

# 任意波形発生器での2トーン信号 相互変調歪みのデジタル補正

加藤啓介 小林春夫

群馬大学 工学部 電気電子工学科  
情報通信システム第2研究室

Supported by STARC

# アウトライン

---

- 研究背景・目的
- 提案手法
- シミュレーションによる効果確認
- まとめ

# アウトライン

---

- 研究背景・目的
- 提案手法
- シミュレーションによる効果確認
- まとめ

# 研究背景

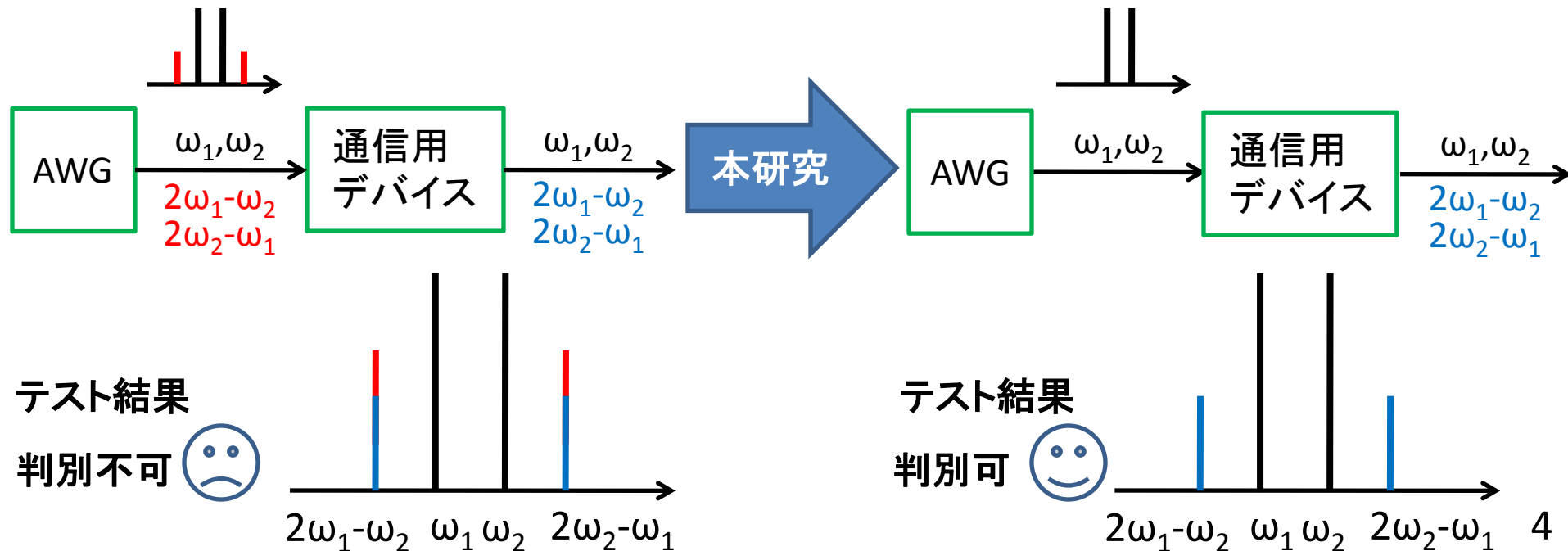
多くの通信用デバイス → 2トーン信号成分  $\omega_1, \omega_2$  を入力して評価・テスト



従来AWG信号発生アルゴリズム → 歪み成分も生成 ☹️

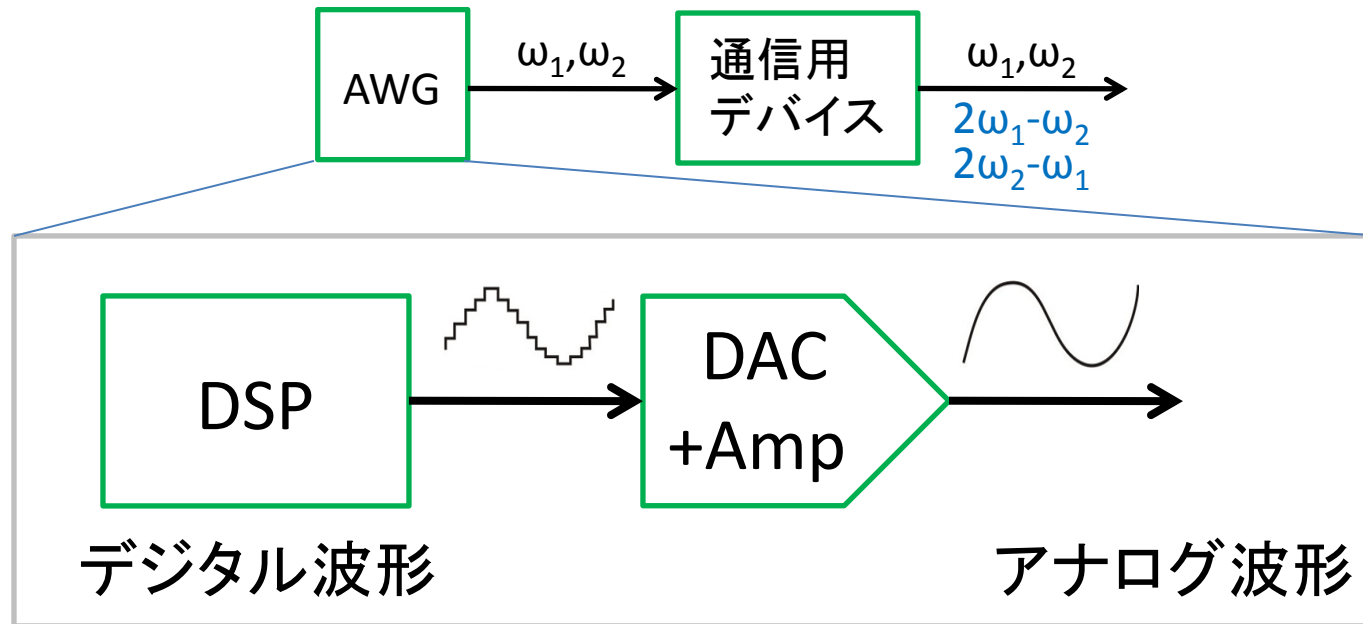


正確な2トーン信号成分  $\omega_1, \omega_2$  の発生アルゴリズムを提案 😊



# AWGによるテスト信号発生

AWG (arbitrary waveform generator: 任意波形発生器)



AWGブロック図

DSPで任意デジタル波形をDAC+Ampに入力  
➡ アナログ波形を出力

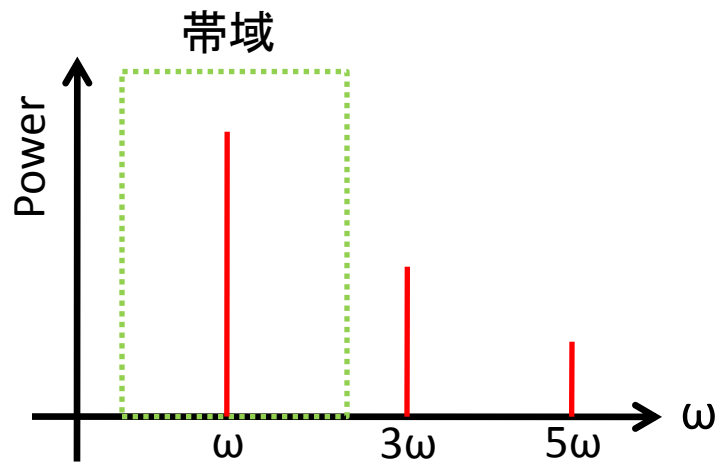
ミクスド・シグナルLSIテストに搭載

# 通信用デバイスのテスト

狭帯域・高周波信号を受信

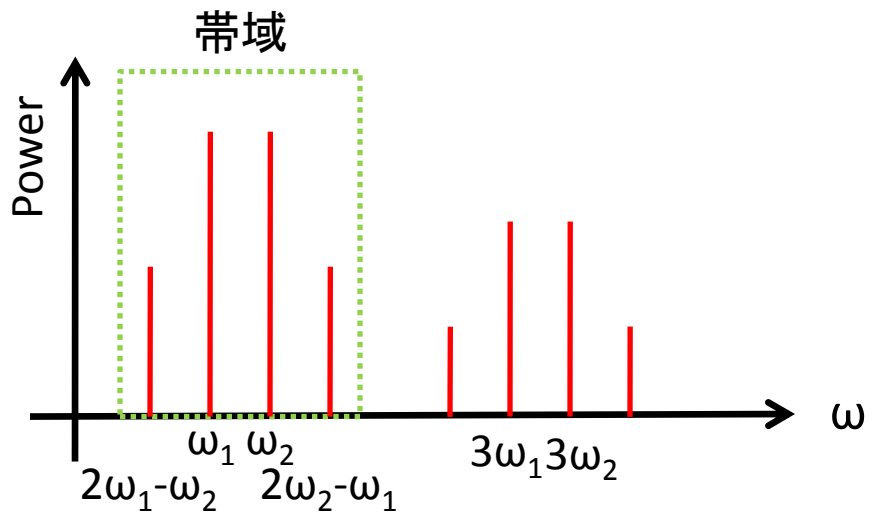
➡ AWGによる2トーン信号で線形性テスト

通信用デバイスに非線形性あり



1トーン信号スペクトル

➡ 非線形性のテスト不可

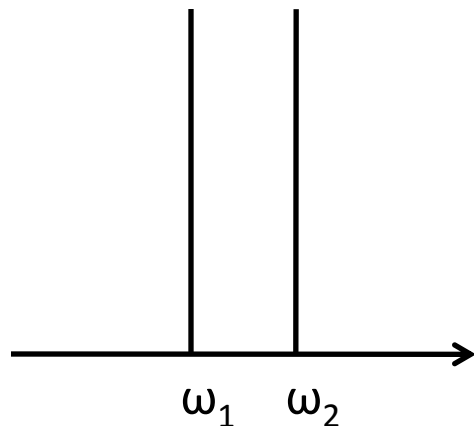
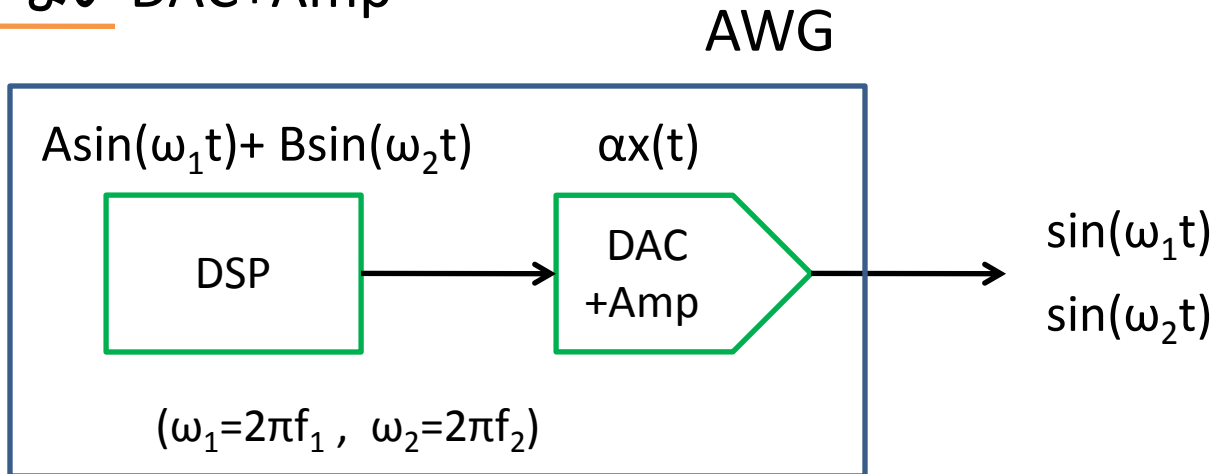


2トーン信号スペクトル

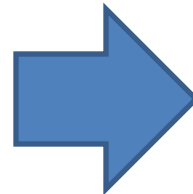
➡ 非線形性により帯域内に相互変調歪み発生

# 相互変調歪みとは

## 歪みのないDAC+Amp



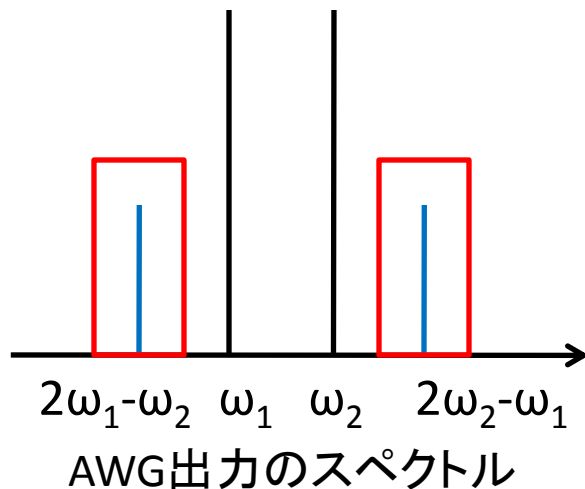
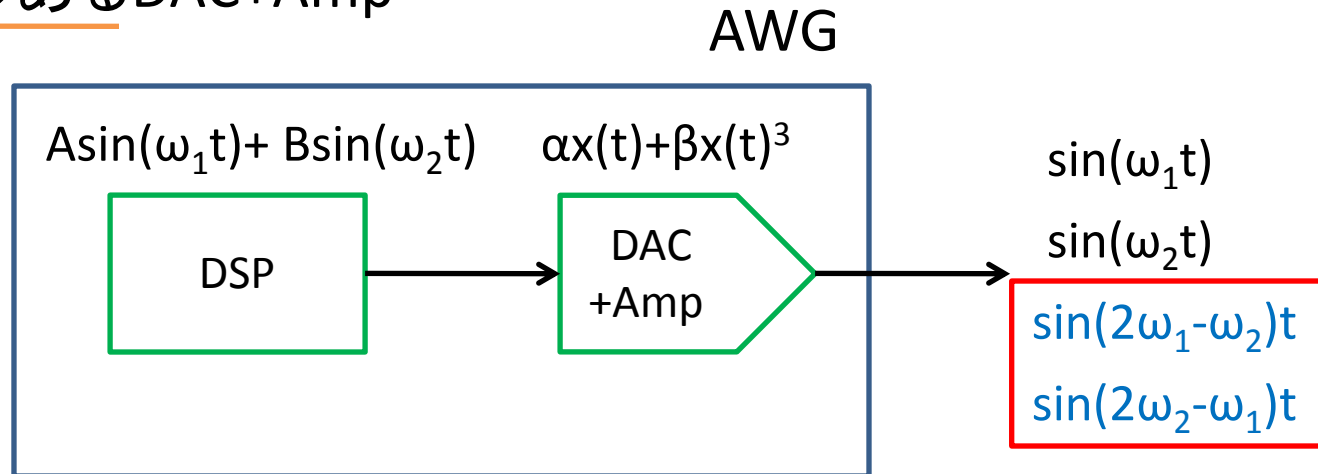
AWG出力のスペクトル



