



群馬大学

# チャージポンプ電源回路の 過渡解析

群馬大学工学部電気電子工学科

○柏瀬賢二、早坂直人、黒岩伸幸、小林春夫

三洋電機セミコンダクタ・カンパニー

名野隆夫



## 発表内容

- ◆ チャージポンプ電源回路の背景
- ◆ 研究の目的
- ◆ ノード電圧、出力電圧の一般式の導出
- ◆ 過渡状態でのエネルギー消費
- ◆ 今後の課題



群馬大学

# チャージポンプ回路の研究背景

# 携帯機器での電源回路の必要

(1)

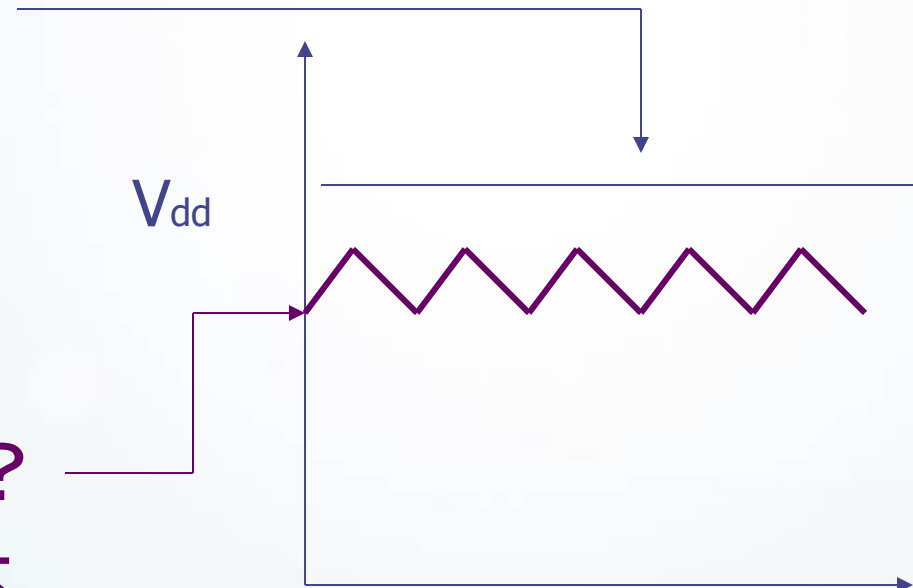
## ◆理想的な電源とは？

- 負荷によらず  
一定の電圧を供給

## ◆しかし実際の電源は？

### ◆内部抵抗により電圧降下

- 寄生成分等によりリップル電圧
- 負荷電流の変動に対して出力電圧の追従変動が生じる



## ◆低リップル・高速追従性を持つ電源回路が必要

## 携帯機器での電源回路の必要性(2)

携帯機器において用途によって要求される電源電圧は異なる

◆例えば、

■ PCで作業中 VS PCのスタンバイ時

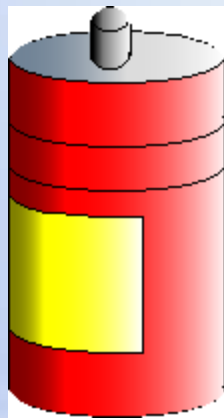


—可変電源制御が必要

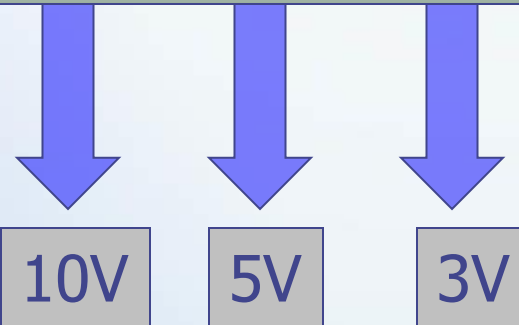
—従来はスイッチング電源回路が多用

# 携帯機器での電源回路の必要性(3)

- ◆ 一つの電源電圧から複数の電源電圧を発生  
携帯機器の動作電圧を最適化



電池(バッテリー)





## チャージポンプ電源回路とは

- 供給電源電圧より高い電源電圧を発生。

(例えば 入力電源電圧3.3V 出力電源電圧15V)

- 多数のコンデンサによる電荷の積分を、トランジスタ・スイッチやダイオードで切り替えることで実現。

- 一つの電源電圧から複数の出力電圧を発生させることが可能。

# 携帯機器用チャージポンプ電源回路の課題

## 1. スイッチング電源回路

- 高効率、大電流出力 ○
- ノイズが大きい ×
- コイルが必要(コスト大、実装上の厚さ) ×

## 2. チャージポンプ回路

- ノイズが小さい ○
- コイル不要 ○
- 低効率 ×
- 出力が小電流(数十  $\mu\text{A}$ )しか流せない ×  
Flash Memory 等々に使用される。





## チャージポンプ電源回路の アプリケーション・市場

- 携帯電話
- PDA (Personal Digital Assistance)
- DSC (Digital Still Camera)



## これまでのチャージポンプ回路の研究成果

### 1. 三洋電機と群馬大の共同研究で開発

- 三洋電機(飯島隆氏)が

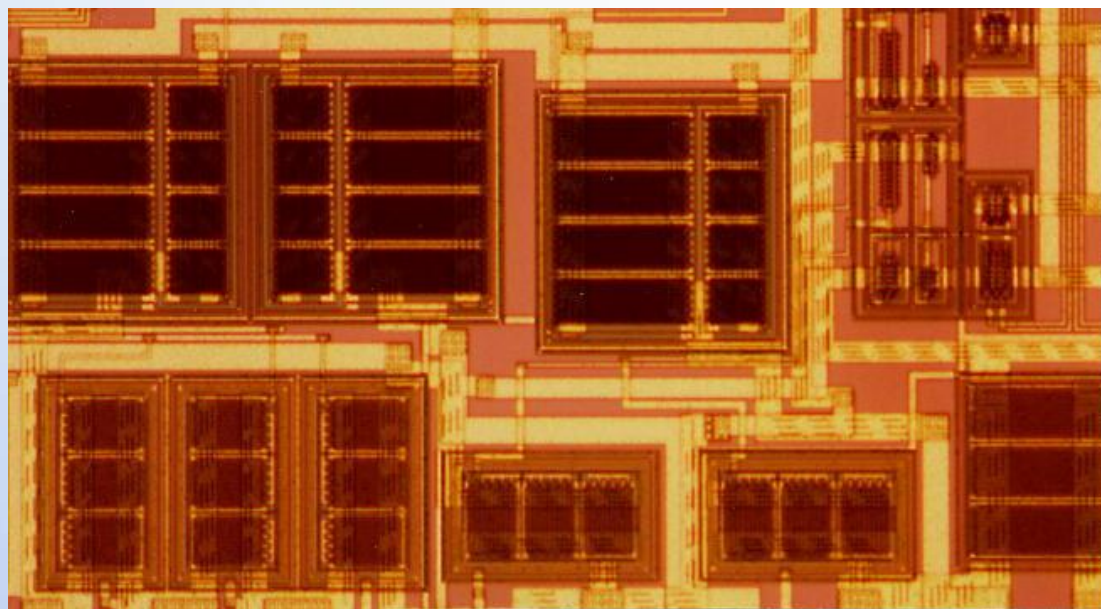
電子情報通信学会 「回路とシステム軽井沢ワークショップ奨励賞」受賞 (H13年4月)

### 2. 三洋電機セミコンダクタ・カンパニーで事業化



# 群馬大学

- ◆ 開発したチャージポンプ電源回路のチップ写真

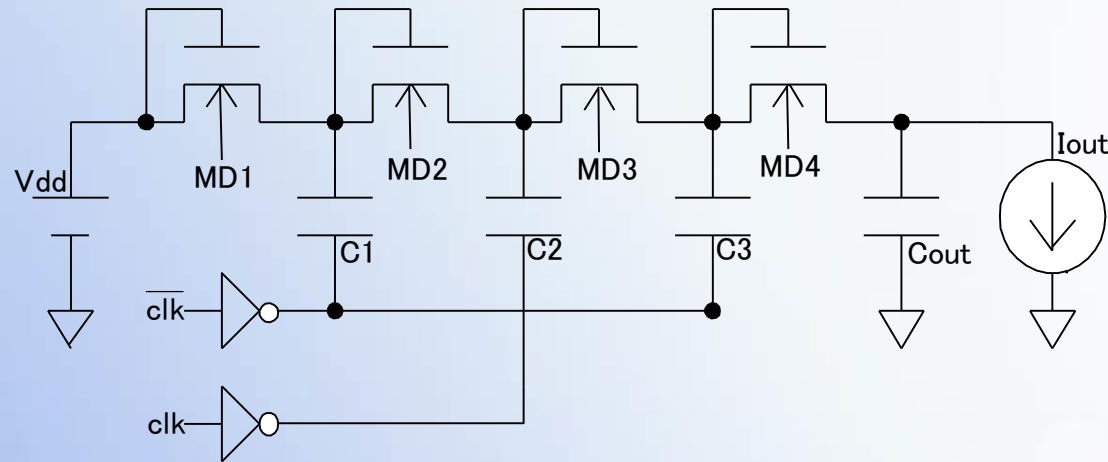


縦3.99mm × 横4.35mm

三洋電機の半導体プロセスで試作・製品化。

# Dickson charge pump回路(3段)

## SPICEネットリスト



```
chargepump.cir - メモ帳
ファイル(F) 編集(E) 検索(S) ヘルプ(H)

*charge_pump

mn1 vdd vdd 1 0 cmosn w=200u l=2u
mn2 1 1 2 0 cmosn w=200u l=2u
mn3 2 2 3 0 cmosn w=200u l=2u
mn4 3 3 vo 0 cmosn w=200u l=2u

C1 1 vl 50p
C2 2 vh 50p
C3 3 vl 50p
Cout vo 0 100p

C4 1 0 5p
C5 2 0 5p
C6 3 0 5p
C7 vo 0 5p

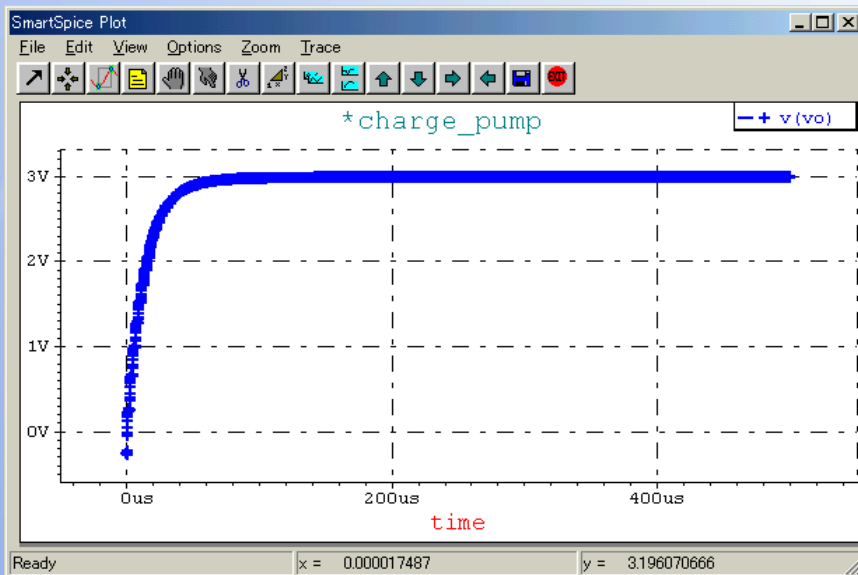
vdd vdd 0 2
vh vh 0 pulse(0 2 0.01u 0.01u 0.01u 1u 2u)
vl vl 0 pulse(2 0 0.01u 0.01u 0.01u 1u 2u)

Iout vo 0 1u

.tran 0.5u 500u

.probe
*PARAMETER
```

