

第57回 自動制御連合講演会

オーガナイズドセッション「アナログ電子回路・電源回路と制御工学」

伊香保（2014年11月10日）

DC-DCコンバータにおける回路の平均化 および平均化されたスイッチ・モデル

群馬大学

松田順一、小林春夫

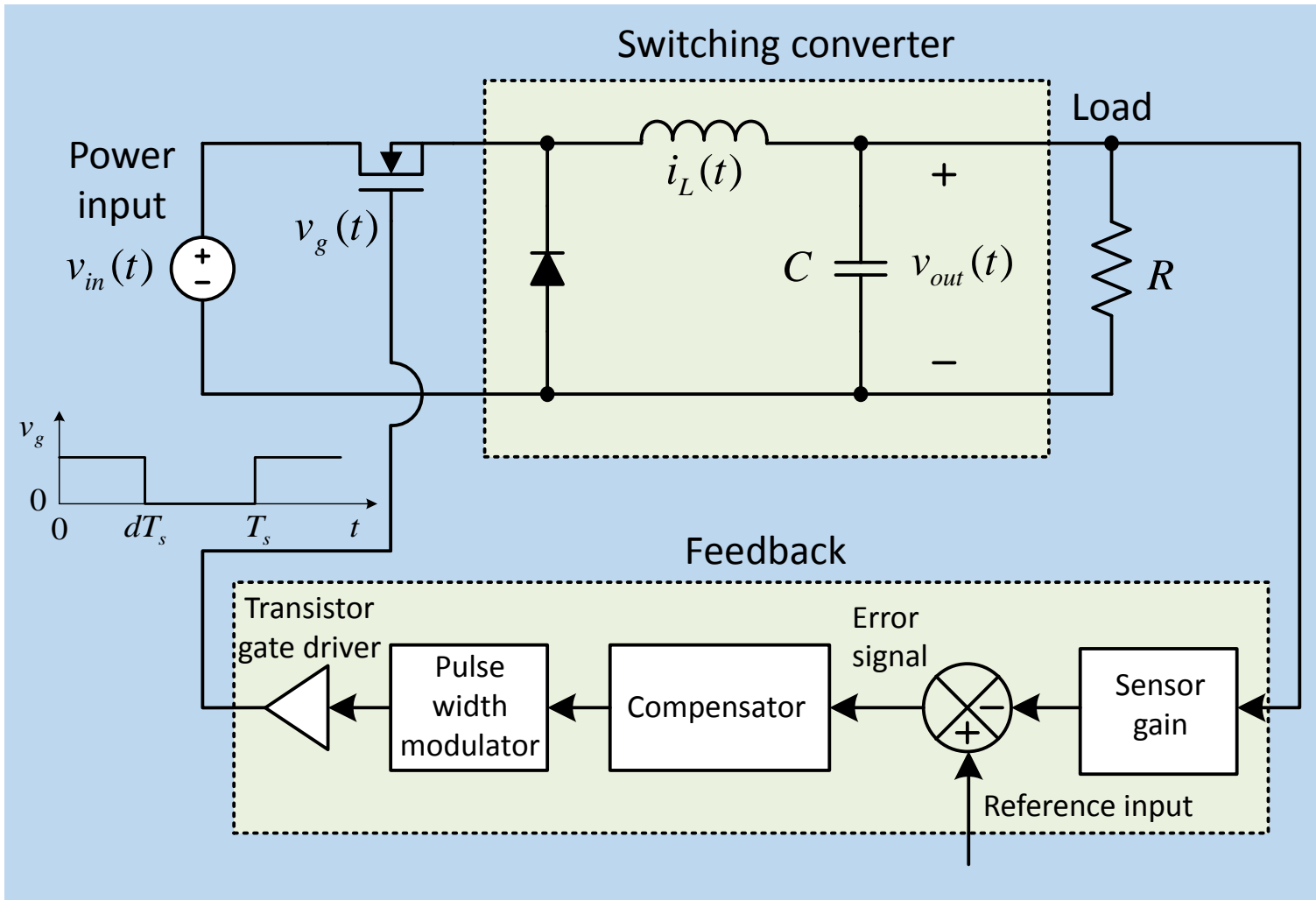
概要

1. はじめに
2. 電流連続モード (CCM)
 - A) CCM動作における回路平均化手法概要
 - B) 一般的な2スイッチ回路DC-DCコンバータ (SEPIC)
 - C) [昇圧型コンバータ]
 - D) [降圧型コンバータ]
3. 電流不連続モード (DCM)
 - A) DCM動作における回路平均化手法概要
 - B) 大信号等価回路
昇降圧型, [昇圧型, 降圧型]の各コンバータ
 - C) 小信号等価回路
昇降圧型, [昇圧型, 降圧型]の各コンバータ
 - D) 低周波および[高周波領域]における伝達関数
 - E) 例: 低周波領域における伝達関数
4. まとめ

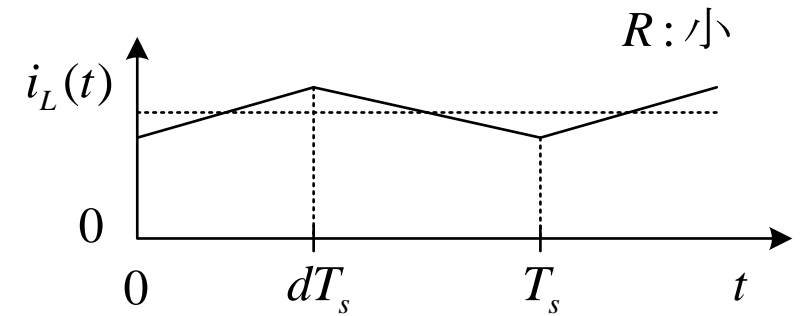
はじめに

- DC電源の省電力化、小型・軽量化⇒DC-DCコンバータ(スイッチング電源)
 - PWM (Pulse Width Modulation) 型
 - 電流連続モード CCM (Continuous Current Mode) : 負荷大
 - 電流不連続モード DCM (Discontinuous Current Mode) : 負荷小
 - 共振型(ソフト・スイッチング)
- 電源回路設計の効率化(短期間開発)
 - 等価回路モデルで電気特性予測
 - 電流・電圧変換特性、周波数応答特性(伝達関数)等
 - 回路シミュレータを用いた詳細設計
- 上記DC-DCコンバータに要求される等価回路モデル
 - 非線形なスイッチング信号を線形化(通常の線形回路解析可能)
 - 広い負荷変動(PWM型のCCM及びDCM)に対応
 - 各種コンバータ(PWM型や共振型のコンバータ)に対応
 - 等価回路が簡単で物理イメージを掴みやすい

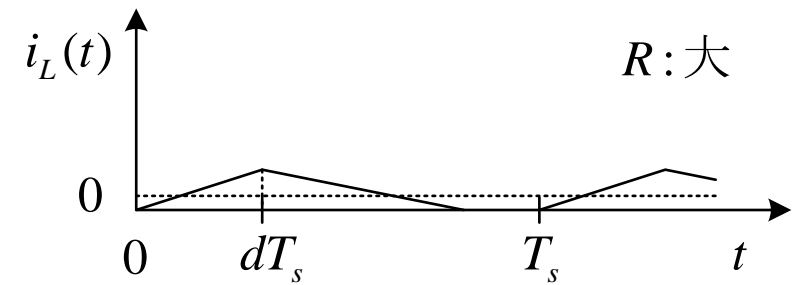
降圧コンバータのフィードバック制御



電流連続モード



電流不連続モード



非線形信号の制御

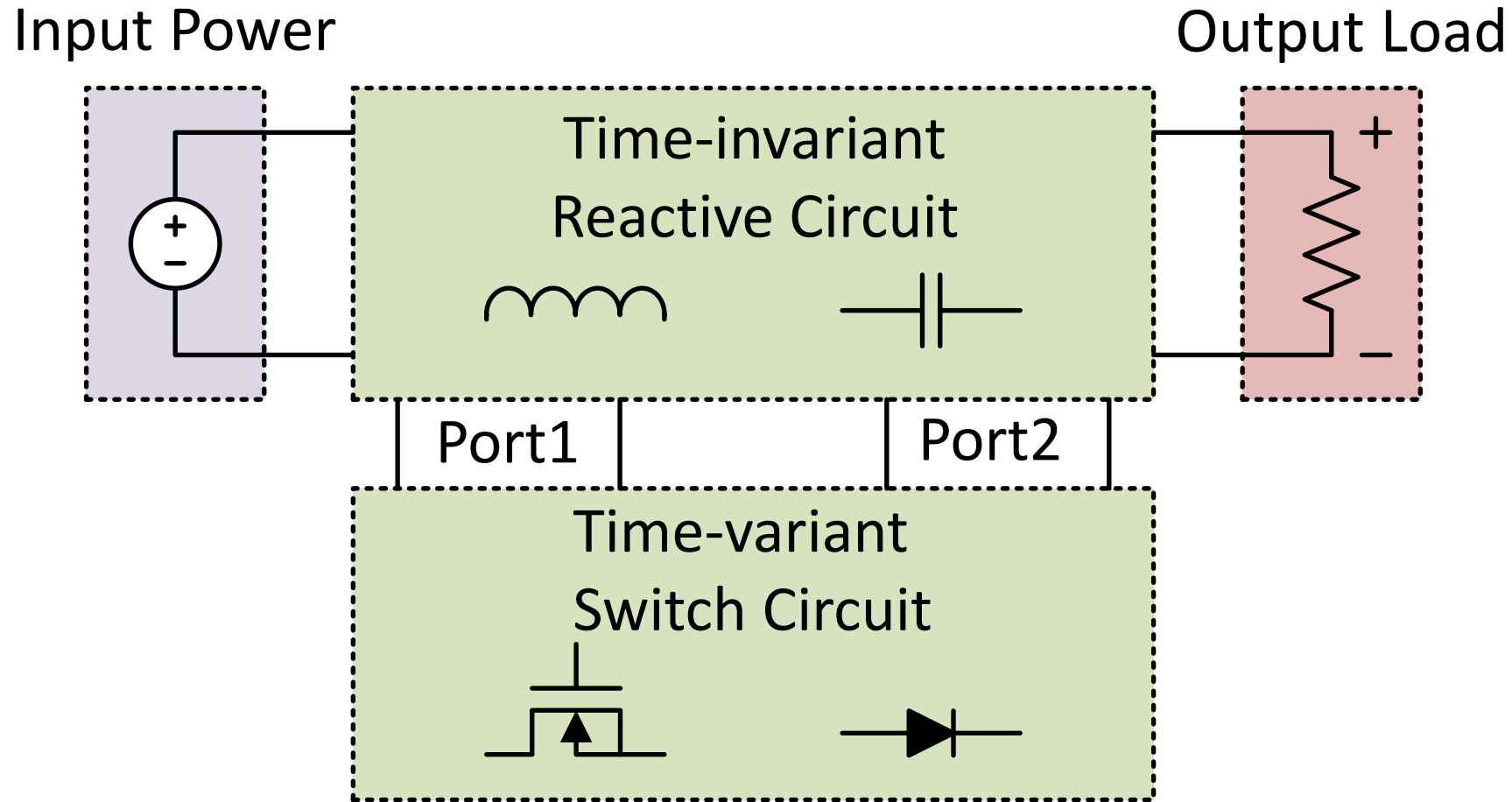
DC-DCコンバータ等価回路モデルの比較

等価回路モデル	状態変数	状態平均化方程式	適用	特長
状態平均化	<ul style="list-style-type: none"> ・インダクタ電流 ・容量電圧 	状態変数を1スイッチング周期で平均して状態方程式構築 (小リップル近似)	<ul style="list-style-type: none"> ・PWM型のCCM 	<ul style="list-style-type: none"> ・一般型等価回路への展開
拡張状態平均化	<ul style="list-style-type: none"> ・インダクタ電流 ・容量電圧 (補助変数: インダクタ電圧、容量電流)	補助変数を1スイッチング周期で平均化して状態方程式構築	<ul style="list-style-type: none"> ・PWM型のCCM ・PWM型のDCM ・共振型 	<ul style="list-style-type: none"> ・各種コンバータを扱える
回路平均化	スイッチング(トランジスタとダイオード)電流・電圧	スイッチング電流・電圧を1スイッチング周期で平均して状態方程式構築	<ul style="list-style-type: none"> ・PWM型のCCM ・PWM型のDCM ・共振型 	<ul style="list-style-type: none"> ・各種コンバータを扱える ・物理イメージを掴み易い ・等価回路が簡単

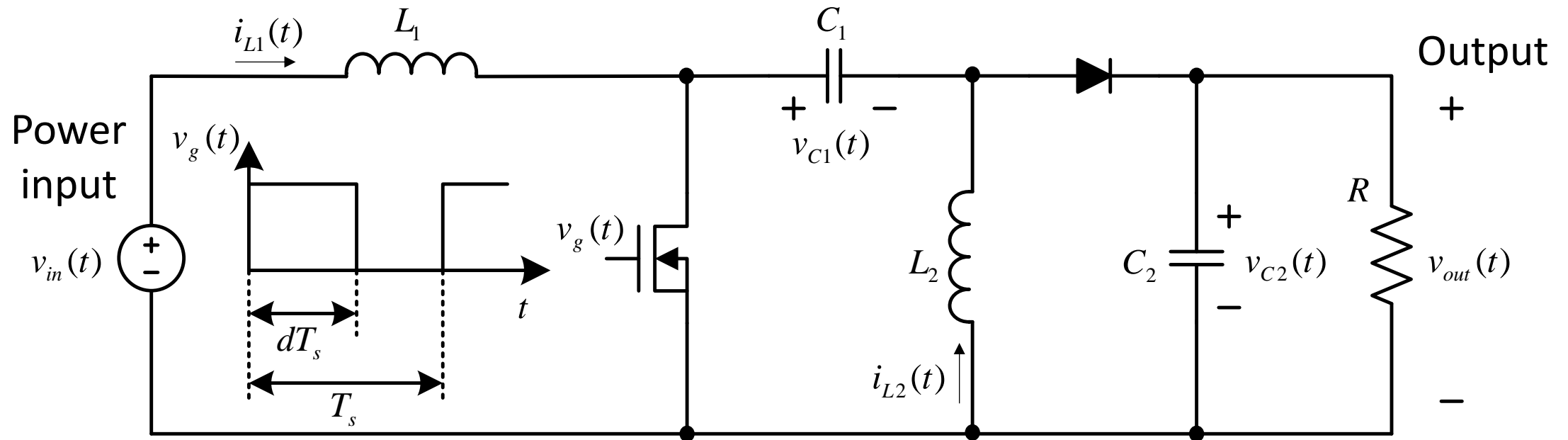
CCM動作DC-DCコンバータ回路の平均化概要

1. コンバータ回路 ⇒ スイッチ回路 + リアクティブ回路
2. 2スイッチ(4端子)回路 ⇒ **電流・電圧波形の平均化**
 1. 独立入力状態変数(電流と電圧各1個)+従属出力状態変数(電流と電圧各1個)を設定 ⇒ 各波形を平均化
 2. 従属出力状態変数の電流と電圧 ⇒ 夫々**電流源と電圧源**で置換
(電流源と電圧源が入出力間の**理想変圧器**を構成)
3. 動作点での**小信号の線形化**
4. DC及びAC小信号の回路モデルを構築
 1. DC及びAC小信号の電流・電圧レベルの変換比を導出
 2. 低周波動作特性を導出 (回路の固有周波数≪スイッチング周波数)
5. 上記平均化 ⇒ CCM動作の2スイッチ・コンバータ(Buck, Boost, Buck-Boost, Cuk, SEPICなど)に適用可能

スイッチ回路とリアクティブ回路の分離



SEPIC回路(正出力の昇降圧型)



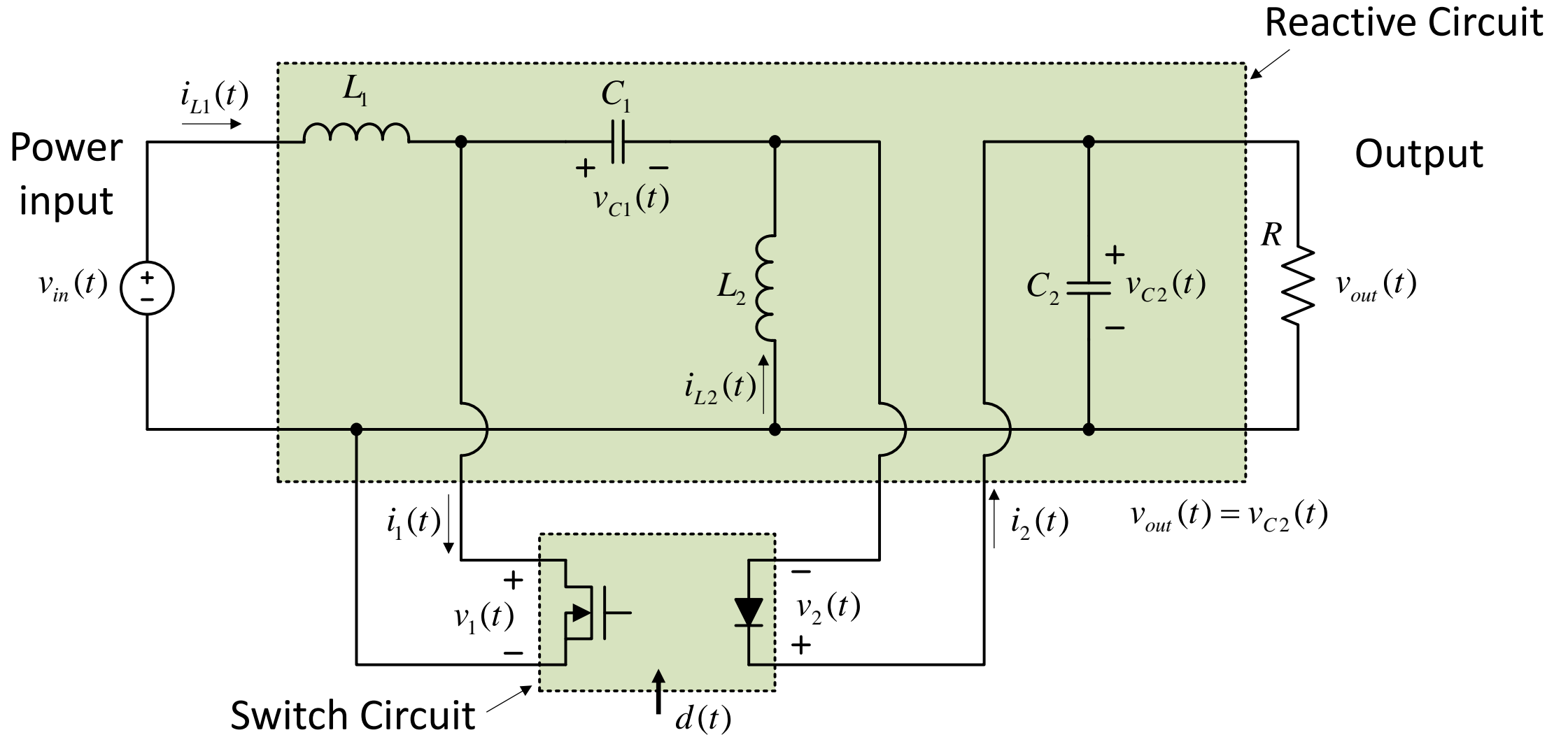
d : Duty Ratio

T_s : Switching Frequency

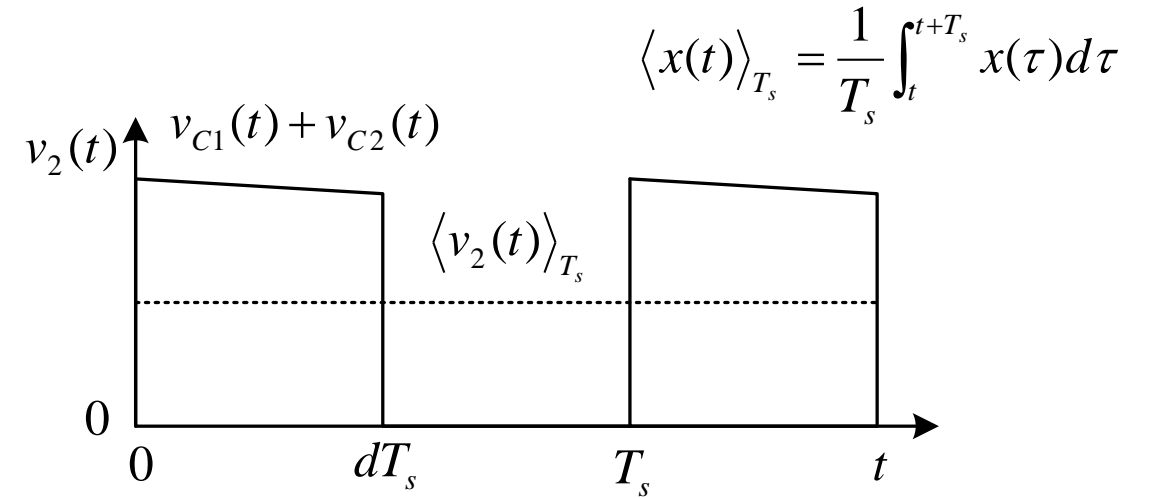
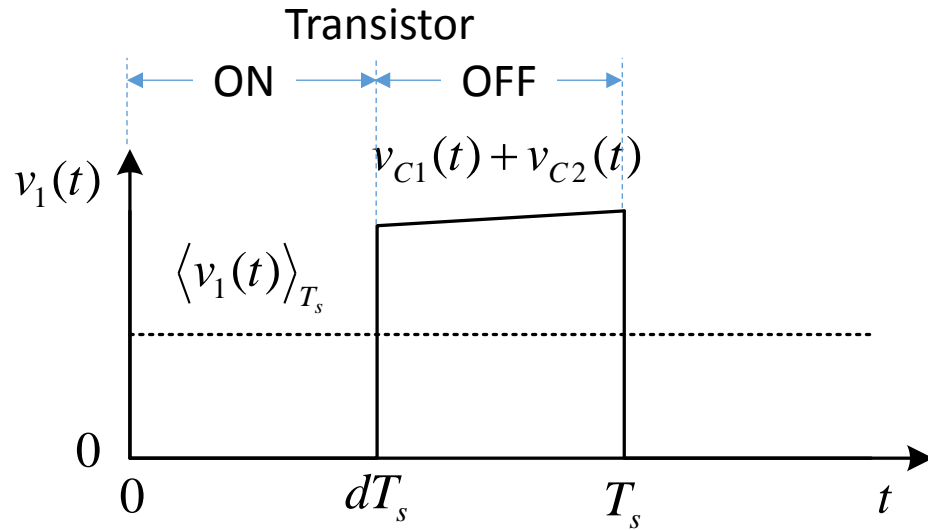
$$M = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{d}{1-d}$$

$$v_{out}(t) = v_{C2}(t)$$

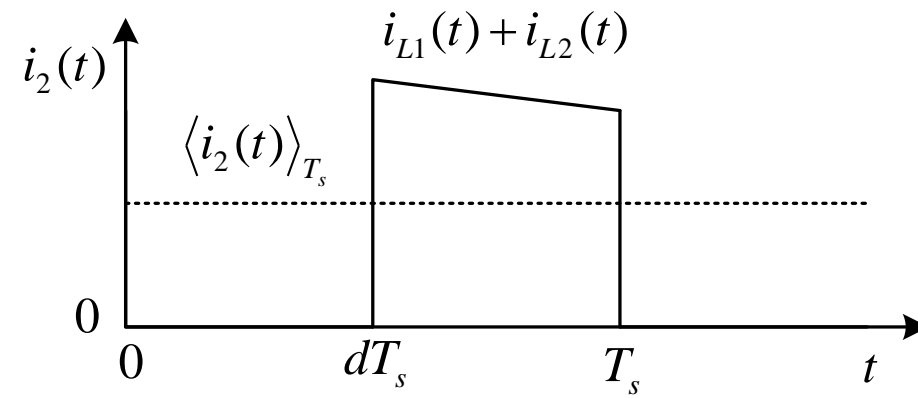
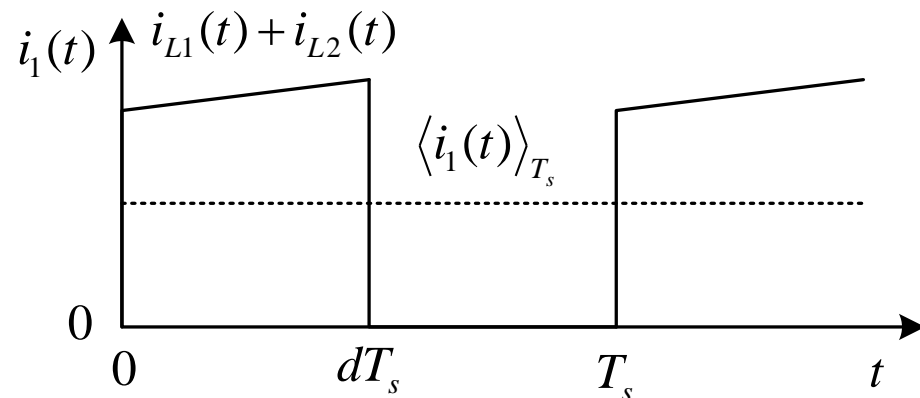
スイッチ回路を分離したSEPIC回路



