

サンプリング回路の解析

Analysis of Sampling Circuit

新井 美保 志水 勲 小林 春夫

群馬大学

久保 和良

小山工業高等専門学校

アウトライン

- 研究背景・目的
- 非線形性解析
- 有限アパーチャ時間の影響解析
- 時間と周波数の不確定性関係
- まとめ

アウトライン

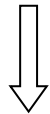
- 研究背景・目的
- 非線形性解析
- 有限アパーチャ時間の影響解析
- 時間と周波数の不確定性関係
- まとめ

研究背景

電子機器の小型化

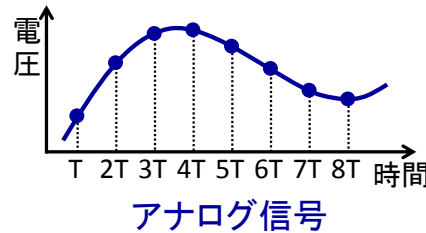


アナログ・デジタル混載LSIの需要 → 高

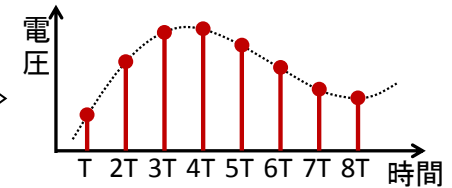


重要な回路

A/D変換器



アナログ信号



デジタル信号

A/D変換 = 変換時間が必須



サンプリング回路

= 誤差が最終的なデジタル値に影響



高性能化

目的

サンプリング回路の非理想特性

{ 非線形性
有限アパーチャ時間



影響の明確化

サンプリング回路の不確定性関係

{ 有限アパーチャ時間
RC時定数
帯域幅



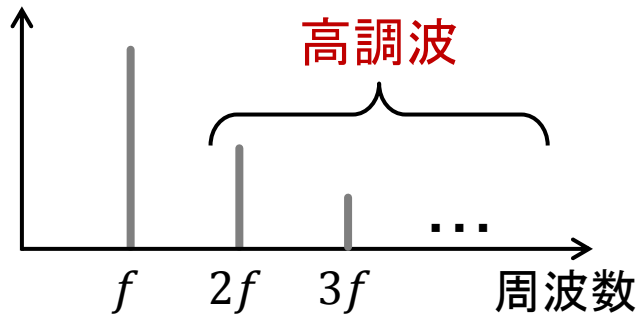
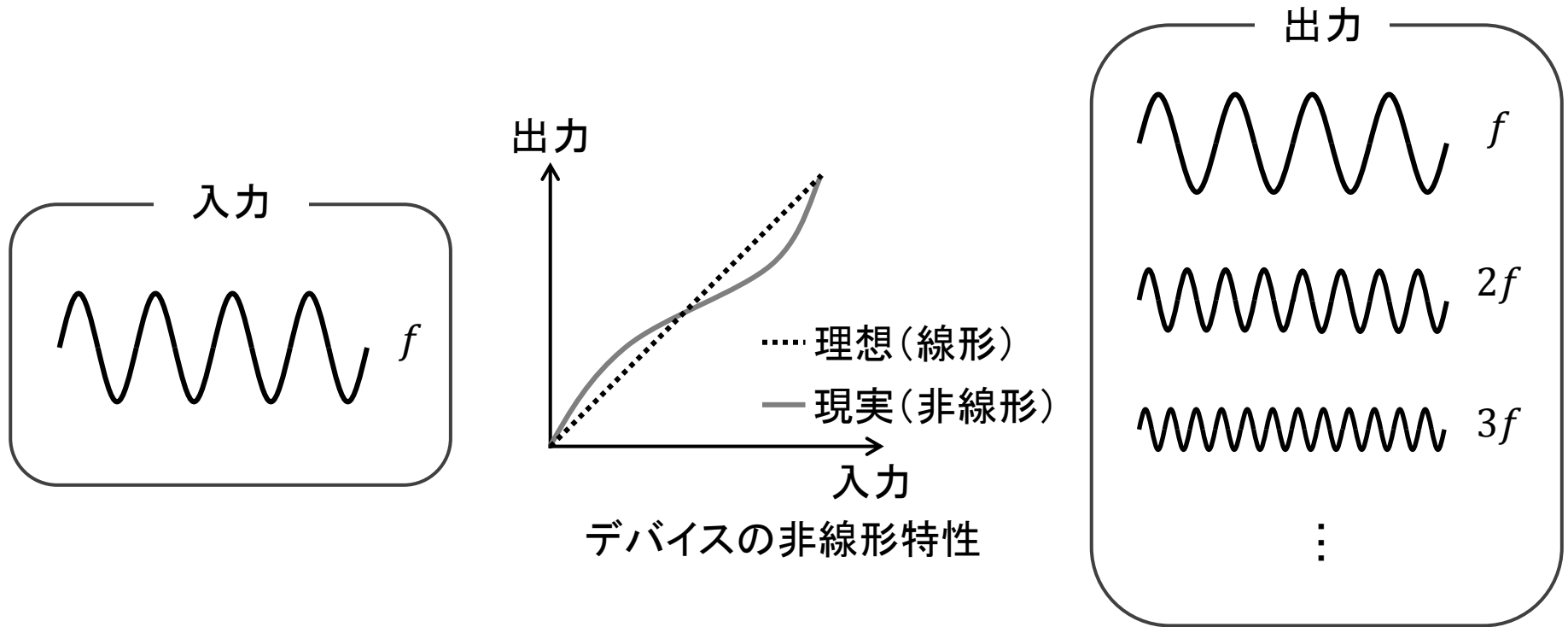
不確定性関係の導出

サンプリング回路の理論的基礎の確立

アウトライン

- 研究背景・目的
- **非線形性解析**
- 有限アパーチャ時間の影響解析
- 時間と周波数の不確定性関係
- まとめ

背景

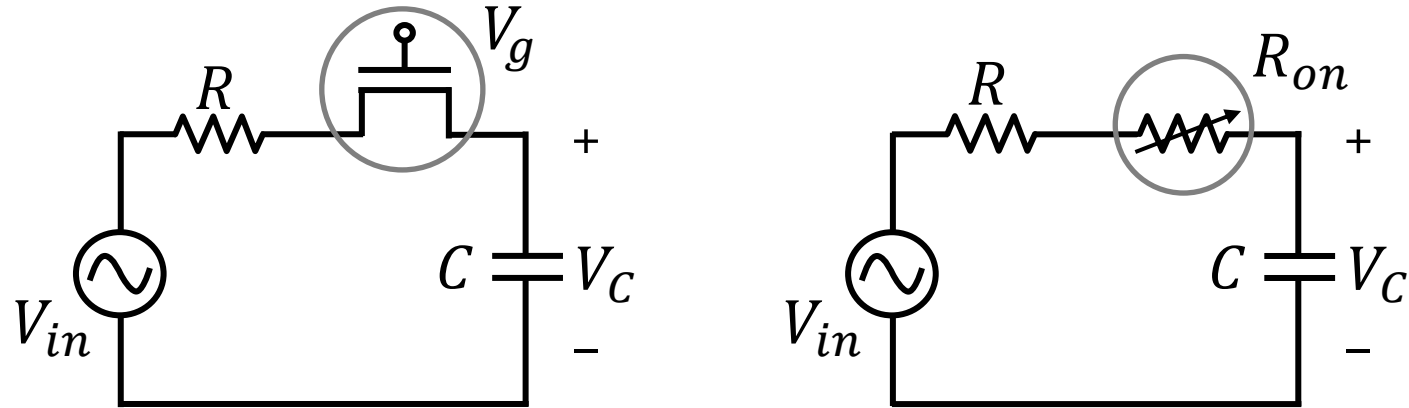


高調波発生 = 歪波発生



非線形性と高調波の関係性
明確化が必要

目的



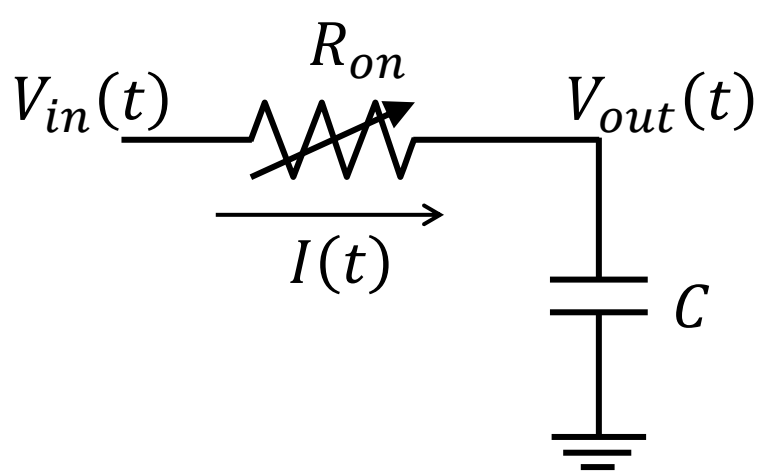
CMOSスイッチの非線形性に着目



トラックモードにおける非線形性解析

オン抵抗の入力電圧依存性と高調波歪の影響の定量化

RC回路の入出力関係



$$I(t) = \frac{V_{in}(t) - V_{out}(t)}{R_{on}}$$

$$q(t) = CV_{out}(t)$$

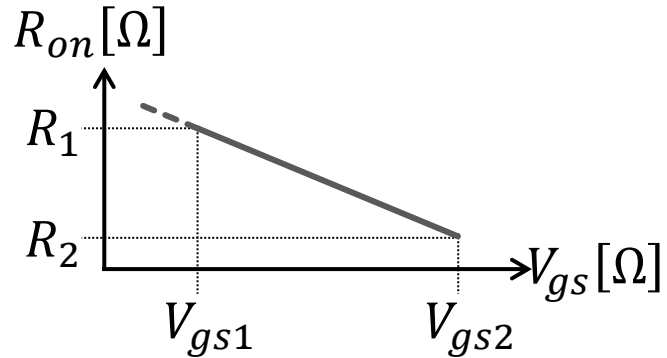
$$\frac{dq(t)}{dt} = C \frac{dV_{out}(t)}{dt}$$

$$I(t)dt = CdV_{out}(t)$$

$$\frac{dV_{out}(t)}{dt} = \frac{V_{in}(t) - V_{out}(t)}{C \cdot R_{on}}$$

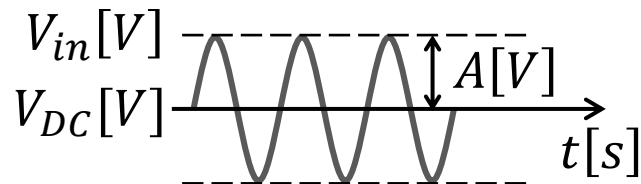
R_{on} と V_{in} の定量化

■ R_{on}



$$R_{on} = -\frac{R_2 - R_1}{V_{gs2} - V_{gs1}} V_{in} + R_2$$

■ V_{in}



$$V_{in}(t) = A \sin(\omega t) + V_{DC}$$

$$\frac{dV_{out}(t)}{dt} = \frac{V_{in}(t) - V_{out}(t)}{C \cdot R_{on}}$$

$$C \left\{ -\frac{R_2 - R_1}{V_{gs2} - V_{gs1}} (A \sin(\omega t) + V_{DC}) + R_2 \right\} \frac{dV_{out}(t)}{dt} + V_{out} = A \sin(\omega t) + V_{DC}$$

