電気学会 群馬・栃木支所 合同研究発表会
前橋工科大学
2016/3/1

ETT-16-21

波形サンプリング回路設計の本質的考察

Fundamental Design Consideration of Sampling Circuit

群馬大学 小林研究室
栗原 圭汰 小林謙介(技術コンサルタント)
新井美保 上森将文 小林 春夫

OUTLINE

■研究背景･目的

■サンプル･ホールド回路

■2つのS/H回路

●T/H回路

●インパルスサンプリング回路

■統一S/H回路の理論

■帯域一定下での最大SNRの条件

■まとめ

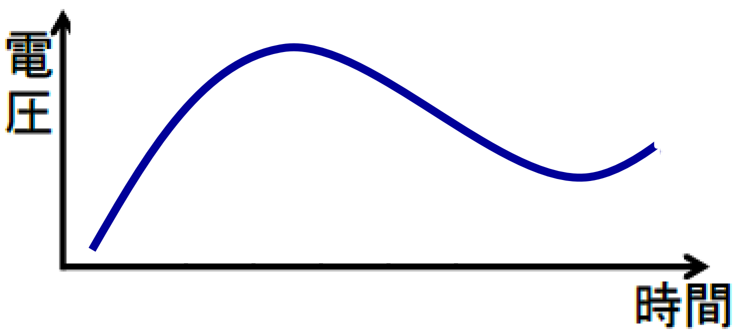
OUTLINE

- ■***研究背景・目的***
- ■サンプル・ホールド回路
- ■2つのS/H回路
  - ●T/H回路
  - ●インパルスサンプリング回路
- ■統一S/H回路の理論
- ■帯域一定下での最大SNRの条件
- ■まとめ

