

ECT-15-107

サンプルホールド回路の 統一理論の検討

群馬大学大学院 理工学府
電子情報部門

栗原圭汰 小林謙介(技術コンサルタント)
新井美保 上森将文 小林春夫



Outline

- 研究背景・目的
- S/H回路の構成と動作
- 2つのS/H回路
 - T/H回路
 - インパルスサンプリング回路
- S/H回路の統一理論
 - DC Gain
 - Bandwidth
 - GB Product
 - SNR
- まとめ

Outline

■ 研究背景・目的

■ S/H回路の構成と動作

■ 2つのS/H回路

- T/H回路

- インパルスサンプリング回路

■ S/H回路の統一理論

- DC Gain

- GB Product

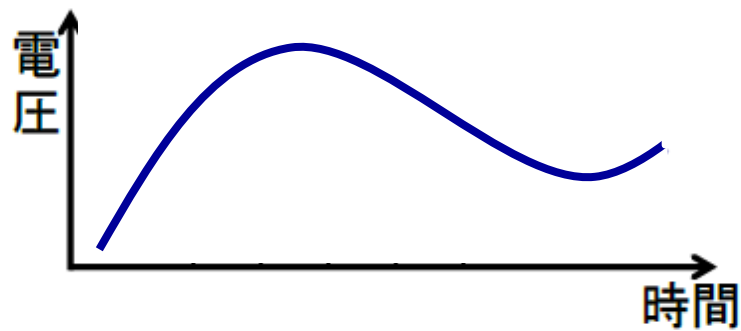
- Bandwidth

- SNR

■ まとめ

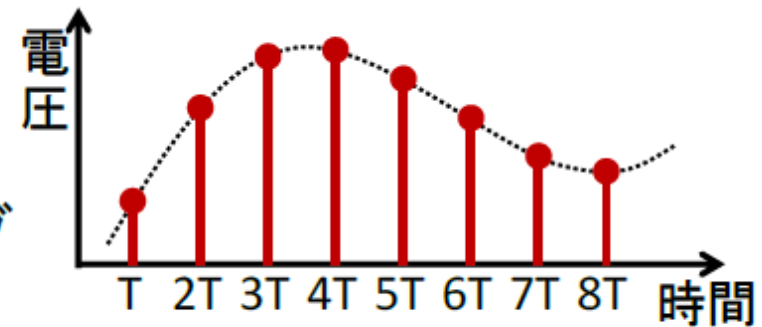
波形サンプリング

連続的に変化するアナログ信号を
一定時間間隔で区切り、
時間的な離散信号に変換する技術



アナログ信号

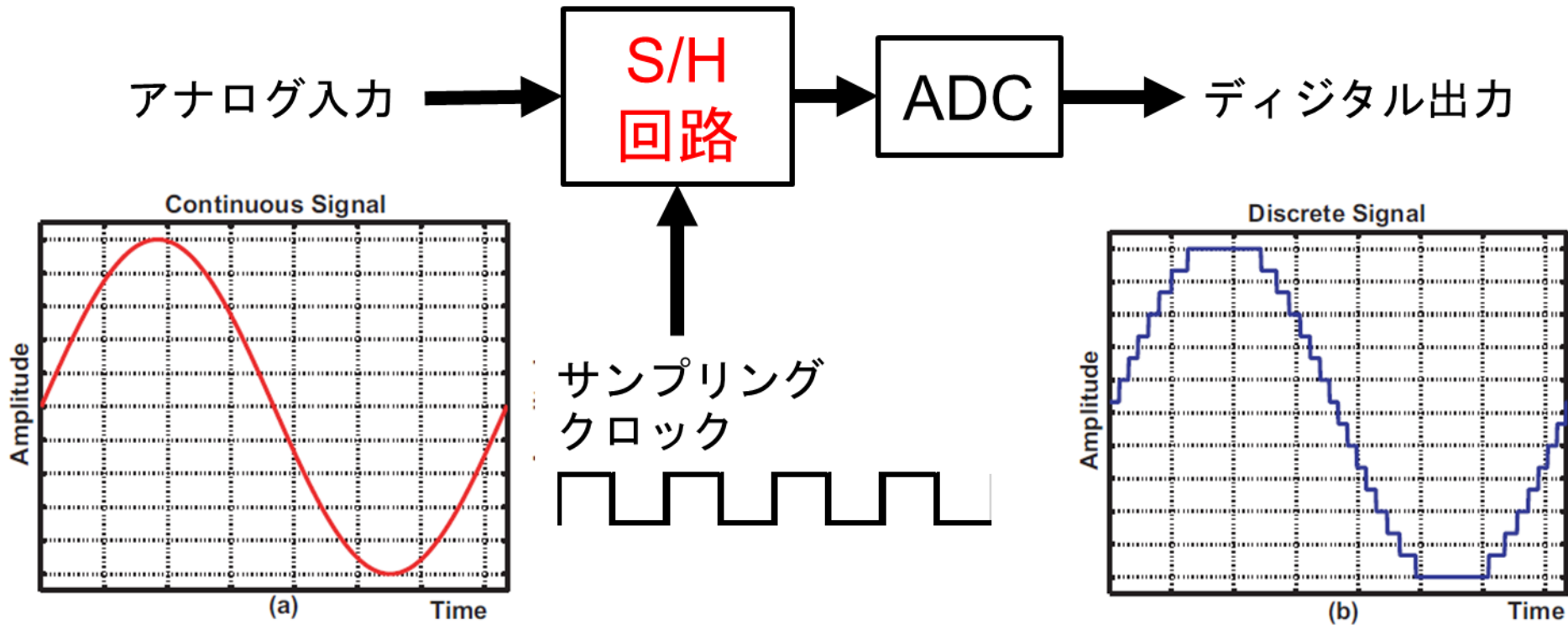
⇒
サンプリング



サンプル信号

アナログ・デジタル変換器

アナログ信号（電波、音声、電圧、電流等）を
デジタル信号（0, 1, 1, 0, ...）に変換



研究背景と目的

課題

広帯域信号を高精度に取得



目的

S/H回路設計の本質的トレードオフ



成果

- SNRが極大値を取る条件
- インパルス回路のGB積がT/H回路の約2.8倍

Outline

■研究背景・目的

■S/H回路の構成と動作

■2つのS/H回路

- T/H回路
- インパルスサンプリング回路

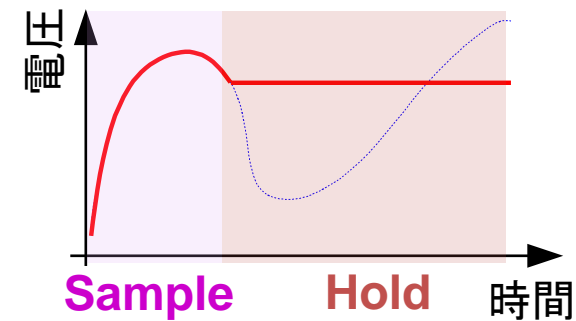
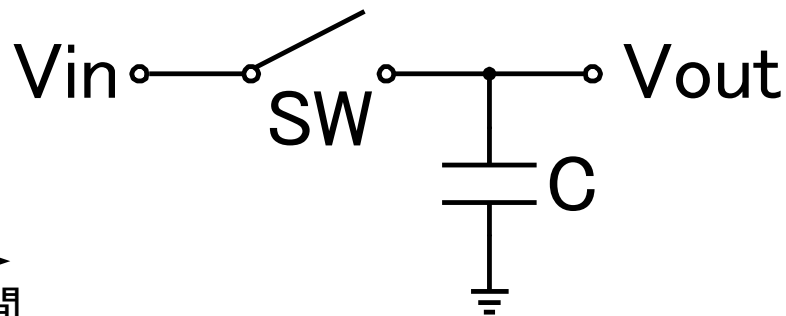
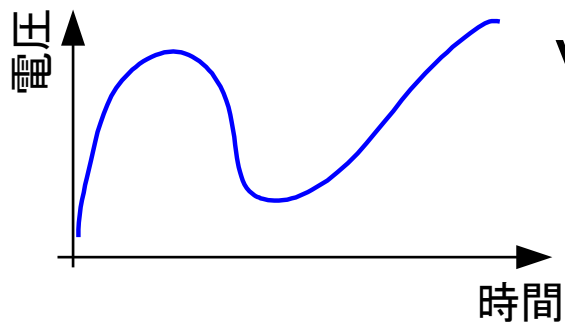
■S/H回路の統一理論

- DC Gain
- Bandwidth
- GB Product
- SNR

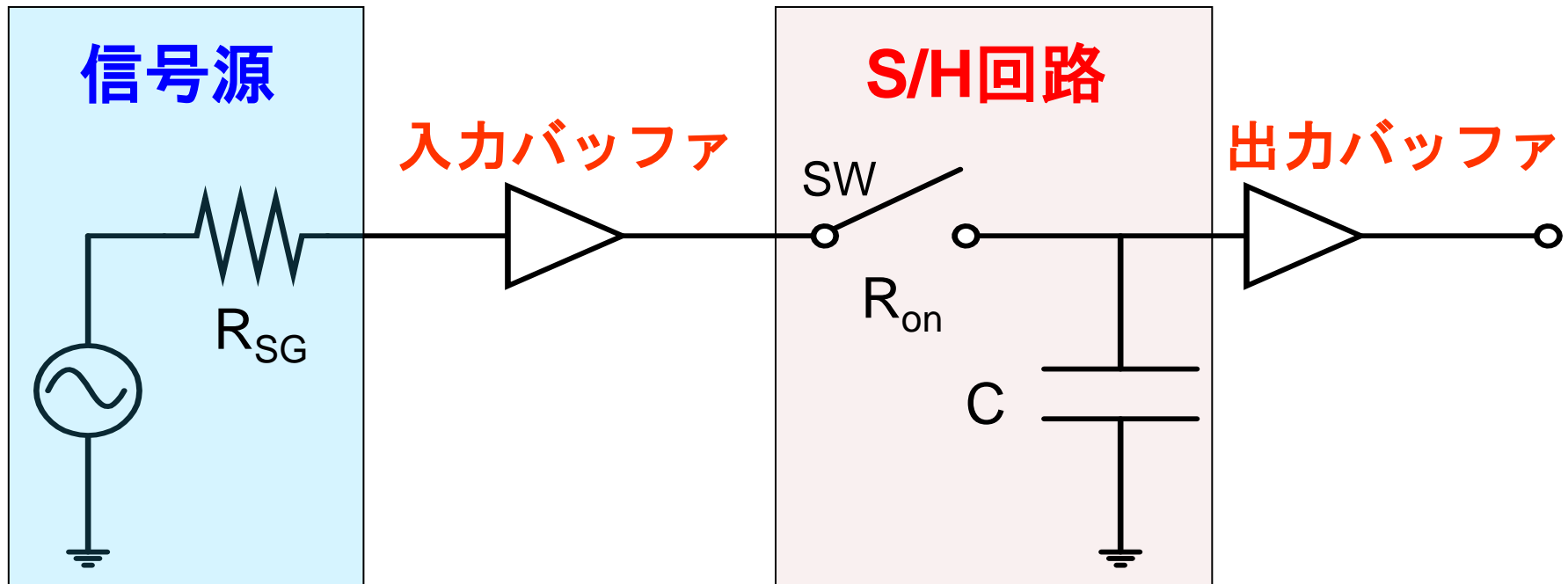
■まとめ

S/H回路の構成

■S/H回路の基本構成: スイッチと容量

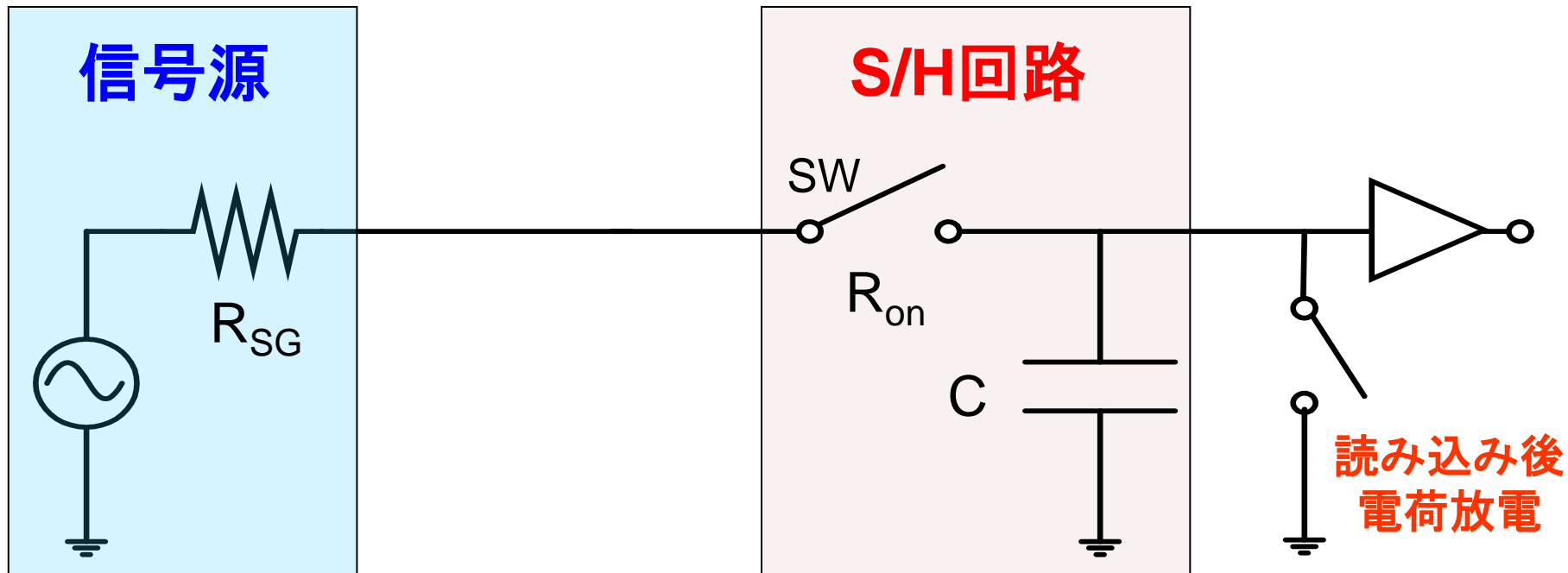


広帯域S/H回路の構成



広帯域化 ⇒ 入力バッファ実現困難

広帯域S/H回路の構成



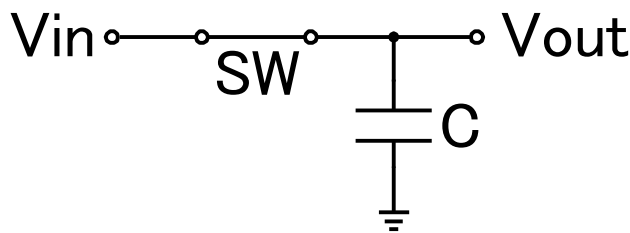
広帯域化 ⇒ 入力バッファ実現困難



入力バッファを除いた構成

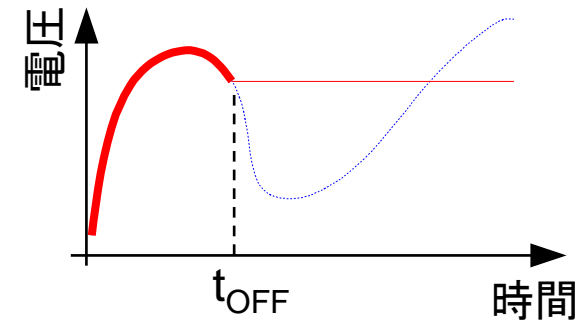
S/H回路の動作

• スイッチSWがONの時

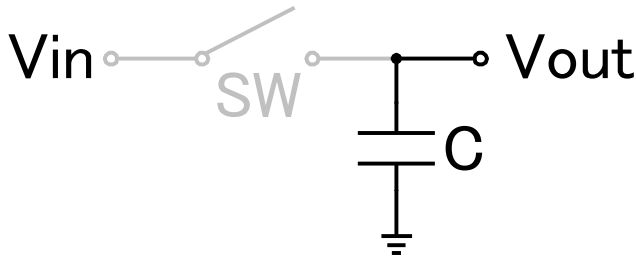


$$V_{out}(t) = V_{in}(t)$$

Sample動作

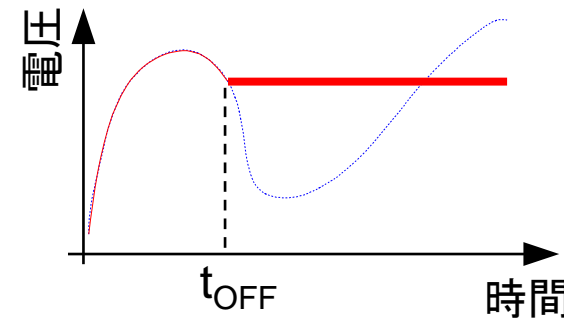


• スイッチSWがOFFの時

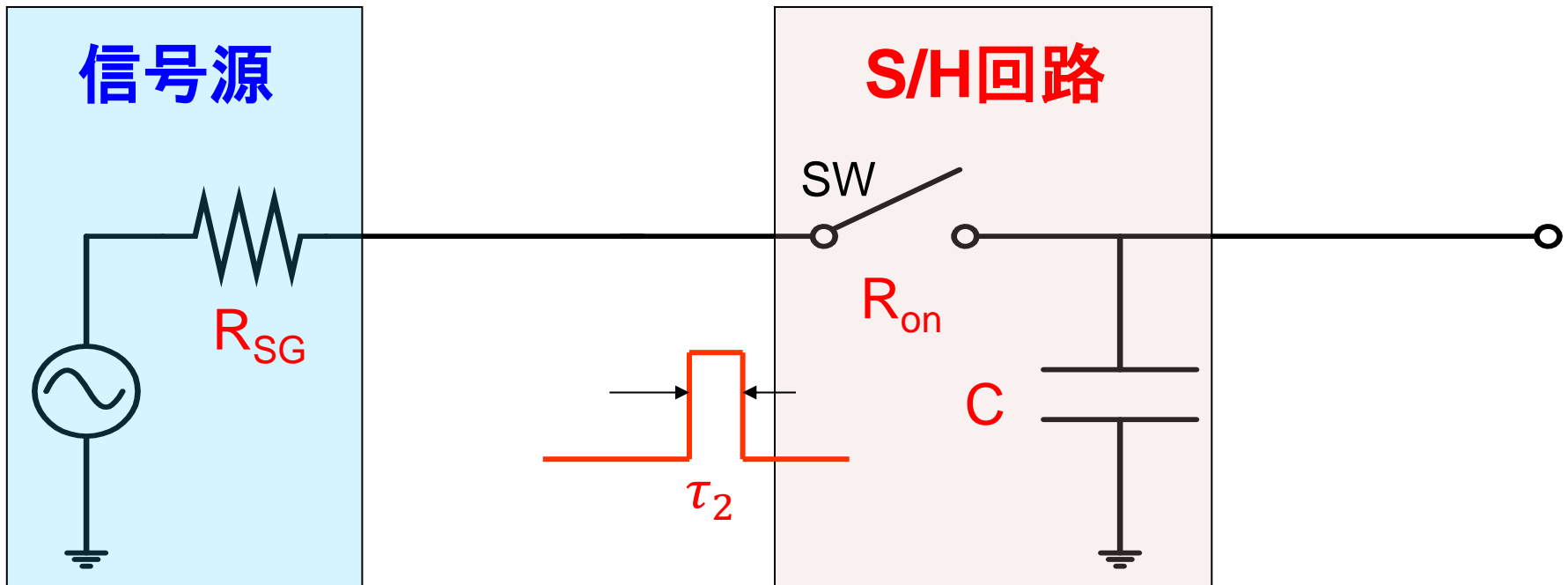


$$V_{out}(t) = V_{in}(t_{OFF})$$

Hold動作



2つの時定数 τ_1, τ_2



■ S/H回路の時定数

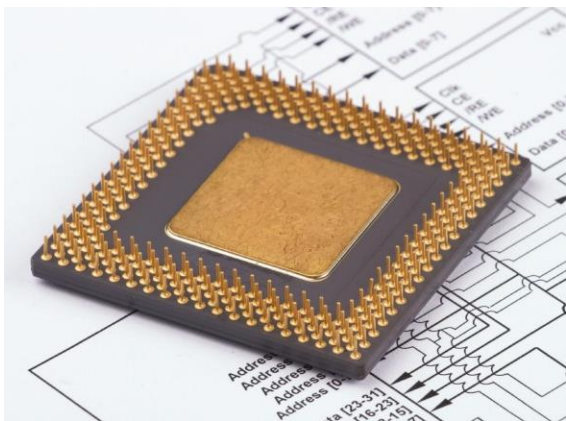
- τ_1 : 信号源の抵抗 R_{SG} とスイッチのオン抵抗 R_{on} の合成抵抗 $R(= 50 \Omega)$ と容量 C から構成される時定数 RC
- τ_2 : スイッチング時間窓

Outline

- 研究背景・目的
- S/H回路の構成と動作
- 2つのS/H回路
 - T/H回路
 - インパルスサンプリング回路
- S/H回路の統一理論
 - DC Gain
 - Bandwidth
 - GB Product
 - SNR
- まとめ

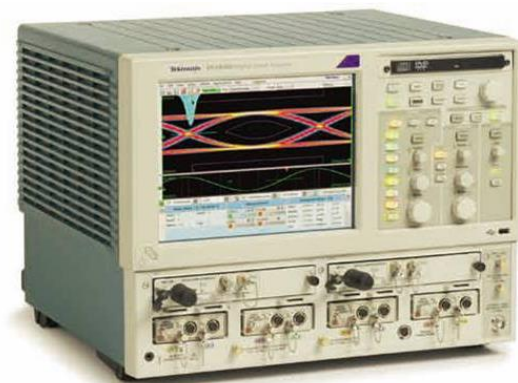
2つのS/H回路

スイッチング時間窓が長い場合
トラックホールド回路



SoC上のADC

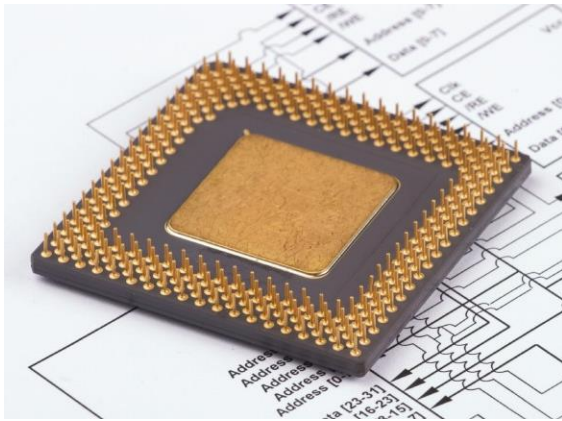
スイッチング時間窓が短い場合
インパルスサンプリング回路



サンプリングオシロスコープ

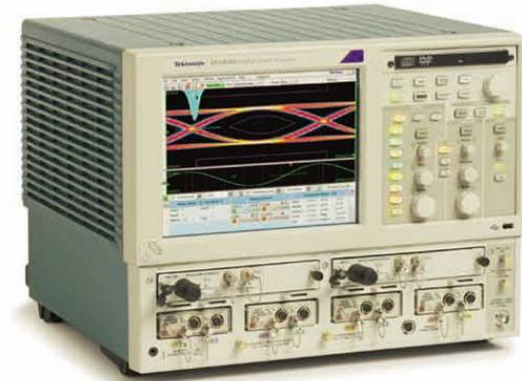
2つのS/H回路

スイッチング時間窓が長い場合
トラックホールド回路



SoC上のADC

スイッチング時間窓が短い場合
インパルスサンプリング回路



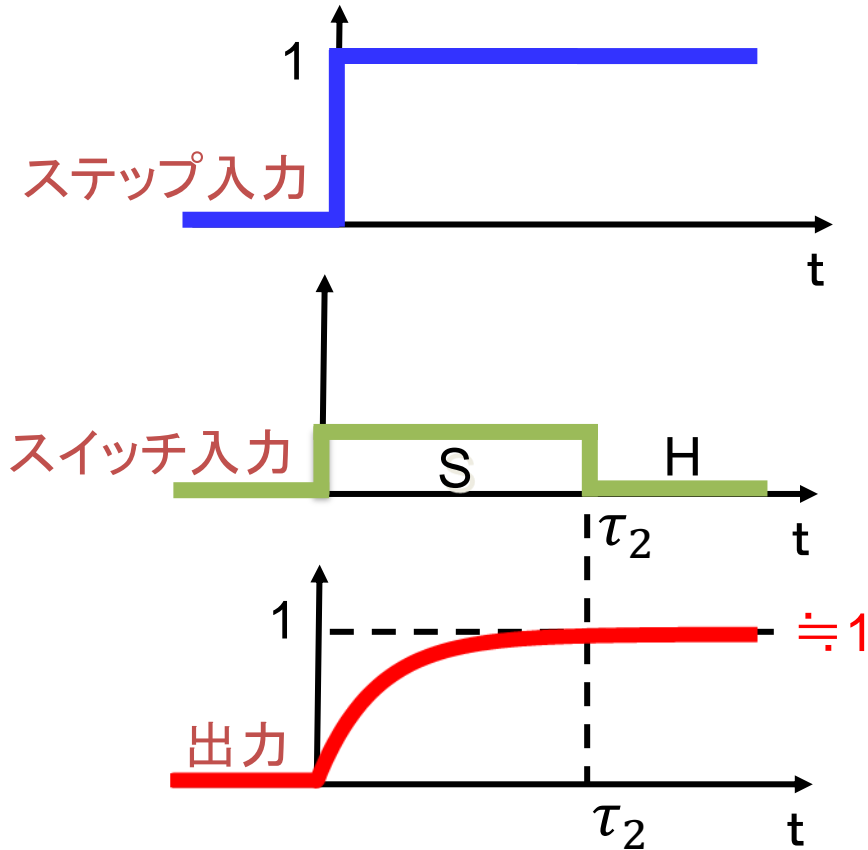
サンプリングオシロスコープ

現在別々に扱われている...