## 出力波形





## 研究の目的

- ◆ チャージポンプ電源回路の過渡状態のノード電圧、出力電圧を一般式で表す。
- ◆ 入力電源から供給されるエネルギー、容量に蓄積されるエネルギー、スイッチで消費されるエネルギーの関係を調べる。

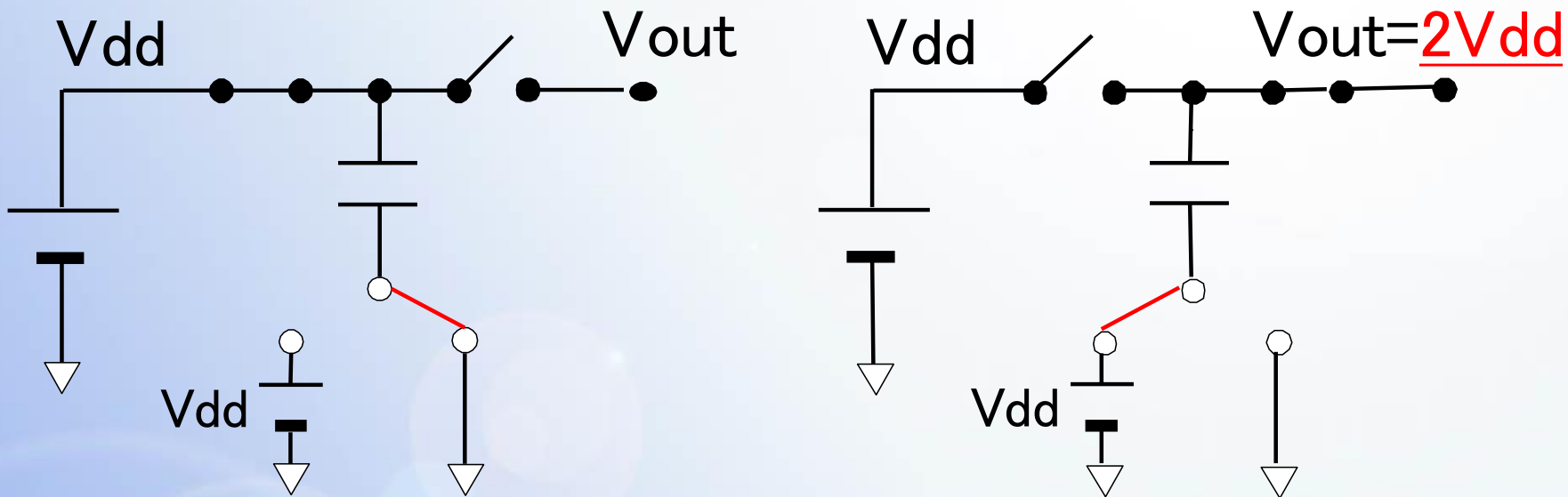


群馬大学

# 過渡状態における ノード電圧、出力電圧の 一般式の導出



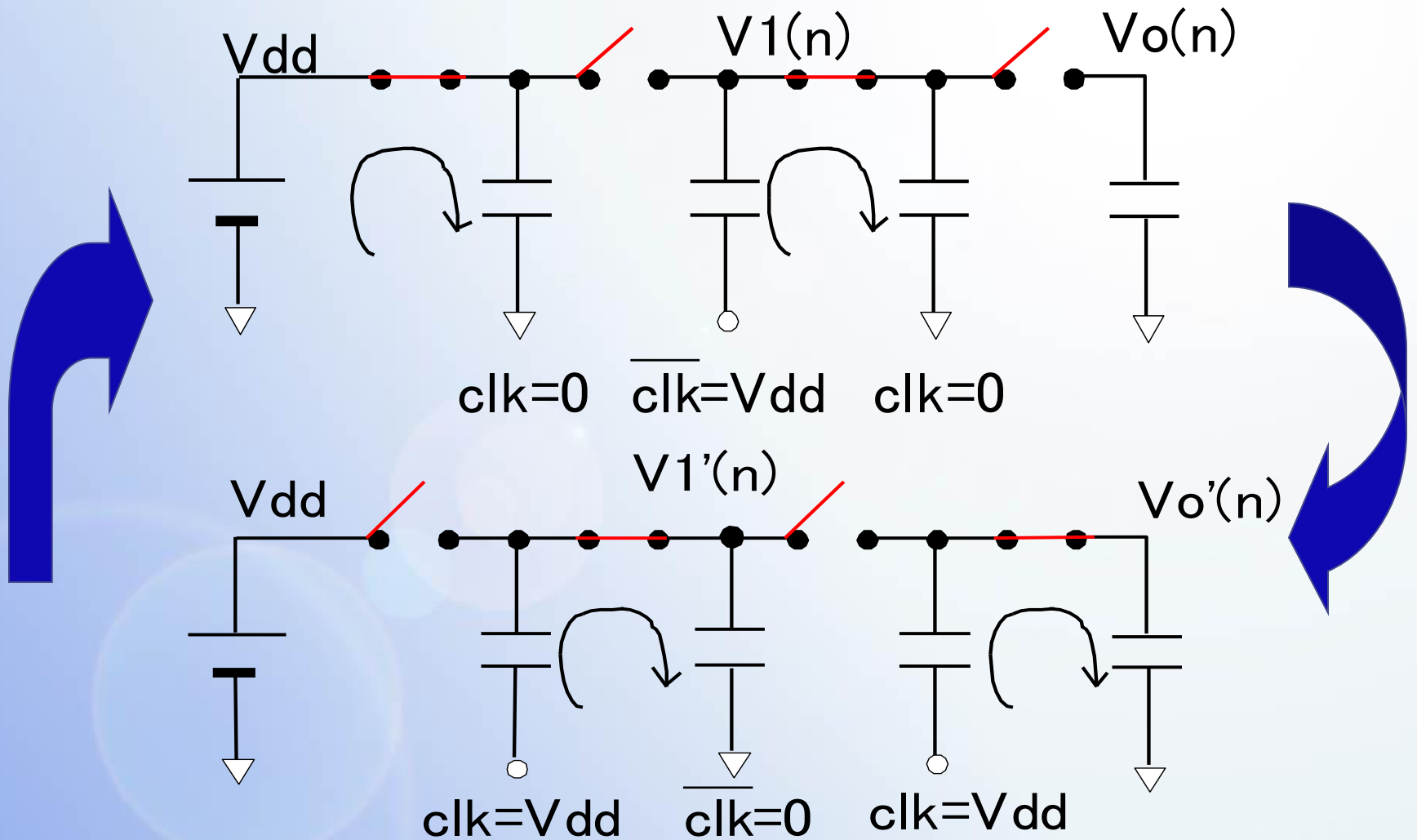
# 昇圧の原理



スイッチの切り替え

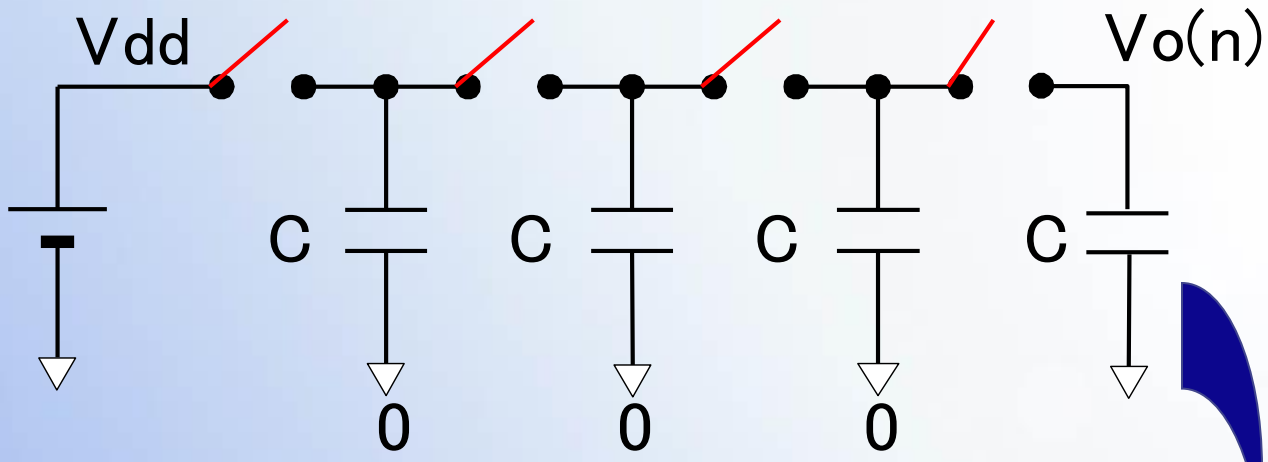
# charge pump回路の1サイクル

入力電圧  $V_{dd}$  クロックclk, 出力 $V_o \rightarrow 4V_{dd}$ (定常状態)

