

連続時間バンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器の  $Q$  値とループ遅延の影響

林 海軍<sup>†a)</sup>      元澤 篤史<sup>†</sup>      田邊 朋之<sup>†</sup>      ロレ パスカル<sup>††</sup>  
 飯塚 邦彦<sup>††</sup>      小林 春夫<sup>†b)</sup>      傘 昊<sup>†</sup>      高井 伸和<sup>†</sup>

Study of  $Q$  Factor and Loop Delay Effects in a Continuous-Time Bandpass  $\Delta\Sigma$ AD Modulator

Haijun LIN<sup>†a)</sup>, Atsushi MOTOZAWA<sup>†</sup>, Tomoyuki TANABE<sup>†</sup>, Pascal LO RE<sup>††</sup>,  
 Kunihiko IIZUKA<sup>††</sup>, Haruo KOBAYASHI<sup>†b)</sup>, Hao SAN<sup>†</sup>, and Nobukazu TAKAI<sup>†</sup>

あらまし この論文では RF サンプリングの実現のためにサブサンプリング技術を用いたバンドパス高速連続時間  $\Delta\Sigma$ AD 変調回路の解析と設計を論じる, 変調回路内部のループ発振回路の有限  $Q$  値によって A-D 変換精度 (SNDR) に及ぼす影響を解析した, この有限  $Q$  値の影響の対策としてデジタルフィルタを追加しノイズ伝達関数にゼロ点を加え全体 SNDR 向上する手法を検討, SNDR が 20 dB 改善したことを確認した. また変調回路のループ遅延による SNDR 劣化に対し, 変調回路のパラメータをループ遅延値に対して調整し, 更にフィードフォワード構成でループ遅延の影響軽減手法を検討した, これらの手法によってループ遅延の影響に対し SNDR が 20 dB 改善したことを確認した. Matlab によるシステムレベルシミュレーションと変調器の CMOS 構成での SPICE による回路レベルシミュレーションで検討方法の有効性を確認した.

キーワード バンドパス, 連続時間  $\Delta\Sigma$ AD 変調器,  $Q$  値, ループ遅延, サブサンプリング

1. ま え が き

筆者らは無線 LAN・携帯電話等の受信機アナログ・フロントエンド部で高周波狭帯域信号を高精度・低消費電力で直接 RF 信号を A-D 変換するための, サブサンプリングを用いた連続時間バンドパス<sup>(注1)</sup> $\Delta\Sigma$ AD 変調回路を検討している [1]~[3]. その変調回路内に用いる共振回路 (resonator,  $Q$  値の高い帯域フィルタ) は LC 型共振回路や Gm-C 型共振回路で実現できる [4]~[7]. この論文では変調器をインダクタ L を用いずに小さなチップ面積で実現し, システムのすべてを CMOS プロセスで構成する為に Gm-C 型共振回路を用いることを考え, その際のループ発振回路の有限  $Q$  値とループ遅延の影響の解析と対策を検討する.

この論文では以下のことを記述する.

- (i) 今回の検討変調回路では先に提案したように [1]~[3] クロックジッタ影響を低減しサブサンプリング実現のため, 内部 DAC に RFDAC [1], [8] を用いている. ここではその構成で変調器内共振回路の  $Q$  値, 変調器のループ遅延 (Excess Loop Delay) [3] による SNDR 劣化への影響を調べる.
- (ii) デジタルフィルタを用いてノイズ伝達関数に新たなゼロ点を追加し, 共振回路の  $Q$  値が低くても高い SNDR が実現できる手法を検討する.
- (iii) あらかじめループ遅延の値を見積もって, 遅延量に応じて共振回路のパラメータを調整し, 更にフィードフォワード構成を用いてループ遅延による変調回路の SNDR 劣化を補う手法を検討する.

2. 連続時間  $\Delta\Sigma$ AD 変調器の伝達関数

2.1 RF サンプリングと連続時間バンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器

通信用応用での高周波狭帯域信号帯域を通常のナイ

<sup>†</sup> 群馬大学大学院工学研究科電気電子工学専攻, 桐生市  
 Electronic Engineering Department, Graduate School of Engineering Gunma University, 1-5-1 Tenjin-cho, Kiryu-shi, 376-8515 Japan

<sup>††</sup> シャープ株式会社, 大阪市  
 SHARP Corporation, Osaka-shi, 545-8522 Japan

a) E-mail: lin@el.gunma-u.ac.jp

b) E-mail: k.haruo@el.gunma-u.ac.jp

(注1): 本論文では「帯域」を「バンドパス」と呼ぶ.

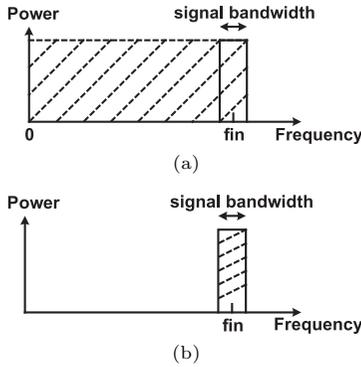


図 1 (a) DC から高周波までの信号帯域 (b) 高周波狭帯域の信号帯域 (通信応用)

Fig. 1 (a) Frequency band from DC to high frequency. (b) High frequency, narrow band for communication application.

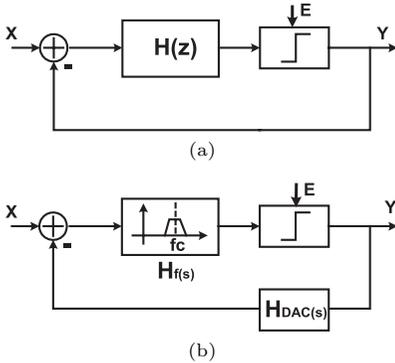


図 2 (a) 離散時間バンドパス ΔΣAD 変調器 (b) 連続時間バンドパス ΔΣAD 変調器

Fig. 2 (a) Discrete-time bandpass ΔΣAD modulator. (b) Continuous-time bandpass ΔΣAD modulator.

キスト型 A-D 変換器で DC から高周波帯 (図 1(a)) を直接 A-D 変換しようとする大きな消費電力を必要とする。一方、連続時間バンドパス ΔΣAD 変調回路を用いれば必要な高周波・狭帯域の信号帯域 (図 1(b)) のみ変換できるので、低消費電力での RF サンプリングが実現でき得る [1] ~ [3]。

2.2 モデルとなる離散時間変調器の伝達関数

図 2(a) に離散時間帯域 ΔΣAD 変調回路のブロック図を示す。Z 領域での伝達関数は次のようになる。

$$Y(z) = \frac{H(z)}{1 + H(z)}X(z) + \frac{1}{1 + H(z)}E(z). \quad (1)$$

ここで  $X(z)$  は入力信号、 $Y(z)$  は出力信号、 $E(z)$  は変調回路内部 A-D 変換器の量子化ノイズである。信号伝達関数 (STF : Signal Transfer Function) とノ

