

2014/3/3

合同研究発表会

整数論を用いた AD変換器設計の研究

小林研究室 学部四年
小林 佑太郎



Kobayashi
Laboratory



OUTLINE

- 研究背景と目的
- 逐次比較型AD変換器について
- 黄金分割法について
- 黄金分割法SAR ADC
- シミュレーション
- まとめ

OUTLINE

- 研究背景と目的
- 逐次比較型AD変換器について
- 黄金分割法について
- 黄金分割法SAR ADC
- シミュレーション
- まとめ

研究背景と目的

自動車に付加価値や競争力をつける
車載用エレクトロニクス技術に注目が集まる



車載用マイコンに組み合わせて利用する
AD変換器への要求が厳しい



研究目的

整数論を用いたAD変換器**冗長性設計**
による高性能化を目指す！
特に**高信頼性化**・**高速化**を検討

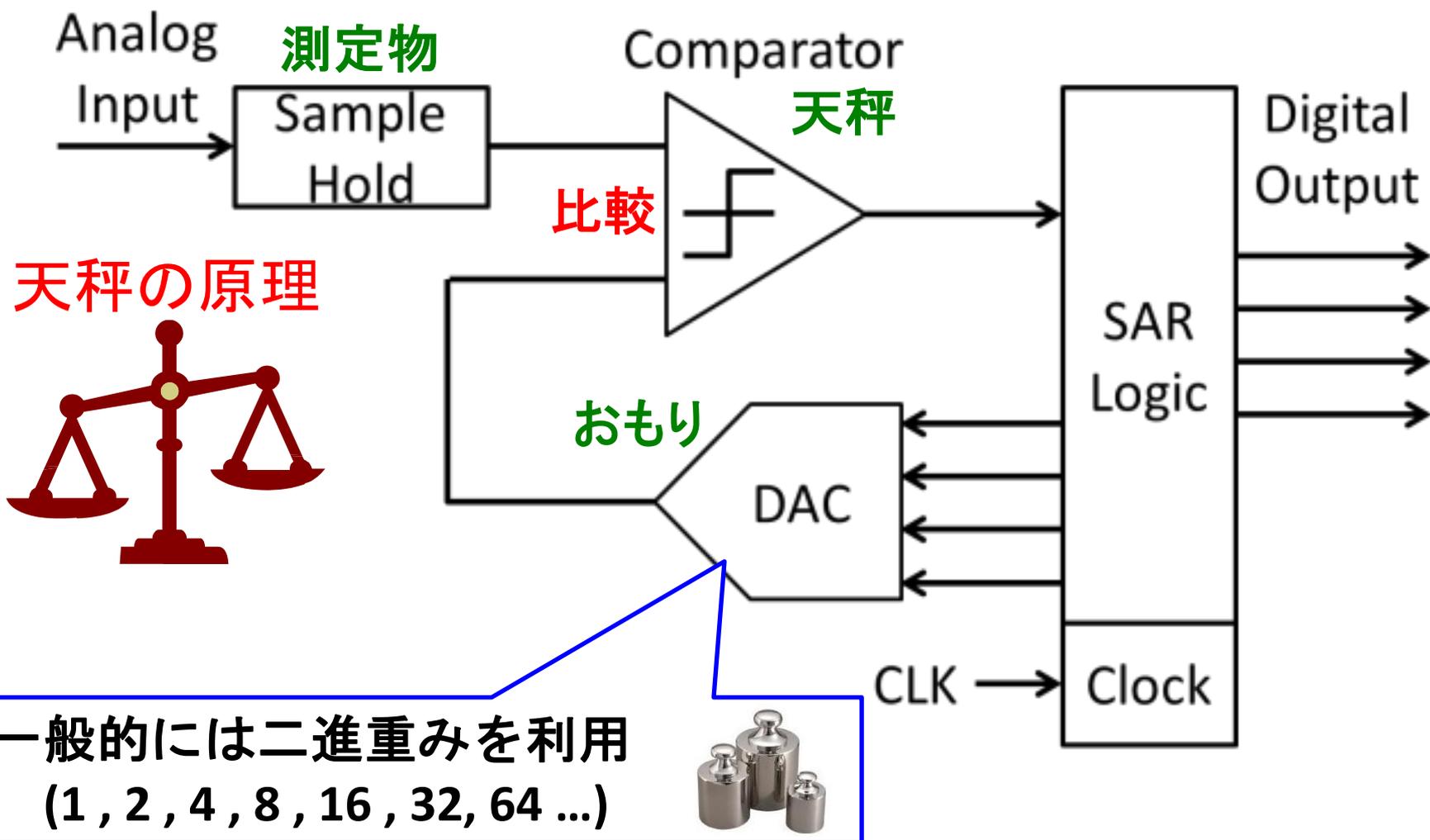
OUTLINE

- 研究背景と目的
- 逐次比較型AD変換器について
- 黄金分割法について
- 黄金分割法SAR ADC
- シミュレーション
- まとめ

SAR ADC

逐次比較型AD変換器 (SAR ADC)

アナログ入力と参照電圧を比較、結果に応じたデジタル出力



二進探索SAR ADCの動作

一般的なSAR ADC

実際の例

5bit5step ADC

input 7.6

一回の判定で0.5倍に縮小

十進数と二進数が一対一に対応

$7 \Rightarrow (00111)_2$



一回の判定誤りが
出力間違いの原因になる

$7 \Rightarrow (00\mathbf{0}11)_2 \Rightarrow 3$

信頼性の低下

冗長設計と整数論で改善

step	1st	2nd	3rd	4th	5th	out
31						31
30						30
29						29
28						
27						
26						
25						
24						
23						
22						22
21						21
20						20
19						19
18						18
17						17
16						16
15						15
14						14
13						13
12						12
11						11
10						10
9						9
8						8
7						7
6						6
5						5
4						4
3						3
2	0	0	1	1	1	2
1						1
0						0

--- : 入力

— : 比較点

■ : 解存在範囲

Level

OUTLINE

- 研究背景と目的
- 逐次比較型AD変換器について
- **黄金分割法について**
- 黄金分割法SAR ADC
- シミュレーション
- まとめ

黄金比とは

黄金比はフィボナッチ数列に出現する比率 \Rightarrow 最も美しい比率

フィボナッチ数列

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$$

初めの項を計算すると

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144...