入力した周波数のみの  
スペクトルが出力

# 相互変調歪みとは

## 歪みのあるDAC+Amp



入力周波数の近傍に  
スペクトルが現れる

||

相互変調歪み



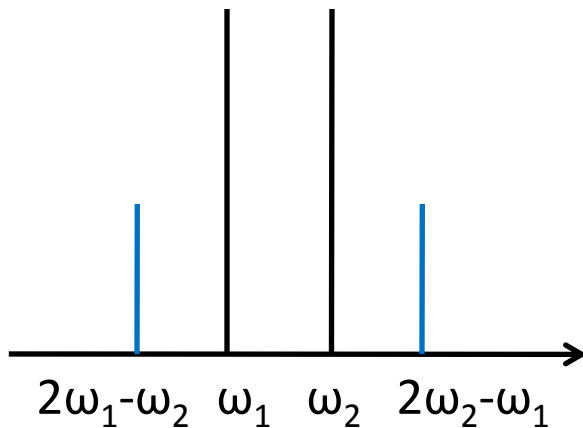
# 相互変調歪みの性質

$\omega_1, \omega_2$  が近い値のとき



相互変調歪みは入力周波数に近傍  
フィルタで取り除くのは難しい

AWGでは問題となる



例

$$f_1 : 1.0\text{GHz} \quad f_2 : 1.1\text{GHz}$$

$$2f_1 - f_2 = 2 \cdot 1.0 - 1.1 = 0.9 \text{ [GHz]}$$

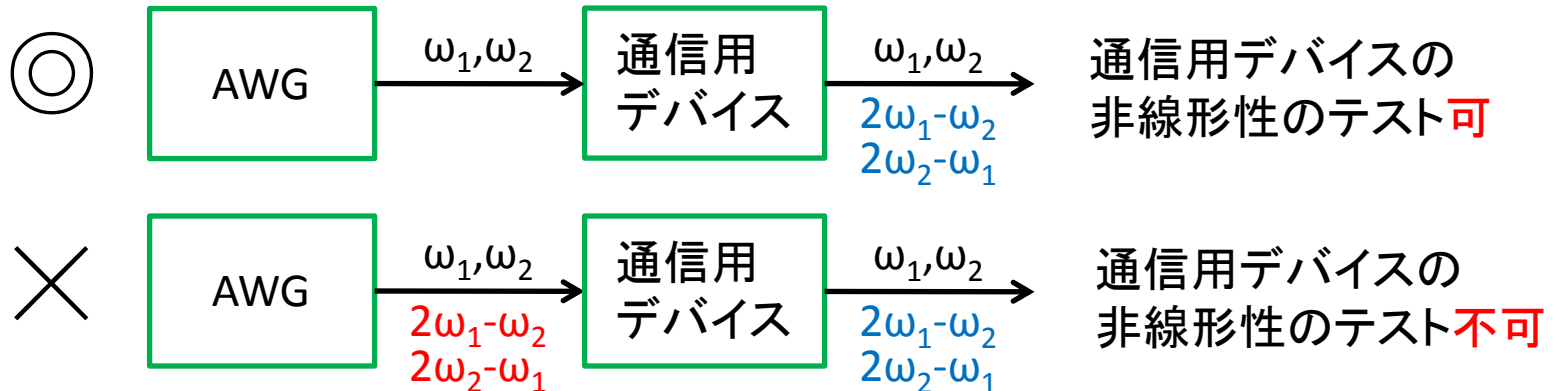
$$2f_2 - f_1 = 2 \cdot 1.1 - 1.0 = 1.2 \text{ [GHz]}$$

# 研究目的

AWGのDAC+Ampに歪みがあると、通信用デバイスを正確に評価・テストができない



相互変調歪みのない、ピュアな信号をAWGで生成



# アウトライン

---

- 研究背景・目的
- **提案手法**
- シミュレーションによる効果確認
- まとめ

# 提案手法

- DSPで主信号に加え高調波を入力  
→ 入力周波数近くの相互変調歪みを除去
- $3\omega_1, 3\omega_2$ 等はフィルタで除去



所望の信号成分 $\omega_1, \omega_2$ を得る

$$A\sin(\omega_1 t) + B\sin(\omega_2 t)$$

$$+ C\sin(3\omega_1 t) + D\sin(3\omega_2 t)$$

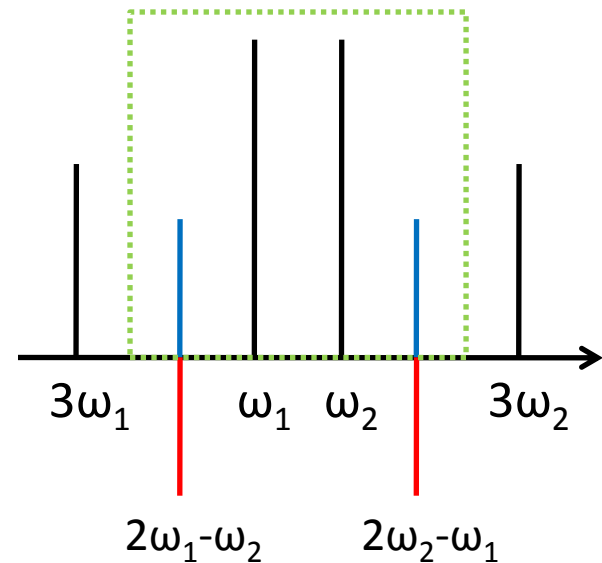


$$\alpha x(t) + \beta x(t)^3$$

DAC  
+Amp

$$\sin(\omega_1 t) \quad \text{---} \sin(2\omega_1 - \omega_2)t$$

$$\sin(\omega_2 t) \quad \text{---} \sin(2\omega_2 - \omega_1)t$$



# 相互変調歪みを除去するには(3次)

<3次高調波入力>

$$\begin{cases} y(t) = \alpha x(t) + \beta x(t)^3 \\ x(t) = A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) + C \sin(3\omega_1 t) + D \sin(3\omega_2 t) \end{cases}$$



代入して  
 $\sin(2\omega_1 - \omega_2)t$  ,  $\sin(2\omega_2 - \omega_1)t$   
の項を抜き出す

$$\begin{cases} 3\beta/4 \cdot A^2 B \sin(2\omega_1 - \omega_2)t \\ -3\beta/2 \cdot ABC \sin(2\omega_1 - \omega_2)t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\beta/4 \cdot AB^2 \sin(2\omega_2 - \omega_1)t \\ -3\beta/2 \cdot ABD \sin(2\omega_2 - \omega_1)t \end{cases}$$



打ち消す

$$\underline{C = A/2, D = B/2}$$

- $\alpha, \beta$  に依存しない
- DAC+Amp の特性を  
同定する必要がない

# 消える項・残る項・発生する項(3次)

消える項	残る項	発生する項	
$\sin(2\omega_1+\omega_2)t$	$\sin\omega_1t$	$\sin5\omega_1t$	$\sin(\omega_1+4\omega_2)t$
$\sin(\omega_1+2\omega_2)t$	$\sin\omega_2t$	$\sin5\omega_2t$	$\sin(\omega_1-4\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1-\omega_2)t$	$\sin3\omega_1t$	$\sin9\omega_1t$	$\sin(4\omega_1+\omega_2)t$
$\sin(\omega_1-2\omega_2)t$	$\sin3\omega_2t$	$\sin9\omega_2t$	$\sin(4\omega_1-\omega_2)t$
$\sin(3\omega_1+2\omega_2)t$		$\sin(6\omega_1+\omega_2)t$	$\sin(4\omega_1+3\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1+3\omega_2)t$		$\sin(6\omega_1-\omega_2)t$	$\sin(4\omega_1-3\omega_2)t$
$\sin(3\omega_1-2\omega_2)t$		$\sin(\omega_1+6\omega_2)t$	$\sin(3\omega_1+4\omega_2)t$
$\sin(2\omega_1-3\omega_2)t$		$\sin(\omega_1-6\omega_2)t$	$\sin(3\omega_1-4\omega_2)t$

帯域内

帯域外

フィルタの特性,  
周波数差により  
帯域内or帯域外

# 相互変調歪みを除去するには(3次,5次)

<3次,5次高調波入力>

$$\begin{cases} y(t) = \alpha x(t) + \beta x(t)^3 \\ x(t) = A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) \\ \quad + C \sin(3\omega_1 t) + D \sin(3\omega_2 t) + E \sin(5\omega_1 t) + F \sin(5\omega_2 t) \end{cases}$$



相互変調歪みの項を抜き出し  
打ち消す

$$C = E = \frac{A(-1 \pm \sqrt{3})}{2} \quad D = F = \frac{B(-1 \pm \sqrt{3})}{2}$$

符号は+、-どちらでも相互変調歪みを除去可能

〔--〕 主信号が減衰してしまう

〔+-〕 } 主信号の大きさが $\omega_1$ と $\omega_2$ で異なる  
〔-+〕 }

→ 〔++〕を選択

# 消える項・残る項・発生する項 (3次, 5次)

消える項	残る項	発生する項	
$\sin(2\omega_1 + \omega_2)t$ $\sin(\omega_1 + 2\omega_2)t$ $\sin(2\omega_1 - \omega_2)t$ $\sin(\omega_1 - 2\omega_2)t$	$\sin\omega_1 t$ $\sin\omega_2 t$	$\sin 5\omega_1 t$ $\sin 5\omega_2 t$ $\sin 7\omega_1 t$ $\sin 7\omega_2 t$ $\sin 9\omega_1 t$ $\sin 9\omega_2 t$ $\sin 11\omega_1 t$ $\sin 11\omega_2 t$	$\sin(6\omega_1 + \omega_2)t$ $\sin(\omega_1 + 6\omega_2)t$ $\sin(6\omega_1 - \omega_2)t$ $\sin(\omega_1 - 6\omega_2)t$
$\sin(3\omega_1 + 2\omega_2)t$ $\sin(2\omega_1 + 3\omega_2)t$ $\sin(3\omega_1 - 2\omega_2)t$ $\sin(2\omega_1 - 3\omega_2)t$	$\sin 3\omega_1 t$ $\sin 3\omega_2 t$	$\sin(\omega_1 + 4\omega_2)t$ $\sin(4\omega_1 + \omega_2)t$ $\sin(\omega_1 - 4\omega_2)t$ $\sin(4\omega_1 - \omega_2)t$ $\vdots$	$\sin(5\omega_1 + 2\omega_2)t$ $\sin(2\omega_1 + 5\omega_2)t$ $\sin(5\omega_1 - 2\omega_2)t$ $\sin(2\omega_1 - 5\omega_2)t$
$\sin(4\omega_1 + 3\omega_2)t$ $\sin(3\omega_1 + 4\omega_2)t$ $\sin(4\omega_1 - 3\omega_2)t$ $\sin(3\omega_1 - 4\omega_2)t$			$\sin(6\omega_1 + 5\omega_2)t$ $\sin(5\omega_1 + 6\omega_2)t$ $\sin(6\omega_1 - 5\omega_2)t$ $\sin(5\omega_1 - 6\omega_2)t$
$\sin(5\omega_1 + 4\omega_2)t$ $\sin(4\omega_1 + 5\omega_2)t$ $\sin(5\omega_1 - 4\omega_2)t$ $\sin(4\omega_1 - 5\omega_2)t$			

帯域内

帯域外

フィルタの特性,  
周波数差により  
帯域内or帯域外



# アウトライン

---

- 研究背景・目的
- 提案手法
- シミュレーションによる効果確認
- まとめ

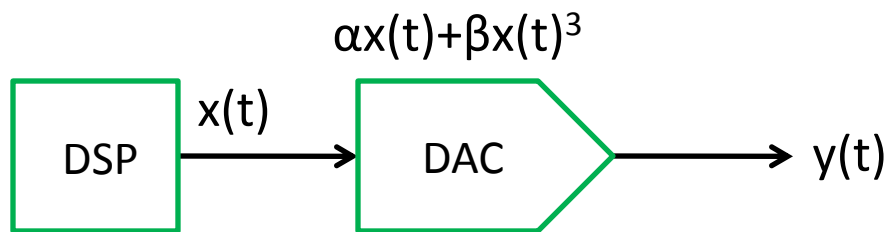
# シミュレーション条件①

## 3次高調波入力

$$y(t) = \alpha x(t) + \beta x(t)^3$$

$$x_1(t) = A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) \quad (\text{除去前})$$

$$x_2(t) = A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) + C \sin(3\omega_1 t) + D \sin(3\omega_2 t) \quad (\text{除去後})$$



