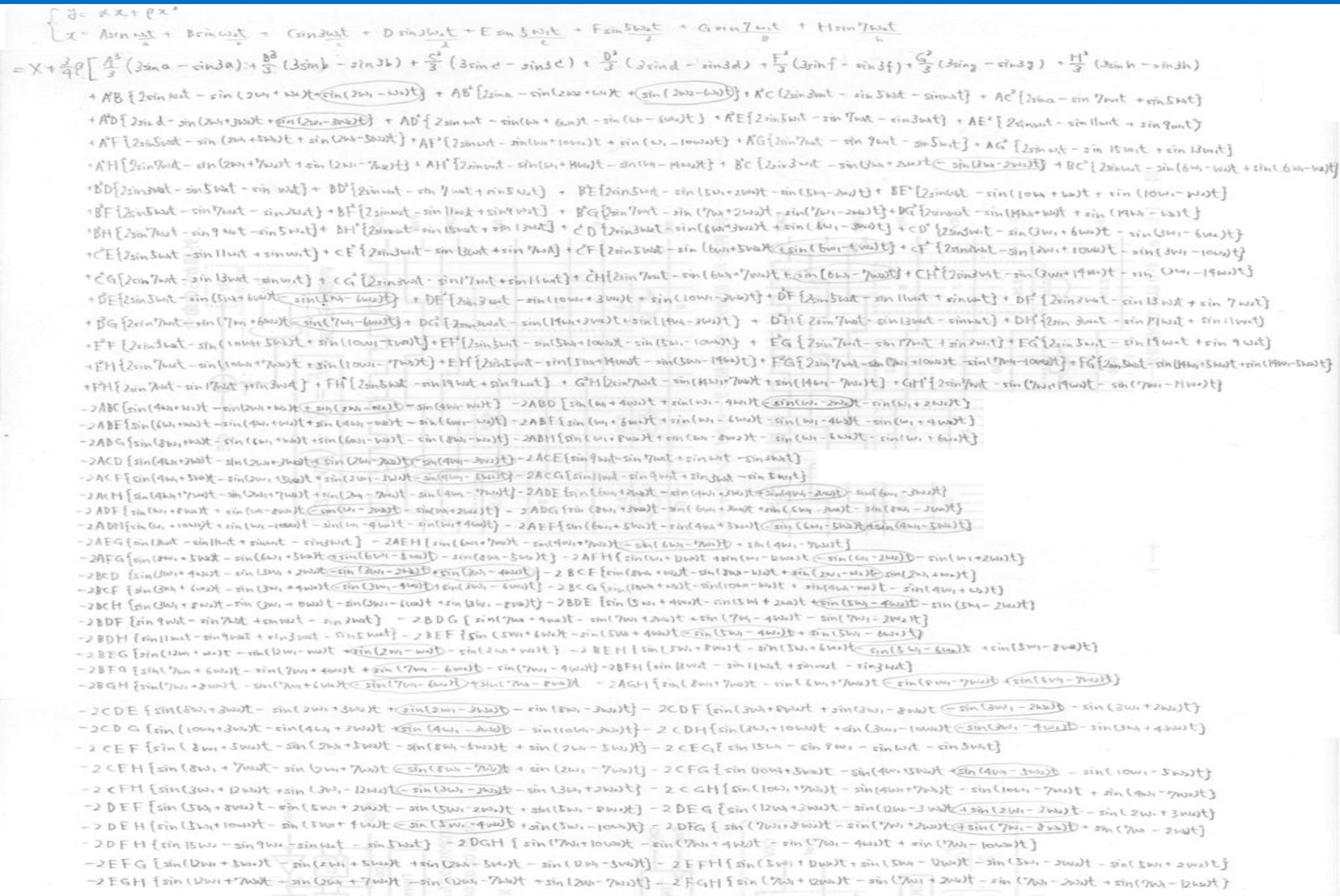
数式計算（3次・5次高調波入力）

補正後の信号

$$y = \alpha x + \beta x^3 \quad , \quad x = A\sin\omega_1 t + B\sin\omega_2 t + C\sin 3\omega_1 t + D\sin 3\omega_2 t + E\sin 5\omega_1 t + F\sin 5\omega_2 t$$