\Rightarrow フィボナッチ数と呼ばれる



Leonardo Fibonacci
(1170年頃-1250年頃)

また隣り合う項の比率は以下に収束する

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = 1.618033988749895 = \varphi$$

収束比率 φ : 黄金比 (Golden ratio)

黄金分割法とは

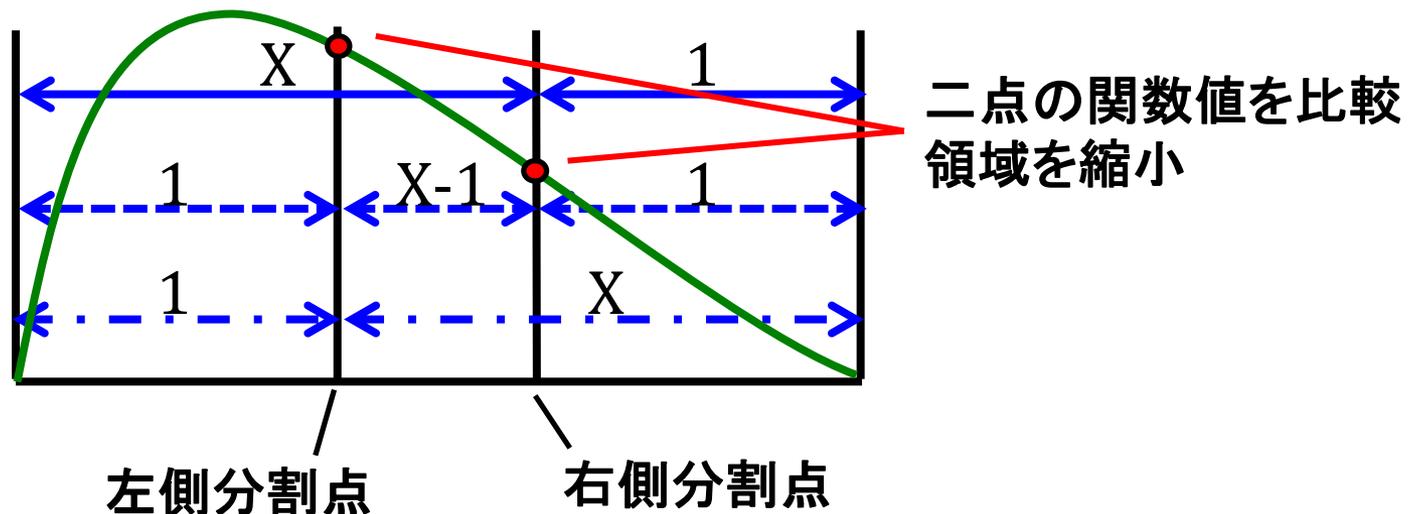
単峰関数の極値を求めるアルゴリズム

ある決まった区間の二点の関数値を比較
解の存在領域を縮小させ極値を見つける

一定の割合で無限に分割する条件 $\Rightarrow x : 1 = 1 : x - 1$

すなわち $x^2 - x - 1 = 0$ を満たす x の値は？

この x の値は **黄金比 (=1.618...)** である！



黄金分割法の動作

黄金分割法

単峰関数

X:黄金比

極値

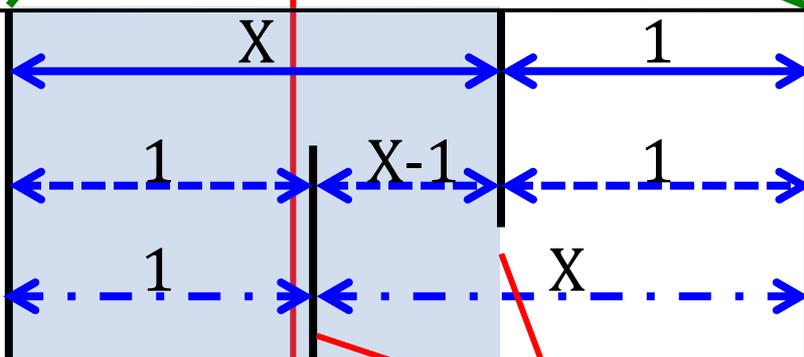
分割を繰り返すことで
極値存在可能範囲縮小



AD変換器へ応用

極値 = 入力アナログ値
比較分割を繰り返せば
デジタル値を得る

STEP1
判定: 左