CCM SEPICの各スイッチの電流・電圧波形



$$\langle x(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} x(\tau) d\tau$$



スイッチ電流・電圧波形の平均化(大信号)

2スイッチ(4端子)電圧・電流波形の平均化(CCM SEPIC)

$$d'(t) = 1 - d(t)$$

$$\left[\begin{array}{l} \langle v_1(t) \rangle_{T_s} = d'(t) (\langle v_{C1}(t) \rangle_{T_s} + \langle v_{C2}(t) \rangle_{T_s}) \\ \langle i_1(t) \rangle_{T_s} = d(t) (\langle i_{L1}(t) \rangle_{T_s} + \langle i_{L2}(t) \rangle_{T_s}) \\ \langle v_2(t) \rangle_{T_s} = d(t) (\langle v_{C1}(t) \rangle_{T_s} + \langle v_{C2}(t) \rangle_{T_s}) \\ \langle i_2(t) \rangle_{T_s} = d'(t) (\langle i_{L1}(t) \rangle_{T_s} + \langle i_{L2}(t) \rangle_{T_s}) \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{従属出力} \\ \text{独立入力} \\ \text{独立入力} \\ \text{従属出力} \end{array}$$

従属出力を独立入力とデューティ比で表現

$$\rightarrow \left[\begin{array}{l} \langle v_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{d'(t)}{d(t)} \langle v_2(t) \rangle_{T_s} \\ \langle i_2(t) \rangle_{T_s} = \frac{d'(t)}{d(t)} \langle i_1(t) \rangle_{T_s} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{従属電圧源} \quad \langle v_1(t) \rangle_{T_s} \text{ は } \langle v_2(t) \rangle_{T_s} \text{ に依存} \\ \text{従属電流源} \quad \langle i_2(t) \rangle_{T_s} \text{ は } \langle i_1(t) \rangle_{T_s} \text{ に依存} \end{array}$$

動作点での小信号線形化

(波形の平均値及びデューティ比) \Rightarrow (動作点でのDC成分) + (線形化された小信号)

$$\begin{aligned}\langle v_1(t) \rangle_{T_s} &= V_1 + \tilde{v}_1(t) & \langle v_2(t) \rangle_{T_s} &= V_2 + \tilde{v}_2(t) & d(t) &= D + \tilde{d}(t) \\ \langle i_1(t) \rangle_{T_s} &= I_1 + \tilde{i}_1(t) & \langle i_2(t) \rangle_{T_s} &= I_2 + \tilde{i}_2(t)\end{aligned}$$

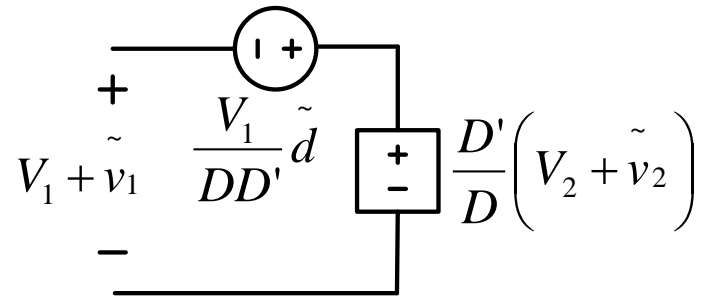
従属電圧源(非線形小信号無視)

$$V_1 + \tilde{v}_1(t) \cong \frac{D'}{D} \left(V_2 + \tilde{v}_2(t) \right) - \tilde{d} \left(\frac{V_1 + V_2}{D} \right) = \frac{D'}{D} \left(V_2 + \tilde{v}_2(t) \right) - \tilde{d} \left(\frac{V_1}{DD'} \right) \quad \because V_2 = \frac{D}{D'} V_1$$

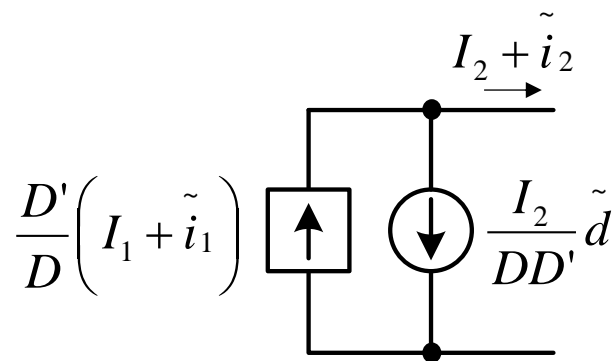
従属電流源(非線形小信号無視)

$$I_2 + \tilde{i}_2(t) \cong \frac{D'}{D} \left(I_1 + \tilde{i}_1(t) \right) - \tilde{d} \left(\frac{I_1 + I_2}{D} \right) = \frac{D'}{D} \left(I_1 + \tilde{i}_1(t) \right) - \tilde{d} \left(\frac{I_2}{DD'} \right) \quad \because I_1 = \frac{D}{D'} I_2$$

動作点での小信号線形化回路モデル



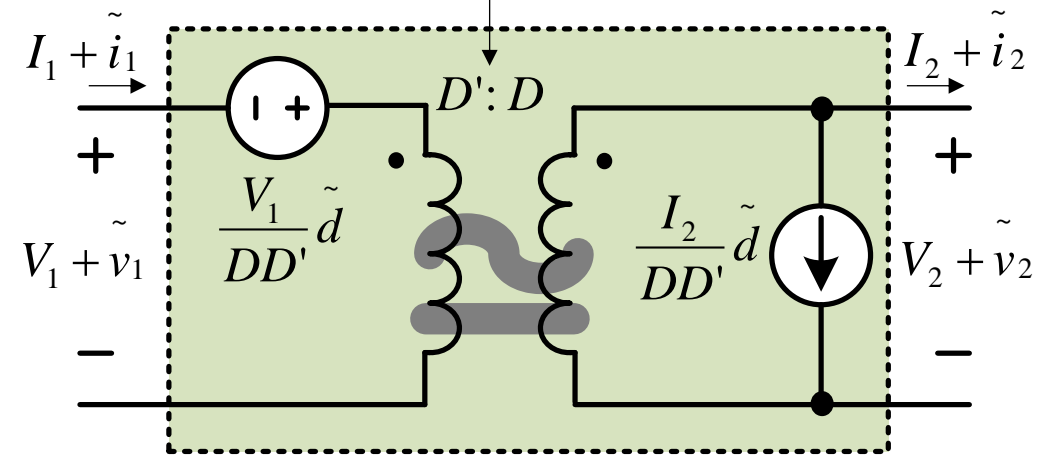
Linearized Dependent Voltage Source
(Primary Winding of Ideal Transformer)





Linearized Dependent Current Source
(Secondary Winding of Ideal Transformer)



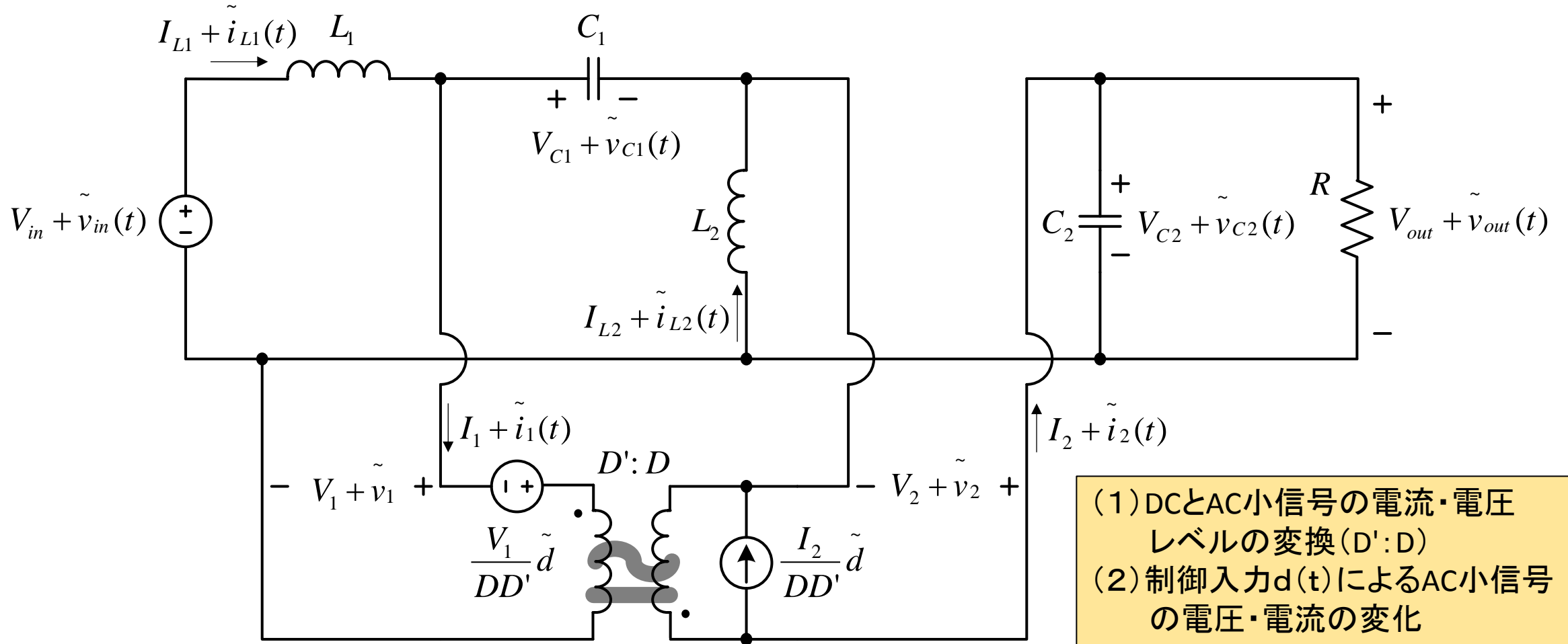
Ideal Transformer for DC and AC Small Signal



Averaged Switch Circuit for DC and AC Small Signal

-  Independent Voltage Source by Control Input d
-  Independent Current Source by Control Input d

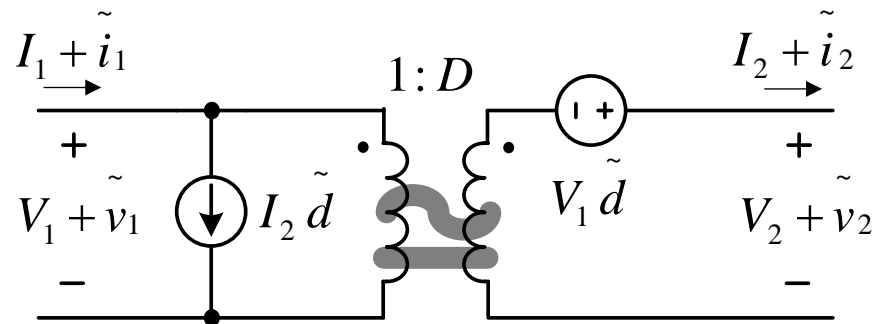
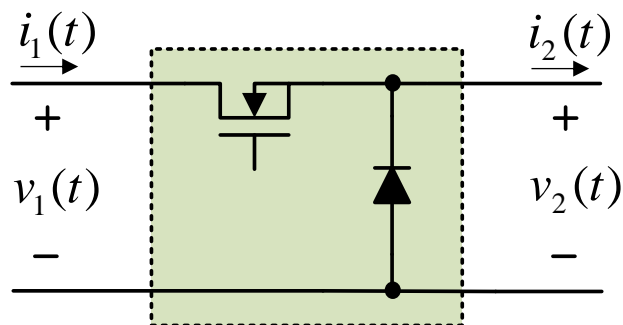
CCM動作SEPICコンバータ: DC及びAC小信号の平均化回路モデル



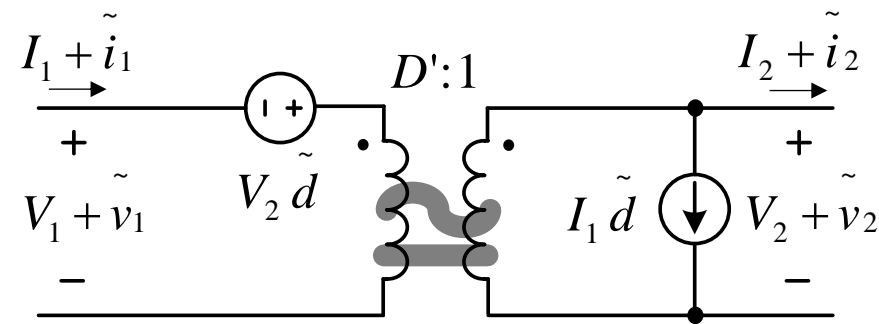
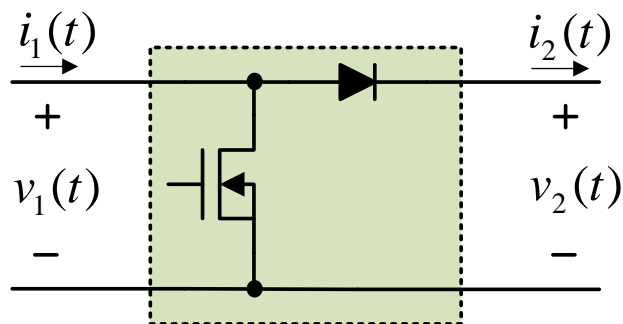
定常状態での電流・電圧、及び小信号のコンバータの伝達関数を求めることが可能

CCM動作DC-DCコンバータ：DC及びAC小信号の平均化回路モデル

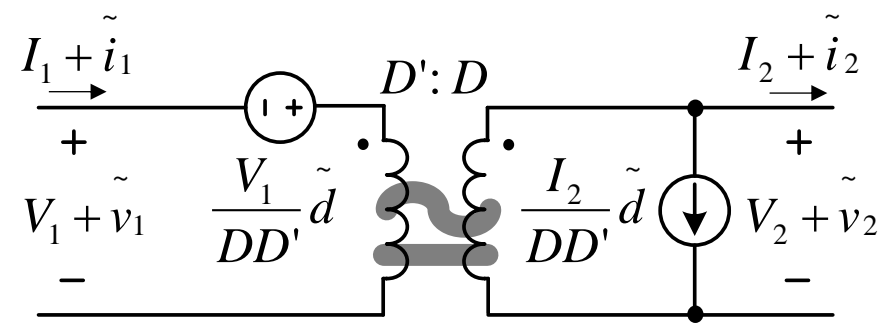
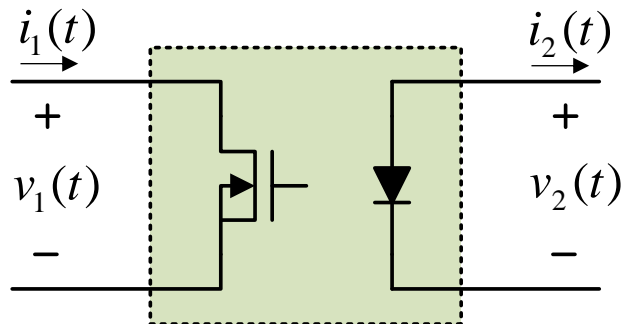
降圧型



昇圧型



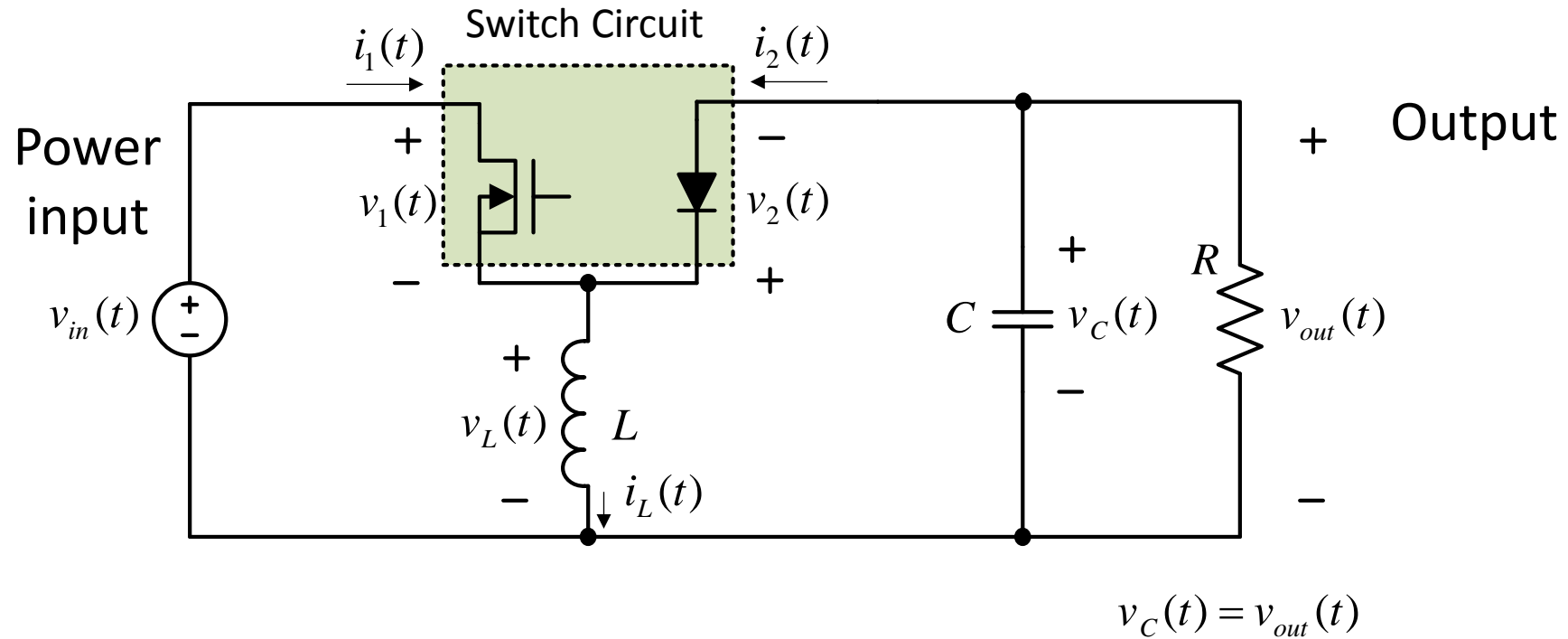
一般的な
2スイッチ回路
(昇降圧型)



DCM動作DC-DCコンバータ回路の平均化概要

1. コンバータ回路 \Rightarrow スイッチ回路 + リアクティブ回路
2. 2スイッチ(4端子)回路 \Rightarrow 電流・電圧波形の平均化
 1. 入力側:トランジスタ \Rightarrow 実効抵抗、出力側:ダイオード \Rightarrow 電力源
(トランジスタでの消費電力 \Rightarrow ダイオードに無損失で転送)
 2. この電力転送から入出力の電圧変換比を導出
3. 動作点での小信号の線形化
4. AC小信号の回路モデルを構築
 1. 低周波動作特性を導出(回路の固有周波数 \ll スイッチング周波数)
5. 上記平均化 \Rightarrow DCM動作の2スイッチ・コンバータ(Buck, Boost, Buck-Boost, Cuk, SEPICなど)に適用可能

昇降圧コンバータ

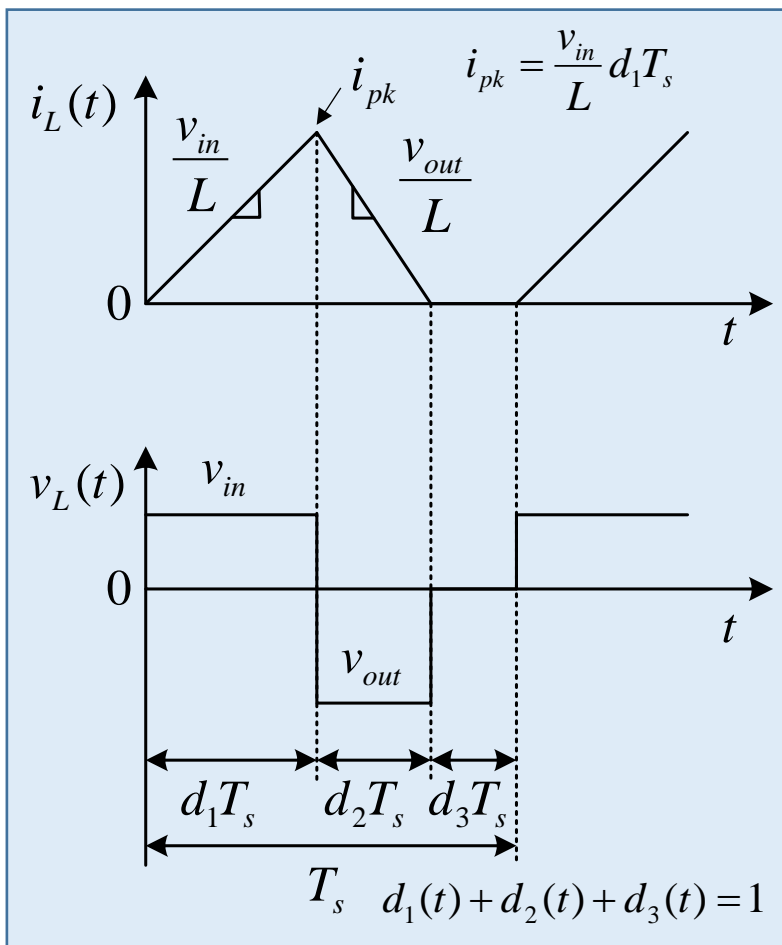


$i_1(t)$: Transistor Current $i_2(t)$: Diode Current

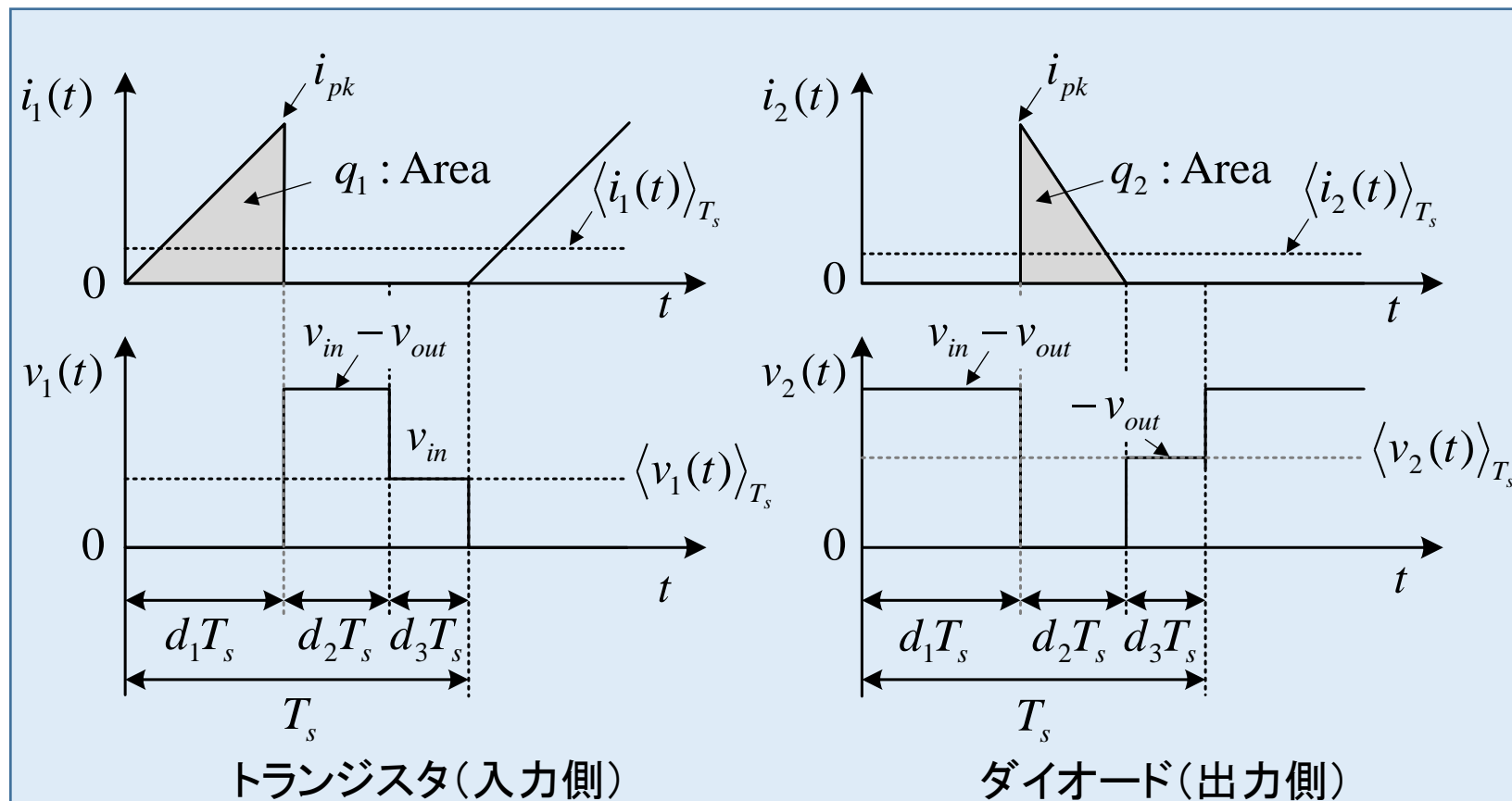
$v_1(t)$: Transistor Voltage $v_2(t)$: Diode Voltage