$$A : 1$$

$$B : 1$$

$$C : 0.5$$

$$D : 0.5$$

$$\alpha : 0.98$$

$$\beta : -0.05$$

$$\text{時間間隔} : 1/16384$$

$$\text{点数} : 16384$$

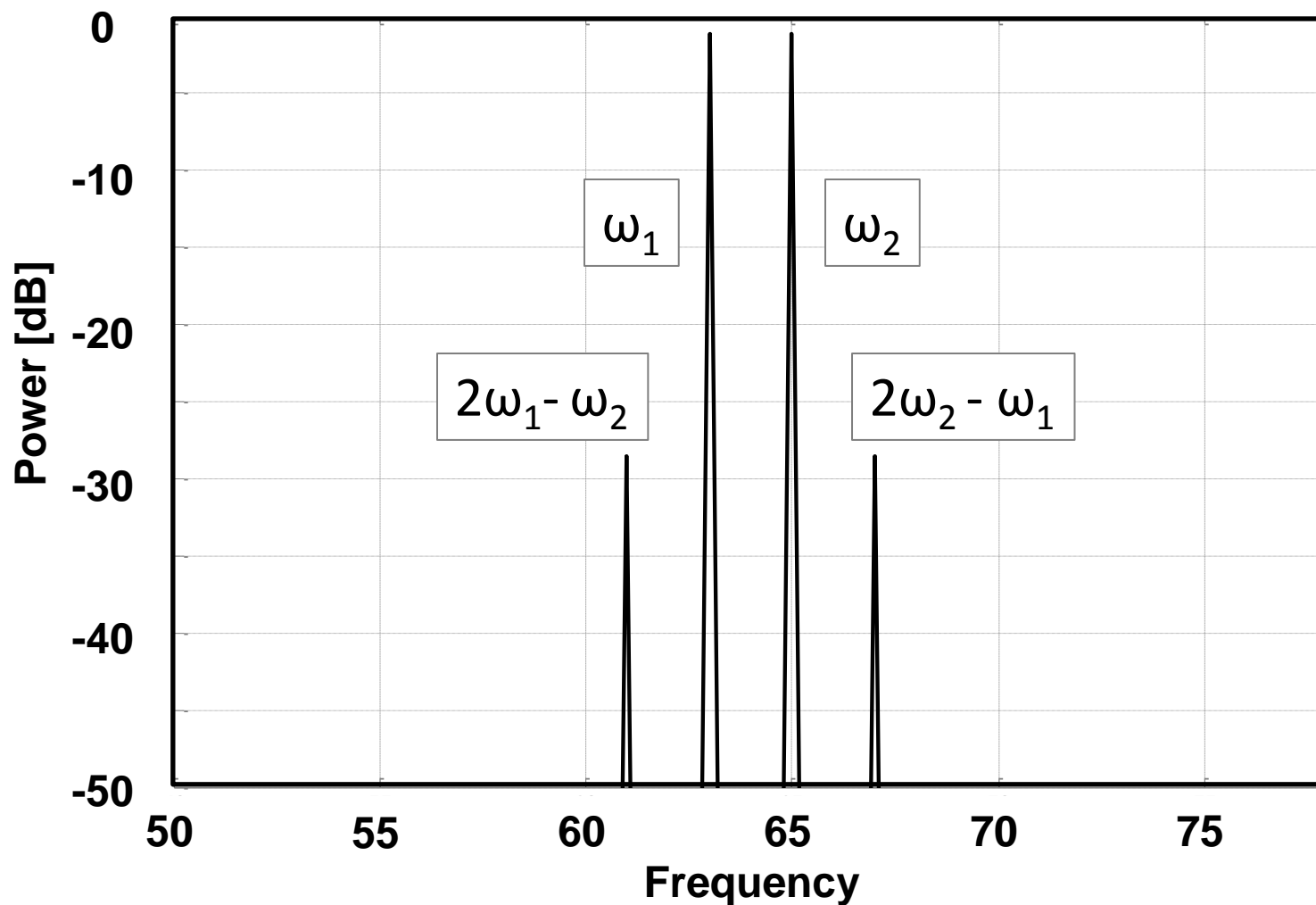
$$f1 : 63$$

$$f2 : 65$$

# 除去前のスペクトル①

$$y(t) = 0.98x(t) - 0.05x(t)^3$$

$$x_1(t) = \sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)$$



$$2f_1 - f_2 = 61$$

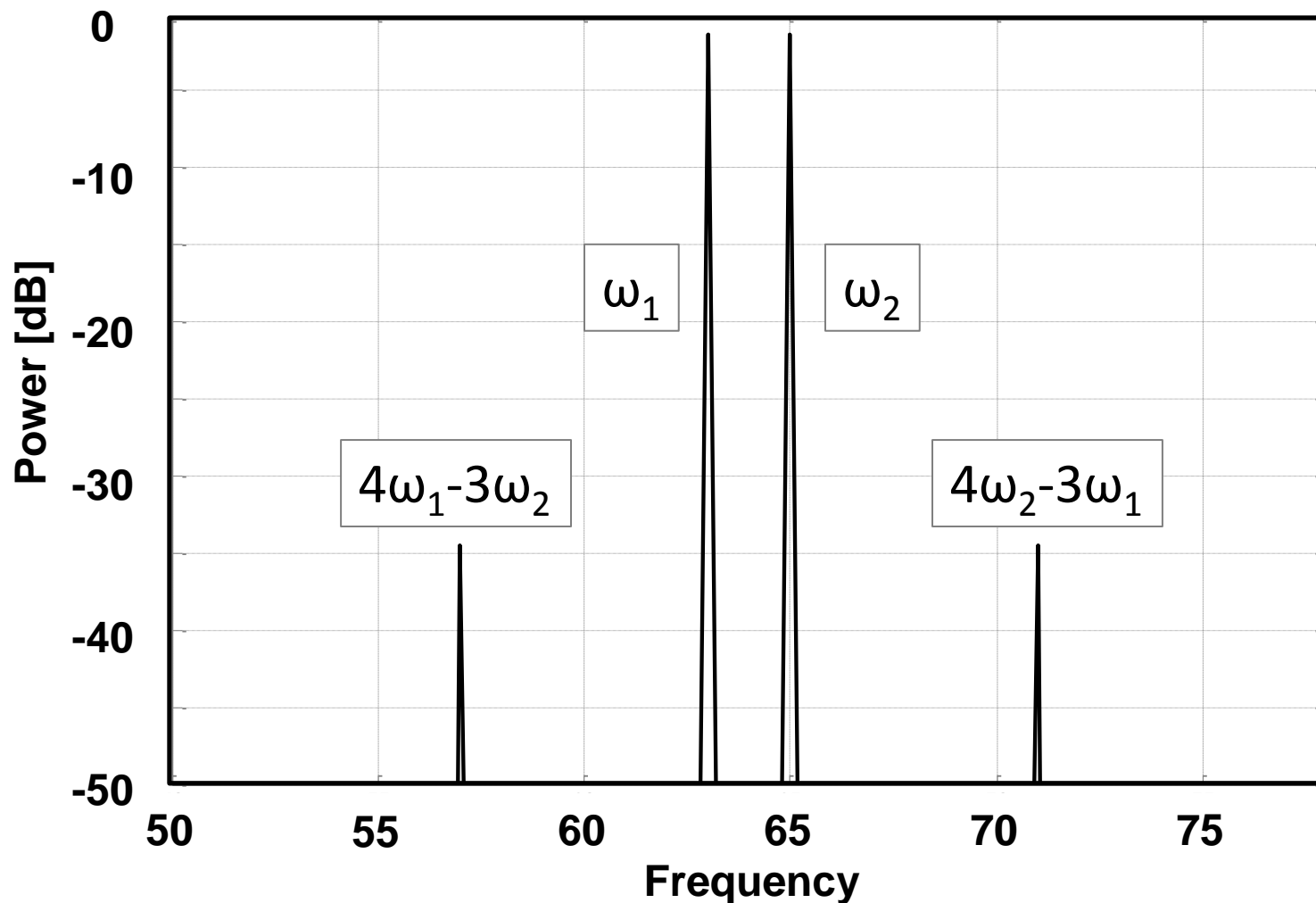
$$2f_2 - f_1 = 67$$

$$(f_1 = 63, f_2 = 65)$$

# 除去後のスペクトル①

$$y(t) = 0.98x(t) - 0.05x(t)^3$$

$$x_2(t) = \sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t) + 0.5\sin(3\omega_1 t) + 0.5\sin(3\omega_2 t)$$

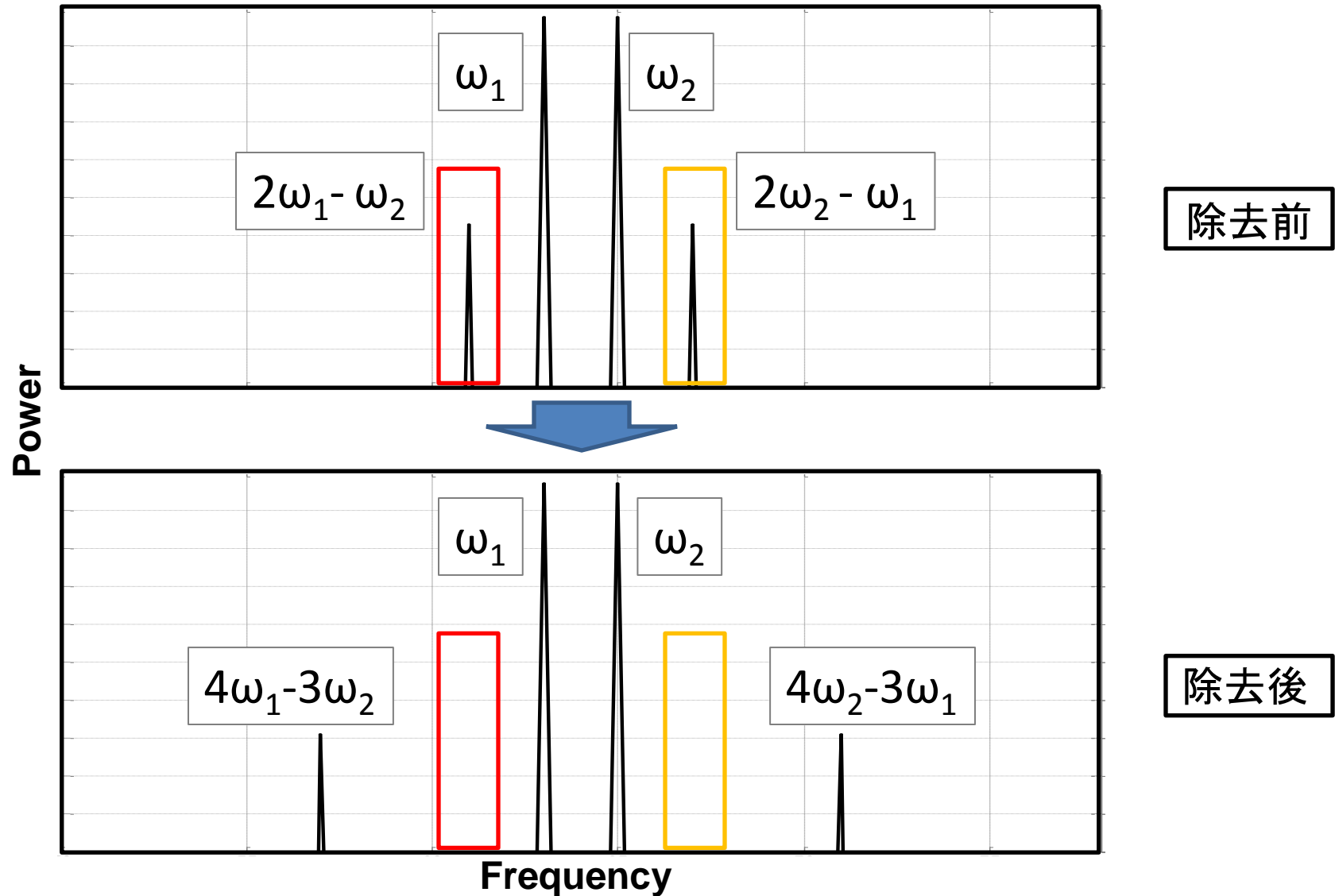


$$4f_1 - 3f_2 = 57$$

$$4f_2 - 3f_1 = 71$$

$$(f_1 = 63, f_2 = 65)$$

# 除去前と除去後のスペクトル比較①



3次歪みが除去されている

# シミュレーション条件②

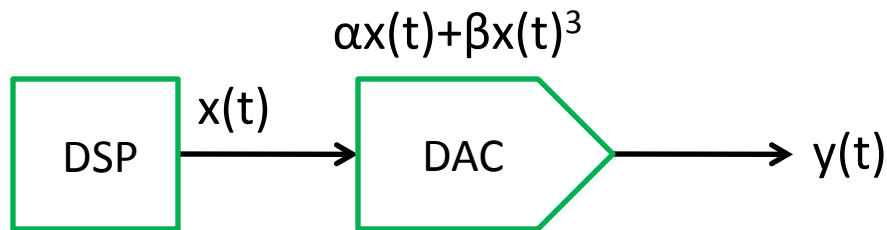
## 3次,5次高調波入力

$$y(t) = \alpha x(t) + \beta x(t)^3$$

$$x_1(t) = A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) \quad (\text{除去前})$$

$$x_2(t) = A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) + C \sin(3\omega_1 t) + D \sin(3\omega_2 t) + E \sin(5\omega_1 t) + F \sin(5\omega_2 t)$$

(除去後)



$$A : 1$$

$$\alpha : 0.98$$

$$B : 1$$

$$\beta : -0.05$$

$$C : 0.366$$

$$\text{時間間隔} : 1/16384$$

$$D : 0.366$$

$$\text{点数} : 16384$$

$$E : 0.366$$

$$f1 : 63$$

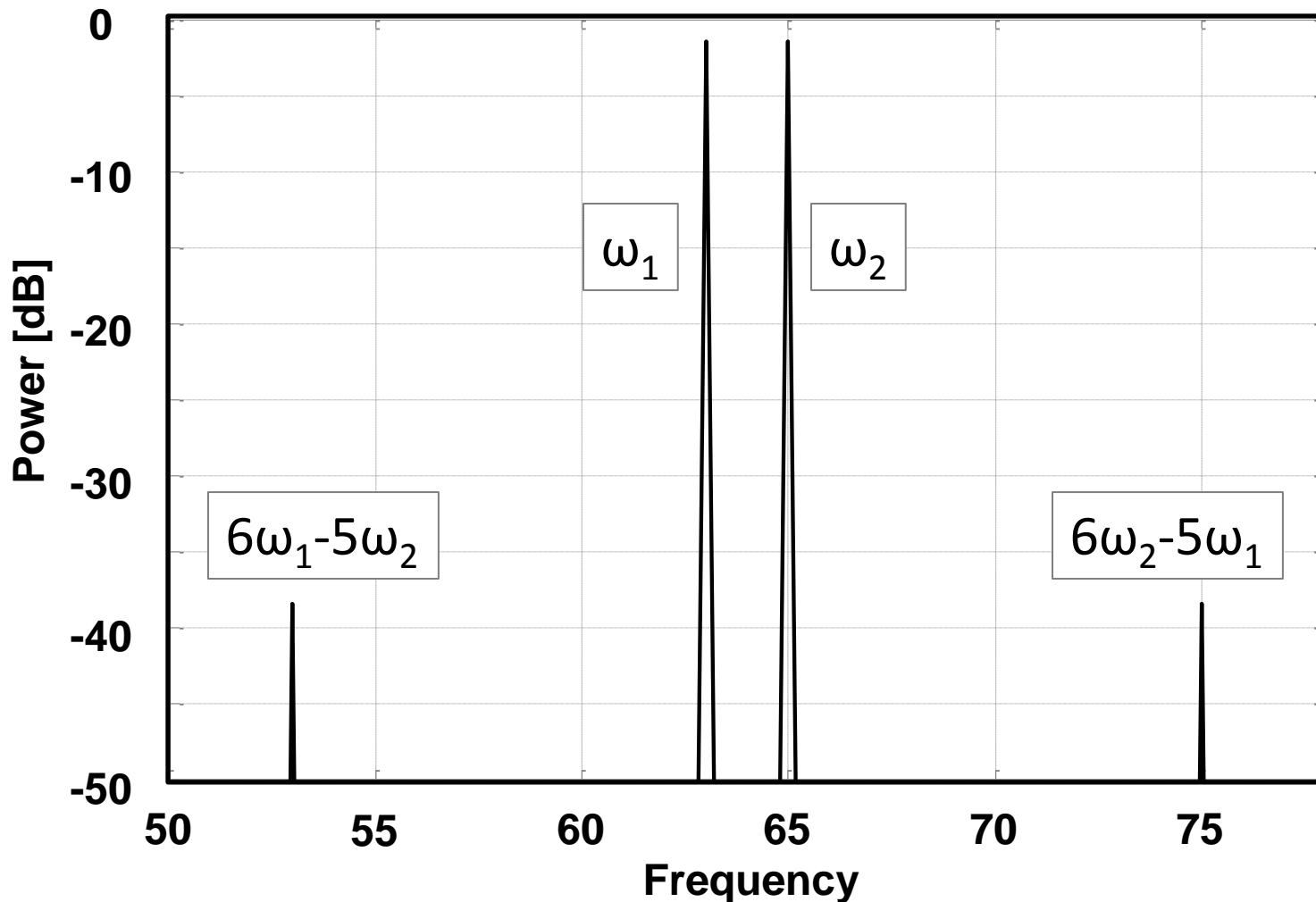
$$F : 0.366$$

$$f2 : 65$$

# 除去後のスペクトル②

$$y(t) = \alpha x(t) + \beta x(t)^3$$

$$x_2(t) = \sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t) + 0.366 \sin(3\omega_1 t) + 0.366 \sin(3\omega_2 t) \\ + 0.366 \sin(5\omega_1 t) + 0.366 \sin(5\omega_2 t)$$