STEP1
分割点

STEP2
判定: 右

STEP3
判定: 左

⋮

解

ADCの構成は整数を扱う

⇒黄金比率は実現が難しい

フィボナッチ探索法

黄金分割法を整数のみで行う唯一の方法：フィボナッチ探索法

フィボナッチ数の性質

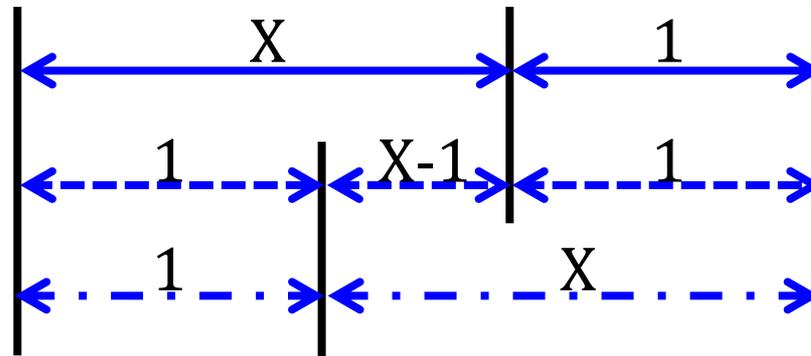
- ・隣り合う二項の和が次の項になる
- ・隣り合う項の比率が黄金比となる



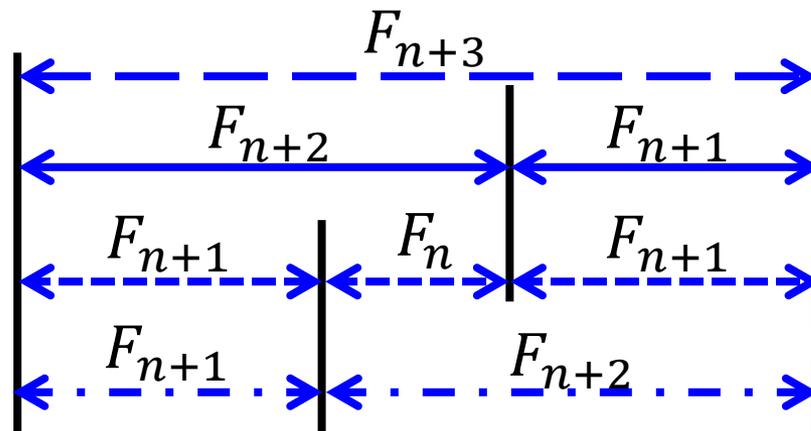
フィボナッチ探索法

整数により収束を約束
黄金探索法ADCを実現

黄金分割法
(X :黄金比)



フィボナッチ探索法
(F_x :フィボナッチ数)

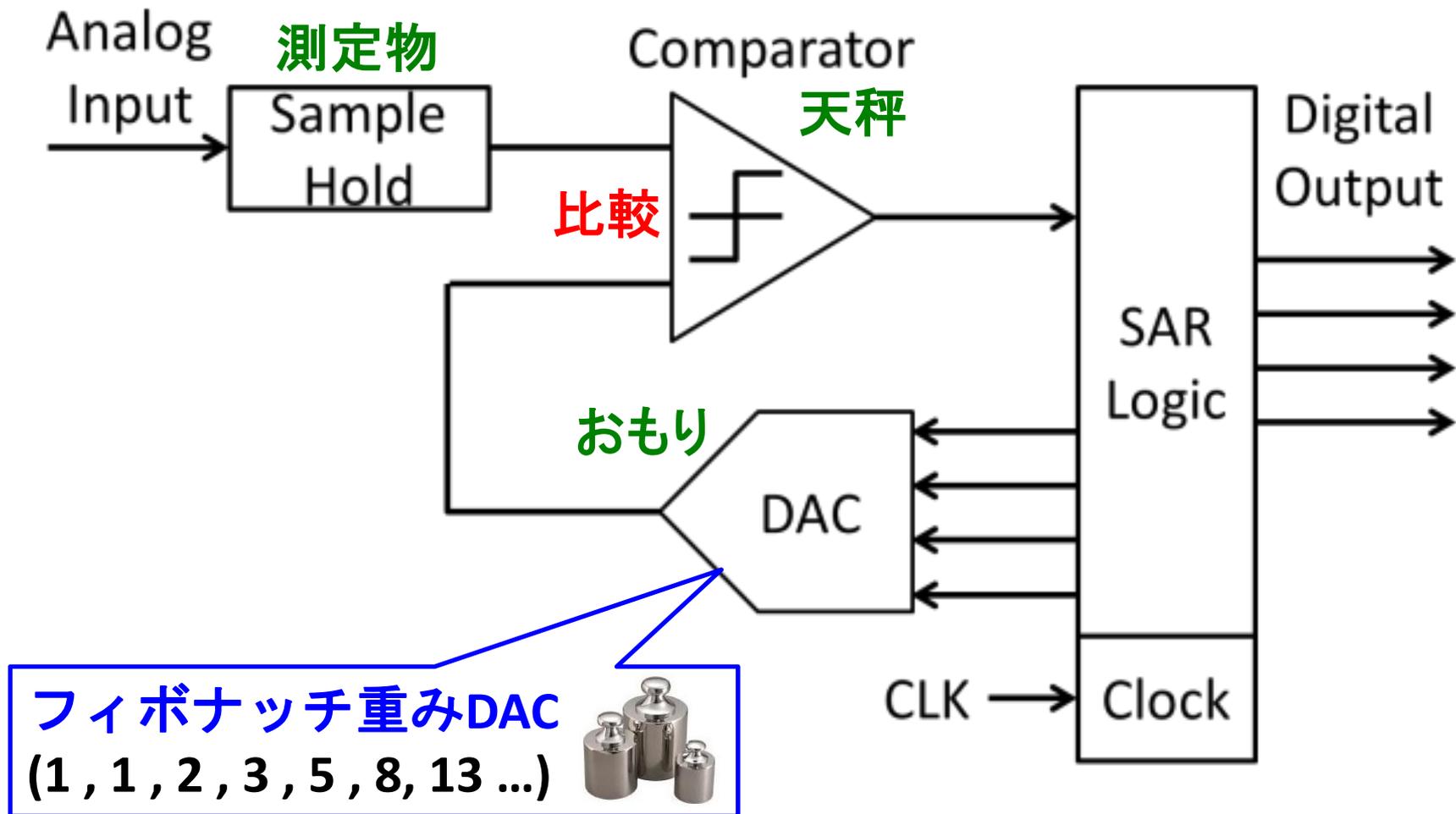


OUTLINE

- 研究背景と目的
- 逐次比較型AD変換器について
- 黄金分割法について
- **黄金分割法SAR ADC**
- シミュレーション
- まとめ

黄金分割法を用いたSAR ADC

二進探索SAR ADCと同じ構成を取る⇒比較する電圧の工夫をする



黄金分割探索SAR ADCの動作

黄金探索SAR ADC

1stepで範囲を0.618倍
(黄金分割法)



余分なステップが必要
(冗長設計)