波形サンプリングとは

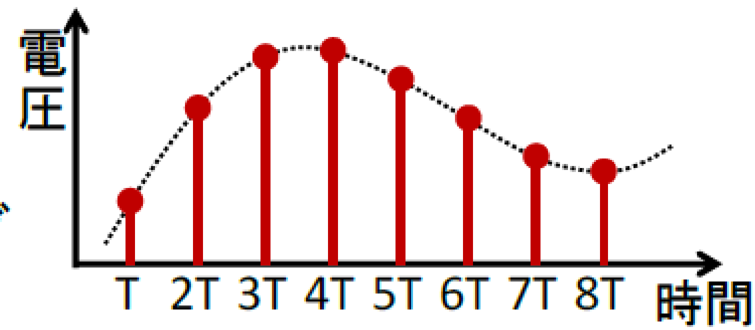
時間的にも
振幅的にも
連続的な信号

時間的に
離散的な信号



アナログ信号

サンプリング

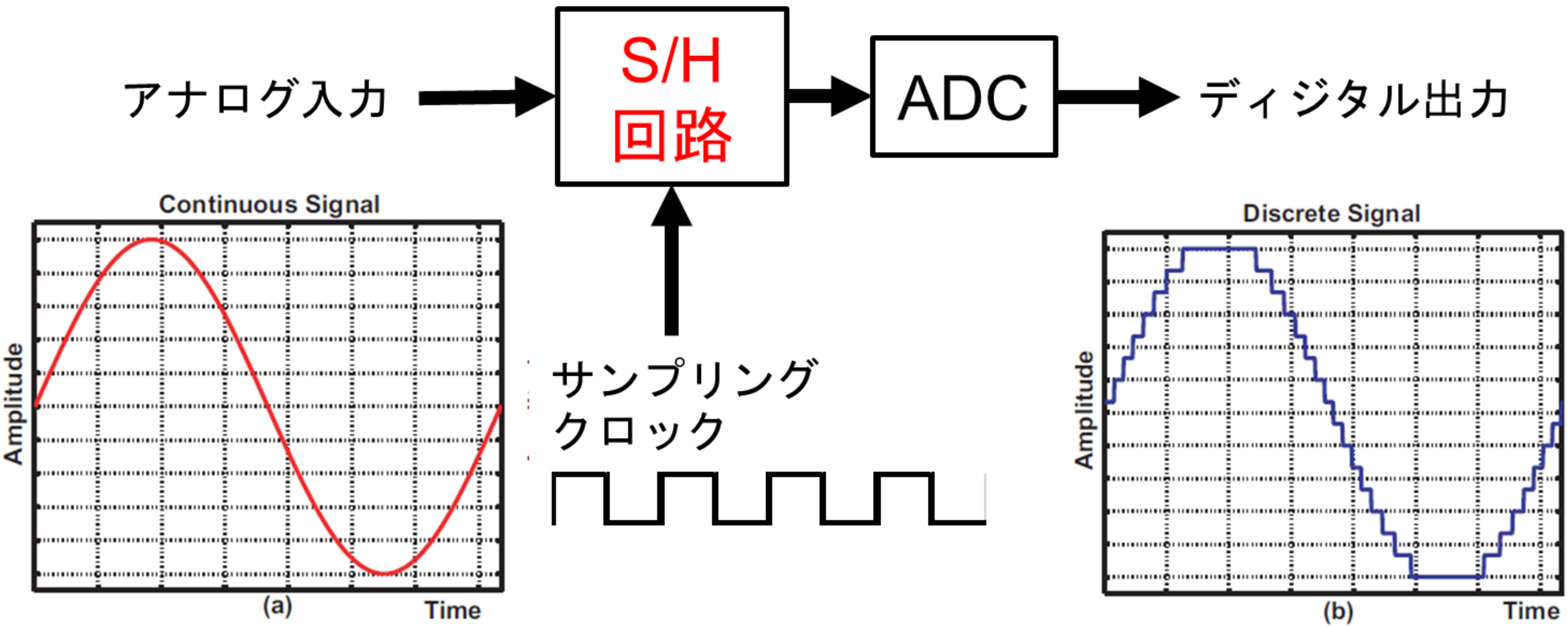


サンプル信号

一定時間毎に値を抜き取る

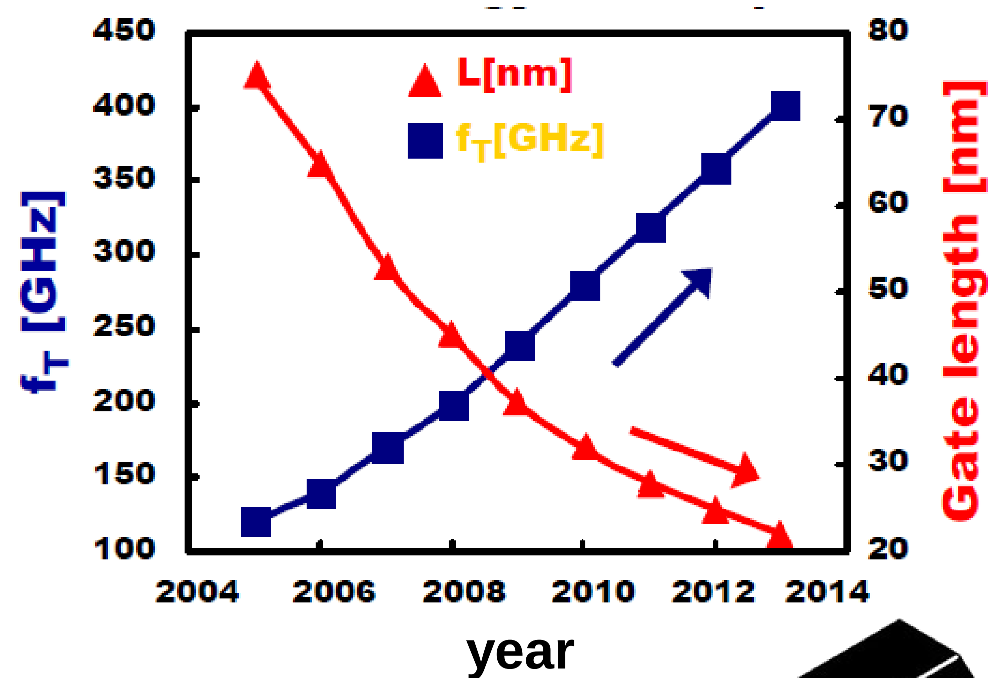
アナログ･ディジタル変換器

アナログ信号（電波、音声、電圧、電流等）を
ディジタル信号（0, 1, 1, 0, …）に変換



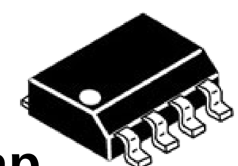
研究背景･目的

背景 CMOSプロセスの微細化
→ 信号の高周波化



課題 広帯域信号を高精度に取得

Technology Roadmap



目的 S/H回路の本質的トレードオフ

成果
- SNRが極大値を取る条件
- インパルスサンプリング回路のGB積がT/H回路の2.8倍

OUTLINE

■研究背景・目的