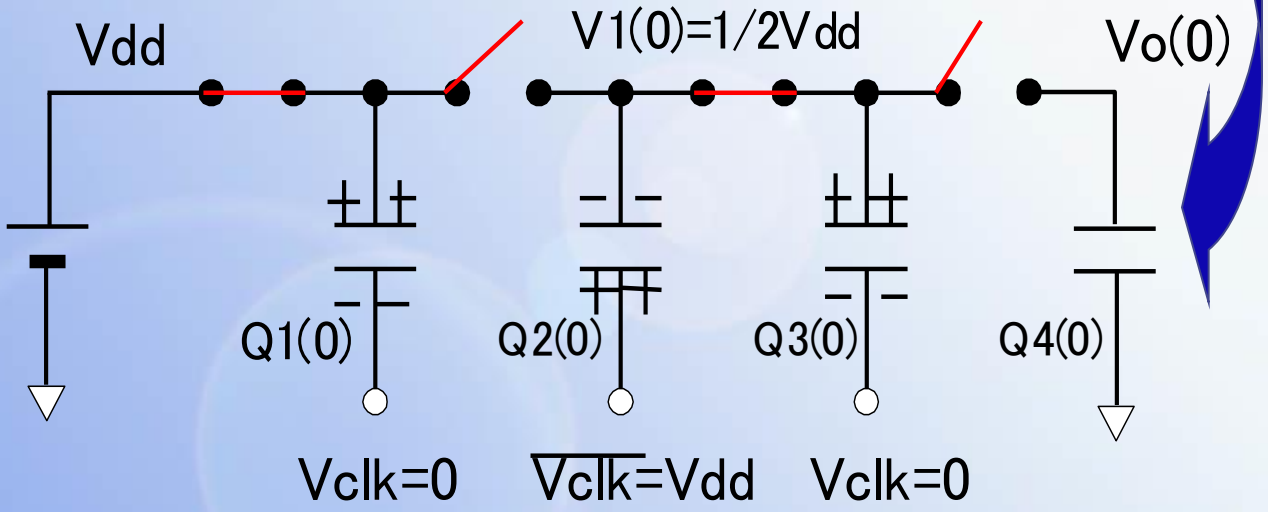




# 初期状態



全スイッチoff  
全クロックlow

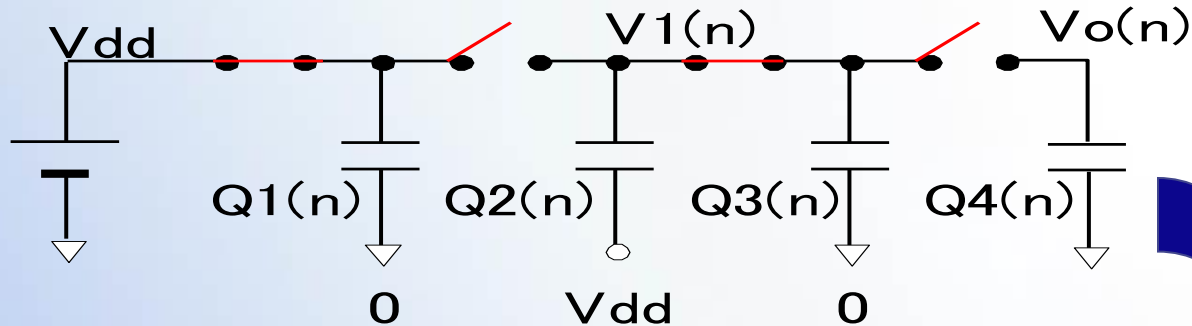


2つスイッチon  
1つスイッチhigh

- $Q1(0) = CV_{dd}$
- $Q2(0) = 1/2 CV_{dd}$
- $Q3(0) = 1/2 CV_{dd}$
- $Q4(0) = 0$

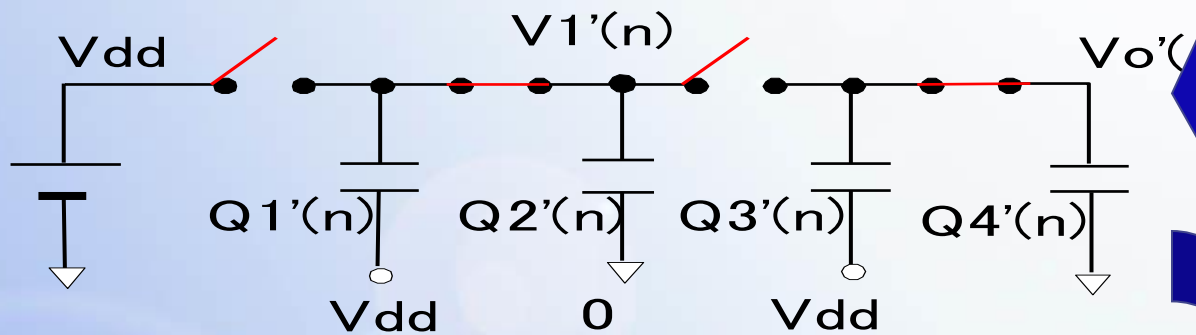
# 時刻 $n \rightarrow n+1$ によるスイッチの変化

図2



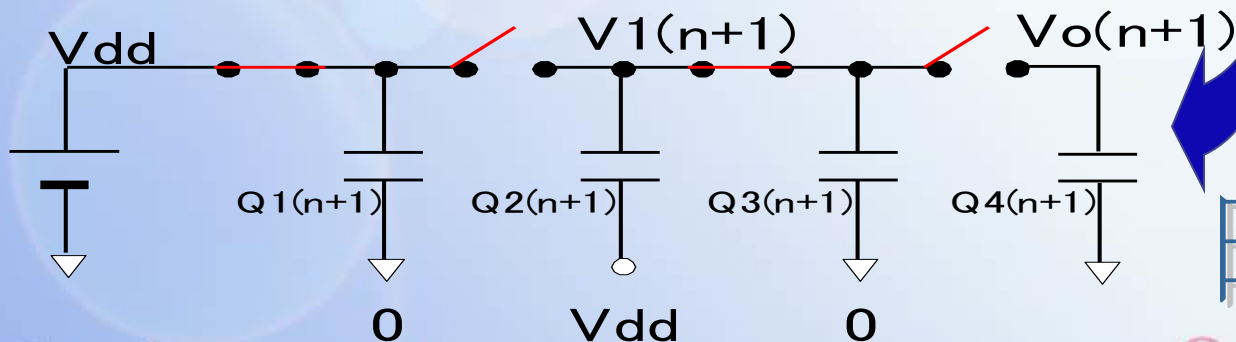
時刻 $n$

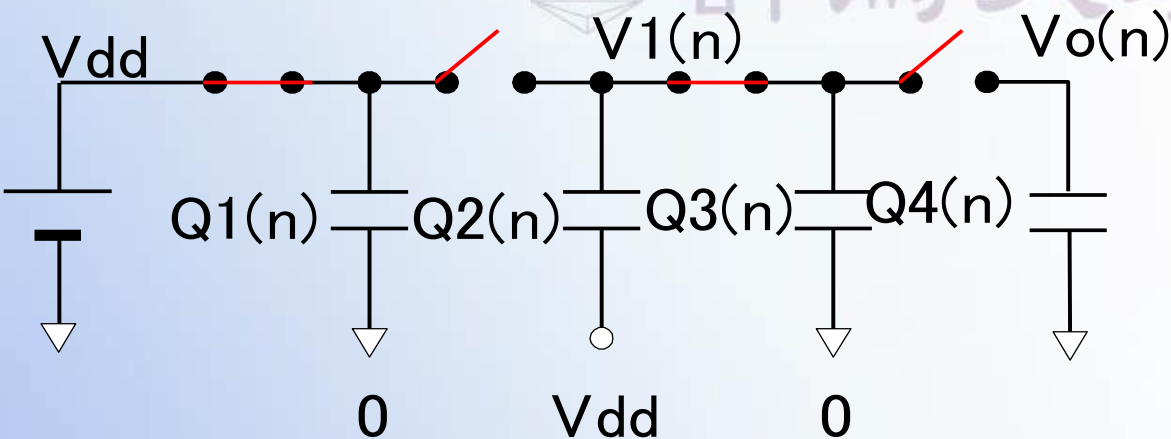
図3



時刻 $n+1$

図4





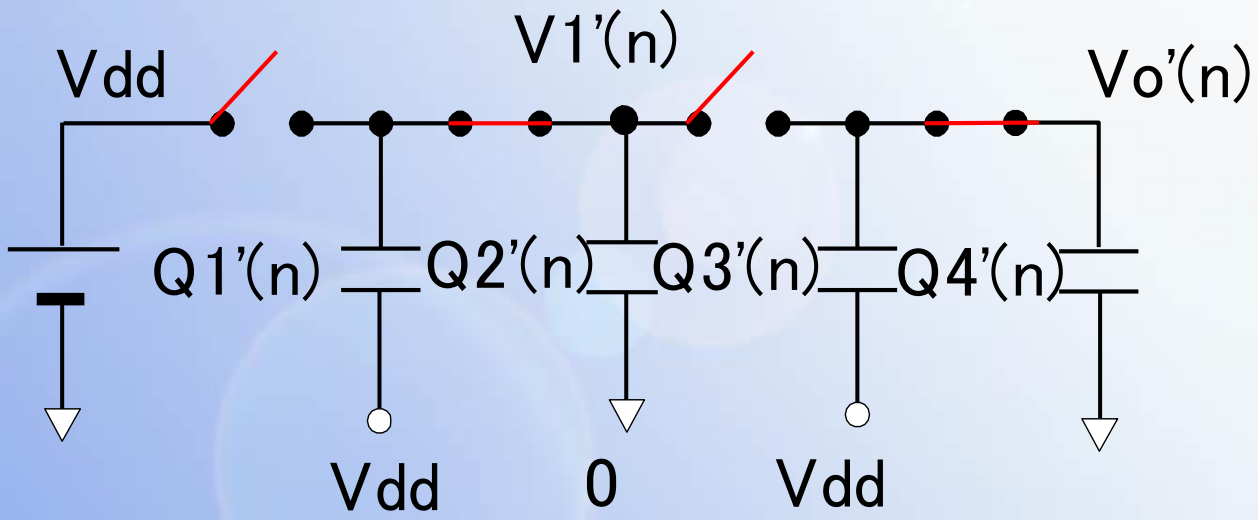
$$Q_1(n) = CV_{dd}$$

$$Q_2(n) = C[V1(n) - V_{dd}]$$

$$Q_3(n) = CV1(n)$$

$$Q_4(n) = Cvo(n)$$

図2



$$Q1'(n) = C[V1'(n) - V_{dd}]$$

$$Q2'(n) = CV1'(n)$$

$$Q3'(n) = C[Vo'(n) - V_{dd}]$$

$$Q4'(n) = CVo'(n)$$

図3



## 電荷保存則より

$$Q1(n)+Q2(n)= Q1'(n)+Q2'(n)$$

$$Q3(n) +Q4(n)= Q3'(n)+Q4'(n)$$

$$\therefore CV_{dd}+C[V1(n)-V_{dd}]=C[V1'(n)-V_{dd}]+CV1'(n)$$

$$CV1(n) +Cv_o(n)= C[V_o'(n)-V_{dd}]+ Cv_o'(n)$$

$$V1'(n) = \frac{1}{2} \{V1(n) + V_{dd}\} \cdot \cdot \cdot \textcircled{1}$$

$$V_o'(n) = \frac{1}{2} \{V1(n) + V_o(n) + V_{dd}\} \cdot \cdot \cdot \textcircled{2}$$