イズ伝達関数 (NTF : Noise Transfer Function) はそれぞれ次のようになる。

$$STF(z) = \frac{H(z)}{1 + H(z)}, \quad NTF(z) = \frac{1}{1 + H(z)}.$$

一次離散時間ループ内共振回路の伝達関数が  $H(z) = -\frac{z^{-2}}{1+z^{-2}}$  であり、このときの STF, NTF は次のようになる。

$$STF(z) = -z^{-2}, \quad NTF(z) = 1 + z^{-2}. \quad (2)$$

2.3 連続時間変調器の設計

NTF は ΔΣAD 変調回路のノイズシェーピング特性を決める。そこで連続時間一次 ΔΣAD 変調回路 (図 2(b)) をその NTF が離散時間一次 ΔΣAD 変調器と等しくなるように設計する。ここでは  $z$  変換と Modified  $z$  変換を用いる [2], [3], [9]。変調器内 Gm-C 共振回路の伝達関数を次の式で表す。

$$H_f(s) = \frac{a \cdot \omega_0 s + b \cdot \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}. \quad (3)$$

$\omega_0$  は入力信号帯域の中心角周波数 ( $\omega_0 = 2\pi \cdot f_{in}$ ) であり、 $Q$  は共振回路の  $Q$  値を表す。共振回路の極  $s_1, s_2$  は次のようになる。

$$s_1 = -\frac{\omega_0}{2Q} + j\omega_0\sqrt{1 - 1/4Q^2} \quad (4)$$

$$s_2 = -\frac{\omega_0}{2Q} - j\omega_0\sqrt{1 - 1/4Q^2}. \quad (5)$$

変調回路に用いる内部 DAC を RF DAC [1] で構成すると、その  $s$  領域での伝達関数は次のようになる [3]。

$$H_{dac}(s) = \frac{1}{2}(1 - e^{-\frac{1}{2}sT_s})^2 \frac{4\omega_s^2}{s(s^2 + 4\omega_s^2)} \quad (6)$$

ここで、 $T_s$  はサンプリング周期、 $\omega_s$  はサンプリング角周波数 ( $\omega_s = 2\pi \cdot f_s$ ) である。連続時間伝達関数を等価離散時間伝達関数にマッピングして次の NTF を得る (付録 1. で詳細を記す)。

$$NTF(z) = \frac{1 - 2\cos(\beta\omega_0 T_s)e^{\alpha\omega_0 T_s}z^{-1} + e^{2\alpha\omega_0 T_s}z^{-2}}{d_1 + d_2z^{-1} + d_3z^{-2}}. \quad (7)$$

ここで、 $\alpha = -1/2Q$ ,  $\beta = \sqrt{1 - 1/4Q^2}$  である、 $d_1, d_2, d_3$  はループ共振回路のパラメータ  $a, b$  及び  $\alpha, \beta$  の関数である (付録 1. で定義)。 $d_1 = 1, d_2 = 0, d_3 = 0$  になるように  $a, b$  の値を設定すると、連続時間一次 BPΔΣAD 変調回路の NTF は次のようになる。

$$NTF(z) = 1 - 2 \cos(\beta\omega_0 T_s) e^{\alpha\omega_0 T_s} z^{-1} + e^{2\alpha\omega_0 T_s} z^{-2}. \quad (8)$$

### 3. サブサンプリング技術での $Q$ 値の影響

高速信号を処理する場合、変調器内回路の高速サンプリング動作の要求を緩和するため連続時間変調回路にサブサンプリング技術を用いる（入力信号帯域  $f_{in}$  が  $\frac{3}{4}f_s$ ）( $\omega_0 = 3\pi/2T_s$  [1]). 共振回路の  $Q$  値が無限大の場合、 $\alpha = 0, \beta = 1$  となり、式 (8) は  $NTF = 1 + z^{-2}$  となり、式 (2) で表したモデルの離散時間変調回路の NTF と等しくなる（離散時間及び連続時間変調回路が同じノイズシェーピング特性が得られる）。

しかし、現実に共振回路の  $Q$  値は無限大ではない。有限  $Q$  値の影響の解析を簡単化するため、式 (8) の  $z^{-1}$  の係数  $\cos(\beta 3\pi/2) e^{\alpha 3\pi/2}$  が  $\alpha \approx 0, \beta \approx 1$  の条件で  $\approx 0$  になるので、式 (8) は次のように近似する。

$$NTF(z) = 1 + z^{-2} e^{-\omega_0 T_s / Q}. \quad (9)$$

$Q$  値が有限であるため、 $e^{-\omega_0 T_s / Q}$  が 1 より小さく

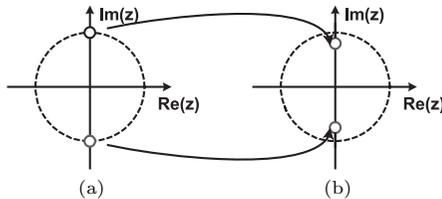


図 3 連続時間一次  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調回路の NTF ゼロ点  
Fig. 3 NTF zeros of the continuous-time bandpass  $\Delta\Sigma\text{AD}$  modulator.

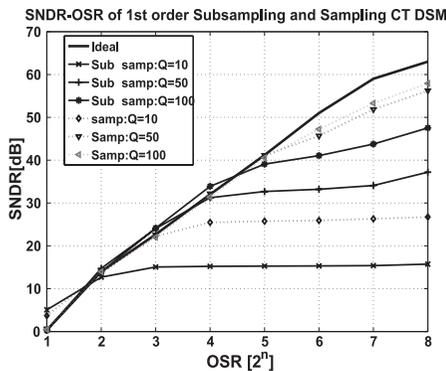


図 4 連続時間一次  $BP\Delta\Sigma\text{AD}$  変調器の SNDR  
Fig. 4 SNDR of the continuous-time 1<sup>st</sup>-order  $BP\Delta\Sigma\text{AD}$  modulator.

なるので式 (9) のノイズシェーピング特性が劣化する。この原因は次の理由にある、図 3 で示すように NTF の  $z^{-2}$  項が 1 の場合は NTF のゼロ点は  $z$  領域の単位円上の  $\pm j$  にあるが、 $z^{-2}$  項が  $Q$  値の影響で 1 より小さくなり、NTF のゼロ点が  $z$  領域の単位円内に入ってしまふ。

サンプリング技術 ( $f_{in} = \frac{1}{4}f_s$ ) (正規化した入力信号帯域中心周波数は  $\omega_0 = \pi/2T_s$ ) を用いる場合の NTF とサブサンプリング技術を用いた場合の NTF が式 (8) より次のようになる。

$$NTF_{\text{sampling}}(z) = 1 + z^{-2} e^{-\pi/2Q}. \quad (10)$$

$$NTF_{\text{subsampling}}(z) = 1 + z^{-2} e^{-3\pi/2Q}. \quad (11)$$

上式から分かるように、同じノイズシェーピング特性を得るためにはサブサンプリングの場合は共振回路の  $Q$  値が 3 倍必要であることが分かる（別の表現をすれば同じ  $Q$  値ならサブサンプリングの場合はノイズシェーピング特性が劣化する）。

図 4 に同じ  $Q$  値でサンプリング技術とサブサンプリング技術を用いた連続時間一次  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調回路の SNDR のシミュレーション結果を示す。サンプリング技術を用いた場合、 $Q = 50$  で変調回路の SNDR 劣化は少ないが、サブサンプリング技術を用いた場合、SNDR 劣化を防ぐのに  $Q = 200$  程度が必要である（ $Q = 200$  は CMOS 回路内では実現困難である）。

### 4. 有限 $Q$ 値の影響の改善法

内部共振回路の有限  $Q$  値の問題を解決するため、図 5 に示すように変調回路の出力と内部 RFDAC の間にデジタルフィルタを用いて、NTF に新たなゼロ点を追加して NTF 特性を補償する手法を検討する。デジタルフィルタの入力は 1 ビットであり、また出力も量子化して MSB の 1 ビットだけのものである。

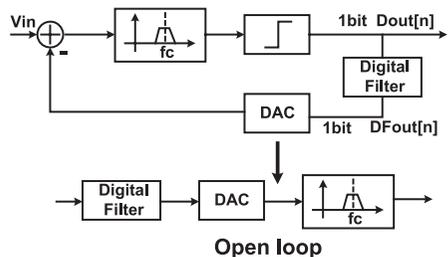


図 5 デジタルフィルタを用いた変調回路  
Fig. 5 Modulator block diagram with digital filter.