V_{out} について

$$C \left\{ -\frac{R_2 - R_1}{V_{gs2} - V_{gs1}} (A \sin(\omega t) + V_{DC}) + R_2 \right\} \frac{dV_{out}(t)}{dt} + V_{out} = A \sin(\omega t) + V_{DC}$$

V_{out} のフーリエ級数展開

$$V_{out} = \beta_0 + \sum_k [\alpha_k \sin(\omega t) + \beta_k \cos(\omega t)]$$

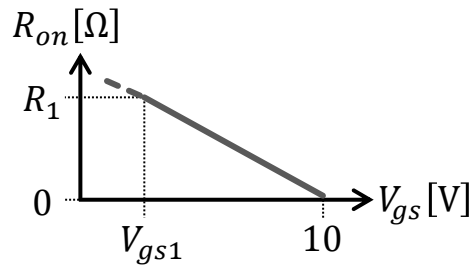
$$\Downarrow k = 3$$

$$\begin{aligned} V_{out} = & \beta_0 + \alpha_1 \sin(\omega t) + \beta_1 \cos(\omega t) \\ & + \alpha_2 \sin(2\omega t) + \beta_2 \cos(2\omega t) \\ & + \alpha_3 \sin(3\omega t) + \beta_3 \cos(3\omega t) \end{aligned}$$

$$k\text{次高調波} = \sqrt{(\alpha_k)^2 + (\beta_k)^2}$$

導出式の特性の考察

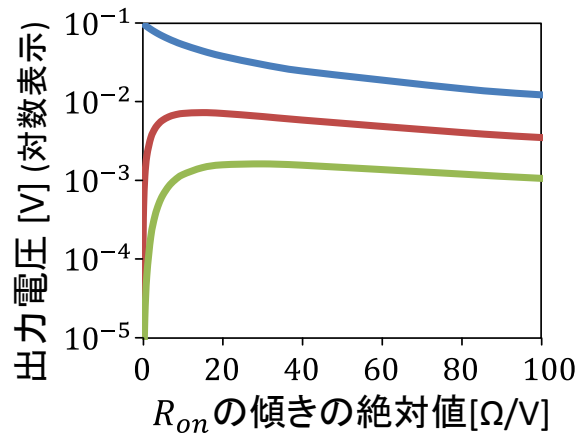
$$C \left\{ -\frac{R_2 - R_1}{V_{gs2} - V_{gs1}} (A \sin(\omega t) + V_{DC}) + R_2 \right\} \frac{dV_{out}(t)}{dt} + V_{out} = A \sin(\omega t) + V_{DC}$$



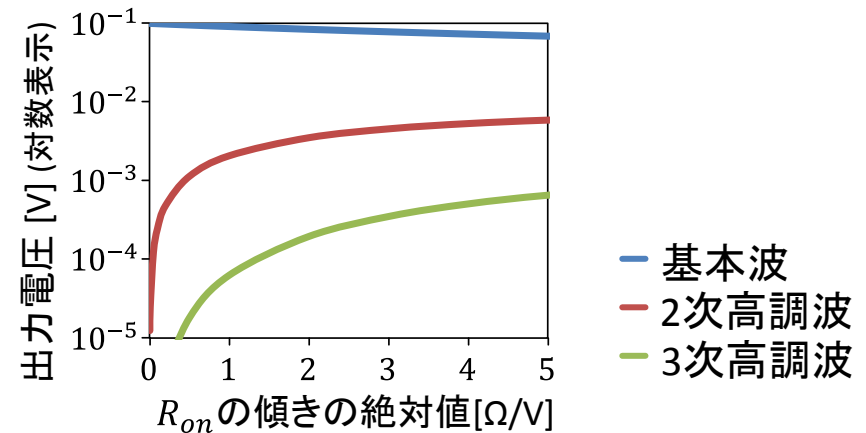
R_{on} 以外の変数 = 1

R_{on} だけを変数として

R_{on} の傾きと高調波の出力電圧の関係を算出



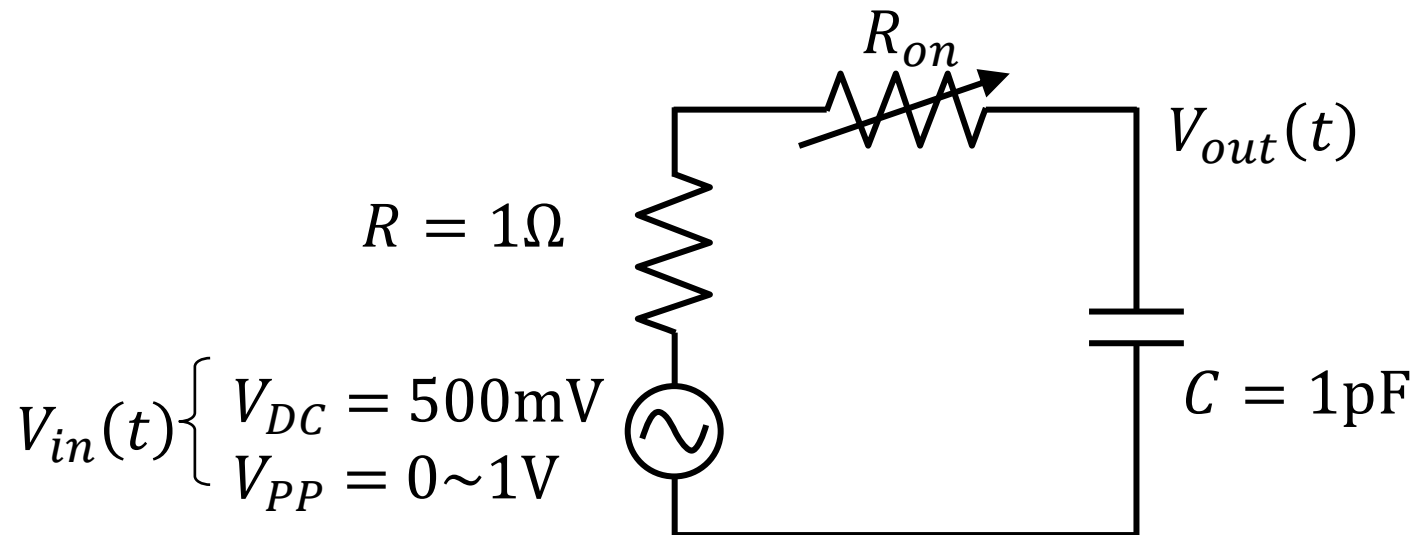
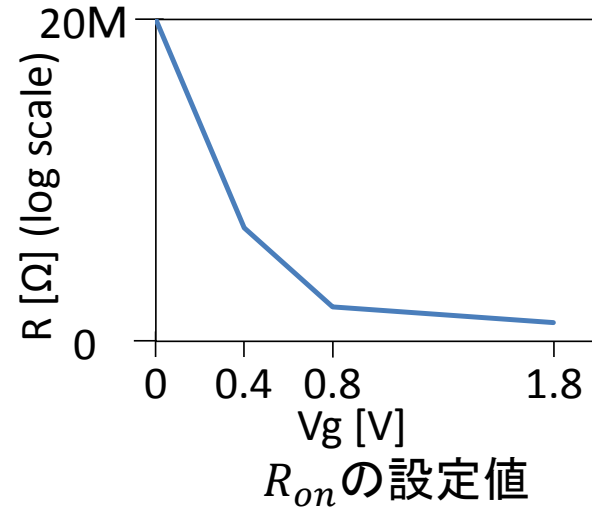
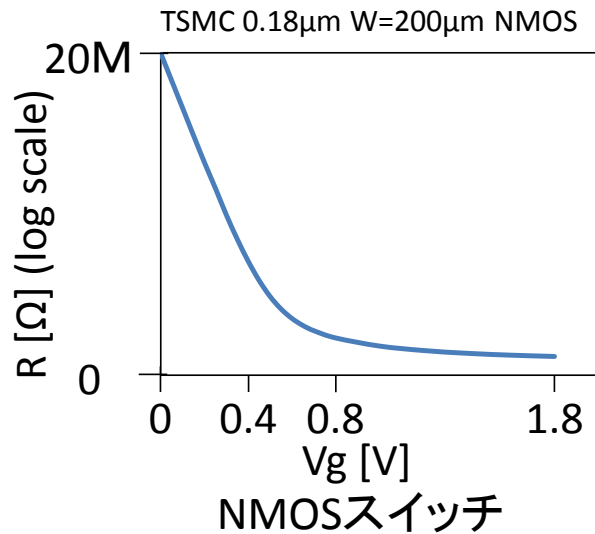
»»