実際の例

5bit7step ADC

input 7.6

初期範囲: $F_9 = 34$

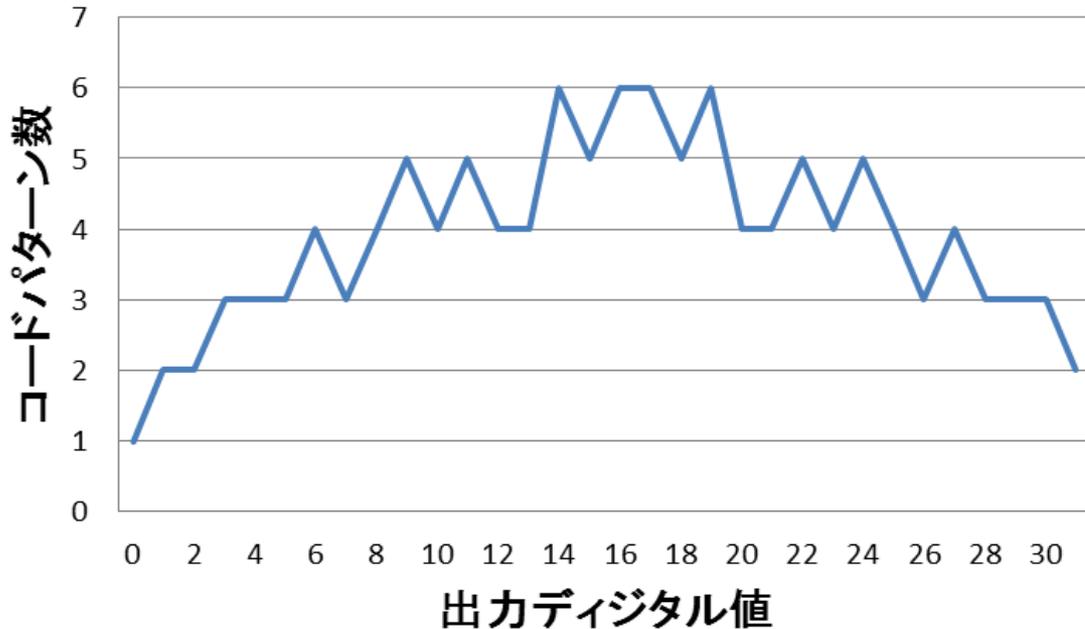
黄金探索法ADC

- ◆ デジタル誤差補正
- ◆ ノイズ耐性向上
- ◆ 速度向上



“デジタル誤差補正”の考え方

黄金分割法ADCパターン数(5bit)



各入力に対し
出力コードが複数存在

(例) inputが7.4LSB

重み	13	8	5	3	2	1	1
出力 ①	0	0	1	0	1	0	0
出力 ②	0	0	1	0	0	1	1
出力 ③	0	0	0	1	1	1	1

重みの足し算となる
コードは7に相当

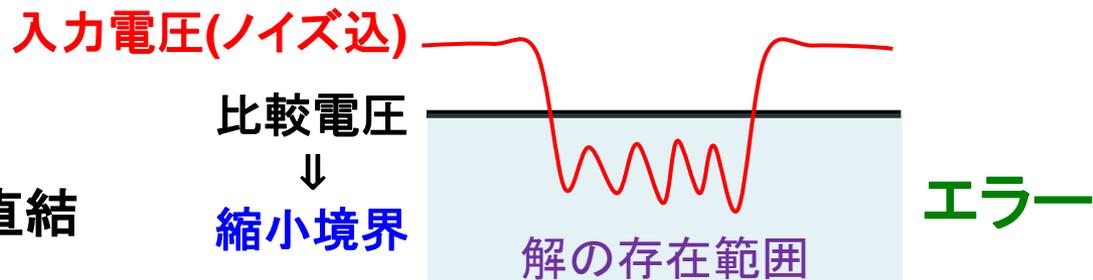
一つの入力に対する出力コードが数種類ある

⇒後段での補正を可能としデジタル誤差補正を実現する！

“ノイズ耐性向上”の考え方

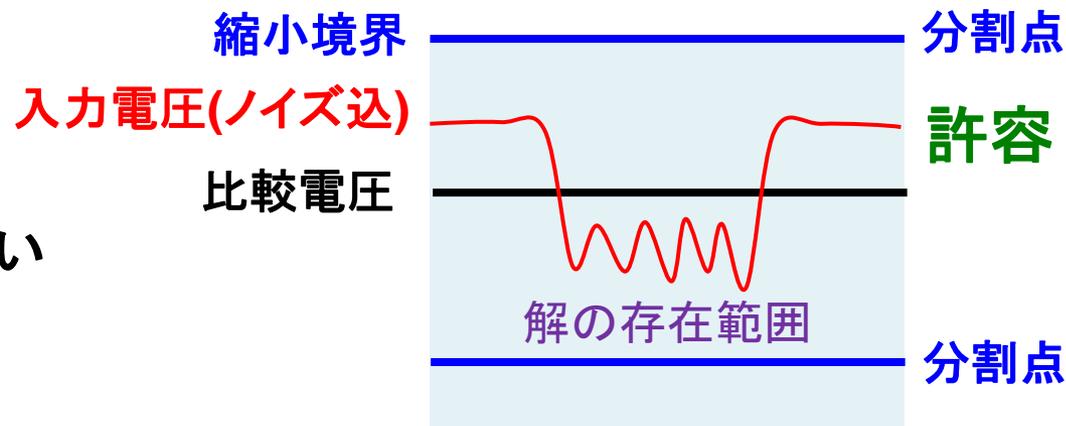
一般的なSAR ADC

比較電圧と範囲決定は一致
⇒ノイズ判定間違えはエラーへ直結



黄金探索SAR ADC

縮小範囲と判定点を関連させない
⇒判定点での誤りを許容する



比較点と入力電圧が近ければ解の存在範囲に含まれる

⇒ノイズ耐性の向上を実現する！

“速度向上”の考え方

デジタル誤差補正によって
判定の間違いを許容



**DACの不完全整定
許容**

5bit SAR ADC

二進探索(完全整定)



AD変換時間

黄金分割探索(不完全整定)