$$\begin{aligned}
y = {} & \left[\alpha A + \tfrac{3}{4}\beta\{A^3 - A^2C + 2AB^2 + 2AC^2 + 2AD^2 + 2AE^2 + 2AF^2 - 2ACE + C^2E\}\right]\sin\omega_1 t + \left[\alpha B + \tfrac{3}{4}\beta\{B^3 - B^2D + 2A^2B + 2BC^2 + 2BD^2 + 2BE^2 + 2BF^2 - 2BDF + D^2F\}\right]\sin\omega_2 t \\
& + \left[\alpha C + \tfrac{3}{4}\beta\{C^3 + 2A^2C + 2B^2C + 2CD^2 + 2CE^2 + 2CF^2 + 2ACE - \tfrac{A^3}{3} - A^2E\}\right]\sin 3\omega_1 t + \left[\alpha D + \tfrac{3}{4}\beta\{D^3 + 2A^2D + 2B^2D + 2C^2D + 2DF^2 + 2DF^2 + 2BDF - \tfrac{B^3}{3} - 2B^2F\}\right]\sin 3\omega_2 t \\
& + \left[\alpha E + \tfrac{3}{4}\beta\{E^3 + 2A^2E + 2B^2E + 2C^2E + 2D^2E + 2EF^2 - A^2C + AC^2\}\right]\sin 5\omega_1 t + \left[\alpha F + \tfrac{3}{4}\beta\{F^3 + 2A^2F + 2B^2F + 2C^2F + 2D^2F + 2E^2F - B^2D + BD^2\}\right]\sin 5\omega_2 t \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-AC^2 - A^2E + CE^2 + 2ACE)\sin 7\omega_1 t + \tfrac{3}{4}\beta(-BD^2 - B^2F + DF^2 + 2BDF)\sin 7\omega_2 t + \tfrac{3}{4}\beta(-\tfrac{C^3}{3} + AE^2 - 2ACE)\sin 9\omega_1 t + \tfrac{3}{4}\beta(-\tfrac{D^3}{3} + BF^2 - 2BDF)\sin 9\omega_2 t \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-AE^2 - C^2E)\sin 11\omega_1 t + \tfrac{3}{4}\beta(-BE^2 - D^2F)\sin 11\omega_2 t + \tfrac{3}{4}\beta(-C^2E)\sin 13\omega_1 t + \tfrac{3}{4}\beta(-DF^2)\sin 13\omega_2 t + \tfrac{3}{4}\beta(-\tfrac{E^3}{3})\sin 15\omega_1 t + \tfrac{3}{4}\beta(-\tfrac{F^3}{3})\sin 15\omega_2 t \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-2ABC + 2ABE)\{\sin(4\omega_1 + \omega_2)t - \sin(4\omega_1 - \omega_2)t\} + \tfrac{3}{4}\beta(-2ABD + 2ABF)\{\sin(\omega_1 + 4\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 4\omega_2)t\} \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-B^2E + 2BDE + 2DEF)\{\sin(5\omega_1 + 2\omega_2)t + \sin(5\omega_1 - 