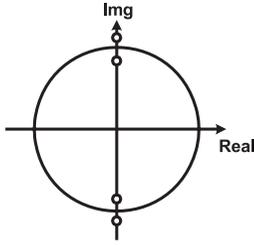


図 6 デジタルフィルタを用いた変調器の NTF ゼロ点  
Fig. 6 NTF zeros of the modulator with digital filter.  
o: Zeros, x: Poles

表 1 異なる Q 値に対し最適化したシステムのパラメータ値  
Table 1 Optimized parameter values with different Q values.

	Q = 35	Q = 40	Q = 50	Q = 100
a	0.346	0.347	0.349	0.552
b	-0.337	-0.340	-0.343	-0.355
p <sub>0</sub>	1.000	1.000	1.000	1.000
p <sub>1</sub>	8.542 × 10 <sup>-4</sup>	6.595 × 10 <sup>-4</sup>	4.271 × 10 <sup>-4</sup>	1.093 × 10 <sup>-4</sup>
p <sub>2</sub>	1.049	1.067	1.092	1.145
p <sub>3</sub>	7.662 × 10 <sup>-5</sup>	6.016 × 10 <sup>-5</sup>	3.989 × 10 <sup>-5</sup>	1.070 × 10 <sup>-5</sup>
p <sub>4</sub>	0.120	0.124	0.130	0.143
q <sub>1</sub>	1.753 × 10 <sup>-3</sup>	1.354 × 10 <sup>-3</sup>	8.766 × 10 <sup>-4</sup>	2.244 × 10 <sup>-4</sup>
q <sub>2</sub>	1.923	1.956	2.002	2.099
q <sub>3</sub>	1.688 × 10 <sup>-3</sup>	1.325 × 10 <sup>-3</sup>	8.786 × 10 <sup>-4</sup>	2.357 × 10 <sup>-4</sup>
q <sub>4</sub>	0.922	0.954	1.000	1.100

図 5 の開ループ伝達関数は次のようになる .

$$H_{eq}(z) = H_{df}(z)Z[H_{dac}(s)H_f(s)]. \quad (12)$$

$H_{df}(z)$  は次のような二次 IIR デジタルフィルタの伝達関数である .

$$H_{df}(z) = \frac{1 + f_{n2}z^{-2}}{1 + f_{d2}z^{-2}}. \quad (13)$$

デジタルフィルタのパラメータ  $f_{n2}, f_{d2}$  は Q の関数である . デジタルフィルタ使用の際の変調器の NTF は次のようになる .

$$NTF(z) = \frac{1}{1 + H_{eq}(z)} = \frac{1 + q_1z^{-1} + q_2z^{-2} + q_3z^{-3} + q_4z^{-4}}{p_0 + p_1z^{-1} + p_2z^{-2} + p_3z^{-3} + p_4z^{-4}}.$$

NTF のパラメータ  $q_1 \dots q_4$  により共振回路のパラメータ  $a, b$  とデジタルフィルタのパラメータを決める . 結果として , NTF の伝達関数から  $z$  領域で単位円の外側に新たなゼロ点を作り出し , 全体的に NTF の特性を補正する . デジタルフィルタを追加することで変調器 STF も影響を受け次のようになる .

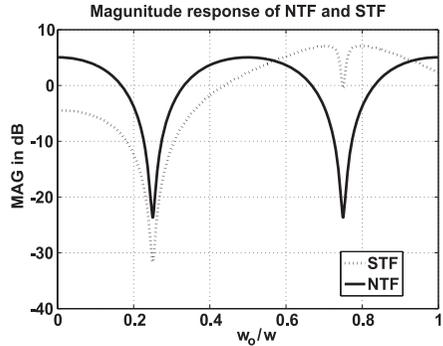


図 7 デジタルフィルタを用いた変調回路の NTF と STF のゲイン特性  
Fig. 7 NTF, STF gain characteristics of modulator with digital filter.

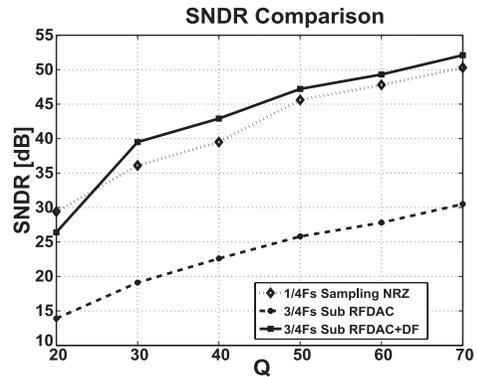


図 8 内部共振器 Q 値と A-D 変換器全体の SNDR  
Fig. 8 SNDR comparison with different Q values.

$$STF(z) = \frac{H_f(s)}{1 + H_{eq}(z)} \Big|_{s=j\omega, z=e^{j\omega T_s}} \quad (14)$$

ループ共振回路の Q 値による NTF 式のパラメータの値を表 1 で示す . 表 1 でのパラメータ  $p_1, p_3, q_1, q_3$  をゼロにしてもシステムの SNDR 値は変化しない .

デジタルフィルタを用いた一次連続時間  $\Delta\Sigma$ D 変調器の  $Q = 40$  の場合の NTF と STF の伝達関数の計算結果を図 7 で示す . NTF が信号帯域 ( $f_{in} = (3/4)f_s$ ) で減衰するが , STF も入力信号帯域で減衰している (出力信号のパワーが信号帯域で減衰する) . STF の減衰量と NTF の減衰量のトレードオフの関係によって  $|STF/NTF|$  が信号帯域 ( $\approx \frac{3}{4}f_s$ ) での値を最大にするようにデジタルフィルタのパラメータの最適値を決める .

Q 値の変化に対して ( 1 ) サンプリング技術を用いた場合のシステムの SNDR ( 2 ) サブサンプリング技

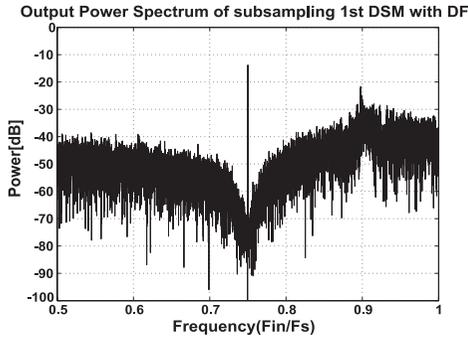


図 9 デジタルフィルタを用いた変調回路の出力スペクトル  
Fig. 9 Output power spectrum of the modulator with digital filter.

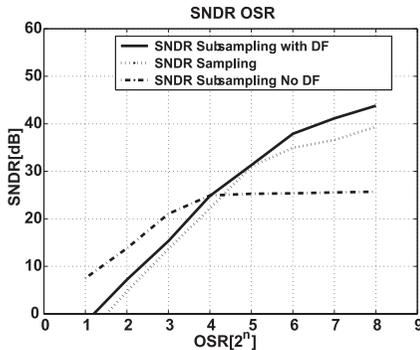


図 10 デジタルフィルタを用いた変調回路の SNDR 効果  
Fig. 10 SNDR result of the modulator with digital filter.