統一理論

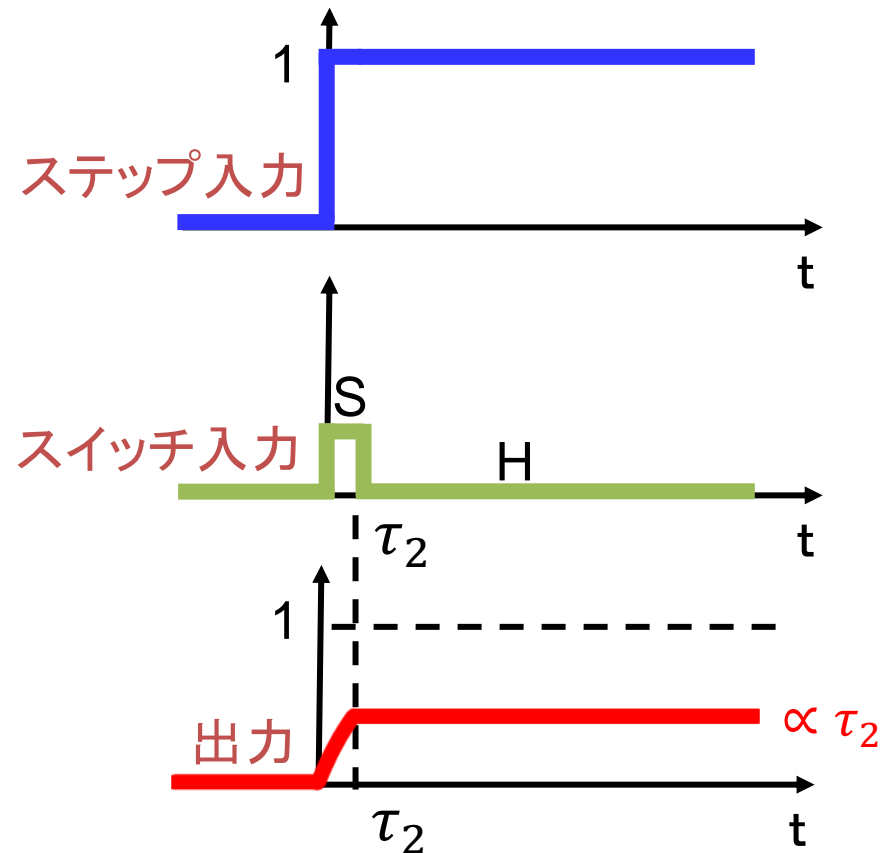
2つのS/H回路の動作

トラックホールド回路 $\tau_2 \gg \tau_1$



スイッチング時間窓が長い
 →容量：完全充電
 →出力信号成分： $S \doteq 1$

インパルスサンプリング回路 $\tau_2 \ll \tau_1$

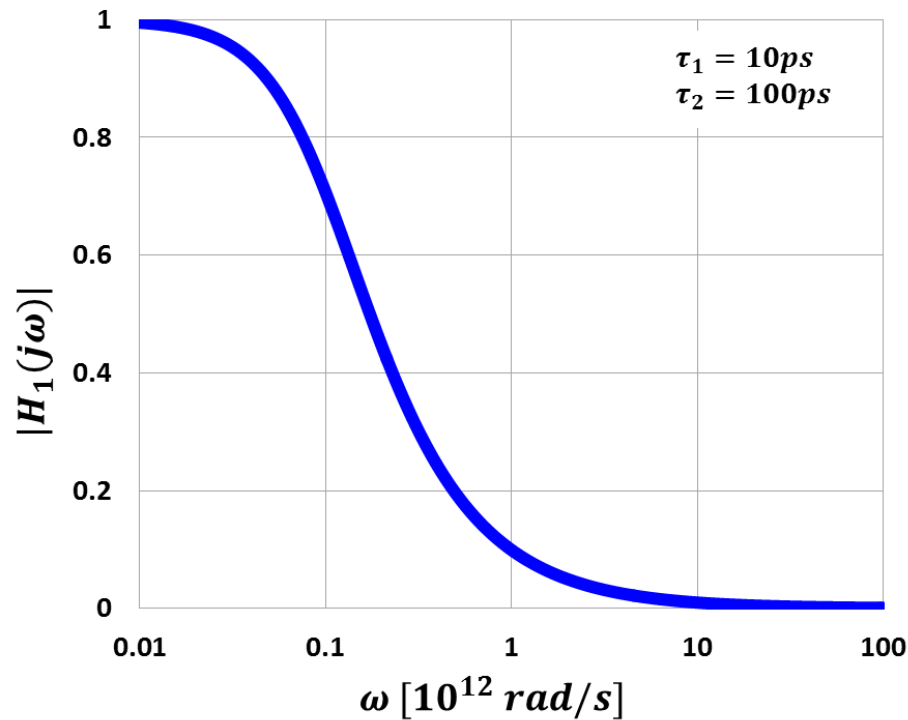


スイッチング時間窓が短い
 →容量：不完全充電
 →出力信号成分： $S \propto \tau_2$

2つのS/H回路の周波数伝達関数

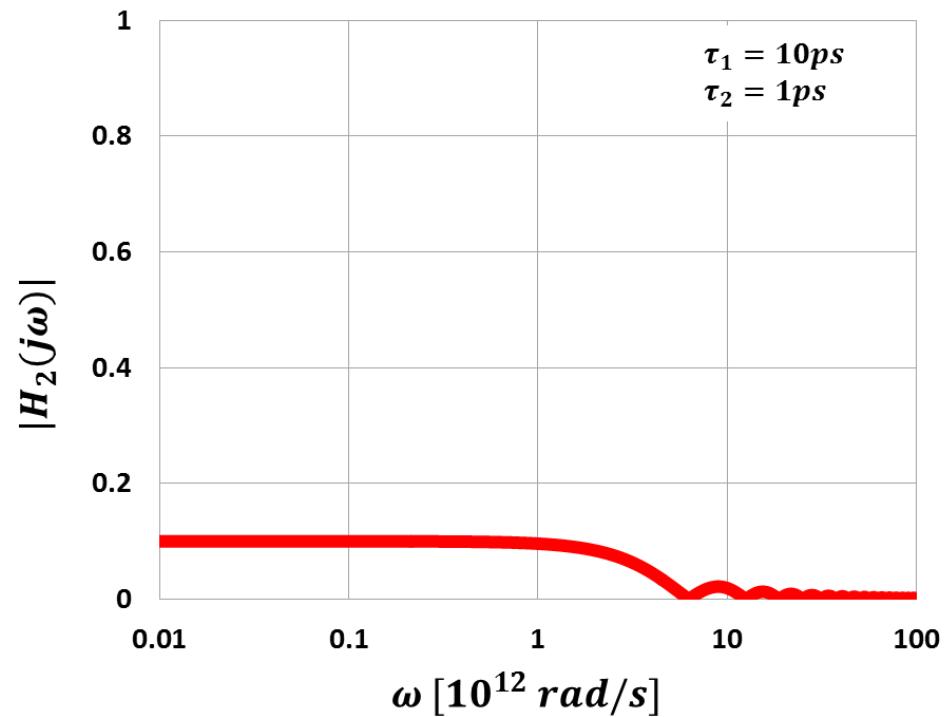
トラックホールド回路 $\tau_2 \gg \tau_1$

$$H_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega}$$



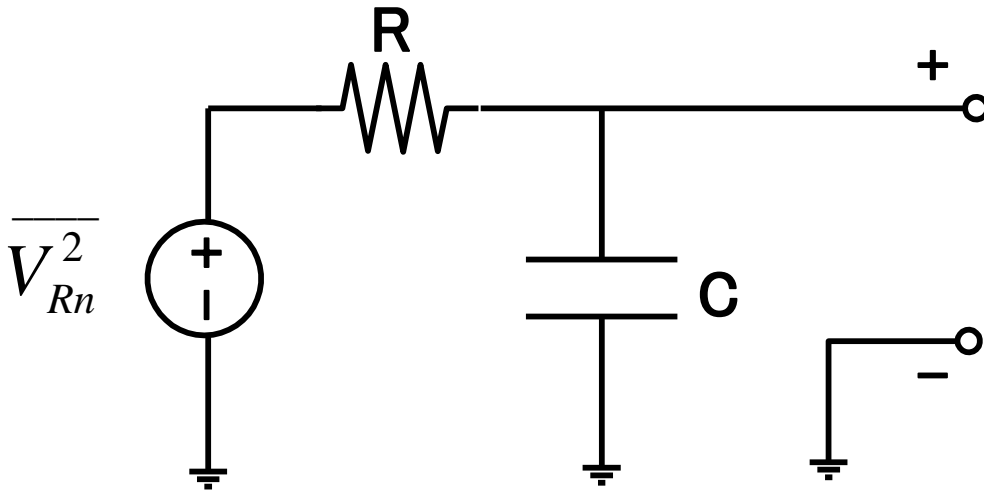
インパルスサンプリング回路 $\tau_2 \ll \tau_1$

$$H_2(j\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} \text{sinc}\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega}$$



DCゲイン：小
帯域幅：広

S/H回路での出力熱雑音



雑音パワー

$$P_{noise} = \int_0^{\infty} \frac{4k_B T R}{4\pi^2 R^2 C^2 f^2 + 1} df = \frac{k_B T}{C} = \frac{k_B T R}{\tau_1}$$

広帯域化 (C:小) \Rightarrow P_{noise} :大

$$\begin{aligned} k_B &= 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \\ T &= 300 \text{ K} \\ R &= 50 \Omega \end{aligned}$$

帯域とSNRのトレードオフ

トラックホールド回路 $\tau_2 \gg \tau_1$

$$H_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega}$$

$$signal_1 = 1$$

$$Bandwidth_1 = \frac{1}{\tau_1}$$

$$SNR_1 \propto \sqrt{\tau_1}$$

インパルスサンプリング回路 $\tau_2 \ll \tau_1$

$$H_2(j\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} \text{sinc}\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega}$$

$$signal_2 = \frac{\tau_2}{\tau_1}$$

$$Bandwidth_2 \approx \frac{2.78}{\tau_2}$$

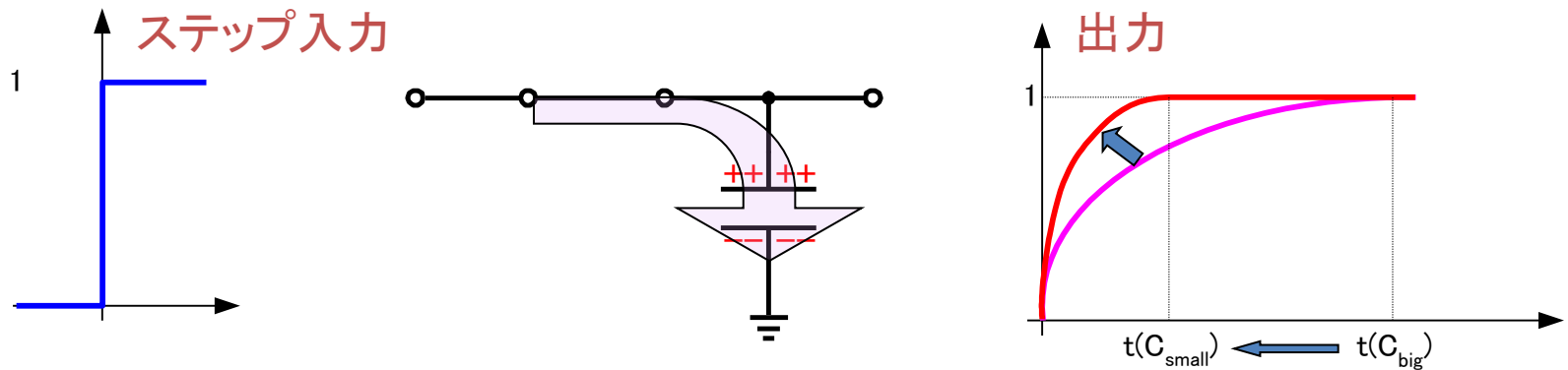
$$SNR_2 \propto \frac{\tau_2}{\sqrt{\tau_1}}$$

帯域  **SNR**

RC積 τ_1 (容量)の影響

■帯域

-容量:小 \Rightarrow 素早い充電が可能(帯域:広)



■熱雑音

-容量:小



ノイズ:大 (SNR:小)

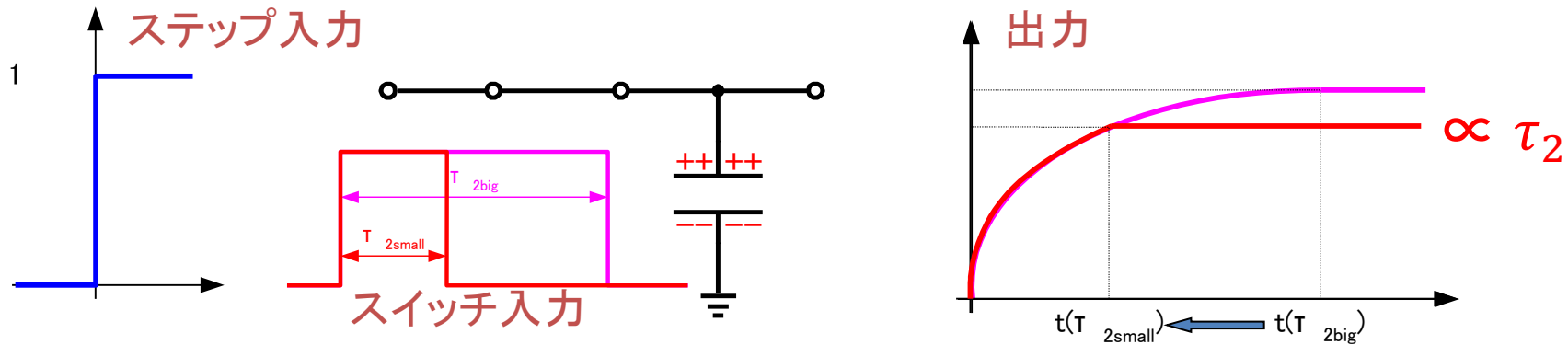
$$\text{Noise} \propto 1/C$$

帯域 \longleftrightarrow **ノイズ**

サンプリング時間 τ_2 の影響

■帯域

–パルス幅:短 \Rightarrow 出力:素早く定まる(帯域:広)



■信号成分

–パルス幅:短 \longrightarrow 信号成分:小 (SNR:小)

$$\text{Signal} \propto \tau_2$$

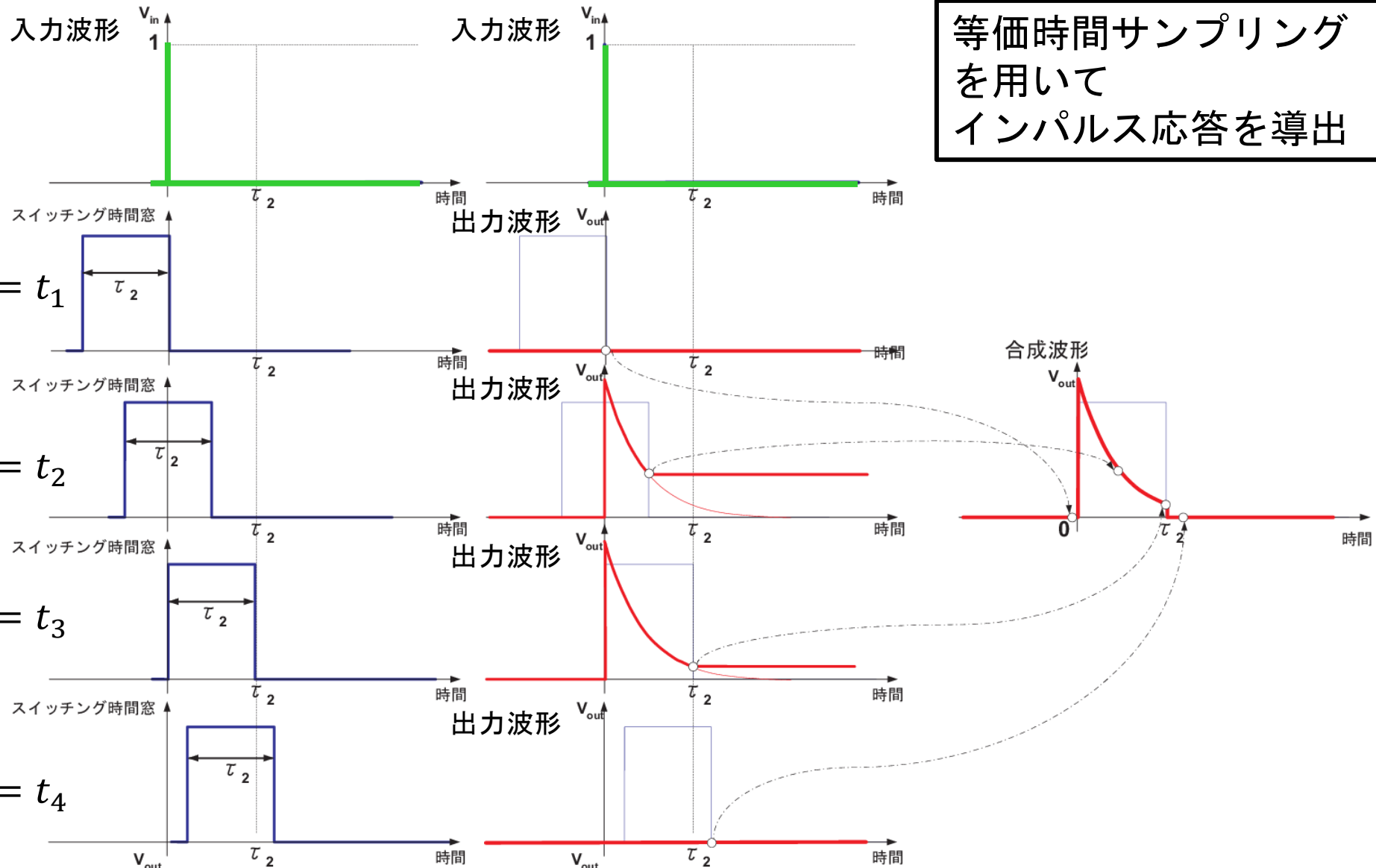
帯域 \longleftrightarrow **信号成分**

Outline

- 研究背景・目的
- S/H回路の構成と動作
- 2つのS/H回路
 - T/H回路
 - インパルスサンプリング回路
- S/H回路の統一理論
 - DC Gain
 - Bandwidth
 - GB Product
 - SNR
- まとめ