不完全整定誤差補正

AD変換時間

不完全整定による1step判定時間の短縮

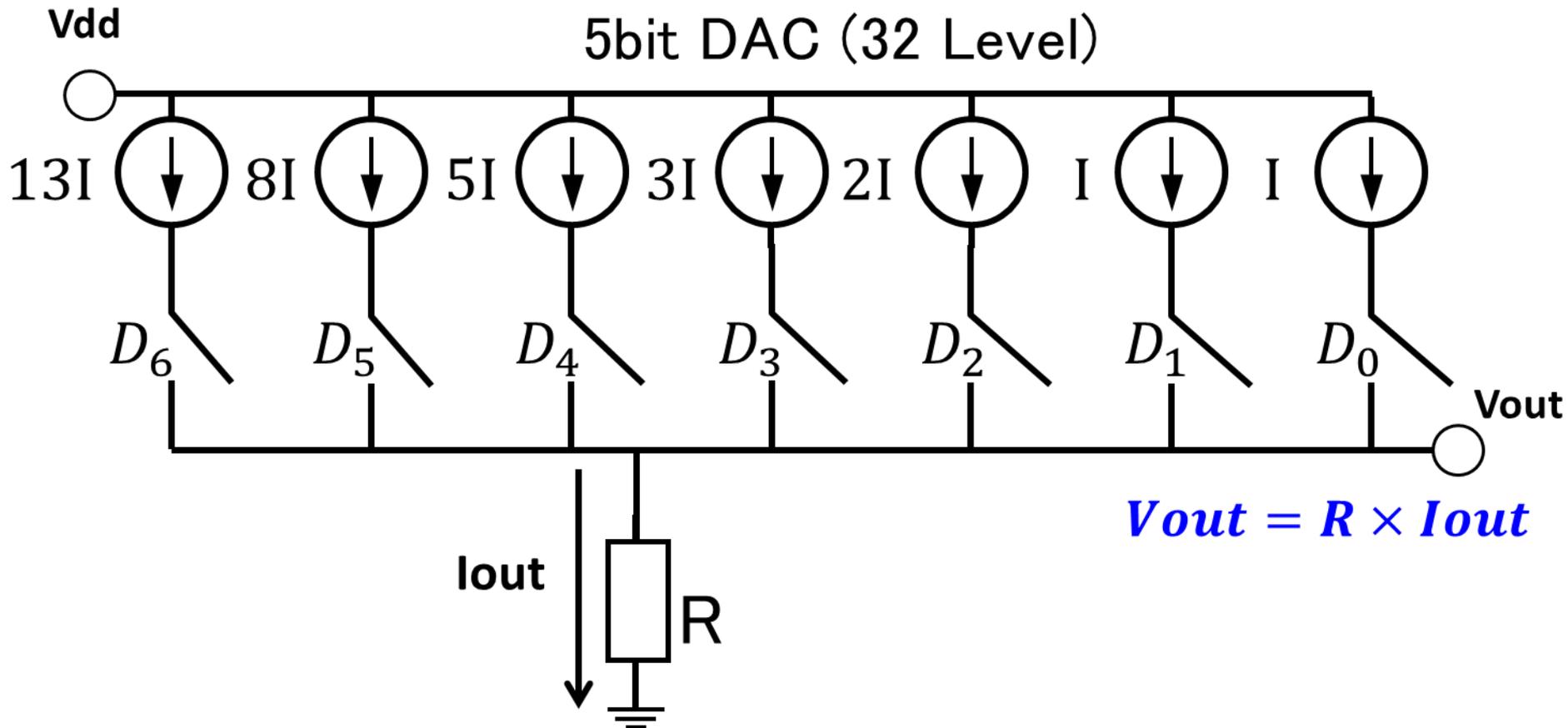
⇒最終的な速度の向上を実現する！

黄金分割法ADCの設計

実現を考える場合DACの設計が重要

フィボナッチ電流源DACを用いる ⇒ デコーダーが不要

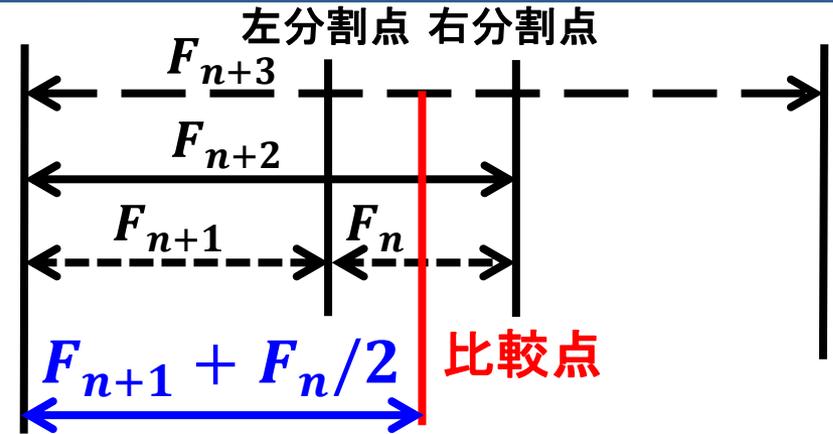
フィボナッチ電流源DAC



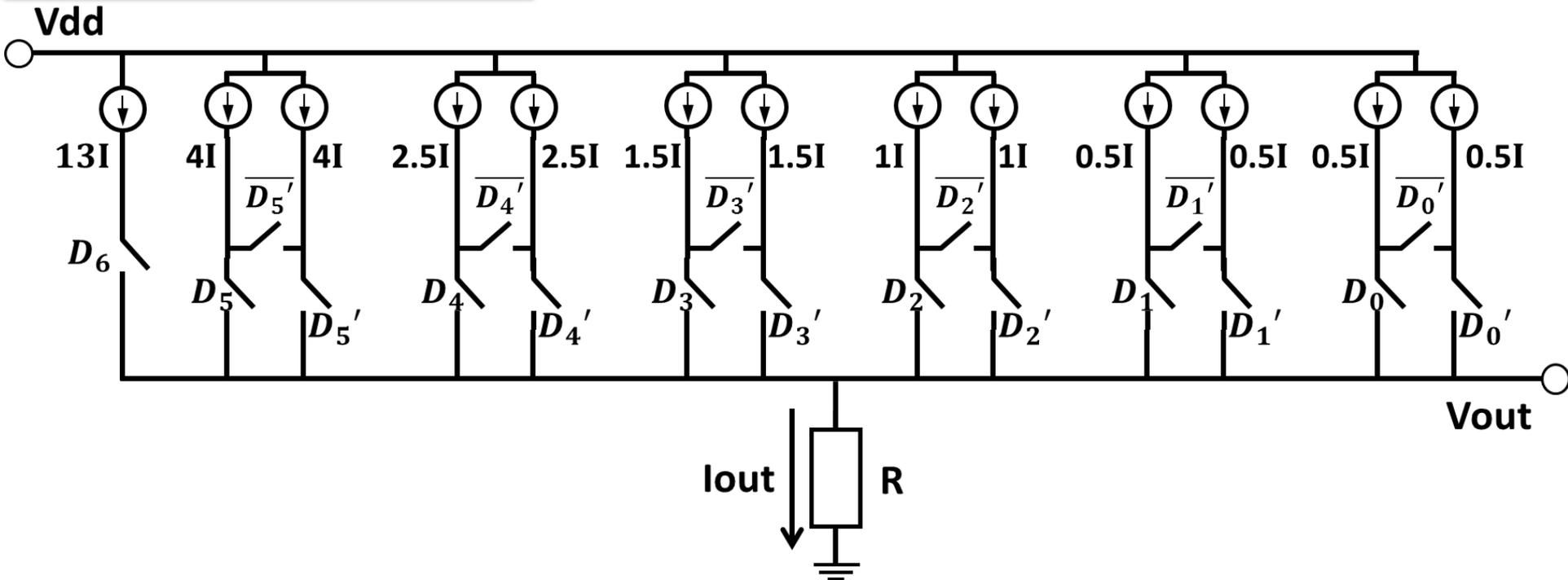
DAC回路図

黄金分割法ADC

コンパレータで入力電圧と
分割点中間の電圧の比較