基本波: 振幅値が0.1Vから0Vへと収束

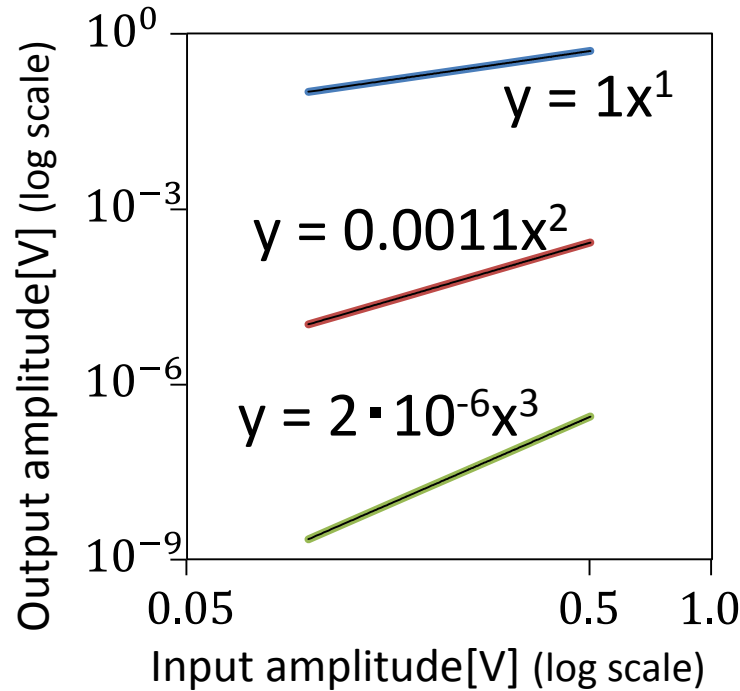
高調波: 振幅値にピークを有し0Vへと収束

解析条件

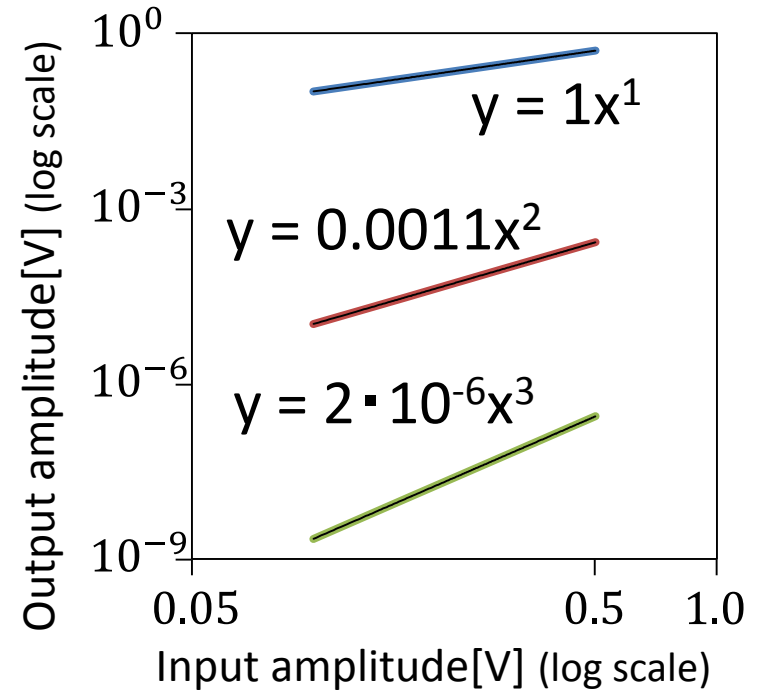


$f_{in} = 100\text{MHz}$ の検証結果

■ 100MHz



計算結果



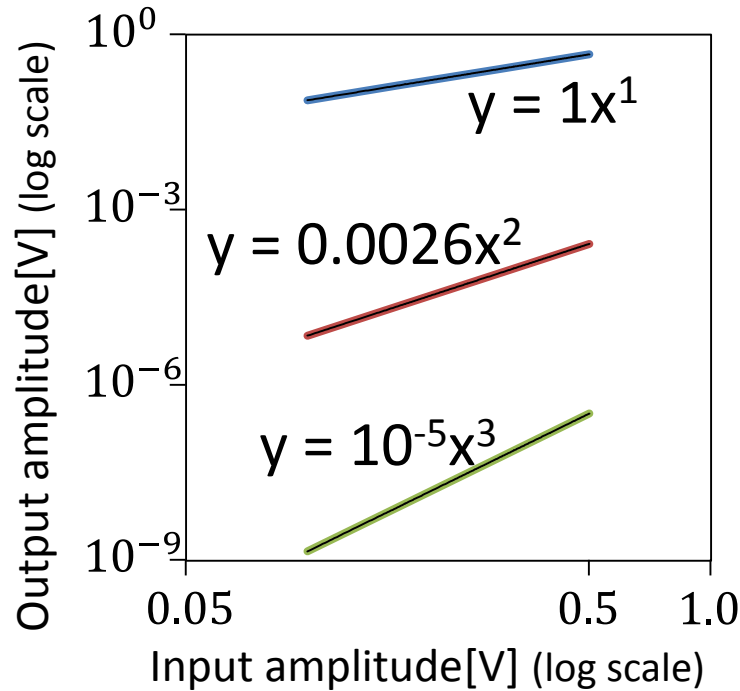
解析結果

計算結果 = 解析結果

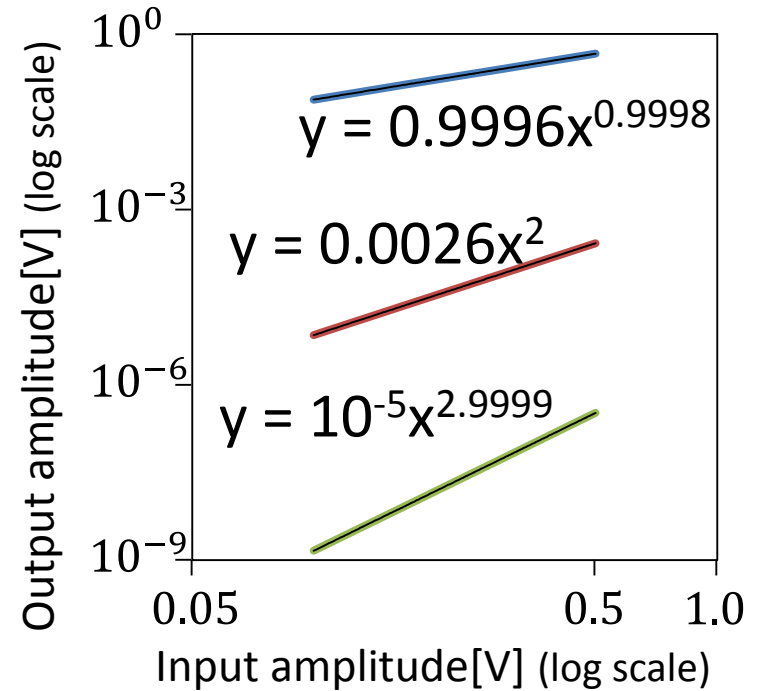
- 基本波
- 2次高調波
- 3次高調波

$f_{in} = 250\text{MHz}$ の検証結果

■ 250MHz



計算結果



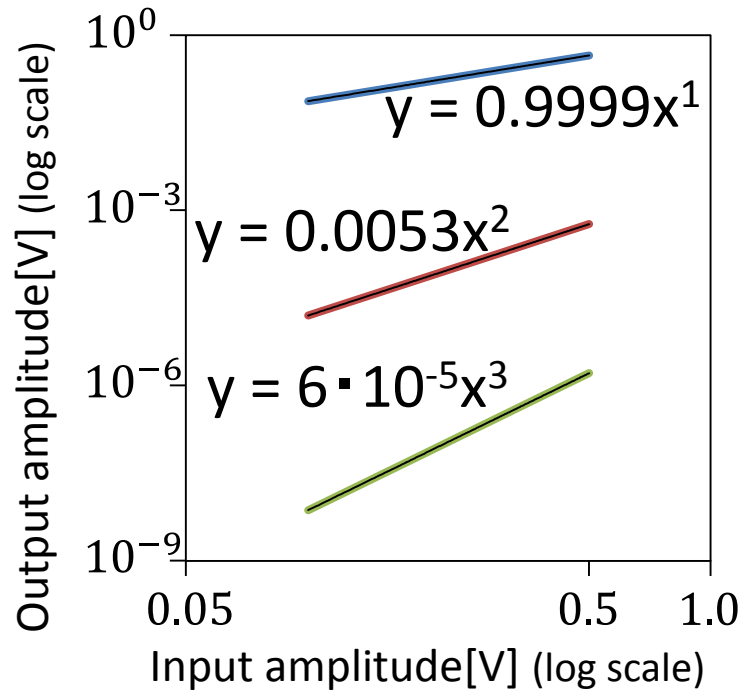
解析結果

計算結果 ≒ 解析結果

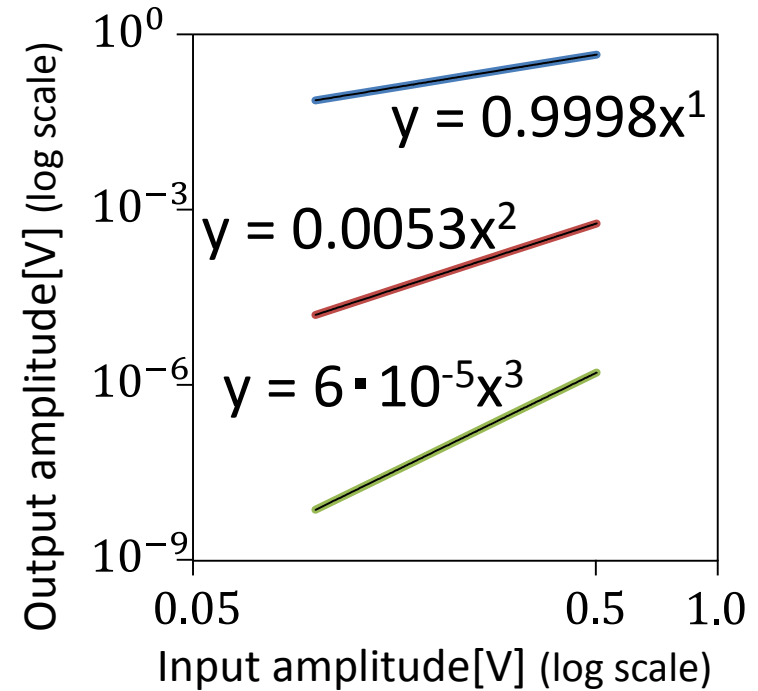
- 基本波
- 2次高調波
- 3次高調波

$f_{in} = 500\text{MHz}$ の検証結果

■ 500MHz



計算結果

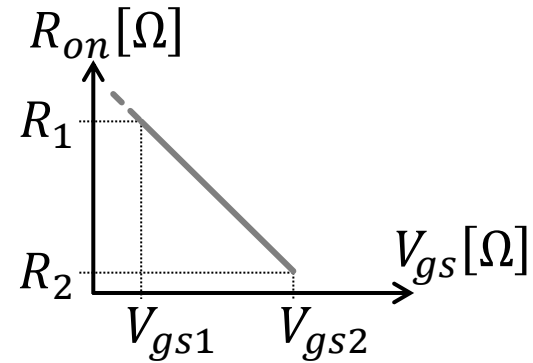
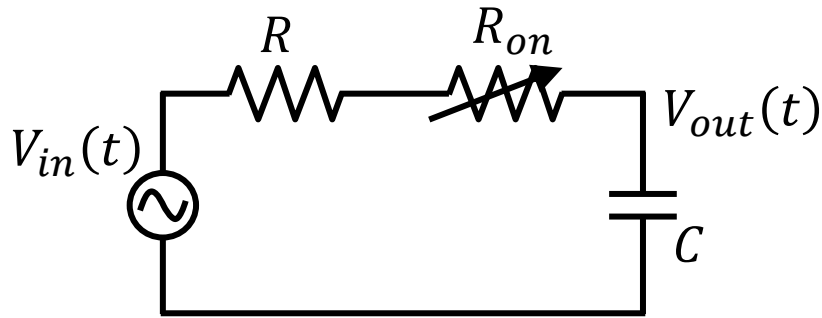