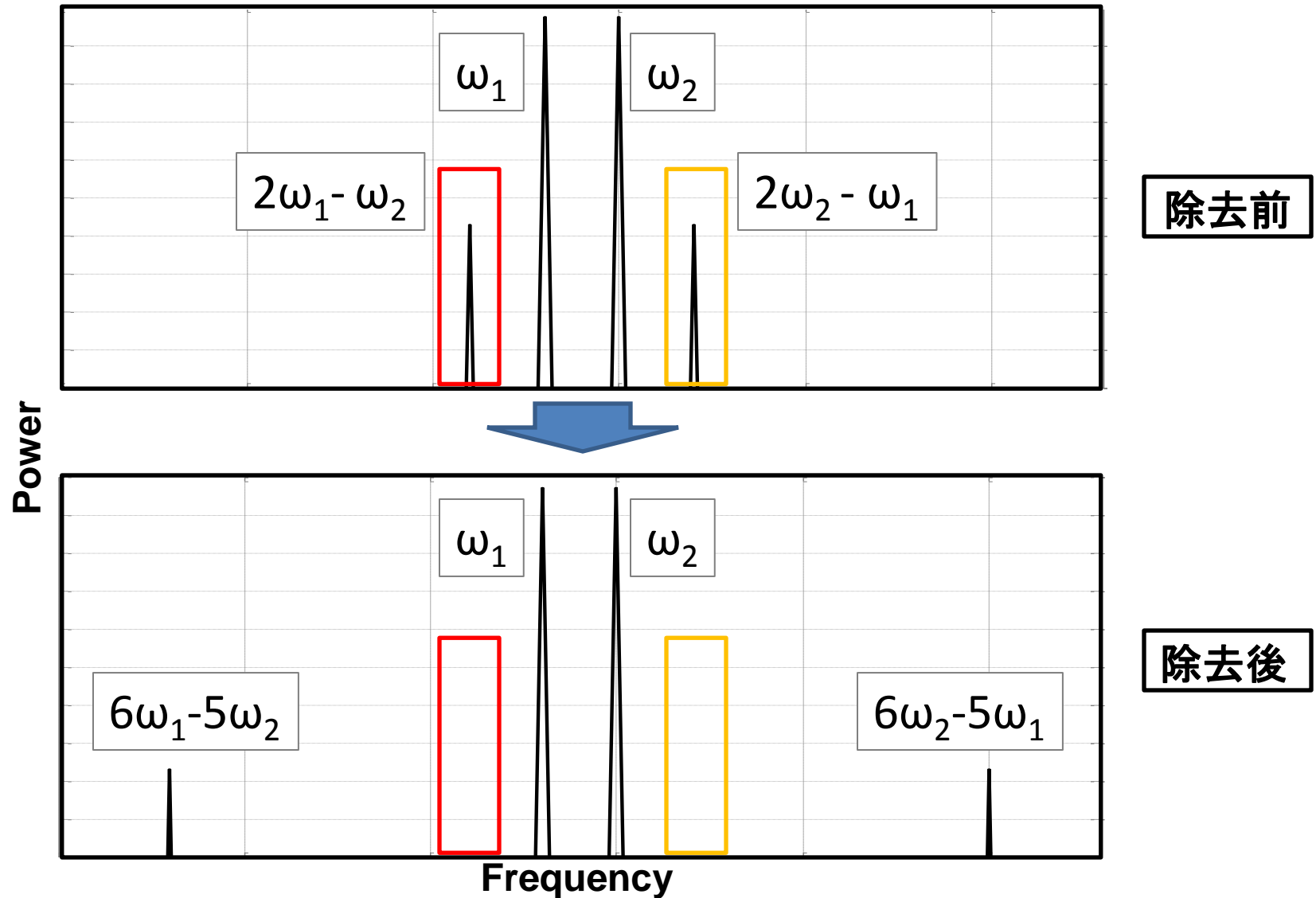


$$6f_1 - 5f_2 = 53$$

$$6f_2 - 5f_1 = 75$$

$$(f_1 = 63, f_2 = 65)$$

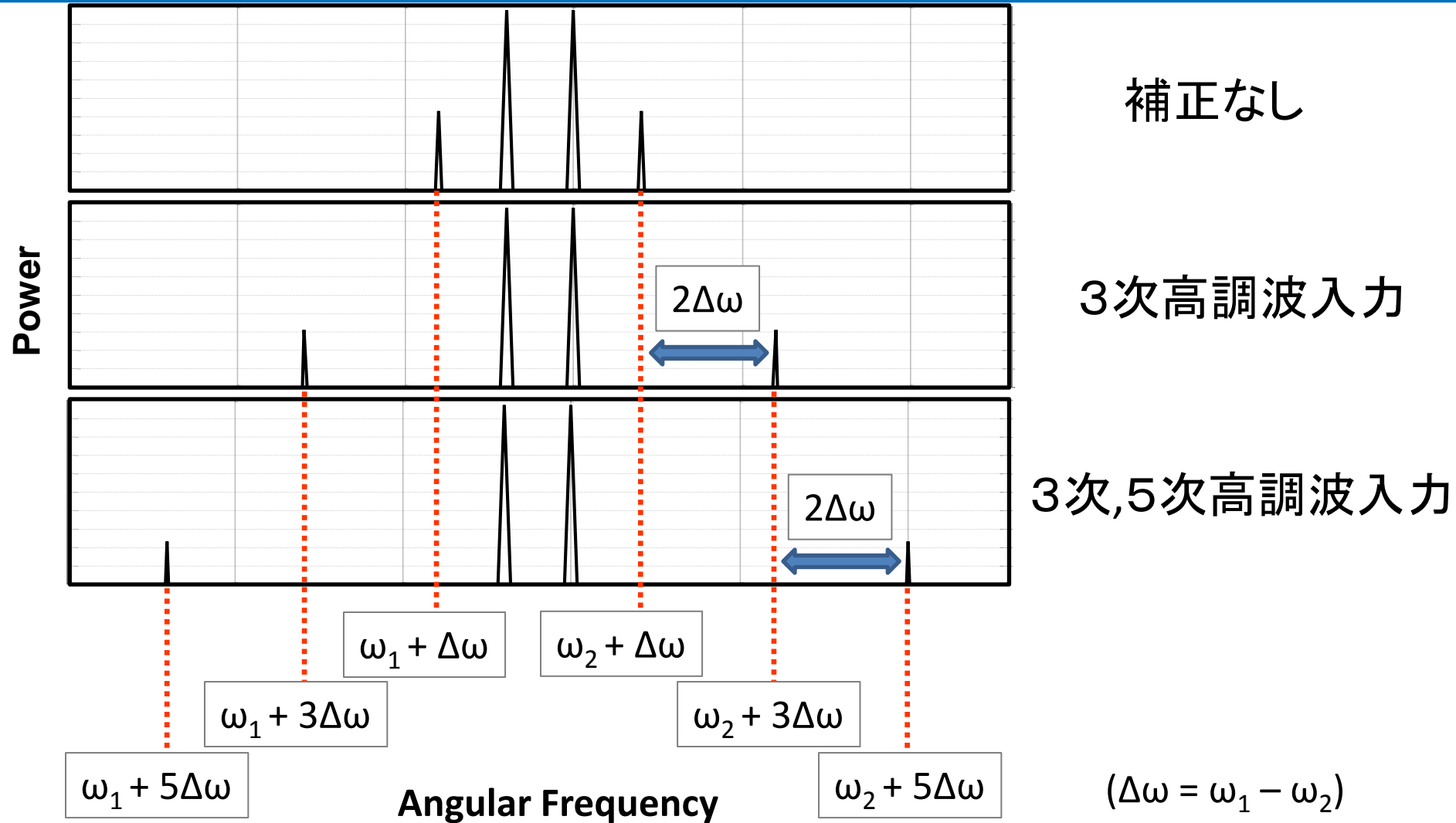
# 除去前と除去後のスペクトル比較②



3次歪みが除去されている



# 補正なし、3次入力、3次・5次入力の比較



3次、5次と高調波を増やす

→ 相互変調歪みは主信号から等間隔で遠ざかる

# アウトライン

---

- 研究背景・目的
- 提案手法
- シミュレーションによる効果確認
- まとめ

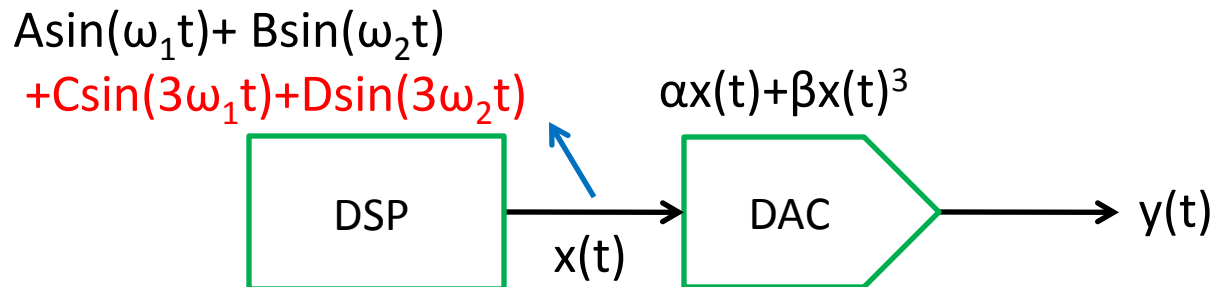
# まとめ

問題点 : AWGで相互変調歪みのあるテスト信号を  
通信用デバイスに入力

➡ 通信用デバイスの非線形性のテスト不可

解決策 : DSPで高調波を入力し、  
AWGの相互変調歪みを除去

➡  $\alpha \cdot \beta$ に依存せず、DAC+Ampの特性を  
同定する必要がない

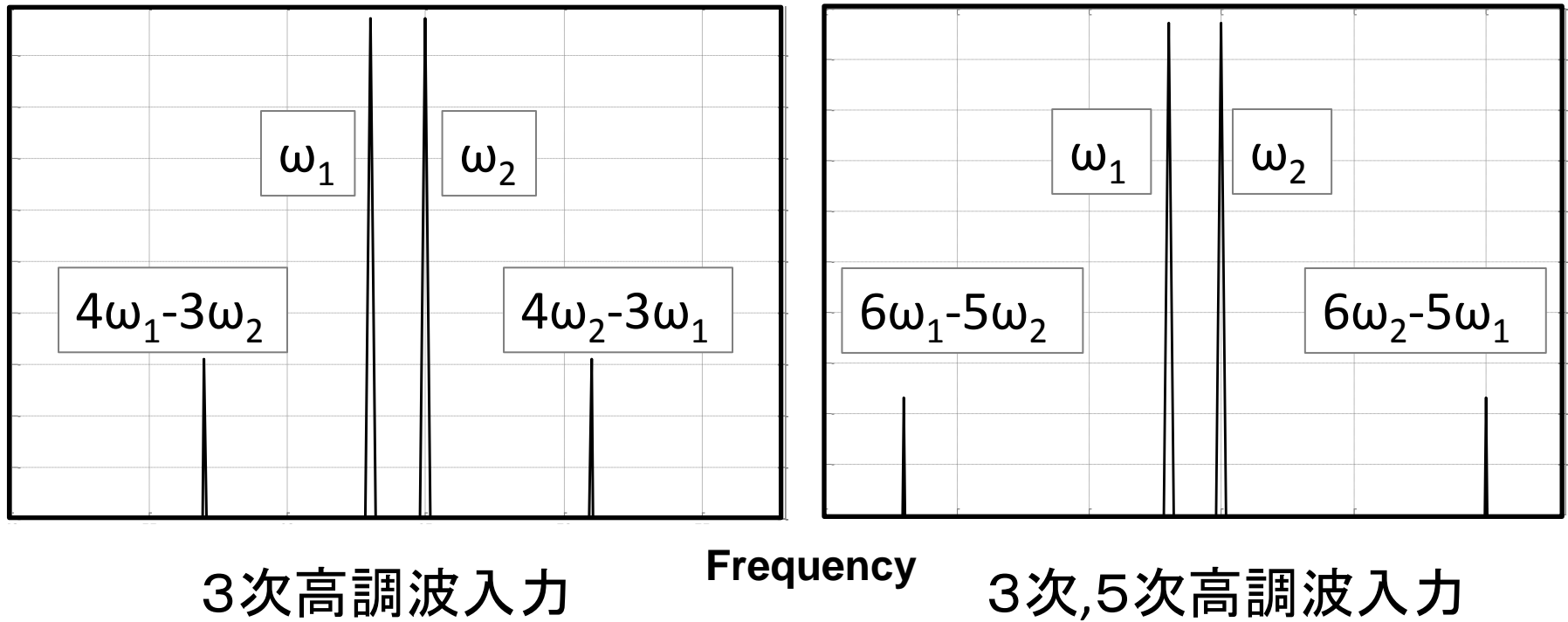


# まとめ

シミュレーションにより、アルゴリズムの効果確認

入力する高調波を3次、5次と増やす

➡ 相互変調歪みは主信号から等間隔( $2\Delta\omega = 2(\omega_1 - \omega_2)$ )で遠ざかる



● 今後、実機での確認

# 数式計算

$$y(t) = \alpha x(t) + \beta x(t)^3$$

$$x(t) = A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t$$

$$\begin{aligned} y(t) = & \alpha \{ A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t \} \\ & + \beta/4 [ (3A^3 + 6AB^2) \sin \omega_1 t + (3B^3 + 6A^2B) \sin \omega_2 t \\ & - A^3 \sin 3\omega_1 t - B^3 \sin 3\omega_2 t \\ & - 3A^2B \{ \sin(2\omega_1 + \omega_2)t - \sin(2\omega_1 - \omega_2)t \} \\ & - 3AB^2 \{ \sin(\omega_1 + 2\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 2\omega_2)t \} ] \end{aligned}$$