■***サンプル・ホールド回路***

■2つのS/H回路

- ●T/H回路
- ●インパルスサンプリング回路

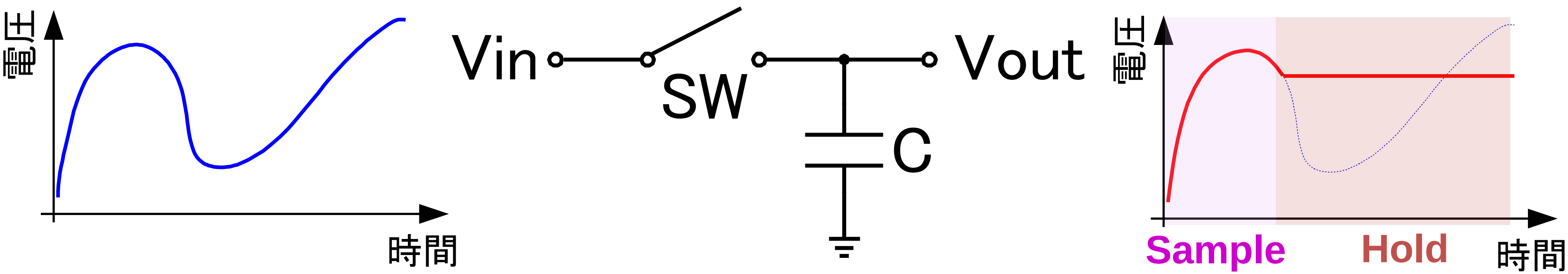
■統一S/H回路の理論

■帯域一定下での最大SNRの条件

■まとめ

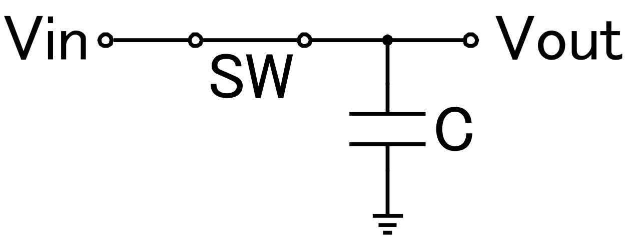
S/H回路の構成

■S/H回路の基本構成:スイッチと容量



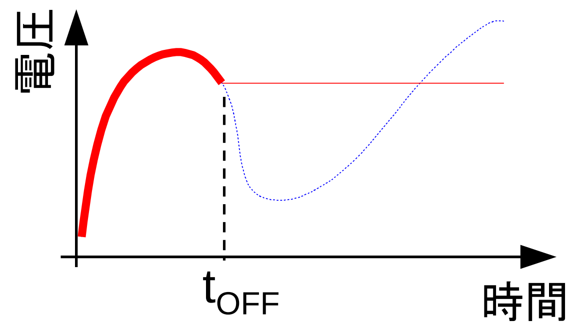
S/H回路の動作

•スイッチSWが**ON**の時

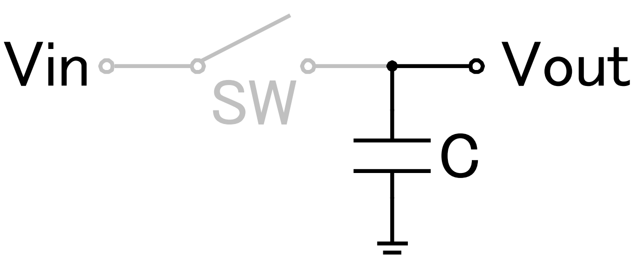


$$Vout(t) = Vin(t)$$

Sample動作

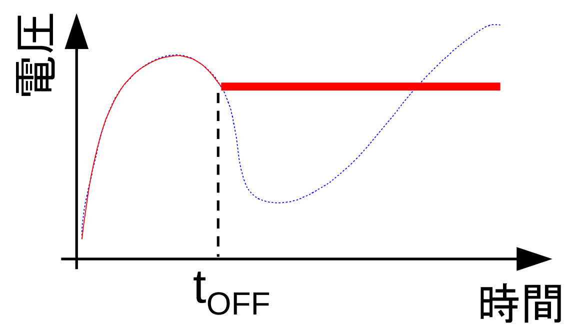


•スイッチSWが**OFF**の時

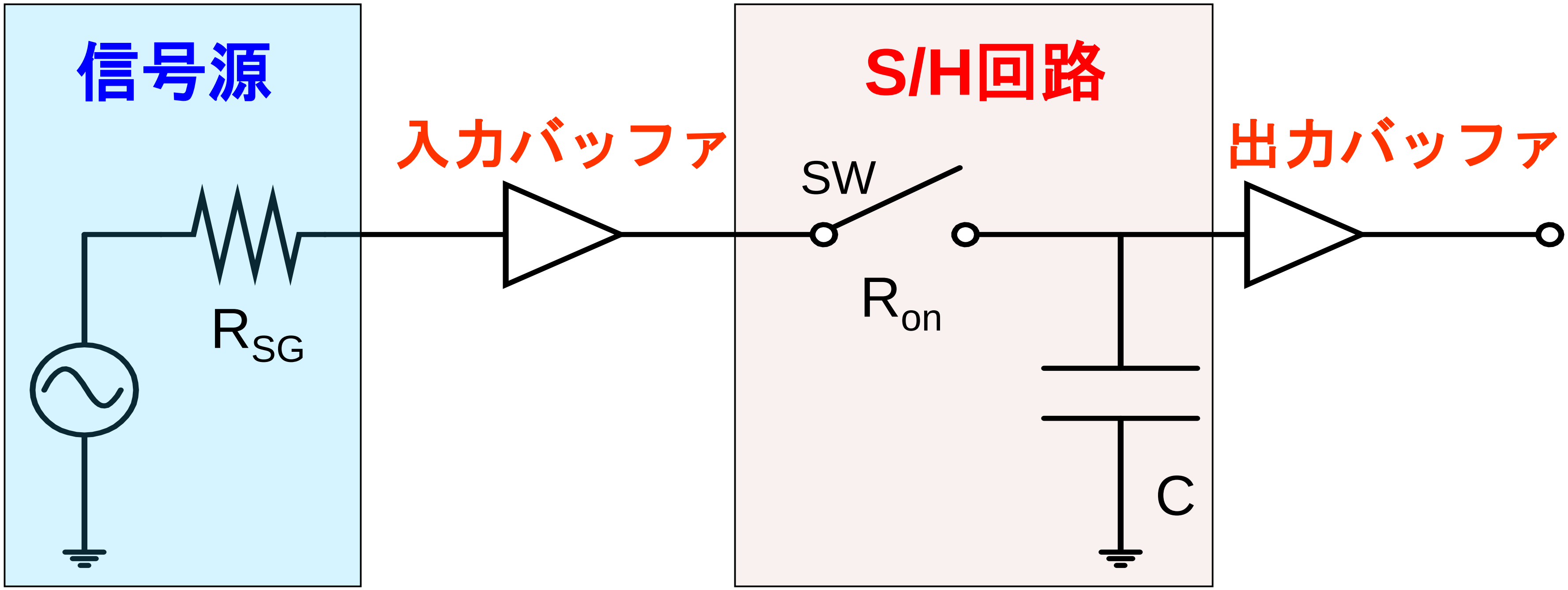


$$Vout(t) = Vin(t_{OFF})$$