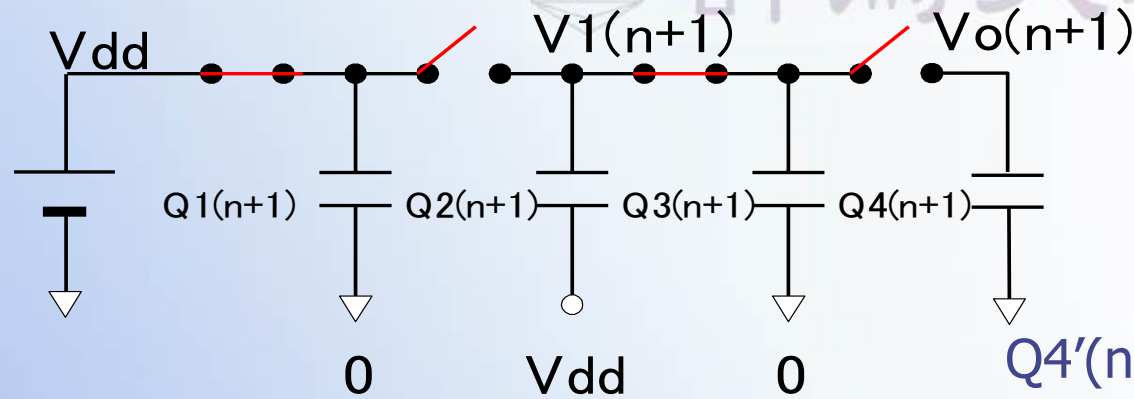


図4

$$Q1(n+1) = CV_{dd}$$

$$Q2(n+1) = C[V1(n+1) - V_{dd}]$$

$$Q3(n+1) = CV1(n+1)$$

$$Q4(n+1) = CVo(n+1)$$

$$Q4'(n) = Q4(n+1) \text{ より}$$

$$Vo'(n) = Vo(n+1) \cdots \textcircled{3}$$

電荷保存則

$$Q2(n+1) + Q3(n+1) = Q2'(n) + Q3'(n)$$

$$\begin{aligned} \therefore C[V1(n+1) - V_{dd}] + CV1(n+1) \\ = CV1'(n) + C[Vo'(n) - V_{dd}] \cdots \textcircled{4} \end{aligned}$$

②, ③, ④より

$$Vo(n+1) = 1/2[V1(n) + Vo(n) + V_{dd}] \cdots \textcircled{5}$$

$$V1(n+1) = 1/4[2V1(n) + Vo(n) + 2V_{dd}] \cdots \textcircled{6}$$



⑤⑥より状態方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} Vo(n+1) \\ V1(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vo(n) \\ V1(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}Vdd \\ \frac{1}{2}Vdd \end{bmatrix}$$



$$V(n+1) = AV(n) + B$$

この漸化式より

$$V(n) = A^n V(0) + [A^{n-1} + A^{n-2} + \dots + A + I]B$$

●  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{1} & \frac{2}{1} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$  の時

$$A^n = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\lambda_1^n + \lambda_2^n) & \frac{1}{\sqrt{2}}(\lambda_1^n - \lambda_2^n) \\ \frac{1}{2\sqrt{2}}(\lambda_1^n - \lambda_2^n) & \frac{1}{2}(\lambda_1^n + \lambda_2^n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{ただし固有値 } \lambda_1 = \frac{2+\sqrt{2}}{4}, \lambda_2 = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$$

●  $S_{n-1} = A^{n-1} + A^{n-2} + \cdots + A + I$  を求める

$$AS_{n-1} = A^n + A^{n-1} + A^{n-2} + \cdots + A^2 + A$$

$$- \quad S_{n-1} = \quad \underline{A^{n-1} + A^{n-2} + \cdots + A^2 + A + I}$$

$$(A-I)S_{n-1} = A^n - I$$

$$S_{n-1} = (A-I)^{-1}(A^n - I)$$

$$S_{n-1} = \begin{pmatrix} 4(1-a-c) & 4(1-b-d) \\ 2(1-a-2c) & 2(2-b-2d) \end{pmatrix}$$

◆  $V(n) = A^n V(0) + S_{n-1} B$  に  $A^n, S_{n-1}$  を代入

出力電圧一般式

$$V_o(n) = \frac{1}{2} (\lambda_1^n + \lambda_2^n) V_o(0) + \frac{1}{\sqrt{2}} (\lambda_1^n - \lambda_2^n) V_1(0) \\ + \left( \frac{-2\sqrt{2}-3}{\sqrt{2}} \lambda_1^n - \frac{2\sqrt{2}-3}{\sqrt{2}} \lambda_2^n + 4 \right) V_{dd} \cdot \cdot \cdot \textcircled{7}$$

ノード電圧一般式

$$V_1(n) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\lambda_1^n - \lambda_2^n) V_o(0) + \frac{1}{2} (\lambda_1^n + \lambda_2^n) V_1(0) \\ + \left( \frac{-3-2\sqrt{2}}{2} \lambda_1^n + \frac{2\sqrt{2}-3}{2} \lambda_2^n + 3 \right) V_{dd} \cdot \cdot \cdot \textcircled{8}$$

ここで  $\lambda_1 = (2 + \sqrt{2})/4 < 1$ 、 $\lambda_2 = (2 - \sqrt{2})/4 < 1$

$\therefore n \rightarrow \infty$  のとき  $\lambda_1^n \rightarrow 0$ 、 $\lambda_2^n \rightarrow 0$

$\therefore V_o(\infty) = 4V_{dd}$ 、 $V_1(\infty) = 3V_{dd}$





- 状態方程式を用いて、  
3段チャージポンプ回路の出力電圧、  
ノード電圧の一般式を導出。
- 任意のN段のチャージポンプ回路にも  
同様な手法を適用可能。

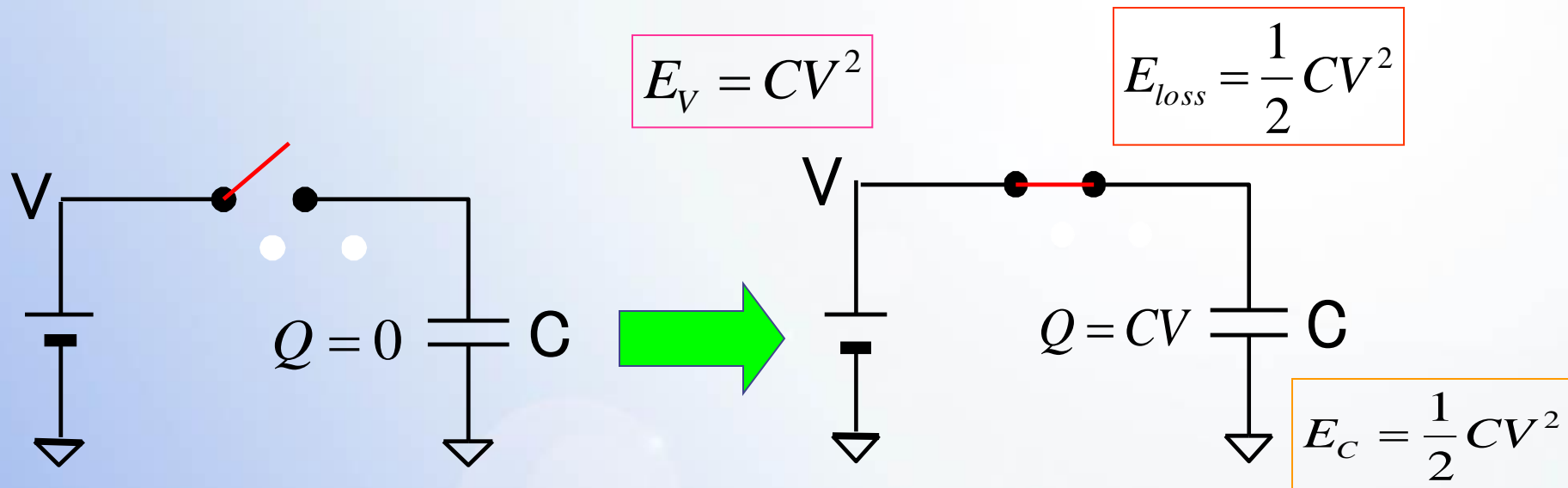


## 過渡状態でのエネルギー消費の考察

チャージポンプ回路の過渡状態で

- 入力電源V<sub>dd</sub>から供給されるエネルギー
  - 容量に蓄積されるエネルギー
  - スイッチで消費されるエネルギー
- との関係を調べる

# 容量Cに充電する場合の エネルギー消費



$$E_V = E_{loss} + E_C$$

$$E_{loss} = E_C$$



◆ Charge pump回路も、  
容量とスイッチから構成される。

入力電圧Vddから供給されるエネルギー  
= 容量Cに蓄積されるエネルギー +  
スイッチで消費されるエネルギー



容量Cに蓄積されるエネルギー =  
スイッチで消費されるエネルギー  
が成立することを確認する

エネルギー

①, 1サイクルでの

- 供給されるエネルギー
- 容量Cに蓄積される
- ロスされるエネルギー

②, 過渡状態での

”

を求める。

# ①1サイクルで入力電源Vddから供給されるエネルギー: $E_s(n)$

◆ 図2→図3の時クロックドライバから供給されるエネルギー  
 $V_{dd}(Q1(n) - Q1'(n)) + V_{dd}(Q3(n) - Q3'(n))$   
 $= C/2 V_{dd}[4V_{dd} - V_o(n)] \dots \textcircled{10}$

◆ 図3→図4の時  
 電源電圧Vddから供給されるエネルギー  
 $V_{dd}[CV_{dd} - Q1'(n)] = C/2 V_{dd}[3V_{dd} - V1(n)] \dots \textcircled{11}$

クロックドライバから供給されるエネルギー  
 $V_{dd}[Q2'(n) - Q2(n+1)] = C/4 V_{dd}[4V_{dd} - V_o(n)] \dots \textcircled{12}$

$\therefore E_s(n) = \textcircled{10} + \textcircled{11} + \textcircled{12} = C/4 V_{dd}[18V_{dd} - 2v1(n) - 3V_o(n)] \dots \textcircled{13}$

# ① 1サイクルで容量Cに蓄積されるエネルギー: $E_c(n+1) - E_c(n)$

◆ 図2の時にコンデンサに蓄積されるエネルギー

$$\begin{aligned} E_c(n) &= C/2 [V_{dd}^2 + (V_1(n) - V_{dd})^2 + V_1(n)^2 + V_o(n)^2] \\ &= C/2 [2V_1(n)^2 + 2V_{dd}^2 - 2V_1(n)V_{dd} + V_o(n)^2] \dots \textcircled{14} \end{aligned}$$

◆ 図4の時にコンデンサに蓄積されるエネルギー

$$\begin{aligned} E_c(n+1) &= C/2 [V_{dd}^2 + (V_1(n+1) - V_{dd})^2 \\ &\quad + V_1(n+1)^2 + V_o(n+1)^2] \\ &= C/16 [6V_1(n)^2 + 3V_o(n)^2 + 14V_{dd}^2 + 8V_1(n)V_o(n) \\ &\quad + 4V_o(n)V_{dd} + 4V_1(n)V_{dd}] \dots \textcircled{15} \end{aligned}$$

①1サイクルで容量Cに蓄積されるエネルギー: $E_c(n+1)-E_c(n)$

従って $E_c(n+1)-E_c(n)$

$$=C/16 [-10V_1(n)^2-5V_o(n)^2-2V_{dd}^2$$

$$+8V_1(n)V_o(n)+4V_o(n)V_{dd}+20V_1(n)V_{dd}]$$

・・・⑬

# ①1サイクルでスイッチで消費されるエネルギー: $E_{loss}(n)$

消費されるエネルギー = (電源電圧から供給されるエネルギー)  
− (容量Cに蓄積されるエネルギー)

$$\begin{aligned} E_{loss}(n) &= E_s(n) - [E_c(n+1) - E_c(n)] \\ &= C/16 [10V_1(n)^2 + 5V_o(n)^2 + 74V_{dd}^2 \\ &\quad - 8V_1(n)V_o(n) - 16V_o(n)V_{dd} \\ &\quad - 28V_1(n)V_{dd}] \dots \textcircled{17} \end{aligned}$$