# 数式計算 (3次高調波入力)

$$y(t) = \alpha x(t) + \beta x(t)^3$$

$$x(t) = A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) + C \sin(3\omega_1 t) + D \sin(3\omega_2 t)$$

$$y(t) = \alpha \{ A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) + C \sin(3\omega_1 t) + D \sin(3\omega_2 t) \}$$

$$\begin{aligned} &+ \beta/4 [A^3(3\sin\omega_1 t - \sin 3\omega_1 t) + B^3(3\sin\omega_2 t - \sin 3\omega_2 t) \\ &+ C^3(3\sin 3\omega_1 t - \sin 9\omega_1 t) + D^3(3\sin 3\omega_2 t - \sin 9\omega_2 t) \\ &+ 3A^2B\{2\sin\omega_2 t - \sin(2\omega_1 + \omega_2)t + \sin(2\omega_1 - \omega_2)t\} \\ &+ 3AB^2\{2\sin\omega_1 t + \sin(\omega_1 + 2\omega_2)t - \sin(\omega_1 - 2\omega_2)t\} \\ &+ 3A^2C\{2\sin 3\omega_1 t - \sin 5\omega_1 t - \sin\omega_1 t\} \\ &+ 3AC^2\{2\sin\omega_1 t - \sin 7\omega_1 t + \sin 5\omega_1 t\} \\ &+ 3A^2D\{2\sin 3\omega_2 t - \sin(2\omega_1 + 3\omega_2)t + \sin(2\omega_1 - 3\omega_2)t\} \\ &+ 3AD^2\{2\sin\omega_1 t - \sin(\omega_1 + 6\omega_2)t - \sin(\omega_1 - 6\omega_2)t\} \\ &+ 3B^2C\{2\sin 3\omega_1 t - \sin(3\omega_1 + 2\omega_2)t - \sin(3\omega_1 - 2\omega_2)t\} \\ &+ 3BC^2\{2\sin\omega_2 t - \sin(6\omega_1 + \omega_2)t + \sin(6\omega_1 - \omega_2)t\} \\ &+ 3B^2D\{2\sin 3\omega_2 t - \sin 5\omega_2 t - \sin\omega_2 t\} \\ &+ 3BD^2\{2\sin\omega_2 t - \sin 7\omega_2 t + \sin 5\omega_2 t\} \\ &- 6ABC\{\sin(4\omega_1 + \omega_2)t - \sin(2\omega_1 + \omega_2)t + \sin(2\omega_1 - \omega_2)t - \sin(4\omega_1 - \omega_2)t\} \\ &- 6ABD\{\sin(\omega_1 + 4\omega_2)t - \sin(\omega_1 + 2\omega_2)t - \sin(\omega_1 - 2\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 4\omega_2)t\} \\ &- 6ACD\{\sin(4\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(2\omega_1 + 3\omega_2)t + \sin(2\omega_1 - 3\omega_2)t - \sin(4\omega_1 - 3\omega_2)t\} \\ &- 6BCD\{\sin(3\omega_1 + 4\omega_2)t - \sin(3\omega_1 + 2\omega_2)t + \sin(3\omega_1 - 2\omega_2)t - \sin(3\omega_1 - 4\omega_2)t\}] \end{aligned}$$

# 数式計算(3次高調波入力)

①  $\left( \begin{array}{cc} \sin(2\omega_1 - \omega_2)t & \sin(\omega_1 - 2\omega_2)t \\ \sin(2\omega_1 - 3\omega_2)t & \sin(3\omega_1 - 2\omega_2)t \end{array} \right)$  を消すには

$$C = A/2 \quad D = B/2$$

②  $\left( \begin{array}{cc} \sin(4\omega_1 - 3\omega_2)t & \sin(3\omega_1 - 4\omega_2)t \end{array} \right)$  を消すには

$$A \text{ or } B \text{ or } C \text{ or } D = 0$$

➡  $A, B, C, D \neq 0$  なので成り立たない

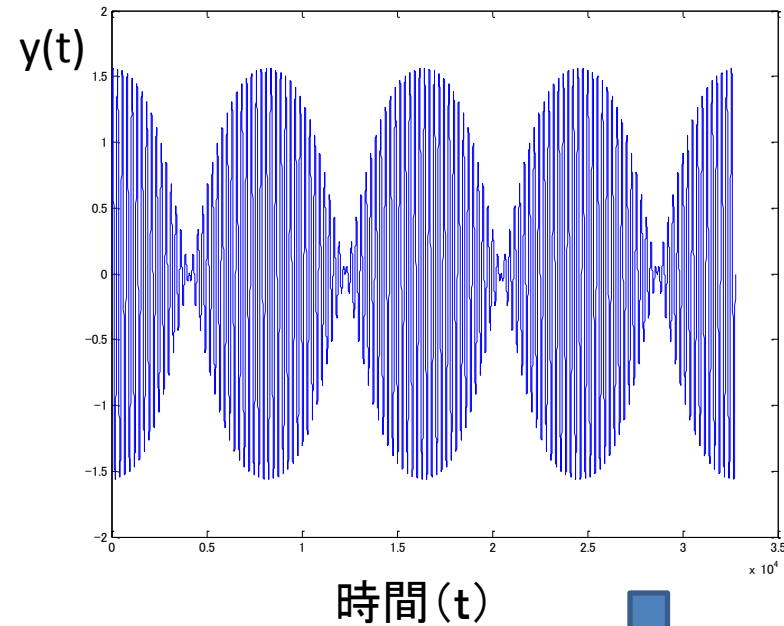
# 数式計算 (3次高調波入力)

補正後の信号

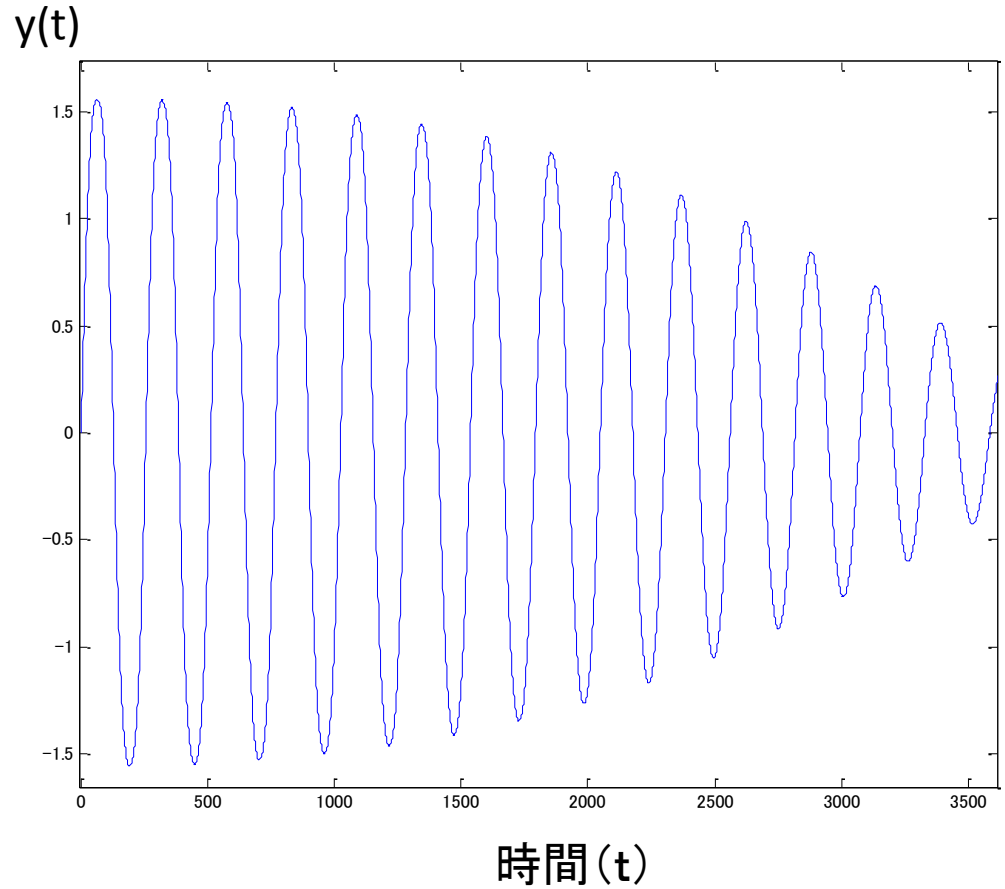
$$\begin{aligned} y(t) = & \{\alpha A + (9/8)\beta\}A^3\sin\omega_1 t + \{\alpha B + (9/8)\beta\}B^3\sin\omega_2 t \\ & + \{(1/2)\alpha A + (43/32)\beta\}A^3\sin 3\omega_1 t \\ & + \{(1/2)\alpha B + (43/32)\beta\}B^3\sin 3\omega_2 t \\ & - (3/16)\beta(A^3\sin 5\omega_1 t - B^3\sin 5\omega_2 t) \\ & - (3/16)\beta(A^3\sin 7\omega_1 t - B^3\sin 7\omega_2 t) \\ & - (1/32)\beta(A^3\sin 9\omega_1 t - B^3\sin 9\omega_2 t) \\ & - (3/4)\beta[A^2B\{\sin(4\omega_1 + \omega_2)t - \sin(4\omega_1 - \omega_2)t\}] \\ & - (3/4)\beta[AB^2\{\sin(\omega_1 + 4\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 4\omega_2)t\}] \\ & - (3/8)\beta[A^2B\{\sin(4\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(4\omega_1 - 3\omega_2)t\}] \\ & - (3/8)\beta[AB^2\{\sin(3\omega_1 + 4\omega_2)t + \sin(3\omega_1 - 4\omega_2)t\}] \\ & - (3/16)\beta[A^2B\{\sin(6\omega_1 + \omega_2)t - \sin(6\omega_1 - \omega_2)t\}] \\ & - (3/16)\beta[AB^2\{\sin(\omega_1 + 6\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 6\omega_2)t\}] \end{aligned}$$



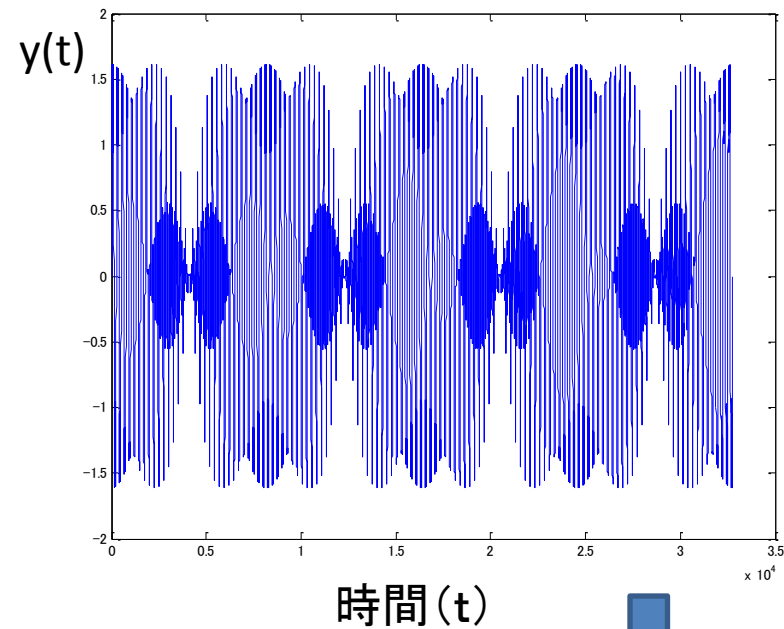
# 時間波形:y(t) 除去前



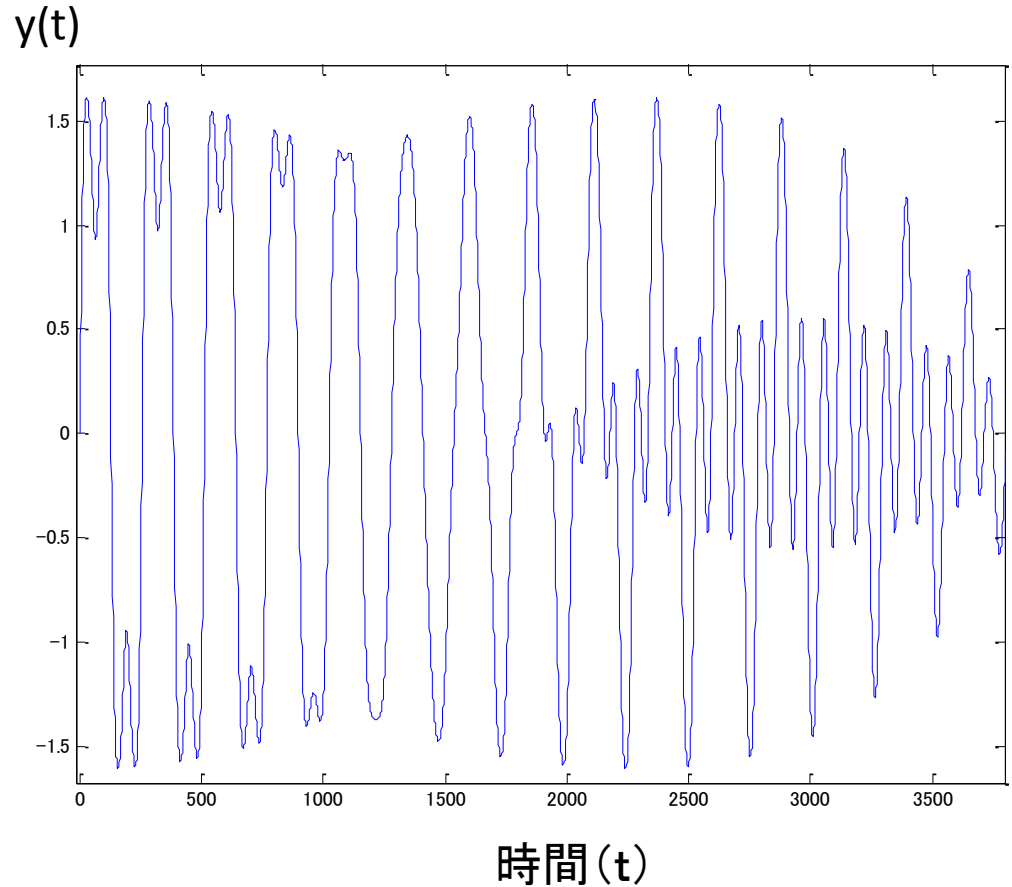
$$y(t) = 0.98x(t) - 0.05x(t)^3$$
$$x(t) = \sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)$$