Hold動作

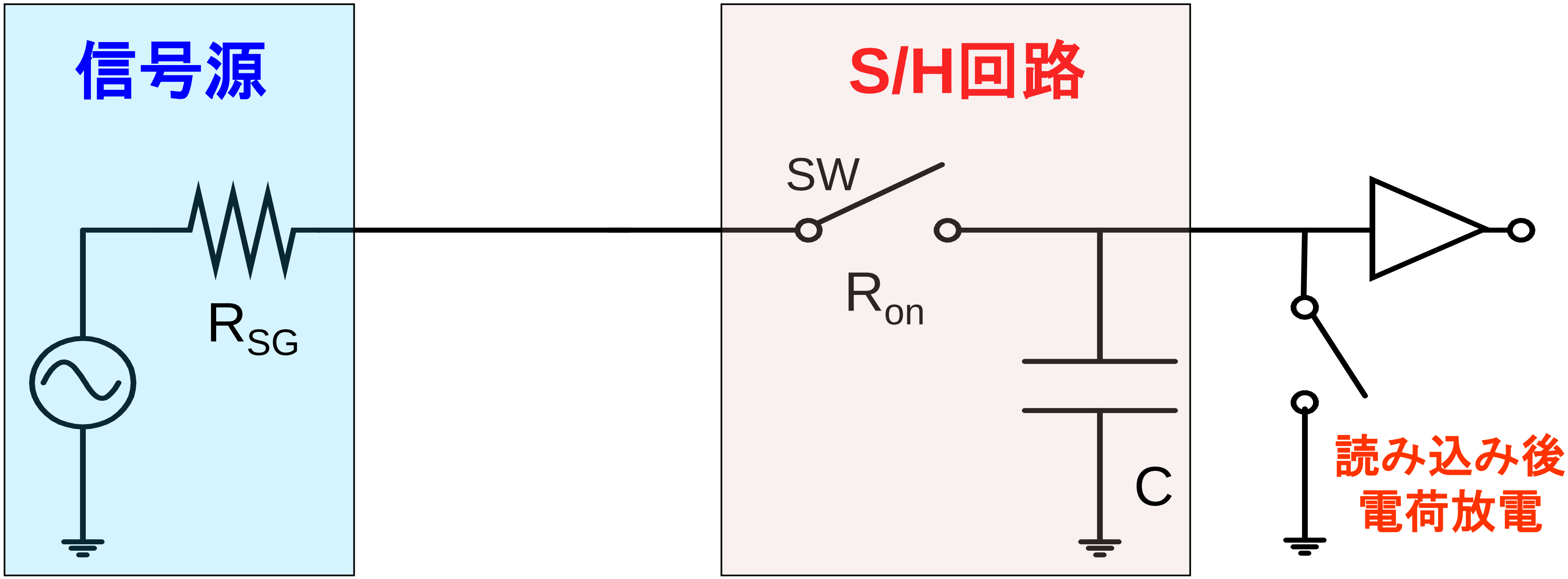


広帯域S/H回路の構成



広帯域化 ⇒ 入力バッファによる帯域制限

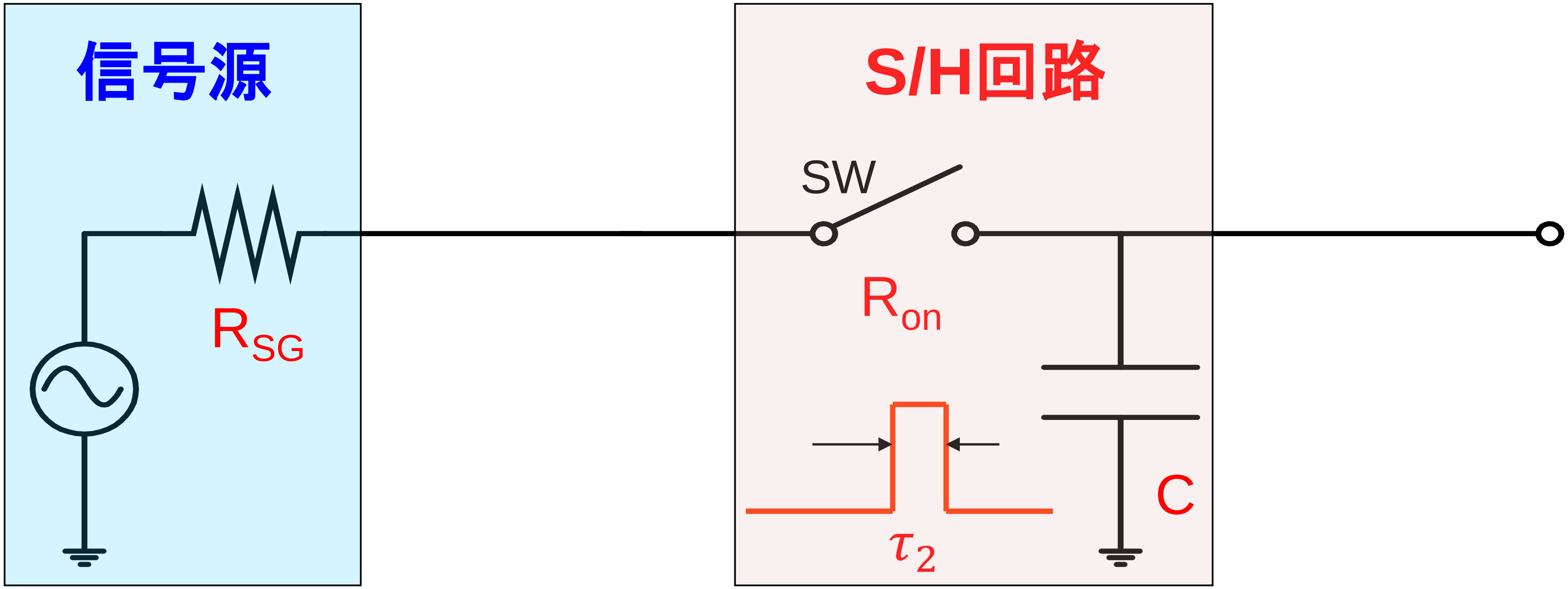
広帯域S/H回路の構成



広帯域化　⇒　入力バッファによる帯域制限

入力バッファを除いた構成

2つの時定数τ_1, τ_2



■S/H回路の時定数

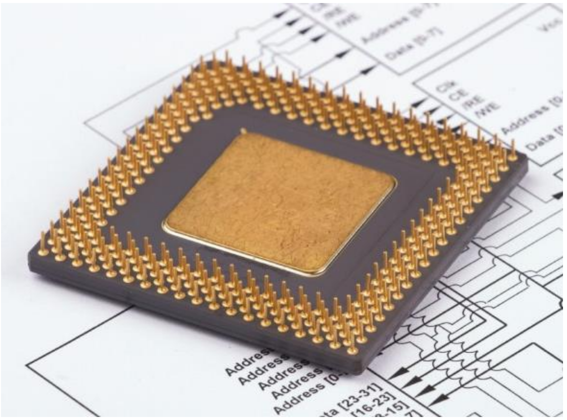
- τ_1 : 信号源の抵抗R_{SG}とスイッチのオン抵抗R_{on}の合成抵抗R(= 50 Ω)と容量Cから構成される時定数 RC
- τ_2 : スイッチング時間窓

OUTLINE

- ■研究背景・目的
- ■サンプル・ホールド回路
- ■***2つのS/H回路***
  - ●***T/H回路***
  - ●***インパルスサンプリング回路***
- ■統一S/H回路の理論
- ■帯域一定下での最大SNRの条件
- ■まとめ