2\omega_2)t\} + \tfrac{3}{4}\beta(-A^2F + 2ACF + 2CEF)\{\sin(2\omega_1 + 5\omega_2)t - \sin(2\omega_1 - 5\omega_2)t\} \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-BC^2 - 2ABE)\{\sin(6\omega_1 + \omega_2)t - \sin(6\omega_1 - \omega_2)t\} + \tfrac{3}{4}\beta(-AD^2 - 2ABF)\{\sin(\omega_1 + 6\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 6\omega_2)t\} \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-C^2D - 2ADE)\{\sin(6\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(6\omega_1 - 3\omega_2)t\} + \tfrac{3}{4}\beta(-CD^2 - 2BCF)\{\sin(\omega_1 + 6\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 6\omega_2)t\} \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-2BCE)\{\sin(8\omega_1 + \omega_2)t - \sin(8\omega_1 - \omega_2)t\} + \tfrac{3}{4}\beta(-2ADF)\{\sin(\omega_1 + 8\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 8\omega_2)t\} \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-2CDE)\{\sin(8\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(8\omega_1 - 3\omega_2)t\} + \tfrac{3}{4}\beta(-2CDF)\{\sin(3\omega_1 + 8\omega_2)t + \sin(3\omega_1 - 8\omega_2)t\} \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-BE^2)\{\sin(10\omega_1 + \omega_2)t - \sin(10\omega_1 - \omega_2)t\} + \tfrac{3}{4}\beta(-AF^2)\{\sin(\omega_1 + 10\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 10\omega_2)t\} \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-C^2F - 2AEF)\{\sin(6\omega_1 + 5\omega_2)t - \sin(6\omega_1 - 5\omega_2)t\} + \tfrac{3}{4}\beta(-D^2E - 2BEF)\{\sin(5\omega_1 + 6\omega_2)t + \sin(5\omega_1 - 6\omega_2)t\} \\
& + \tfrac{3}{4}\beta(-DE^2)\{\sin(10\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(10\omega_1 - 3\omega_2)t\} + \tfrac{3}{4}\beta(-CF^2)\{\sin(3\omega_1 + 10\omega_2)t + \sin(3\omega_1 - 10\omega_2)t\}
\end{aligned}$$