# 時間波形:y(t) 除去後



$$y(t) = 0.98x(t) - 0.05x(t)^3$$
$$x(t) = \sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t) + 0.5\sin(3\omega_1 t) + 0.5\sin(3\omega_2 t)$$



# 数式計算(3・5次高調波入力)

$$y = \alpha x + \beta x^2, \quad x = A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t + C \sin 3\omega_1 t + D \sin 3\omega_2 t + E \sin 5\omega_1 t + F \sin 5\omega_2 t$$

$$\begin{aligned}
 y = & \left[ \alpha A + \frac{3}{4} \beta \{ A^3 - A^2 C + 2AB^2 + 2A^2 C + 2AD^2 + 2AE^2 + 2AF^2 - 2ACE + C^2 E \} \right] \sin \omega_1 t + \left[ \alpha B + \frac{3}{4} \beta \{ B^3 - B^2 D + 2A^2 B + 2B^2 C + 2BD^2 + 2BE^2 + 2BF^2 - 2BDF + D^2 F \} \right] \sin \omega_2 t \\
 & + \left[ \alpha C + \frac{3}{4} \beta \{ C^3 + 2A^2 C + 2B^2 C + 2CD^2 + 2CE^2 + 2CF^2 + 2ACE - \frac{A^2}{2} - A^2 E \} \right] \sin 3\omega_1 t + \left[ \alpha D + \frac{3}{4} \beta \{ D^3 + 2A^2 D + 2B^2 D + 2C^2 D + 2DE^2 + 2DF^2 + 2BDF - \frac{B^2}{2} - 2B^2 F \} \right] \sin 3\omega_2 t \\
 & + \left[ \alpha E + \frac{3}{4} \beta \{ E^3 + 2A^2 E + 2B^2 E + 2C^2 E + 2D^2 E + 2EF^2 - A^2 C + A^2 C \} \right] \sin 5\omega_1 t + \left[ \alpha F + \frac{3}{4} \beta \{ F^3 + 2A^2 F + 2B^2 F + 2C^2 F + 2D^2 F + 2E^2 F - B^2 D + BD^2 \} \right] \sin 5\omega_2 t \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -AC^2 - A^2 E + C^2 E + 2ACE \} \sin 7\omega_1 t + \frac{3}{4} \beta \{ -BD^2 - B^2 F + D^2 F + 2BDF \} \sin 7\omega_2 t + \frac{3}{4} \beta \{ -\frac{C^2}{2} + AE^2 - 2ACE \} \sin 9\omega_1 t + \frac{3}{4} \beta \{ -\frac{D^2}{2} + BF^2 - 2BDF \} \sin 9\omega_2 t \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -AE^2 - C^2 E \} \sin 11\omega_1 t + \frac{3}{4} \beta \{ -BE^2 - D^2 F \} \sin 11\omega_2 t + \frac{3}{4} \beta \{ -C^2 E \} \sin 13\omega_1 t + \frac{3}{4} \beta \{ -D^2 F \} \sin 13\omega_2 t + \frac{3}{4} \beta \{ -\frac{E^2}{2} \} \sin 15\omega_1 t + \frac{3}{4} \beta \{ -\frac{F^2}{2} \} \sin 15\omega_2 t \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -A^2 B + 2ABC + 2BCE \} \{ \sin(2\omega_1 + \omega_2)t - \sin(2\omega_1 - \omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ AB^2 - 2ABD - 2ADF \} \{ \sin(\omega_1 + 2\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 2\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -B^2 C + 2BCD + 2CDF \} \{ \sin(3\omega_1 + 2\omega_2)t + \sin(3\omega_1 - 2\omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -A^2 D + 2ACD + 2CDE \} \{ \sin(2\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(2\omega_1 - 3\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -2ABC + 2ABE \} \{ \sin(4\omega_1 + \omega_2)t - \sin(4\omega_1 - \omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -2ABD + 2ABF \} \{ \sin(\omega_1 + 4\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 4\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -2ACD + 2ADE \} \{ \sin(4\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(4\omega_1 - 3\omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -2BCD + 2BCF \} \{ \sin(3\omega_1 + 4\omega_2)t + \sin(3\omega_1 - 4\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -B^2 E + 2BDE + 2DEF \} \{ \sin(5\omega_1 + 2\omega_2)t + \sin(5\omega_1 - 2\omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -A^2 F + 2ACF + 2CEF \} \{ \sin(2\omega_1 + 5\omega_2)t - \sin(2\omega_1 - 5\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -BC^2 - 2ABE \} \{ \sin(\omega_1 + \omega_2)t - \sin(6\omega_1 - \omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -AD^2 - 2ABF \} \{ \sin(\omega_1 + 6\omega_2)t - \sin(\omega_1 - 6\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -2BDE + 2BDF \} \{ \sin(5\omega_1 + 4\omega_2)t + \sin(5\omega_1 - 4\omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -2ACF + 2AEF \} \{ \sin(4\omega_1 + 5\omega_2)t - \sin(4\omega_1 - 5\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -C^2 D - 2ADE \} \{ \sin(6\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(6\omega_1 - 3\omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -C^2 D - 2BCF \} \{ \sin(\omega_1 + 6\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 6\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -2BCE \} \{ \sin(8\omega_1 + \omega_2)t - \sin(8\omega_1 - \omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -2ADF \} \{ \sin(\omega_1 + 8\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 8\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -2CDF \} \{ \sin(8\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(8\omega_1 - 3\omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -2CDF \} \{ \sin(3\omega_1 + 8\omega_2)t + \sin(3\omega_1 - 8\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -BE^2 \} \{ \sin(10\omega_1 + \omega_2)t - \sin(10\omega_1 - \omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -AF^2 \} \{ \sin(\omega_1 + 10\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 10\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -C^2 F - 2AEF \} \{ \sin(6\omega_1 + 5\omega_2)t - \sin(6\omega_1 - 5\omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -B^2 E - 2BEF \} \{ \sin(5\omega_1 + 6\omega_2)t + \sin(5\omega_1 - 6\omega_2)t \} \\
 & + \frac{3}{4} \beta \{ -DE^2 \} \{ \sin(10\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(10\omega_1 - 3\omega_2)t \} + \frac{3}{4} \beta \{ -CF^2 \} \{ \sin(3\omega_1 + 10\omega_2)t + \sin(3\omega_1 - 10\omega_2)t \}
 \end{aligned}$$

# 数式計算(3次・5次高調波入力)

①  $\left( \begin{array}{cc} \sin(2\omega_1 - \omega_2)t & \sin(\omega_1 - 2\omega_2)t \\ \sin(2\omega_1 - 3\omega_2)t & \sin(3\omega_1 - 2\omega_2)t \end{array} \right)$  を消すには

$$C = \frac{A(-1 \pm \sqrt{3})}{2} \quad D = \frac{B(-1 \pm \sqrt{3})}{2}$$

②  $\left( \begin{array}{cc} \sin(4\omega_1 - 3\omega_2)t & \sin(3\omega_1 - 4\omega_2)t \\ \sin(5\omega_1 - 4\omega_2)t & \sin(4\omega_1 - 5\omega_2)t \end{array} \right)$  を消すには

$$E = C \quad F = D$$

③  $\left( \begin{array}{cc} \sin(6\omega_1 - 5\omega_2)t & \sin(5\omega_1 - 6\omega_2)t \end{array} \right)$  を消すには

$$C = -2A \quad D = -2B$$

同時には  
成り立たない



①を消す

# 数式計算(3次・5次高調波入力)

## 補正後の信号

$$y = \alpha x + \beta x^2, \quad x = A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t + C \sin 3\omega_1 t + D \sin 3\omega_2 t + E \sin 5\omega_1 t + F \sin 5\omega_2 t$$

$$\begin{aligned} y = & \left[ \alpha A + \frac{3}{4}\beta \{ A^3 - A^2 C + 2AB^2 + 2A^2 C + 2AD^2 + 2AE^2 + 2AF^2 - 2ACE + C^2 E \} \right] \sin \omega_1 t + \left[ \alpha B + \frac{3}{4}\beta \{ B^3 - B^2 D + 2A^2 B + 2B^2 C + 2BD^2 + 2BE^2 + 2BF^2 - 2BDF + D^2 F \} \right] \sin \omega_2 t \\ & + \left[ \alpha C + \frac{3}{4}\beta \{ C^3 + 2A^2 C + 2BC^2 + 2CD^2 + 2CE^2 + 2CF^2 + 2ACE - \frac{A^2}{2} - A^2 E \} \right] \sin 3\omega_1 t + \left[ \alpha D + \frac{3}{4}\beta \{ D^3 + 2A^2 D + 2B^2 D + 2C^2 D + 2DF^2 + 2DF^2 + 2BDF - \frac{B^2}{2} - 2BF^2 \} \right] \sin 3\omega_2 t \\ & + \left[ \alpha E + \frac{3}{4}\beta \{ E^3 + 2A^2 E + 2B^2 E + 2C^2 E + 2D^2 E + 2EF^2 - A^2 C + AC^2 \} \right] \sin 5\omega_1 t + \left[ \alpha F + \frac{3}{4}\beta \{ F^3 + 2A^2 F + 2B^2 F + 2C^2 F + 2D^2 F + 2E^2 F - B^2 D + BD^2 \} \right] \sin 5\omega_2 t \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -AC^2 - A^2 E + C^2 E + 2ACE \} \sin 7\omega_1 t + \frac{3}{4}\beta \{ -BD^2 - B^2 F + D^2 F + 2BDF \} \sin 7\omega_2 t + \frac{3}{4}\beta \{ -\frac{C^2}{3} + AE^2 - 2ACE \} \sin 9\omega_1 t + \frac{3}{4}\beta \{ -\frac{D^2}{3} + BF^2 - 2BDF \} \sin 9\omega_2 t \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -AE^2 - C^2 E \} \sin 11\omega_1 t + \frac{3}{4}\beta \{ -BE^2 - D^2 F \} \sin 11\omega_2 t + \frac{3}{4}\beta \{ -C^2 E \} \sin 13\omega_1 t + \frac{3}{4}\beta \{ -D^2 F \} \sin 13\omega_2 t + \frac{3}{4}\beta \{ -\frac{E^2}{3} \} \sin 15\omega_1 t + \frac{3}{4}\beta \{ -\frac{F^2}{3} \} \sin 15\omega_2 t \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -2ABC + 2ABE \} \{ \sin(4\omega_1 + \omega_2)t - \sin(4\omega_1 - \omega_2)t \} + \frac{3}{4}\beta \{ -2ABD + 2ABF \} \{ \sin(\omega_1 + 4\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 4\omega_2)t \} \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -B^2 E + 2BDE + 2DEF \} \{ \sin(5\omega_1 + 2\omega_2)t + \sin(5\omega_1 - 2\omega_2)t \} + \frac{3}{4}\beta \{ -A^2 F + 2ACF + 2CEF \} \{ \sin(2\omega_1 + 5\omega_2)t - \sin(2\omega_1 - 5\omega_2)t \} \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -BC^2 - 2ABE \} \{ \sin(\omega_1 + \omega_2)t - \sin(6\omega_1 - \omega_2)t \} + \frac{3}{4}\beta \{ -AD^2 - 2ABF \} \{ \sin(\omega_1 + 6\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 6\omega_2)t \} \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -C^2 D - 2ADE \} \{ \sin(6\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(6\omega_1 - 3\omega_2)t \} + \frac{3}{4}\beta \{ -CD^2 - 2BCF \} \{ \sin(\omega_1 + 6\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 6\omega_2)t \} \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -2BCE \} \{ \sin(8\omega_1 + \omega_2)t - \sin(8\omega_1 - \omega_2)t \} + \frac{3}{4}\beta \{ -2ADF \} \{ \sin(\omega_1 + 8\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 8\omega_2)t \} \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -2CDE \} \{ \sin(8\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(8\omega_1 - 3\omega_2)t \} + \frac{3}{4}\beta \{ -2CDF \} \{ \sin(3\omega_1 + 8\omega_2)t + \sin(3\omega_1 - 8\omega_2)t \} \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -BE^2 \} \{ \sin(10\omega_1 + \omega_2)t - \sin(10\omega_1 - \omega_2)t \} + \frac{3}{4}\beta \{ -AF^2 \} \{ \sin(\omega_1 + 10\omega_2)t + \sin(\omega_1 - 10\omega_2)t \} \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -C^2 F - 2AEF \} \{ \sin(6\omega_1 + 5\omega_2)t - \sin(6\omega_1 - 5\omega_2)t \} + \frac{3}{4}\beta \{ -D^2 E - 2BEF \} \{ \sin(5\omega_1 + 6\omega_2)t + \sin(5\omega_1 - 6\omega_2)t \} \\ & + \frac{3}{4}\beta \{ -DE^2 \} \{ \sin(10\omega_1 + 3\omega_2)t - \sin(10\omega_1 - 3\omega_2)t \} + \frac{3}{4}\beta \{ -CF^2 \} \{ \sin(3\omega_1 + 10\omega_2)t + \sin(3\omega_1 - 10\omega_2)t \} \end{aligned}$$