解析結果

計算結果 = 解析結果

- 基本波
- 2次高調波
- 3次高調波

まとめ



$$C \left\{ -\frac{R_2 - R_1}{V_{gs2} - V_{gs1}} (A \sin(\omega t) + V_{DC}) + R_2 \right\} \frac{dV_{out}(t)}{dt} + V_{out} = A \sin(\omega t) + V_{DC}$$

$$V_{out} = \beta_0 + \alpha_1 \sin(\omega t) + \beta_1 \cos(\omega t) \\ + \alpha_2 \sin(2\omega t) + \beta_2 \cos(2\omega t) \\ + \alpha_3 \sin(3\omega t) + \beta_3 \cos(3\omega t)$$

$$k\text{次高調波} \\ = \sqrt{(\alpha_k)^2 + (\beta_k)^2}$$

数値計算結果 \doteq 解析結果



NMOSのオン抵抗と高調波歪の影響の定量化に成功

アウトライン

- 研究背景・目的
- 非線形性解析
- 有限アパーチャ時間の影響解析
- 時間と周波数の不確定性関係
- まとめ

研究背景・目的

■ 背景

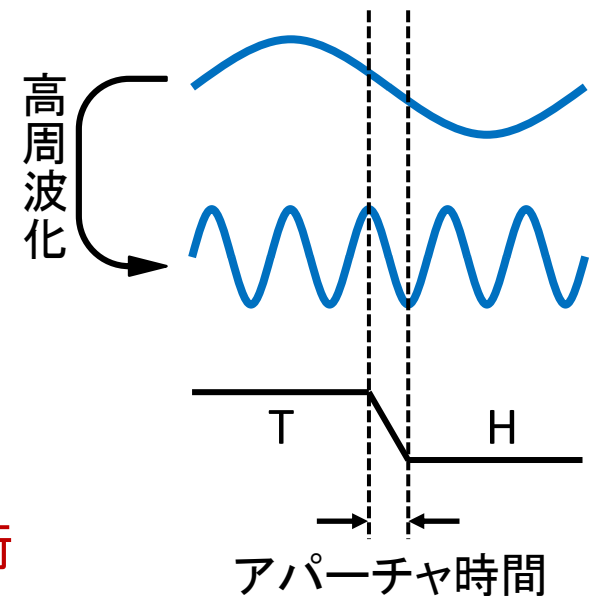
CMOSプロセスの微細化による
信号の高周波化



サンプリングにおける
アパーチャ時間の影響が顕在化
サンプリング: 波形取得において重要な技術



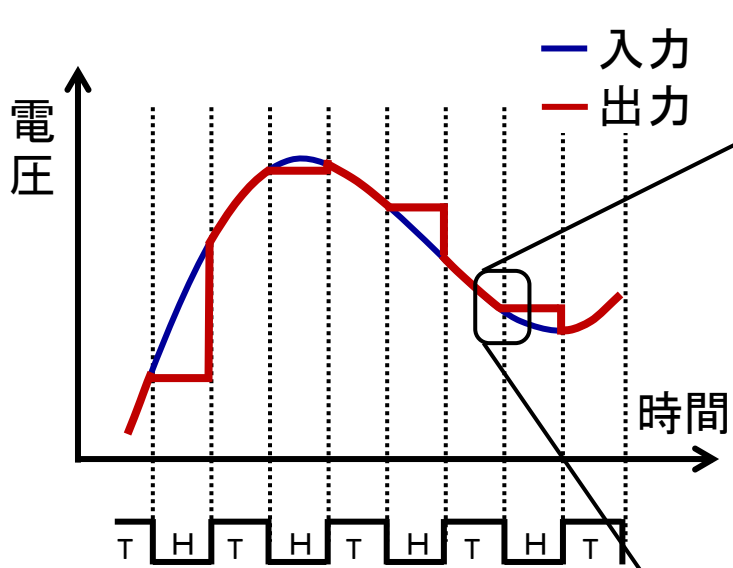
アパーチャ時間の影響を考慮して解析を行う必要がある



■ 目的

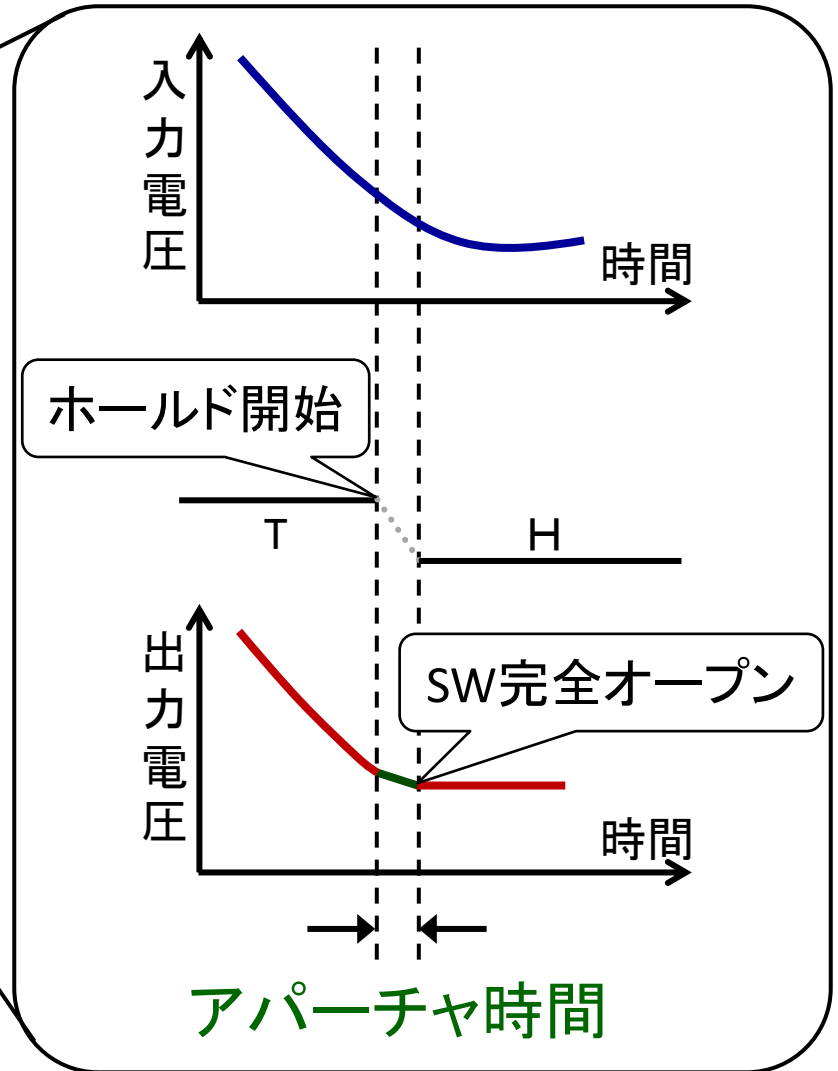
アパーチャ時間の影響の定量化

アパーチャ時間の定義

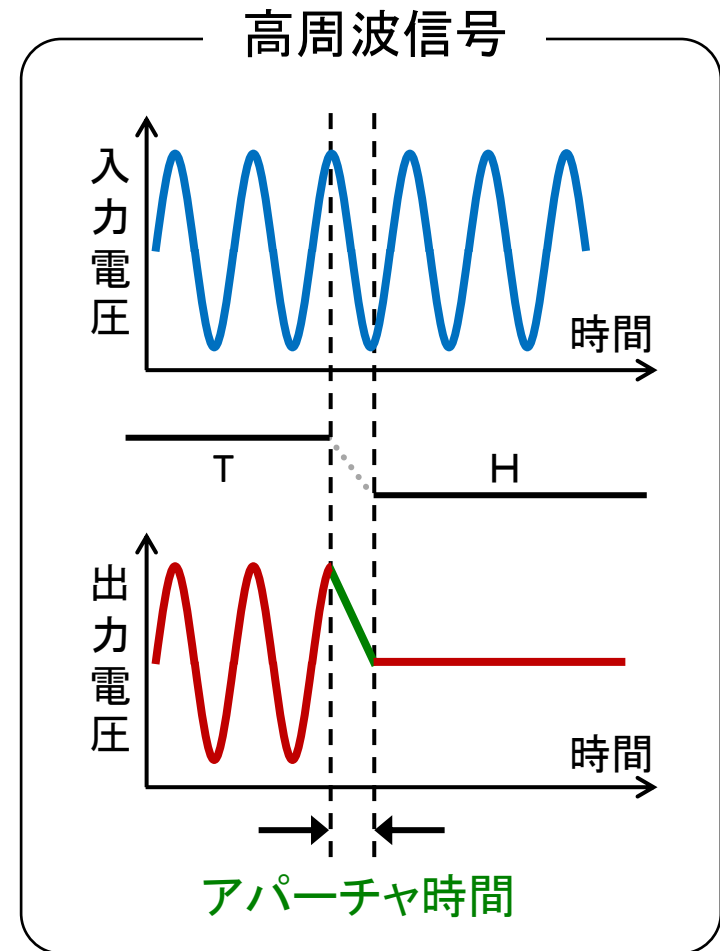
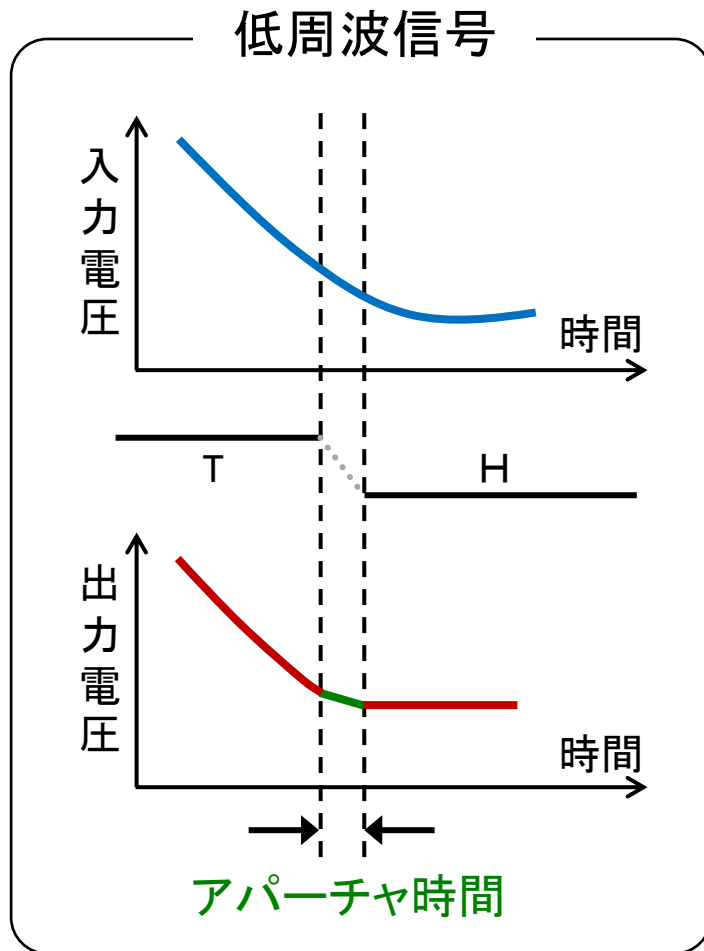