インパルス応答

等価時間サンプリング
を用いて
インパルス応答を導出

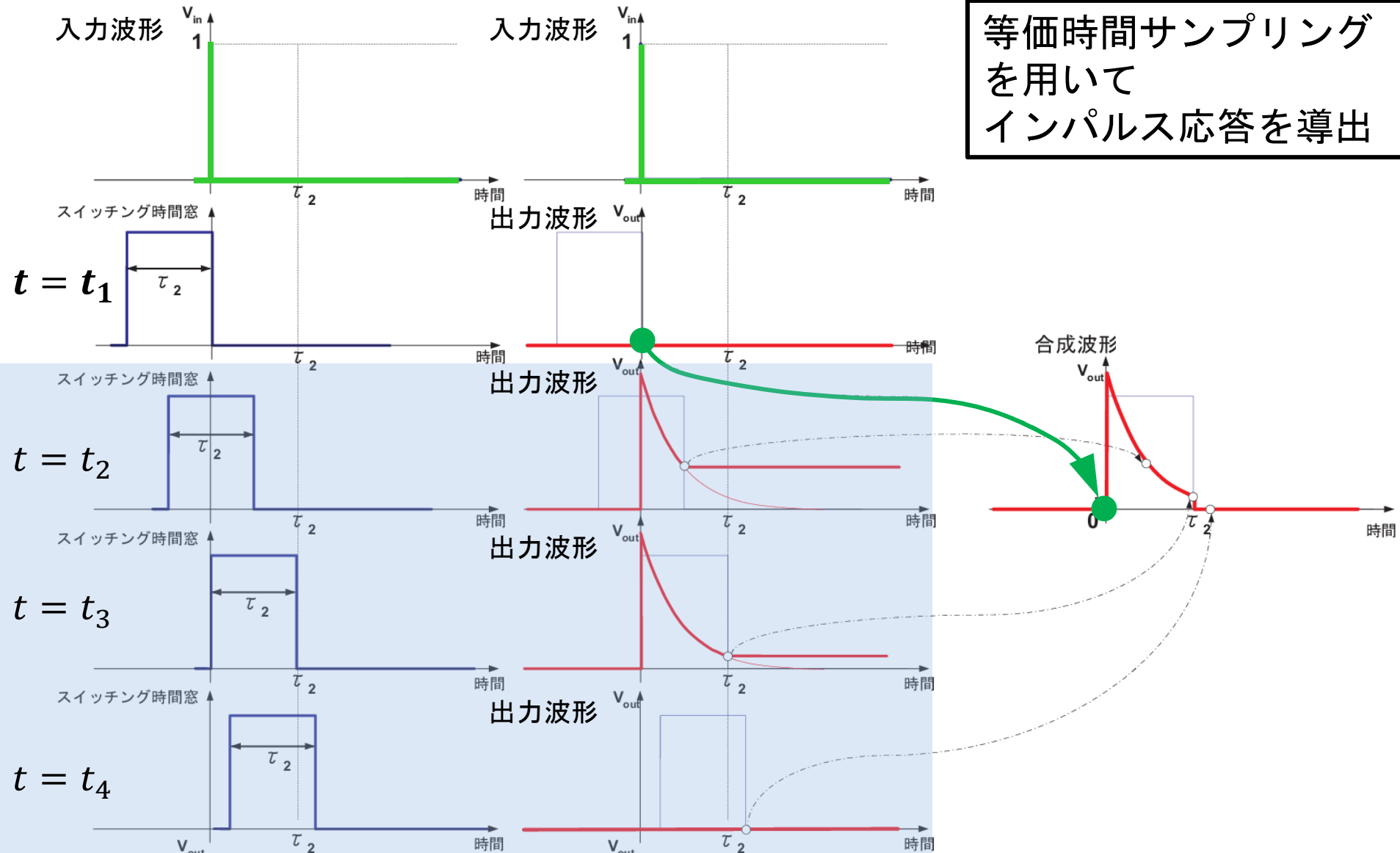


等価時間サンプリング

入出力波形

インパルス応答

等価時間サンプリング
を用いて
インパルス応答を導出

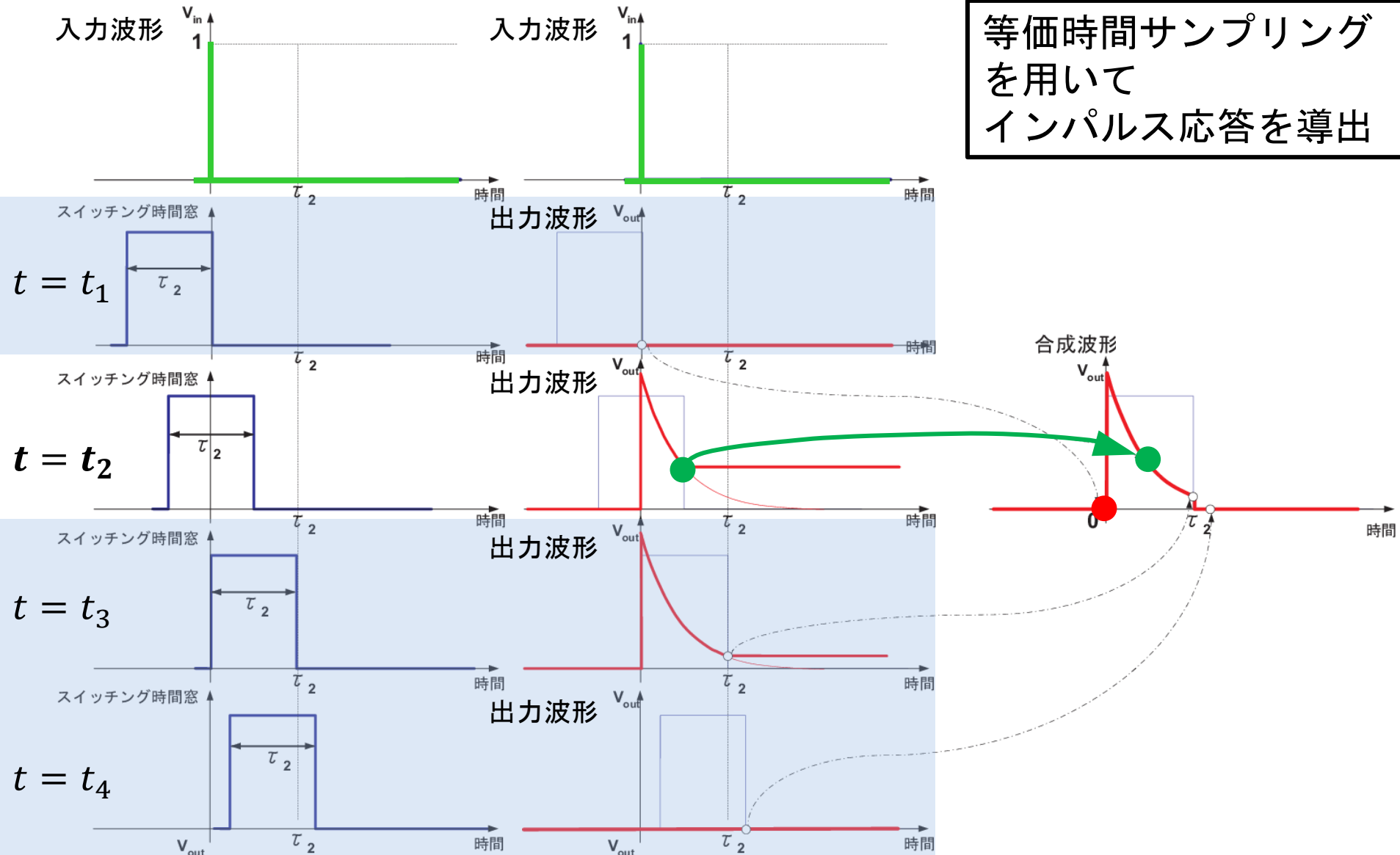


等価時間サンプリング

入出力波形

インパルス応答

等価時間サンプリング
を用いて
インパルス応答を導出

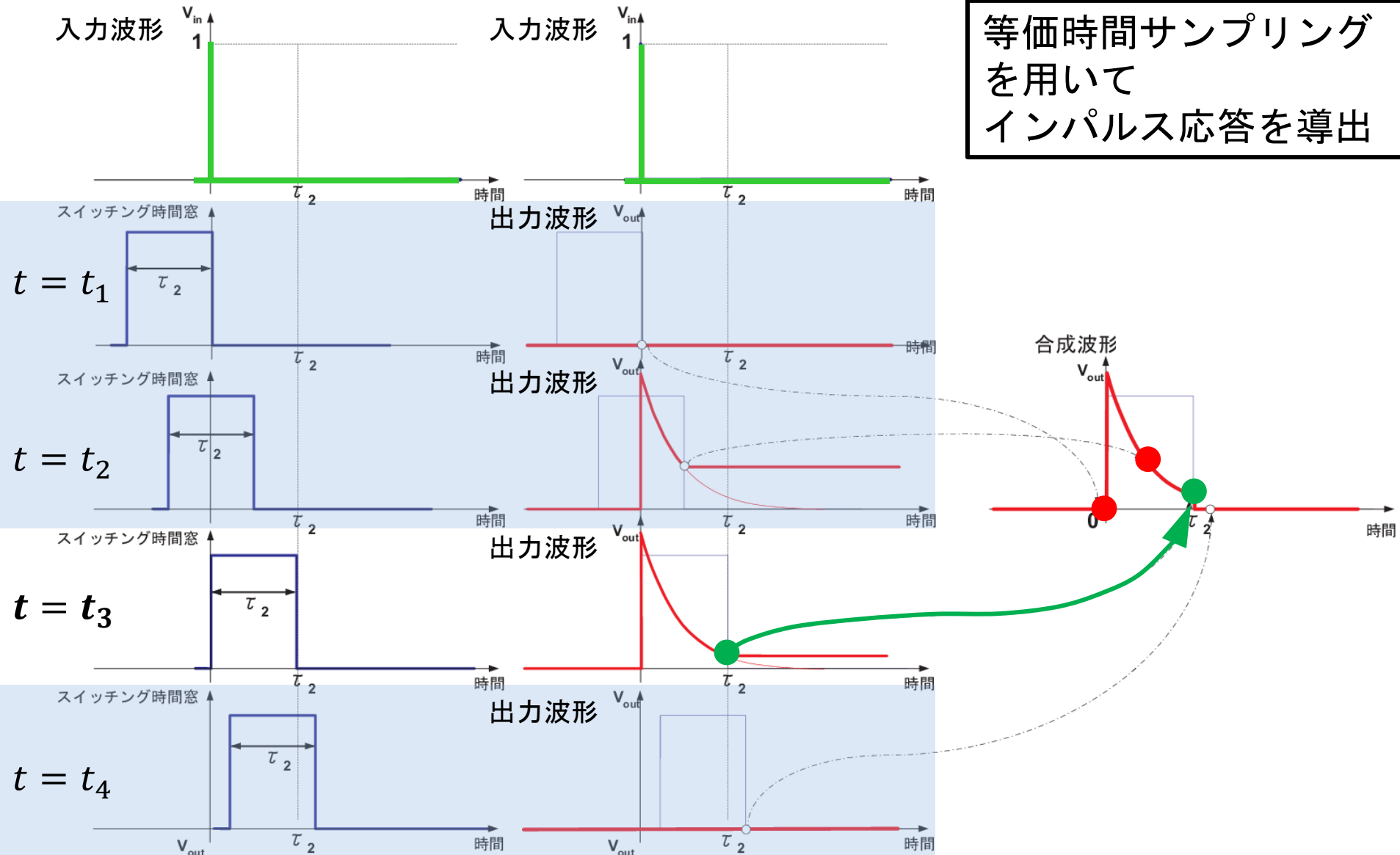


等価時間サンプリング

入出力波形

インパルス応答

等価時間サンプリング
を用いて
インパルス応答を導出

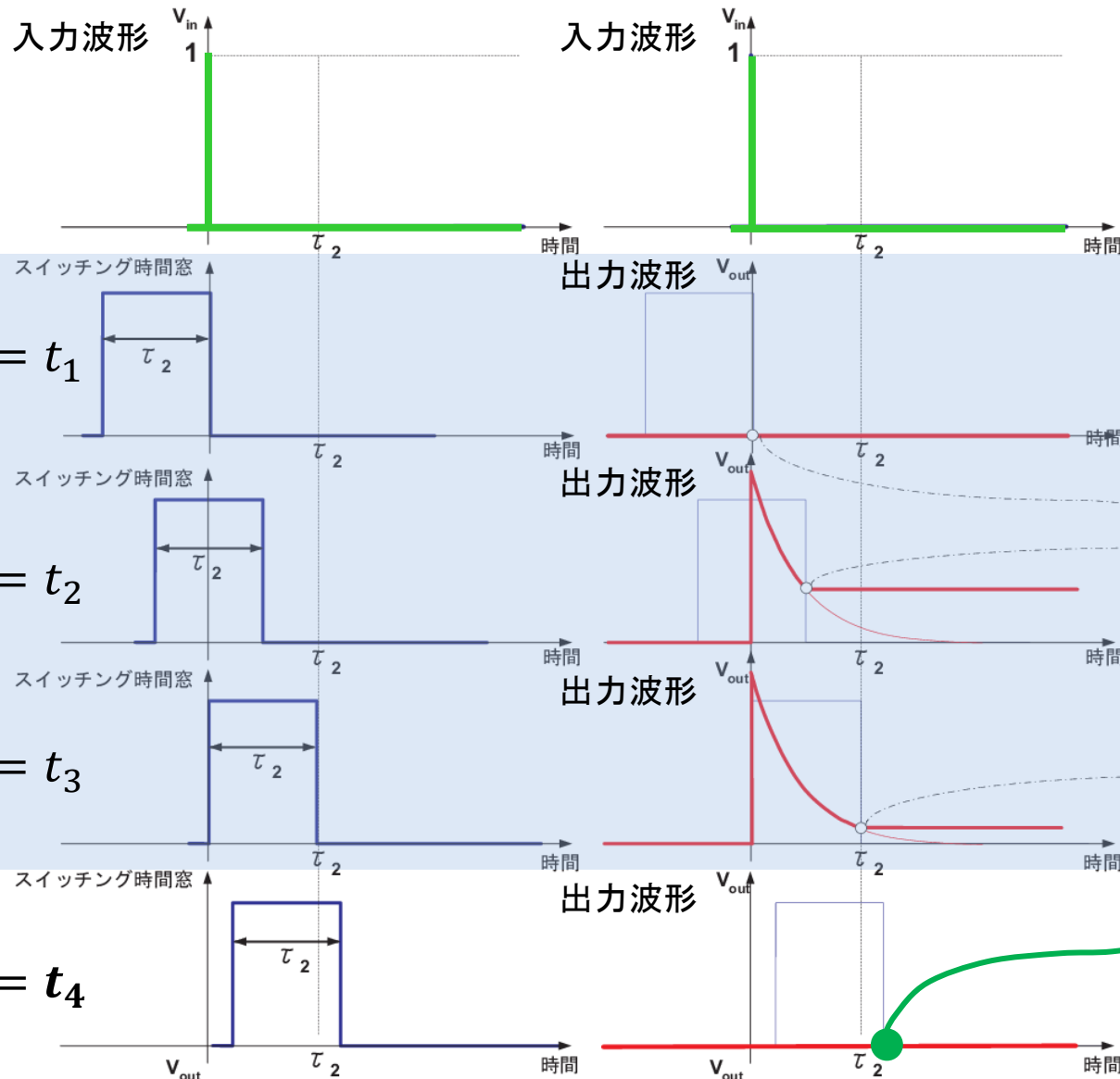


等価時間サンプリング

入出力波形

インパルス応答

等価時間サンプリング
を用いて
インパルス応答を導出

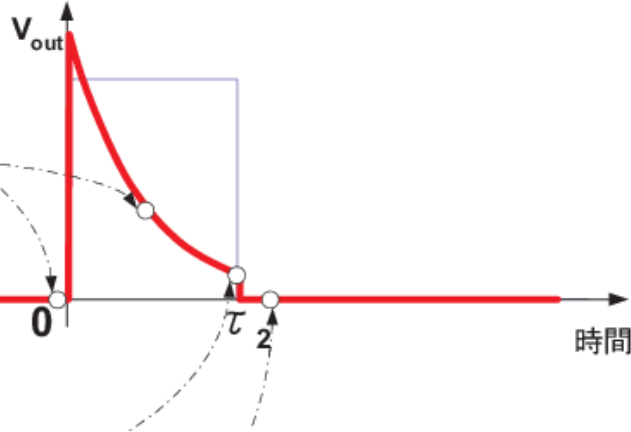


等価時間サンプリング

入出力波形

統一S/H回路の伝達関数の導出

合成波形



$$h(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1/\tau_1 \cdot e^{-t/\tau_1} & (0 \leq t < \tau_2) \\ 0 & (\tau_2 \leq t) \end{cases}$$

ラプラス変換

$$\begin{aligned} H_3(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_0^{\tau_2} \frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{1}{\tau_1}t} e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{\tau_1} \int_0^{\tau_2} e^{-\left(\frac{1}{\tau_1} + j\omega\right)t} dt \\ &= -\frac{1}{\tau_1} \frac{1}{\frac{1}{\tau_1} + j\omega} \left[e^{-\left(\frac{1}{\tau_1} + j\omega\right)t} \right]_0^{\tau_2} \\ &= \frac{1}{1 + j\tau_1\omega} \left\{ 1 - e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}(1 + j\tau_1\omega)} \right\} \end{aligned}$$

統一S/H回路
の伝達関数

統一S/H回路の伝達関数の極限

統一理論式

$$H_3(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega} \left\{ 1 - e^{-(1+j\tau_1\omega)\frac{\tau_2}{\tau_1}} \right\}$$

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow \infty$$

$$\lim_{\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow \infty} H_3(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega} = H_1(j\omega)$$

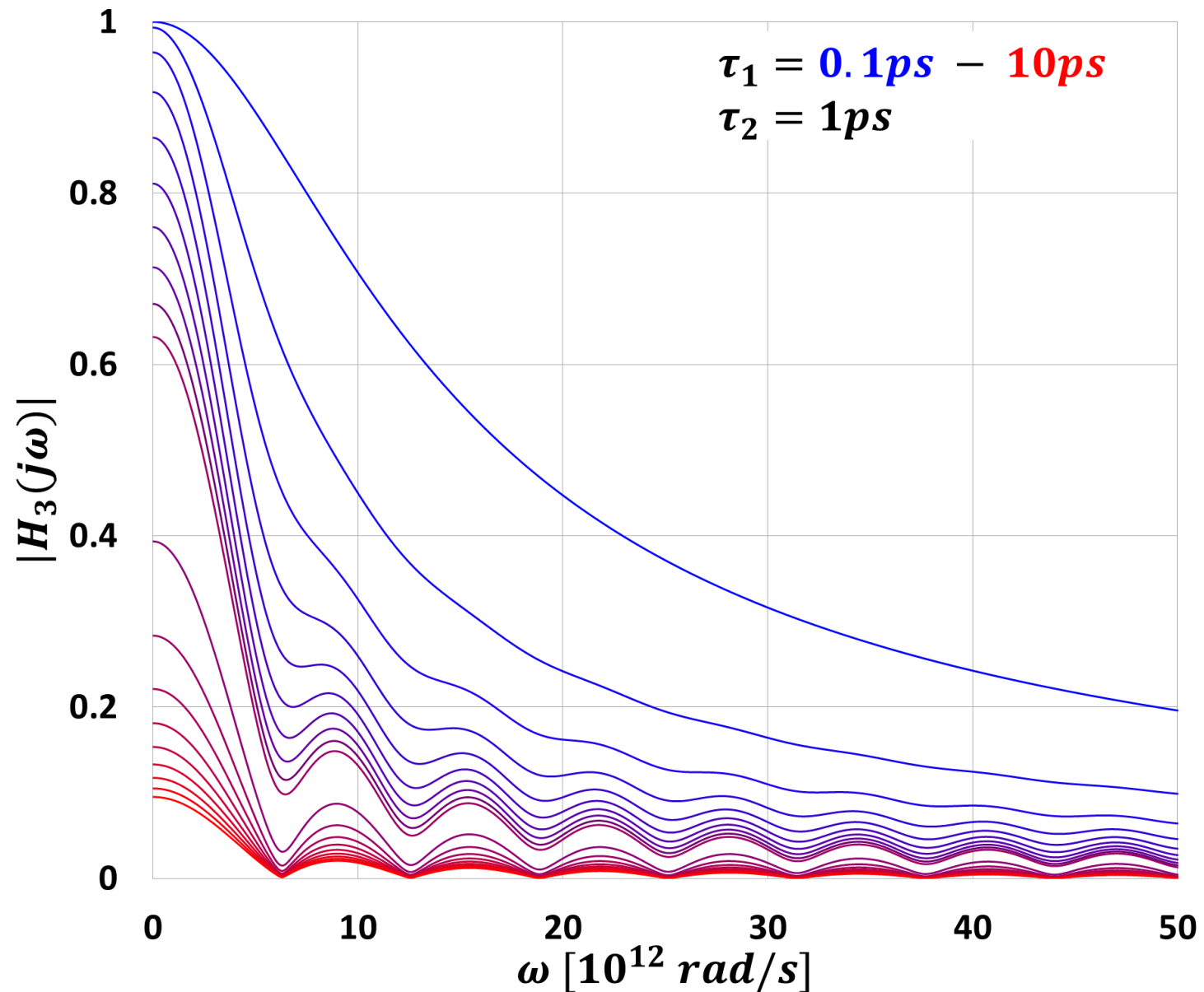
(T/H回路)

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow 0$$

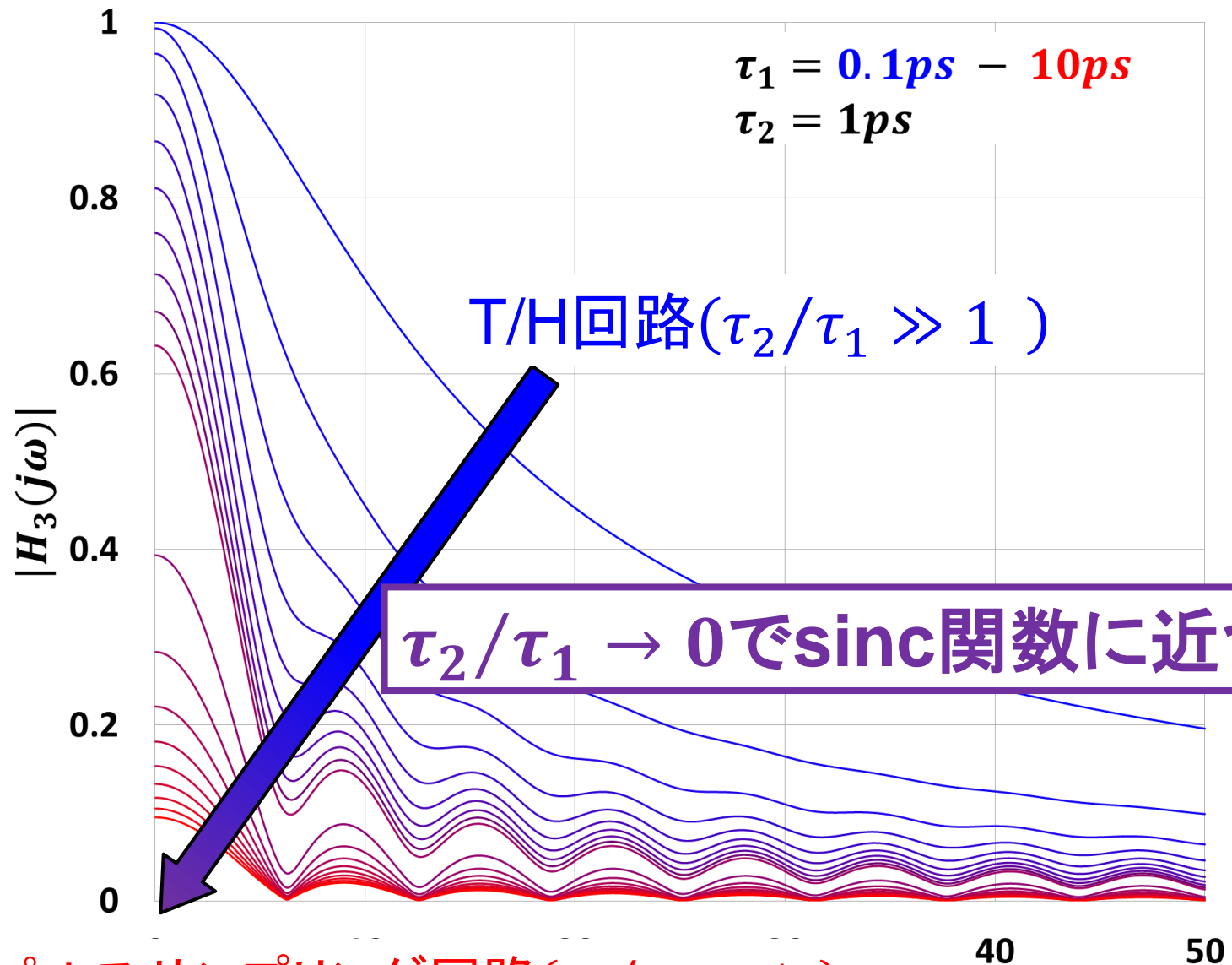
$$\lim_{\substack{\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow 0 \\ \tau_1\omega \gg 1}} H_3(j\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} \operatorname{sinc}\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega} = H_2(j\omega)$$

(インパルスサンプリング回路)

統一S/H回路のゲイン-周波数特性



統一S/H回路のゲイン-周波数特性

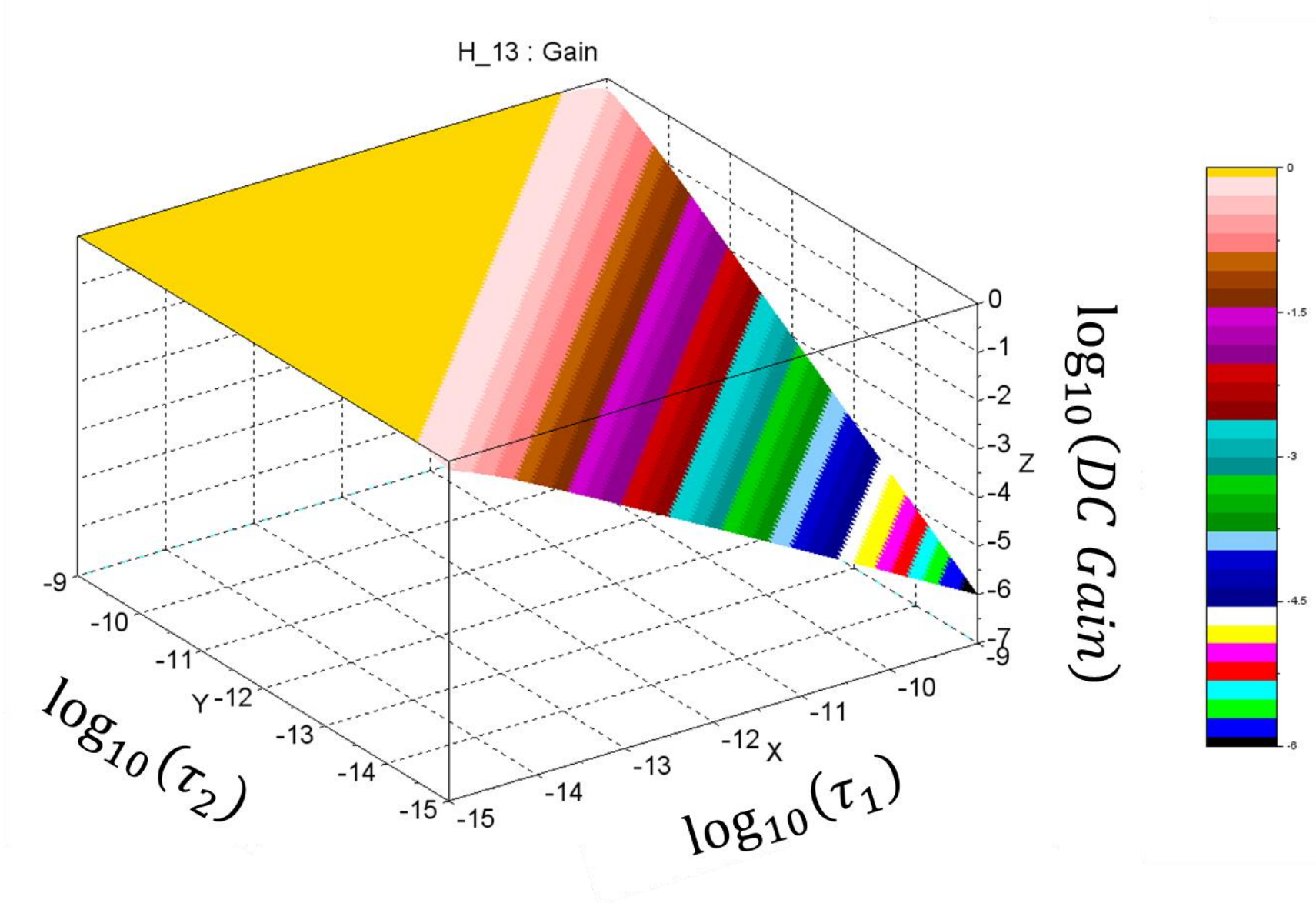


インパルスサンプリング回路 ($\tau_2/\tau_1 \ll 1$)

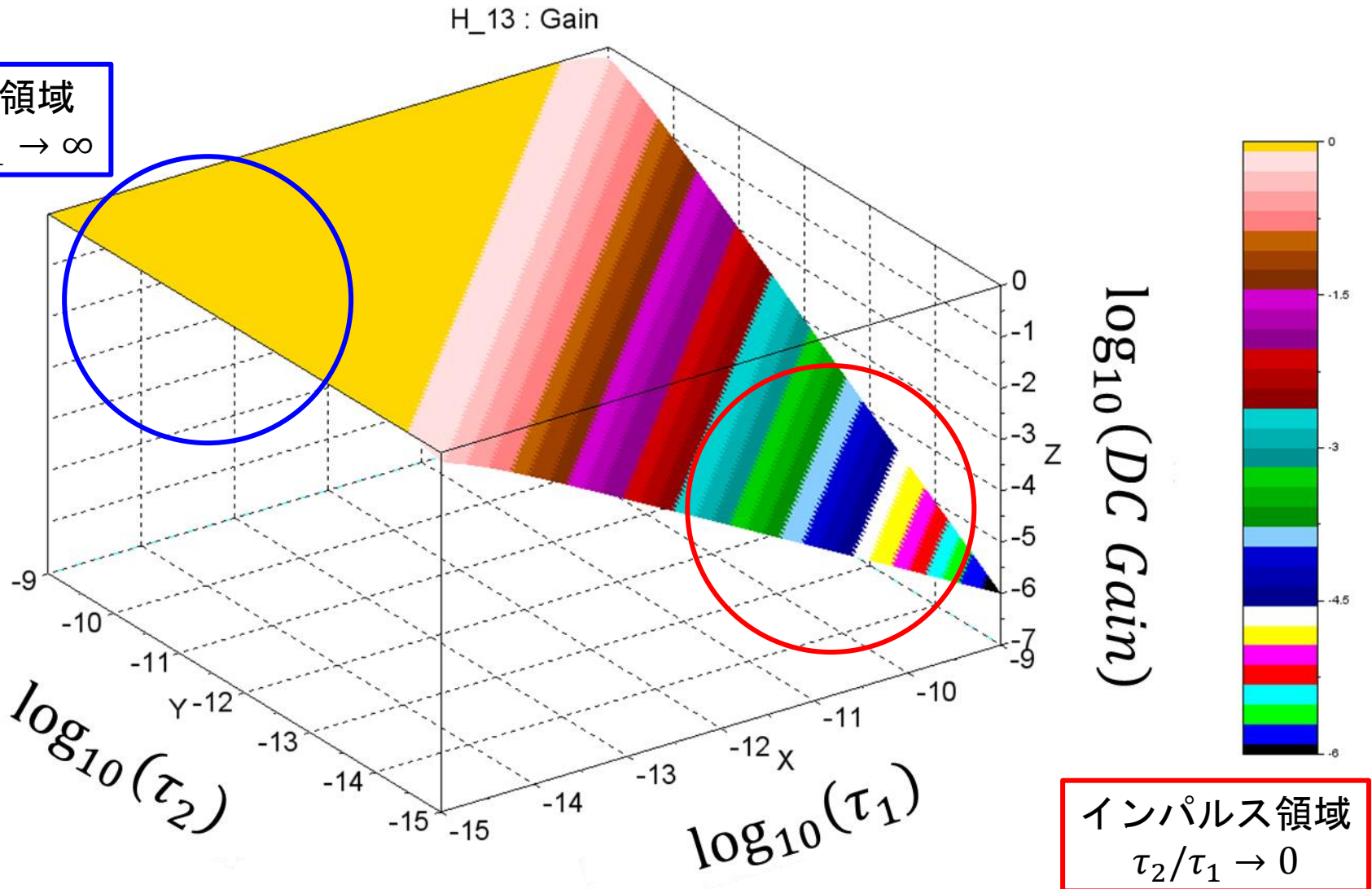
Outline

- 研究背景・目的
- S/H回路の構成と動作
- 2つのS/H回路
 - T/H回路
 - インパルスサンプリング回路
- S/H回路の統一理論
 - DC Gain
 - Bandwidth
 - GB Product
 - SNR
- まとめ

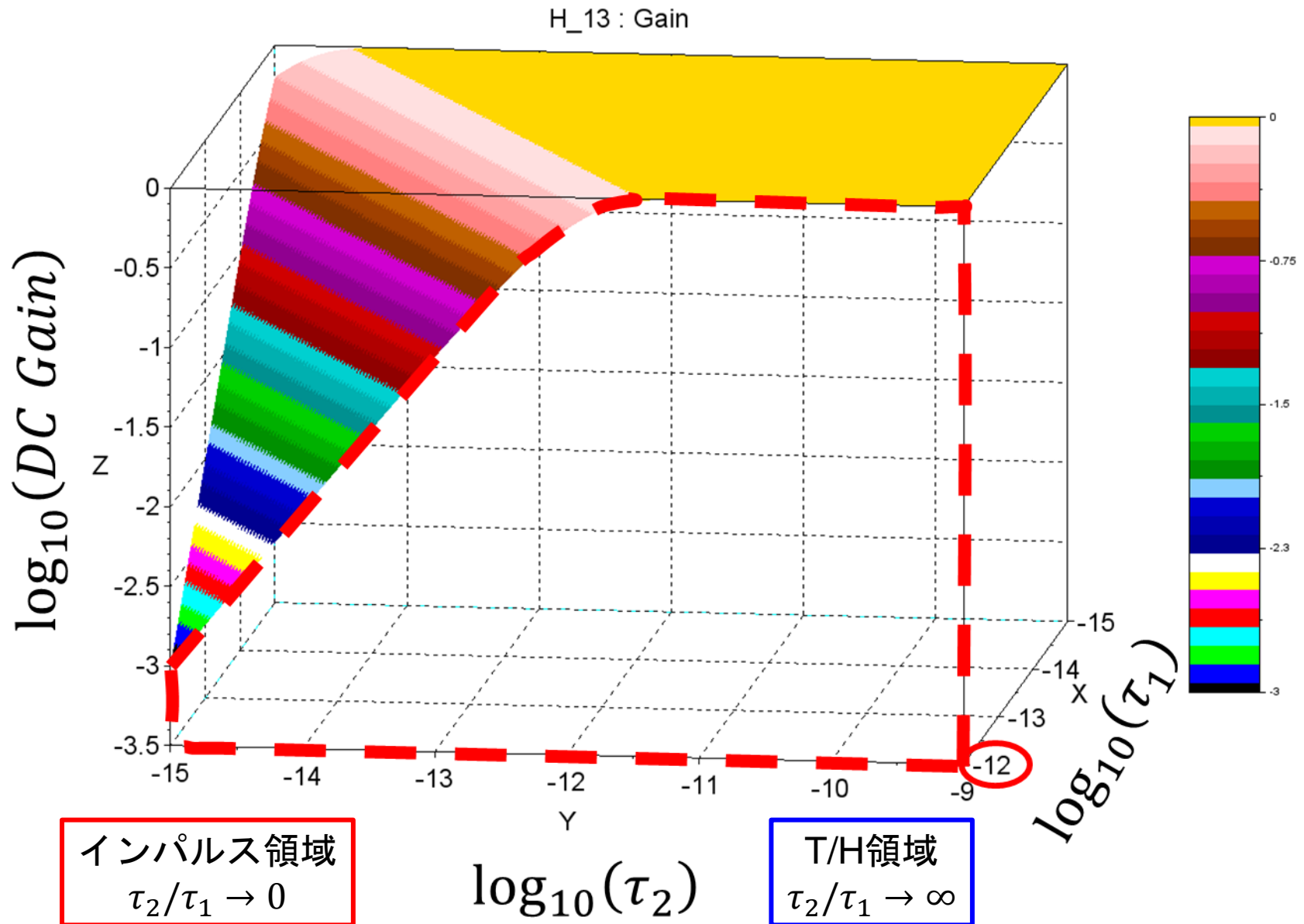
DC Gain vs τ_1, τ_2



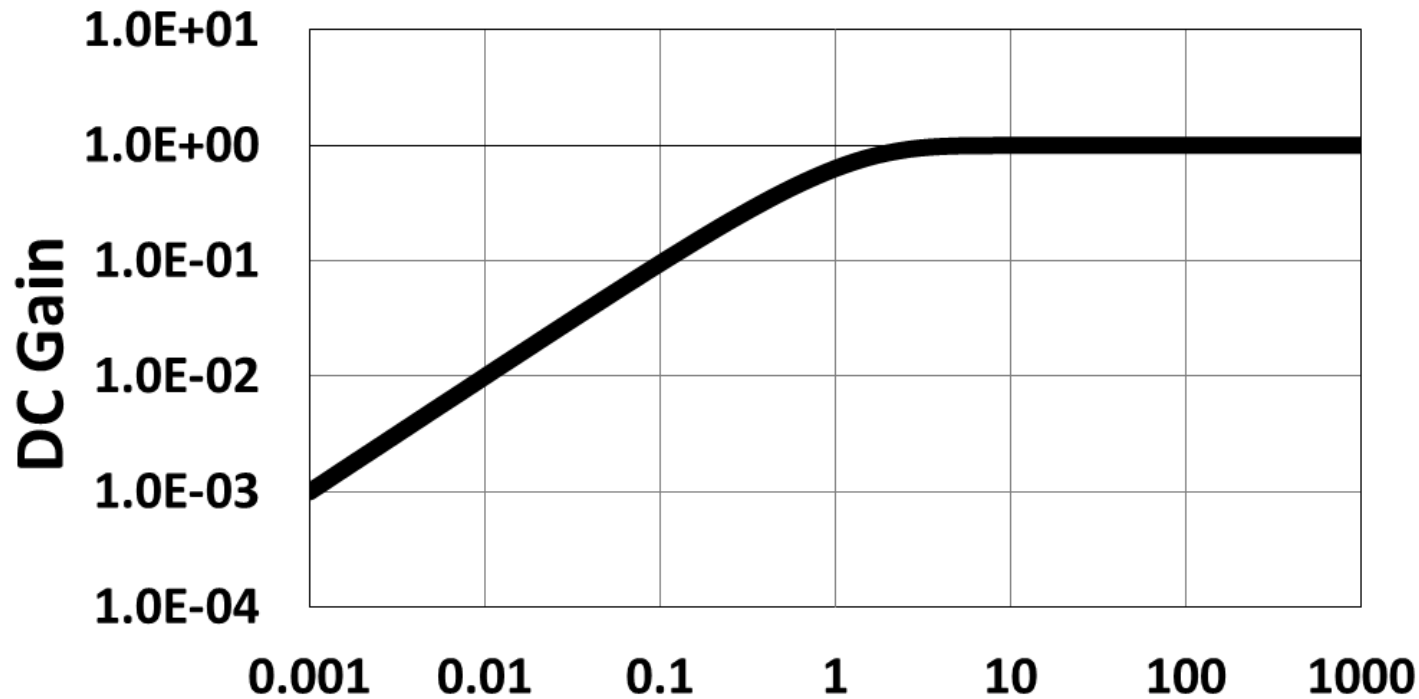
DC Gain vs τ_1, τ_2



DC Gain vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)