2つのS/H回路

スイッチング時間窓が長い場合
トラックホールド回路



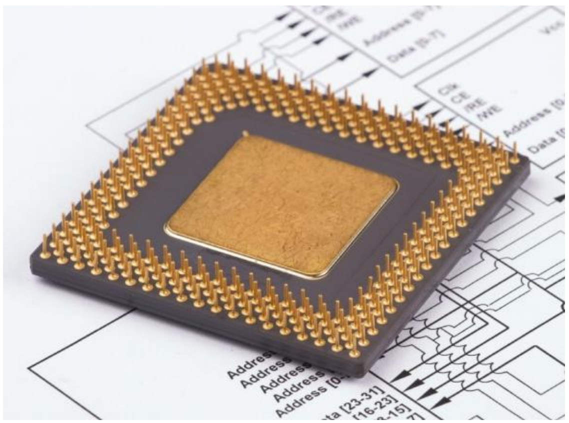
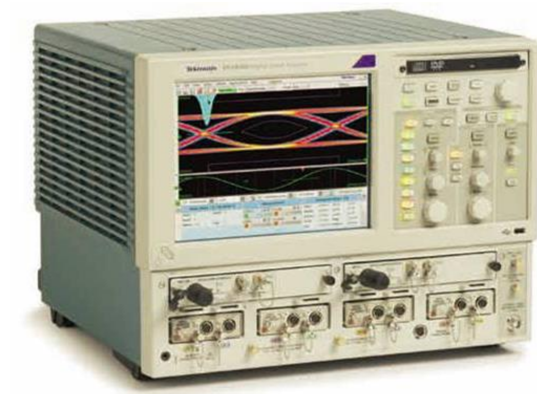
SoC上のADC

スイッチング時間窓が短い場合
インパルスサンプリング回路

サンプリングオシロスコープ

現在別々に
扱われている・・・

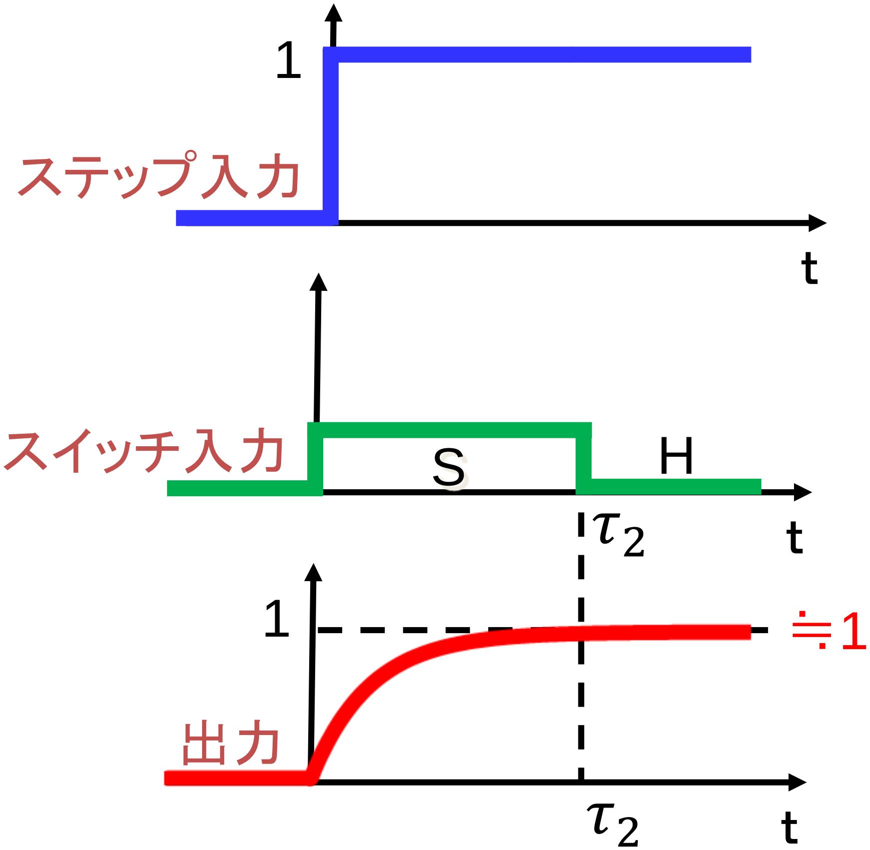
2つのS/H回路

スイッチング時間窓が長い場合 **トラックホールド回路**	スイッチング時間窓が短い場合 **インパルスサンプリング回路**
 SoC上のADC	 サンプリングオシロスコープ