DCM動作のインダクタとスイッチ回路の電流・電圧波形

インダクタ



スイッチ回路



インダクタ・フラックス・バランス $\Rightarrow d_2(t) = -d_1(t) \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} / \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s}$

平均化によるスイッチ回路の入力と出力

入力(トランジスタ)側: $R_e(d_1)$ によって消費されるパワーが出力(ダイオード)側に転送される

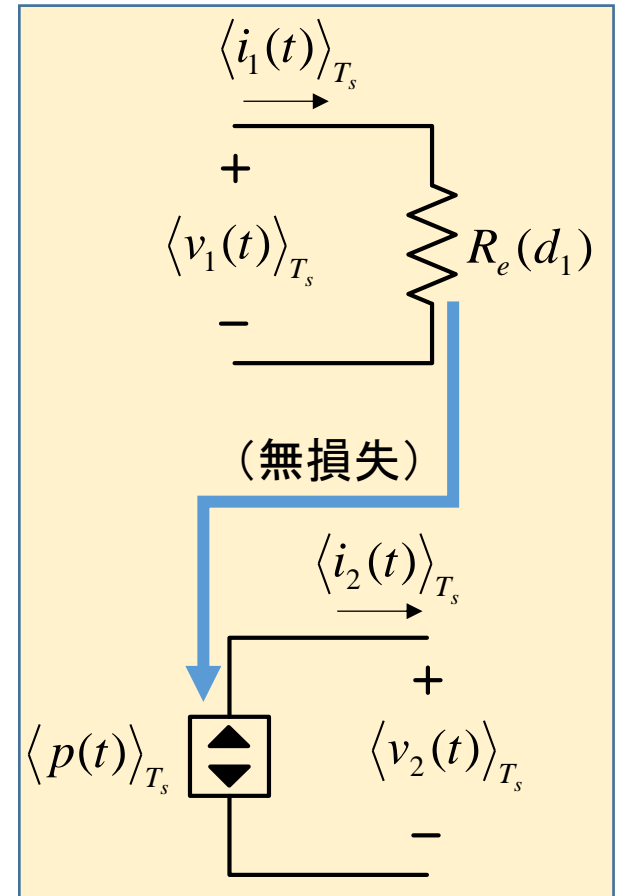
$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}}{R_e(d_1)} \quad \rightarrow \text{オームの法則に従う}$$
$$R_e(d_1) = \frac{2L}{d_1^2(t)T_s} : \text{実効抵抗}$$

出力(ダイオード)側: $R_e(d_1)$ によって消費されるパワーが出力される

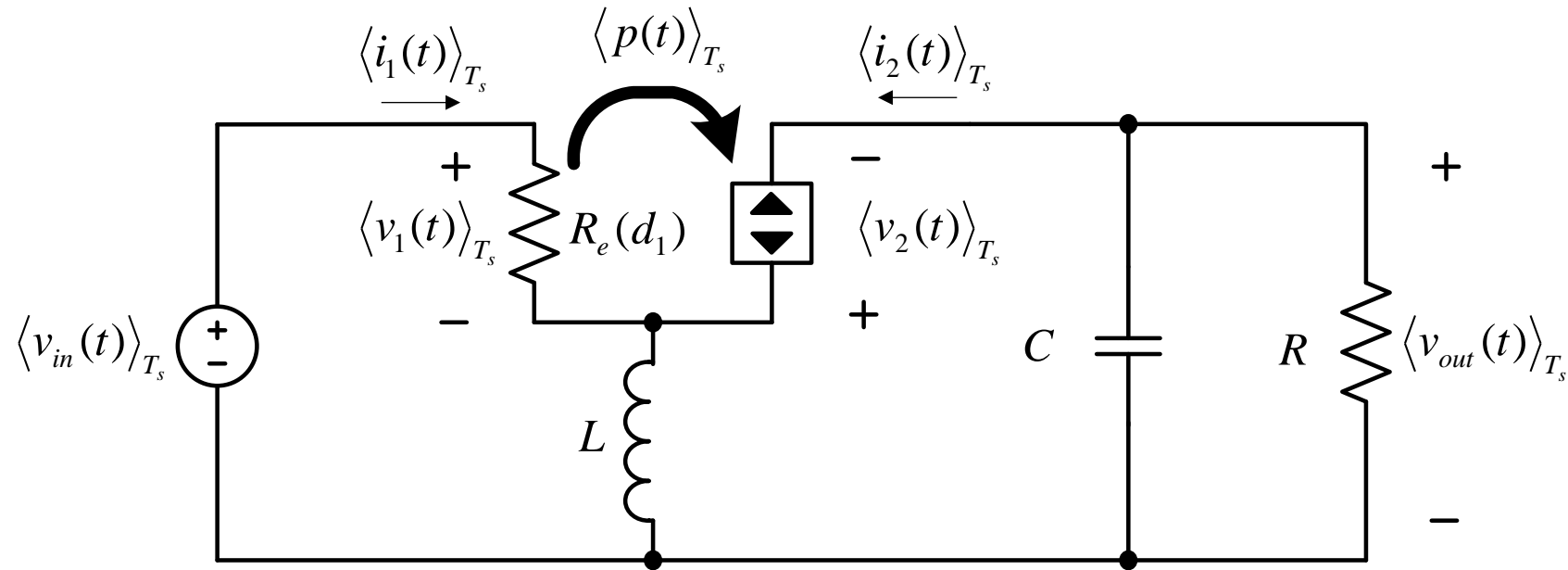
$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} \langle v_2(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}^2}{R_e(d_1)} = \langle p(t) \rangle_{T_s} : \text{従属電力源}$$

$$\begin{cases} d_1 T_s \rightarrow \text{インダクタにエネルギー蓄積} : \langle p(t) \rangle_{T_s} T_s \\ d_2 T_s \rightarrow \text{インダクタからエネルギー放出} : \langle p(t) \rangle_{T_s} T_s \end{cases}$$

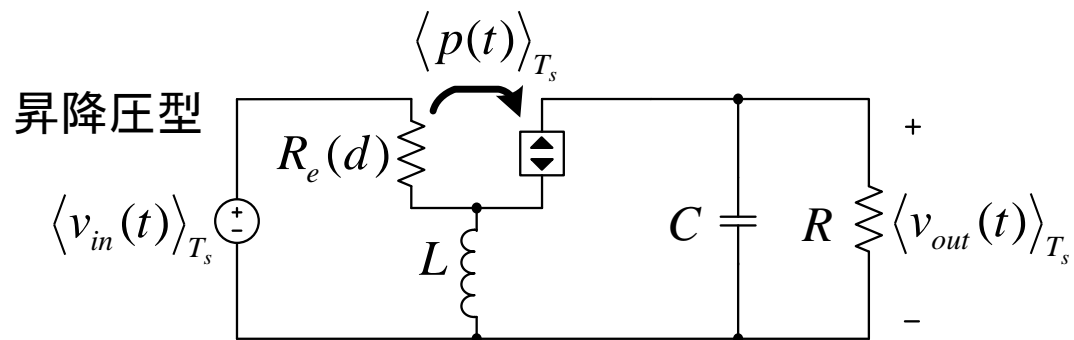
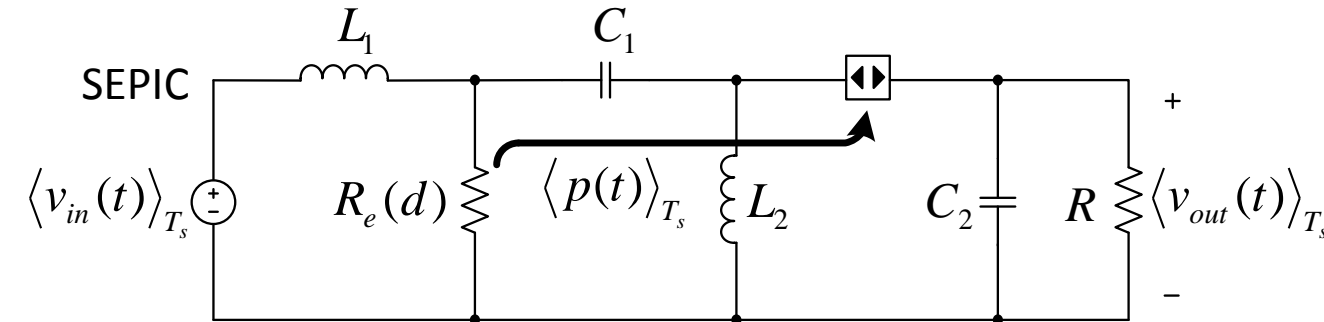
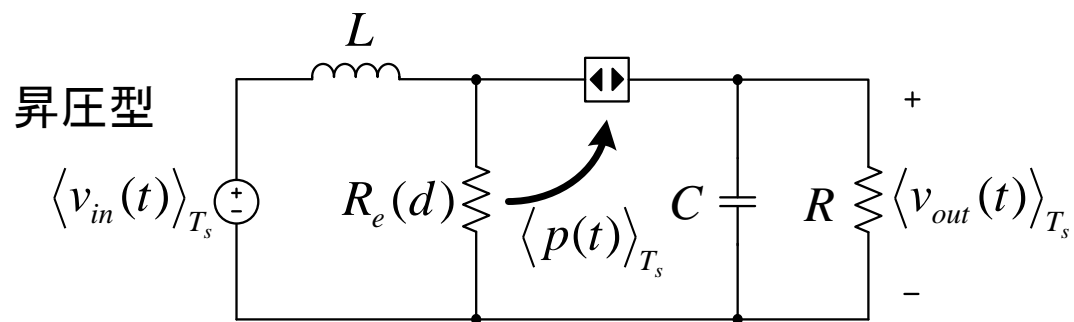
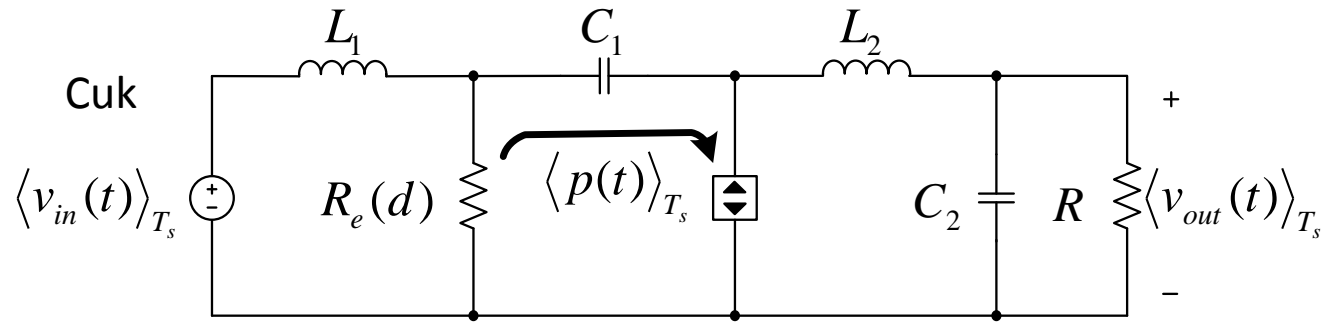
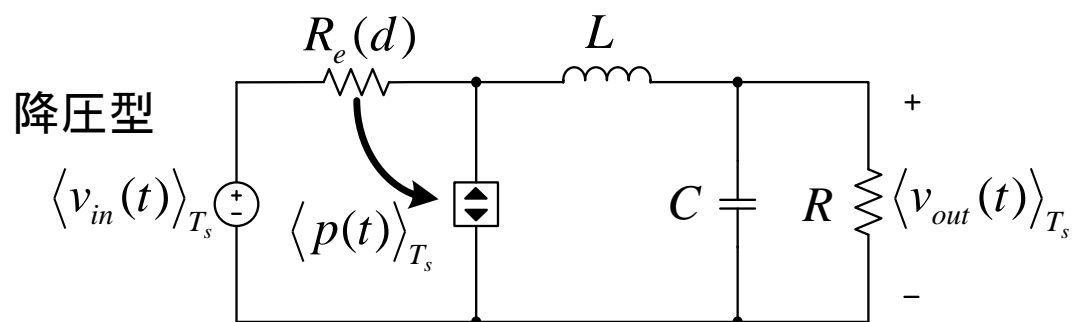
スイッチ回路での正味のパワー損失は無い



DCM動作昇降圧型コンバータの大信号平均化等価回路



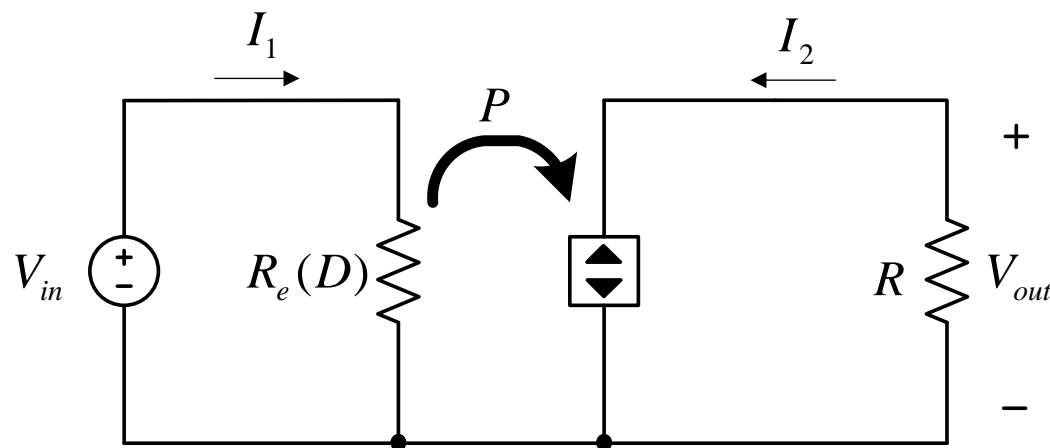
DCM動作DC-DCコンバータ：大信号平均化等価回路



降压型、昇圧型、昇降圧型コンバータ $\rightarrow R_e(d) = \frac{2L}{d^2 T_s}$

Cuk, SEPIC コンバータ $\rightarrow R_e(d) = \frac{2(L_1 // L_2)}{d^2 T_s} \quad (d = d_1)$

DCM動作 昇降圧型コンバータのDC等価回路モデル



DC(定常状態) → インダクタ:短絡、容量:開放

($d_1(t) \rightarrow D$:動作点でのデューティ比)

$$R_e(D) = \frac{2L}{D^2 T_s}$$

(注) Cuk, SEPIC コンバータのDC等価回路は、上記と同じになる

パワー: 入力→実効抵抗→電力源→出力(負荷)

$$P = \frac{V_{in}^2}{R_e(D)} = \frac{V_{out}^2}{R}$$

電圧変換比

$$M = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \pm \sqrt{\frac{R}{R_e(D)}} \quad (\text{昇降圧型の符号:負})$$

昇降圧型コンバータの電圧変換比

$$M = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\sqrt{\frac{D^2 T_s R}{2L}} = -\frac{D}{\sqrt{K}} \quad K = \frac{2L}{RT_s}$$

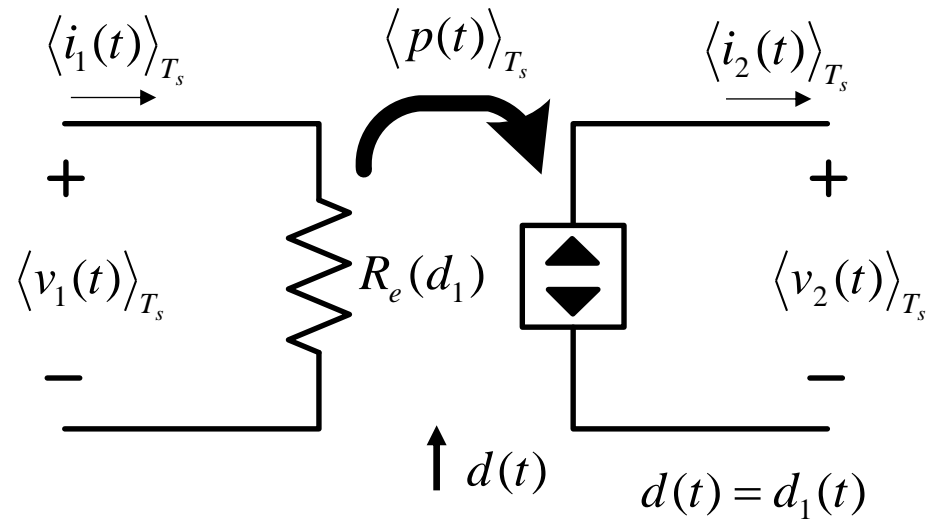
基本DC-DCコンバータのCCMとDCMにおける電圧変換比

Converter	M, CCM	M, DCM
Buck	D	$\frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4R_e/R}}$
Boost	$1/(1-D)$	$\frac{1 + \sqrt{1 + 4R/R_e}}{2}$
Buck-Boost、Cuk	$-D/(1-D)$	$-\sqrt{\frac{R}{R_e}}$
SEPIC	$D/(1-D)$	$\sqrt{\frac{R}{R_e}}$

CCMとDCMの境界における電流 $\rightarrow I_{crit} = [(1-D)/D][V_{in}/R_e(D)]$

DCM動作2スイッチ回路の動作点での小信号線形化

(波形の平均値及びデューティ比) \Rightarrow (動作点でのDC成分) + (線形化された小信号)

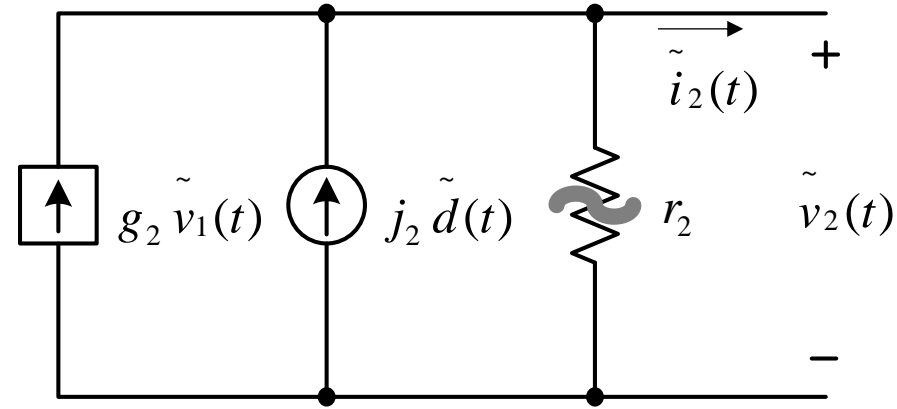
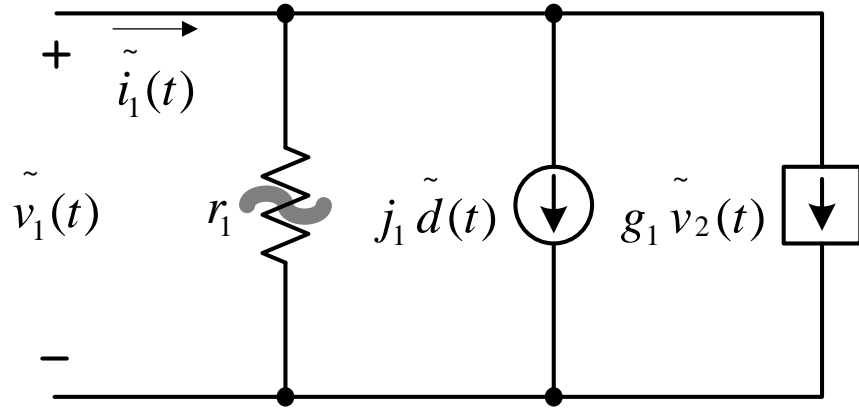


Large Signal Averaged Circuit

$$\begin{cases}
 d(t) = D + \tilde{d}(t) \\
 \langle v_1(t) \rangle_{T_s} = V_1 + \tilde{v}_1(t) \\
 \langle i_1(t) \rangle_{T_s} = I_1 + \tilde{i}_1(t) \\
 \langle v_2(t) \rangle_{T_s} = V_2 + \tilde{v}_2(t) \\
 \langle i_2(t) \rangle_{T_s} = I_2 + \tilde{i}_2(t)
 \end{cases}$$

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}}{R_e(d(t))} \quad \langle i_2(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}^2}{R_e(d(t)) \langle v_2(t) \rangle_{T_s}}$$

DCM動作2スイッチ回路の小信号等価回路



$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}}{R_e(d(t))} = f_1(\langle v_1(t) \rangle_{T_s}, \langle v_2(t) \rangle_{T_s}, d(t))$$

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = I_1 + \tilde{i}_1(t)$$

$$\cong f_1(V_1, V_2, D) + \tilde{v}_1(t) \frac{\partial f_1}{\partial v_1} \Big|_{v_1=V_1} + \tilde{v}_2(t) \frac{\partial f_1}{\partial v_2} \Big|_{v_2=V_2} + \tilde{d}(t) \frac{\partial f_1}{\partial d} \Big|_{d=D}$$

$$\tilde{i}_1(t) = \frac{1}{r_1} \tilde{v}_1(t) + g_1 \tilde{v}_2(t) + j_1 \tilde{d}(t)$$

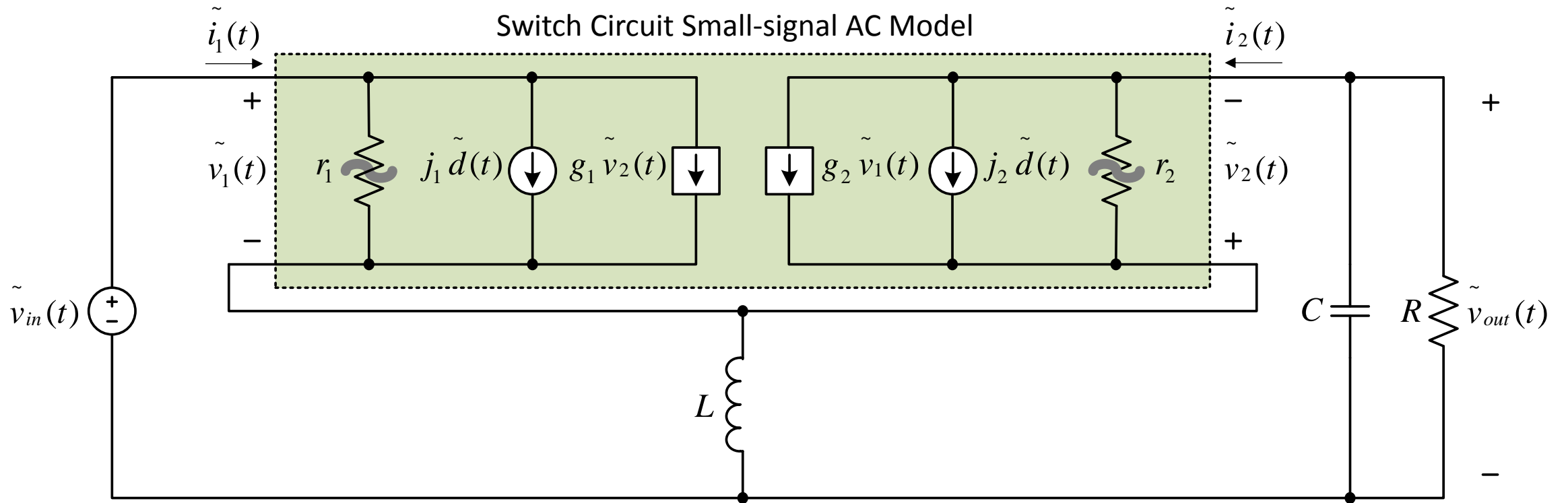
$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}^2}{R_e(d(t)) \langle v_2(t) \rangle_{T_s}} = f_2(\langle v_1(t) \rangle_{T_s}, \langle v_2(t) \rangle_{T_s}, d(t))$$