DC Gain vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)

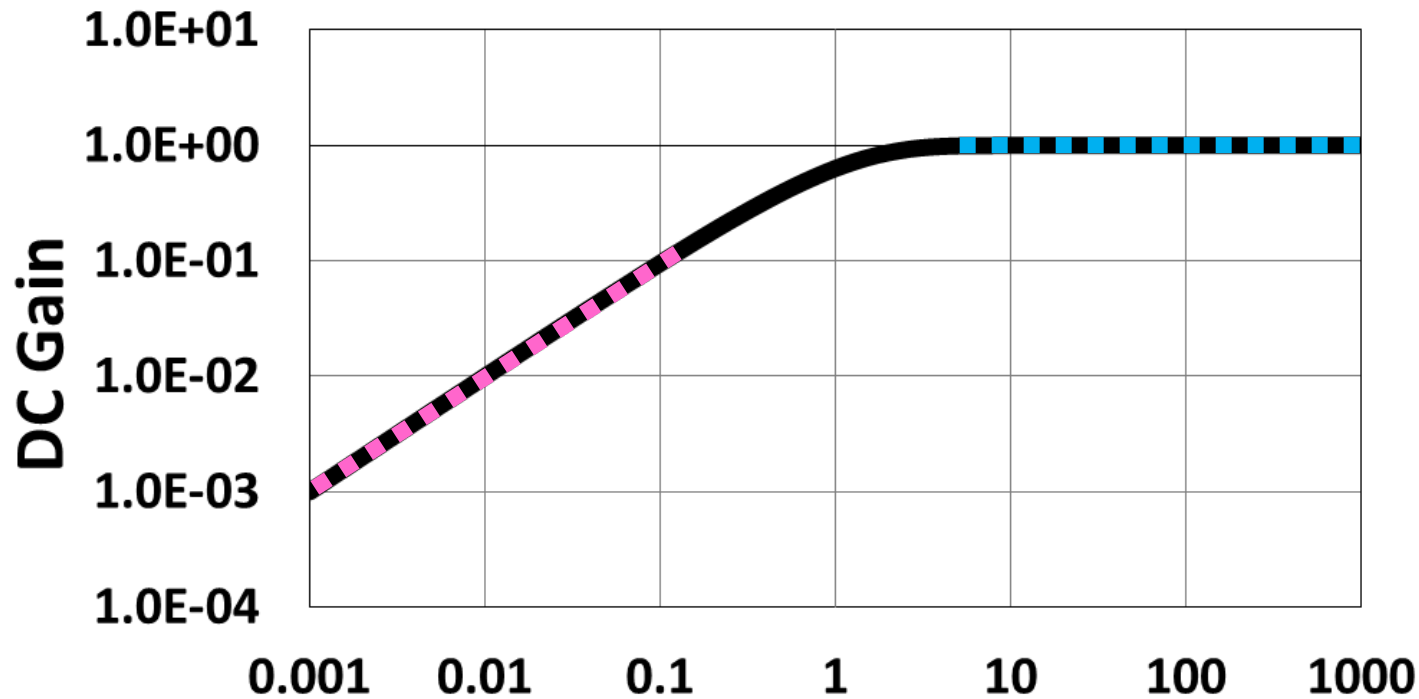


インパルス領域

$\tau_2/\tau_1 (\tau_1 = 10^{-12})$

T/H領域

DC Gain vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)



インパルス領域

τ_2/τ_1 ($\tau_1 = 10^{-12}$)

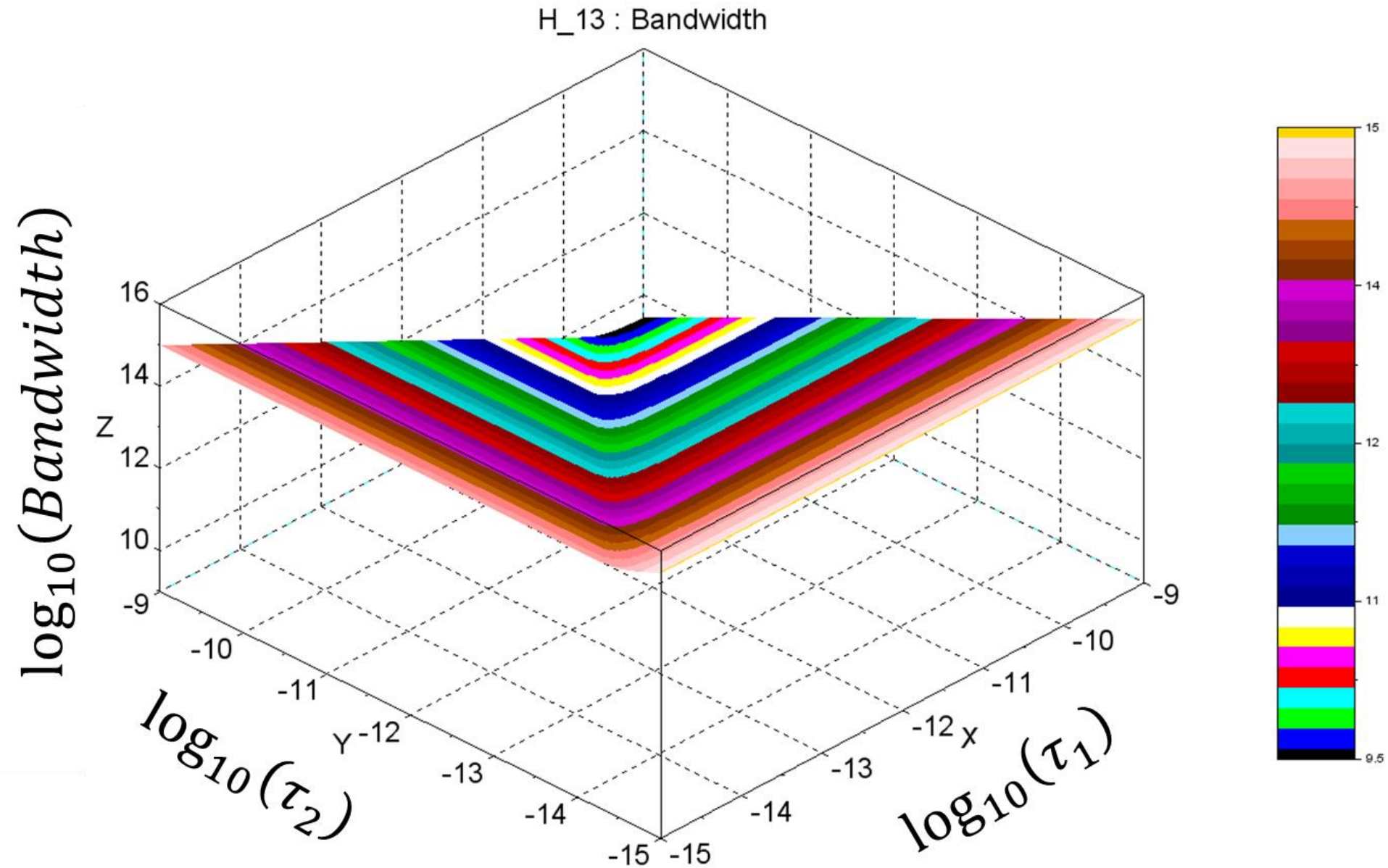
T/H領域

インパルス
サンプリング回路
DC Gain₂ = τ_2/τ_1

T/H回路
DC Gain₁ = 1

Outline

- 研究背景・目的
- S/H回路の構成と動作
- 2つのS/H回路
 - T/H回路
 - インパルスサンプリング回路
- S/H回路の統一理論
 - DC Gain
 - Bandwidth
 - GB Product
 - SNR
- まとめ

Band Width vs τ_1, τ_2 

Band Width vs τ_1, τ_2

H_13 : Bandwidth

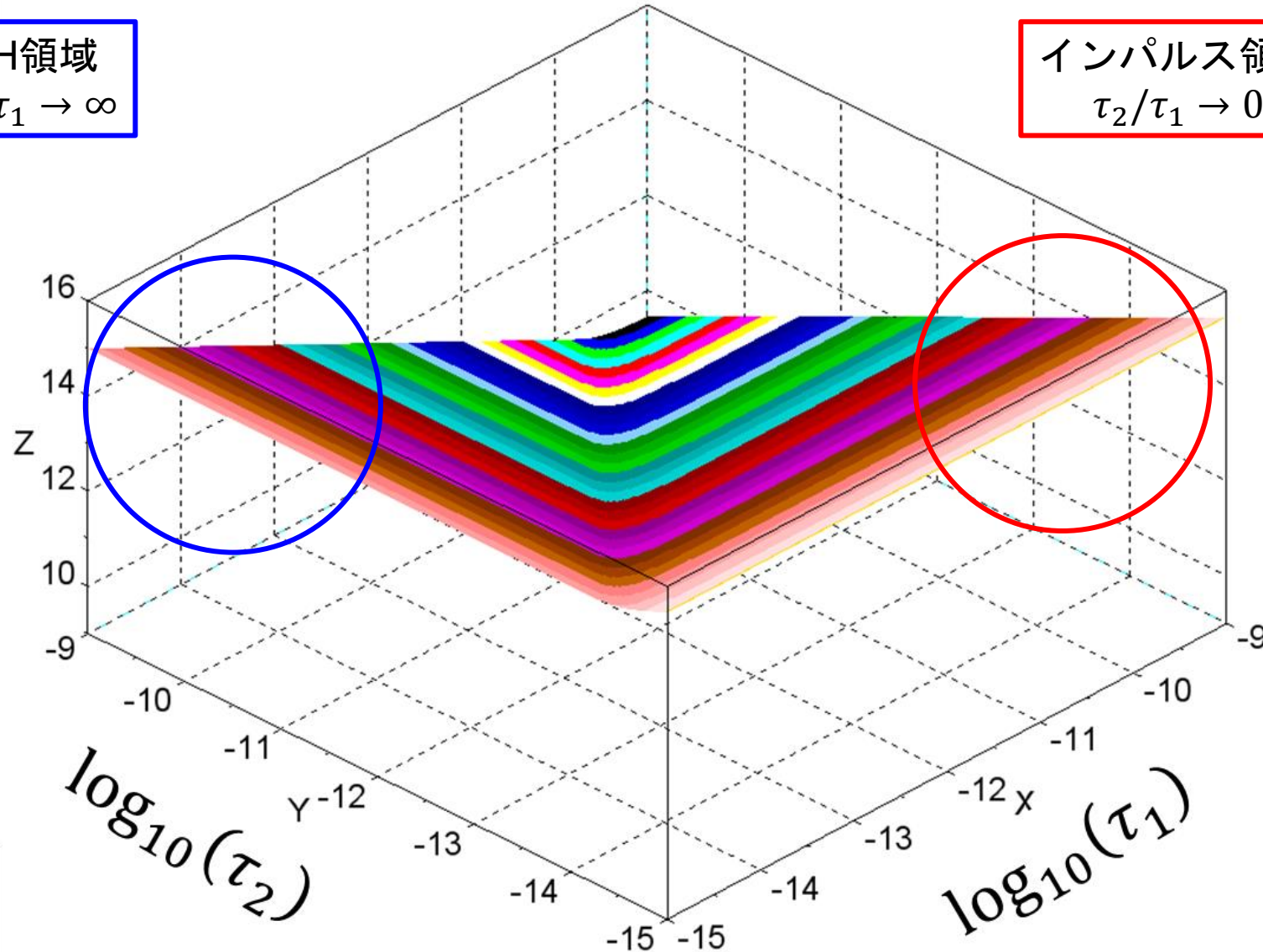
T/H領域

$$\tau_2/\tau_1 \rightarrow \infty$$

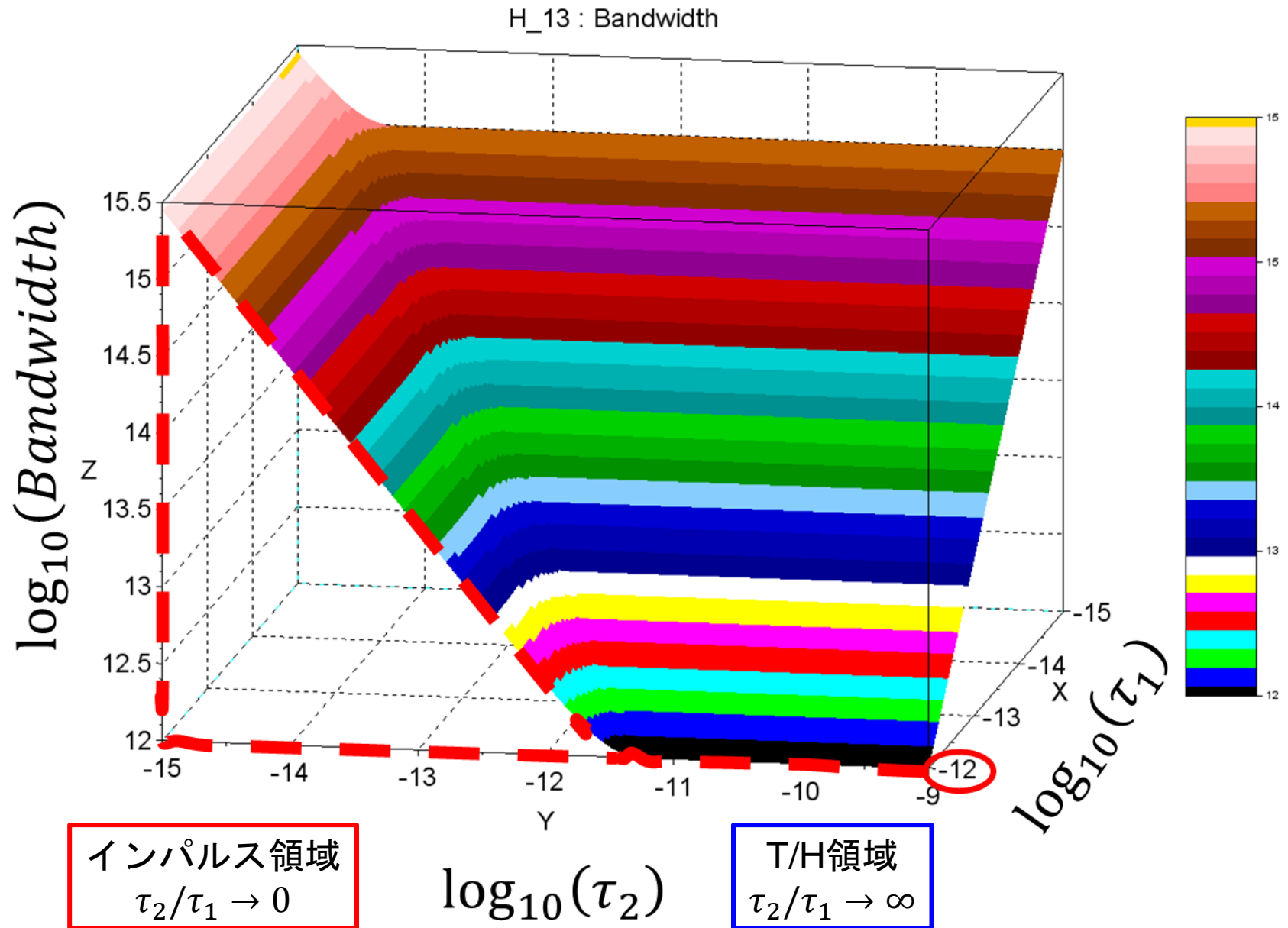
インパルス領域

$$\tau_2/\tau_1 \rightarrow 0$$

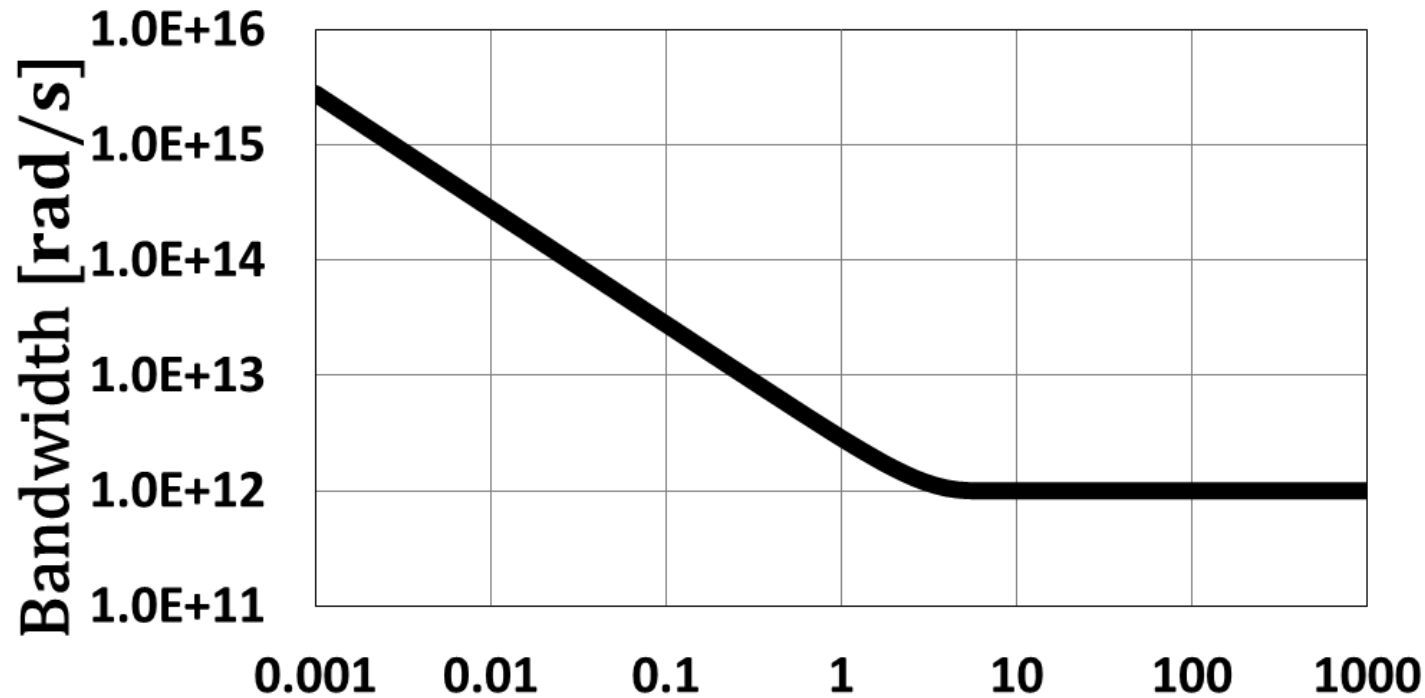
$\log_{10}(\text{Bandwidth})$



Band Width vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)



Band Width vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)

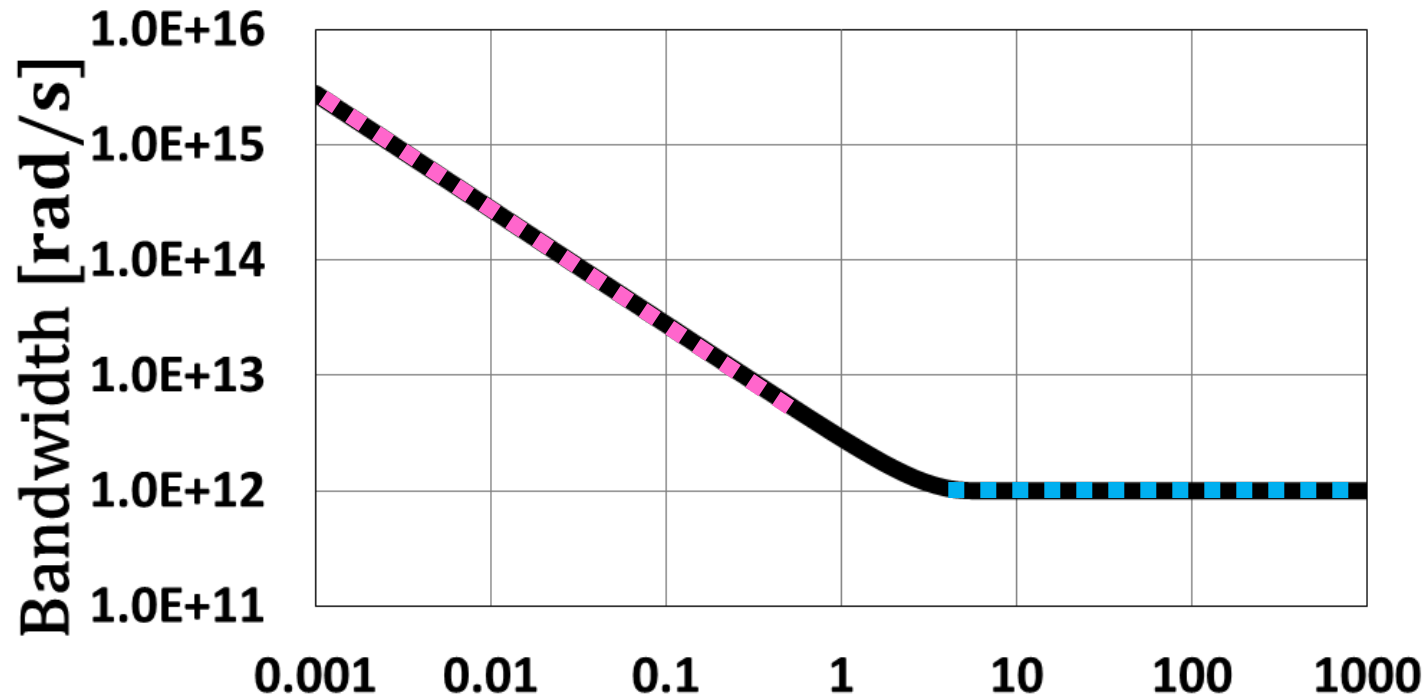


インパルス領域

τ_2/τ_1 ($\tau_1 = 10^{-12}$)

T/H領域

Band Width vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)



インパルス領域

τ_2/τ_1 ($\tau_1 = 10^{-12}$)