術を用いた場合のシステムの SNDR (3) デジタルフィルタを追加したサブサンプリング技術を用いた場合のシステムの SNDR の比較を図 8 で示す。図 8 から分かるように、サブサンプリング技術だけの場合、システムの SNDR はかなり劣るが、デジタルフィルタを追加したサブサンプリング技術を用いた場合はサンプリング技術を用いた場合と同様な SNDR が得られる (デジタルフィルタを追加することで SNDR は 20 dB 以上改善する)。

例として  $Q = 40$  の場合デジタルフィルタを用いた変調器の Matlab でのシミュレーション結果を図 9 に示す。サブサンプリング技術を用いた一次連続時間  $\Delta\Sigma$ AD 変調器でデジタルフィルタを追加した場合、追加してない場合及びサンプリング技術を用いた変調回路の SNDR の結果比較を図 10 に示す。図 10 から分かるように、サブサンプリングでデジタルフィル

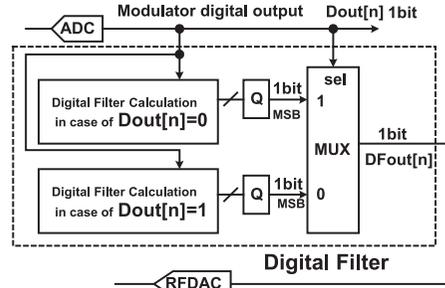


図 11 遅延が小さいデジタルフィルタの構成  
Fig. 11 Digital filter with small latency.

タを追加した場合は OSR が小さいときは (STF ゲイン減衰により) 出力パワーが小さいため SNDR がデジタルフィルタを追加しない場合より低い, OSR が大きくなると SNDR が良くなる (サンプリング技術を用いた場合と同様な SNDR が得られる), すなわち有限  $Q$  値ループ共振回路の変調回路に対しデジタルフィルタによる精度補正の有効性が確認できる。

式 (13) のデジタルフィルタが二次 IIR 型になるため, 直接的実現ではデジタル演算分の遅延が生じる, 解決法として変調回路の内部 ADC 出力 (すなわちデジタルフィルタ入力) が 1 ビットであることを利用する, 時刻  $n-1$  での内部 ADC 出力  $Dout(n-1)$  を得た時点で時刻  $n$  での内部 ADC 出力  $Dout(n)$  が 1 の場合と 0 の場合それぞれを計算する. 時刻  $n$  で内部 ADC の 1 または 0 の出力に応じ各計算結果をマルチプレクサで選択し, 時刻  $n$  でのデジタルフィルタの出力とする. これはキャリー選択加算器 (Carry Select Adder) と同じ考え方である. デジタルフィルタ出力の MSB の 1 ビットを内部 1 ビット DAC の入力とする. このような構成 (図 11) によってデジタルフィルタ追加による信号遅延は 2 入力マルチプレクサの遅延のみにすることができる (詳細は付録 2. で示す) デジタルフィルタの追加による消費電力の増加はその実現法に依存するので, 今後低消費電力実現法を検討していく。

### 5. ループ遅延の影響の補正法

連続時間  $\Delta\Sigma$ AD 変調回路ではループ内の ADC の出力と内部 DAC の出力間のループ遅延 (ELD: Excess Loop Delay) により, AD 変調回路全体の精度が劣化する問題がある [10], [11]. この問題を解決するため, 二つの手法を検討する。

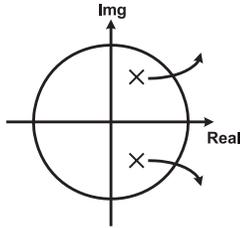


図 12 ループ遅延が大きくなると NTF の極が単位円の外へ移動

Fig. 12 NTF poles move outside the unit circle as ELD increase. o: Zeros, x: Poles

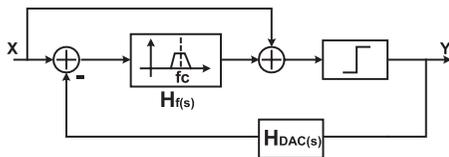


図 13 フィードフォワード型一次 BPΔΣAD 変調器構成  
Fig. 13 1st-order ΔΣAD modulator with feed-forward structure.

(1) ループ遅延の量によって、変調回路のパラメータを調整し精度劣化を補償する手法。

(2) 変調回路にフィードフォワード経路を追加しループ遅延による変調回路全体の精度劣化を補正する手法。

ループ遅延の影響による変調回路の  $z$  領域での等価伝達関数を *Modified-z* 変換で計算した。NTF は次のようになる。

$$NTF(z) \approx \frac{(1 + e^{2\alpha\omega_0 T_s} z^{-2})(1 - z^{-1})}{1 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + g_3 z^{-3} + g_4 z^{-4}} \quad (15)$$

ここで、 $g_1 \dots g_4$  の値はループ共振回路のパラメータ値とループ遅延値によって決定する。式 (15) から分かるように、ループ遅延量により NTF に新たなゼロ点と極が生じ、ループ遅延値によって極が  $z$  領域の単位円内及び単位円外に移動し変調回路が不安定になり得る (図 12)。高次項 ( $z^{-4}$ ) によって生じたポールの影響を低減するため、ループ遅延量によって  $g_1 = -1, g_2 = 0, g_3 = 0, g_4 = 0$  になるように共振回路のパラメータ  $a, b$  等を設定し  $NTF(z) \approx 1 + e^{2\alpha\omega_0 T_s} z^{-2}$  とすることで、ループ遅延の影響を補正することができる。共振回路パラメータ値の設定が完了後、その設定値を基準として  $Q$  値補正用デジタルフィルタのパラメータ値設定をする。

次に、ループ遅延量によるパラメータ値の調整に加

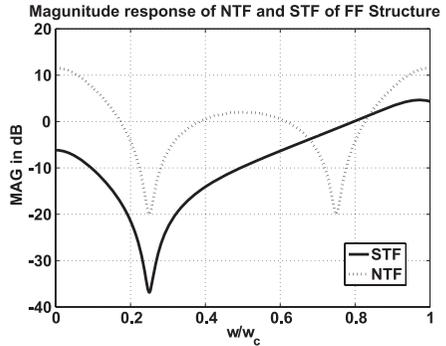


図 14 フィードフォワード型一次 BPΔΣAD 変調回路の NTF と STF のゲイン特性

Fig. 14 NTF and STF of ΔΣAD modulator with feed-forward structure.

表 2 ループ遅延の量に対し最適化したシステムのパラメータ値

Table 2 Optimized parameter values with different ELD values.