数値計算（7次高調波まで）



$$\begin{cases} y = \alpha x + \beta x^2 \\ x = A\sin\underbrace{\omega_1 t}_{a} + B\sin\underbrace{\omega_2 t}_{b} + C\sin\underbrace{3\omega_1 t}_{c} + D\sin\underbrace{3\omega_2 t}_{d} + E\sin\underbrace{5\omega_1 t}_{e} + F\sin\underbrace{5\omega_2 t}_{f} + G\sin\underbrace{7\omega_1 t}_{g} + H\sin\underbrace{7\omega_2 t}_{h} \end{cases}$$

$$= X + \frac{3}{4}\beta\Big[\frac{A^3}{3}(3\sin a - \sin 3a) + \frac{B^3}{3}(3\sin b - \sin 3b) + \frac{C^3}{3}(3\sin c - \sin 3c) + \frac{D^3}{3}(3\sin d - \sin 3d) + \frac{F^3}{3}(3\sin f - \sin 3f) + \frac{G^3}{3}(3\sin g - \sin 3g) + \frac{H^3}{3}(3\sin h - \sin 3h)$$

数値計算（7次高調波まで）

$(A^2B-2ABC-2BCE-2BEG)\sin(2\omega_1-\omega_2)t$

$(-AB^2+2ABD+2ADF+2AFH)\sin(\omega_1-2\omega_2)t$

$(2ACD-2ADE-2CDG)\sin(4\omega_1-3\omega_2)t$

$(-2BCD+2BCF+2CDH)\sin(3\omega_1-4\omega_2)t$

$(C^2F+2AEF-2AFG)\sin(6\omega_1-5\omega_2)t$

$(-D^2E-2BEF+2BEH)\sin(5\omega_1-6\omega_2)t$

$(2AGH+2CEH)\sin(8\omega_1-7\omega_2)t$

$(-2BGH-2DFG)\sin(7\omega_1-8\omega_2)t$

$(A^2D-2ACD-2CDE-2DEG)\sin(2\omega_1-3\omega_2)t$

$(-B^2C+2BCD+2CDF+2CFH)\sin(3\omega_1-2\omega_2)t$

$(-2BDE+2BEF+2DEH)\sin(5\omega_1-4\omega_2)t$

$(2ACF-2AEF-2CFG)\sin(4\omega_1-5\omega_2)t$

$(-D^2G-2BEG+2BGH)\sin(7\omega_1-6\omega_2)t$

$(C^2H+2AEH-2AGH)\sin(6\omega_1-7\omega_2)t$

数値計算（7次高調波まで）

$$C = XA \ , \ D = YB$$

$$E = X\left(1 - \frac{X(X+2)}{2(X+1)}\right)A \ , \ F = Y\left(1 - \frac{Y(Y+2)}{2(Y+1)}\right)B$$

$\sin(2\omega_1 - \omega_2)t$, $\sin(\omega_1 - 2\omega_2)t$
を優先に消す

$$G = \frac{X(X+2)}{2(X+1)}A \ , \ H = \frac{Y(Y+2)}{2(Y+1)}B$$

$2(3X^5+4X^4-10X^3-14X^2+2)A^5 = 0$

$2(3Y^5+4Y^4-10Y^3-14Y^2+2)B^5 = 0$

$$X = Y = \begin{cases} 0.344542124\cdots \\ 1.827703230\cdots \\ -0.482923249\cdots \\ -1.208179032\cdots \\ -1.814476407\cdots \end{cases}$$

シミュレーション条件(3,5,7次入力)

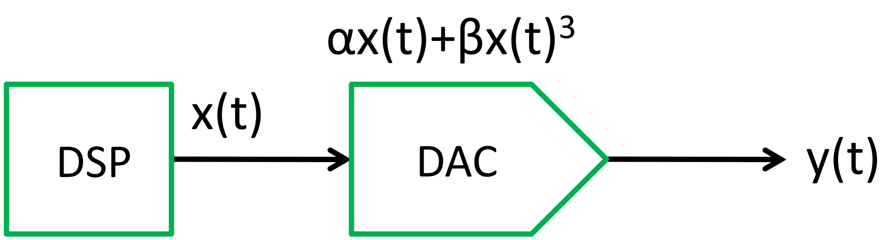
３,５次高調波入力

$y(t)=\alpha x(t)+\beta x(t)^3$

$x_1(t)=A\sin(\omega_1 t)+B\sin(\omega_2 t)$　（除去前）

$x_2(t)=A\sin(\omega_1 t)+B\sin(\omega_2 t)+C\sin(3\omega_1 t)+D\sin(3\omega_2 t)$

$+E\sin(5\omega_1 t)+F\sin(5\omega_2 t)+G\sin(7\omega_1 t)+H\sin(7\omega_2 t)$　（除去後）