ホールドを開始してから
SWが開き終わるまで
積分時間

⇓
アパーチャ時間



信号の高周波化とアパーチャ時間



高周波信号 = アパーチャ時間の影響大

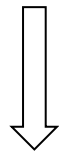
提案と従来伝達関数との整合性

$$\frac{V_C}{V_{in}} = \frac{\text{sinc}(\omega\tau_2)}{\text{sinc}(\omega\tau_2) + j\omega\tau_1}$$

($\tau_1 = RC$, $\tau_2 =$ 有限アパーチャ時間)

アパーチャ時間の影響を考慮した伝達関数(提案)

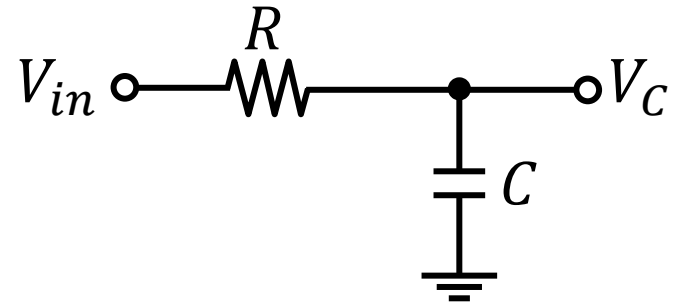
$\tau_2 \rightarrow 0$: 有限アパーチャ時間がない場合



$\text{sinc}(\omega\tau_2) \rightarrow 1$

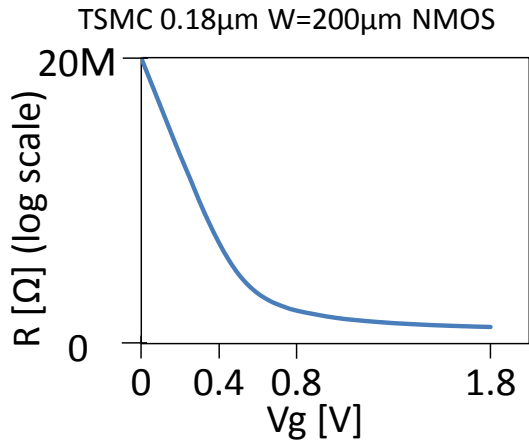
$$\frac{V_C}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j\omega\tau_1}$$

($\tau_1 = RC$)

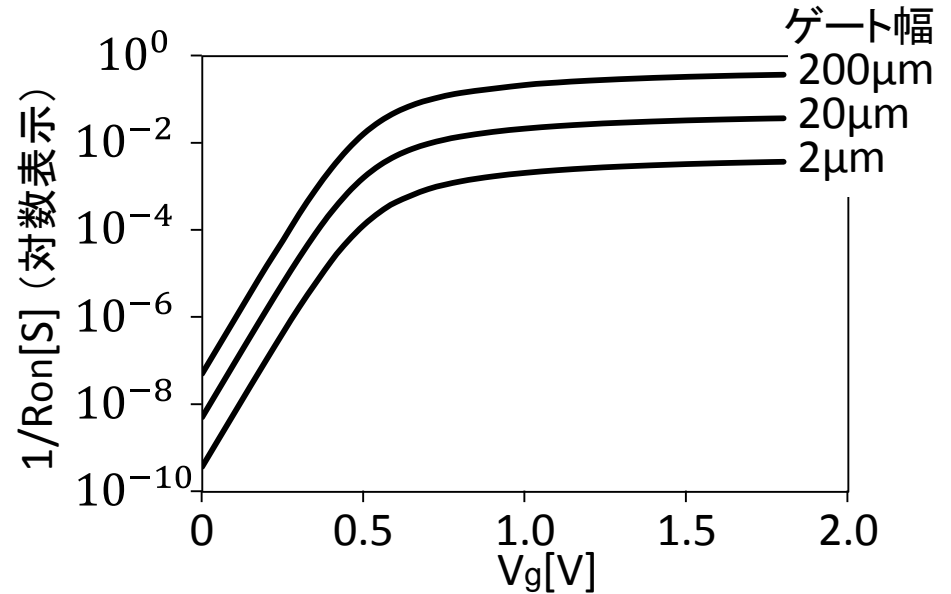


アパーチャータイムを考慮しない伝達関数(従来)