	ELD = 10%	ELD = 20%	ELD = 50%
$a_{ff}$	0.075	0.145	0.356
$b_{ff}$	-0.614	-0.542	-0.543
$a$	0.151	0.171	0.474
$b$	-0.454	-0.470	-0.201
	ELD = 60%	ELD = 80%	ELD = 90%
$a_{ff}$	0.502	0.670	0.543
$b_{ff}$	-0.971	-0.109	-0.175
$a$	0.508	0.268	0.138
$b$	-0.264	-0.434	-0.441

えて変調回路にフィードフォワードのパスを追加する構成を検討する (図 13)。入力信号から内部 ADC 入力まで直接に経路を追加した構成を考える。フィードフォワード経路により変調回路の NTF は影響を受けないが、STF は影響を受けて次のようになる。

$$STF(z) = \frac{1 + H_f(s)}{1 + Z[H_{dac}(s)H_f(s)]} \Big|_{s=j\omega, z=e^{j\omega T_s}} \quad (16)$$

NTF, STF の計算結果を図 14 に示す。ループ遅延量に対するシステムのループフィルタのパラメータ  $a, b$  の値を表 2 で示す。ここでパラメータ  $a_{ff}, b_{ff}$  はフィードフォワードの経路を追加した (デジタルフィルタ付き) システムのループ遅延量に合わせたパラメータ値であり、 $a, b$  ではフィードフォワード構造を用いていない (デジタルフィルタなし) システムのループ遅延量に合わせたパラメータ値である。

TSMC の 0.18 μm CMOS プロセスでは NMOS は  $f_T \approx 45$  GHz である (内部の ADC と DAC の構成を

検討している回路では PMOS は負荷として用いているため回路の速度への影響は少ない). 文献 [4] の

$$\rho_d \approx \frac{n_t f_s}{f_T} \quad (17)$$

を利用する. ここで,  $\rho_d$  はループ遅延の  $T_s$  に対する比であり,  $n_t$  は内部 ADC と内部 DAC 回路の縦続段数である. 入力帯域中心周波数  $f_{in} = 2.4$  GHz に対するサブサンプリングでのクロック周波数周波数  $f_s = 3.2$  GHz の場合には (内部 ADC と内部 DAC の合計縦続段数 6 段である) ループ遅延を次の式で見積もることができる.

$$\rho_d \approx \frac{6 \times 3.2}{45} \approx 43\% \quad (18)$$

すなわち, ループ遅延  $T_d$  がサンプリング周期  $T_s$  の

約 43% であるので,  $T_d \approx 50\%T_s$  を想定してシステム解析を行った. ループ遅延が  $T_s$  の 50% の場合のフィードフォワード型一次変調回路 ( $Q$  値補正用デジタルフィルタ付き) の出力パワーの解析結果を図 15 で示す.

また, ループ遅延量が  $T_s$  の 50% のとき変調回路のパラメータ値を調整しない場合, 調整した場合及びフィードフォワード型でパラメータ値を調整した場合の変調回路の SNDR の比較を図 16 で示す. 図 16 から, ループ遅延を見積もり, 変調回路のパラメータを調整することで, SNDR が 20 dB 以上の補正ができたと確認した (連続時間フィードフォワード型変調回路がループ遅延影響軽減に有効であることが確認できた).

### 6. CMOS 回路構成と解析

TSMC の  $0.18 \mu\text{m}$  CMOS プロセスを用いて, 共振回路を設計し回路解析を行った (内部 ADC と内部 DAC は Verilog-A を用いてモデル化した). 共振回路を図 17 で示すようにすべてを CMOS インバータ回路で構成する [12]. 図 17 で用いた内部回路は図 18 で示す. 図 18 (a) は  $G_m$  セル回路であり, 図 18 (b) はコモンモード制御回路であり, 図 18 (c) は回路の  $Q$  値を高くするための正帰還回路である.

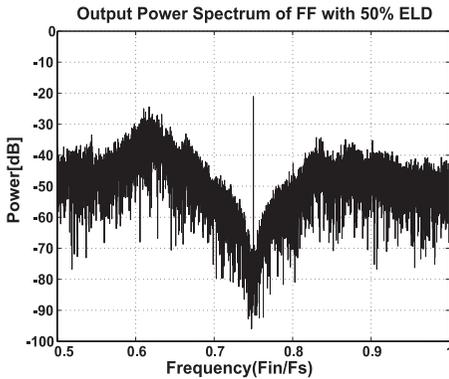


図 15 フィードフォワード型一次  $\Delta\Sigma$ AD 変調回路の出力パワースペクトル

Fig. 15 Output power spectrum of the  $\Delta\Sigma$ AD modulator with feed-forward structure.

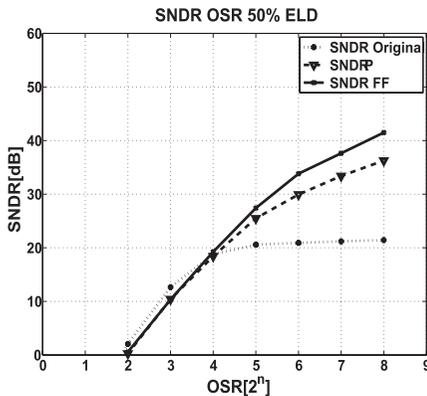


図 16 フェードフォワード構成による SNDR の効果  
Fig. 16 SNDR simulation result of the feed-forward structure in Fig. 12.

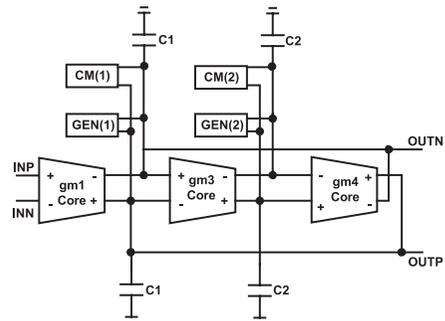


図 17 変調回路の内部共振回路  
Fig. 17 Gm-C resonator circuit in the modulator.

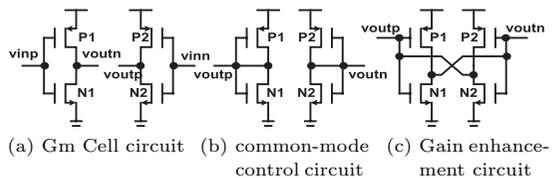


図 18  $\Delta\Sigma$  変調回路に用いる共振回路の内部回路

Fig. 18 Circuit components of the resonator.

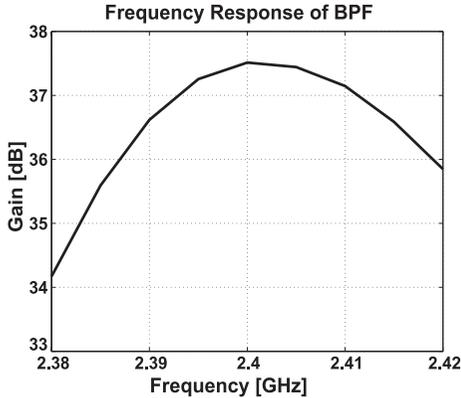


図 19  $\Delta\Sigma$  変調回路に用いる共振回路のゲイン特性  
Fig. 19 Gain characteristics of the resonator in Fig. 16.

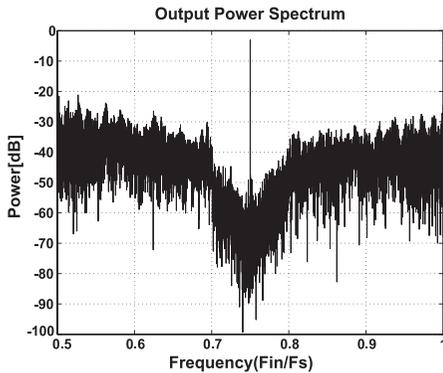


図 20 設計した  $\Delta\Sigma$  変調回路出力パワーの SPICE 解析結果  
Fig. 20 Output power spectrum of  $\Delta\Sigma$  AD modulator obtained by SPICE simulation.