# 数値計算(7次高調波まで)

$$y = a \cos \alpha + p x^2$$

$$x = A \sin \omega t + B \sin 2\omega t + C \sin 3\omega t + D \sin 4\omega t + E \sin 5\omega t + F \sin 6\omega t + G \sin 7\omega t + H \sin 8\omega t$$

$$= X + \frac{3}{4} p \left[ \frac{A^3}{3} (3 \sin \alpha - \sin 3\alpha) + \frac{B^3}{3} (3 \sin 2\alpha - \sin 6\alpha) + \frac{C^3}{3} (3 \sin 3\alpha - \sin 9\alpha) + \frac{D^3}{3} (3 \sin 4\alpha - \sin 12\alpha) + \frac{E^3}{3} (3 \sin 5\alpha - \sin 15\alpha) + \frac{F^3}{3} (3 \sin 6\alpha - \sin 18\alpha) + \frac{H^3}{3} (3 \sin 8\alpha - \sin 24\alpha) \right]$$

$$+ AB [2 \sin \omega t - \sin(2\omega + 2\omega t) + \sin(2\omega - 2\omega t)] + AB^2 [2 \sin \alpha - \sin(2\omega + 2\omega t) + \sin(2\omega - 2\omega t)] + AC [2 \sin 3\omega t - \sin 5\omega t - \sin \omega t] + AC^2 [2 \sin \alpha - \sin 7\omega t + \sin 5\omega t]$$

$$+ AD [2 \sin 4\omega t - \sin(2\omega + 6\omega t) + \sin(2\omega - 6\omega t)] + AD^2 [2 \sin \omega t - \sin(6\omega + 6\omega t) - \sin(6\omega - 6\omega t)] + AE [2 \sin 5\omega t - \sin 7\omega t - \sin 3\omega t] + AE^2 [2 \sin \omega t - \sin 11\omega t + \sin 9\omega t]$$

$$+ AF [2 \sin 6\omega t - \sin(2\omega + 10\omega t) + \sin(2\omega - 10\omega t)] + AF^2 [2 \sin \omega t - \sin(10\omega + 10\omega t) + \sin(10\omega - 10\omega t)] + AG [2 \sin 7\omega t - \sin 9\omega t - \sin 5\omega t] + AG^2 [2 \sin \omega t - \sin 15\omega t + \sin 13\omega t]$$

$$+ AH [2 \sin 8\omega t - \sin(2\omega + 14\omega t) + \sin(2\omega - 14\omega t)] + AH^2 [2 \sin \omega t - \sin(14\omega + 14\omega t) - \sin(14\omega - 14\omega t)] + BC [2 \sin 2\omega t - \sin(2\omega + 2\omega t) - \sin(2\omega - 2\omega t)] + BC^2 [2 \sin \omega t - \sin(6\omega + 6\omega t) + \sin(6\omega - 6\omega t)]$$

$$+ BD [2 \sin 3\omega t - \sin 5\omega t - \sin \omega t] + BD^2 [2 \sin \omega t - \sin 7\omega t + \sin 5\omega t] + BE [2 \sin 5\omega t - \sin(5\omega + 2\omega t) - \sin(5\omega - 2\omega t)] + BE^2 [2 \sin \omega t - \sin(10\omega + 10\omega t) + \sin(10\omega - 10\omega t)]$$

$$+ BF [2 \sin 6\omega t - \sin 7\omega t - \sin 5\omega t] + BF^2 [2 \sin \omega t - \sin 11\omega t + \sin 9\omega t] + BG [2 \sin 7\omega t - \sin(7\omega + 2\omega t) - \sin(7\omega - 2\omega t)] + BG^2 [2 \sin \omega t - \sin(14\omega + 14\omega t) + \sin(14\omega - 14\omega t)]$$

$$+ BH [2 \sin 8\omega t - \sin 9\omega t - \sin 5\omega t] + BH^2 [2 \sin \omega t - \sin 15\omega t + \sin 13\omega t] + CD [2 \sin 3\omega t - \sin(6\omega + 3\omega t) + \sin(6\omega - 3\omega t)] + CD^2 [2 \sin \omega t - \sin(3\omega + 6\omega t) - \sin(3\omega - 6\omega t)]$$

$$+ CE [2 \sin 5\omega t - \sin 11\omega t + \sin 9\omega t] + CE^2 [2 \sin \omega t - \sin 15\omega t + \sin 13\omega t] + CF [2 \sin 6\omega t - \sin(6\omega + 5\omega t) + \sin(6\omega - 5\omega t)] + CF^2 [2 \sin \omega t - \sin(12\omega + 10\omega t) - \sin(12\omega - 10\omega t)]$$

$$+ CG [2 \sin 7\omega t - \sin 13\omega t + \sin \omega t] + CG^2 [2 \sin \omega t - \sin 17\omega t + \sin 15\omega t] + CH [2 \sin 8\omega t - \sin(8\omega + 7\omega t) + \sin(8\omega - 7\omega t)] + CH^2 [2 \sin \omega t - \sin(15\omega + 14\omega t) - \sin(15\omega - 14\omega t)]$$

$$+ DE [2 \sin 3\omega t - \sin(5\omega + 6\omega t) - \sin(5\omega - 6\omega t)] + DE^2 [2 \sin \omega t - \sin(10\omega + 3\omega t) + \sin(10\omega - 3\omega t)] + DF [2 \sin 6\omega t - \sin 11\omega t + \sin 9\omega t] + DF^2 [2 \sin \omega t - \sin 13\omega t + \sin 7\omega t]$$

$$+ DG [2 \sin 7\omega t - \sin(7\omega + 6\omega t) - \sin(7\omega - 6\omega t)] + DG^2 [2 \sin \omega t - \sin(14\omega + 2\omega t) + \sin(14\omega - 2\omega t)] + DH [2 \sin 8\omega t - \sin 13\omega t - \sin \omega t] + DH^2 [2 \sin \omega t - \sin 17\omega t + \sin 15\omega t]$$

$$+ EF [2 \sin 3\omega t - \sin(10\omega + 5\omega t) + \sin(10\omega - 5\omega t)] + EF^2 [2 \sin \omega t - \sin(15\omega + 10\omega t) - \sin(15\omega - 10\omega t)] + EG [2 \sin 5\omega t - \sin 11\omega t + \sin 9\omega t] + EG^2 [2 \sin \omega t - \sin 17\omega t + \sin 15\omega t]$$

$$+ FH [2 \sin 8\omega t - \sin(10\omega + 7\omega t) + \sin(10\omega - 7\omega t)] + FH^2 [2 \sin \omega t - \sin(17\omega + 14\omega t) - \sin(17\omega - 14\omega t)] + FG [2 \sin 6\omega t - \sin(7\omega + 10\omega t) - \sin(7\omega - 10\omega t)] + FG^2 [2 \sin \omega t - \sin(14\omega + 5\omega t) + \sin(14\omega - 5\omega t)]$$

$$+ FH [2 \sin 8\omega t - \sin 17\omega t + \sin 15\omega t] + FH^2 [2 \sin \omega t - \sin 19\omega t + \sin 9\omega t] + GH [2 \sin 7\omega t - \sin(14\omega + 7\omega t) + \sin(14\omega - 7\omega t)] + GH^2 [2 \sin \omega t - \sin(17\omega + 14\omega t) - \sin(17\omega - 14\omega t)]$$

$$- 2ABC [\sin(4\omega + 2\omega t) - \sin(2\omega + 2\omega t) + \sin(2\omega - 2\omega t)] - 2ABD [\sin(\omega + 4\omega t) + \sin(\omega - 4\omega t) - 2\sin(\omega - 2\omega t)] - 2ABE [\sin(6\omega + 6\omega t) - \sin(6\omega + 2\omega t) - \sin(6\omega - 2\omega t)] - 2ABF [\sin(\omega + 6\omega t) + \sin(\omega - 6\omega t) - \sin(\omega - 4\omega t) - \sin(\omega + 4\omega t)]$$

$$- 2ABG [\sin(8\omega + 8\omega t) - \sin(8\omega + 2\omega t) + \sin(8\omega - 2\omega t) - \sin(8\omega - 6\omega t)] - 2ABH [\sin(\omega + 8\omega t) + \sin(\omega - 8\omega t) - \sin(\omega - 6\omega t) - \sin(\omega + 6\omega t)]$$

$$- 2ACD [\sin(4\omega + 2\omega t) - \sin(2\omega + 2\omega t) + \sin(2\omega - 2\omega t)] - 2ACE [\sin 9\omega t - \sin 7\omega t + \sin 5\omega t - \sin 3\omega t]$$

$$- 2ACF [\sin(4\omega + 5\omega t) - \sin(2\omega + 5\omega t) + \sin(2\omega - 5\omega t) - \sin(4\omega - 5\omega t)] - 2ACG [\sin 11\omega t - \sin 9\omega t + \sin 7\omega t - \sin 5\omega t]$$

$$- 2ACH [\sin(4\omega + 7\omega t) - \sin(2\omega + 7\omega t) + \sin(2\omega - 7\omega t) - \sin(4\omega - 7\omega t)] - 2ADE [\sin(6\omega + 2\omega t) - \sin(4\omega + 2\omega t) + \sin(4\omega - 2\omega t) - \sin(6\omega - 2\omega t)]$$

$$- 2ADF [\sin(\omega + 6\omega t) + \sin(\omega - 6\omega t) - \sin(6\omega + 2\omega t) - \sin(6\omega - 2\omega t)] - 2ADG [\sin(8\omega + 8\omega t) - \sin(8\omega + 2\omega t) - \sin(8\omega - 2\omega t) - \sin(8\omega - 6\omega t)]$$

$$- 2ADH [\sin 6\omega + 10\omega t + \sin(\omega - 10\omega t) - \sin(\omega - 8\omega t) - \sin(\omega + 8\omega t)] - 2AEF [\sin(6\omega + 5\omega t) - \sin(4\omega + 5\omega t) + \sin(4\omega - 5\omega t) - \sin(6\omega - 5\omega t)]$$

$$- 2AEG [\sin 13\omega t - \sin 11\omega t + \sin 9\omega t - \sin 7\omega t] - 2AEH [\sin(6\omega + 7\omega t) - \sin(4\omega + 7\omega t) - \sin(4\omega - 7\omega t) + \sin(6\omega - 7\omega t)] - 2AFH [\sin(10\omega + 10\omega t) - \sin(10\omega + 2\omega t) - \sin(10\omega - 2\omega t) - \sin(10\omega - 6\omega t)]$$

$$- 2BCD [\sin(3\omega + 4\omega t) - \sin(3\omega + 2\omega t) - \sin(3\omega - 2\omega t) + \sin(3\omega - 4\omega t)] - 2BCF [\sin(8\omega + 8\omega t) - \sin(8\omega + 2\omega t) - \sin(8\omega - 2\omega t) + \sin(8\omega - 6\omega t)] - 2BCG [\sin(10\omega + 10\omega t) - \sin(10\omega + 2\omega t) - \sin(10\omega - 2\omega t) - \sin(10\omega - 6\omega t)]$$

$$- 2BCH [\sin(3\omega + 2\omega t) - \sin(3\omega - 2\omega t) - \sin(3\omega - 6\omega t) + \sin(3\omega - 4\omega t)] - 2BDE [\sin(5\omega + 4\omega t) + \sin(5\omega - 4\omega t) - \sin(5\omega - 2\omega t) - \sin(5\omega - 6\omega t)]$$

$$- 2BDF [\sin 9\omega t - \sin 7\omega t + \sin 5\omega t - \sin 3\omega t] - 2BDG [\sin(7\omega + 4\omega t) - \sin(7\omega + 2\omega t) + \sin(7\omega - 4\omega t) - \sin(7\omega - 2\omega t)]$$

$$- 2BDH [\sin 11\omega t - \sin 9\omega t + \sin 7\omega t - \sin 5\omega t] - 2BEF [\sin(5\omega + 6\omega t) - \sin(5\omega + 4\omega t) - \sin(5\omega - 4\omega t) + \sin(5\omega - 6\omega t)] - 2BEH [\sin(12\omega + 10\omega t) - \sin(12\omega + 2\omega t) - \sin(12\omega - 2\omega t) + \sin(12\omega - 6\omega t)]$$

$$- 2BFG [\sin(7\omega + 6\omega t) - \sin(7\omega + 4\omega t) + \sin(7\omega - 6\omega t) - \sin(7\omega - 4\omega t)] - 2BFH [\sin 13\omega t - \sin 11\omega t + \sin 9\omega t - \sin 7\omega t]$$

$$- 2BGH [\sin(7\omega + 2\omega t) - \sin(7\omega + 6\omega t) - \sin(7\omega - 6\omega t) + \sin(7\omega - 2\omega t)] - 2AGH [\sin(8\omega + 7\omega t) - \sin(8\omega + 5\omega t) - \sin(8\omega - 5\omega t) + \sin(8\omega - 7\omega t)]$$

$$- 2CDE [\sin(8\omega + 2\omega t) - \sin(2\omega + 3\omega t) + \sin(2\omega - 3\omega t) - \sin(8\omega - 2\omega t)] - 2CDF [\sin(3\omega + 6\omega t) + \sin(3\omega - 6\omega t) - \sin(3\omega - 2\omega t) - \sin(3\omega + 2\omega t)]$$

$$- 2CDG [\sin(10\omega + 3\omega t) - \sin(4\omega + 3\omega t) - \sin(4\omega - 3\omega t) - \sin(10\omega - 3\omega t)] - 2CDH [\sin(3\omega + 10\omega t) + \sin(3\omega - 10\omega t) - \sin(3\omega - 4\omega t) - \sin(3\omega + 4\omega t)]$$

$$- 2CEF [\sin(8\omega + 5\omega t) - \sin(2\omega + 5\omega t) - \sin(8\omega - 5\omega t) + \sin(2\omega - 5\omega t)] - 2CEG [\sin 15\omega t - \sin 9\omega t - \sin 7\omega t - \sin 3\omega t]$$

$$- 2CEH [\sin(8\omega + 7\omega t) - \sin(2\omega + 7\omega t) - \sin(8\omega - 7\omega t) + \sin(2\omega - 7\omega t)] - 2CFG [\sin(10\omega + 5\omega t) - \sin(4\omega + 5\omega t) - \sin(4\omega - 5\omega t) - \sin(10\omega - 5\omega t)]$$

$$- 2CFH [\sin(3\omega + 12\omega t) + \sin(3\omega - 12\omega t) - \sin(3\omega + 2\omega t) - \sin(3\omega - 2\omega t)] - 2CGH [\sin(10\omega + 7\omega t) - \sin(4\omega + 7\omega t) - \sin(10\omega - 7\omega t) + \sin(4\omega - 7\omega t)]$$

$$- 2DEF [\sin(5\omega + 8\omega t) - \sin(5\omega + 2\omega t) - \sin(5\omega - 2\omega t) + \sin(5\omega - 8\omega t)] - 2DEG [\sin(12\omega + 3\omega t) - \sin(12\omega - 3\omega t) + \sin(12\omega - 7\omega t) - \sin(12\omega + 7\omega t)]$$

$$- 2DEH [\sin(13\omega + 10\omega t) - \sin(13\omega + 4\omega t) - \sin(13\omega - 4\omega t) + \sin(13\omega - 10\omega t)] - 2DFG [\sin(7\omega + 2\omega t) - \sin(7\omega + 6\omega t) - \sin(7\omega - 6\omega t) + \sin(7\omega - 2\omega t)]$$

$$- 2DFH [\sin 15\omega t - \sin 9\omega t - \sin 7\omega t - \sin 3\omega t] - 2DGH [\sin(7\omega + 10\omega t) - \sin(7\omega + 4\omega t) - \sin(7\omega - 4\omega t) + \sin(7\omega - 10\omega t)]$$

$$- 2EFG [\sin(12\omega + 3\omega t) - \sin(12\omega + 7\omega t) + \sin(12\omega - 7\omega t) - \sin(12\omega - 3\omega t)] - 2EFH [\sin(13\omega + 12\omega t) + \sin(13\omega - 12\omega t) - \sin(13\omega - 2\omega t) - \sin(13\omega + 2\omega t)]$$

$$- 2EGH [\sin(12\omega + 7\omega t) - \sin(12\omega + 11\omega t) - \sin(12\omega - 11\omega t) + \sin(12\omega - 7\omega t)] - 2FGH [\sin(7\omega + 12\omega t) - \sin(7\omega + 2\omega t) - \sin(7\omega - 2\omega t) + \sin(7\omega - 12\omega t)]$$