統一理論

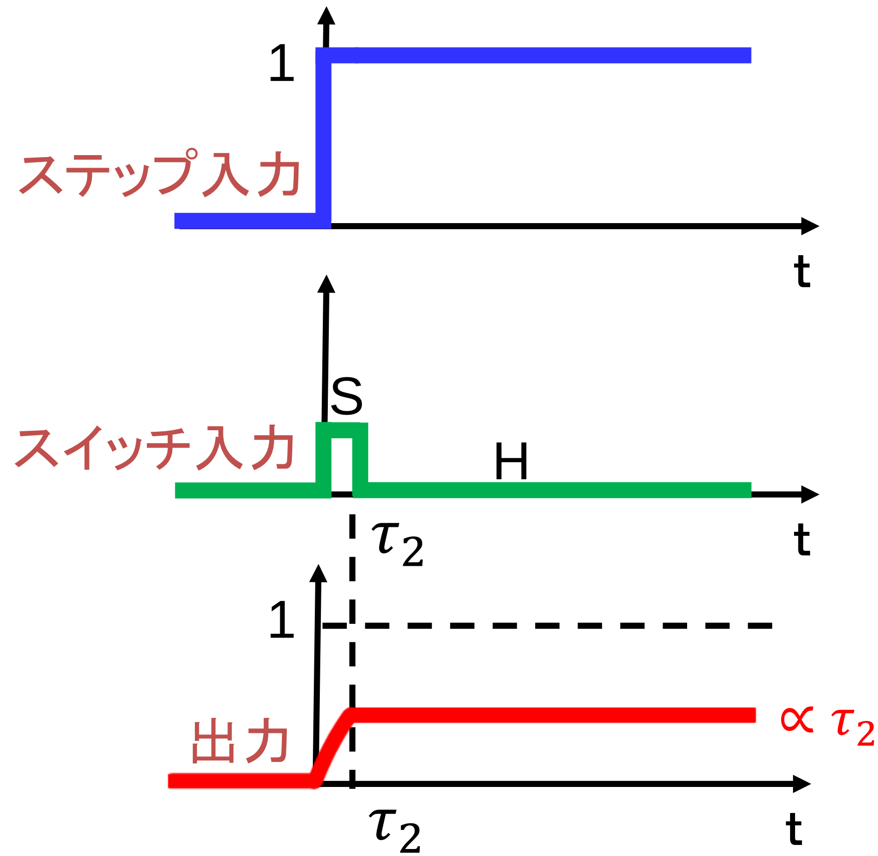
2つのS/H回路の動作

トラックホールド回路 $\tau_2 \gg \tau_1$



スイッチング時間窓が長い
→容量：完全充電
→出力信号成分：S≒1

インパルスサンプリング回路 $\tau_2 \ll \tau_1$

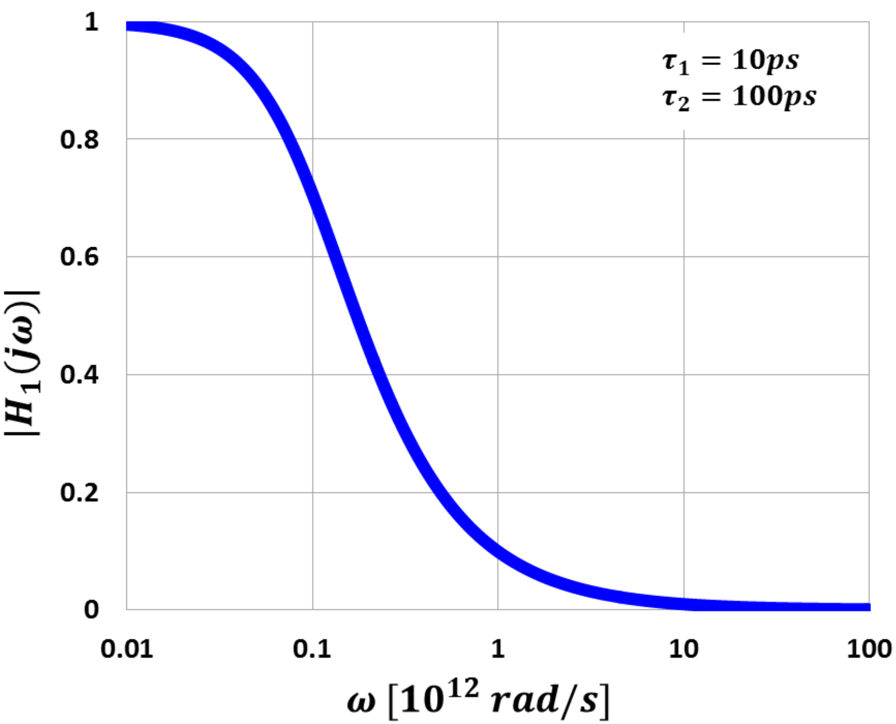


スイッチング時間窓が短い
→容量：不完全充電
→出力信号成分：S $\propto \tau_2$

2つのS/H回路の周波数伝達関数

トラックホールド回路 $\tau_2 \gg \tau_1$

$$H_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega}$$

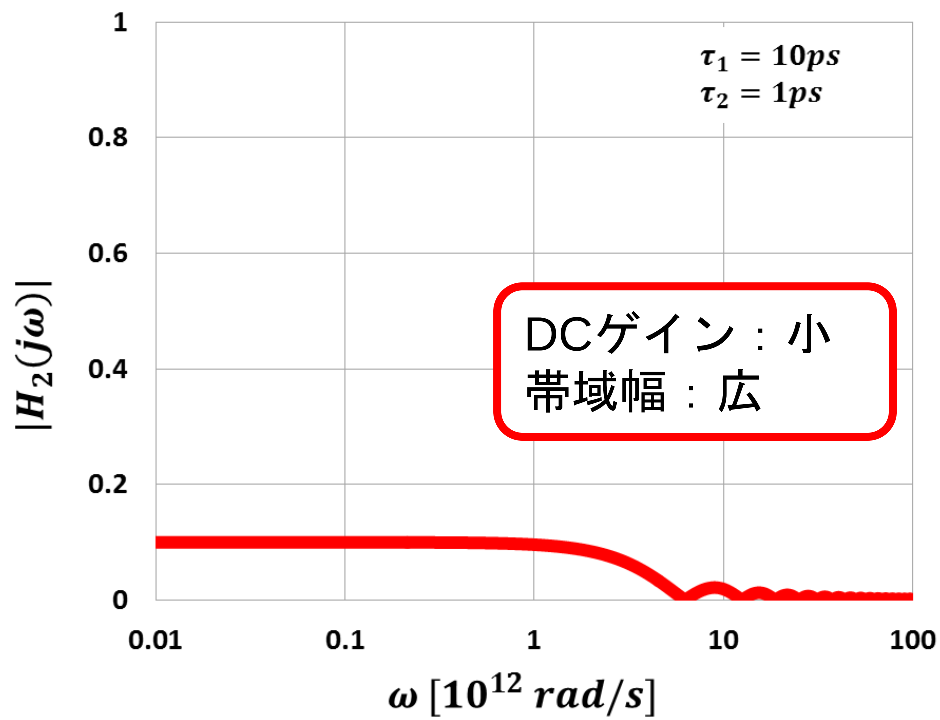


$$DC\ Gain_1 = 1$$

$$Bandwidth_1 = 1/\tau_1$$

インパルスサンプリング回路 $\tau_2 \ll \tau_1$

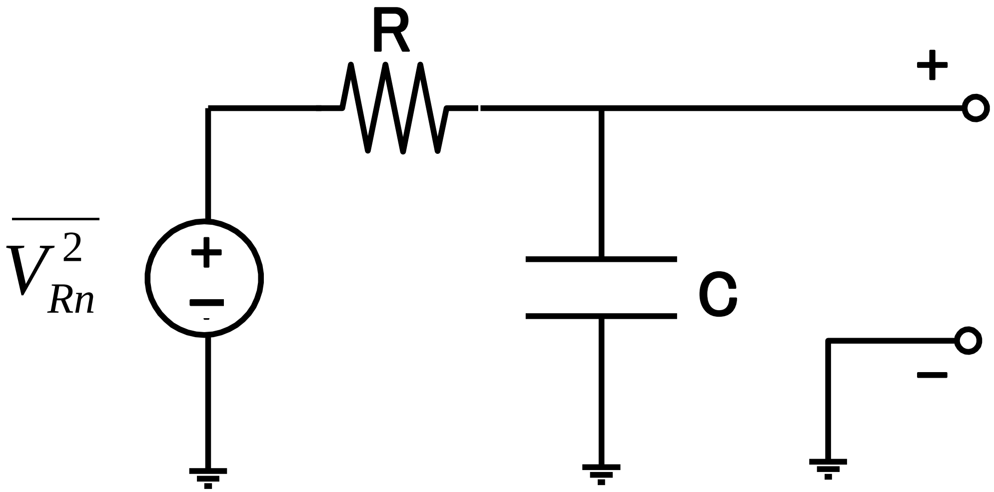
$$H_2(j\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} sinc\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega}$$



$$DC\ Gain_2 = \tau_2/\tau_1$$

$$Bandwidth_2 \approx 2.78/\tau_2$$

S/H回路での出力熱雑音



雑音パワー

$$P_{noise} = \int_0^{\infty} \frac{4k_BTR}{4\pi^2R^2C^2f^2+1}df = \frac{k_BT}{C} = \frac{k_BTR}{\tau_1}$$