T/H領域

インパルス
サンプリング回路
 $\text{Bandwidth}_2 \propto 1/\tau_2$

T/H回路
 $\text{Bandwidth}_1 = 1/\tau_1$

Outline

■研究背景・目的

■S/H回路の構成と動作

■2つのS/H回路

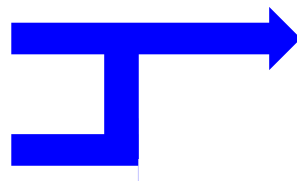
- T/H回路

- インパルスサンプリング回路

■S/H回路の統一理論

- DC Gain

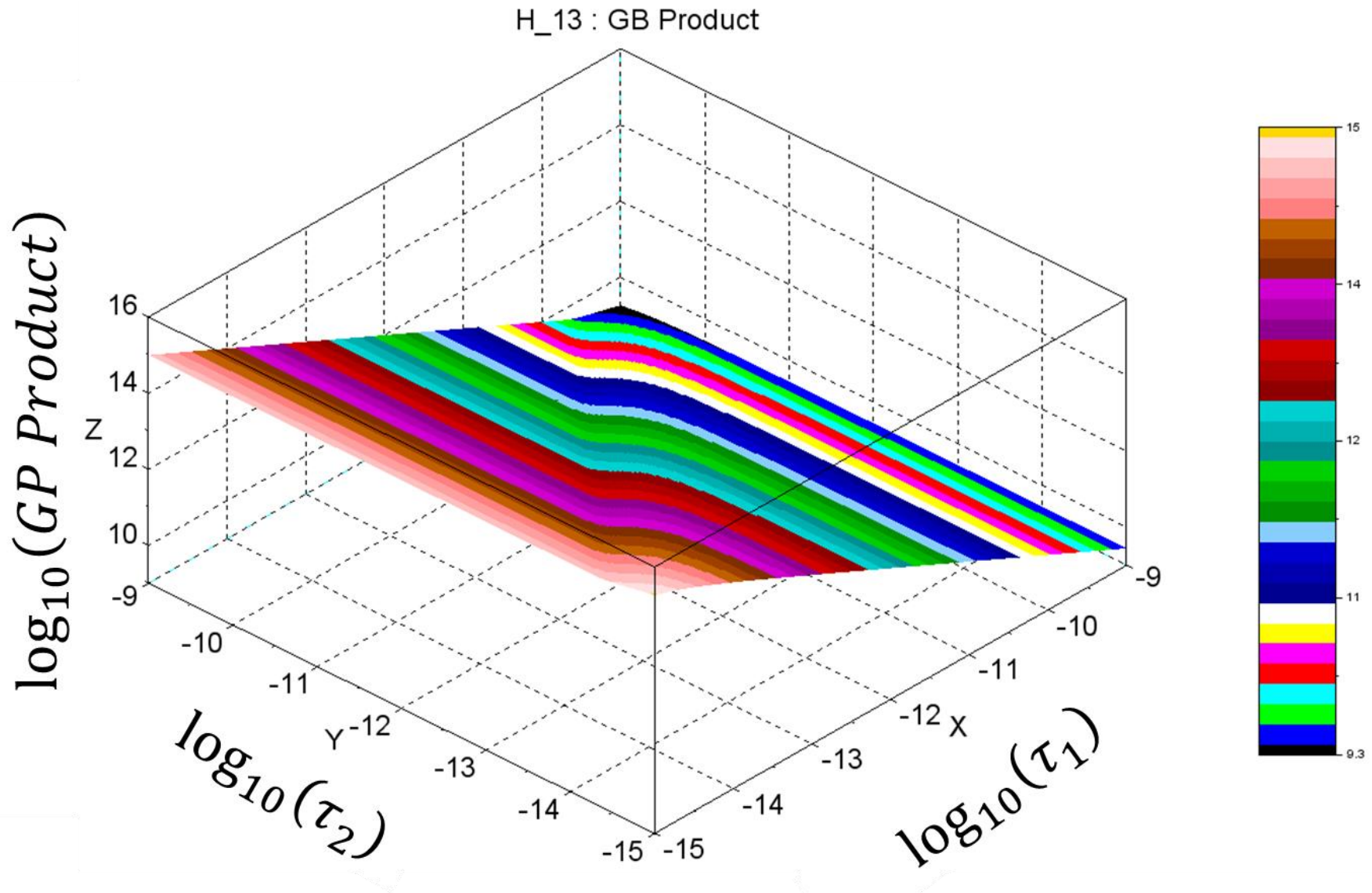
- Bandwidth



- GB Product

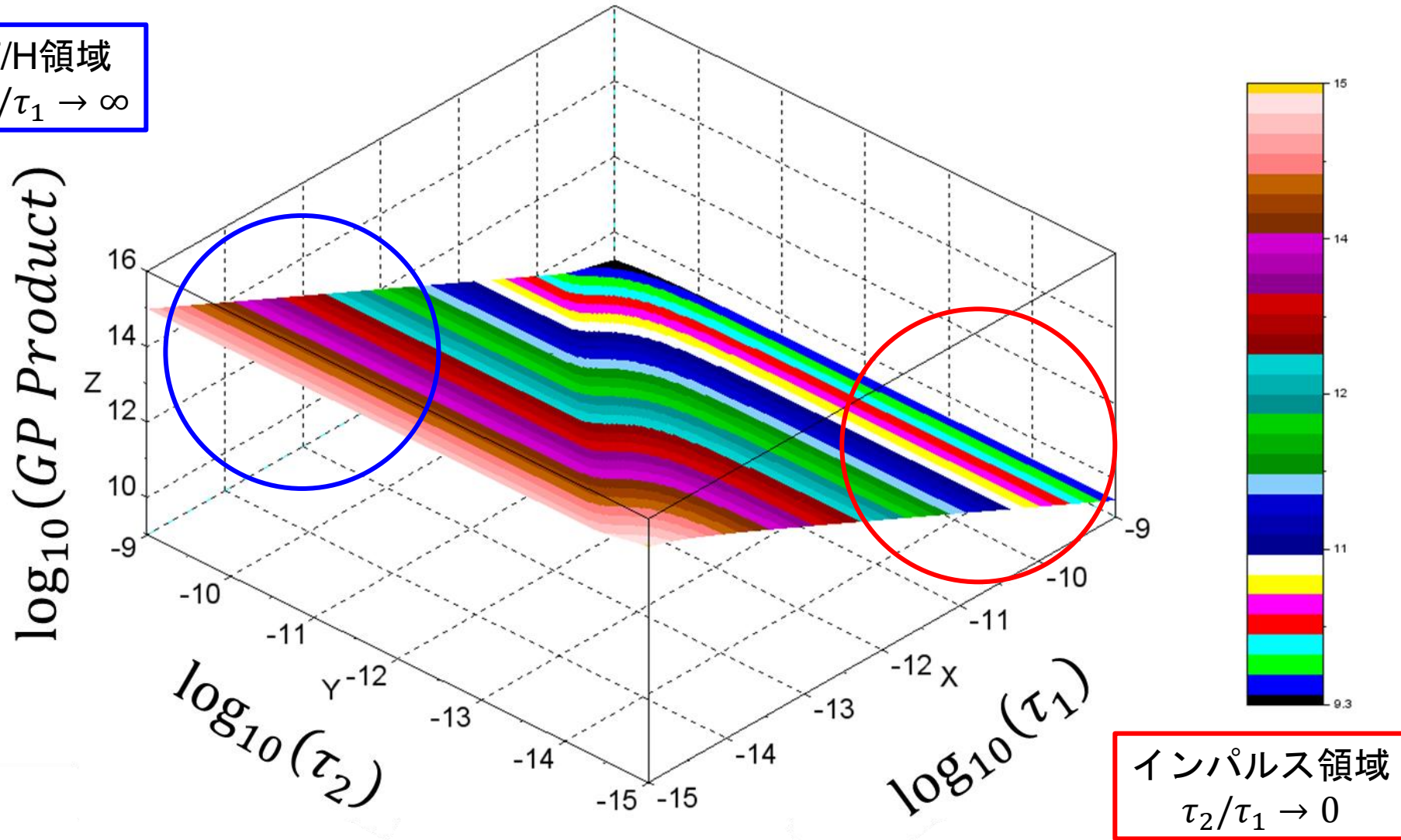
- SNR

■まとめ

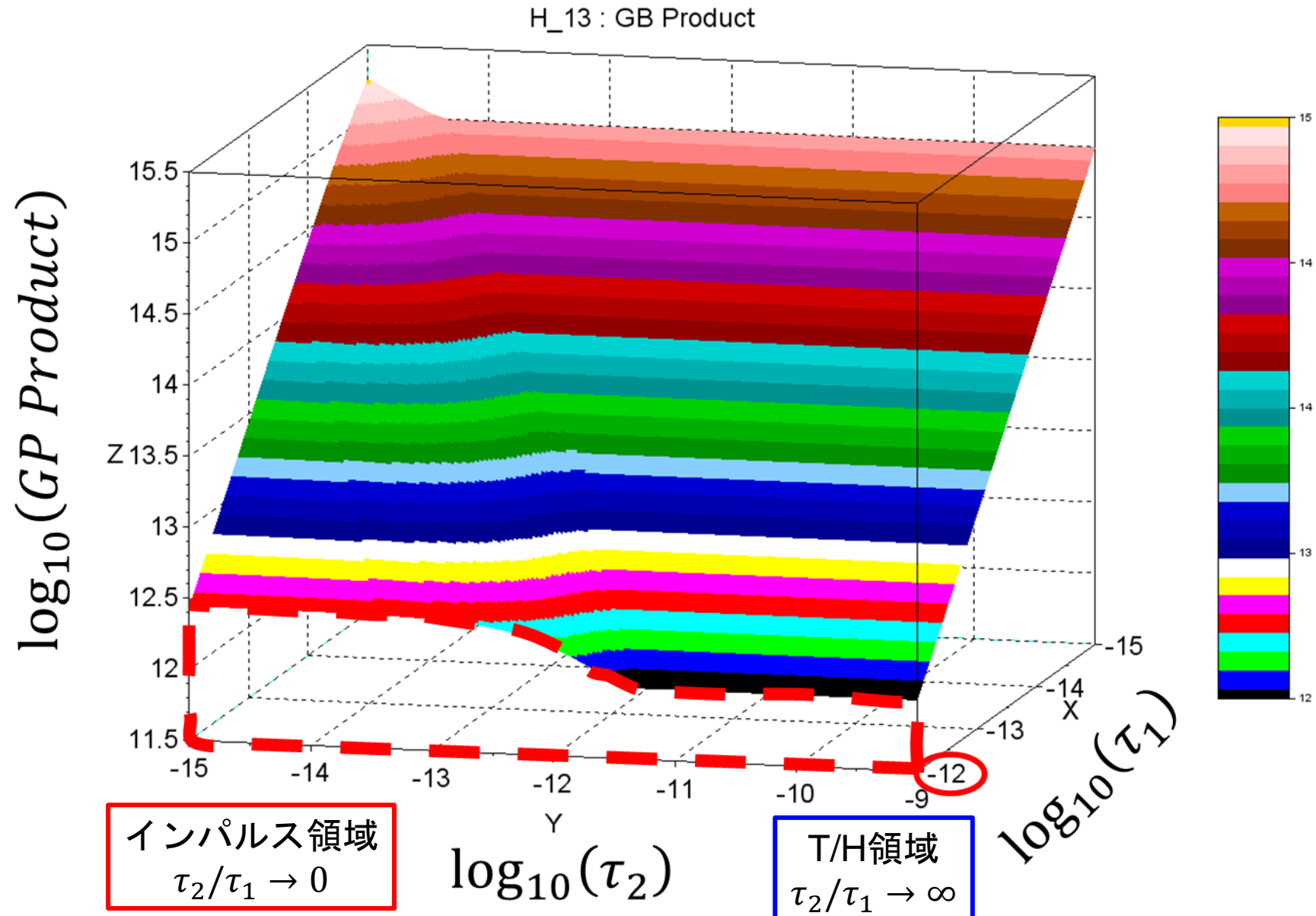
GB Product (ゲイン帯域幅積) vs τ_1, τ_2 

GB Product (ゲイン帯域幅積) vs τ_1, τ_2

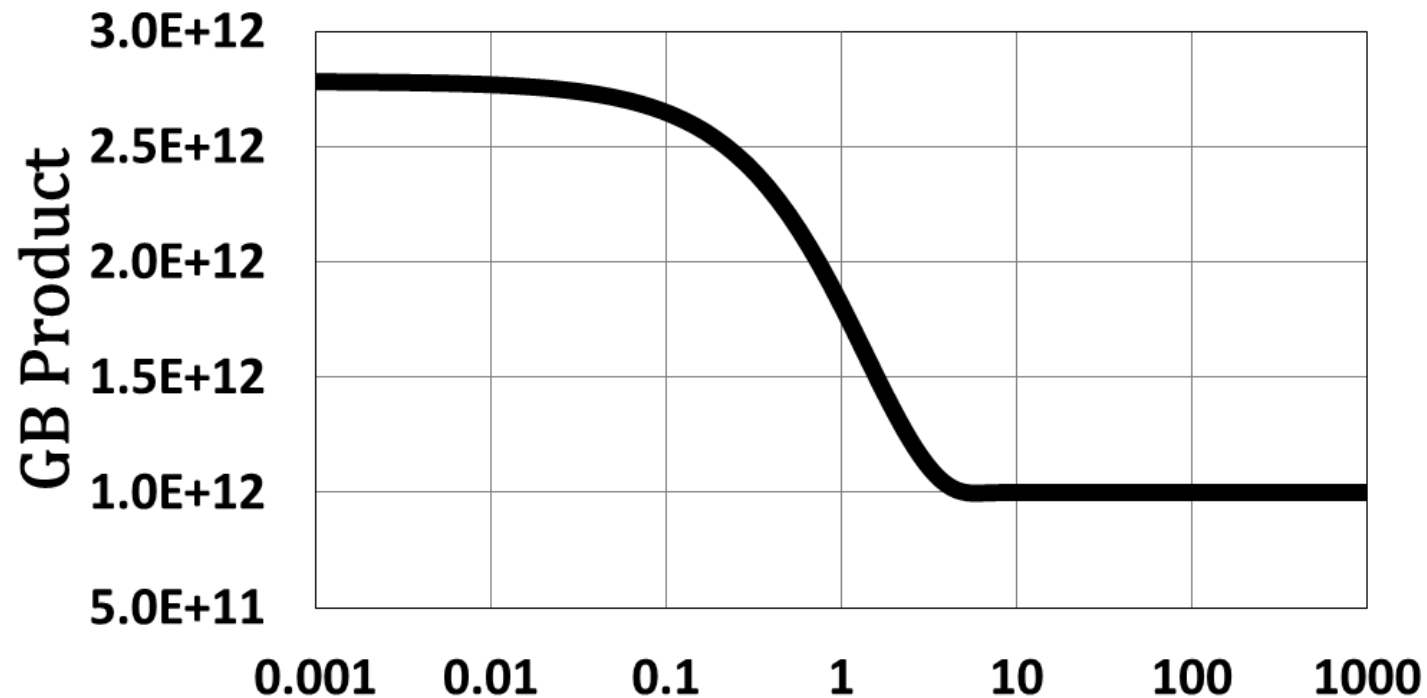
H_13 : GB Product



GB Product (ゲイン帯域幅積) vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)



GB Product vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)

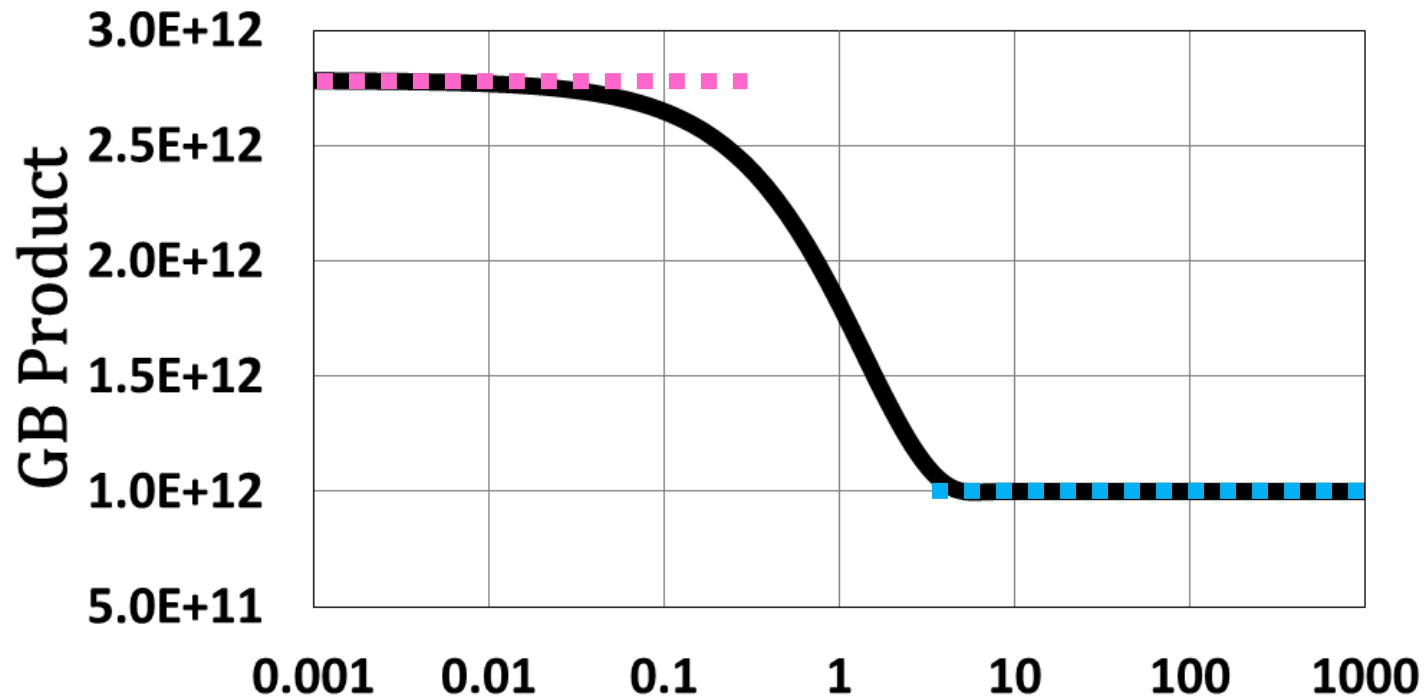


インパルス領域

$\tau_2/\tau_1 (\tau_1 = 10^{-12})$

T/H領域

GB Product vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)



インパルス領域

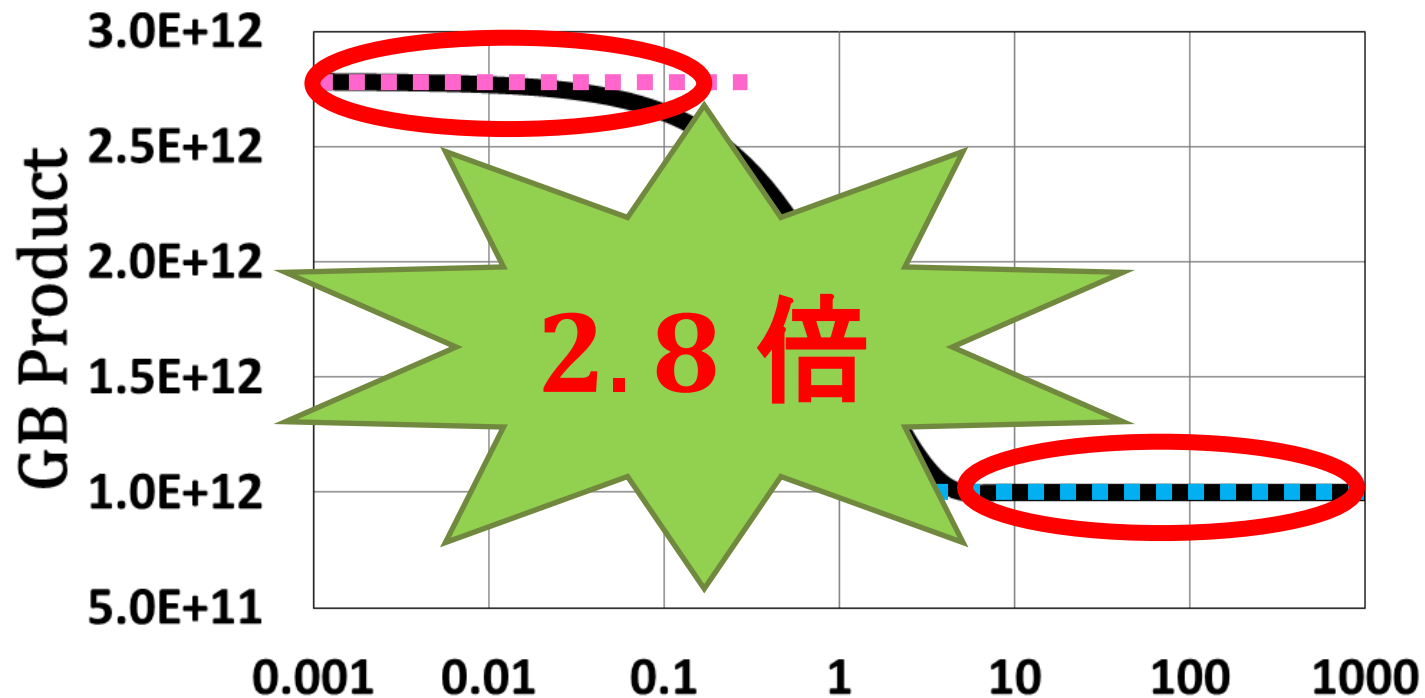
$\tau_2/\tau_1 (\tau_1 = 10^{-12})$

T/H領域

インパルス
サンプリング回路
 $GB \text{ Product}_2 \propto 1/\tau_1$

T/H回路
 $GB \text{ Product}_1 = 1/\tau_1$

GB Product vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)



インパルス領域

$\tau_2/\tau_1 (\tau_1 = 10^{-12})$

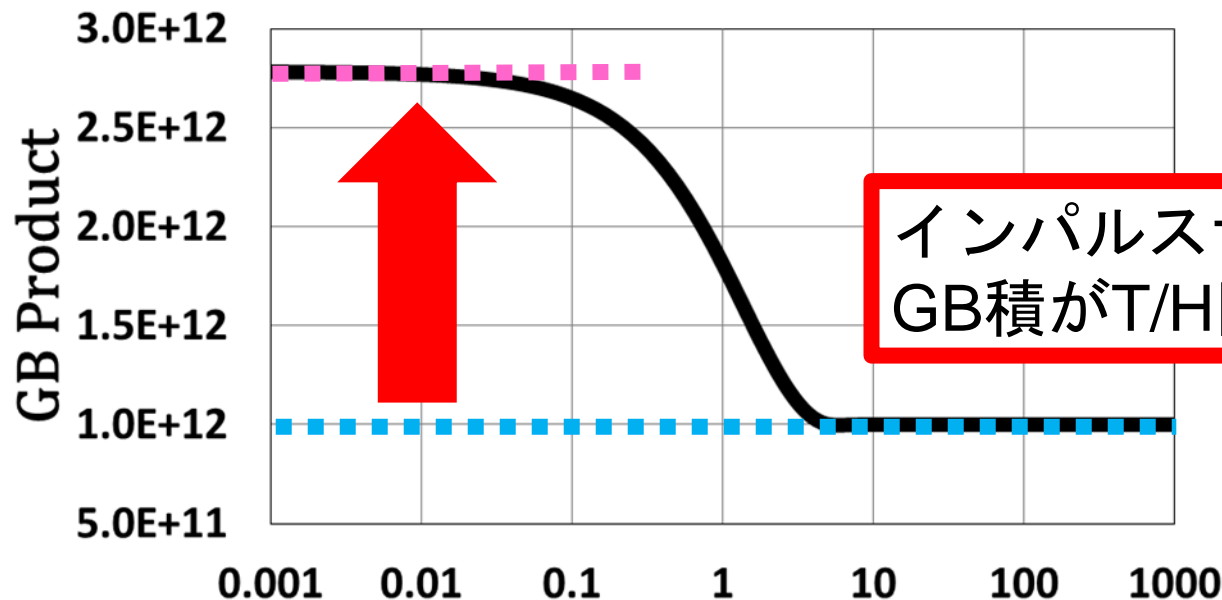
T/H領域

インパルス
サンプリング回路
 $GB \text{ Product}_2 \propto 1/\tau_1$

T/H回路
 $GB \text{ Product}_1 = 1/\tau_1$

GB積の理論解析

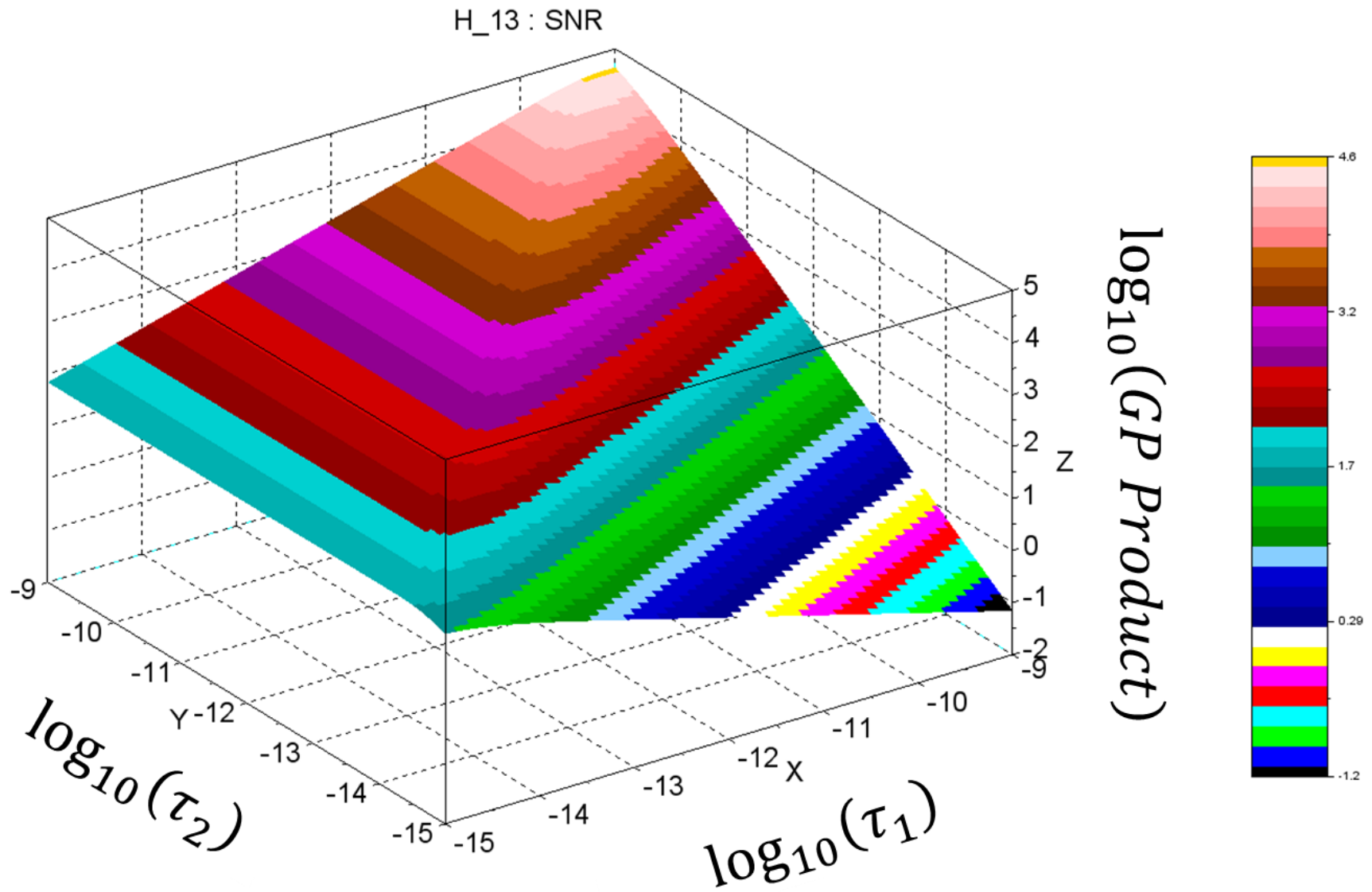
$$\frac{\text{インパルスサンプリング回路のGB積}}{\text{T/H回路のGB積}} = \frac{DC\ Gain_2 \cdot Bandwidth_2}{DC\ Gain_1 \cdot Bandwidth_1} \approx \frac{\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right) \cdot \left(\frac{2.78}{\tau_2}\right)}{(1) \cdot \left(\frac{1}{\tau_1}\right)} = 2.78$$