## ②過渡状態で電源電圧から供給されるエネルギー: $E_s$

$$E_s = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^N E_s(n)$$

初期状態  $V_1(0) = 1/2 V_{dd}$ 、 $V_o(0) = 0$   
を考慮し⑦、⑧、⑬を代入。

$$E_s = 28.5 C V_{dd}^2$$

## ②過渡状態で容量Cに蓄積されるエネルギー： $E_c$

$$\diamond E_c = \lim_{n \rightarrow \infty} E_c(n)$$

ここで  $V_1(\infty) = 3V_{dd}$ ,  $V_o(\infty) = 4V_{dd}$  より

$E_c(n) = C/2 [2V_1(n)^2 + 2V_{dd}^2 - 2V_1(n)V_{dd} + V_o(n)^2]$  だから

$$E_c = C/2 (18V_{dd}^2 + 2V_{dd}^2 - 6V_{dd}^2 + 16V_{dd}^2)$$

$$E_c = 15CV_{dd}^2$$

## ②過渡状態でスイッチで消費されるエネルギー: $E_{loss}$

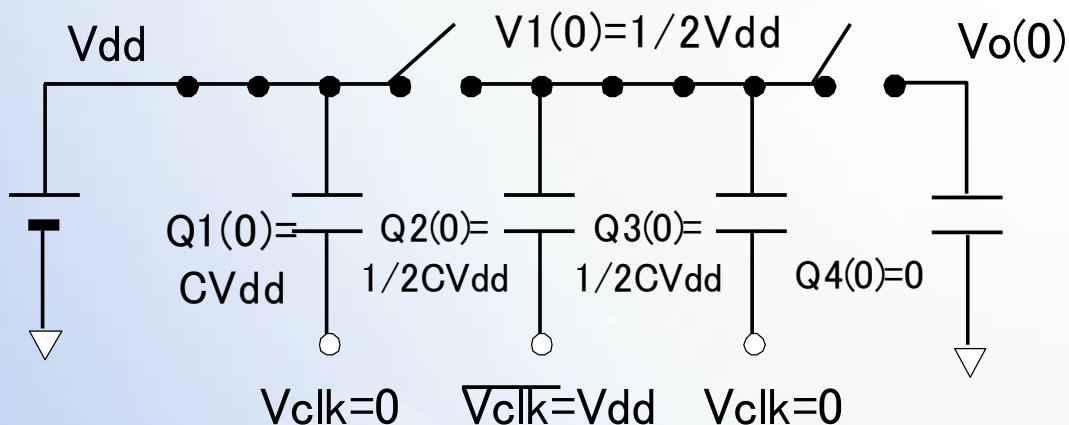
$$\diamond E_{loss} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^N E_{loss}(n)$$

供給されるエネルギーの時と同様にここで初期状態  
 $V_1(0) = 1/2 V_{dd}$ 、 $V_o(0) = 0$   
を考慮し⑦、⑧、⑰を代入すると

$$E_{loss} = 14.25 C V_{dd}^2$$



## 初期状態でのエネルギー



ここで初期状態で電源とクロックから供給されるエネルギー—  
 $E_s(0) = CV_{dd}^2 + 1/2 CV_{dd}^2 = 1.5 CV_{dd}^2$

また容量Cに蓄積されるエネルギー—

$$E_c(0) = C/2 [V_{dd}^2 + (1/2V_{dd})^2 + (1/2V_{dd})^2] = 0.75CV_{dd}^2$$

$$\therefore E_{loss} = 0.75CV_{dd}^2$$



まとめると

- ◆  $E_s + E_s(0) = (28.5 + 1.5)CV_{dd}^2$   
 $= 30 CV_{dd}^2$
- ◆  $E_c = 15 CV_{dd}^2$
- ◆  $E_{loss} + E_{loss}(0) = 15CV_{dd}^2$

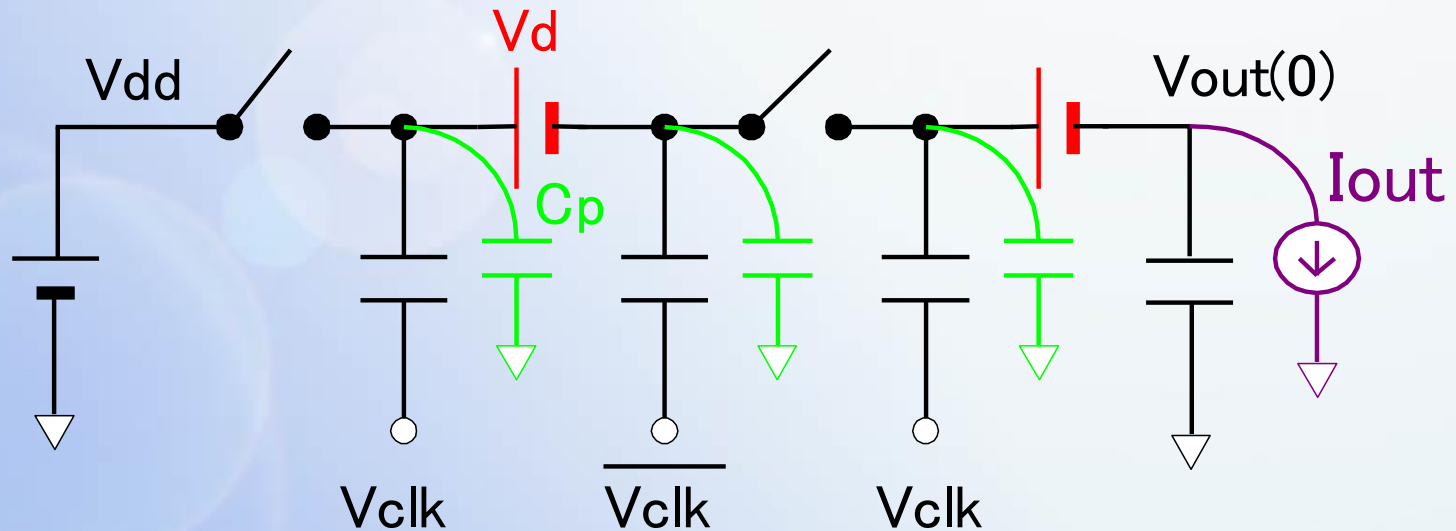
3段charge pump回路の場合も  
電源とクロックから供給されたエネルギーの  
半分がコンデンサに蓄積され、  
半分がスイッチで消費されることが確認できた。



## 今後の課題

## それぞれを考慮した場合の過渡解析

- ◆ 電圧ドロップ  $V_d$
- ◆ 寄生容量  $C_p$
- ◆ 出力電流  $I_{out}$



## それぞれを考慮した場合の定常解析

◆電圧ドロップ  $V_d$

◆寄生容量  $C_p$

◆出力電流  $I_{out}$

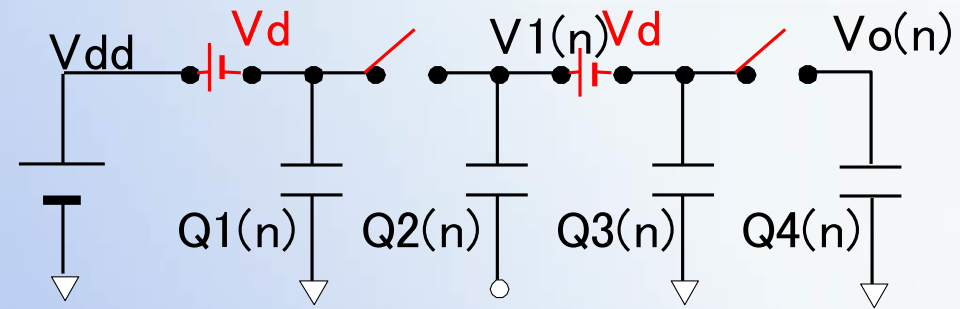


群馬大学

# 電圧ドロップを考慮した場合

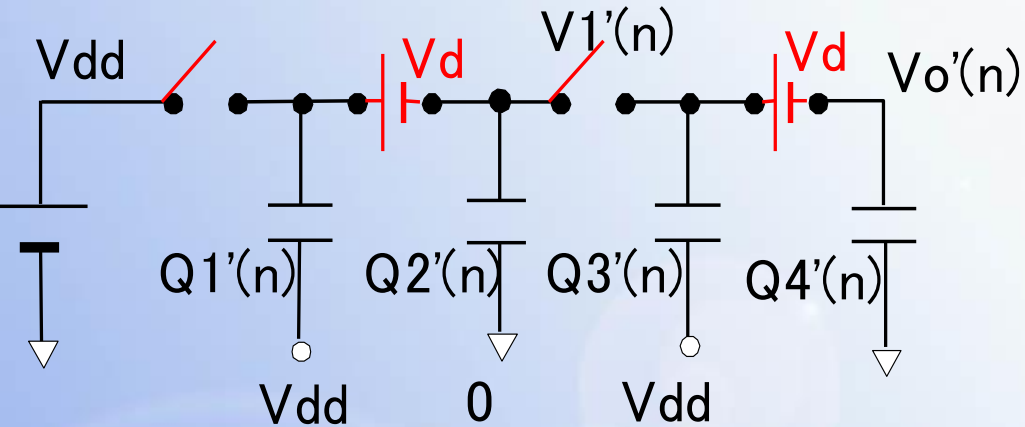


# 電圧ドロップVdを考慮したとき



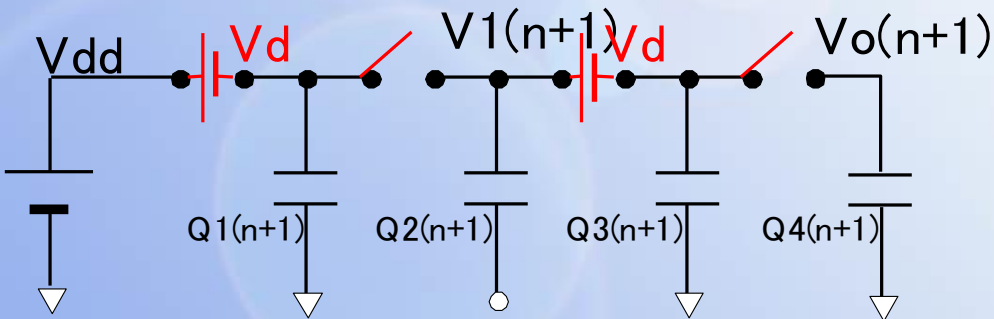
(状態1)

0 Vdd 0



(状態2)