NMOSの R_{on} 特性



非線形性解析の時の V_g と R_{on} の関係

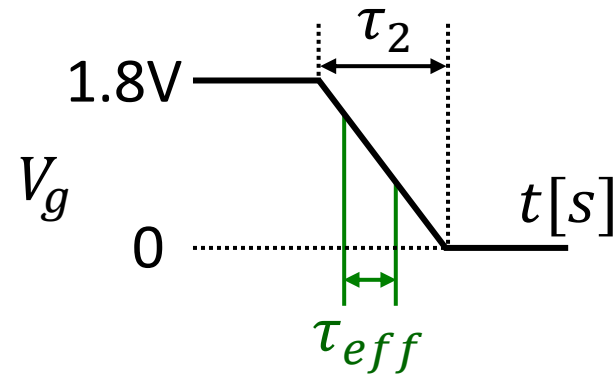


0.4~0.8V近傍で特性が大きく変化

特性が大きく変化している
電圧変化時間



実効アパーチャ時間： τ_{eff}

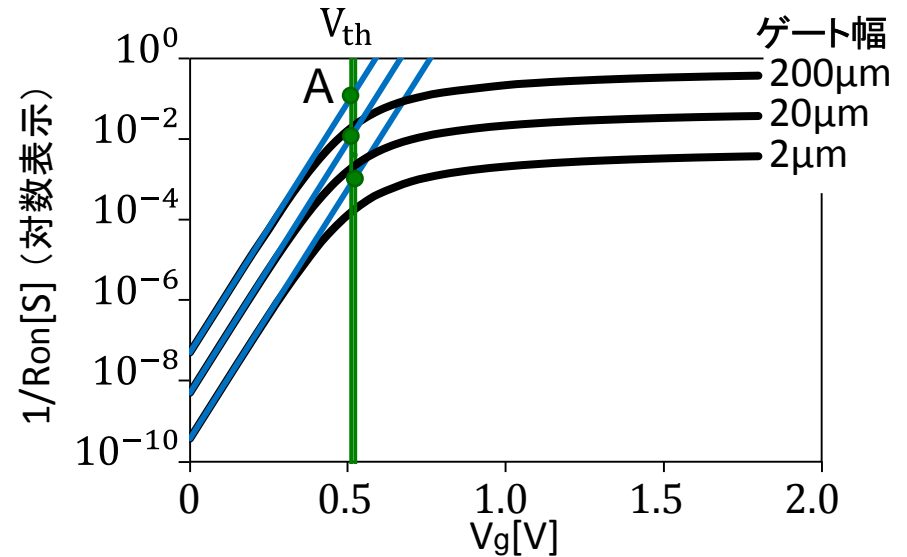


実効アパーチャ時間の導出

■ NMOSがオンし始める点A

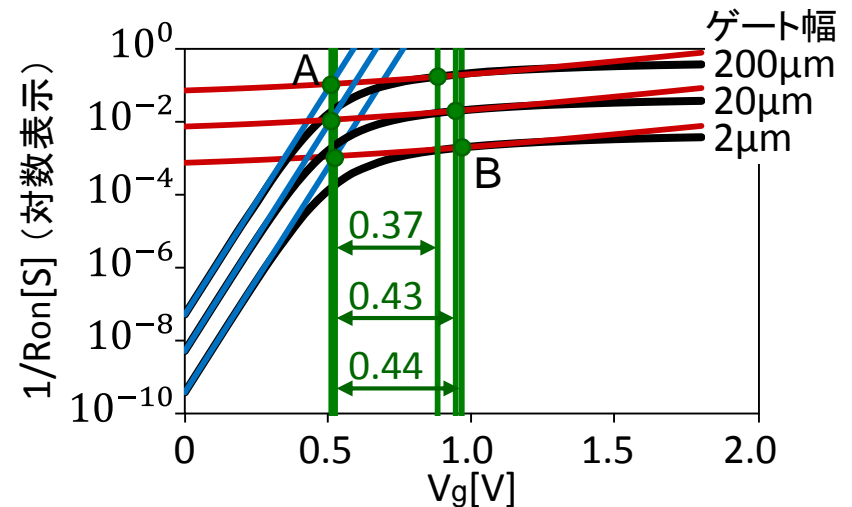
サブスレッショルド領域

ゲート電圧 ↔ コンダクタンス
||
指数関係



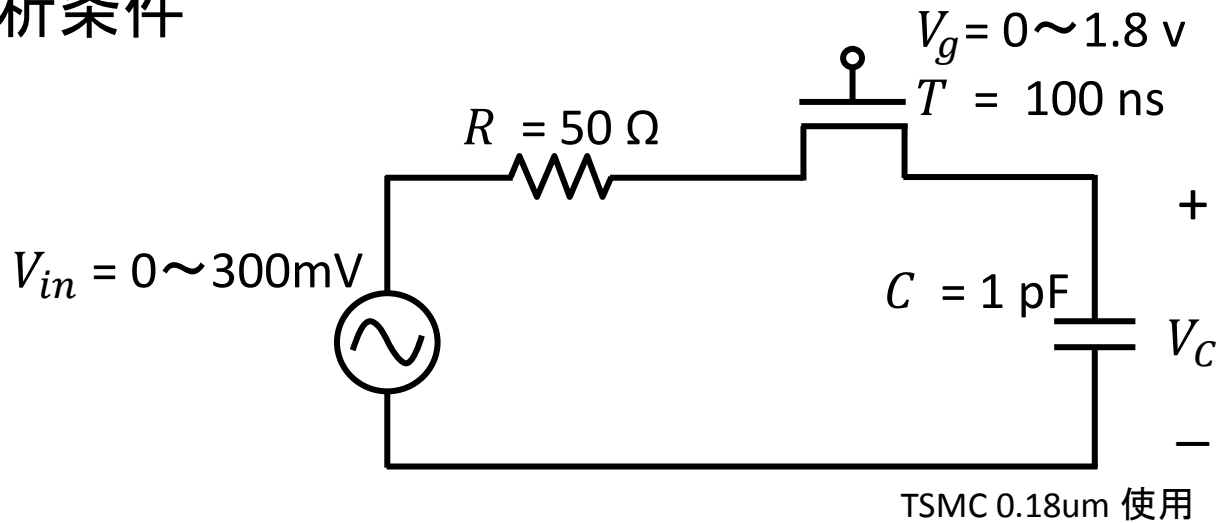
■ NMOSが完全にオンする点B

$$y = \left(y_{V_{th}} - 9 \times 10^{-8} \frac{W}{L} \cdot V_{th} \right) e^{\left(\frac{x}{V_{th}} - 1 \right)} + 9 \times 10^{-8} \frac{W}{L} \cdot V_{th}$$

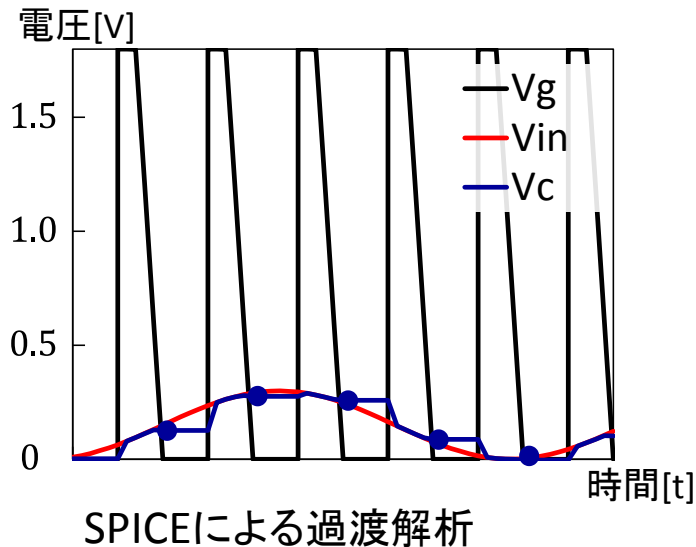


アパーチャ時間を考慮した明示式の検証

■ 解析条件



■ 解析方法



● の部分で等価時間サンプリング

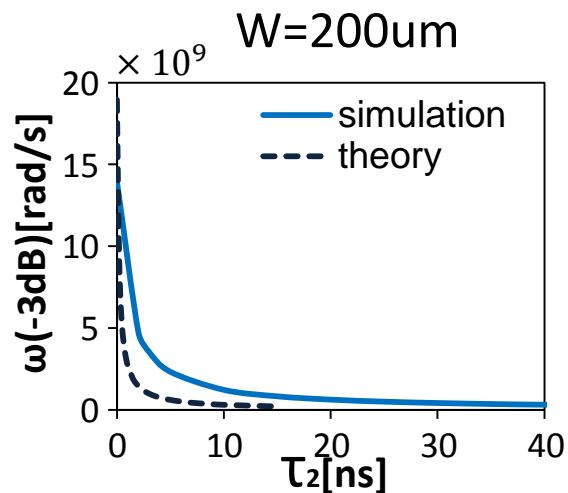


振幅値・利得を算出

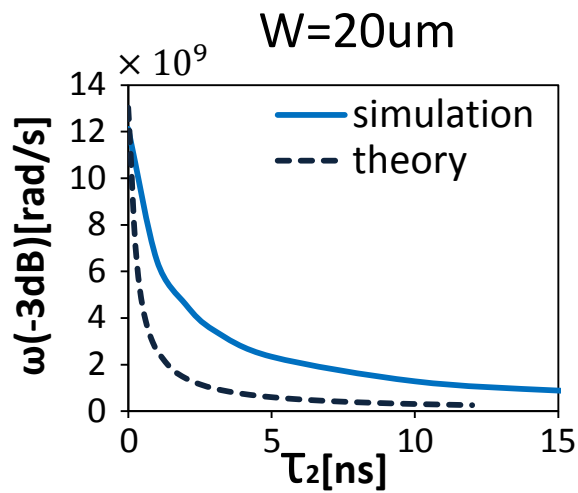


算出結果との比較

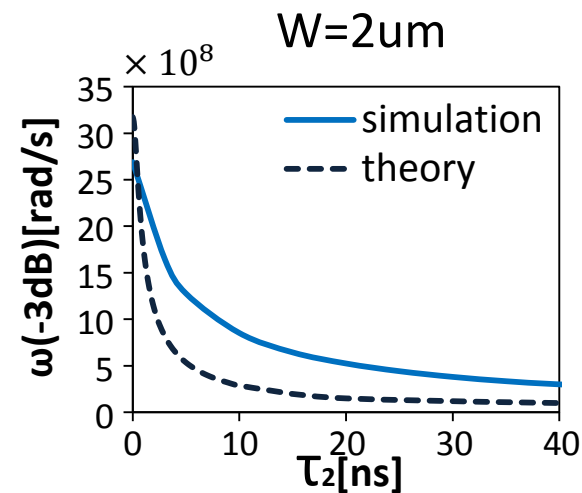
解析結果へのフィードバック



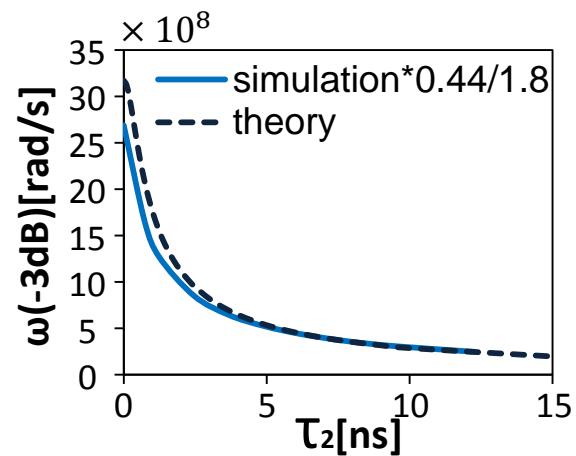
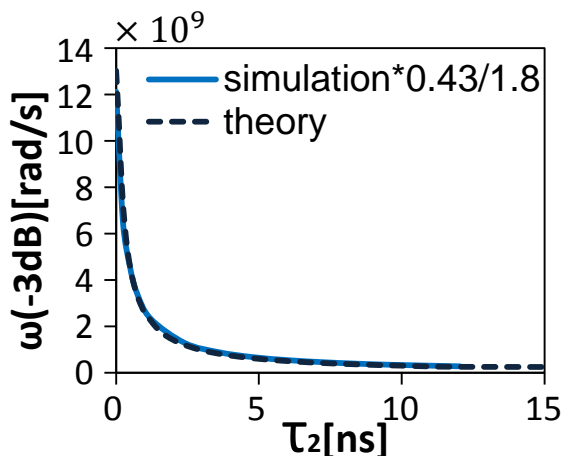
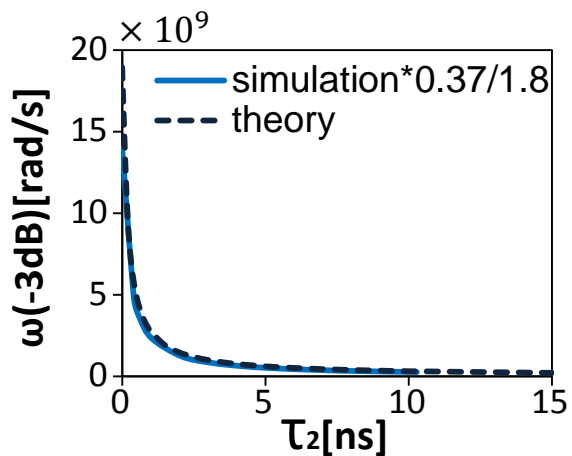
↓ 0.37/1.8倍



↓ 0.43/1.8倍



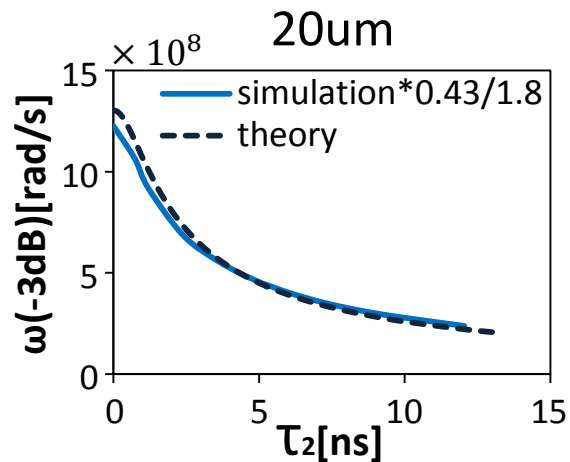
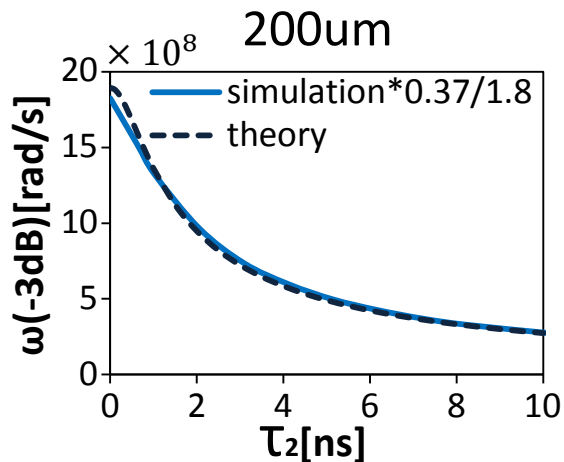
↓ 0.44/1.8倍