広帯域化 (C：小) ⇒ P_{noise}：大

$k_B = 1.38\times10^{-23}\ \mathrm{JK^{-1}}$
$T = 300\ \mathrm{K}$
$R = 50\ \Omega$

帯域とSNRのトレードオフ

トラックホールド回路 $\tau_2 \gg \tau_1$

$$\mathrm{H}_1(j\omega) = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\tau_1\omega}$$

$$Bandwidth_1 = \frac{1}{\tau_1}$$

$$SNR_1 \propto \sqrt{\tau_1}$$

インパルスサンプリング回路 $\tau_2 \ll \tau_1$

$$\mathrm{H}_2(j\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} sinc\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega}$$

$$Bandwidth_2 \approx \frac{2.78}{\tau_2}$$

$$SNR_2 \propto \frac{\tau_2}{\sqrt{\tau_1}}$$

広帯域信号を**高精度**に取得するには
理論限界

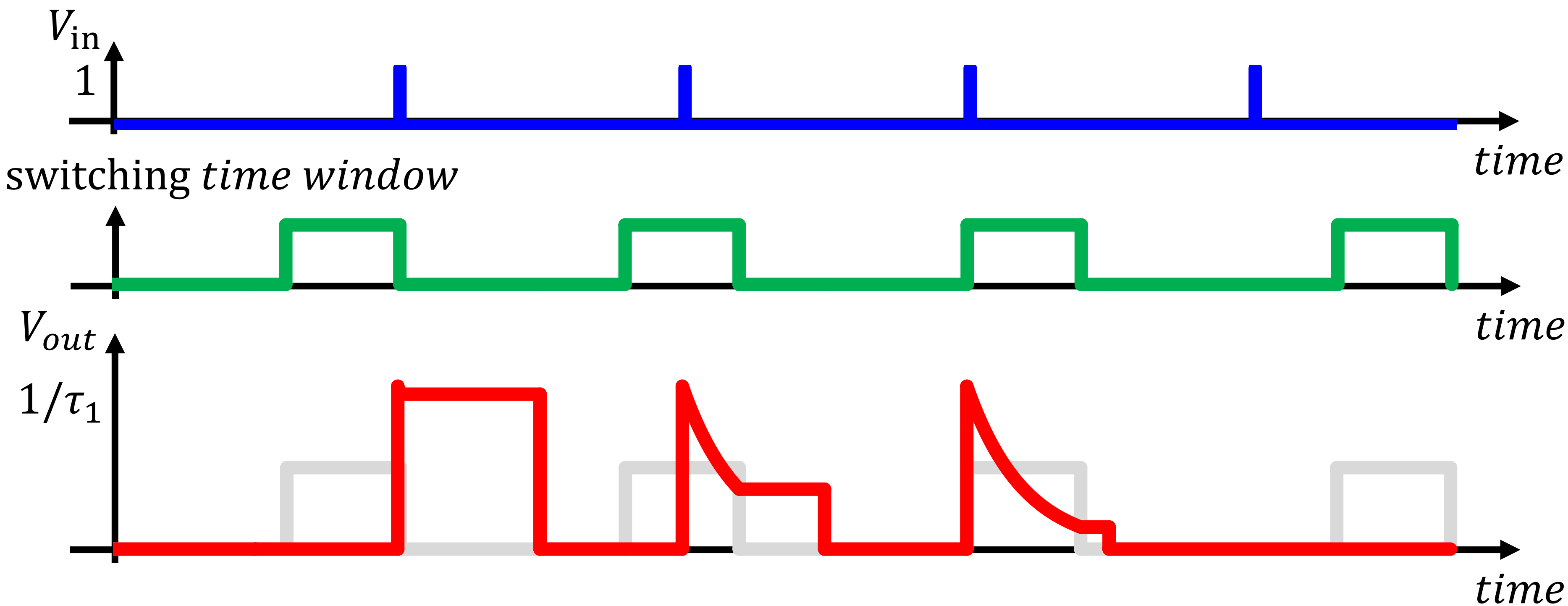
τ_1 ：ＲＣ積
τ_2 ：スイッチング時間窓

OUTLINE

- ■研究背景･目的
- ■サンプル･ホールド回路
- ■2つのS/H回路
  - ●T/H回路
  - ●インパルスサンプリング回路
- ■***統一S/H回路の理論***
- ■帯域一定下での最大SNRの条件
- ■まとめ