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = I_2 + \tilde{i}_2(t)$$

$$\cong f_2(V_1, V_2, D) + \tilde{v}_1(t) \frac{\partial f_2}{\partial v_1} \Big|_{v_1=V_1} + \tilde{v}_2(t) \frac{\partial f_2}{\partial v_2} \Big|_{v_2=V_2} + \tilde{d}(t) \frac{\partial f_2}{\partial d} \Big|_{d=D}$$

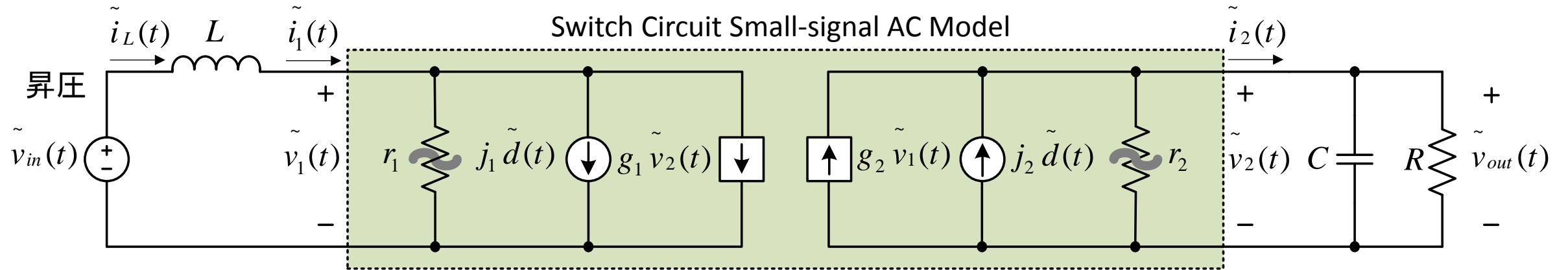
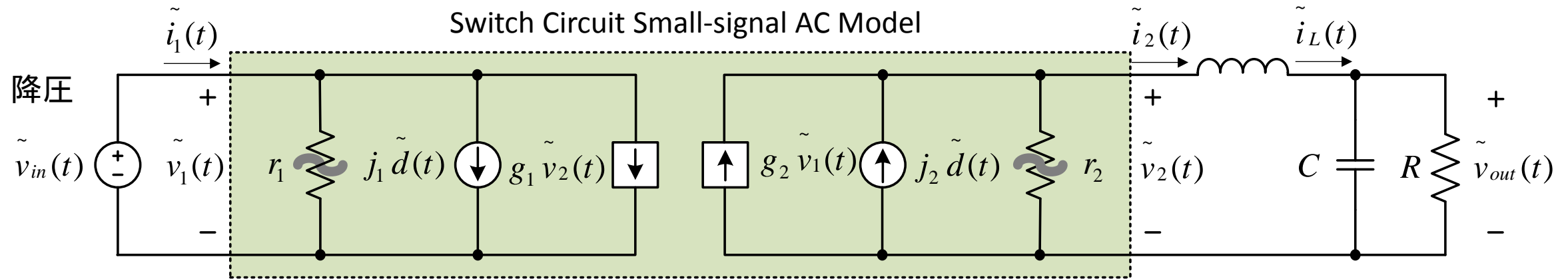
$$\tilde{i}_2(t) = -\frac{1}{r_2} \tilde{v}_2(t) + g_2 \tilde{v}_1(t) + j_2 \tilde{d}(t)$$

DCM動作昇降圧コンバータの小信号AC回路モデル



線形回路解析から伝達関数を求めることが可能

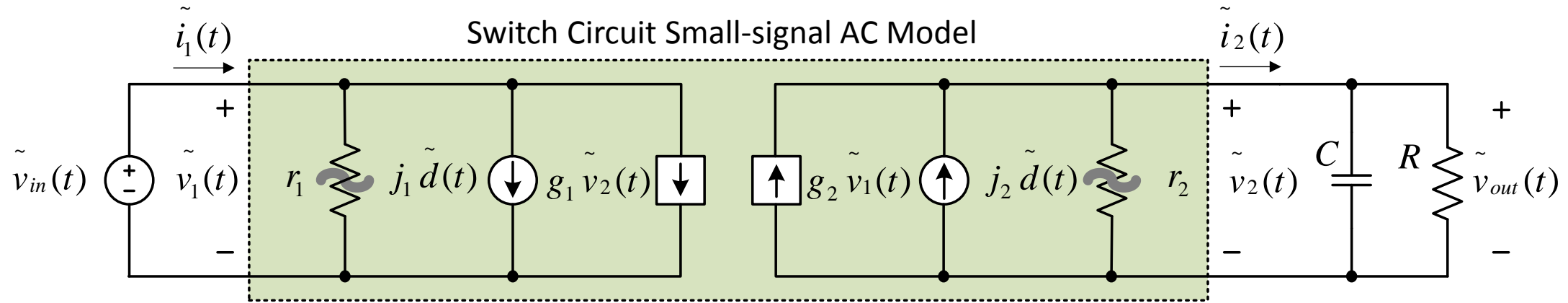
DCM動作昇圧及び降圧コンバータの小信号AC回路モデル



DCM動作2スイッチ回路の小信号モデル・パラメータ

Switch circuit	r_1	g_1	j_1	r_2	g_2	j_2
General Two-switch	R_e	0	$\frac{2V_1}{DR_e}$	$M^2 R_e$	$\frac{2}{MR_e}$	$\frac{2V_1}{DMR_e}$
Two-switch for Buck	R_e	$\frac{1}{R_e}$	$\frac{2(1-M)V_1}{DR_e}$	$M^2 R_e$	$\frac{2-M}{MR_e}$	$\frac{2(1-M)V_1}{DMR_e}$
Two-switch for Boost	$\frac{(M-1)^2}{M^2} R_e$	$\frac{1}{(M-1)^2 R_e}$	$\frac{2MV_1}{D(M-1)R_e}$	$(M-1)^2 R_e$	$\frac{2M-1}{(M-1)^2 R_e}$	$\frac{2V_1}{D(M-1)R_e}$

DCM動作 低周波小信号AC等価回路：降压、昇压、昇降压



低周波領域でのモデル → インダクタ:短絡 (理由: DCM動作 → インダクタ電圧の平均値はゼロ)

制御～出力伝達関数: $\tilde{v}_{in}(t) = 0$

入力～出力伝達関数: $\tilde{d}(t) = 0$

$$G_{out,d} = \left. \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{d}} \right|_{\tilde{v}_{in}=0} = \frac{G_{d0}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

$$G_{out,in} = \left. \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}} \right|_{\tilde{d}=0} = \frac{G_{in0}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

$$G_{d0} = j_2(R // r_2), \quad \omega_p = \frac{1}{(R // r_2)C}$$

$$G_{in0} = g_2(R // r_2) = M$$

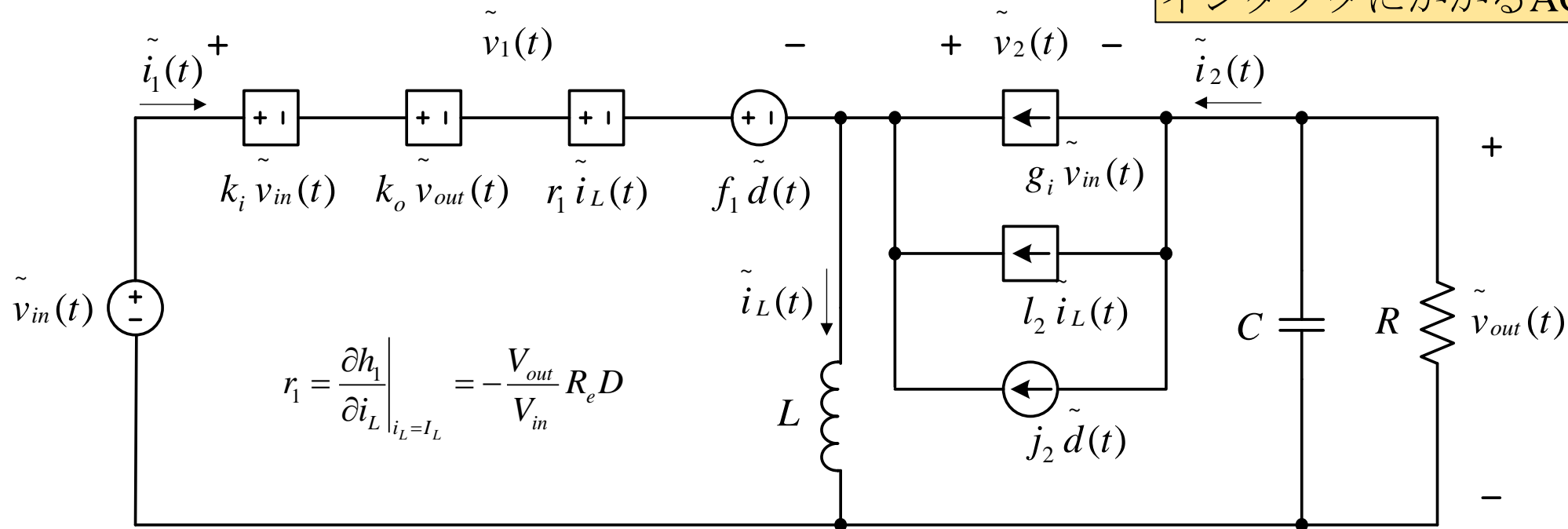
DCM動作DC-DCコンバータの小信号伝達関数

低周波領域

Converter	G_{d0}	G_{in0}	ω_p
Buck	$\frac{2V}{D} \frac{1-M}{2-M}$	M	$\frac{2-M}{(1-M)RC}$
Boost	$\frac{2V}{D} \frac{M-1}{2M-1}$	M	$\frac{2M-1}{(M-1)RC}$
Buck-boost	$\frac{V}{D}$	M	$\frac{2}{RC}$

DCM動作昇降圧コンバータの高周波小信号AC等価回路

インダクタにかかるAC電圧 $\neq 0$



$$r_1 = \left. \frac{\partial h_1}{\partial i_L} \right|_{i_L=I_L} = -\frac{V_{out}}{V_{in}} R_e D$$

$$\langle v_1(t) \rangle_{T_s} = h_1(\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s}, \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s}, \langle i_L(t) \rangle_{T_s}, d(t))$$

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = h_2(\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s}, \langle i_L(t) \rangle_{T_s}, d(t))$$

$$\begin{aligned} \tilde{v}_1(t) &= \tilde{v}_{in}(t) \left. \frac{\partial h_1}{\partial v_{in}} \right|_{v_{in}=V_{in}} + \tilde{v}_{out}(t) \left. \frac{\partial h_1}{\partial v_{out}} \right|_{v_{out}=V_{out}} + \tilde{i}_L(t) \left. \frac{\partial h_1}{\partial i_L} \right|_{i_L=I_L} + \tilde{d}(t) \left. \frac{\partial h_1}{\partial d} \right|_{d=D} \\ &= \tilde{v}_{in}(t) k_i + \tilde{v}_{out}(t) k_o + \tilde{i}_L(t) r_1 + \tilde{d}(t) f_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{i}_2(t) &= \tilde{v}_{in}(t) \left. \frac{\partial h_2}{\partial v_{in}} \right|_{v_{in}=V_{in}} + \tilde{i}_L(t) \left. \frac{\partial h_2}{\partial i_L} \right|_{i_L=I_L} + \tilde{d}(t) \left. \frac{\partial h_2}{\partial d} \right|_{d=D} \\ &= \tilde{v}_{in}(t) g_i + \tilde{i}_L(t) l_2 + \tilde{d}(t) j_2 \end{aligned}$$

DCM動作昇降圧コンバータの高周波特性 (制御～出力伝達関数)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{制御～出力伝達関数: } \tilde{v}_{in}(t) = 0 \\ \text{高周波: 容量電圧AC成分} \rightarrow 0: \tilde{v}_{out}(t) \cong 0 \rightarrow k_o \tilde{v}_{out}(t) \cong 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \tilde{v}_{in}(t), L \text{ を含むループ電圧} = 0 \\ sL\tilde{i}_L(t) + r_1\tilde{i}_L(t) + f_1\tilde{d}(t) = 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \frac{\tilde{i}_L(t)}{\tilde{d}(t)} = -\frac{f_1}{r_1} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_{ph}}} \quad \omega_{ph} = \frac{r_1}{L} \quad \left(f_{ph} = \frac{\omega_{ph}}{2\pi} : \text{高周波ポール周波数} \right)$$

定常状態の関係を使って f_{ph} の見積もり

$$r_1 = -\frac{V_{out}}{V_{in}} R_e D, \quad -\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{D}{D_2}, \quad R_e = \frac{2Lf_s}{D^2}$$

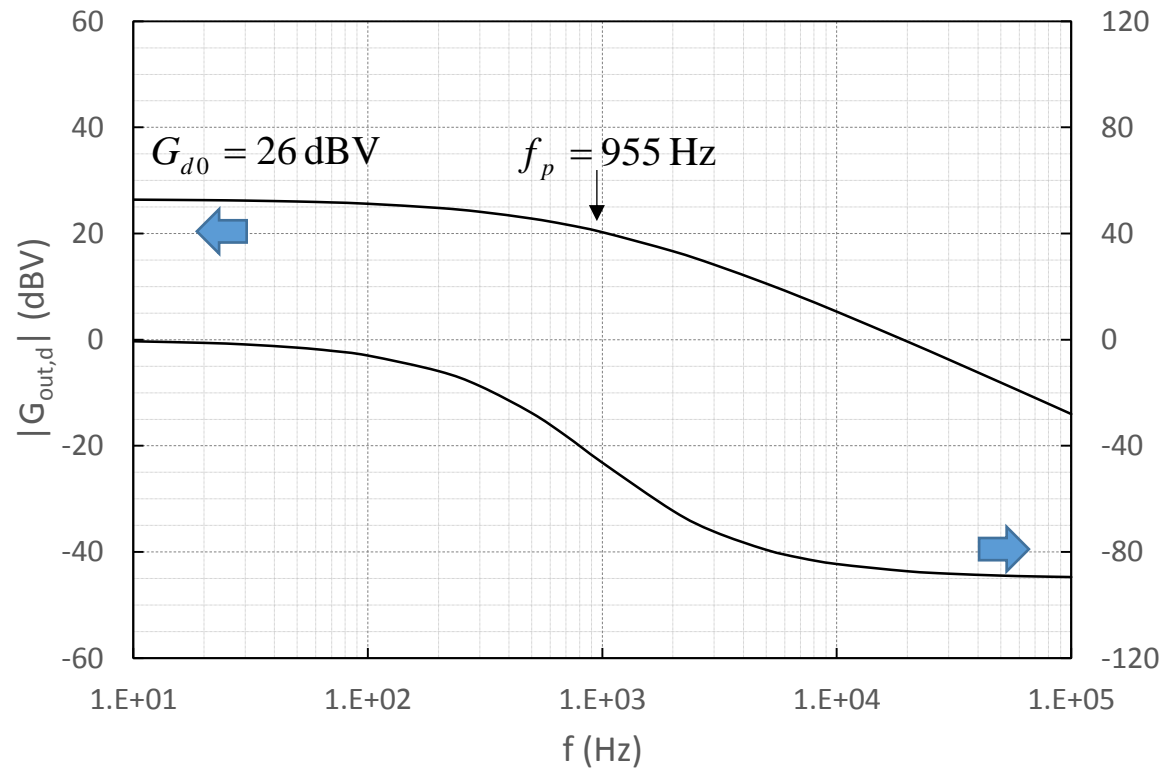
$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f_{ph} = \frac{f_s}{\pi D_2} \quad f_s : \text{スイッチング周波数} \\ f_{ph} > \frac{f_s}{\pi} \quad \because 0 < D_2 < 1 \end{array} \right.$$

(DCM動作の基本コンバータで有効)

DCM動作コンバータの制御～出力伝達関数からの高周波ポールとRHPゼロ

Converter	High-frequency pole ω_{ph}	RHP zero ω_z
Buck	$\frac{2Mf_s}{D(1-M)}$	none
Boost	$\frac{2(M-1)f_s}{D}$	$\frac{2f_s}{D}$
Buck-boost	$\frac{2 M f_s}{D}$	$\frac{2f_s}{D}$

DCM動作昇圧型コンバータの制御～出力周波数応答例



$$R = 5 \Omega$$

$$L = 10 \mu\text{H}$$

$$C = 100 \mu\text{F}$$

$$f_s = 250 \text{ kHz}$$

$$P = 0.5 \text{ W}$$

$$R_e = 50 \Omega$$

$$D = 0.316$$

$$I_{crit} = 216 \text{ mA}$$

$$i_{pk} = 630 \text{ mA}$$

$$V_{in} = 5 \text{ V}$$

$$V_{out} = 10 \text{ V}$$

$$I_{out} = 100 \text{ mA}$$

$$M = 2$$

$$G_{d0} = 26 \text{ dBV}$$

$$f_p = 955 \text{ Hz}$$

$$f_{ph} = 1.58 \text{ MHz}$$

$$f_z = 1.58 \text{ MHz}$$

$$I_{out} < I_{crit} \Rightarrow \text{DCM}$$

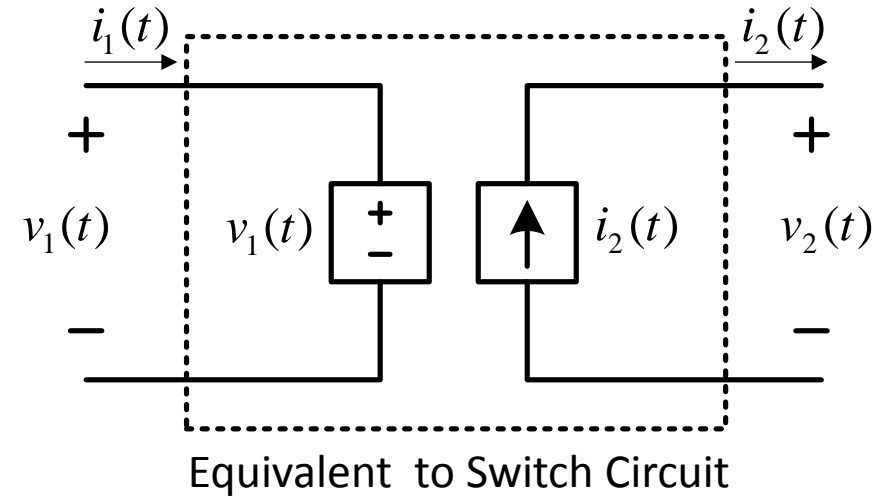
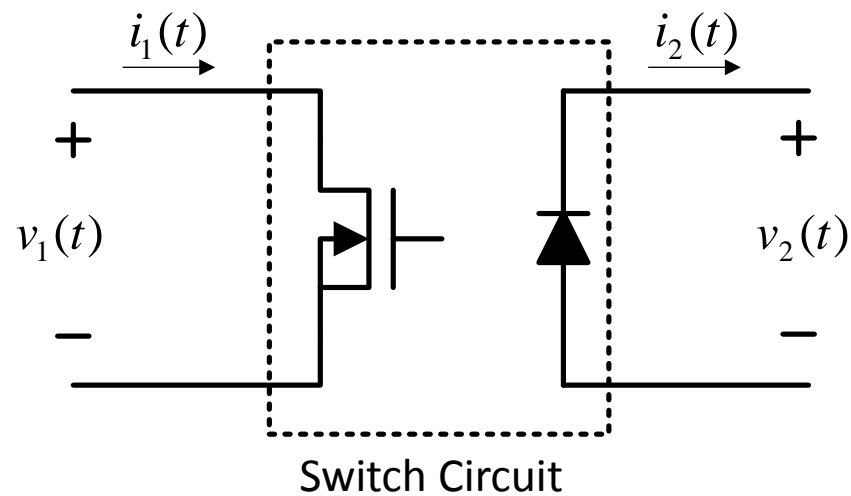
まとめ

- PWM制御されたDC-DCコンバータの2スイッチ回路の非線形な電流・電圧波形を平均化し、動作点で線形化された小信号を乗せてモデル化することによるDCとAC小信号の等価回路をレビューした。
- CCMでは、DCとAC小信号が理想変圧器によって変換される。
- DCMでは、トランジスタからダイオードへ実効的にエネルギーが転送され、ダイオードが電力源として寄与する。
- 本手法により、通常の線形回路解析が可能である。また、本等価回路は簡単で物理イメージを掴み易い。
- 本手法は降圧、昇圧、昇降圧、Cuk、SEPIC、さらに共振型の各コンバータに適用できる。
- 本手法を用いて設計要求項目に合う素子パラメータや動作条件の概略を決め、その後詳細シミュレーションを行なうと設計効率が向上する。