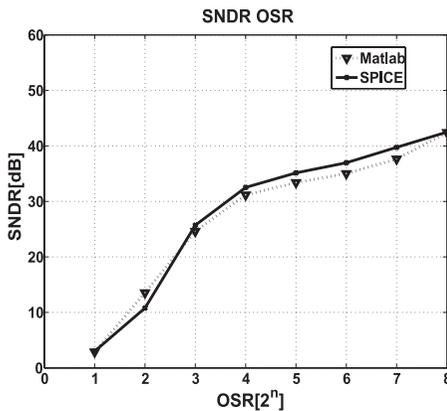


図 21 SPICE と Matlab での  $\Delta\Sigma$  変調回路の SNDR 結果比較  
Fig. 21 Gain comparison between SPICE and Matlab simulations.

図 19 に共振回路の AC 解析と過渡解析 (入力信号は 2 mVpp) によって得られた周波数特性 (ゲイン特性) の結果を示す.  $Q$  値はほぼ 40 が得られた. この共振回路 ( $Q = 40$ ) を用いて, 入力周波数  $f_{in} = 2.4$  GHz, サンプル周波数  $f_s = 3.2$  GHz の条件で SPICE シミュレーションを行った (図 20). SPICE と Matlab の SNDR 解析結果の比較を図 21 で示す ( $Q = 40$  の場合). 両者はほぼ同等であることが確認できた.

## 7. む す び

本論文では RF サンプル用サブサンプル連続時間バンドパス  $\Delta\Sigma$  AD 変調回路の内部共振回路の  $Q$  値の影響を明確化し, デジタルフィルタの補正によって有限  $Q$  値による SNDR 劣化を (20 dB 以上) 補正できることを確認した. またループ遅延に対する変調回路の精度劣化に関し, 遅延量によって変調回路のパラメータ値を調整しフィードフォワード構成を用いることを検討した, 検討手法を用いることでループ遅延量がサンプル周期  $T_s$  の 50% の場合 SNDR を (20 dB 以上) 補正できることを確認した. Matlab と SPICE を用いたシミュレーションで提案手法の有効性を確認した. 今後は高次変調器の設計, 解析を行っていく.

## 文 献

- [1] M. Uemori, H. Kobayashi, T. Ichikawa, A. Wada, K. Mashiko, T. Tsukada, and M. Hotta, "High-speed continuous-time subsampling bandpass  $\Delta\Sigma$  AD modulator architecture," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E89-A, no.4, pp.916-923, April 2006.
- [2] 元澤篤史, 清水一也, 上森将文, ロレ パスカル, 高橋洋介, 飯塚邦彦, 小林春夫, 傘 昊, 高井伸和, 岡本直樹, 西田修造, "RF サンプル連続時間バンドパス  $\Delta\Sigma$  変調器の設計論," 電子情報通信学会第 20 回回路とシステム (軽井沢) ワークショップ, April 2007.
- [3] 元澤篤史, ロレ パスカル, 林 海軍, 田邊朋之, 上森将文, 飯塚邦彦, 小林春夫, 傘 昊, 高井伸和, "RF サンプル連続時間バンドパス  $\Delta\Sigma$  変調器アーキテクチャの検討," 電気学会電子回路研究会, ECT-08-23, March 2008.
- [4] J. Cherry and W. Snelgrove, Continuous Time Delta-Sigma Modulators For High Speed A/D Conversion, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [5] R. Schreier and G. Times, Understanding Delta-Sigma Data Converters, Wiley-IEEE Press, 2004.
- [6] B.K. Thandri and J. Silva-Martinez, "A 60 dB 75 mW bandpass RFADC at 950 MHz using 3.8 GHz clock in 0.25  $\mu\text{m}$  SiGe BiCMOS technology," IEEE J. Solid-State Circuits, vol.42, no.2, pp.269-279, Feb. 2007.
- [7] J. Ryckaert, J. Borremans, B. Verbruggen, and

- G. Van der Plas, "A 2.4 GHz 40 mW 40 dB SFDR 60 MHz bandwidth mirrored-image RF bandpass  $\Delta\Sigma\text{ADC}$  in 90 nm CMOS," IEEE Asian Solid-State Circuits Conference, pp.361-364, Nov. 2008.
- [8] S. Luschas, "Radio frequency digital to analog converter," PHD.dissertation Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [9] C.L. Phillips and H.T. Nagle, Digital Control System, Prentice-Hall, 1990.
- [10] J. Engelen, Stability Analysis and Design of Bandpass Sigma Delta Modulators, 1999.
- [11] J. Engelen and R. Plassche, Bandpass Sigma Delta Modulators, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [12] 林 海軍, 田辺朋之, 傘 昊, 小林春夫, "インバータイプ  $Gm-C$  バンドパスフィルタの解析と設計," 電子情報通信学会第 22 回回路とシステム(軽井沢)ワークショップ, April 2009.

## 付 録

### 1. 連続時間 $\Delta\Sigma\text{AD}$ 変調回路 NTF の計算及びパラメータの決め方

この付録では一次連続時間  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調回路の NTF の計算を行い, 等価離散時間の NTF にマッピングした式 (7) の導出を示し,  $d_1, d_2, d_3$  の計算結果を示す.

図 2 (b) で示す連続時間一次バンドパス  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調回路の開ループ伝達関数  $H_{loop}(s) = H_f(s) \cdot H_{dac}(s)$  とする. その離散時間等価伝達関数を  $H_{loop}(z)$  とすると, 連続時間一次バンドパス  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調回路のノイズ伝達関数 (NTF) は次の式で表せる.

$$NTF(z) = \frac{1}{1 + Z[H_{loop}(s)]} = \frac{1}{1 + H_{loop}(z)} \quad (\text{A}\cdot 1)$$

RFDAC の伝達関数  $H_{dac}(s)$  は式 (6) で表し, 二つの式に分けられる.

$$H_{dac}(s) = H_{dac1}(s) \cdot H_{dac2}(s).$$

ここで

$$\begin{aligned} H_{dac1}(s) &= \frac{1}{2}(1 - e^{-\frac{1}{2}sT_s})^2 \\ &= \frac{1}{2}(1 - 2e^{-\frac{1}{2}sT_s} + e^{-sT_s}) \end{aligned}$$

$$H_{dac2}(s) = \frac{4\omega_s^2}{s(s^2 + 4\omega_s^2)}$$

ここで  $z^{-1} = e^{-sT_s}$  として計算を行うと

$$H_{dac1}(s) = \frac{1}{2}(1 + z^{-1}) - \frac{1}{2}(2e^{-\frac{1}{2}sT_s})$$

$$H_{dac1p}(s) = \frac{1}{2}(1 + z^{-1}) \text{ と定義し, } H_{dac1m}(s) =$$

$\frac{1}{2}(2e^{-\frac{1}{2}sT_s})$  と定義すると

$$H_{dac1}(s) = H_{dac1p}(s) - H_{dac1m}(s)$$

$$H_{loop}(s) \text{ を } H_{loop}(s) = H_{loop1}(s) - H_{loop2}(s)$$

と表示することができる.

$$H_{loop1}(s) = H_f(s)H_{dac1p}(s)H_{dac2}(s)$$

$$H_{loop2}(s) = H_f(s)H_{dac1m}(s)H_{dac2}(s).$$

ここで

$$H_d(s) = H_f(s)H_{dac2}(s)$$

と表すと次のようになる.