解析結果 \cong 理論値

RC,Wのパラメータを変化

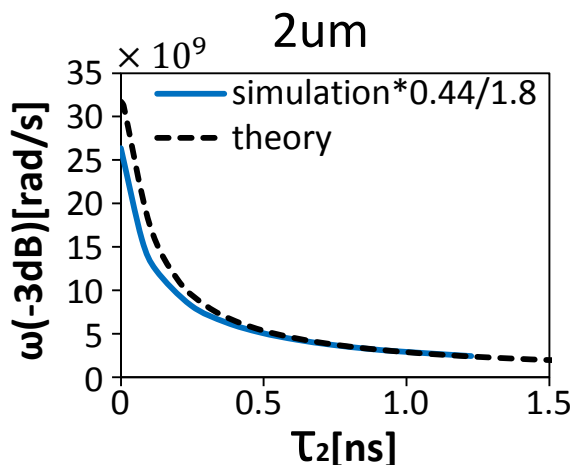
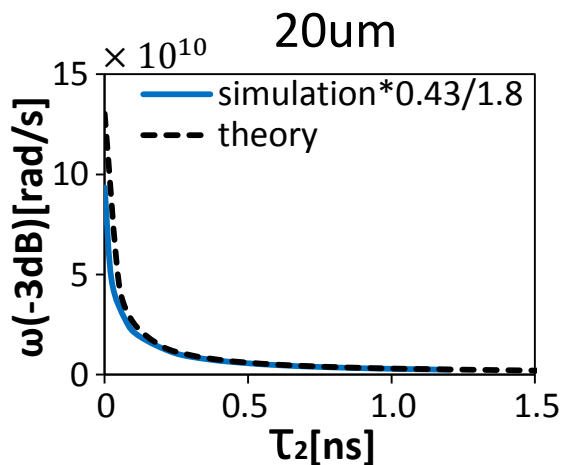
R=50[Ω] C=10[pF]



解析結果 \cong 理論値



R=50[Ω] C=0.1[pF]



様々なパラメータで
妥当性を検証

まとめ

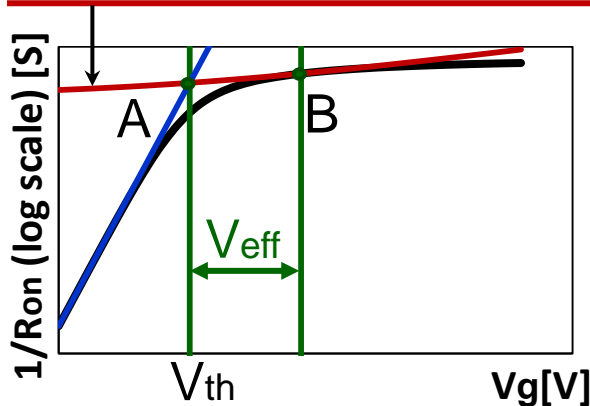
- 有限アパーチャ時間の影響を考慮した伝達関数

$$\frac{V_C}{V_{in}} = \frac{\text{sinc}(\omega\tau_2)}{\text{sinc}(\omega\tau_2) + j\omega\tau_1}$$

($\tau_1 = RC$, $\tau_2 =$ 有限アパーチャ時間)

- 実効アパーチャ時間を考慮するための式

$$y = \left(y_{(th)} - 9 \times 10^{-8} \frac{W}{L} \cdot V_{th} \right) e^{\left(\frac{x}{V_{th}} - 1 \right)} + 9 \times 10^{-8} \frac{W}{L} \cdot V_{th} \quad ※$$



{ A : 接線と V_{th} との交点
B : ※式とグラフとの交点

$$\tau_{eff} = \frac{V_{eff}}{V_{dd}} \tau_2$$

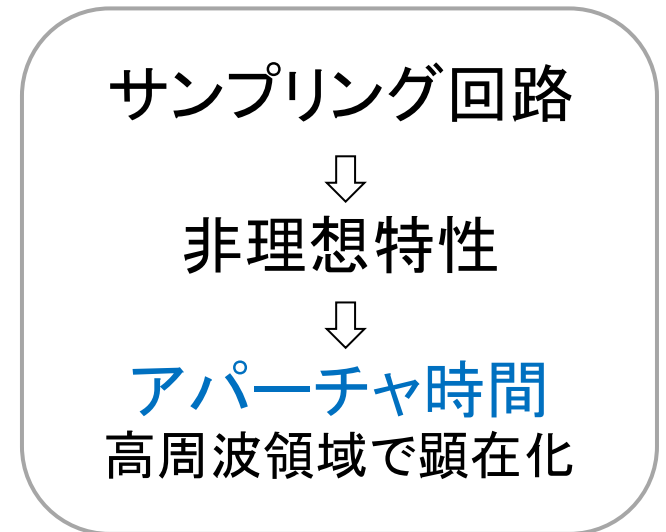
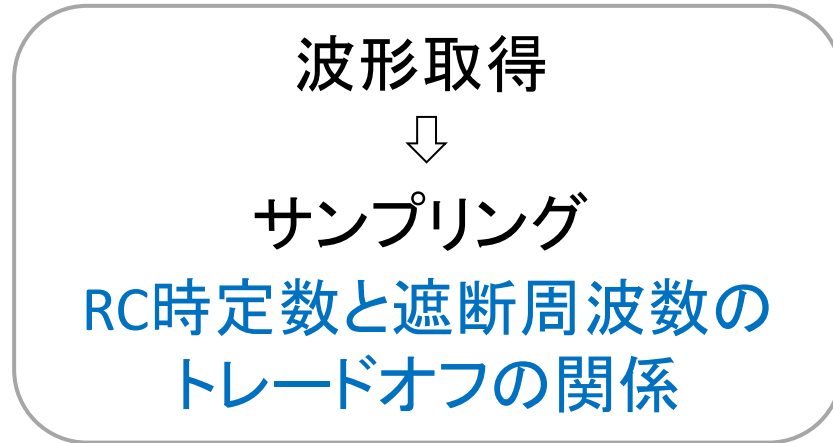
アパーチャ時間の影響を考慮した
簡単かつ精度の良い式を導出することが出来た

アウトライン

- 研究背景・目的
- 非線形性解析
- 有限アパーチャ時間の影響解析
- 時間と周波数の不確定性関係
- まとめ

研究背景・目的

■ 背景



電子機器の高性能化 ⇨ 究極的な限界



量子力学の考えを取り入れることが大切

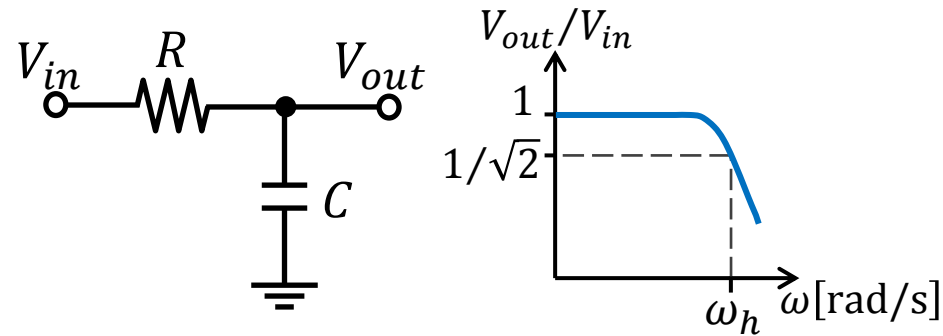
■ 目的

RC時定数・帯域幅・アパーチャ時間

サンプリング回路における不確定性関係

RC回路の不確定性関係

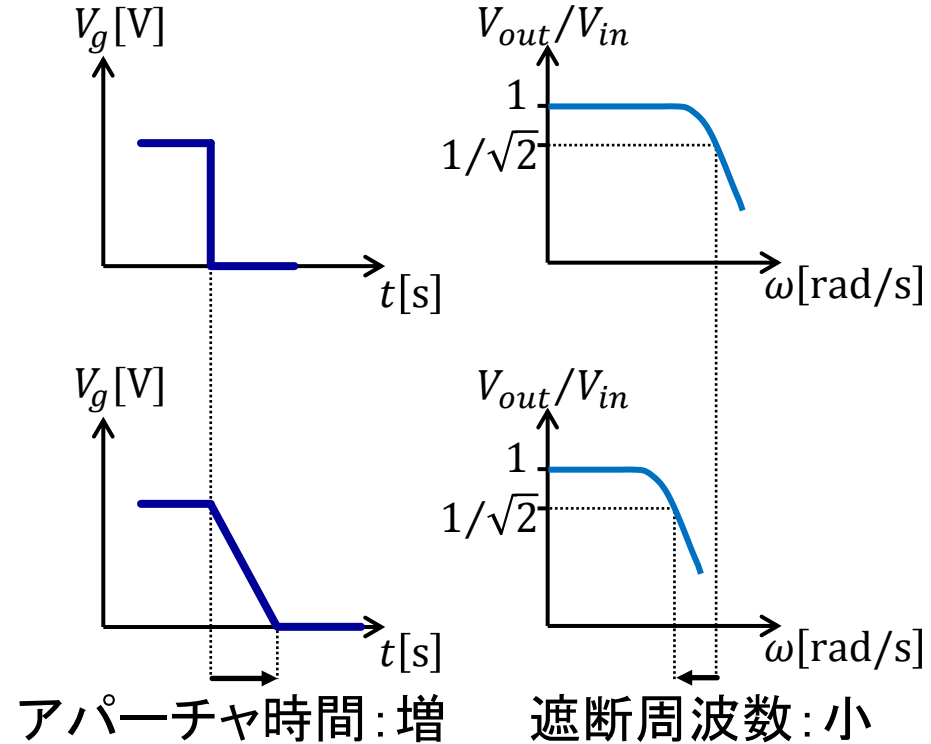
■ 時定数と遮断周波数



$$\omega_h = \frac{1}{\tau_1}$$

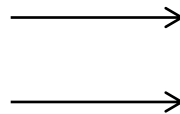
$\left\{ \begin{array}{l} \tau_1 : \text{時定数 } RC \\ \omega_h : \text{遮断周波数} \end{array} \right.$