ご清聴有難うございました

CCM SEPICコンバータ資料

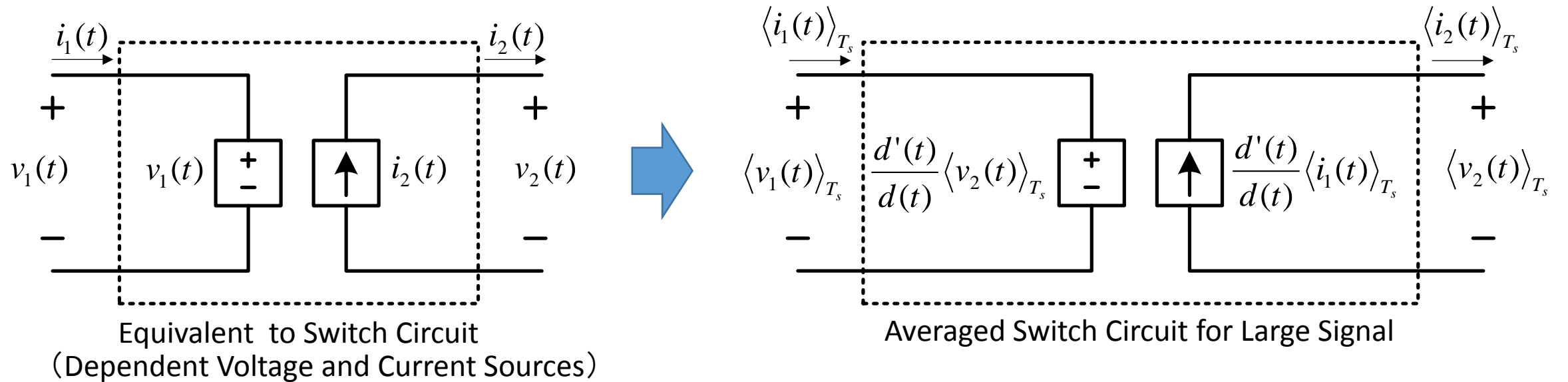
スイッチ回路の等価回路



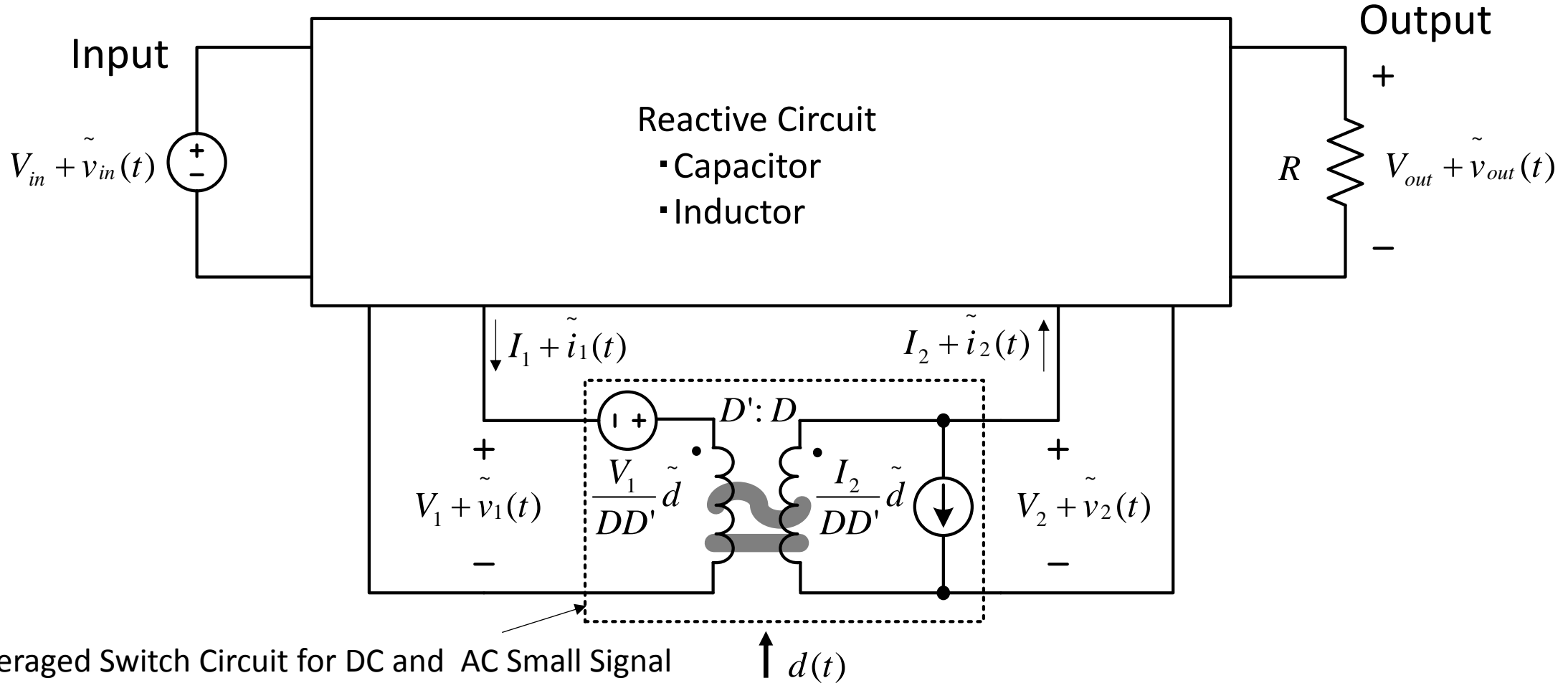
独立入力: $i_1(t)$, $v_2(t)$
従属出力: $i_2(t)$, $v_1(t)$

 → Dependent Voltage Source ($v_1(t)$: Transistor Voltage)
 → Dependent Current Source ($i_2(t)$: Diode Current)

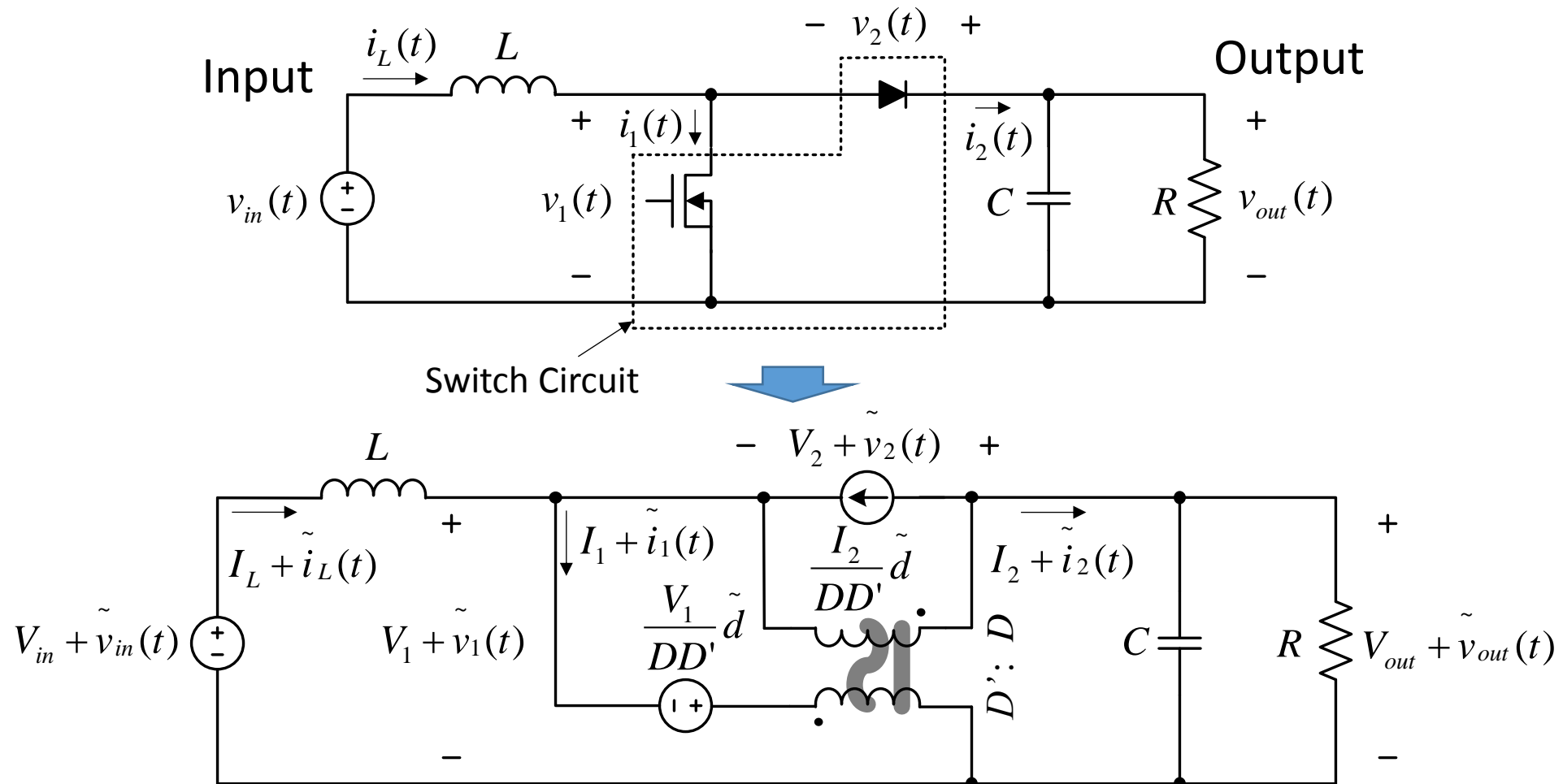
平均化されたスイッチ回路モデル(大信号)



CCM動作2スイッチDC-DCコンバータの平均化回路モデル (DC及びAC小信号)

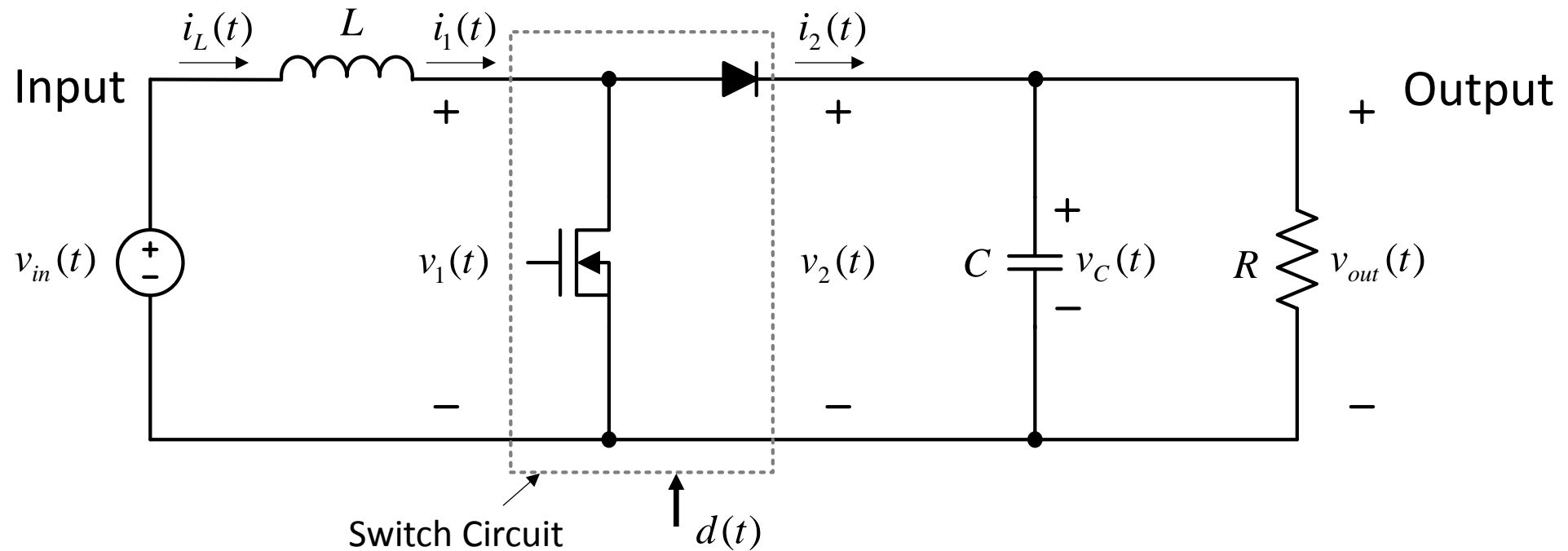


平均化回路モデルの昇圧コンバータへの適用



CCM昇圧コンバータ資料

昇圧型コンバータ回路

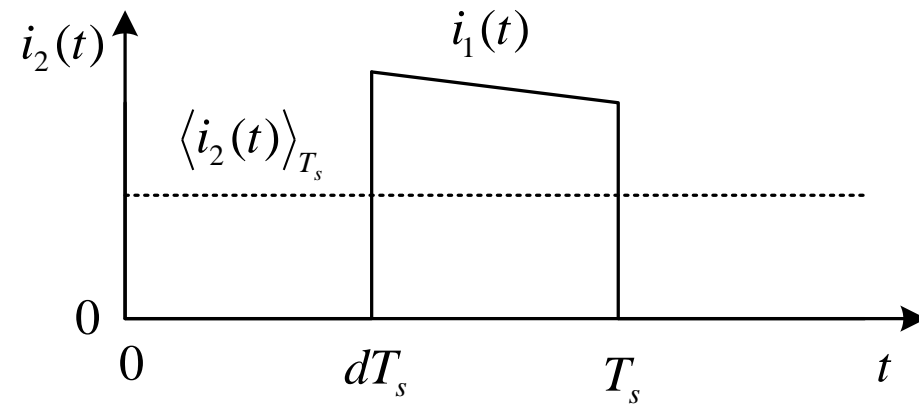
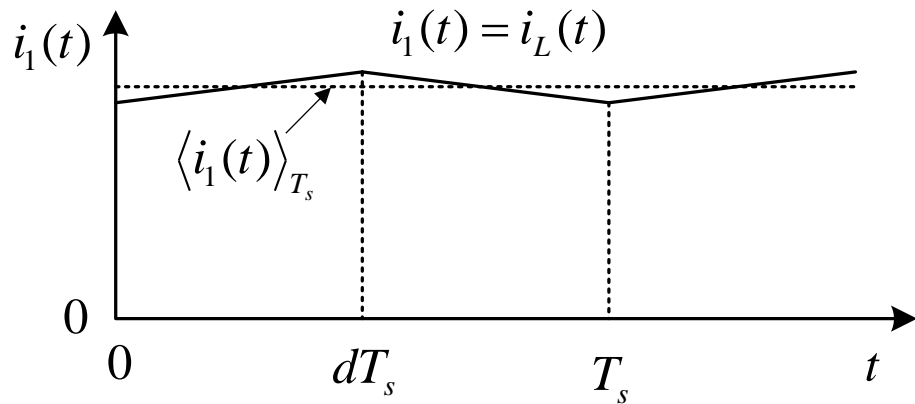
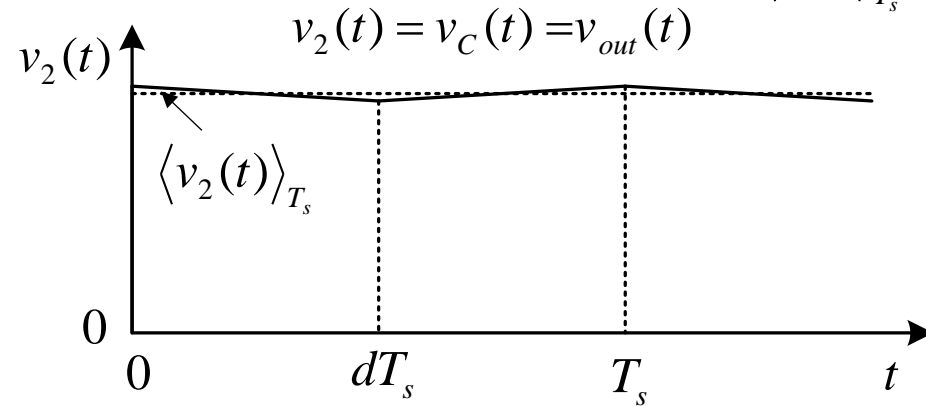
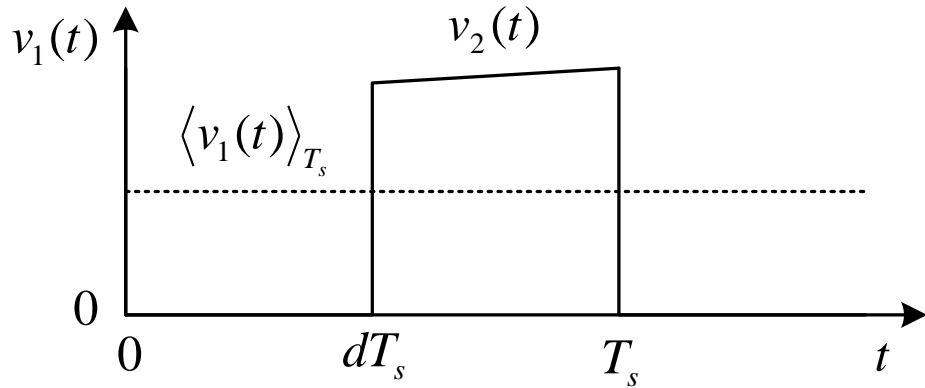


独立入力 ➡ $i_1(t) = i_L(t)$: Inductor Current, $v_2(t) = v_{out}(t) = v_C(t)$: Capacitor Voltage

従属出力 ➡ $i_2(t)$: Diode Current, $v_1(t)$: Transistor Voltage

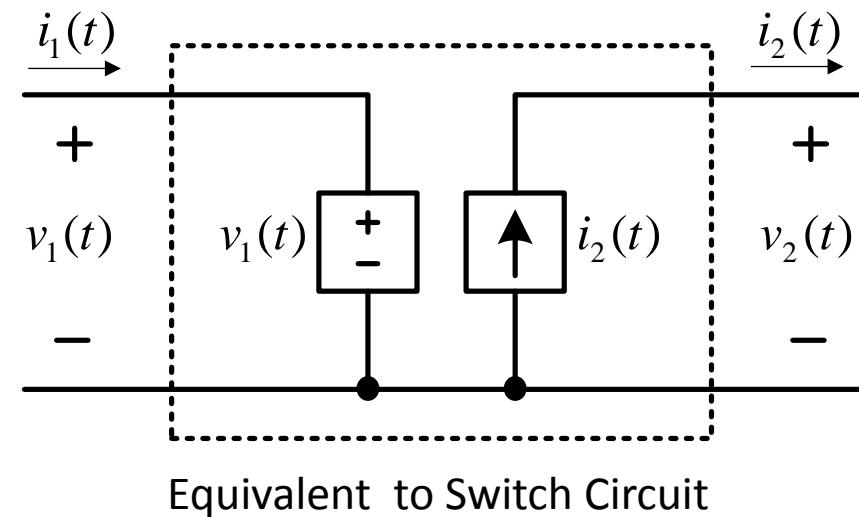
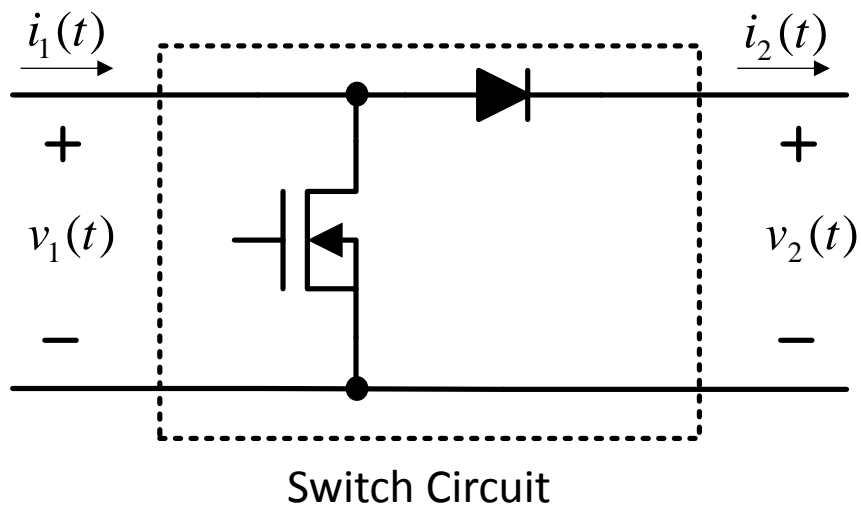
CCM動作のスイッチ回路の電流・電圧波形

$$\langle x(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} x(\tau) d\tau$$





(仮定: インダクタ電流と容量電圧のリプルは小さい)

スイッチ回路の等価回路



独立入力: $i_1(t), v_2(t)$
従属出力: $i_2(t), v_1(t)$

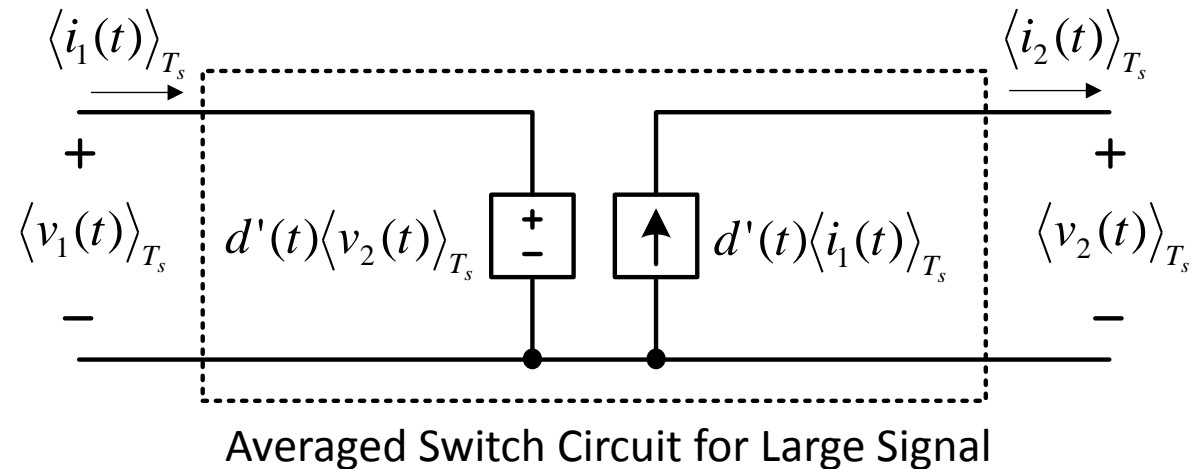
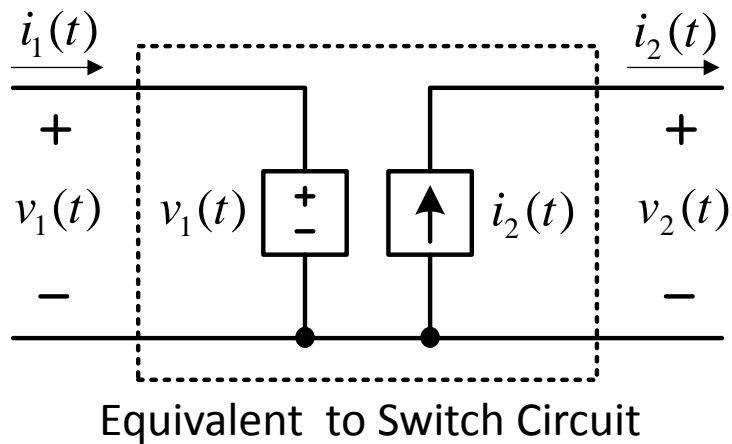
 → Dependent Voltage Source ($v_1(t)$: Transistor Voltage)
 → Dependent Current Source ($i_2(t)$: Diode Current)

スイッチ電流・電圧波形の平均化(大信号)

従属出力の平均化

$$\langle v_1(t) \rangle_{T_s} = d'(t) \langle v_2(t) \rangle_{T_s} \quad \Rightarrow \quad \text{従属電圧源} \quad \langle v_1(t) \rangle_{T_s} \text{ は } \langle v_2(t) \rangle_{T_s} \text{ に依存}$$

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = d'(t) \langle i_1(t) \rangle_{T_s} \quad \Rightarrow \quad \text{従属電流源} \quad \langle i_2(t) \rangle_{T_s} \text{ は } \langle i_1(t) \rangle_{T_s} \text{ に依存}$$



動作点での小信号線形化

(波形の平均値及びデューティ比) \Rightarrow (動作点でのDC成分) + (線形化された小信号)

$$\begin{aligned}\langle v_1(t) \rangle_{T_s} &= V_1 + \tilde{v}_1(t) & \langle v_2(t) \rangle_{T_s} &= \langle v_C(t) \rangle_{T_s} = V_C + \tilde{v}_C(t) & \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} &= V_{in} + \tilde{v}_{in}(t) \\ \langle i_1(t) \rangle_{T_s} &= \langle i_L(t) \rangle_{T_s} = I_L + \tilde{i}_L(t) & \langle i_2(t) \rangle_{T_s} &= I_2 + \tilde{i}_2(t) & d(t) &= D + \tilde{d}(t) & d'(t) &= D - \tilde{d}(t)\end{aligned}$$

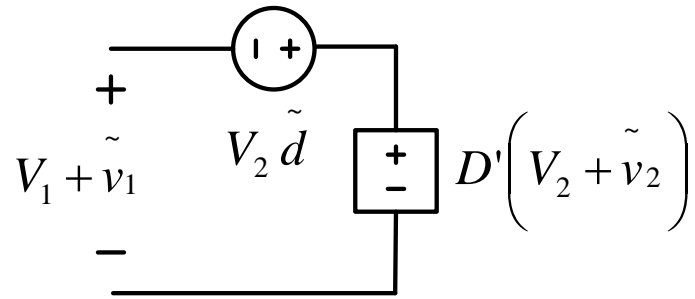
従属電圧源(非線形小信号無視)

$$V_1 + \tilde{v}_1(t) = \left(D' - \tilde{d}(t) \right) \left(V_C + \tilde{v}_C(t) \right) \cong D' \left(V_C + \tilde{v}_C(t) \right) - V_C \tilde{d}(t)$$

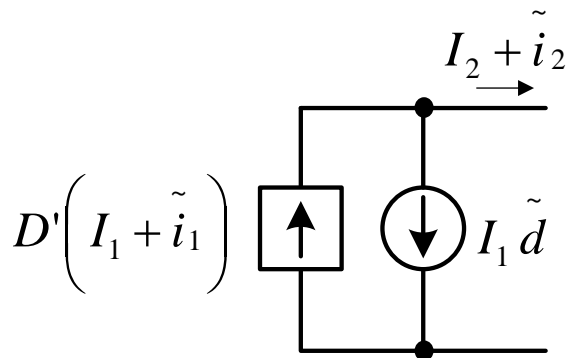
従属電流源(非線形小信号無視)

$$I_2 + \tilde{i}_2(t) = \left(D' - \tilde{d}(t) \right) \left(I_L + \tilde{i}_L(t) \right) \cong D' \left(I_L + \tilde{i}_L(t) \right) - I_L \tilde{d}(t)$$

動作点での小信号線形化回路モデル



Linearized Dependent Voltage Source
(Primary Winding of Ideal Transformer)