フィボナッチ電流源DAC



DACの動かし方

実際の動作

(1st step) **17I**を流す
13Iと4I(8Iの半分)の和
ON $\Rightarrow D_6$ と D_5'

1判定

0判定

(2nd step) **23.5I**を流す
13Iと8Iと2.5I(5Iの半分)の和
ON $\Rightarrow D_6, D_5$ と D_4'

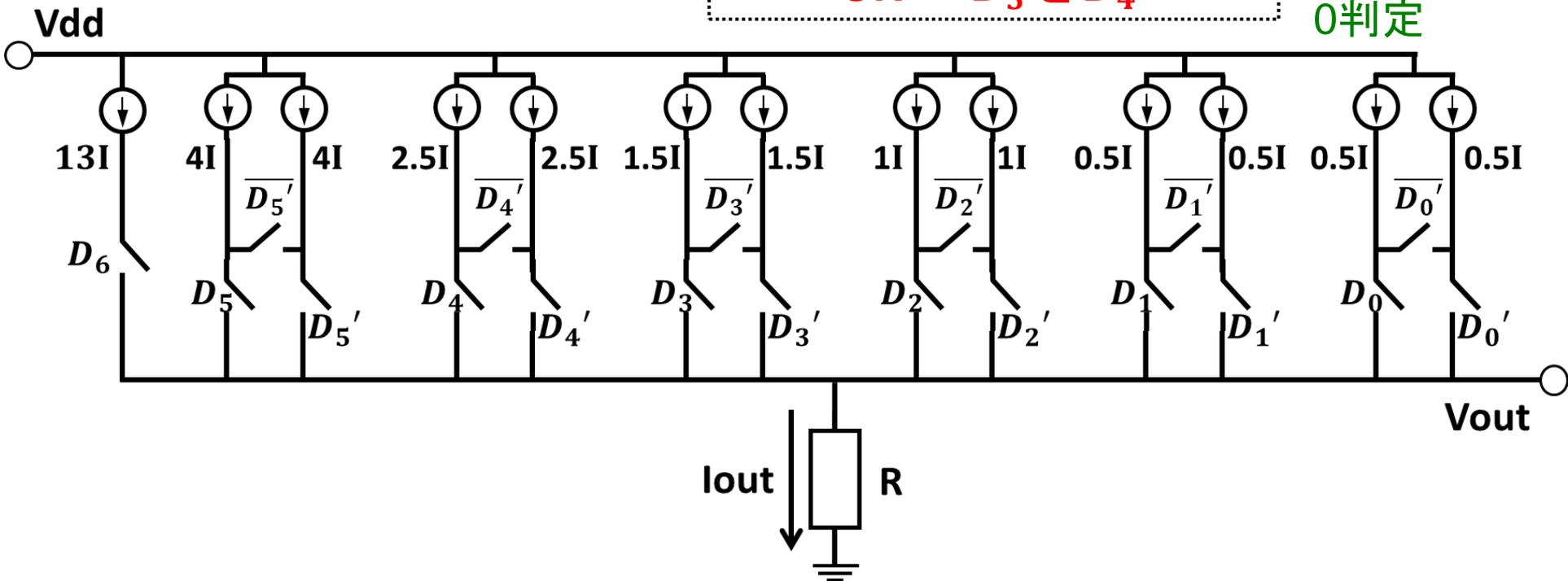
1判定

0判定

(2nd step) **10.5I**を流す
8Iと2.5I(5Iの半分)の和
ON $\Rightarrow D_5$ と D_4'