$$H_d(s) = \frac{a \cdot \omega_0 s + b \cdot \omega_0^2}{(s - s_1)(s - s_2)} \frac{4\omega_s^2}{s(s^2 + 4\omega_s^2)} \quad (\text{A}\cdot 2)$$

すなわち

$$H_{loop1}(s) = H_{dac1p}(s)H_d(s)$$

$$H_{loop2}(s) = H_{dac1m}(s)H_d(s)$$

に表せる. それを離散時間伝達関数にマッピングする場合, その等価伝達関数を次の式で表す.

$$H_{loop1}(z) = Z[H_{dac1p}(s)H_d(s)]$$

$$H_{loop2}(z) = Z[H_{dac1m}(s)H_d(s)].$$

$H_{loop1}(z)$  は  $z$  変換によって計算する [9],  $H_{dac1m}(s)$  の中に  $e^{-\frac{1}{2}sT_s}$  があるが, これは  $0.5T_s$  の遅延を意味し, 遅延が  $\Delta T$  の場合, 計算上  $\Delta = 1 - m$  になる. *Modified- $z$*  変換 [9] を用いて  $H_{loop2}(z)$  の計算を行う.

$$H_{loop1}(z) = \frac{1}{2}(1 + z^{-1}) \sum_{n=1}^N \text{Res}_{s=s_n} \frac{H_d(s)}{1 - e^{sT_s} z^{-1}}$$

$$H_{loop2}(z) = z^{-1} \sum_{n=1}^N \text{Res}_{s=s_n} \frac{e^{msT_s} H_d(s)}{1 - e^{sT_s} z^{-1}}.$$

ここで  $m = 0.5$  である.  $H_d(s)$  の留数は  $0, s_1, s_2, \pm 2j\omega$  である. 各留数に対し計算を行う,

$$Z[H_d(0)] = \frac{b}{1 - z^{-1}},$$

$$Z[H_d(s_1)] = \frac{C_3 + jC_4}{C_1 + jC_2} \frac{1}{1 - z^{-1}e^{s_1\omega_0 T_s}},$$

$$Z[H_d(s_2)] = \frac{C_3 - jC_4}{C_1 - jC_2} \frac{1}{1 - z^{-1}e^{s_2\omega_0 T_s}},$$

$$Z[H_d(2j\omega)] = \frac{b + 2j\gamma a}{C_5 - jC_6} \frac{1}{1 - z^{-1}e^{j2\omega T_s}},$$

$$Z[H_d(-2j\omega)] = \frac{b - 2j\gamma a}{C_5 + jC_6} \frac{1}{1 - z^{-1}e^{-j2\omega T_s}} = \frac{t_{p9} - t_{p10}z^{-1}}{1 - f_1z^{-1} + f_2z^{-2}} + \frac{t_{p12}}{1 - z^{-1}}$$

ここで、各パラメータの値は次のようになる。

$$\omega = \frac{2\pi}{T_s} \text{ (正規化したサンプリング角周波数)},$$

$$\gamma = 4/3 \text{ (サブサンプリング係数)},$$

$$\omega_0 = \gamma\omega, t_u = \alpha^2 - \beta^2 + 4\gamma^2.$$

$C_1 \cdots C_6$  は次のようになる。

$$C_1 = -2\gamma^2(t_u + 2\alpha^2); C_2 = 2\alpha\beta(t_u - 2\beta^2);$$

$$C_3 = (a\alpha + b)4\gamma^2; C_4 = 4\gamma^2 a\beta;$$

$$C_5 = -2(1 - 4\gamma^2); C_6 = -8\alpha\gamma.$$

また  $H_d(z) = Z[H_d0] + \cdots + Z[H_d(-2j\omega)]$  とすると  $H_d(z)$  は次のようになる。

$$H_d(z) = \frac{t_{p3} - t_{p4}z^{-1}}{1 - f_1z^{-1} + f_2z^{-2}} + \frac{t_{p8}}{1 - z^{-1}} \quad (\text{A.3})$$

ここで、 $f_1 = 2\cos(\beta\omega_0 T_s)e^{\alpha\omega_0 T_s}$ ,  $f_2 = e^{2\alpha\omega_0 T_s}$

$$t_{p1} = C_1C_3 + C_2C_4, t_{p2} = C_1C_4 - C_2C_3,$$

$$t_{p3} = \frac{2t_{p1}}{C_1^2 + C_2^2},$$

$$t_{p4} = \frac{2e^{\alpha\omega_0 T_s}(t_{p1}\cos(\beta\omega_0 T_s) + t_{p2}\sin(\beta\omega_0 T_s))}{C_1^2 + C_2^2},$$

$$t_{p5} = bC_5 - 2\gamma aC_6, t_{p6} = bC_6 + 2\gamma aC_5,$$

$$t_{p7} = \frac{2t_{p5}}{C_5^2 + C_6^2}, t_{p8} = t_{p7} + b.$$

$H_{loop2}(z)$  の計算にあたって、 $H_d(z)$  は Modified- $z$  変換によって計算され、 $H_d(z, m)$  と表示する。同様に各留数に対し計算を行う。

$$Z[H_d(0, m)] = \frac{b}{1 - z^{-1}},$$

$$Z[H_d(s_1, m)] = \frac{C_3 + jC_4}{C_1 + jC_2} \frac{e^{ms_1\omega_0 T_s}}{1 - z^{-1}e^{s_1\omega_0 T_s}},$$

$$Z[H_d(s_2, m)] = \frac{C_3 - jC_4}{C_1 - jC_2} \frac{e^{ms_2\omega_0 T_s}}{1 - z^{-1}e^{s_2\omega_0 T_s}},$$

$$Z[H_d(2j\omega, m)] = \frac{b + 2j\gamma a}{C_5 - jC_6} \frac{e^{m2j\omega T_s}}{1 - z^{-1}e^{j2\omega T_s}},$$

$$Z[H_d(-2j\omega, m)] = \frac{b - 2j\gamma a}{C_5 + jC_6} \frac{e^{-m2j\omega T_s}}{1 - z^{-1}e^{-j2\omega T_s}}$$

ここで

$$H_d(z, m) = Z[H_d0, m] + \cdots + Z[H_d(-2j\omega, m)]$$

と計算できる。各パラメータの値は次のようになる。

$$t_{p9} = \frac{2e^{m\alpha\omega T_s}(t_{p1}\cos(m\beta\omega_0 T_s) - t_{p2}\sin(m\beta\omega_0 T_s))}{C_1^2 + C_2^2},$$

$$t_{p10} = \frac{2e^{(1-m)\alpha\omega T_s}(t_{p1}\cos((1-m)\beta\omega_0 T_s) + t_{p2}\sin((1-m)\beta\omega_0 T_s))}{C_1^2 + C_2^2},$$

$$t_{p11} = 2 \frac{t_{p5}\cos(2m\omega T_s) - t_{p6}\sin(2m\omega T_s)}{C_5^2 + C_6^2},$$

$$t_{p12} = b + t_{p11}.$$

これらの計算によって、開ループの伝達関数  $H_{loop}(s)$  の等価離散時間伝達関数  $H_{loop}(z)$  は以下のように計算できる。

$$H_{loop}(z) = H_{loop1}(z) - H_{loop2}(z) = \frac{1}{2}[(1 + z^{-1})H_d(z) - 2z^{-1}H_d(z, m)]$$