Linearized Dependent Current Source
(Secondary Winding of Ideal Transformer)

$$V_2 = V_C = V_{out}$$

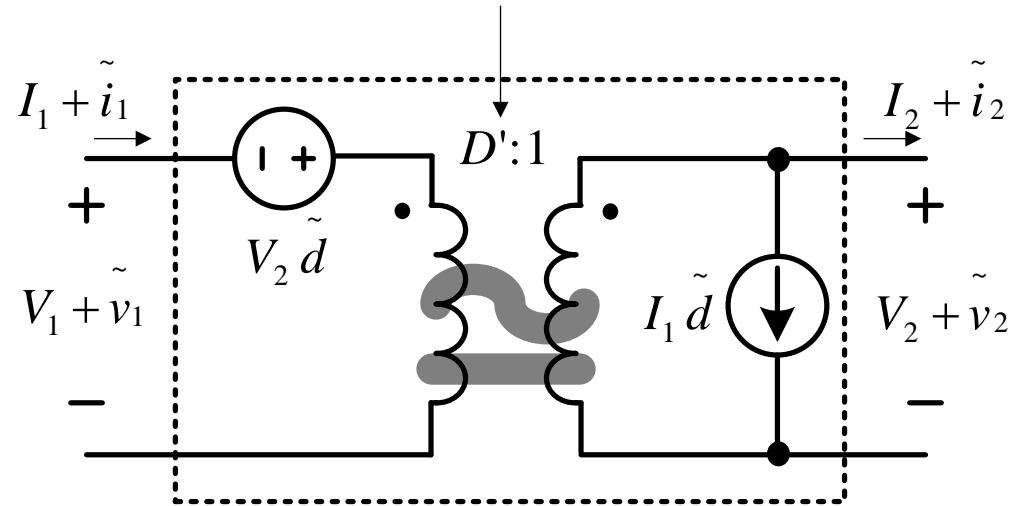
$$\tilde{v}_2(t) = \tilde{v}_C(t) = \tilde{v}_{out}(t)$$

$$I_1 = I_L$$

$$\tilde{i}_1(t) = \tilde{i}_L(t)$$



Ideal Transformer for DC and AC small signal



Averaged Switch Circuit for DC and AC Small Signal

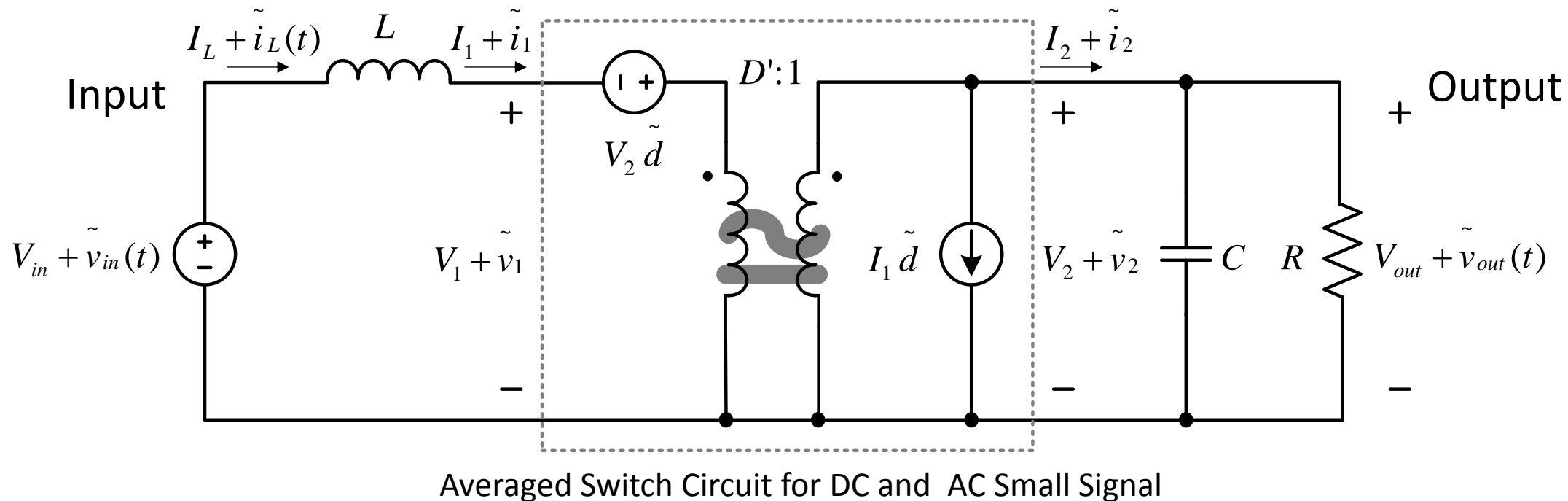


Independent Voltage Source by Control Input d



Independent Current Source by Control Input d

CCM動作昇圧型コンバータ: DC及びAC小信号の平均化回路モデル

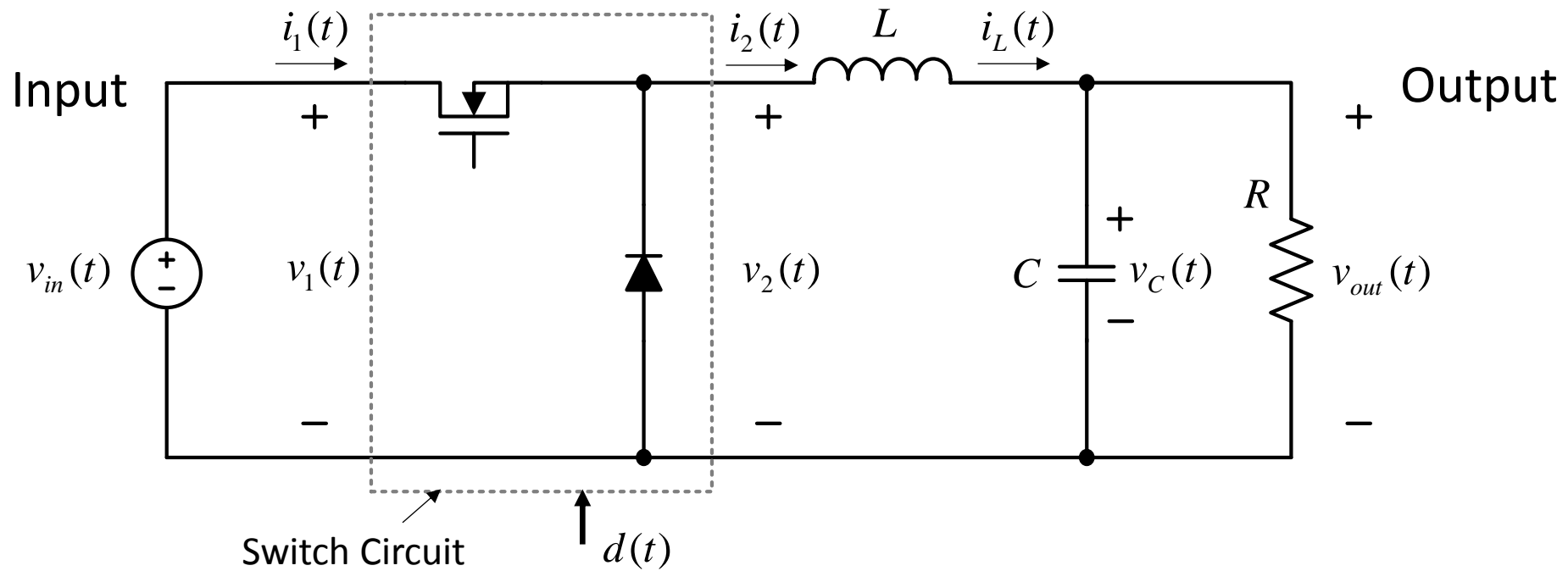


- (1) DCとAC小信号の電流・電圧レベルの変換 ($D':1$)
- (2) 制御入力 $d(t)$ によるAC小信号の電圧・電流の変化

定常状態での電流・電圧、及び小信号のコンバータの伝達関数を求めることが可能

CCM降圧コンバータ資料

降压型コンバータ回路

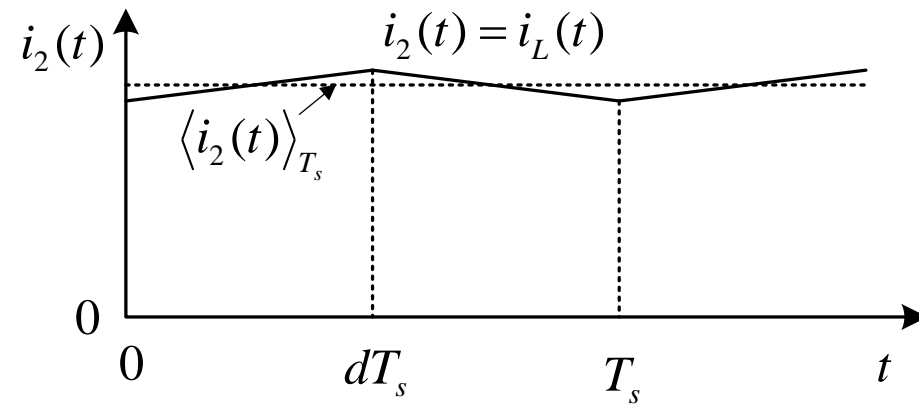
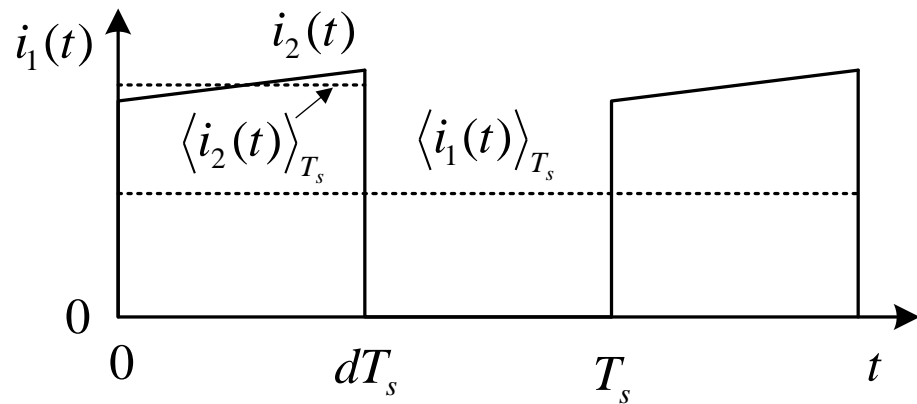
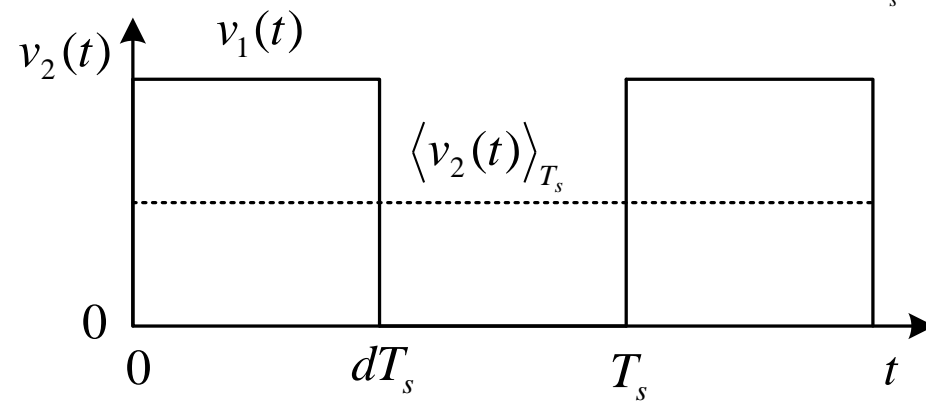
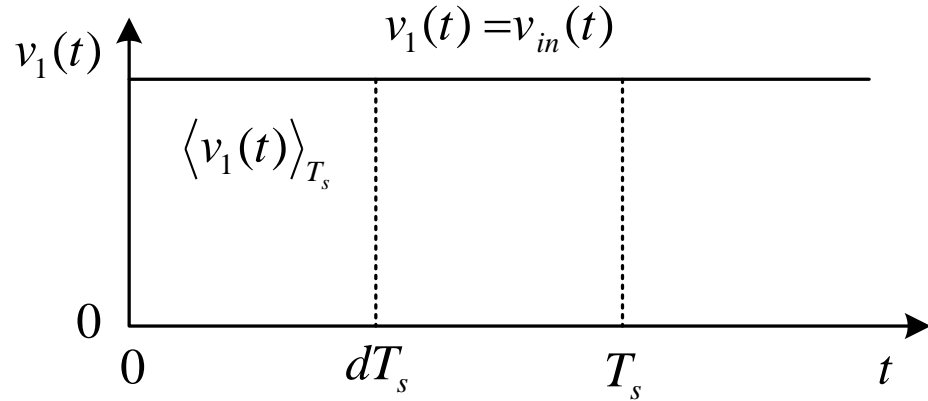


独立入力 $\Rightarrow i_2(t) = i_L(t)$: Inductor Current, $v_1(t) = v_{in}(t)$: Input Voltage

従属出力 $\Rightarrow i_1(t)$: Transistor Current, $v_2(t)$: Diode Voltage

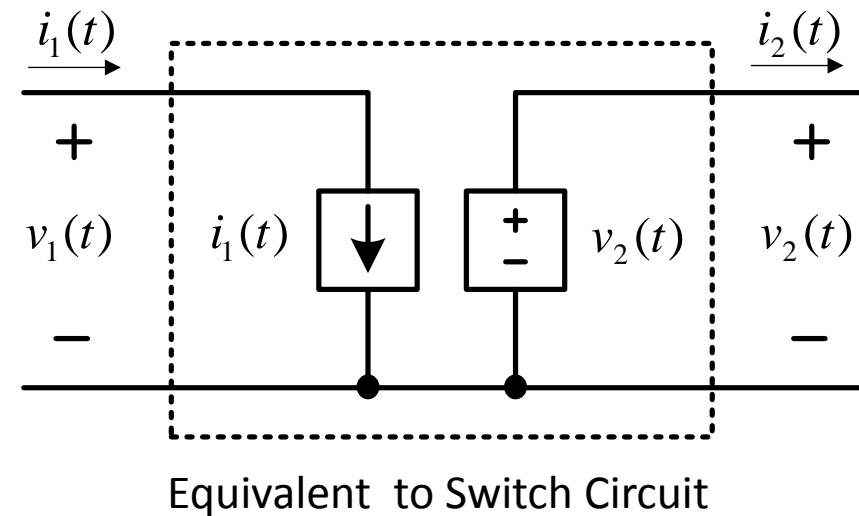
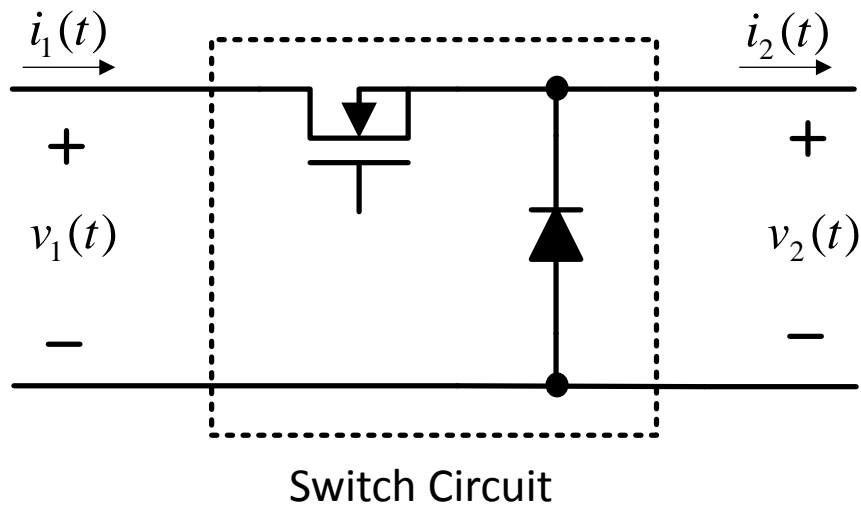
CCM動作のスイッチ回路の電流・電圧波形

$$\langle x(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} x(\tau) d\tau$$





(仮定: インダクタ電流と容量電圧のリプルは小さい)

スイッチ回路の等価回路



独立入力: $i_2(t)$, $v_1(t)$
 従属出力: $i_1(t)$, $v_2(t)$

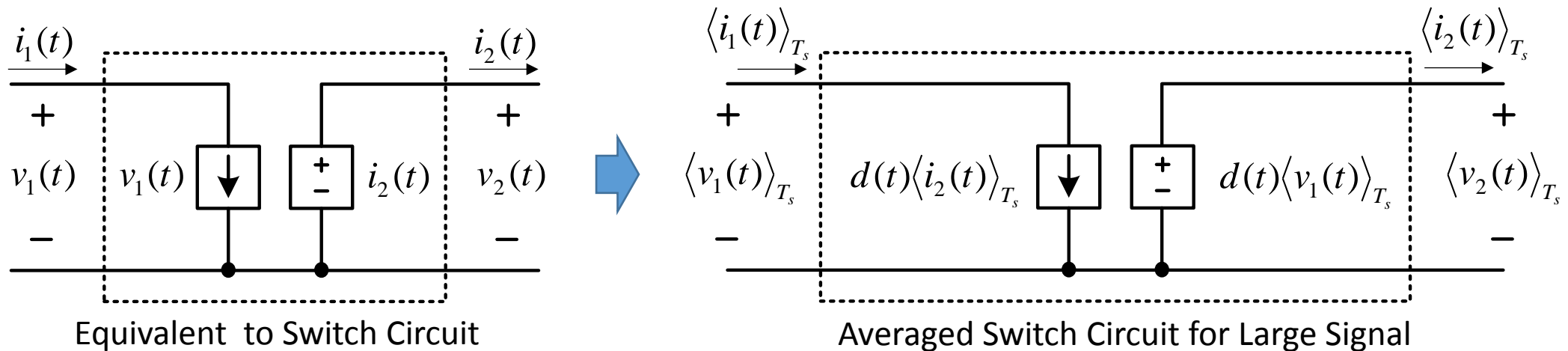
 Dependent Voltage Source ($v_2(t)$: Diode Voltage)
 Dependent Current Source ($i_1(t)$: Transistor Current)

スイッチ電流・電圧波形の平均化(大信号)

従属出力の平均化

$$\langle v_2(t) \rangle_{T_s} = d(t) \langle v_1(t) \rangle_{T_s} \quad \rightarrow \quad \text{従属電圧源} \quad \langle v_2(t) \rangle_{T_s} \text{ は } \langle v_1(t) \rangle_{T_s} \text{ に依存}$$

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = d(t) \langle i_2(t) \rangle_{T_s} \quad \rightarrow \quad \text{従属電流源} \quad \langle i_1(t) \rangle_{T_s} \text{ は } \langle i_2(t) \rangle_{T_s} \text{ に依存}$$



動作点での小信号線形化

(波形の平均値及びデューティ比) \Rightarrow (動作点でのDC成分) + (線形化された小信号)

$$\begin{aligned}\langle v_1(t) \rangle_{T_s} &= \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} = V_{in} + \tilde{v}_{in}(t) & \langle v_2(t) \rangle_{T_s} &= V_2 + \tilde{v}_2(t) & d(t) &= D + \tilde{d}(t) & d'(t) &= D - \tilde{d}(t) \\ \langle i_1(t) \rangle_{T_s} &= I_1 + \tilde{i}_1(t) & \langle i_2(t) \rangle_{T_s} &= \langle i_L(t) \rangle_{T_s} = I_L + \tilde{i}_L(t)\end{aligned}$$

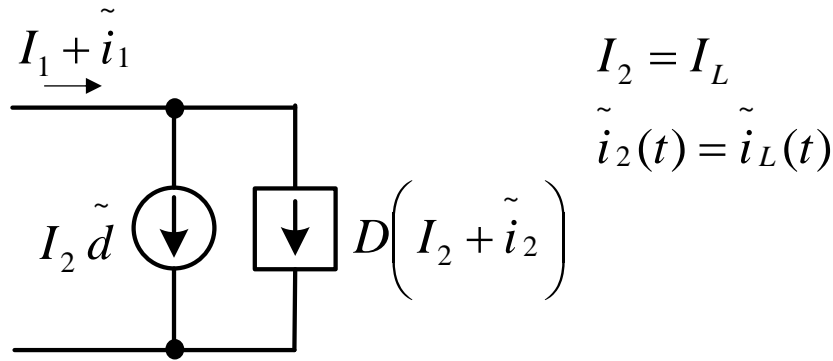
従属電圧源(非線形小信号無視)

$$V_2 + \tilde{v}_2(t) = \left(D + \tilde{d}(t) \right) \left(V_{in} + \tilde{v}_{in}(t) \right) \cong D \left(V_{in} + \tilde{v}_{in}(t) \right) + V_{in} \tilde{d}(t)$$

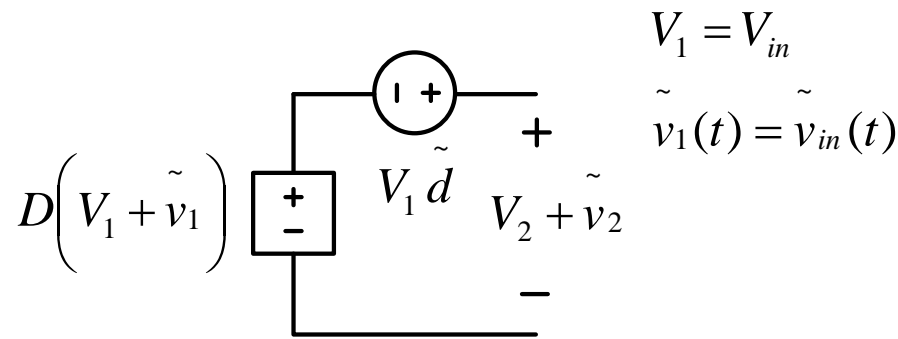
従属電流源(非線形小信号無視)

$$I_1 + \tilde{i}_1(t) = \left(D + \tilde{d}(t) \right) \left(I_L + \tilde{i}_L(t) \right) \cong D \left(I_L + \tilde{i}_L(t) \right) + I_L \tilde{d}(t)$$

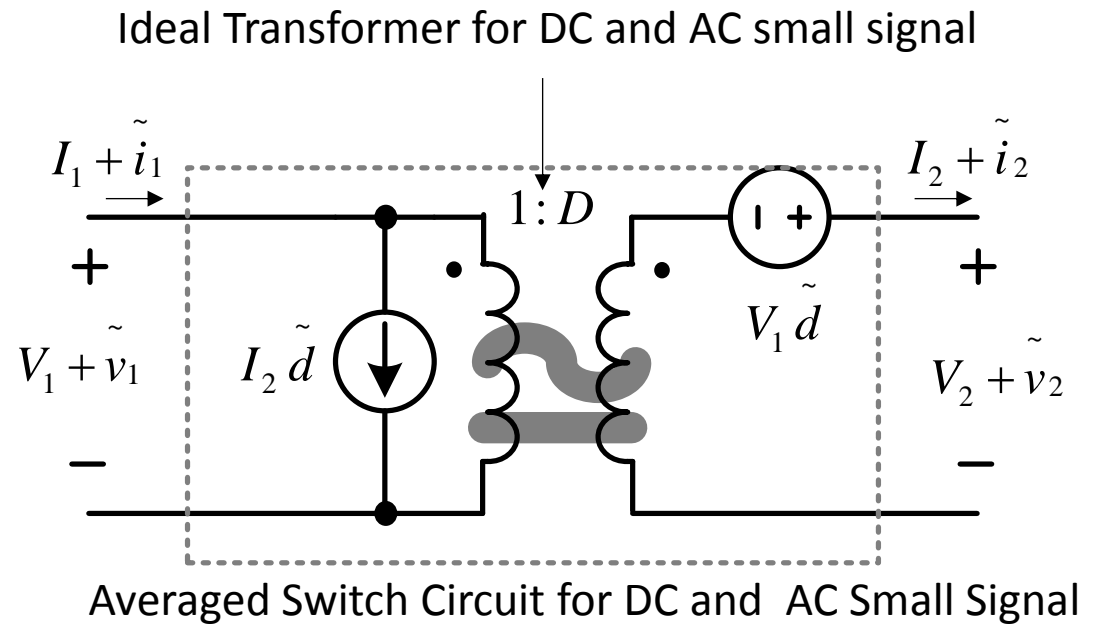
動作点での小信号線形化回路モデル





Linearized Dependent Current Source
(Primary Winding of Ideal Transformer)