0 Vdd 0



$$V1'(n) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{2} Vdd - Vd$$

$$Vo'(n) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{2} Vo(n) + \frac{1}{2} Vdd - Vd$$

$$V1(n+1) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{4} Vo(n) + \frac{1}{2} Vdd$$

$$Vo(n+1) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{2} Vo(n) + \frac{1}{2} Vdd - Vd$$

# 電圧ドロップ $V_d$ を考慮したとき

状態方程式

$$\begin{bmatrix} V1(n+1) \\ Vo(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1(n) \\ Vo(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vdd \\ Vd \end{bmatrix}$$

に $n \rightarrow \infty$ を代入

$$\begin{bmatrix} V1(\infty) \\ Vo(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1(\infty) \\ Vo(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vdd \\ Vd \end{bmatrix}$$

$$V(\infty) = AV(\infty) + B$$

$$V(\infty) = (I - A)^{-1} B$$

$$\therefore V1(\infty) = 3Vdd - 2Vd$$

$$Vo(\infty) = 4Vdd - 4Vd$$

# 電圧ドロップ $V_d$ を考慮したとき

定常状態における1サイクルでの

● 入力電源 $V_{dd}$ から供給されるエネルギー:

$$E_s(\infty) \quad E_s(\infty)=0$$

● 全容量に蓄積されるエネルギー:  $E_c(\infty)$

状態1の時  $E_{c1}(\infty)=15c(V_{dd}-V_d)^2$

状態2の時  $E_{c2}(\infty)=15c(V_{dd}-V_d)^2$

● ロスされるエネルギー:  $E_{loss}(\infty)$

$$E_{loss}(\infty) = [E_s(\infty) - \{E_{c2}(\infty) - E_{c1}(\infty)\}] \\ = 0$$

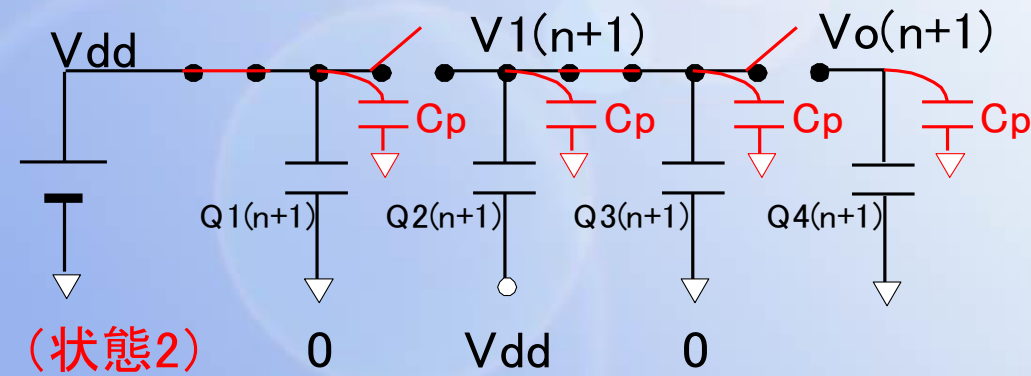
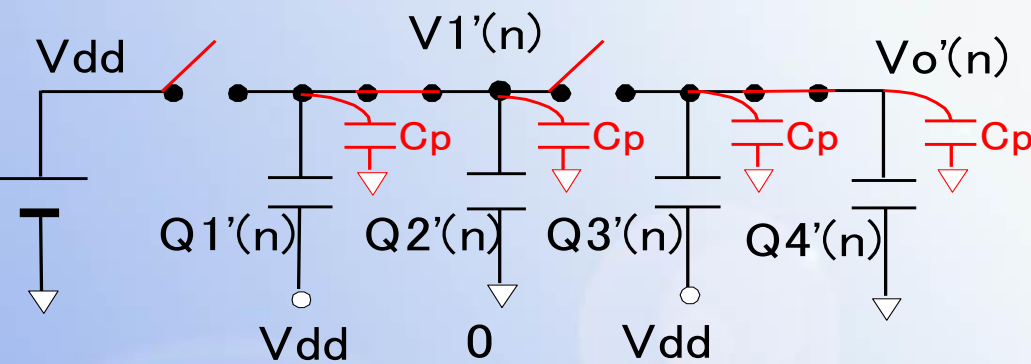
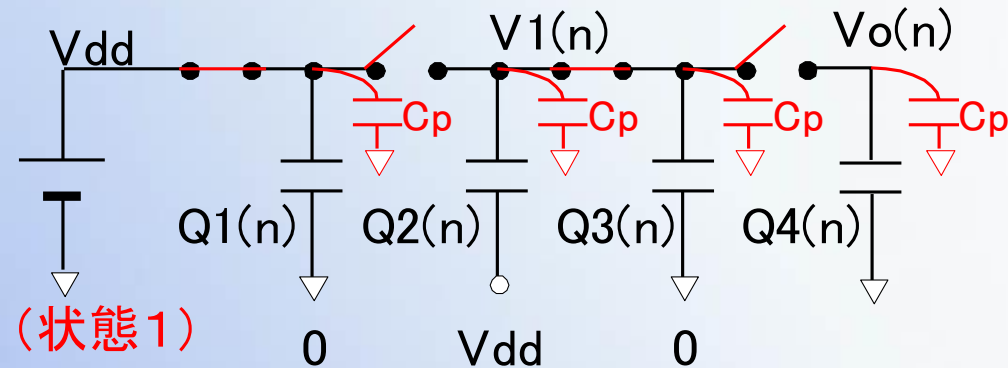
定常状態になると電荷の移動なし



群馬大学

# 寄生容量を考慮した場合

# 寄生容量Cpを考慮した場合



$$V1'(n) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{2} Vdd$$

$$Vo'(n) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{2} Vo(n) + \frac{1}{2} Vdd - \frac{Cp}{C + Cp} Vdd$$

$$V1(n+1) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{4} Vo(n) + \frac{1}{2} Vdd - \frac{1}{4} \frac{Cp}{C + Cp} Vdd$$

$$Vo(n+1) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{2} Vo(n) + \frac{1}{2} Vdd - \frac{1}{2} \frac{Cp}{C + Cp} Vdd$$



# 寄生容量 $C_p$ を考慮した場合

状態方程式

$$\begin{bmatrix} V1(n+1) \\ Vo(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1(n) \\ Vo(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C}{2(C+C_p)} V_{dd} \\ \frac{2C+C_p}{4(C+C_p)} V_{dd} \end{bmatrix}$$

から $n \rightarrow \infty$ として

$$\therefore V1(\infty) = \left(3 - \frac{2C_p}{C+C_p}\right)V_{dd}$$

$$Vo(\infty) = \left(4 - \frac{3C_p}{C+C_p}\right)V_{dd}$$

# 寄生容量 $C_p$ を考慮した場合

定常状態における1サイクルでの

- 入力電源 $V_{dd}$ から供給されるエネルギー:  $E_s(\infty)$

$$E_s(\infty) = \frac{3CC_p}{C + C_p} V_{dd}^2$$

- 全容量に蓄積されるエネルギー:  $E_c(\infty)$

$$\text{状態1の時 } E_{c1}(\infty) = \frac{1}{2(C + C_p)} (30C^2 + 21CC_p + 4C_p^2) V_{dd}^2$$

$$\text{状態2の時 } E_{c2}(\infty) = \frac{1}{2(C + C_p)} (30C^2 + 21CC_p + 4C_p^2) V_{dd}^2$$

- ロスされるエネルギー:  $E_{loss}(\infty)$

$$\begin{aligned} E_{loss}(\infty) &= [E_s(\infty) - \{E_{c2}(\infty) - E_{c1}(\infty)\}] \\ &= \frac{3CC_p}{C + C_p} V_{dd}^2 \end{aligned}$$

定常状態でも電荷の移動有り

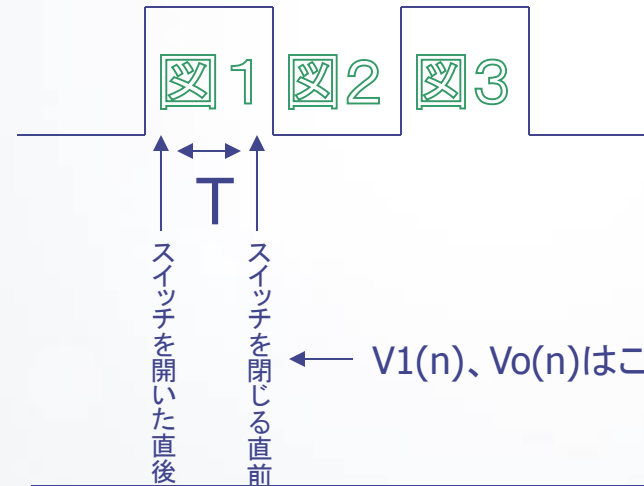
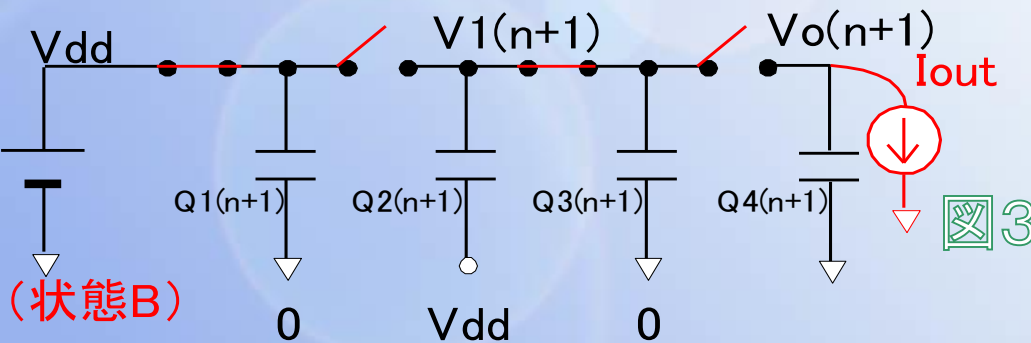
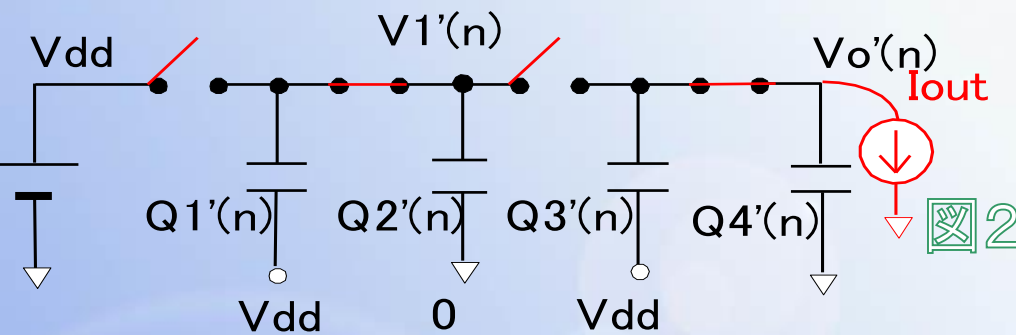
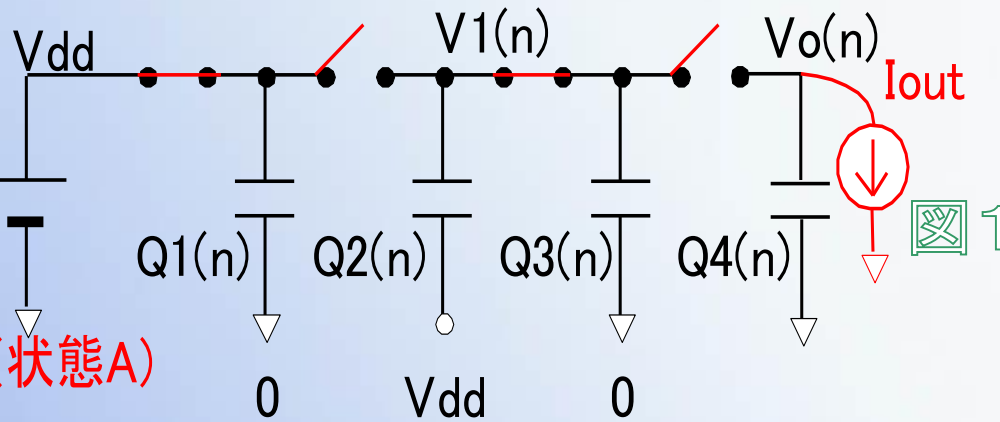