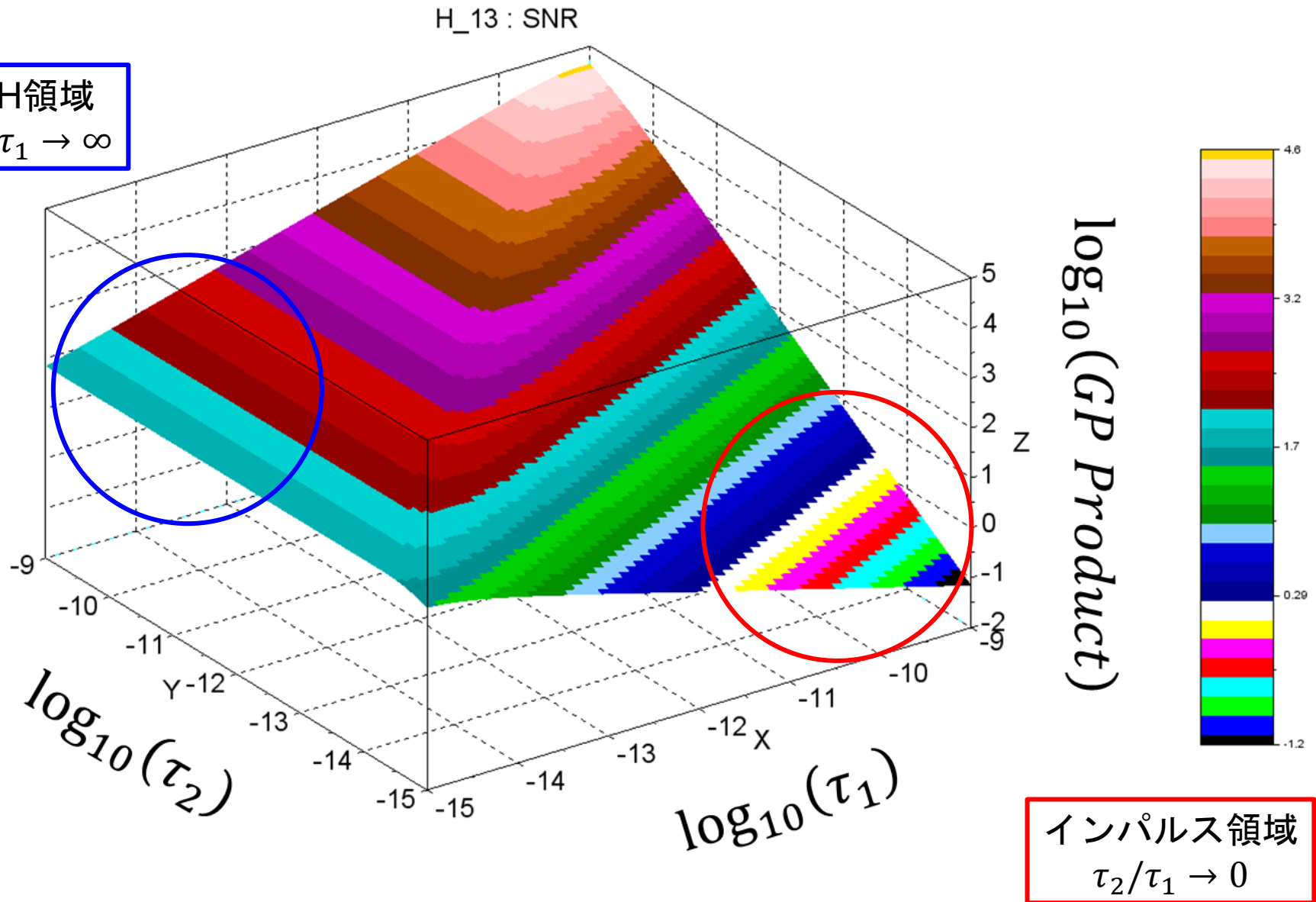


インパルス領域 $\tau_2/\tau_1 (\tau_1 = 10^{-12})$ T/H領域

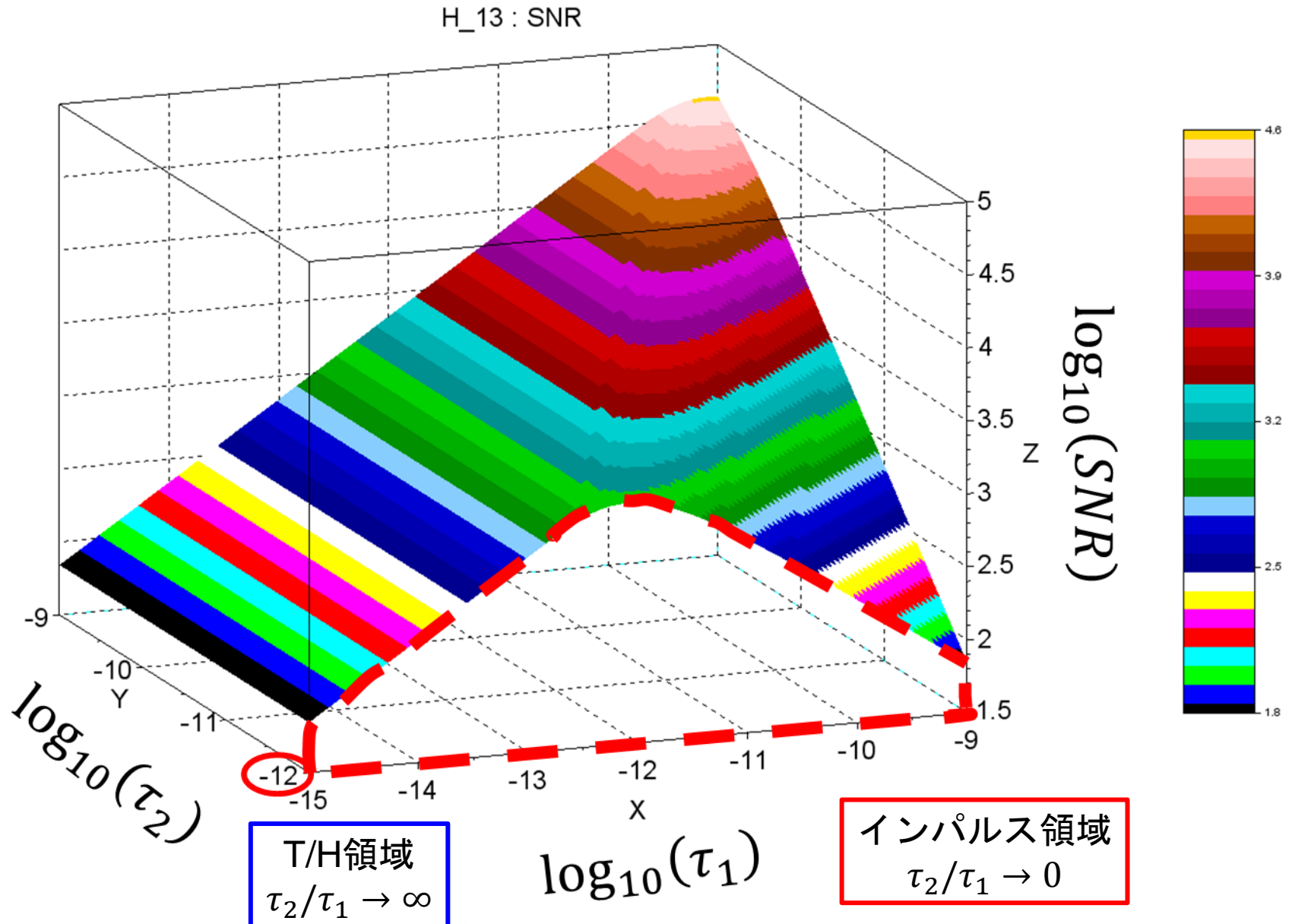
Outline

- 研究背景・目的
- S/H回路の構成と動作
- 2つのS/H回路
 - T/H回路
 - インパルスサンプリング回路
- S/H回路の統一理論
 - DC Gain
 - Bandwidth
 - GB Product
 - SNR
- まとめ

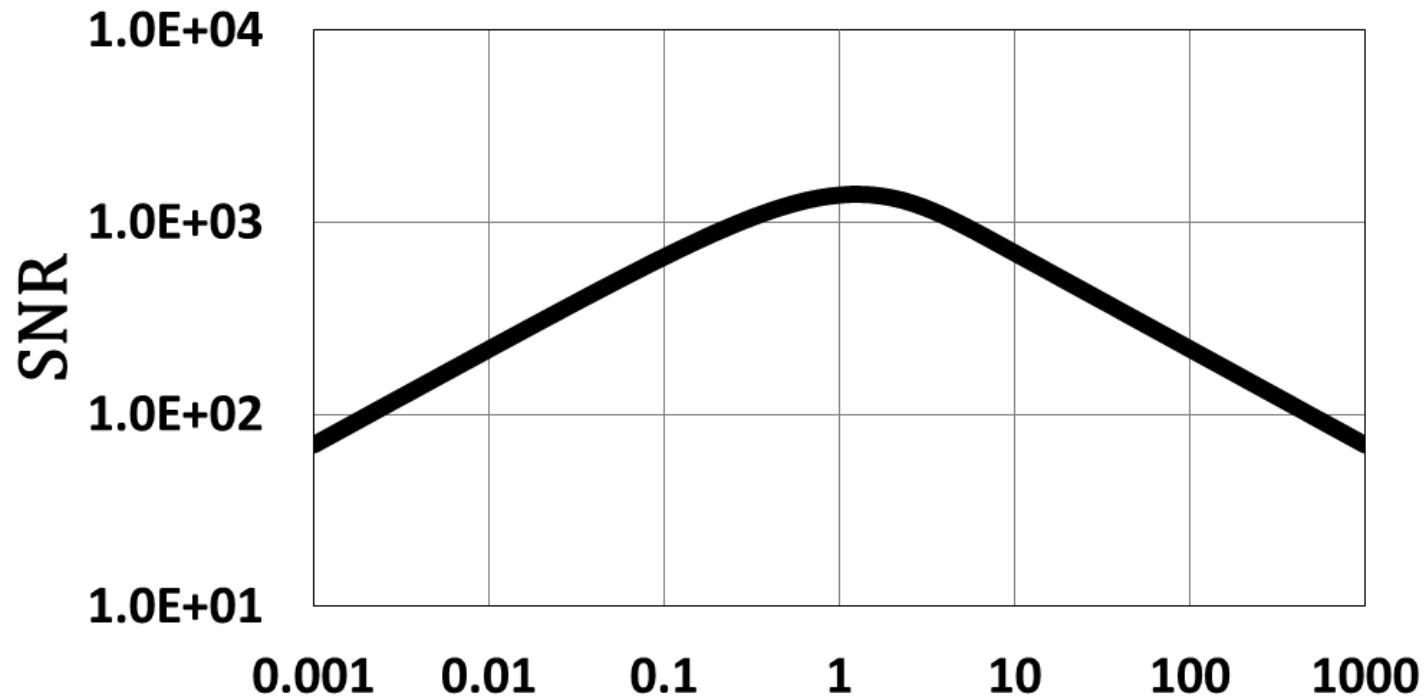
SNR vs τ_1, τ_2 

SNR vs τ_1, τ_2 

SNR vs τ_1 ($\tau_2 = 10^{-12}$)



SNR vs τ_1 ($\tau_2 = 10^{-12}$)

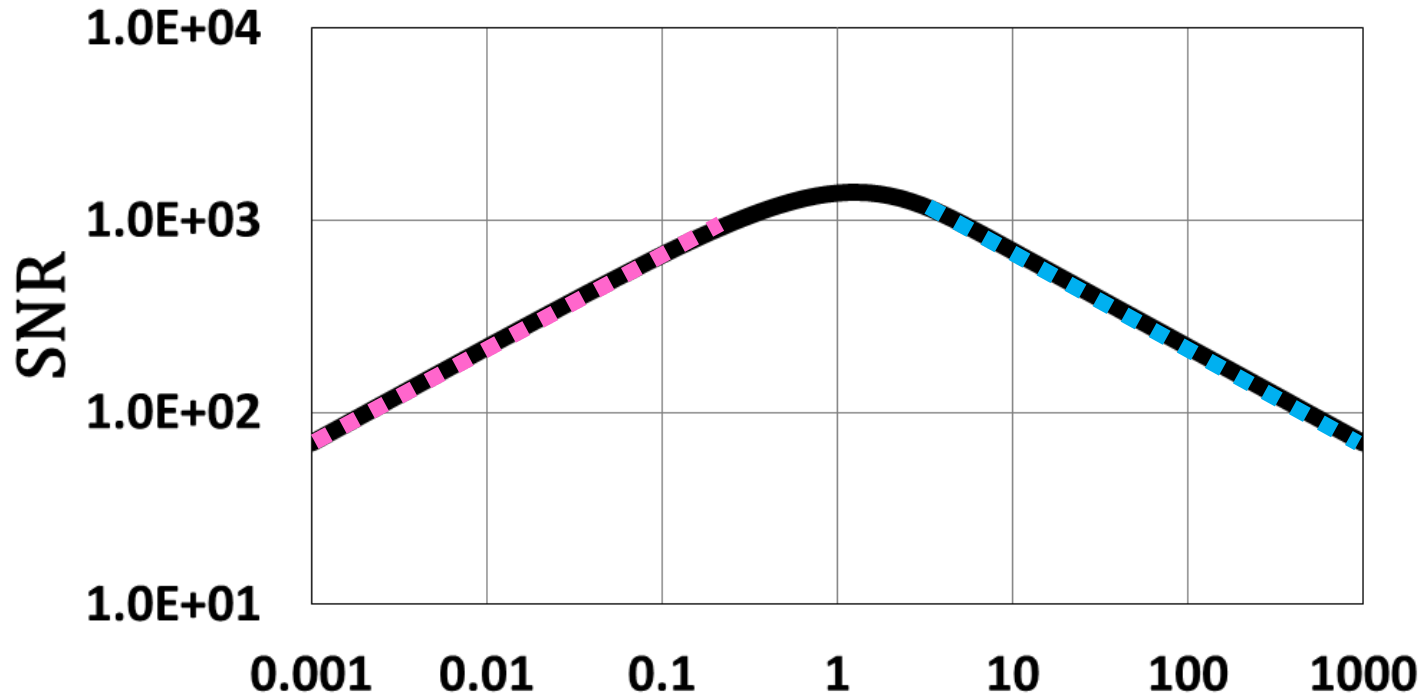


インパルス領域

$\tau_2/\tau_1 (\tau_2 = 10^{-12})$

T/H領域

SNR vs τ_1 ($\tau_2 = 10^{-12}$)



インパルス領域

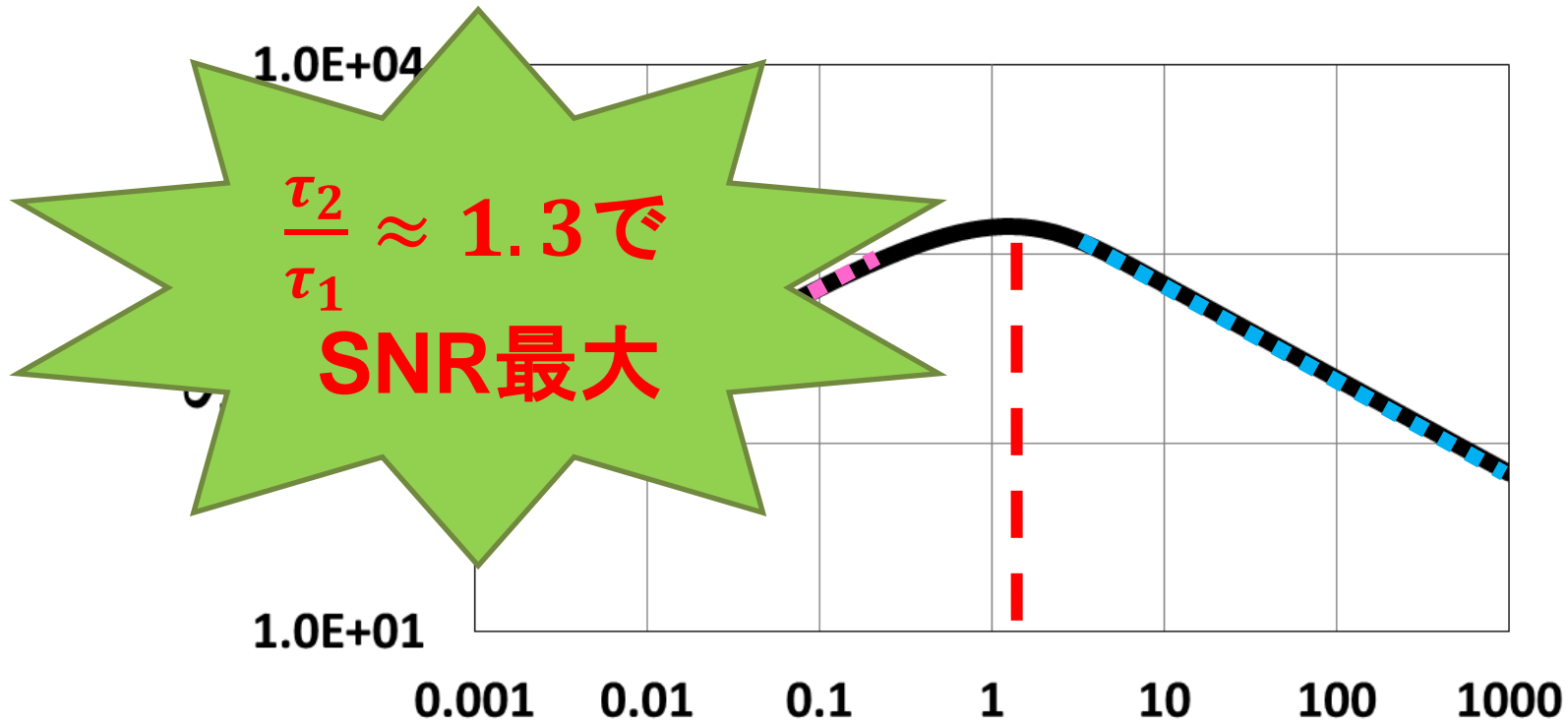
$\tau_2/\tau_1 (\tau_2 = 10^{-12})$

T/H領域

インパルス
サンプリング回路
 $SNR_2 \propto \tau_2/\sqrt{\tau_1}$

T/H回路
 $SNR_1 \propto \sqrt{\tau_1}$

SNR vs τ_1 ($\tau_2 = 10^{-12}$)



インパルス領域

$\tau_2/\tau_1 (\tau_2 = 10^{-12})$

T/H領域

インパルス
サンプリング回路
 $SNR_2 \propto \tau_2 / \sqrt{\tau_1}$

T/H回路
 $SNR_1 \propto \sqrt{\tau_1}$

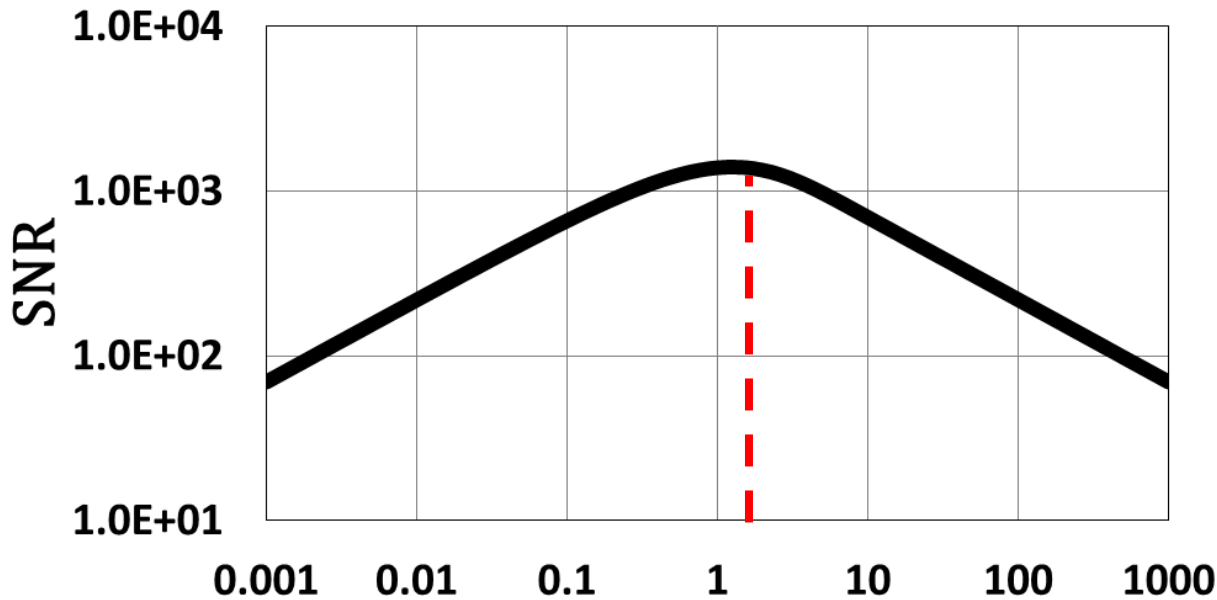
最大SNRの理論解析

$$SNR_3 = \sqrt{\frac{\tau_1}{k_B T R}} (1 - e^{-\tau_2/\tau_1})$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau_1} SNR_3 = 0$$

$$1 + 2 \frac{\tau_2}{\tau_1} = e^{\frac{\tau_2}{\tau_1}}$$

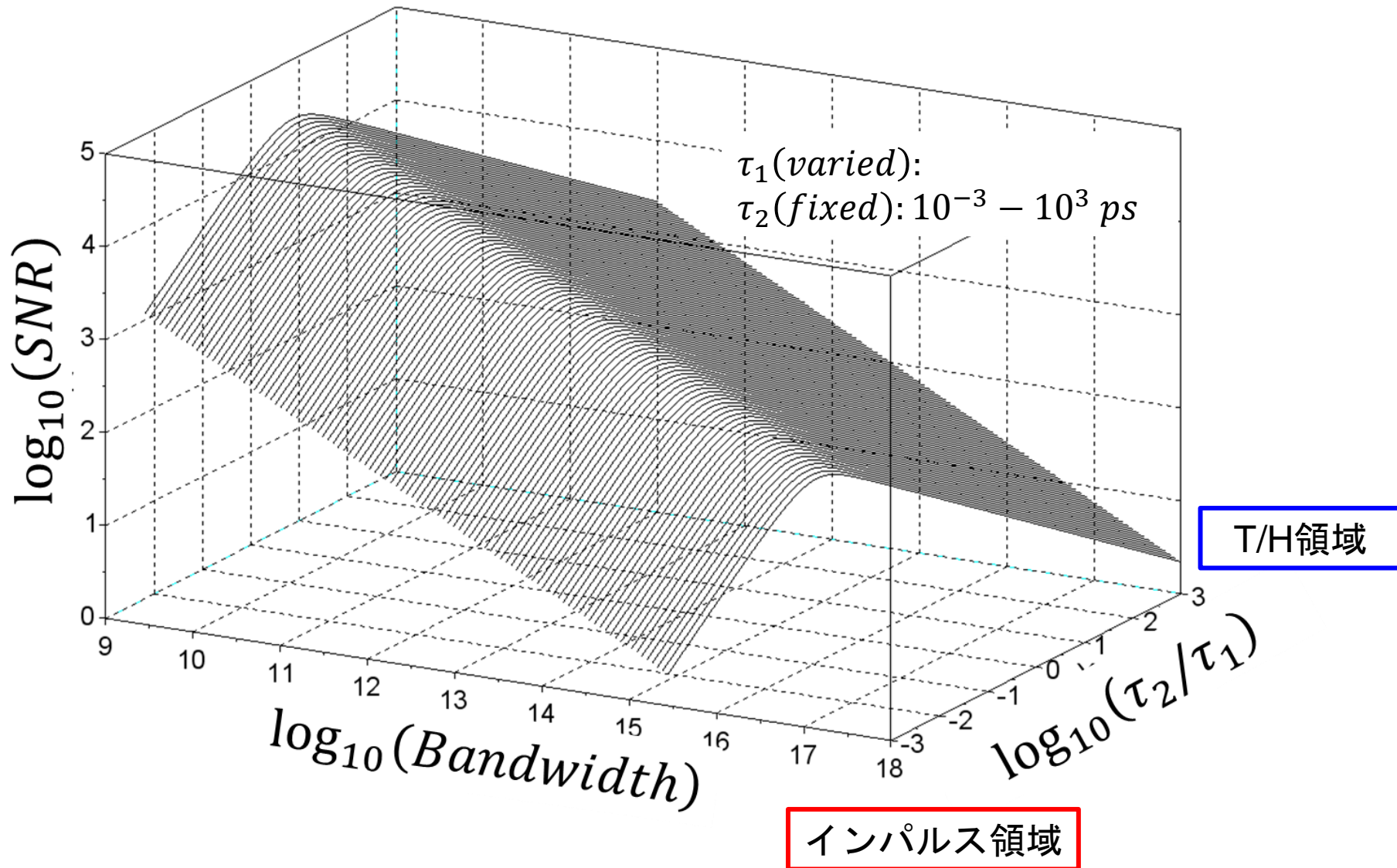
$$\frac{\tau_2}{\tau_1} \approx 1.26$$



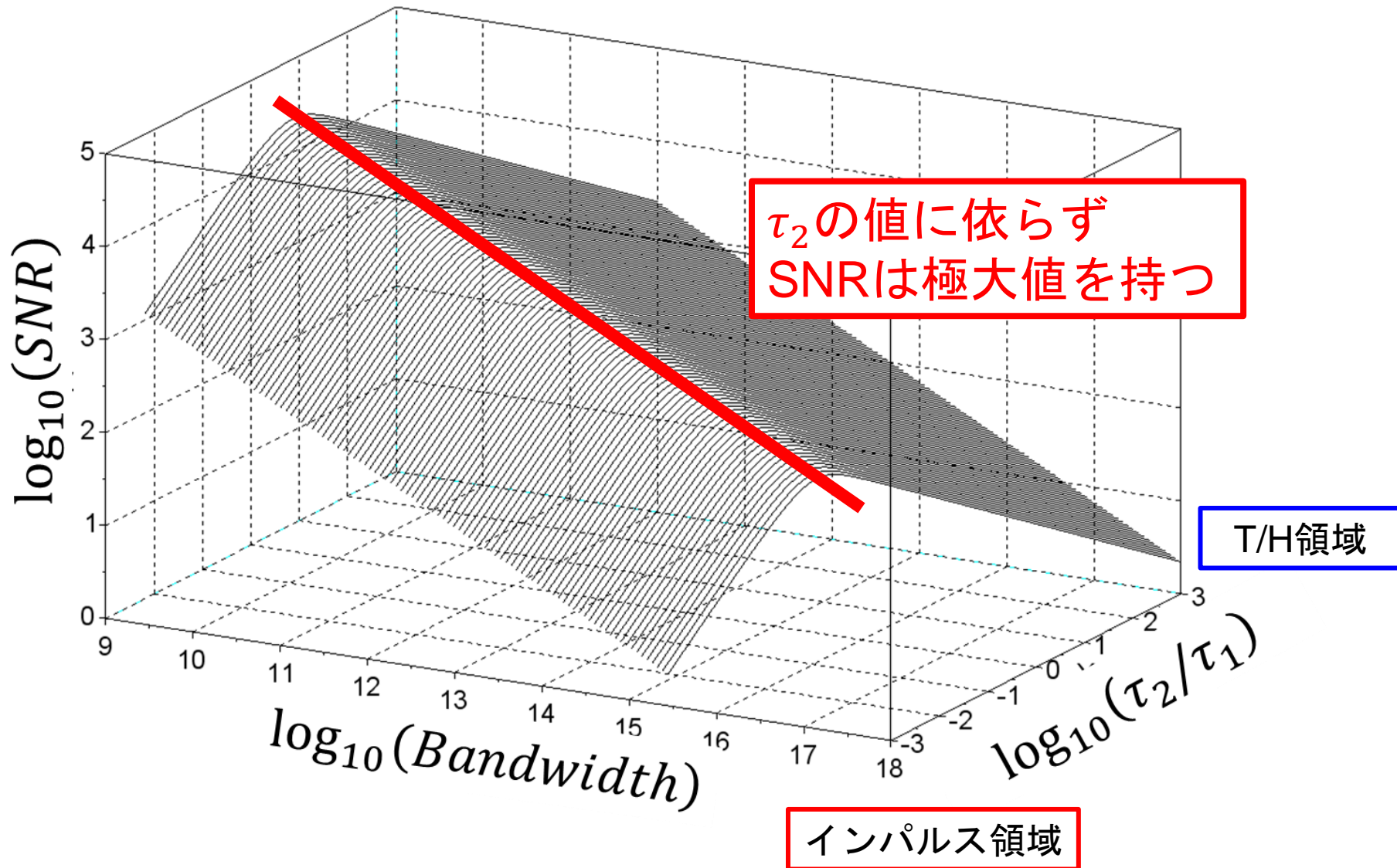
$\frac{\tau_2}{\tau_1} \approx 1.3$ で
SNRが最大