# 数値計算(7次高調波まで)

$$(A^2B-2ABC-2BCE-2BEG)\sin(2\omega_1-\omega_2)t$$
$$(-AB^2+2ABD+2ADF+2AFH)\sin(\omega_1-2\omega_2)t$$

$$(2ACD-2ADE-2CDG)\sin(4\omega_1-3\omega_2)t$$
$$(-2BCD+2BCF+2CDH)\sin(3\omega_1-4\omega_2)t$$

$$(C^2F+2AEF-2AFG)\sin(6\omega_1-5\omega_2)t$$
$$(-D^2E-2BEF+2BEH)\sin(5\omega_1-6\omega_2)t$$

$$(2AGH+2CEH)\sin(8\omega_1-7\omega_2)t$$
$$(-2BGH-2DFG)\sin(7\omega_1-8\omega_2)t$$

$$(A^2D-2ACD-2CDE-2DEG)\sin(2\omega_1-3\omega_2)t$$
$$(-B^2C+2BCD+2CDF+2CFH)\sin(3\omega_1-2\omega_2)t$$

$$(-2BDE+2BEF+2DEH)\sin(5\omega_1-4\omega_2)t$$
$$(2ACF-2AEF-2CFG)\sin(4\omega_1-5\omega_2)t$$

$$(-D^2G-2BEG+2BGH)\sin(7\omega_1-6\omega_2)t$$
$$(C^2H+2AEH-2AGH)\sin(6\omega_1-7\omega_2)t$$



# 数値計算(7次高調波まで)

$$C = XA, D = YB$$

$$E = X \left( 1 - \frac{X(X+2)}{2(X+1)} \right) A, F = Y \left( 1 - \frac{Y(Y+2)}{2(Y+1)} \right) B$$

$\sin(2\omega_1 - \omega_2)t, \sin(\omega_1 - 2\omega_2)t$   
を優先に消す

$$G = \frac{X(X+2)}{2(X+1)} A, H = \frac{Y(Y+2)}{2(Y+1)} B$$

$$2(3X^5 + 4X^4 - 10X^3 - 14X^2 + 2)A^5 = 0$$

$$2(3Y^5 + 4Y^4 - 10Y^3 - 14Y^2 + 2)B^5 = 0$$

$$X = Y = \begin{cases} 0.344542124 \dots \\ 1.827703230 \dots \\ -0.482923249 \dots \\ -1.208179032 \dots \\ -1.814476407 \dots \end{cases}$$



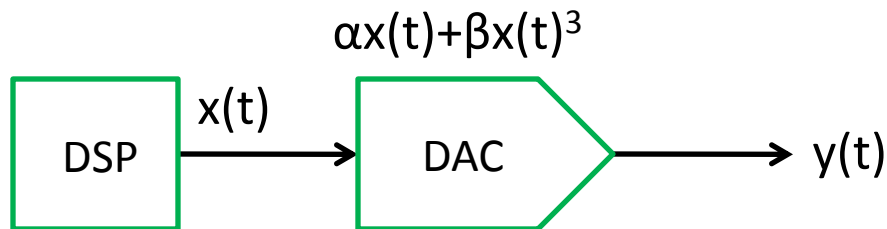
# シミュレーション条件 (3,5,7次入力)

## 3,5次高調波入力

$$y(t) = \alpha x(t) + \beta x(t)^3$$

$$x_1(t) = A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) \quad (\text{除去前})$$

$$x_2(t) = A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) + C \sin(3\omega_1 t) + D \sin(3\omega_2 t) \\ + E \sin(5\omega_1 t) + F \sin(5\omega_2 t) + G \sin(7\omega_1 t) + H \sin(7\omega_2 t) \quad (\text{除去後})$$



A : 1

$\alpha$  : 0.98

B : 1

$\beta$  : -0.05

C : -0.48292

時間間隔 :  $1/2^{14}$

D : -0.48292

点数 :  $2^{14}$

E : -0.82504

f1 : 63

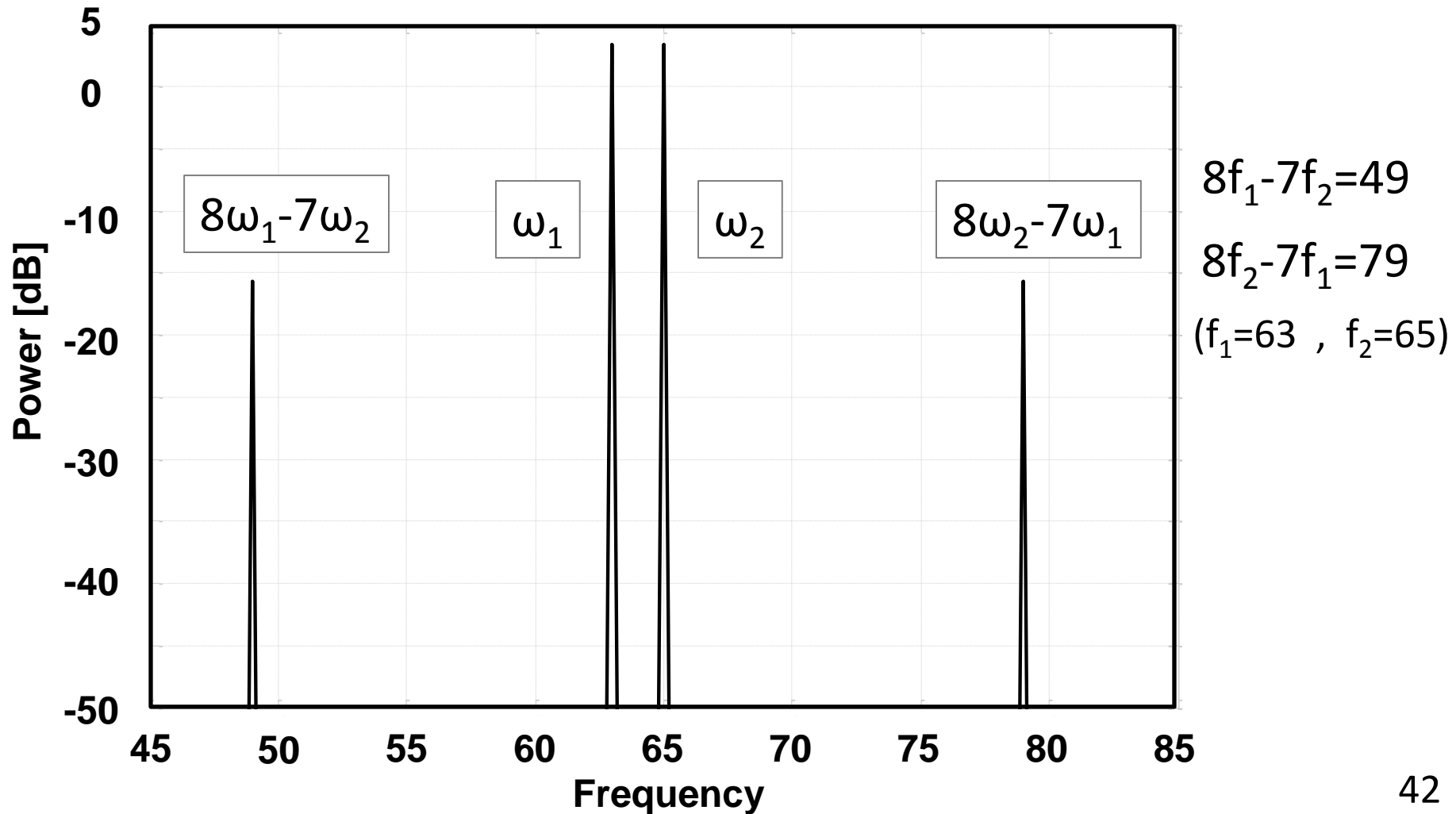
F : -0.82504

f2 : 65

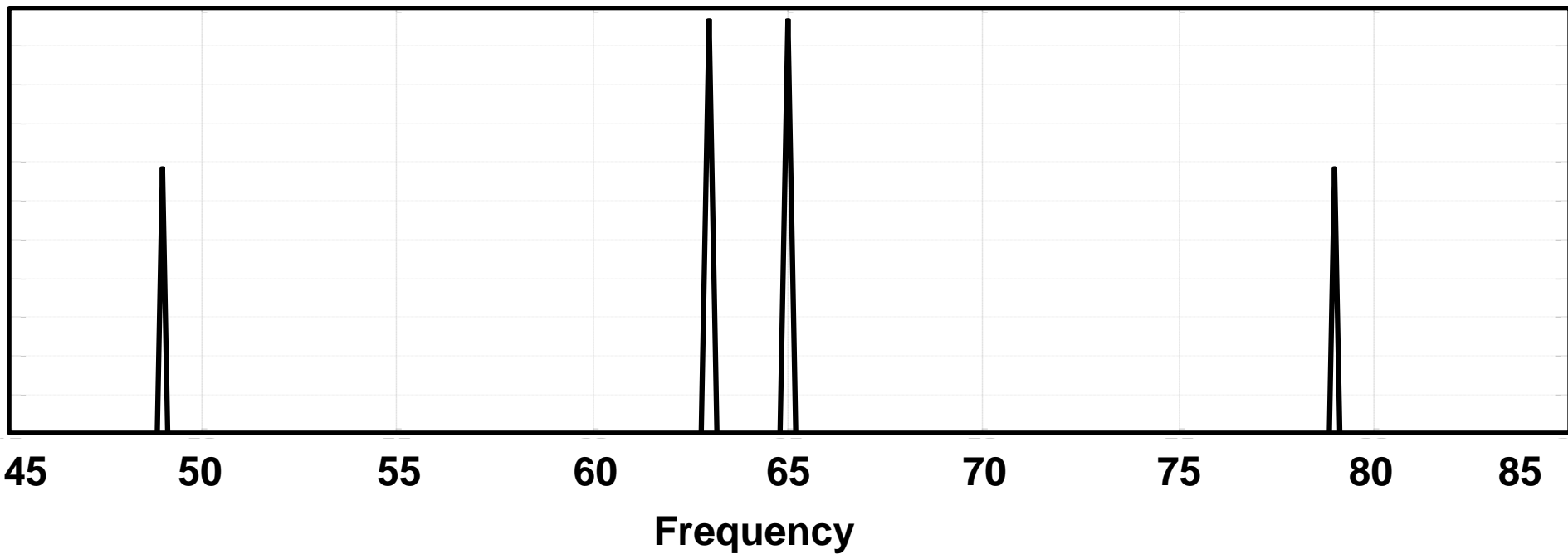
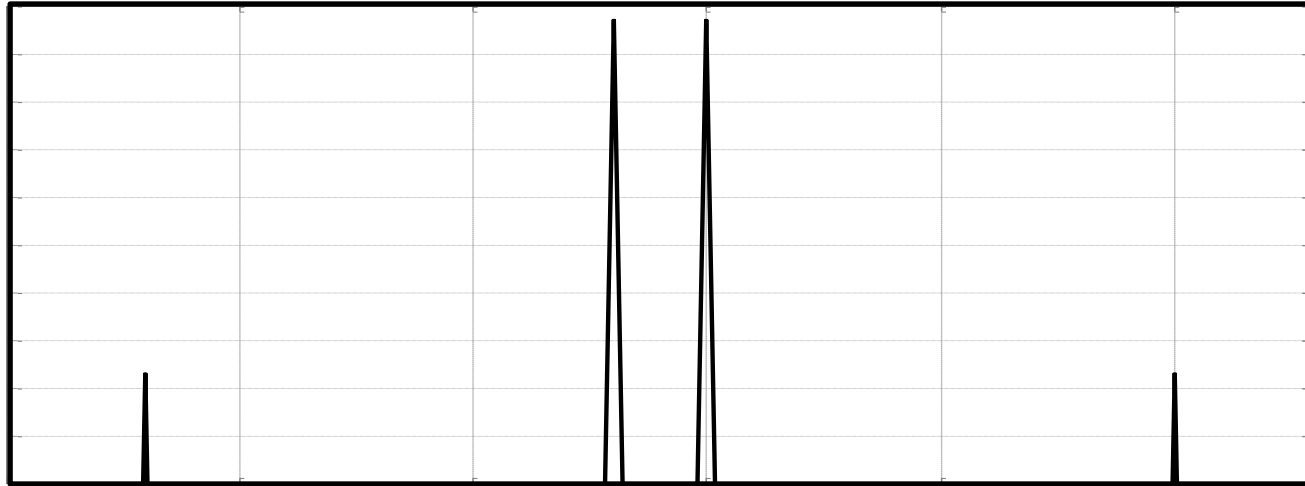
G : -0.70843

H : -0.70843

# 3次・5次・7次高調波入力



# 5次と7次の比較



# 電子情報通信学会100915(大阪)

## <質疑>

- ・DAC+Ampの帯域制限はどうなるのか。
- ・高調波を入れた場合にちゃんと制御できるのか。
- ・高調波をいれることでDAC+Ampのスペックが高くなるのでは。
- ・シミュレーションの時に帯域制限も入れたほうがいいのか。
- ・高調波を入れた場合に折り返しなどが起こらないのか。  
低い周波数ではないと思うが、高い周波数になると問題になるかも。
- ・DAC+Ampの分解能はどうなのか。
- ・係数で打ち消す場合に正確に出力できるのか( $\sqrt{3}$ など)。
- ・実際は係数が虚数になり位相差が関係するため、それを考慮しなくてはいけないかも。
- ・テストで発生させる信号の大きさ(A,B)を測らなくてはいけないのでは。