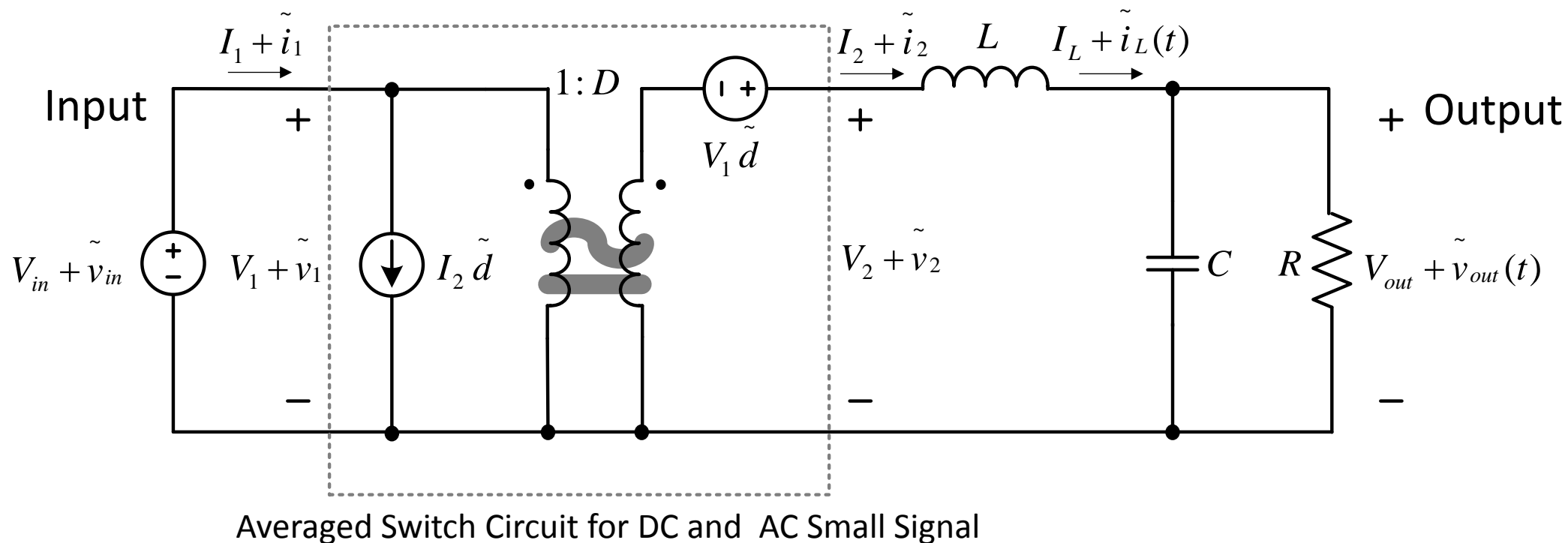


Linearized Dependent Voltage Source
(Secondary Winding of Ideal Transformer)



-  Independent Voltage Source by Control Input d
-  Independent Current Source by Control Input d

CCM動作降圧型コンバータ：DC及びAC小信号の平均化回路モデル

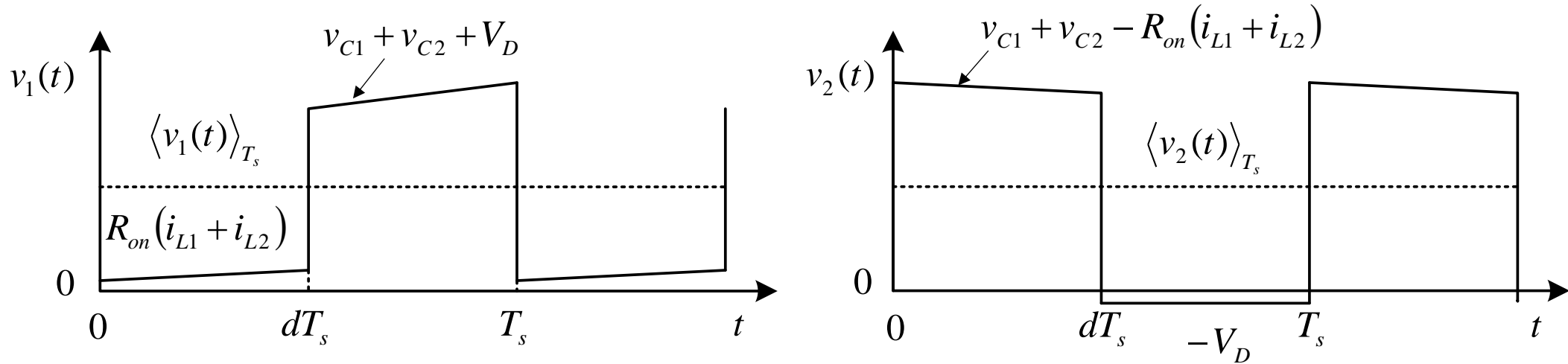


- (1) DCとAC小信号の電流・電圧レベルの変換(1:D)
- (2) 制御入力 $d(t)$ によるAC小信号の電圧・電流の変化

定常状態での電流・電圧、及び小信号のコンバータの伝達関数を求めることが可能

損失資料

伝導損失有リスイッチ回路の電圧波形 (SEPIC)

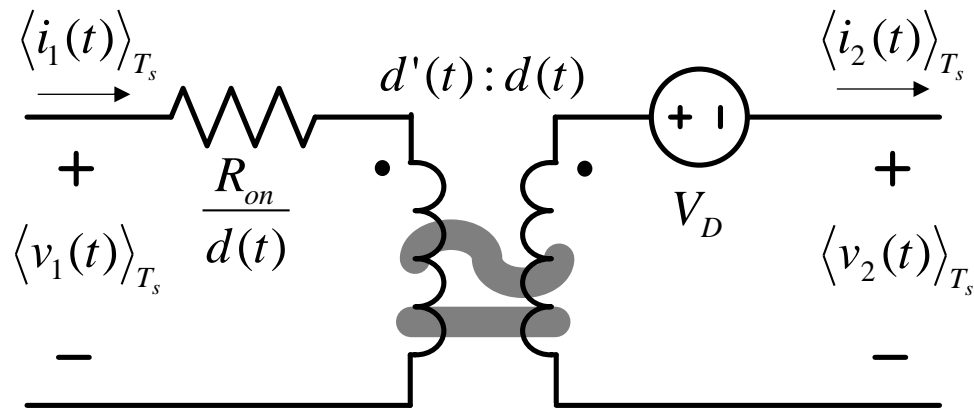


$$\langle v_1(t) \rangle_{T_s} = d(t)R_{on}(\langle i_{L1}(t) \rangle_{T_s} + \langle i_{L2}(t) \rangle_{T_s}) + d'(t)(\langle v_{C1}(t) \rangle_{T_s} + \langle v_{C2}(t) \rangle_{T_s} + V_D) \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\langle v_2(t) \rangle_{T_s} = d(t)[\langle v_{C1}(t) \rangle_{T_s} + \langle v_{C2}(t) \rangle_{T_s} - R_{on}(\langle i_{L1}(t) \rangle_{T_s} + \langle i_{L2}(t) \rangle_{T_s})] + d'(t)(-V_D) \quad \dots \textcircled{2}$$

伝導損失 $\left\{ \begin{array}{l} \text{ダイオード順方向電圧降下: } V_D \\ \text{トランジスタON抵抗: } R_{on} \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{独立入力: } i_1(t), v_2(t) \\ \text{従属出力: } i_2(t), v_1(t) \end{array} \right.$

伝導損失を含めた大信号平均化スイッチ回路 (SEPIC)



$$\langle v_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{R_{on}}{d(t)} \langle i_1(t) \rangle_{T_s} + \frac{d'(t)}{d(t)} (\langle v_2(t) \rangle_{T_s} + V_D)$$

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = \frac{d'(t)}{d(t)} \langle i_1(t) \rangle_{T_s}$$

①と②から

$$\langle v_{C1}(t) \rangle_{T_s} + \langle v_{C2}(t) \rangle_{T_s} = \langle v_1(t) \rangle_{T_s} + \langle v_2(t) \rangle_{T_s} \dots \textcircled{3}$$

$\langle i_1(t) \rangle_{T_s}$ から

$$\langle i_{L1}(t) \rangle_{T_s} + \langle i_{L2}(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle i_1(t) \rangle_{T_s}}{d(t)} \dots \textcircled{4}$$

③と④を①に代入して

$$\langle v_1(t) \rangle_{T_s} = R_{on} \langle i_1(t) \rangle_{T_s} + d'(t) (\langle v_1(t) \rangle_{T_s} + \langle v_2(t) \rangle_{T_s} + V_D)$$

これから $\langle i_1(t) \rangle_{T_s}$ の左記の式を得る

スイッチング損失 (CCM降圧型)

スイッチング損失 (ダイオードのリバース・リカバリー)

トランジスタ: OFF→ON

ダイオード: ON→OFF

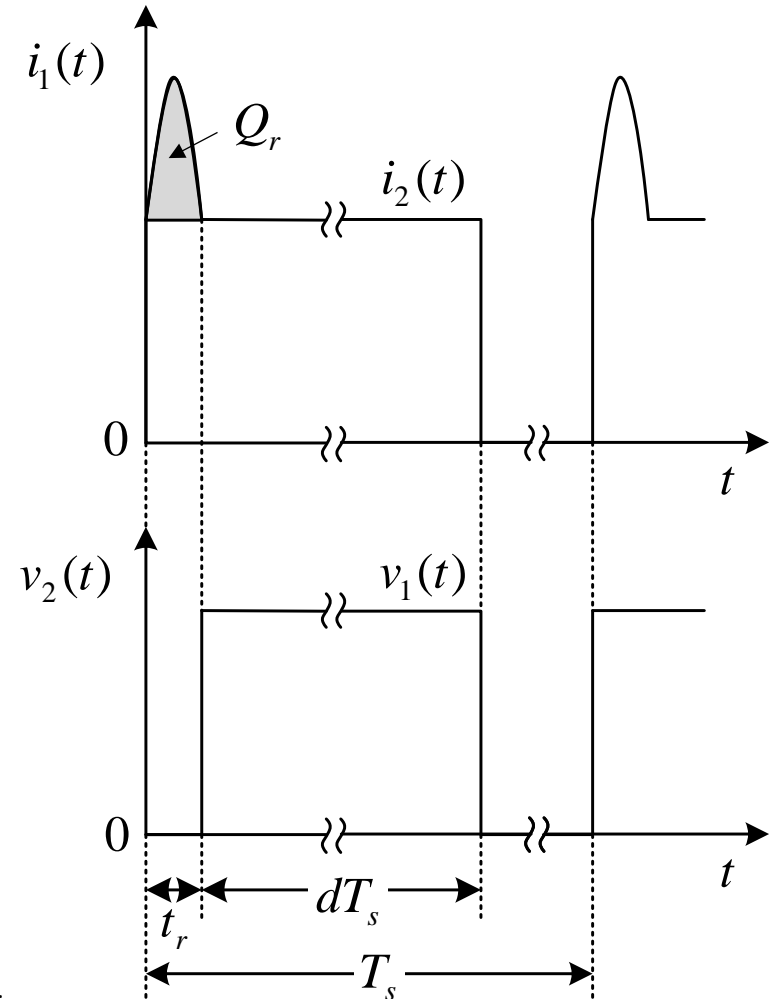
⇒ダイオードに蓄積した電荷 Q_r の放電
(リバース・リカバリー期間 t_r の間)

⇒トランジスタ電流 $i_1(t)$ が増大することによる損失

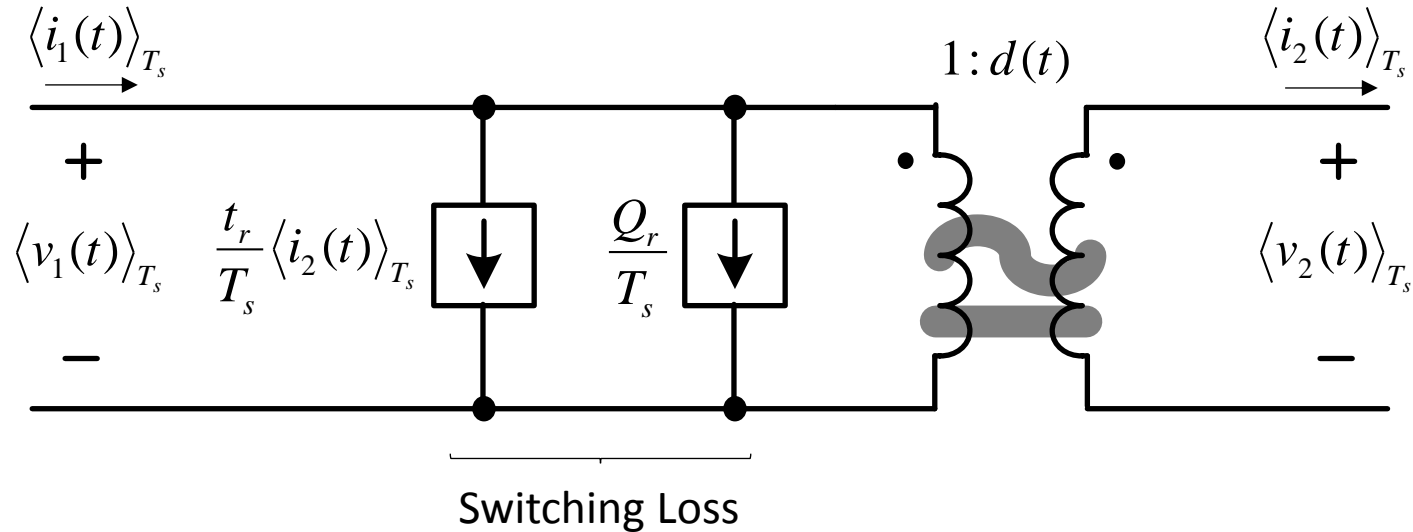
独立入力: $\begin{cases} i_2(t) : \text{Inductor Current} \\ v_1(t) : \text{Input Voltage} \end{cases}$

従属出力: $\begin{cases} i_1(t) : \text{Transistor Current} \\ v_2(t) : \text{Diode Voltage} \end{cases}$

(注) この d は、実効デューティ比: (トランジスタ ON 時間) - t_r



スイッチング損失を含めた大信号平均化スイッチ回路 (CCM降圧型)

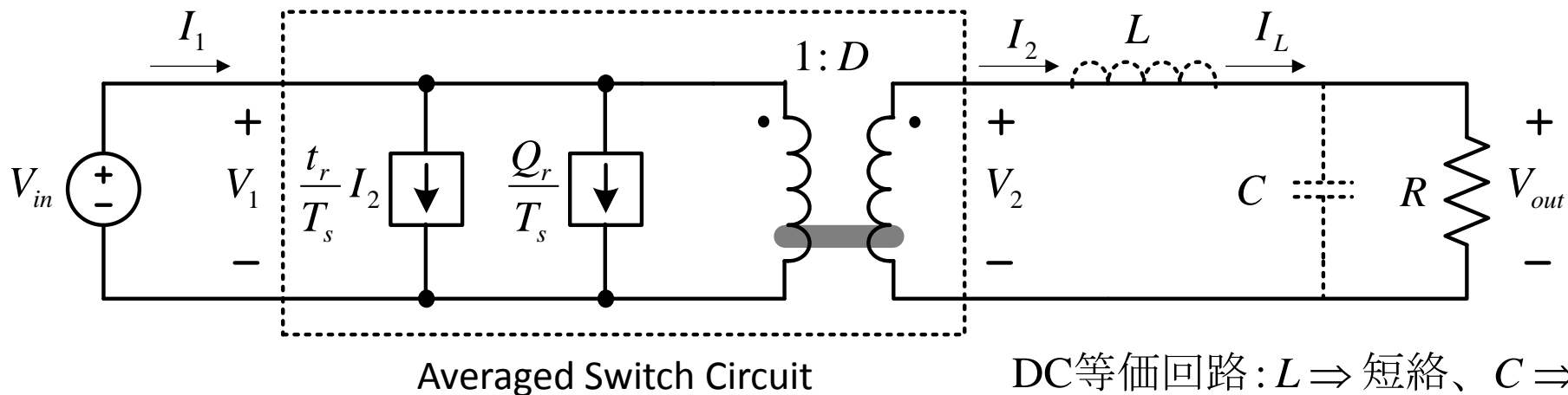


$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_1(t) dt = \frac{1}{T_s} \left(Q_r + t_r \langle i_2(t) \rangle_{T_s} + d T_s \langle i_2(t) \rangle_{T_s} \right) = \frac{Q_r}{T_s} + \frac{t_r}{T_s} \langle i_2(t) \rangle_{T_s} + d \langle i_2(t) \rangle_{T_s}$$

$$\langle v_2(t) \rangle_{T_s} = d \langle v_1(t) \rangle_{T_s}$$

スイッチング損失 $\rightarrow P_{sw} = \langle v_1(t) \rangle_{T_s} \left(\frac{Q_r}{T_s} + \frac{t_r}{T_s} \langle i_2(t) \rangle_{T_s} \right)$

スイッチング損失を含めたDC等価回路 (CCM降圧型)



出力電圧

$$V_{out} = DV_{in}$$

平均の入力電力

$$P_{in} = V_{in} I_1 = V_{in} \left(\frac{Q_r}{T_s} + \frac{t_r}{T_s} I_2 + DI_2 \right)$$

平均の出力電力

$$P_{out} = V_{out} I_2 = DV_{in} I_2$$

効率

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{1}{1 + \frac{Q_r}{DT_s I_L} + \frac{t_r}{DT_s}}$$

DCM昇降圧コンバータ資料

スイッチ回路の電流・電圧波形の平均化(1)

トランジスタ電圧の平均化

$$\langle v_1(t) \rangle_{T_s} = d_2(t) \left(\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} - \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s} \right) + d_3(t) \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} = (1 - d_1(t)) \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} - d_2(t) \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s}$$

ダイオード電圧の平均化

$$\langle v_2(t) \rangle_{T_s} = d_1(t) \left(\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} - \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s} \right) - d_3(t) \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s} = d_1(t) \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} - (1 - d_2(t)) \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s}$$

トランジスタ電流の平均化

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} i_1(t) dt = \frac{q_1}{T_s} = \frac{d_1^2(t) T_s}{2L} \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} \quad \because q_1 = \int_t^{t+T_s} i_1(t) dt = \frac{1}{2} (d_1 T_s) (i_{pk})$$

ダイオード電流の平均化

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} i_2(t) dt = \frac{q_2}{T_s} = \frac{d_1(t) d_2(t) T_s}{2L} \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} \quad \because q_2 = \int_t^{t+T_s} i_2(t) dt = \frac{1}{2} (d_2 T_s) (i_{pk})$$

スイッチ回路の電流・電圧波形の平均化(2)

インダクタ電圧の平均化

$$\langle v_L(t) \rangle_{T_s} = d_1(t) \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} + d_2(t) \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s} = 0 \quad \Rightarrow \quad d_2(t) = -d_1(t) \frac{\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s}}{\langle v_{out}(t) \rangle_{T_s}}$$

$d_2(t)$ を使うと以下を得る

トランジスタ電圧の平均化

$$\langle v_1(t) \rangle_{T_s} = \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s}$$

ダイオード電圧の平均化

$$\langle v_2(t) \rangle_{T_s} = -\langle v_{out}(t) \rangle_{T_s}$$

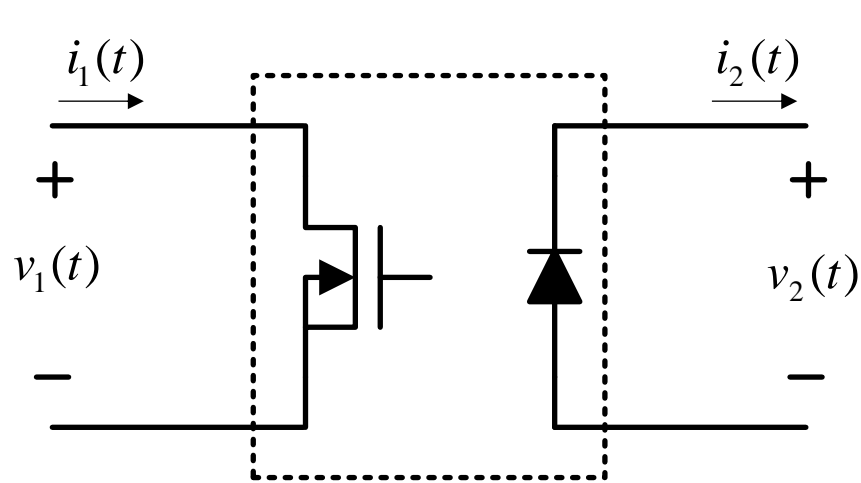
トランジスタ電流の平均化

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{d_1^2(t) T_s}{2L} \langle v_1(t) \rangle_{T_s}$$

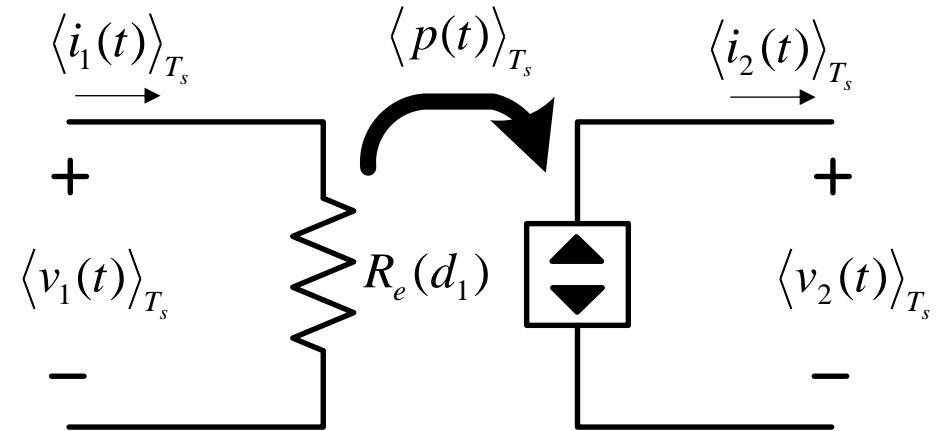
ダイオード電流の平均化

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = \frac{d_1^2(t) T_s}{2L} \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}^2}{\langle v_2(t) \rangle_{T_s}}$$

DCM動作の一般的な2スイッチの大信号平均化回路

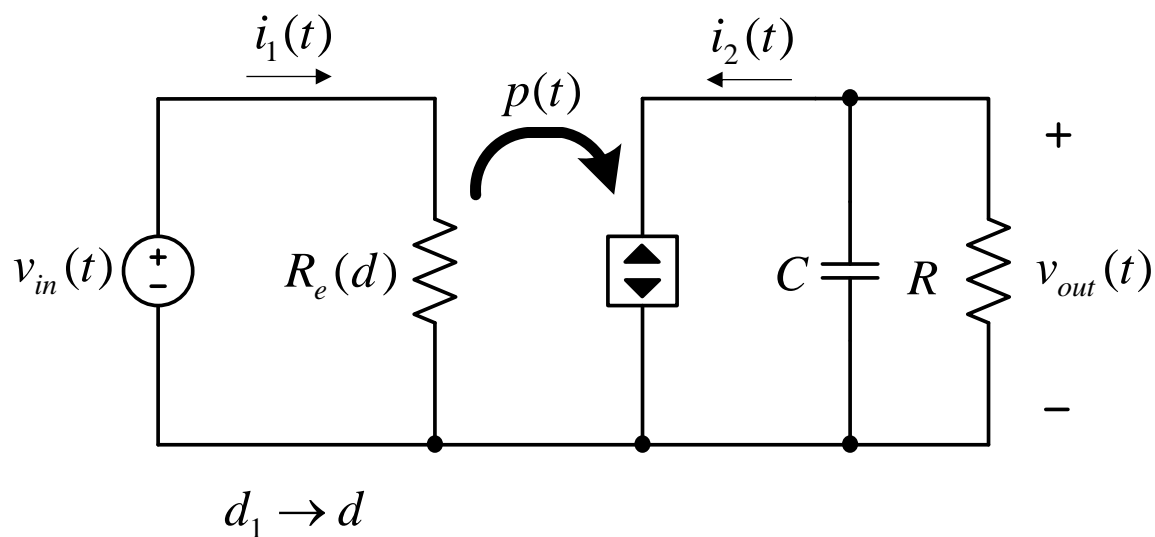


General Two Switch Circuit



Large Signal Averaged Circuit

DCM動作 昇降圧型コンバータのAC等価回路モデル



$$R_e(d) = \frac{2L}{d^2 T_s}$$

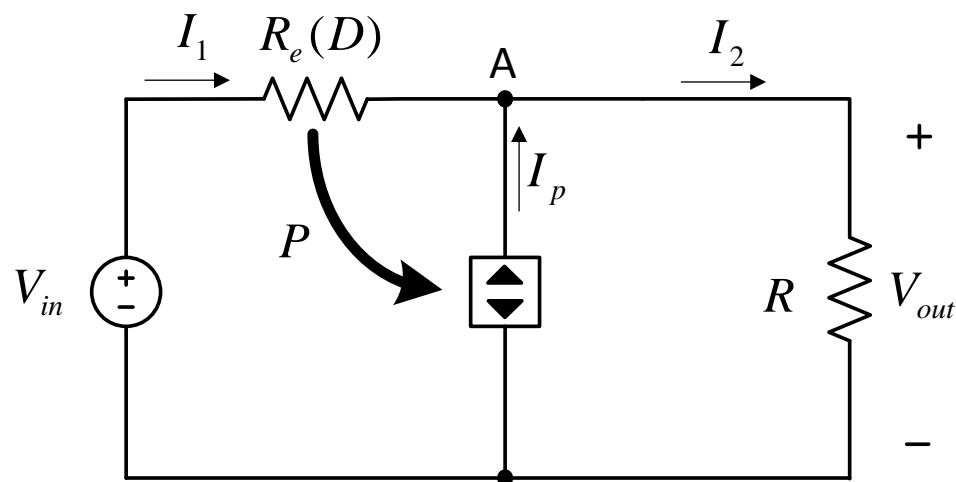
平均パワー: 入力→実効抵抗→電力源→出力(負荷)

$$P_{av} = \frac{V_{in,rms}^2}{R_e(d)} = \frac{V_{out,rms}^2}{R} \quad (\text{電圧: rms値})$$