1判定

0判定



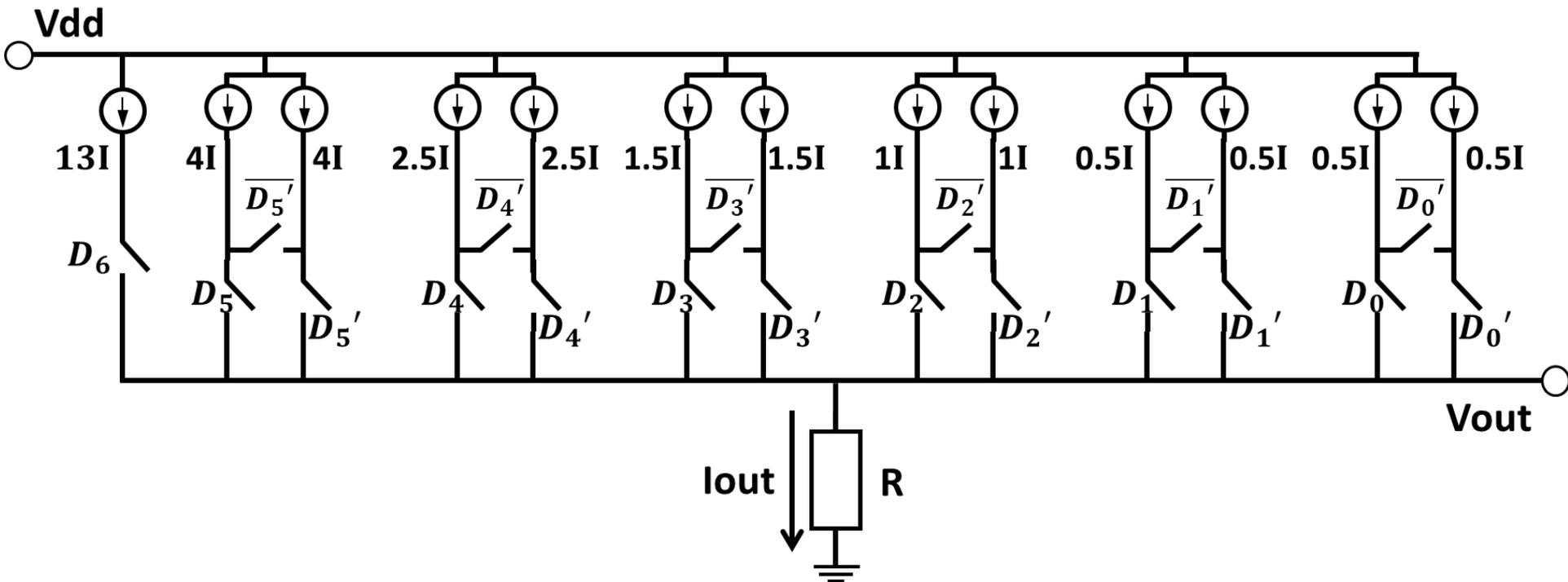
DAC回路図

スイッチング制御

メインスイッチ $D_0 \sim D_6$: 通常SAR ADC動作

サブスイッチ $D_0' \sim D_5'$: 最上位より順に一つだけon
(最後の判定のみすべてoff)

容易に実現が可能！



OUTLINE

- 研究背景と目的
- 逐次比較型AD変換器について
- 黄金分割法について
- 黄金分割法SAR ADC
- シミュレーション
- まとめ

シミュレーション

シミュレーション想定

S/H回路のノイズ考慮をしたAD変換

単一正弦波を入力し出力のSNRを比較する

SNR : Signal to Noise Ratio

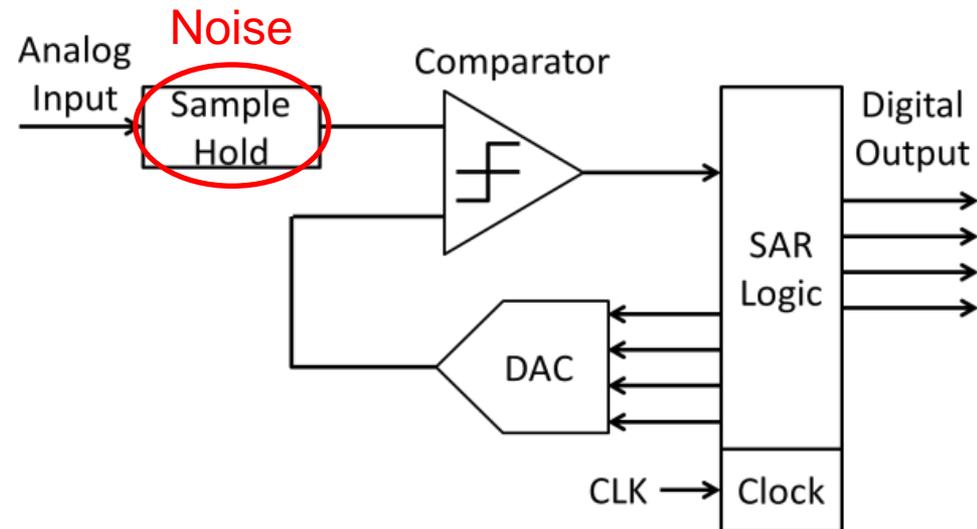
シミュレーション条件

C言語によるシミュレーション

分解能:8bit

入力信号周波数:100Hz

振幅:1V



ノイズが標準偏差 σ の正規分布に従うものとして効果を検証

シミュレーション結果

各条件におけるSNRの値

ADC種類	ノイズ要因無し	S/H回路 ノイズ $3\sigma = 0.5\text{LSB}$	S/H回路 ノイズ $3\sigma = 3\text{LSB}$	S/H回路 ノイズ $3\sigma = 10\text{LSB}$
バイナリ型 ADC	49.6dB	43.8dB	39.2dB	31.3dB
黄金分割型 ADC	49.6dB	48.0dB	41.1dB	33.3dB

信頼性向上を確認！

- どの条件においてもSNRの向上を確認できた
- $3\sigma = 0.5\text{LSB}$ では原理的に最終stepの判定でのみ誤判定可能性
- 0.5LSB よりも大きくなると約2dBの向上が見られる

まとめ

- ◆ SAR ADCの黄金分割法を用いた
冗長設計理論を提案・考察した
- ◆ 実現回路を提案し
シミュレーションによって信頼性の向上を実証した

整数論の応用

他の整数論の応用

SAR ADCに冗長性を与えて
フィボナッチ数を組み合わせると...