群馬大学

# 出力電流 $I_{out}$ を考慮した場合



# 出力電流Ioutを考慮した場合



← V1(n)、Vo(n)はこちらで定義

$$V1'(n) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{2} Vdd$$

$$Vo'(n) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{2} Vo(n) + \frac{1}{2} Vdd - \frac{1}{2} \frac{T \cdot Iout}{C}$$

$$V1(n+1) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{4} Vo(n) + \frac{1}{2} Vdd - \frac{1}{4} \frac{T \cdot Iout}{C}$$

$$Vo(n+1) = \frac{1}{2} V1(n) + \frac{1}{2} Vo(n) + \frac{1}{2} Vdd - \frac{3}{2} \frac{T \cdot Iout}{C}$$

# 出力電流 $I_{out}$ を考慮した場合

状態方程式

$$\begin{bmatrix} V1(n+1) \\ Vo(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1(n) \\ Vo(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vdd \\ \frac{T I_{out}}{C} \end{bmatrix}$$

から $n \rightarrow \infty$ として

$$\therefore V1(\infty) = 3Vdd - 4 \frac{T \cdot I_{out}}{C} Vdd$$

$$Vo(\infty) = 4Vdd - 7 \frac{T \cdot I_{out}}{C} Vdd$$

# 出力電流 $I_{out}$ を考慮した場合

定常状態における1サイクルでの

- 入力電源 $V_{dd}$ から供給されるエネルギー:  $E_s(\infty)$

$$E_s(\infty) = 8V_{dd} \cdot T \cdot I_{out}$$

- 全容量に蓄積されるエネルギー:  $E_c(\infty)$

$$\text{状態1の時 } E_{c1}(\infty) = \frac{1}{2} C \left\{ 30V_{dd}^2 - 96V_{dd} \frac{T \cdot I_{out}}{C} + 81 \left( \frac{T \cdot I_{out}}{C} \right)^2 \right\}$$

$$\text{状態2の時 } E_{c2}(\infty) = \frac{1}{2} C \left\{ 30V_{dd}^2 - 96V_{dd} \frac{T \cdot I_{out}}{C} + 81 \left( \frac{T \cdot I_{out}}{C} \right)^2 \right\}$$

- ロスされるエネルギー:  $E_{loss}(\infty)$

$$\begin{aligned} E_{loss}(\infty) &= [E_s(\infty) - \{E_{c2}(\infty) - E_{c1}(\infty)\}] \\ &= 8V_{dd} \cdot T \cdot I_{out} \end{aligned}$$

定常状態で電荷の移動有り

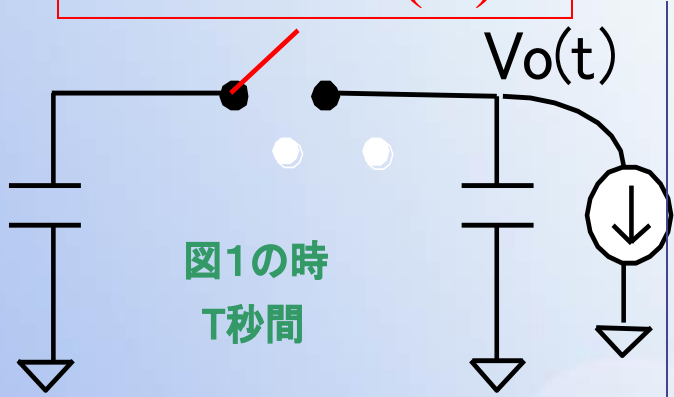
# 出力電流 $I_{out}$ を考慮した時の効率

$$E_{loss} = E_{load} + E_{swloss}$$

(ロスされるエネルギー) = (出力されるエネルギー) + (スイッチでロスされるエネルギー)

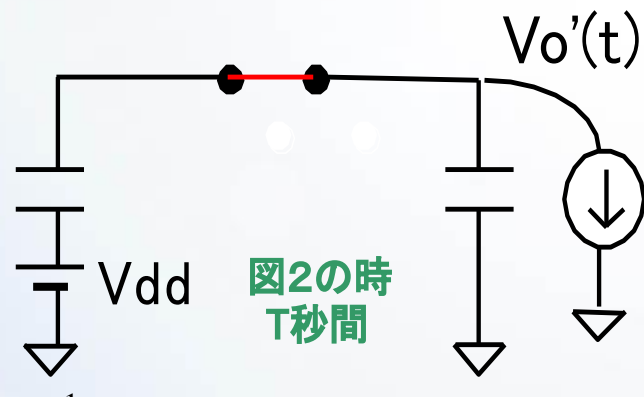
$$\text{効率} = \frac{E_{load}(\infty)}{E_s(\infty)}$$

$$(E_{load}(\infty) = I_{out} \int V_o(t) dt)$$



$$\frac{1}{2} c (V_o(\infty) + \frac{1}{c} T \cdot I_{out})^2 - \frac{1}{2} c V_o(\infty)^2$$

$$= 4V_{dd} \cdot T \cdot I_{out} - \frac{13 T^2 \cdot I_{out}^2}{2 c} \dots \textcircled{1}$$

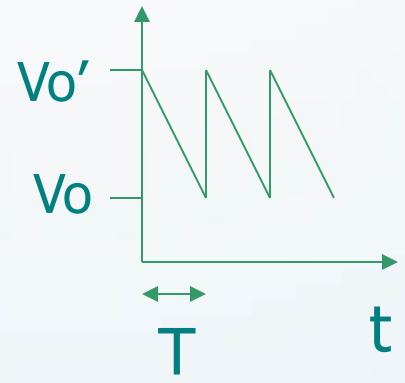


$$\frac{1}{2} (V_o' + V_o) \cdot T \cdot I_{out}$$

$$= 4V_{dd} \cdot T \cdot I_{out} - \frac{11 T^2 \cdot I_{out}^2}{2 c} \dots \textcircled{2}$$

$$E_{load}(\infty) = \textcircled{1} + \textcircled{2}$$

$$= 8V_{dd} \cdot T \cdot I_{out} - 12 \frac{T^2 \cdot I_{out}^2}{C}$$



$$\therefore (\text{効率}) = \frac{E_{load}(\infty)}{E_s(\infty)} = 1 - \frac{3 T \cdot I_{out}}{2 C \cdot V_{dd}}$$

(C → 大、Vdd → 大、T → 小、Iout → 小ならば高効率)



群馬大学

# 出力電流を考慮した場合の 効率についての一般性について

3段のチャージポンプ回路についての効率は

$$1 - 3A/2 \quad \left( \text{ただし } A = \frac{T \cdot I_{out}}{C \cdot V_{dd}} \right)$$

1～6段まで同様の計算をすると

1段	2段	3段	4段	5段	6段
1-A	1-4A/3	1-3A/2	1-8A/5	1-5A/3	1-12A/7

Aの係数に注目

$a_n$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{12}{7}$
$b_n$ ( $a_{n+1}$ と $a_n$ の差)		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{21}$
$C_n$ ( $= \frac{1}{b_n}$ )		3	6	10	15	21
$d_n$ ( $c_{n+1}$ と $c_n$ の差)			3	4	5	6



$$d_n = n + 2$$

$$c_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} d_k$$

$$= \frac{1}{2}(n+1)(n+2)$$

$$b_n = \frac{2}{(n+1)(n+2)}$$

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2}{(k+1)(k+2)} = \frac{2n}{n+1}$$