インパルス領域 $\tau_2/\tau_1 (\tau_2 = 10^{-12})$ T/H領域

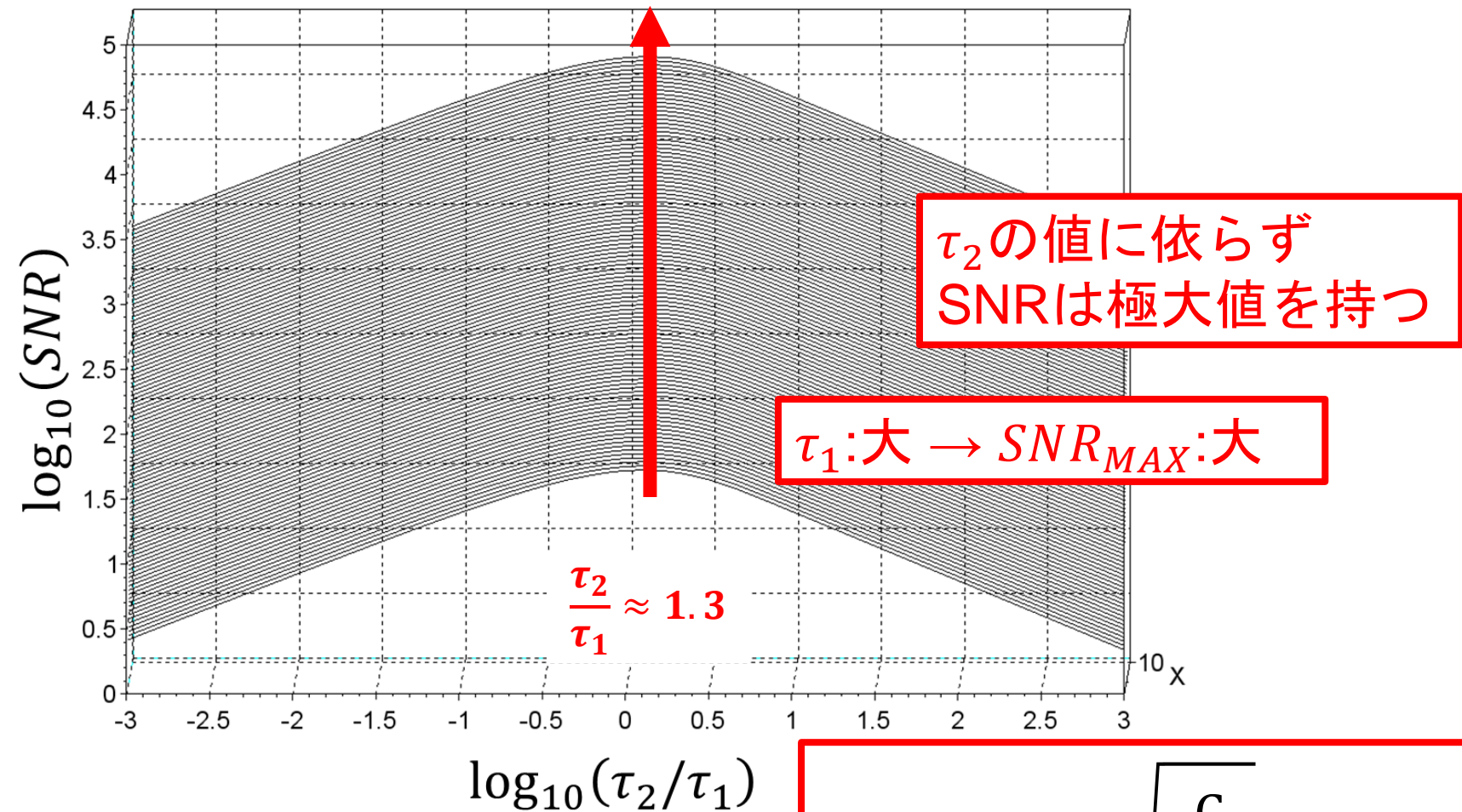
帯域幅とSNR



帯域幅とSNR



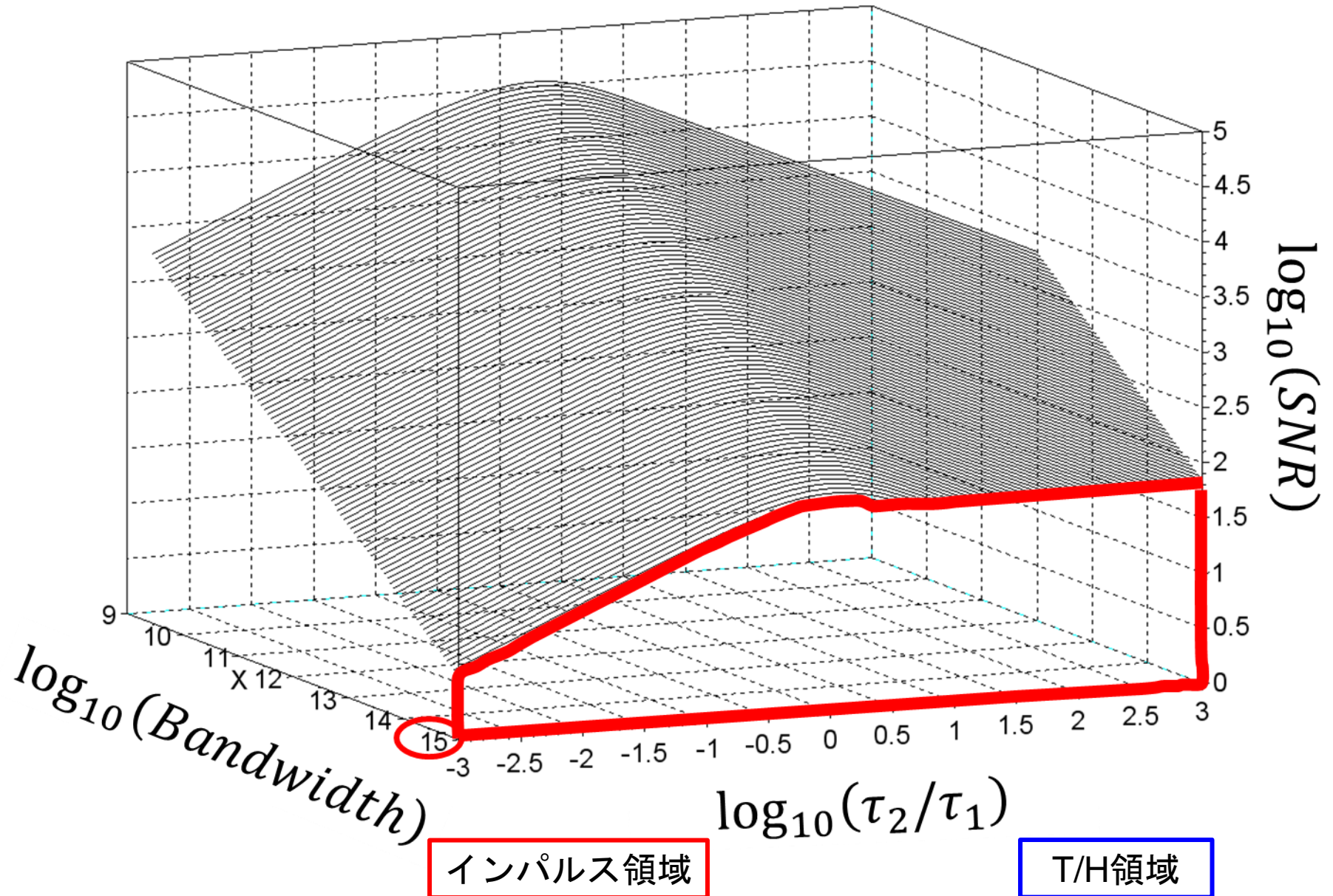
最大SNRの大きさ



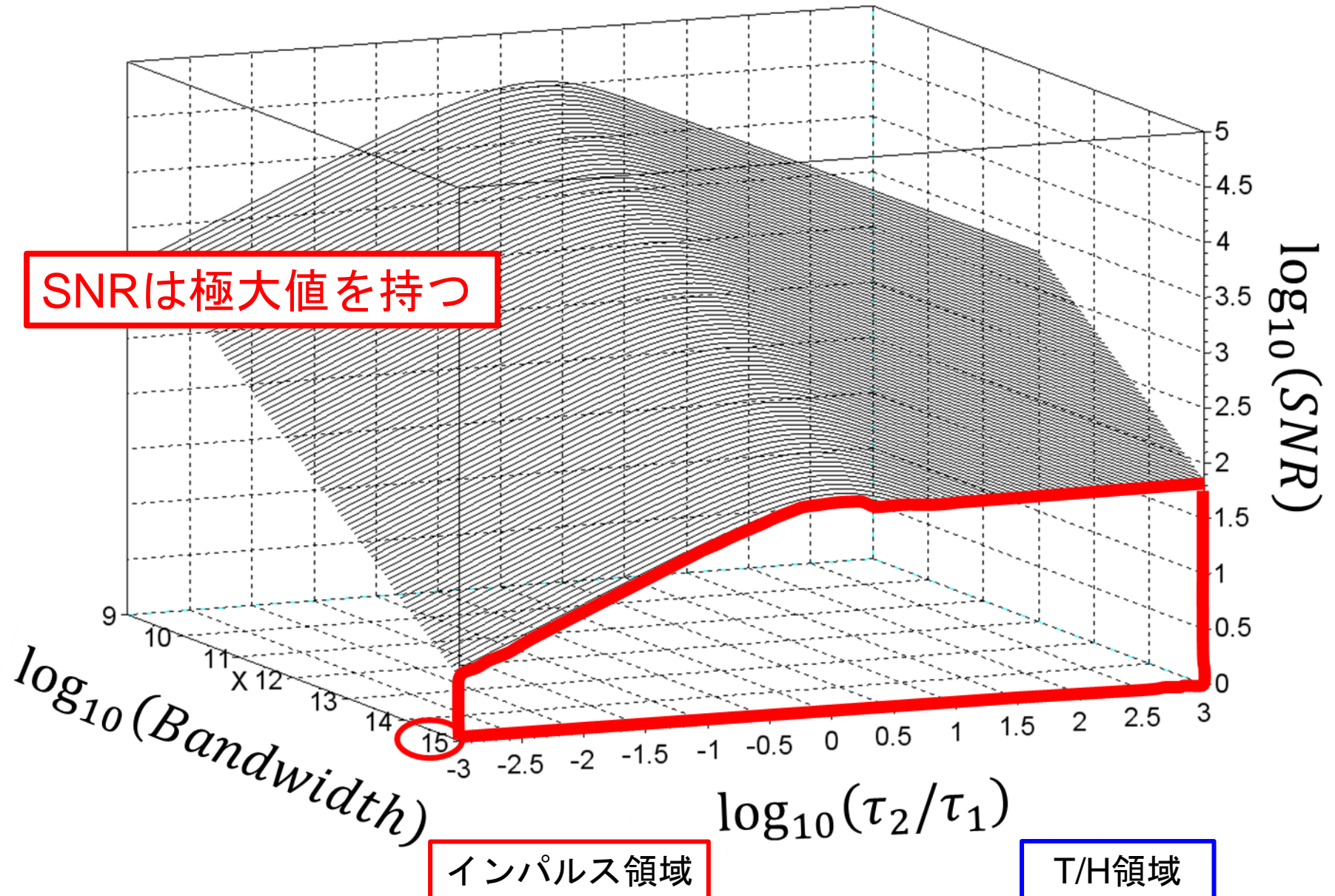
$$SNR_{3_max} = \sqrt{\frac{C}{k_B T}} \cdot (1 - e^{-0.126})$$

$$\approx 1.11 \times 10^{10} \cdot \sqrt{C}$$

帯域一定の条件下におけるSNR



帯域一定の条件下におけるSNR



Outline

- 研究背景・目的
- S/H回路の構成と動作
- 2つのS/H回路
 - T/H回路
 - インパルスサンプリング回路
- S/H回路の統一理論
 - DC Gain
 - Bandwidth
 - GB Product
 - SNR
- まとめ

まとめ

■2つのサンプリング回路

- T/H回路 ($\tau_1 \ll \tau_2$)
- インパルスサンプリング回路 ($\tau_1 \gg \tau_2$)

τ_1 : RC積
τ_2 : スイッチング時間窓

■2つのサンプリング回路の統一理論



中間の回路の性能評価が可能に

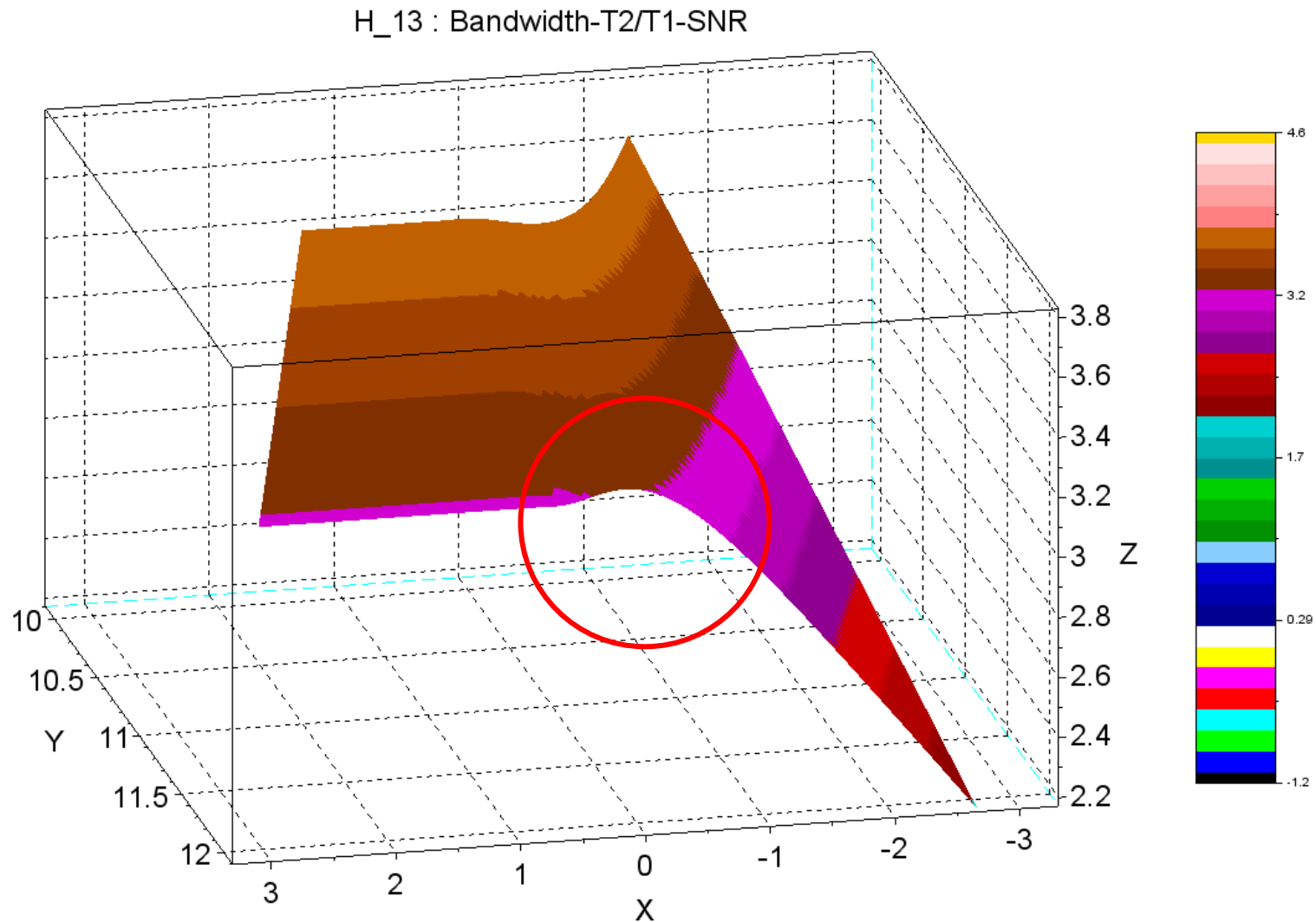


- $\frac{\tau_2}{\tau_1} \approx 1.3$ でSNRが極大値を取る
- インパルス回路のGB積がT/H回路の約2.8倍

S/H回路設計の本質的トレードオフを明らかにしていく

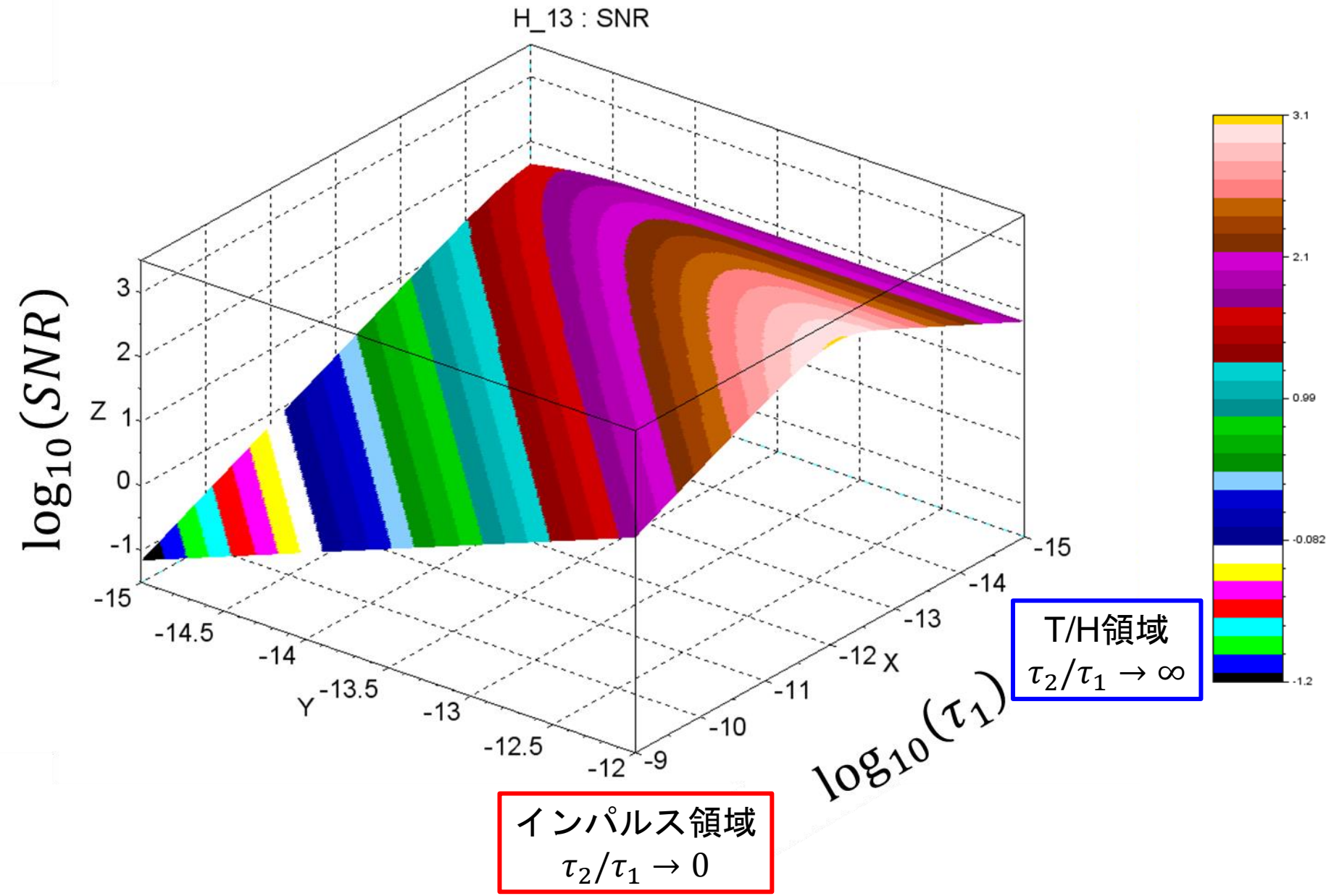
Appendix

帯域一定の条件下におけるSNR



帯域一定の条件下でもピークがみられる
(帯域の制約がない方が顕著？定量的にみしてみる)

SNR vs τ_1 ($\tau_2 = 10^{-12}$)



インパルスサンプリング回路の伝達関数の導出

$$\begin{aligned} H_2(j\omega) &= \int_0^{\infty} V_{out} e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_0^{\tau_2} \frac{1}{\tau_1} e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{\tau_1} \frac{1}{j\omega} \left(1 - e^{-j\omega\tau_2} \right) \\ &= \frac{1}{\tau_1} \frac{1}{j\omega} \left(e^{j\frac{\omega\tau_2}{2}} - e^{-j\frac{\omega\tau_2}{2}} \right) e^{-j\frac{\omega\tau_2}{2}} \\ &= \frac{\tau_2}{\tau_1} \operatorname{sinc} \left(\frac{\tau_2}{2} \omega \right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega} \end{aligned}$$

回路特性

トラックホールド回路 $\tau_2 \gg \tau_1$

$$H_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega}$$

$$V_{signal1} = H_1(0) = 1$$

$$\omega_{BW1} = \frac{1}{\tau_1}$$

$$V_{noise} = \sqrt{k_B TR / \tau_1}$$

$$GBP_1 = \frac{1}{\tau_1}$$

$$SNR_1 = \frac{\sqrt{\tau_1}}{\sqrt{k_B TR}} \propto \sqrt{\tau_1}$$

インパルスサンプリング回路 $\tau_2 \ll \tau_1$

伝達関数 $H_2(j\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} \text{sinc}\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega}$

直流利得 $V_{signal2} = H_2(0) = \frac{\tau_2}{\tau_1}$

帯域幅

$$\omega_{BW2} \approx \frac{2.78}{\tau_2}$$

熱雑音

$$V_{noise} = \sqrt{k_B TR / \tau_1}$$

GB積

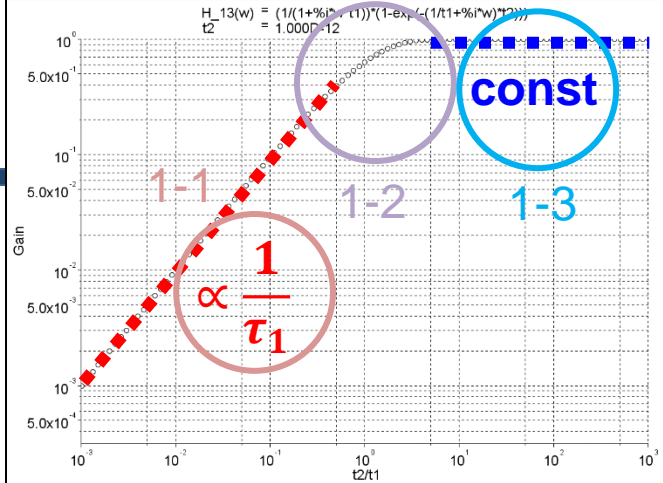
$$GBP_2 \approx \frac{2.78}{\tau_1}$$

SNR

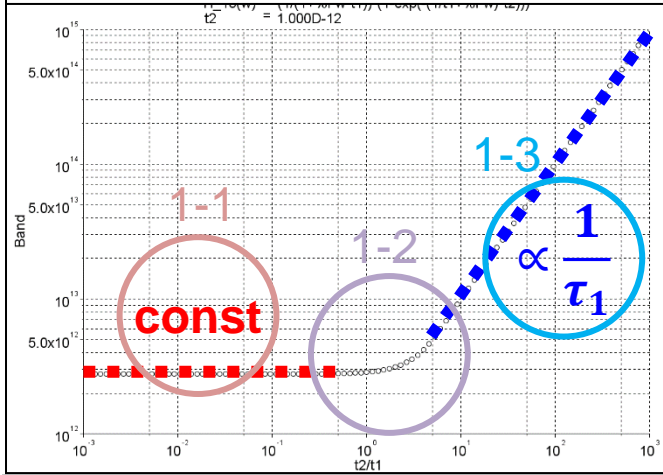
$$SNR_2 = \frac{1}{\sqrt{k_B TR}} \cdot \frac{\tau_2}{\sqrt{\tau_1}} \propto \frac{\tau_2}{\sqrt{\tau_1}}$$

まとめ ($\tau_2 = 10^{-12}$)

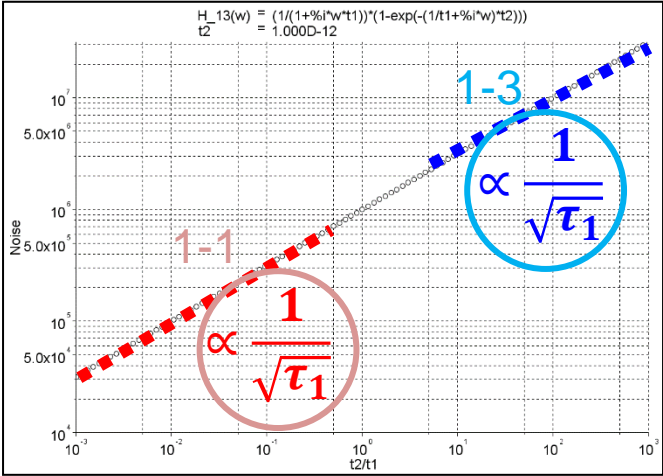
DC Gain



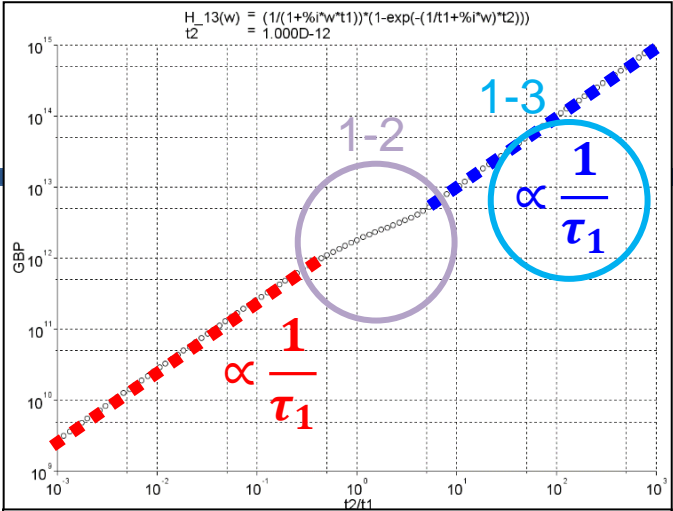
Band



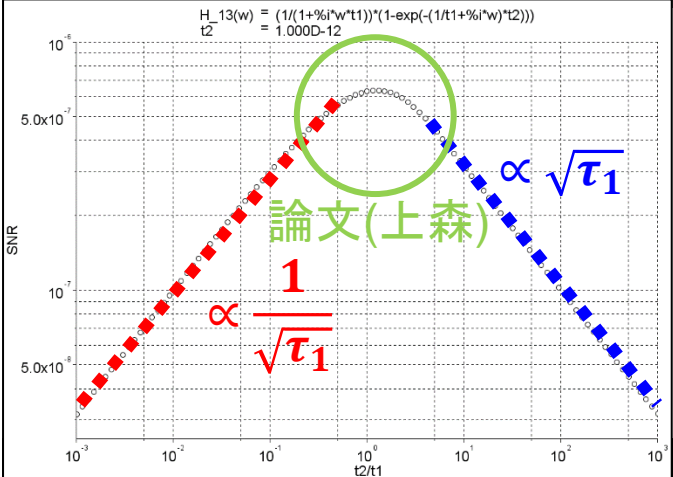
Noise



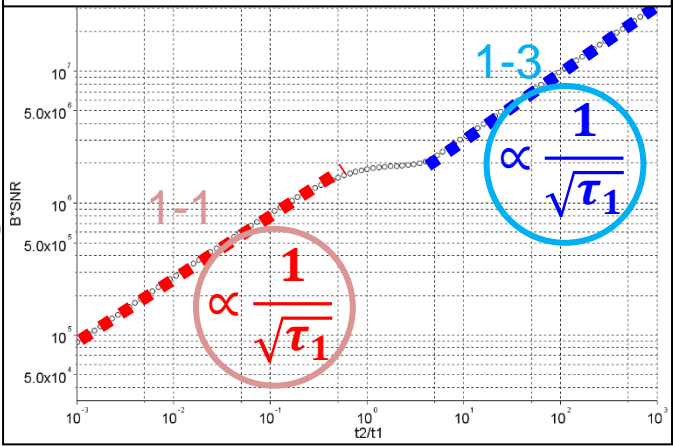
GBP



SNR

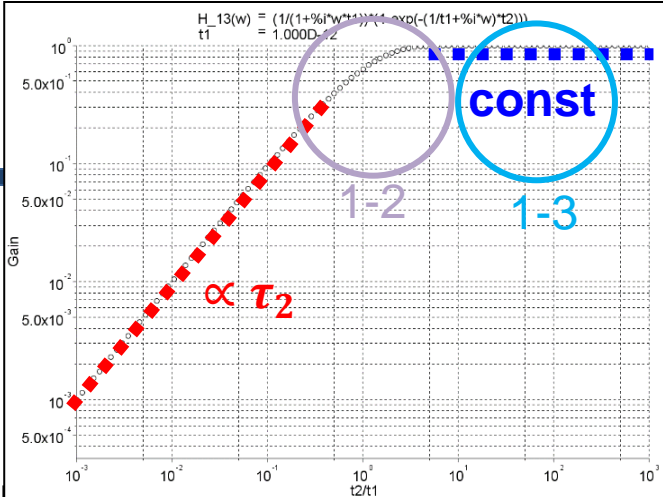


B*SNR

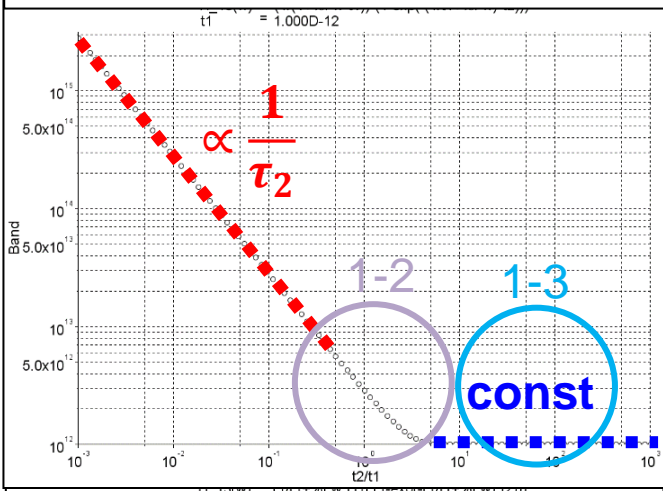


まとめ ($\tau_1 = 10^{-12}$)