■ アパーチャ時間と遮断周波数



時間関数

大
小



帯域幅: ω_h

狭
広

-3dBにおける伝達関数

アパーチャ時間を考慮した伝達関数

$$\frac{V_C}{V_{in}} = \frac{\text{sinc}(\omega\tau_2)}{\text{sinc}(\omega\tau_2) + j\omega\tau_1}$$

($\tau_1 = RC$, $\tau_2 = \text{アパーチャ時間}$)

遮断周波数について考える

$$\left| \frac{V_C}{V_{in}} \right| = \left| \frac{\text{sinc}(\omega\tau_2)}{\text{sinc}(\omega\tau_2) + j\omega RC} \right|$$

$$= \sqrt{\frac{\text{sinc}^2(\omega\tau_2)}{\text{sinc}^2(\omega\tau_2) + (\omega RC)^2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

⇓

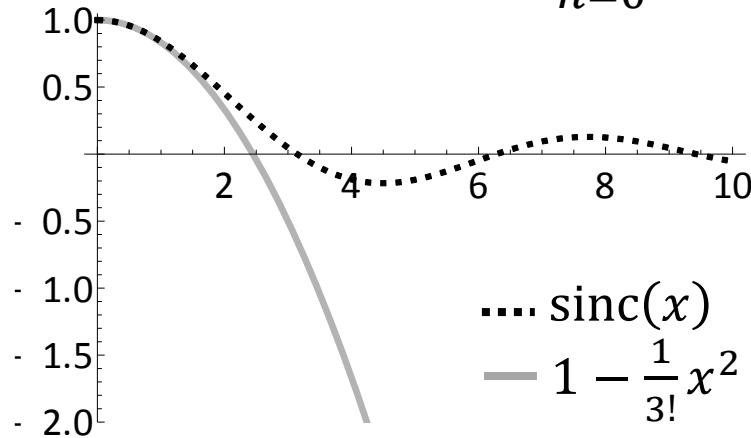
$$\text{sinc}(\omega\tau_2) = \omega\tau_1$$

テーラー展開の適用

■ sinc関数のテーラー展開

$$\text{sinc}(\omega\tau_2) = \omega\tau_1$$

$$\text{sinc}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n} \cong 1 - \frac{1}{3!} x^2$$



$$\text{sinc}(x) \geq 1 - \frac{1}{3!} x^2$$

$$\therefore \omega\tau_1 \geq 1 - \frac{1}{3!} (\omega\tau_2)^2$$

■ 標準偏差へ書き換え

$$\omega \rightarrow \sigma_\omega$$

$$\tau_1 \rightarrow \sigma_{\tau_1}$$



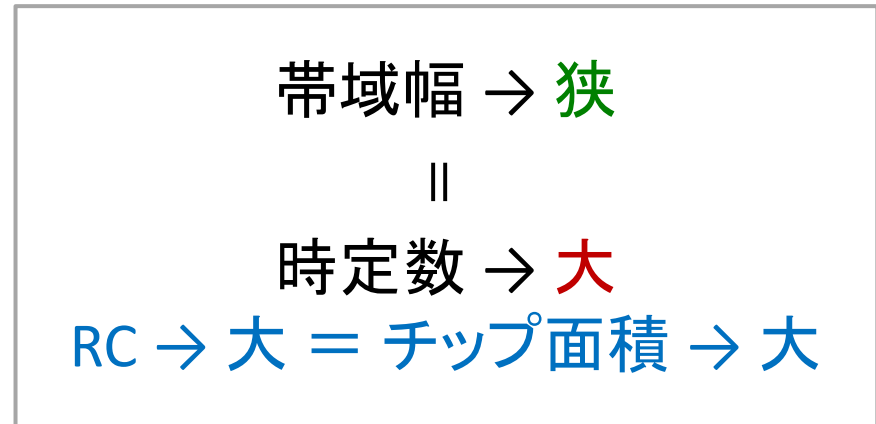
$$\sigma_\omega \sigma_{\tau_1} + \frac{1}{6} (\sigma_\omega \tau_2)^2 \geq 1$$

$\sigma_\tau \sigma_\omega \geq 1/2$ の考察

■ LPF 設計

$$\sigma_\omega \sigma_\tau \geq 1/2$$

$$\begin{cases} \sigma_\omega : \text{帯域幅} \\ \sigma_\tau : \text{時定数} \end{cases}$$

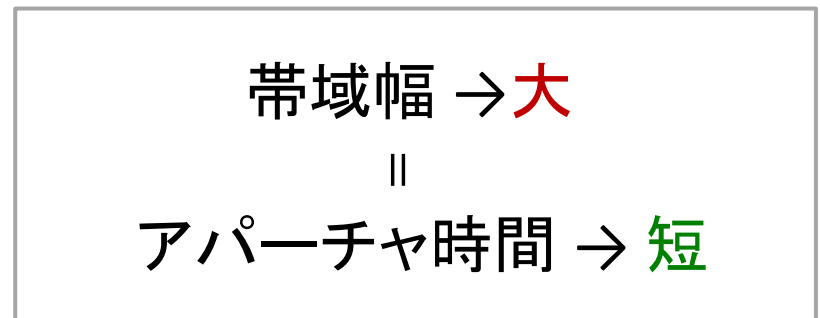
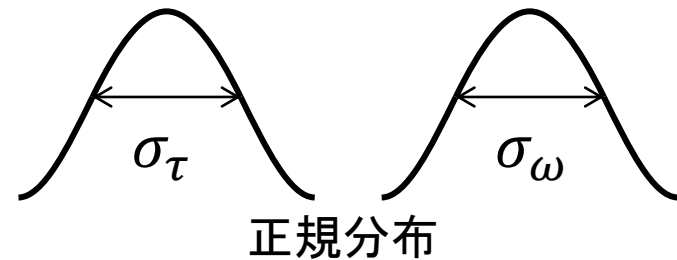


■ 高周波信号サンプリング

$$\sigma_\omega \sigma_\tau \geq 1/2$$

$$\begin{cases} \sigma_\omega : \text{帯域幅} \\ \sigma_\tau : \text{アパーチャ時間} \end{cases}$$

$$\sigma_\omega \sigma_\tau = 1/2$$



アパーチャ時間と不確定性関係

$$\sigma_{\omega}\sigma_{\tau_1} + \frac{1}{6}(\sigma_{\omega}\tau_2)^2 \geq 1$$

$$\begin{cases} \sigma_{\omega} : \text{帯域幅} \\ \sigma_{\tau_1} : \text{時定数} \\ \tau_2 : \text{アパーチャ時間} \end{cases}$$

■ 高周波信号サンプリング

$$\sigma_{\omega}\sigma_{\tau_1} + \frac{1}{6}(\sigma_{\omega}\tau_2)^2 = 1$$

RC時定数 $\sigma_{\tau_1} > 0$

同じ帯域幅 σ_{ω} を得る



アパーチャ時間 $\tau_2 \rightarrow$ 短

今後の検討課題

時間と周波数の不確定性関係にプランク定数の観点を取り入れる



物理領域との繋がりを示す

■ 光と運動エネルギー

$$\Delta\omega\Delta\tau \geq 1/2$$

↓ × $h/2\pi$

$$\frac{h}{2\pi}\Delta\omega \cdot \Delta\tau \geq \frac{h}{4\pi}$$

↓ $E = (h/2\pi) \cdot \omega$

$$\Delta E \cdot \Delta\tau \geq \frac{h}{4\pi}$$

フーリエ級数の
不確定性関係



量子力学の
不確定性原理



光 ⇒ 電子

電子回路も不確定性原理の制約を受ける

小澤の不等式の考察

$$\Delta x \Delta P + \sigma P \Delta x + \sigma x \Delta P \geq \frac{h}{4\pi}$$

Δ : 測定誤差
 σ : 量子揺らぎ

↓ 時間とエネルギーの関係で考える

$$\Delta t \Delta E + \sigma E \Delta t + \sigma t \Delta E \geq \frac{h}{4\pi}$$

ΔE : 光子エネルギーの測定誤差

σE : 光子エネルギーの量子揺らぎ

Δt : 測定時間の測定誤差

σt : 測定時間の量子揺らぎ

- 測定誤差 $\Delta t = 0$ の測定ができた場合

$$\sigma t \Delta E \geq \frac{h}{4\pi}$$

時間ゆらぎからエネルギーの測定誤差を求められる

小澤の不等式の考察

- $\Delta t = \frac{1}{2}\sigma t, \Delta E = \frac{1}{2}\sigma E$ の測定ができた場合

$$\frac{5}{4}\sigma E\sigma t > \sigma E\sigma t \geq \frac{h}{4\pi}$$

量子ゆらぎ1/2の精度で時間とエネルギーの測定を実現できる

||

ハイゼンベルクの不確定原理より
高精度な精密測定が可能

回路測定という見地から
小澤の不等式の検証を行いたい

まとめ

RC時定数 \longleftrightarrow アパーチャ時間 \longleftrightarrow 帯域幅

サンプリング回路における不確定性関係を
明確に示すことができた

$$\sigma_{\omega} \sigma_{\tau_1} + \frac{1}{6} (\sigma_{\omega} \tau_2)^2 = 1$$

$$\begin{cases} \sigma_{\omega} : \text{帯域幅} \\ \sigma_{\tau_1} : \text{時定数} \\ \tau_2 : \text{アパーチャ時間} \end{cases}$$

■ 今後の検討課題

$$\Delta x \Delta P + \sigma P \Delta x + \sigma x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \quad : \quad \text{小澤の不等式}$$

回路測定という考えによる検証

アウトライン

- 研究背景・目的
- 非線形性解析
- 有限アパーチャ時間の影響解析
- 時間と周波数の不確定性関係
- **結論**

結論

■ 非線形性解析

サンプリング回路のトラックモードにおける
NMOSのオン抵抗依存性と高調波の関係を明確に示すことができた

■ 有限アパーチャ時間の影響解析

有限アパーチャ時間の影響を考慮した伝達関数を導出した
実効アパーチャ時間の存在を解明し、導出式の妥当性を示した

■ 時間と周波数の不確定性関係

RC時定数、アパーチャ時間、帯域幅の関係を導出し
サンプリング回路における不確定性関係を示した

質疑応答

Q1 非線形性解析とアパーチャ時間の影響解析の二つの影響を考慮していますか？

A1 一つ一つの解析をしただけで、二つの影響解析という観点から考察はまだしていません。

Q2 アパーチャ時間の式を実際に使う際には、利得から周波数を計算するという方法で合っていますか？

A2 はい。

Q3 アパーチャ時間は非線形性からの帯域幅の影響を受けますか？

A3 わかりません。