A : 1

B : 1

C : -0.48292

D : -0.48292

E : -0.82504

F : -0.82504

G : -0.70843

H : -0.70843

α : 0.98

β : -0.05

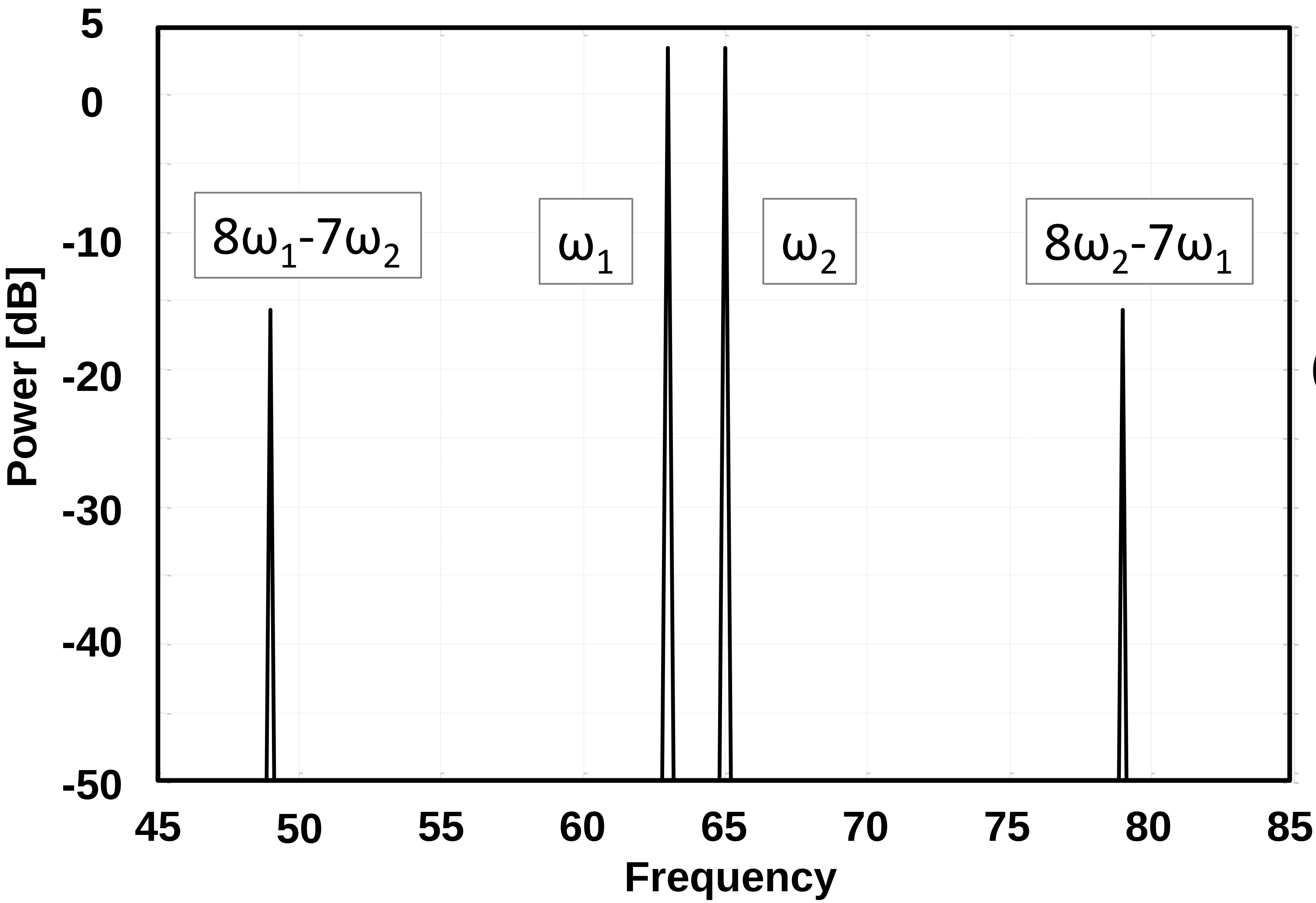
時間間隔 : $1/2^{14}$

点数 : 2^{14}

f1 : 63

f2 : 65

3次・5次・7次高調波入力

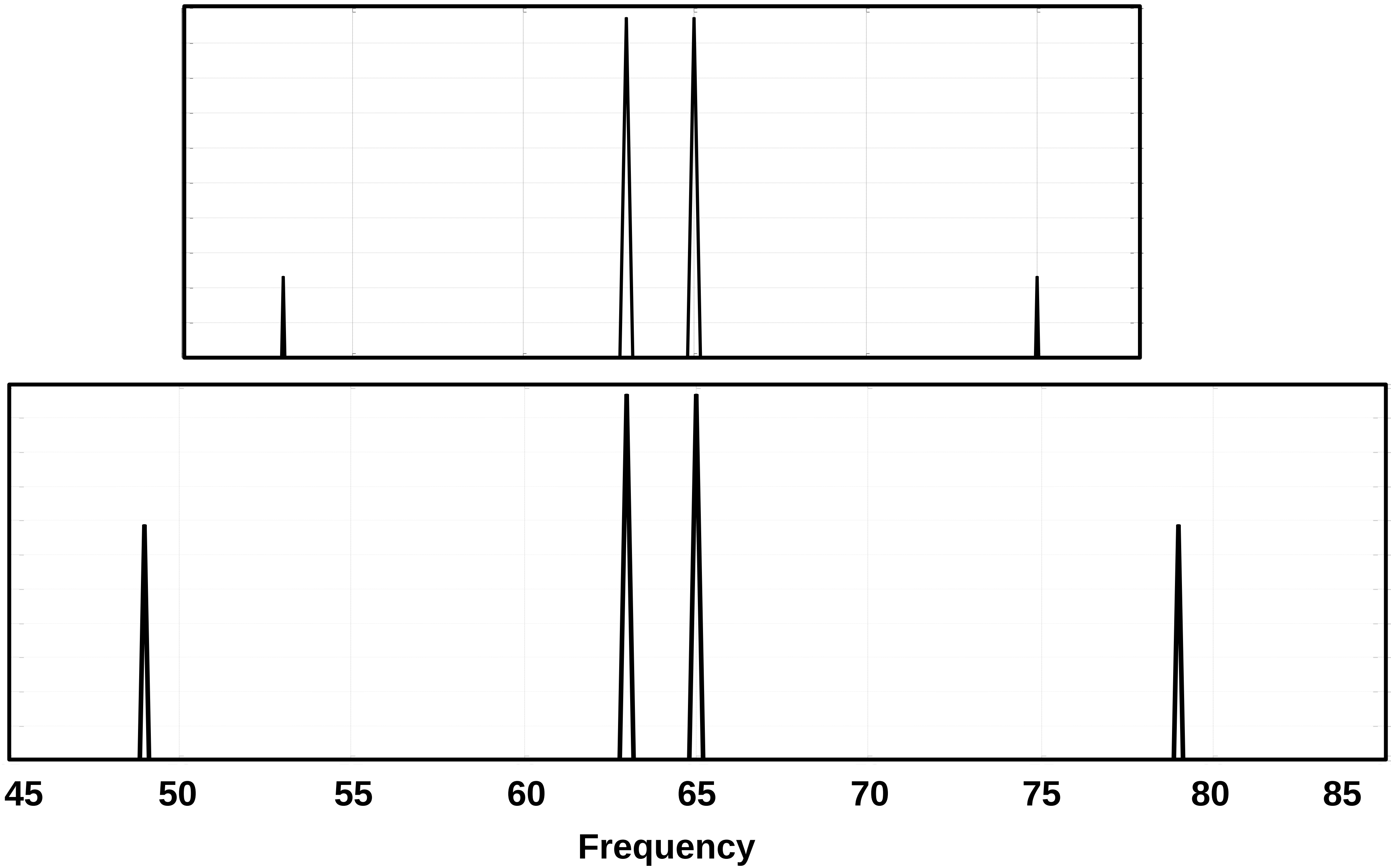


$8f_1-7f_2=49$

$8f_2-7f_1=79$

($f_1=63$ ， $f_2=65$)

５次と7次の比較



電子情報通信学会100915（大阪）

＜質疑＞

・DAC＋Ampの帯域制限はどうなるのか。
・高調波を入れた場合にちゃんと制御できるのか。
・高調波をいれることでDAC＋Ampのスペックが高くなるのでは。
・シミュレーションの時に帯域制限も入れたほうがいいのでは。
・高調波を入れた場合に折り返しなどが起こらないのか。
　低い周波数ではないと思うが、高い周波数になると問題になるかも。
・DAC＋Ampの分解能はどうなのか。
・係数で打ち消す場合に正確に出力できるのか（$\sqrt{3}$など）。
・実際は係数が虚数になり位相差が関係するため、それを考慮しなくてはいけないかも。
・テストで発生させる信号の大きさ（A,B）を測らなくてはいけないのでは。