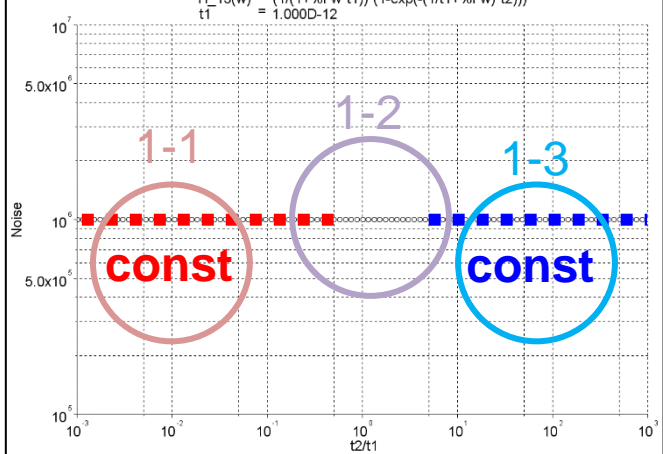
DC Gain



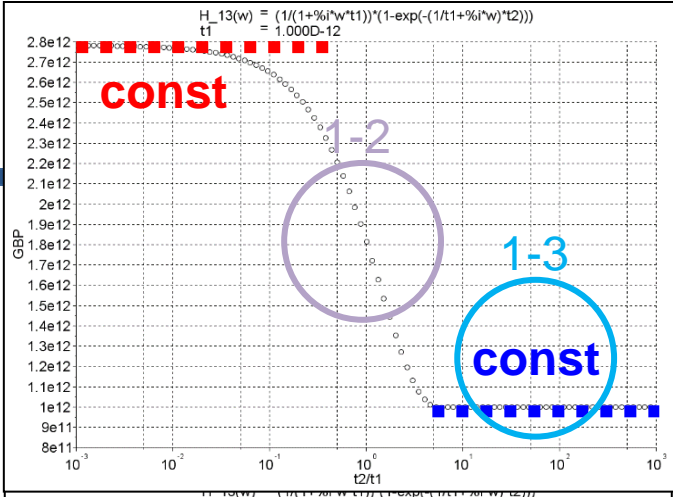
Band



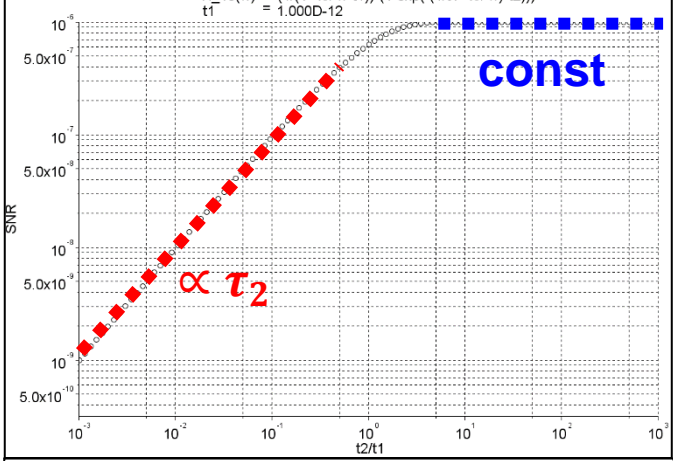
Noise



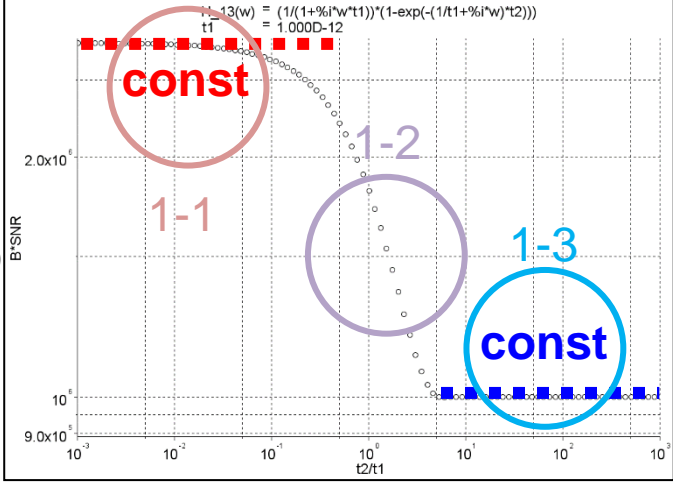
GBP



SNR

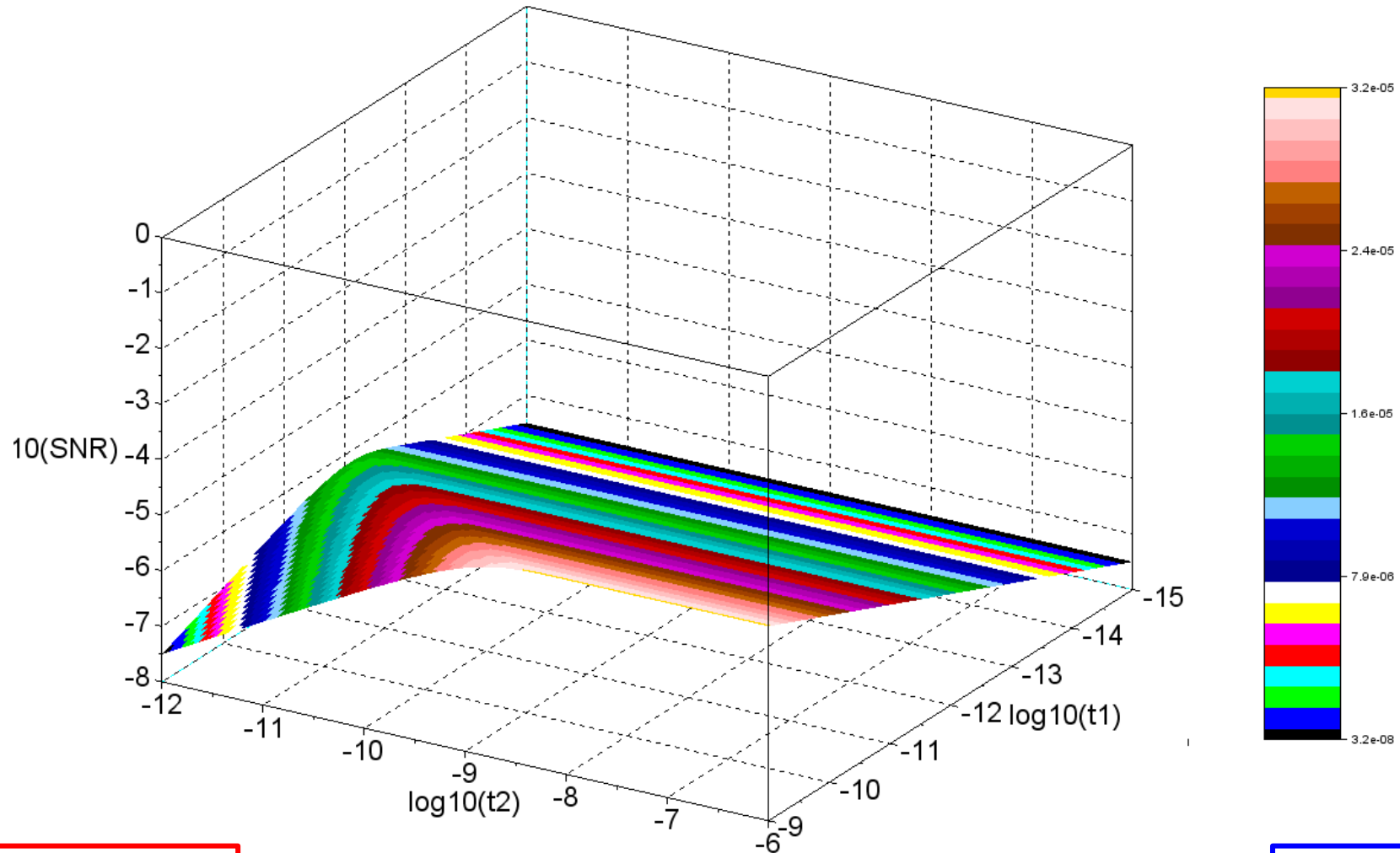


B*SNR



SNR - $\frac{\tau_2}{\tau_1}$ 特性 ($\tau_1 = 10^{-9}$)

$$H_{13}(w) = (1/(1+i*w*\tau_1)) * (1 - \exp(-(1/\tau_1 + i*w)*\tau_2))$$



インパルス領域

$$\tau_2/\tau_1 \rightarrow 0$$

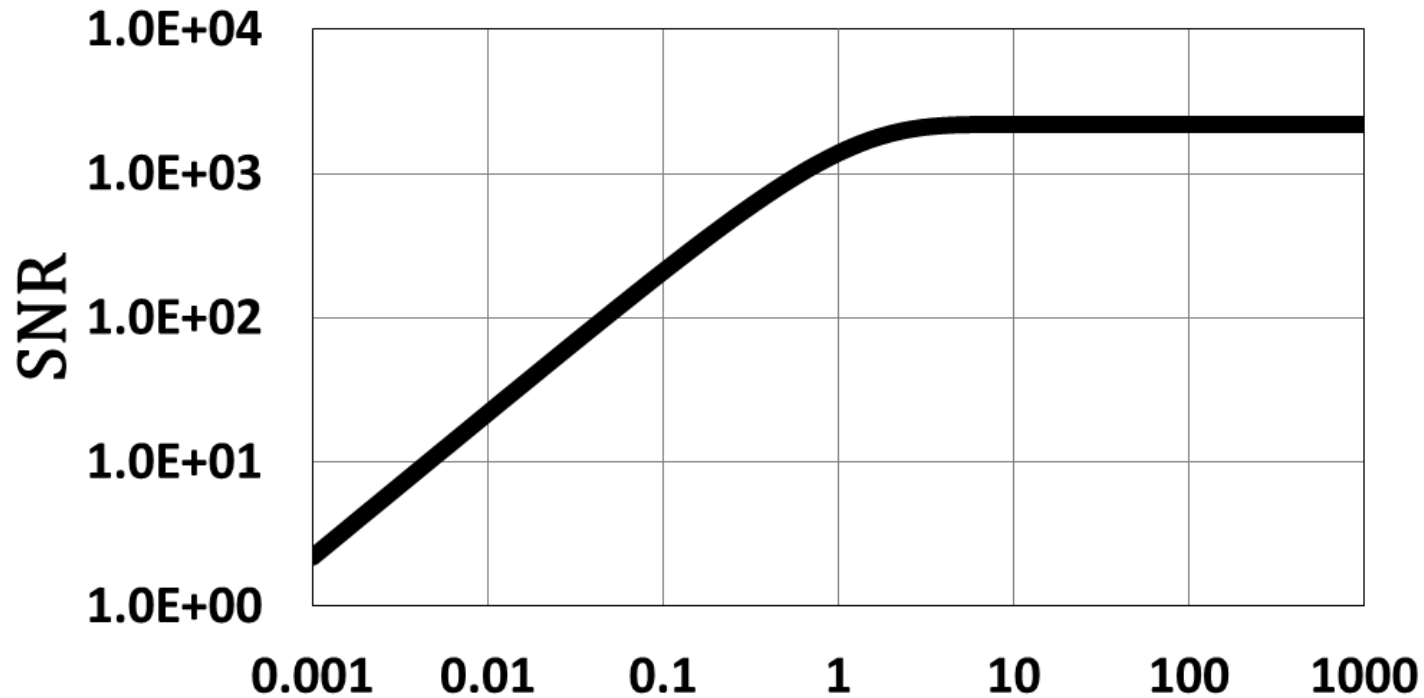
$\tau_1 = 10^{-9}$ で一定で、

$\frac{\tau_2}{\tau_1} = 10^{-3} (\tau_2 = 10^{-12}) \sim 10^3 (\tau_2 = 10^{-6})$ で振る

T/H領域

$$\tau_2/\tau_1 \rightarrow \infty$$

SNR

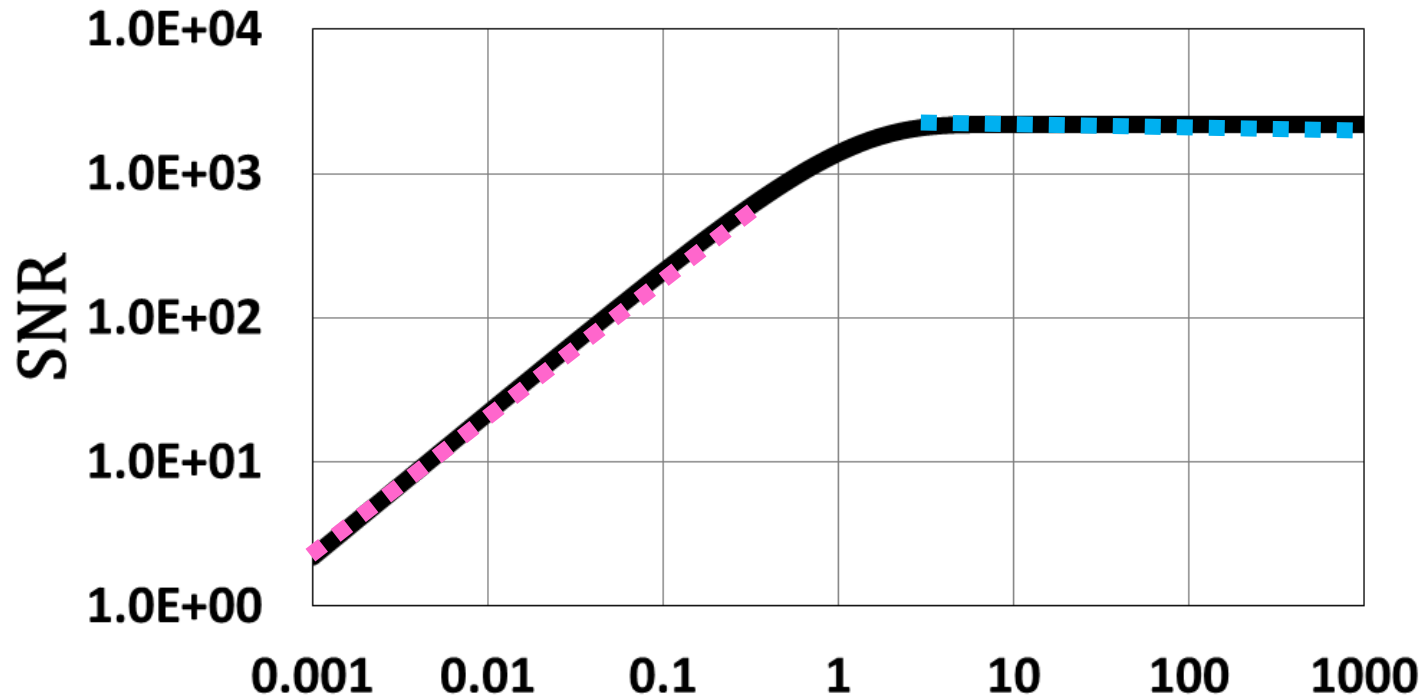


インパルス領域

$$\tau_2/\tau_1 (\tau_1 = 10^{-12})$$

T/H領域

SNR



インパルス領域

$$\tau_2/\tau_1 (\tau_1 = 10^{-12})$$

T/H領域

インパルス
サンプリング回路
 $\text{SNR}_2 \propto \tau_2/\sqrt{\tau_1}$

T/H回路
 $\text{SNR}_1 \propto \sqrt{\tau_1}$

Q & A

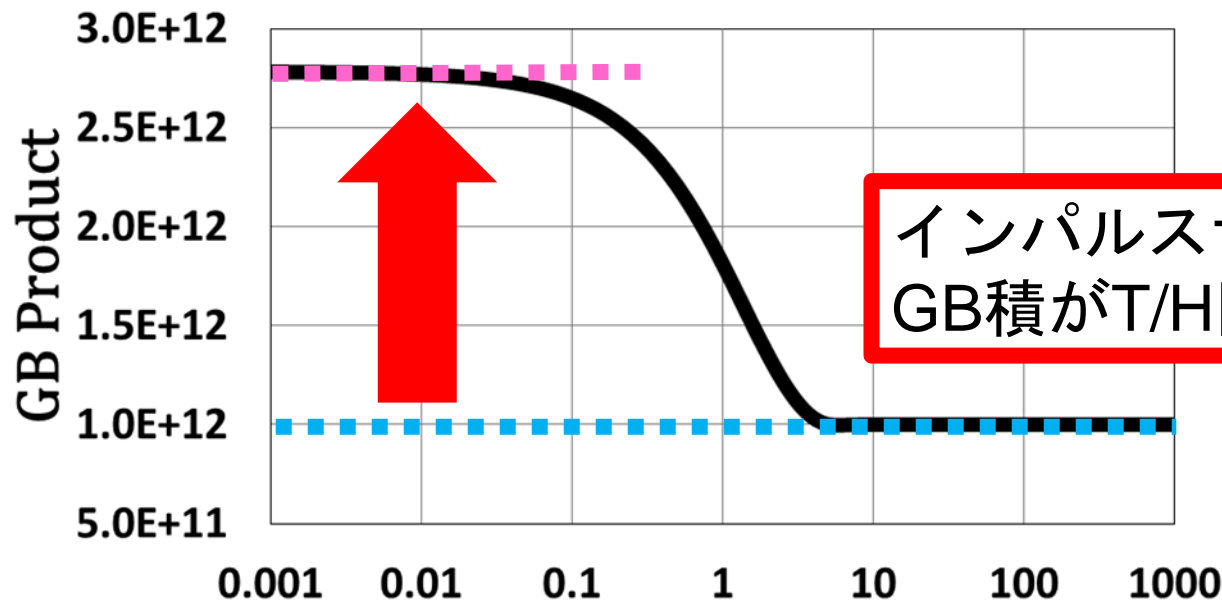
発表に対する質問とコメント

■傘先生@東京都市大学(座長) p.51について
質問: GB積2.8倍だから何なのか。GB積2.8倍は回路設計をするとき実用的にどう使われるのか。
回答:

質問: インパルスサンプリング回路はT/H回路に比べて広い帯域で使えるということ?
回答: はい。

GB積の理論解析 p51

$$\frac{\text{インパルスサンプリング回路のGB積}}{\text{T/H回路のGB積}} = \frac{DC\ Gain_2 \cdot Bandwidth_2}{DC\ Gain_1 \cdot Bandwidth_1} \approx \frac{\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right) \cdot \left(\frac{2.78}{\tau_2}\right)}{(1) \cdot \left(\frac{1}{\tau_1}\right)} = 2.78$$



インパルス領域 $\tau_2/\tau_1 (\tau_1 = 10^{-12})$ T/H領域

発表に対する質問とコメント

■茂木先生@東京工業大学

質問: 統一理論 $\frac{1}{1+j\tau_1\omega} \left\{ 1 - e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}(1+j\tau_1\omega)} \right\}$ で $\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow 0$ として極値をとると $1 - e^0 = 0$ にならない? p.29

回答: なりません。 $e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}(1+j\tau_1\omega)}$ の右肩の和の部分に分けて考えれば
なりません。($e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}(1+j\tau_1\omega)} = e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}} e^{-j\tau_2\omega} = e^{-j\tau_2\omega}$ の意)

質問: $\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow 0$ として極値をとると $1 - e^0 = 0$ にならない?

回答: 少し書き方を工夫すればなりません。(指数法則を使って)

統一S/H回路の伝達関数の極限 p29

統一理論式

$$H_3(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega} \left\{ 1 - e^{-(1+j\tau_1\omega)\frac{\tau_2}{\tau_1}} \right\}$$

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow \infty$$

$$\lim_{\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow \infty} H_3(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega} = H_1(j\omega)$$

(T/H回路)

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow 0$$

$$\lim_{\substack{\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow 0 \\ \tau_1\omega \gg 1}} H_3(j\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} \operatorname{sinc}\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega} = H_2(j\omega)$$

(インパルスサンプリング回路)

発表に対する質問とコメント

■茂木先生@東京工業大学

質問: 極値をとると収束するから統一理論ってなんか違くない? p.29

回答: 極限をとったのは統一前の伝達関数との整合性を確認するためである。

T/H回路の伝達関数は実時間サンプリング、

インパルスサンプリング回路の伝達関数は等価時間サンプリングの考え方に従って導出している。今回の統一理論も等価時間サンプリングの考え方に従って導出している。p.23右上

(統一理論は帰納的に導出したのではなく演繹的に導出したもの)

相手: その等価時間サンプリングの説明しなきゃだめじゃん。

回答: p.23で説明してます。

相手: 等価時間サンプリングを勉強してきます?

統一S/H回路の伝達関数の極限 p29

統一理論式

$$H_3(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega} \left\{ 1 - e^{-(1+j\tau_1\omega)\frac{\tau_2}{\tau_1}} \right\}$$

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow \infty$$

$$\lim_{\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow \infty} H_3(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega} = H_1(j\omega)$$

(T/H回路)

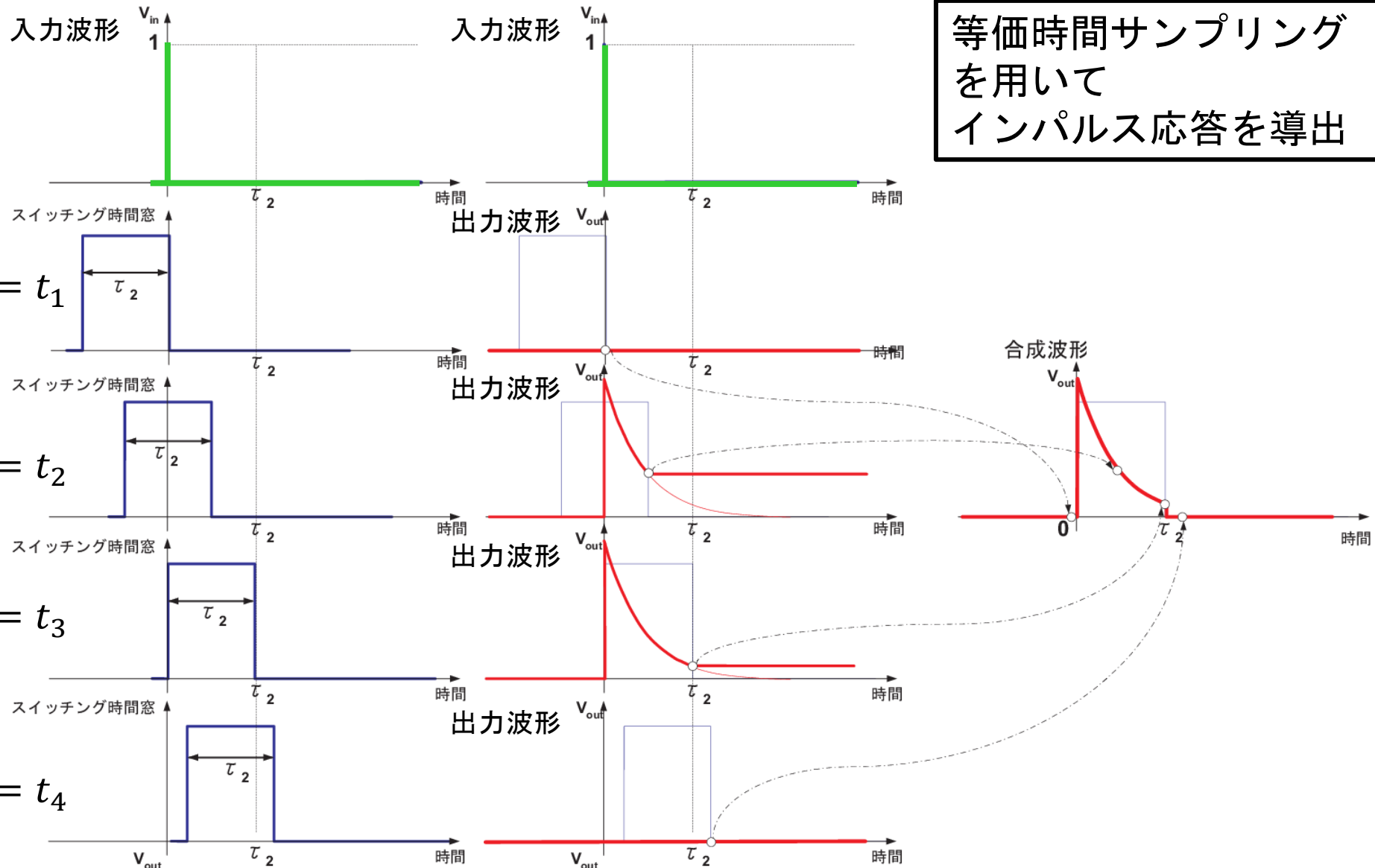
$$\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow 0$$

$$\lim_{\substack{\frac{\tau_2}{\tau_1} \rightarrow 0 \\ \tau_1\omega \gg 1}} H_3(j\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} \operatorname{sinc}\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega} = H_2(j\omega)$$

(インパルスサンプリング回路)

インパルス応答 p23

等価時間サンプリング
を用いて
インパルス応答を導出



等価時間サンプリング

入出力波形