新発見！

- ◆ 補正可能範囲は必ずフィボナッチ数となる
- ◆ 補正可能範囲がつながる最速の重み付けである



AD変換器への整数論応用は未知の世界
今後大きな発見が待っている可能性

STEP	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th
Weight	16	8	5	3	2	1	1
33							
32							
31							
30							
29							
28							
27							
26							
25							
24							
23							
22							
21							
20							
19							
18							
17							
16							
15							
14							
13							
12							
11							
10							
9							
8							
7							
6							
5							
4							
3							
2							
1							
0							
-1							
-2							

誤っても
補正可能な
入力範囲

LEVEL

卒業研究発表会の質疑応答

- 小林先生

- ①ノイズを与えるシミュレーションはサンプルホールドごとに常に与えている？

- ⇒判定毎に数値がずれるようにしている

- ②黄金分割法とフィボナッチ数列で判定ステップ数は一緒？

- ⇒判定ステップ数は一緒両方とも1.6進を利用しているため

- 弓仲先生

- ①非二進のSAR ADCの他との違いは？

- ⇒簡単な回路での実現・1.6進の実現

- ⇒最適な冗長性が指摘されているはず(要調査)

電気学会合同研究会の質疑応答

- 小室先生(神奈川工科大学)
 - ①縮小が0.5~1倍の間なら良いのだろうが黄金分割法(フィボナッチ数)を利用するメリットは何？
 - i) 整数で1.618倍という小数倍を実現できる(ADCは整数を扱うので何かと便利であるはず)
 - ii) エンコーダに有利な可能性(パスカルの三角形など)
 - iii) 最終段が必ず整数判定である

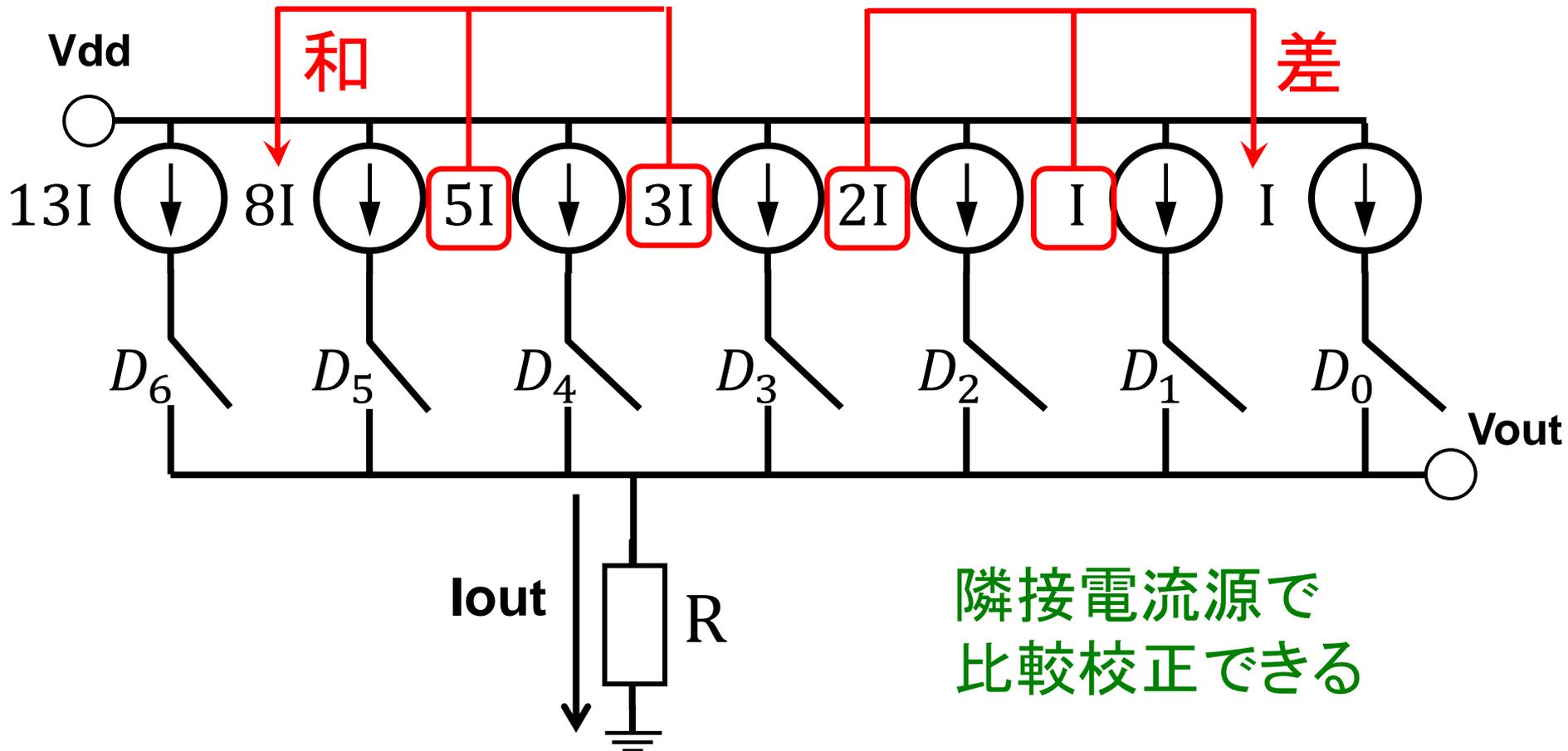
Appendix (写真)



(付録)DACの線形性向上①

DACの比較・校正

フィボナッチ数列の性質: 近接項の和が次の項になる



(付録)DACの線形性向上②

最適な組み合わせの選択

デジタル入力9のとき ON にするスイッチの組み合わせ

①	(D5, D4, D1)	$5I+3I+I$	$=9I+\Delta 1$
②	(D5, D4, D2)	$5I+3I+I$	$=9I+\Delta 2$
③	(D5, D3, D2, D1)	$5I+2I+I+I$	$=9I+\Delta 3$
④	(D6, D1)	$8I+I$	$=9I+\Delta 4$
⑤	(D6, D2)	$8I+I$	$=9I+\Delta 5$

実際には各電流源間でミスマッチが存在

各電流値の大小関係を測定し

真ん中のもの(大きい順に3番目のもの)を選択する

(付録)DACの歪み低減

ダイナミックマッチング

デジタル入力9のとき ON にするスイッチの組み合わせ

①	(D5, D4, D1)	$5I+3I+I$	$=9I+\Delta 1$
②	(D5, D4, D2)	$5I+3I+I$	$=9I+\Delta 2$
③	(D5, D3, D2, D1)	$5I+2I+I+I$	$=9I+\Delta 3$
④	(D6, D1)	$8I+I$	$=9I+\Delta 4$
⑤	(D6, D2)	$8I+I$	$=9I+\Delta 5$

出力が9になるとき①から⑤をランダムに選択する

⇒電流源のミスマッチが周波数拡散する

⇒歪み低減につながる