$m = 0.5$ ,  $\omega = 2\pi$  を代入すると、 $t_{p8} = t_{p12}$  が分かる。 $H_{loop}(z)$  を計算すると

$$H_{loop}(z) = \frac{1}{2} \left( \frac{t_{p3} + t_{p13}z^{-1} + t_{p14}z^{-2}}{1 - f_1z^{-1} + f_2z^{-2}} + t_{p8} \right) \quad (\text{A.4})$$

ここで、 $t_{p13} = t_{p3} - t_{p4} - 2t_{p9}$ ,  $t_{p14} = 2t_{p10} - t_{p4}$  連続時間一次  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調回路の  $z$  領域での等価 NTF 式 (A.1) に  $H_{loop}(z)$  を代入し、NTF は次のように表現できる (式 (7))。

$$NTF(z) = \frac{1 - f_1z^{-1} + f_2z^{-2}}{d_1 + d_2z^{-1} + d_3z^{-2}} \quad (\text{A.5})$$

ここで

$$d_1 = \frac{t_{p3} + t_{p8}}{2} + 1$$

$$d_2 = \frac{t_{p13}}{2} - f_1 \left( \frac{t_{p8}}{2} + 1 \right)$$

$$d_3 = \frac{t_{p14}}{2} + f_2 \left( \frac{t_{p8}}{2} + 1 \right)$$

となる。この計算によって、サブサンプリング技術 ( $f_{in} = \frac{3}{4}f_s$ ) より RFDAC を用いた連続時間一次  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調回路の等価離散時間 NTF が得られる。またデジタルフィルタを追加した場合やループ遅延を考慮する場合の NTF の計算は以上の計算によって算出することができる。

## 2. デジタルフィルタ設計のコンセプト

式 (13) から図 11 で示した有限  $Q$  値補正用デジタルフィルタの時間領域表現は次のようになる, 帯域フィルタなので入力, 出力共に一次項はゼロである.

$$y[n] = x[n] + f_{n2}x[n-2] - f_{d2}y[n-2] \quad (\text{A}\cdot6)$$

ここでの  $x[n]$  は変調回路出力  $D_{out}[n]$  であり,  $y[n]$  は計算ブロックで計算された  $D_{out}[n] = 0$  または  $1$  の場合の出力である. また  $z[n]$  は  $y[n]$  の量子化された値であり, マルチプレクサの選択入力である.

$$z[n] = \begin{cases} 1 & (\text{when } y[n] \geq 0) \\ 0 & (\text{when } y[n] \leq 0) \end{cases} \quad (\text{A}\cdot7)$$

時刻  $n-2$  では次の計算を行う.

$$y_n^1 = 1 + f_{n2}x[n-2] - f_{d2}y[n-2] \quad (\text{A}\cdot8)$$

$$z_n^1 = \begin{cases} 1 & (\text{when } y_n^1 \geq 0) \\ 0 & (\text{when } y_n^1 \leq 0) \end{cases} \quad (\text{A}\cdot9)$$

また,

$$y_n^0 = f_{n2}x[n-2] - f_{d2}y[n-2] \quad (\text{A}\cdot10)$$

$$z_n^0 = \begin{cases} 1 & (\text{when } y_n^0 \geq 0) \\ 0 & (\text{when } y_n^0 \leq 0) \end{cases} \quad (\text{A}\cdot11)$$

時刻  $n-1$  では同様な計算を行う.

$$y_{n+1}^1 = 1 + f_{n2}x[n-1] - f_{d2}y[n-1]$$

$$y_{n+1}^0 = f_{n2}x[n-1] - f_{d2}y[n-1]$$

時刻  $n$  のとき, マルチプレクサの  $n$  時刻での出力  $D_{out}[n]$  を出力させる.

$$x[n] = 1 \text{ のとき} \implies D_{out}[n] = z_n^1$$

$$x[n] = 0 \text{ のとき} \implies D_{out}[n] = z_n^0$$

すなわち, 入出力とも一次項がゼロであるので (1 クロック周期余裕をもって) 時刻  $n-2$  から時刻  $n$  の場合の出力の計算を始めることができる.

(平成 21 年 6 月 5 日受付, 9 月 17 日再受付)



林 海軍

2004 群馬大・工・電気電子卒. 2006 同大大学院修士課程了. 同年フリースケール・セミコンダクタジャパン入社. 現在同大学院博士課程在学中. 高速 A-D 変換回路, 高周波アナログフィルタ, ADPLL に関心をもつ.



元澤 篤史

2006 群馬大・工・電気電子卒. 2008 同大大学院修士課程了. 同年ルネサステクノロジ(株)入社. 高速 A-D 変換回路, 高周波アナログフィルタに関心をもつ.



田邊 朋之

2007 群馬大・工・電気電子卒. 2009 同大大学院修士課程了. 同年旭化成エレクトロニクス(株)入社. 高周波アナログフィルタ, ADPLL に関心をもつ.



ロレ パスカル

2003 Ecole Supérieure d'Ingenieurs en Electronique et Electrotechnique Paris (ESIEE Paris) 修士課程了. 同年シャープ(株)入社.  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変換回路, 高周波回路, アナログ回路に関心をもつ.



飯塚 邦彦 (正員)

1981 大阪大学大学院理学研究科数学専攻博士前期課程了. 1984 同後期課程単位取得退学. 同年シャープ(株)入社. 以来, ニューラルネットワーク, ビジョンシステム, 超並列アナログ信号処理回路, 高精度 AD 変換回路の研究, 無線通信用, 放送受信用ミックスドシグナル LSI の開発に従事. ポストン大学客員研究員 (1991~1993). 本会関西支部評議員 (1998~1999), 同庶務幹事 (2000~2001), IEEE ISSCC プログラム委員 (2002~2008). IEEE ISSCC 極東委員会委員長 (2006~2007). IEEE A-SSCC プログラム委員 (2007~). IEEE A-SSCC データコンバータ分科会委員長 (2008~). 群馬大地域共同研究センター客員教授 (2007~2008). IEEE SSCS Kansai Chapter 副委員長 (2009~). IEEE Journal of Solid-State Circuits 編集委員 (2009~). 本会英文論文誌特集号編集長 (2009). 電気学会高周波集積回路効率的设计のための基盤技術調査専門委員会委員 (2009~). IEEE 会員. 工博 (2009, 東工大).



小林 春夫 (正員)

1980 東大・工・計数卒．1982 同大学院修士課程了．同年横河電機製作所入社．1989 米国カリフォルニア大学ロサンゼルス校 (UCLA) 電気工学科修士課程了．1997 群馬大学助教授，2002 同教授．2007 同大学院教授．ミックスド・シグナル集積回路設計，信号処理アルゴリズムに関心をもつ．IEEE 会員．  
工博 (早大)



傘 昊 (正員)

2000 群馬大学大学院修士課程了．2004 同大学院博士課程了．博士 (工学)．同年群馬大・工助手，2007 から同工学研究科助教，2009 東京都市大学準教授．アナログ集積回路に関する研究に従事．2005 回路とシステム (軽井沢) ワークショップ奨励賞受賞．IEEE 会員．



高井 伸和 (正員)

1993 東京理科大卒．1995 同大学院修士課程了．1999 東京工業大学大学院博士課程了．博士 (工学)．同年東京工芸大学・講師，2004 から群馬大学・講師．アナログ集積回路に関する研究に従事．1999 IEEJ ベストペーパー受賞．IEEE，IEEJ 各会員．