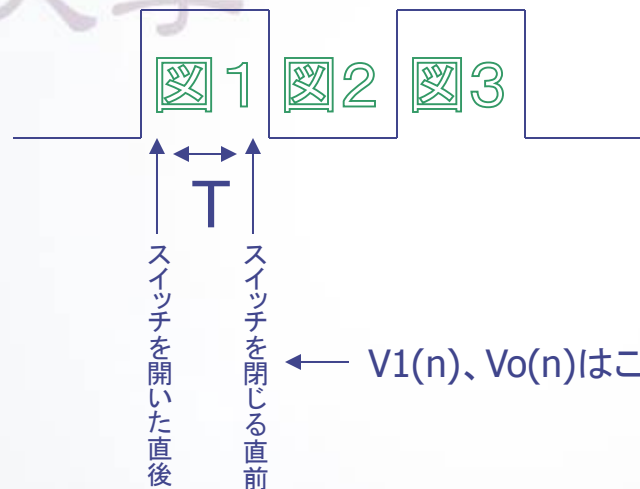
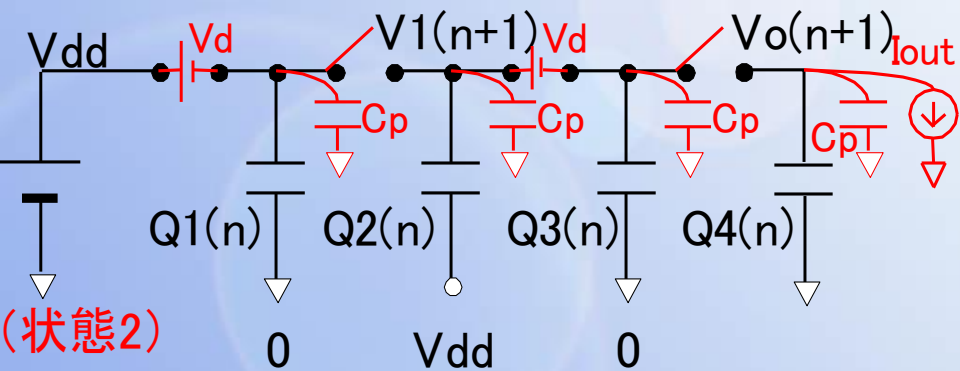
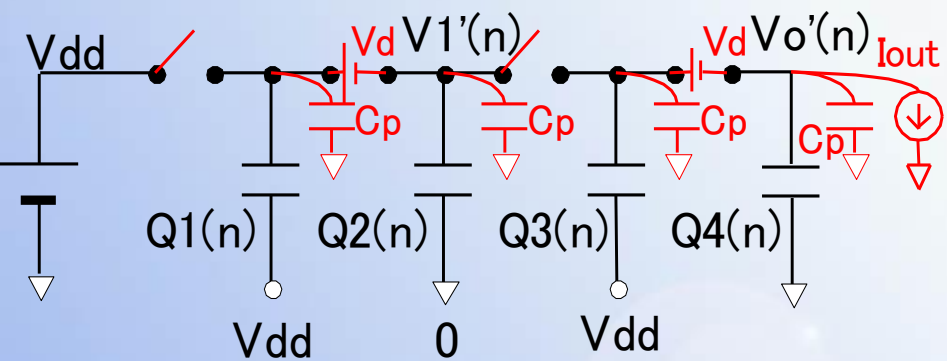
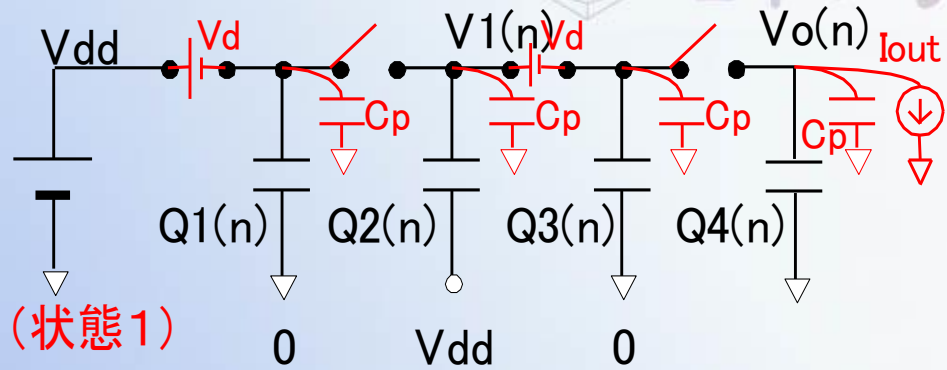
$$\therefore (\text{効率の一般式}) = 1 - \frac{2n}{n+1} \cdot A$$



群馬大学

電圧ドロップ、寄生容量、  
出力電流を全て考慮した  
場合

# Vd, Cp, Iout全てを考慮した場合



$$V1'(n) = \frac{1}{2} Vdd + \frac{1}{2} V1(n) - Vd \quad \dots \textcircled{1}$$

$$Vo'(n) = \frac{1}{2} Vo(n) + \frac{1}{2} V1(n) - Vd + \frac{CVdd}{2(C + Cp)} - \frac{Iout}{2(C + Cp)} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$V1(n+1) = \frac{1}{2} V1'(n) + \frac{1}{2} Vo'(n) + Vd \quad \dots \textcircled{3}$$

$$Vo(n+1) = Vo'(n) - \frac{Iout}{C + Cp} \quad \dots \textcircled{4}$$





## Vd, Cp, Iout全てを考慮した場合

①, ②, ③, ④で  $n \rightarrow \infty$  としてまとめると  
定常状態でのノード電圧と出力電圧

$$V1(\infty) = Vdd - 2Vd + 2 \frac{CVdd}{C + Cp} - 4 \frac{TIout}{C + Cp}$$

$$V1'(\infty) = Vdd - 2Vd + \frac{CVdd}{C + Cp} - 2 \frac{TIout}{C + Cp}$$

$$Vo(\infty) = Vdd - 4Vd + 3 \frac{CVdd}{C + Cp} - 7 \frac{TIout}{C + Cp}$$

$$Vo'(\infty) = Vdd - 4Vd + 3 \frac{CVdd}{C + Cp} - 6 \frac{TIout}{C + Cp}$$

が得られる。

# Vd, Cp, Iout全てを考慮した場合

$$\text{効率} = \frac{E_{load}(\infty)}{E_s(\infty)}$$

$$(E_{load}(\infty) = I_{out} \int V_o(t) dt)$$

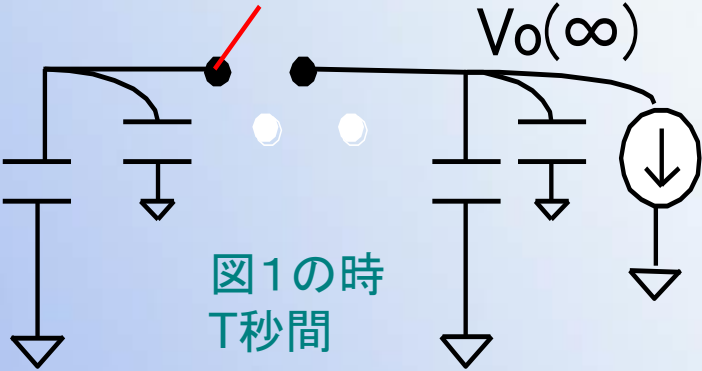


図1の時  
T秒間

$$\frac{1}{2} (2V_o(\infty) + \frac{TI_{out}}{C + C_p}) TI_{out}$$

... ⑤

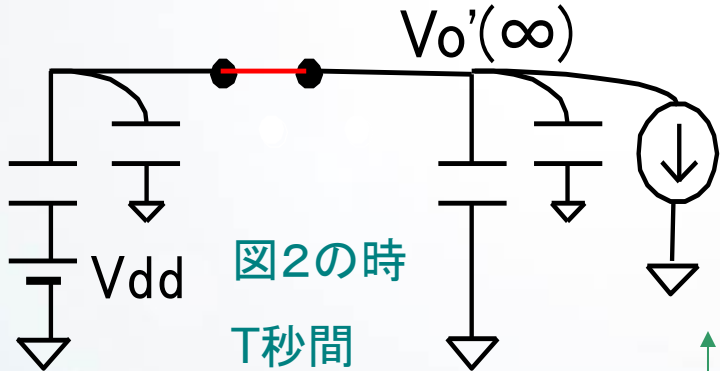
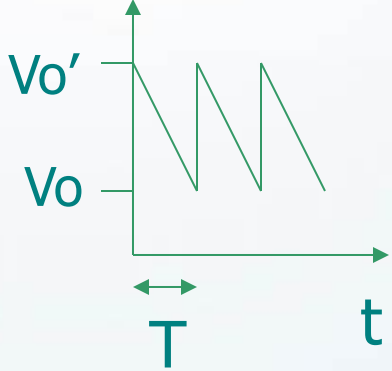


図2の時  
T秒間

$$\frac{1}{2} (2V_o'(\infty) + \frac{TI_{out}}{C + C_p}) TI_{out}$$

... ⑥



$$\therefore E_{load}(\infty) = \text{⑤} + \text{⑥} = (2V_{dd} - 8V_d + 6 \frac{CV_{dd}}{C + C_p} - 12 \frac{TI_{out}}{C + C_p}) TI_{out}$$

# Vd, Cp, Iout全てを考慮した場合

定常状態での供給されるエネルギー  $E_s(\infty)$

$n \rightarrow n'$ の時

クロックから入力されるエネルギー :

$$Vdd(Q1 - Q1') + Vdd(Q3 - Q3') = CVdd(2Vdd - 2\frac{CVdd}{C + Cp} + 4\frac{TIout}{C + Cp}) \dots \textcircled{7}$$

$n' \rightarrow n + 1$ の時

クロックから入力されるエネルギー :

$$Vdd(Q2' - Q2(n + 1)) = CVdd(Vdd - \frac{CVdd}{C + Cp} + 2\frac{TIout}{C + Cp}) \dots \textcircled{8}$$

電源電圧から入力されるエネルギー :

$$Vdd(Q1(n + 1) + Q5(n + 1) - Q1'(n) - Q5'(n)) = 2VddTIout \dots \textcircled{9}$$

$$\therefore E_s(\infty) = \textcircled{7} + \textcircled{8} + \textcircled{9} = \underline{3CVdd^2 - 3\frac{C^2Vdd^2}{C + Cp} + 6\frac{CVddTIout}{C + Cp} + 2VddTIout}$$

$$\therefore (\text{効率}) = \frac{E_{load}(\infty)}{E_s(\infty)}$$

$$= 1 - \frac{3CCpVdd^2 + 8(C + Cp)VdTIout + 12T^2Iout^2}{3CCpVdd^2 + 8CVddTIout + 2CpVddTIout}$$

( $Vd = Cp = 0$ とすると  $Iout$ のみを考慮した場合の効率に一致する。)



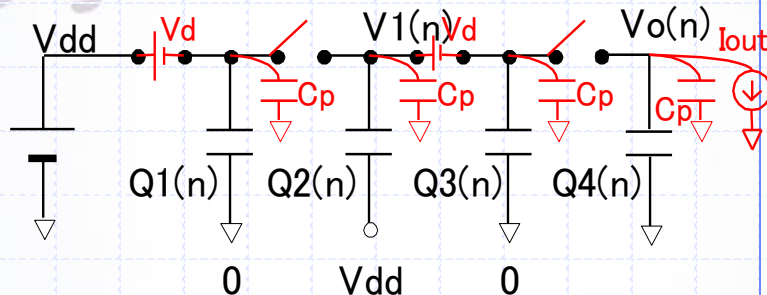
群馬大学

# Vd,Cp,Iout全てを考慮した場合の 効率の一般性について



3つを考慮した場合、3段では

$$(\text{効率}) = 1 - \frac{3CC_pV_{dd}^2 + 8(C + C_p)V_dT I_{out} + 12T^2 I_{out}^2}{3CC_pV_{dd}^2 + 8CV_{dd}T I_{out} + 2C_pV_{dd}T I_{out}}$$



同様の計算をすると

$$(\text{1段の効率}) = 1 - \frac{CC_pV_{dd}^2 + 4(C + C_p)V_dT I_{out} + 4T^2 I_{out}^2}{CC_pV_{dd}^2 + 4CV_{dd}T I_{out} + 2C_pV_{dd}T I_{out}}$$

$$(\text{2段の効率}) = 1 - \frac{2CC_pV_{dd}^2 + 6(C + C_p)V_dT I_{out} + 8T^2 I_{out}^2}{2CC_pV_{dd}^2 + 6CV_{dd}T I_{out} + 2C_pV_{dd}T I_{out}}$$

それぞれの項の係数を見ると次のような一般式が予想出来る。

電圧ドロップ $V_d$ , 寄生容量 $C_p$ , 出力電流 $I_{out}$ の全てを考慮した場合

**( $n$ 段チャージポンプ回路の効率)**

$$= 1 - \frac{nCC_pV_{dd}^2 + (2n + 2)(C + C_p)V_dT I_{out} + 4nT^2 I_{out}^2}{nCC_pV_{dd}^2 + (2n + 2)CV_{dd}T I_{out} + 2C_pV_{dd}T I_{out}}$$