電圧変換比

$$M = \frac{V_{out,rms}}{V_{in,rms}} = \sqrt{\frac{R}{R_e(d)}}$$

DCM動作 降圧型コンバータのDC等価回路モデル



$$I_1 = \frac{V_{in} - V_{out}}{R_e(D)}, \quad I_2 = \frac{V_{out}}{R}$$

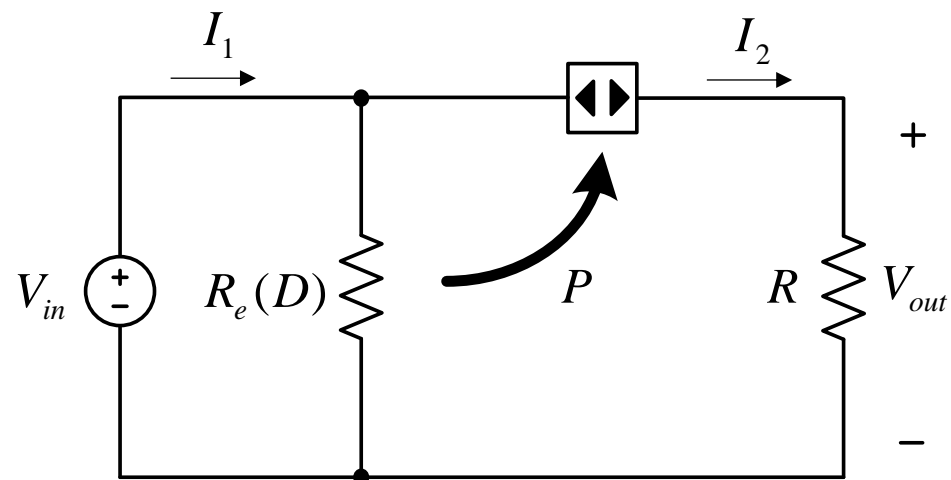
$$P = \frac{(V_{in} - V_{out})^2}{R_e(D)} = I_p V_{out} \quad \Rightarrow \quad I_p = \frac{(V_{in} - V_{out})^2}{V_{out} R_e(D)}$$

上式をノードAにおける電流の関係 $I_1 + I_p = I_2$ に代入して整理すると下式を得る

$$M^2 + \frac{R}{R_e} M - \frac{R}{R_e} = 0 \quad M = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

$$\Rightarrow M = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4 \frac{R}{R_e}}}$$

DCM動作 昇圧型コンバータのDC等価回路モデル



$$I_2 = \frac{V_{out}}{R}$$

$$P = \frac{V_{in}^2}{R_e(D)} = I_2(V_{in} - V_{out}) \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{V_{in}^2}{(V_{in} - V_{out})R_e(D)}$$

上式から I_2 を消去して整理すると下式を得る

$$M^2 - M + \frac{R}{R_e} = 0 \quad M = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

$$\rightarrow M = \frac{1 + \sqrt{1 + 4 \frac{R}{R_e}}}{2}$$

DCM動作2スイッチ回路の動作点での小信号等価回路の導出(1)

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}}{R_e(d(t))} = f_1(\langle v_1(t) \rangle_{T_s}, \langle v_2(t) \rangle_{T_s}, d(t)) \quad \rightarrow \text{動作点でのテイラー展開}$$

$$\begin{aligned} \langle i_1(t) \rangle_{T_s} &= I_1 + \tilde{i}_1(t) \cong f_1(V_1, V_2, D) + \tilde{v}_1(t) \left. \frac{\partial f_1}{\partial v_1} \right|_{v_1=V_1} + \tilde{v}_2(t) \left. \frac{\partial f_1}{\partial v_2} \right|_{v_2=V_2} + \tilde{d}(t) \left. \frac{\partial f_1}{\partial d} \right|_{d=D} \\ &= \frac{V_1}{R_e(D)} + \tilde{v}_1(t) \frac{1}{R_e(D)} + \tilde{v}_2(t) \cdot 0 + \tilde{d}(t) \left(-\frac{V_1}{R_e^2(D)} \left. \frac{\partial R_e(d)}{\partial d} \right|_{d=D} \right) = \frac{V_1}{R_e(D)} + \frac{1}{R_e(D)} \tilde{v}_1(t) + \frac{2V_1}{DR_e(D)} \tilde{d}(t) \end{aligned}$$

DC成分

$$I_1 = \frac{V_1}{R_e(D)}$$

AC小信号成分

$$\tilde{i}_1(t) = \frac{1}{r_1} \tilde{v}_1(t) + g_1 \tilde{v}_2(t) + j_1 \tilde{d}(t) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{r_1} = \frac{1}{R_e(D)}, \quad g_1 = 0, \quad j_1 = \frac{2V_1}{DR_e(D)}$$

DCM動作2スイッチ回路の動作点での小信号等価回路の導出(2)

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}^2}{R_e(d(t)) \langle v_2(t) \rangle_{T_s}} = f_2(\langle v_1(t) \rangle_{T_s}, \langle v_2(t) \rangle_{T_s}, d(t)) \quad \rightarrow \text{動作点でのテイラー展開}$$

$$\begin{aligned} \langle i_2(t) \rangle_{T_s} &= I_2 + \tilde{i}_2(t) \cong f_2(V_1, V_2, D) + \tilde{v}_1(t) \left. \frac{\partial f_2}{\partial v_1} \right|_{v_1=V_1} + \tilde{v}_2(t) \left. \frac{\partial f_2}{\partial v_2} \right|_{v_2=V_2} + \tilde{d}(t) \left. \frac{\partial f_2}{\partial d} \right|_{d=D} \\ &= \frac{V_1^2}{R_e(D)V_2} + \tilde{v}_1(t) \frac{2}{MR_e(D)} + \tilde{v}_2(t) \left(-\frac{1}{M^2 R_e(D)} \right) + \tilde{d}(t) \left(-\frac{V_1^2}{R_e^2(D)V_2} \frac{\partial R_e(d)}{\partial d} \Big|_{d=D} \right) \\ &= \frac{V_1^2}{R_e(D)V_2} + \frac{2}{MR_e(D)} \tilde{v}_1(t) - \frac{1}{M^2 R_e(D)} \tilde{v}_2(t) + \frac{2V_1}{DMR_e(D)} \tilde{d}(t) \quad \left(M = \frac{V_2}{V_1} \right) \end{aligned}$$

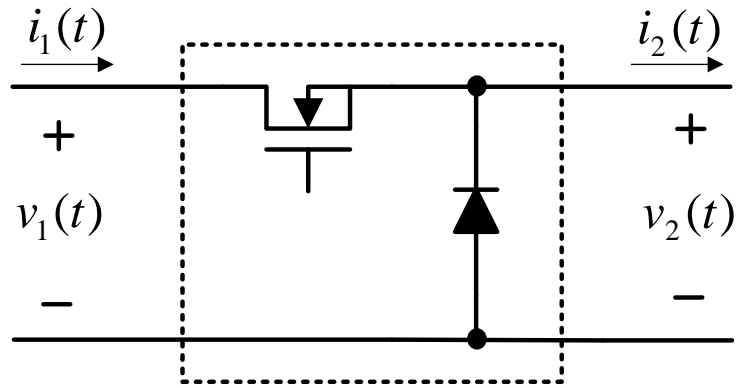
DC成分

$$I_2 = \frac{V_1^2}{R_e(D)V_2}$$

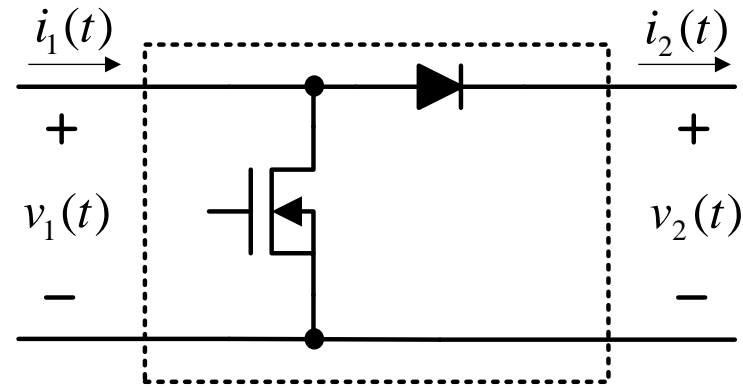
AC小信号成分

$$\tilde{i}_2(t) = -\frac{1}{r_2} \tilde{v}_2(t) + g_2 \tilde{v}_1(t) + j_2 \tilde{d}(t) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{r_2} = \frac{1}{M^2 R_e(D)}, \quad g_2 = \frac{2}{MR_e(D)}, \quad j_2 = \frac{2V_1}{DMR_e(D)}$$

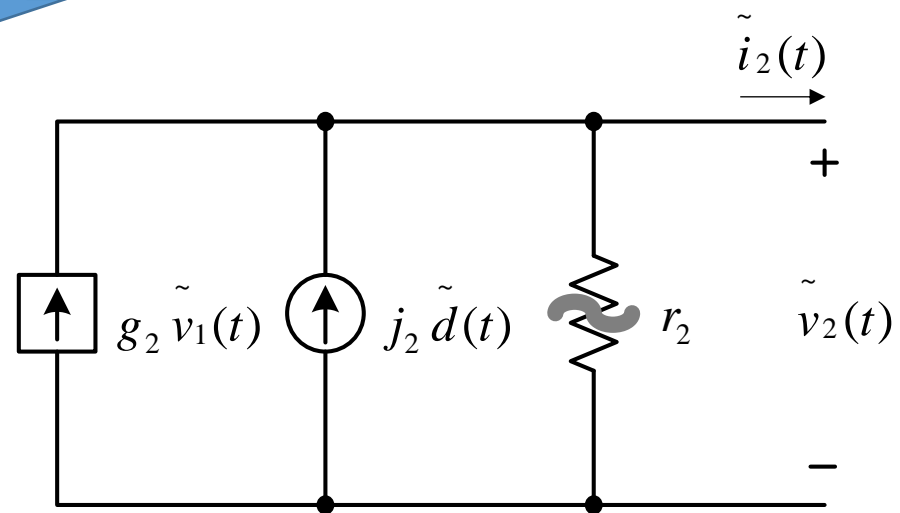
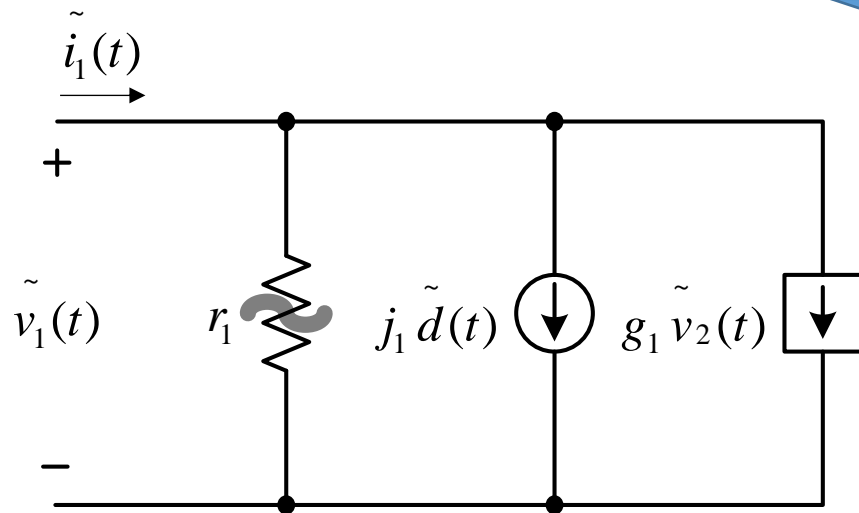
DCM動作昇圧及び降圧コンバータ・スイッチ回路の小信号等価回路



Two-switch for Buck



Two-switch for Boost



DCM高周波応答資料

DCM動作昇降圧コンバータの高周波応答(1)

インダクタ電流から $d_2(t)$ を導出 (高周波領域→インダクタのAC電圧≠ゼロ)

$$\langle i_L(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{2} i_{pk} (d(t) + d_2(t)) = \frac{d(t)(d(t) + d_2(t))T_s}{2L} \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} \quad d(t) = d_1(t)$$

$$\rightarrow d_2(t) = \frac{2L \langle i_L(t) \rangle_{T_s}}{d(t) T_s \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s}} - d(t) = \left(\frac{R_e(d) \langle i_L(t) \rangle_{T_s}}{\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s}} - 1 \right) d(t)$$

スイッチ回路の従属変数として設定 → $\langle v_1(t) \rangle_{T_s}$: トランジスタ平均電圧, $\langle i_2(t) \rangle_{T_s}$: ダイオード平均電流

$$\left. \begin{aligned} \langle v_1(t) \rangle_{T_s} &= (1 - d_1(t)) \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} - d_2(t) \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s} \\ \langle i_2(t) \rangle_{T_s} &= \frac{d_1(t) d_2(t) T_s}{2L} \langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} \end{aligned} \right\} d_2(t) \text{ を代入して } \langle v_1(t) \rangle_{T_s}, \langle i_2(t) \rangle_{T_s} \text{ の関数の変数調査}$$

DCM動作における高周波応答(2)

スイッチ回路の従属変数 $\langle v_1(t) \rangle_{T_s}$

$$\begin{aligned}\langle v_1(t) \rangle_{T_s} &= (1-d(t))\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s} + d(t)\langle v_{out}(t) \rangle_{T_s} - \frac{R_e(d)\langle i_L(t) \rangle_{T_s} \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s} d(t)}{\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s}} \\ &= h_1(\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s}, \langle v_{out}(t) \rangle_{T_s}, \langle i_L(t) \rangle_{T_s}, d(t))\end{aligned}$$

上式をテイラー展開 → 小信号AC成分

$$\begin{aligned}\tilde{v}_1(t) &= \tilde{v}_{in}(t) \left. \frac{\partial h_1}{\partial v_{in}} \right|_{v_{in}=V_{in}} + \tilde{v}_{out}(t) \left. \frac{\partial h_1}{\partial v_{out}} \right|_{v_{out}=V_{out}} + \tilde{i}_L(t) \left. \frac{\partial h_1}{\partial i_L} \right|_{i_L=I_L} + \tilde{d}(t) \left. \frac{\partial h_1}{\partial d} \right|_{d=D} \\ &= \tilde{v}_{in}(t)k_i + \tilde{v}_{out}(t)k_o + \tilde{i}_L(t)r_1 + \tilde{d}(t)f_1\end{aligned}$$

$$r_1 \rightarrow r_1 = \left. \frac{\partial h_1}{\partial i_L} \right|_{i_L=I_L} = -\frac{V_{out}}{V_{in}} R_e D$$

DCM動作における高周波応答(3)

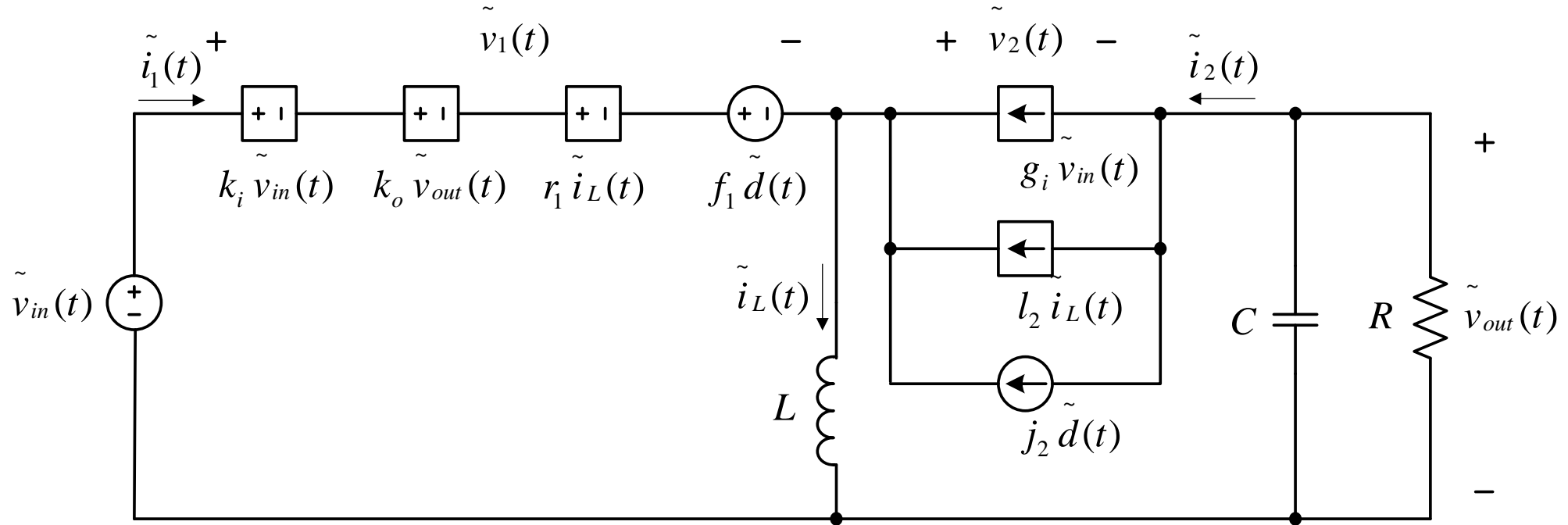
スイッチ回路の従属変数 $\langle i_2(t) \rangle_{T_s}$

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = \langle i_L(t) \rangle_{T_s} - \frac{\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s}}{R_e} = h_2 \left(\langle v_{in}(t) \rangle_{T_s}, \langle i_L(t) \rangle_{T_s}, d(t) \right)$$

上式をテイラー展開 → 小信号AC成分

$$\begin{aligned} \tilde{i}_2(t) &= \tilde{v}_{in}(t) \left. \frac{\partial h_2}{\partial v_{in}} \right|_{v_{in}=V_{in}} + \tilde{i}_L(t) \left. \frac{\partial h_2}{\partial i_L} \right|_{i_L=I_L} + \tilde{d}(t) \left. \frac{\partial h_2}{\partial d} \right|_{d=D} \\ &= \tilde{v}_{in}(t) g_i + \tilde{i}_L(t) l_2 + \tilde{d}(t) j_2 \end{aligned}$$

DCM動作昇降圧コンバータの高周波小信号AC等価回路



DCM動作昇降圧コンバータの高周波特性

高周波: 容量電圧AC成分 $\rightarrow 0$ $\rightarrow \tilde{v}_{out}(t) \cong 0 \rightarrow k_o \tilde{v}_{out}(t) \cong 0$

制御～出力伝達関数: $\tilde{v}_{in}(t) = 0$

$\tilde{v}_{in}(t)$, L を含むループ電圧=0

$$sL\tilde{i}_L(t) + r_1\tilde{i}_L(t) + f_1\tilde{d}(t) = 0$$

$$\rightarrow \frac{\tilde{i}_L(t)}{\tilde{d}(t)} = -\frac{f_1}{r_1} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_{ph}}} \quad \omega_{ph} = \frac{r_1}{L} \quad \left(f_{ph} = \frac{\omega_{ph}}{2\pi} : \text{高周波ポール周波数} \right)$$

$$r_1 = -\frac{V_{out}}{V_{in}} R_e D, \quad -\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{D}{D_2}, \quad R_e = \frac{2Lf_s}{D^2} \quad \rightarrow \quad f_{ph} = \frac{f_s}{\pi D_2} \quad (\text{DCM動作の基本コンバータで有効})$$

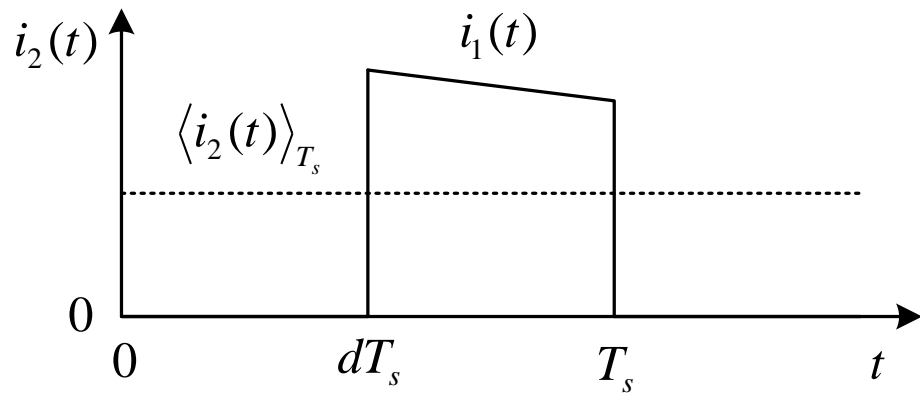
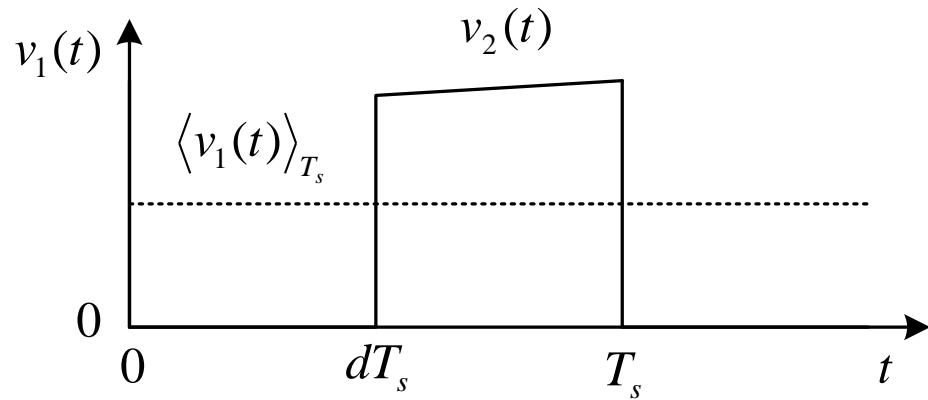
$$f_{ph} > \frac{f_s}{\pi} \quad (\because 0 < D_2 < 1)$$

DCM動作コンバータの制御～出力伝達関数からの高周波ポールとRHPゼロ

Converter	High-frequency pole ω_{ph}	RHP zero ω_z
Buck	$\frac{2Mf_s}{D(1-M)}$	none
Boost	$\frac{2(M-1)f_s}{D}$	$\frac{2f_s}{D}$
Buck-boost	$\frac{2 M f_s}{D}$	$\frac{2f_s}{D}$

その他

スイッチ回路の電流・電圧波形と等価回路



$v_1(t)$: Dependent Voltage Source
 $i_2(t)$: Dependent Current Source