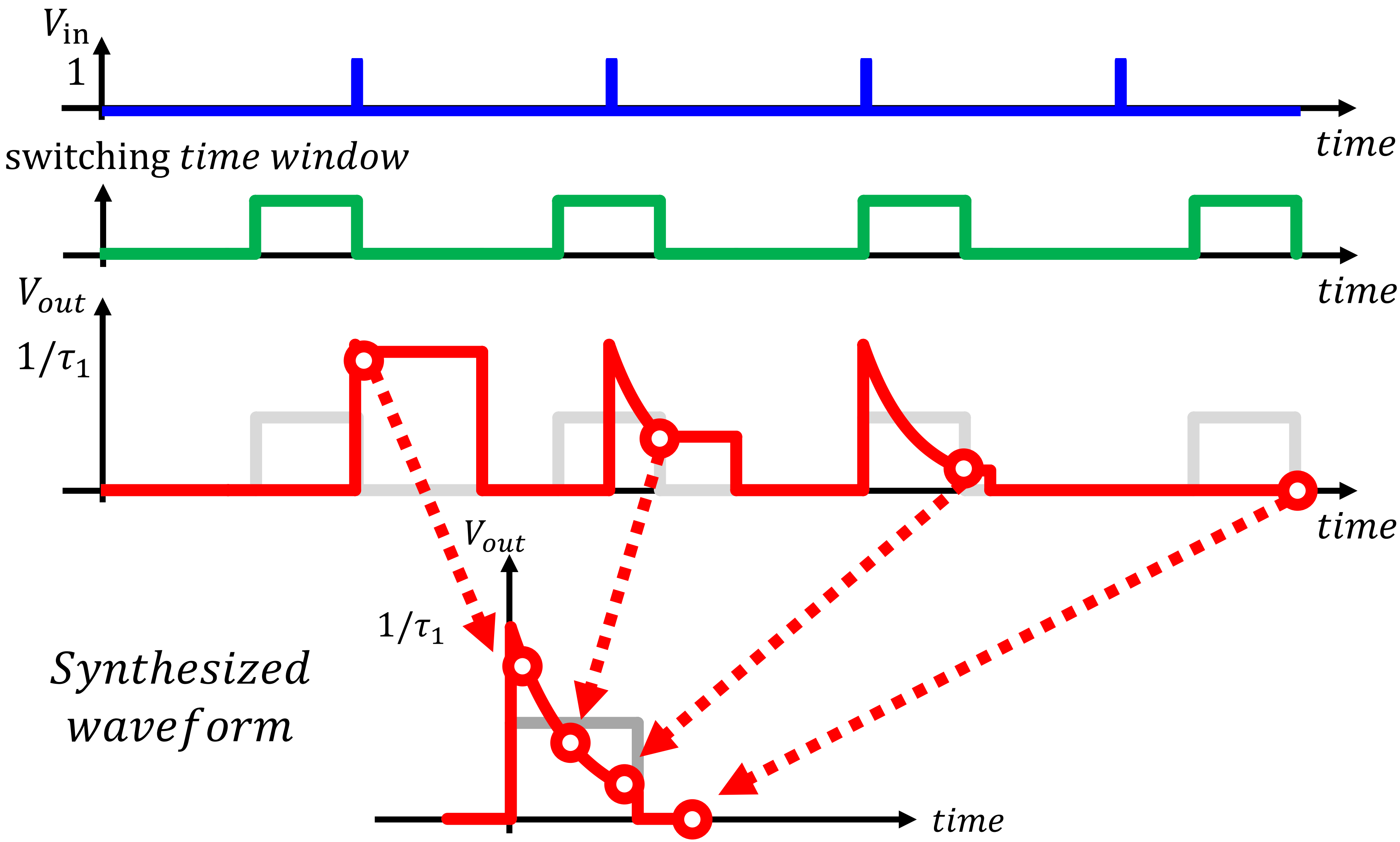
統一S/H回路の伝達関数の導出(1)

～等価時間サンプリングによるインパルス応答～



統一S/H回路の伝達関数の導出(1)

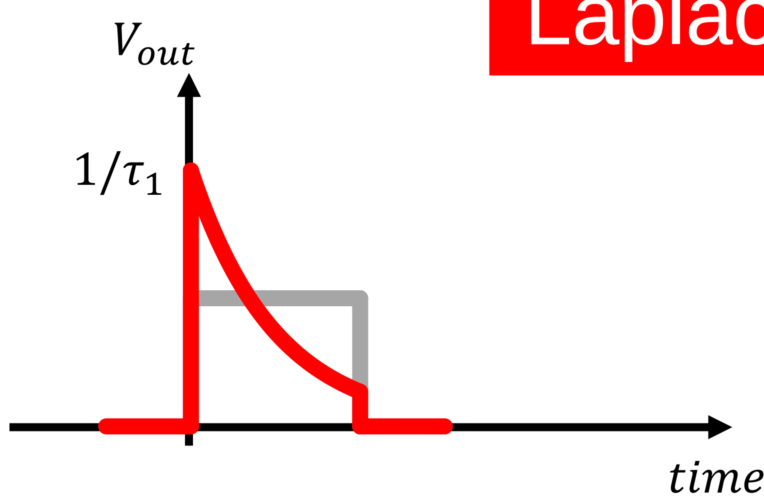
～等価時間サンプリングによるインパルス応答～



統一S/H回路の伝達関数の導出(2)

～出力波形のラプラス変換～

$$h(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1/\tau_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} & (0 \leq t < \tau_2) \\ 0 & (\tau_2 \leq t) \end{cases}$$



Laplace

$$\mathrm{H}_3(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$= \int_0^{\tau_2} \frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{1}{\tau_1}t} e^{-j\omega t} dt$$

$$= \frac{1}{\tau_1} \int_0^{\tau_2} e^{-\left(\frac{1}{\tau_1}+j\omega\right)t} dt$$

$$= -\frac{1}{\tau_1} \frac{1}{\frac{1}{\tau_1} + j\omega} \left[e^{-\left(\frac{1}{\tau_1}+j\omega\right)t} \right]_0^{\tau_2}$$

$$= \frac{1}{1 + j\tau_1\omega} \left\{ 1 - e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}(1+j\tau_1\omega)} \right\}$$

統一S/H回路
の伝達関数

統一S/H回路の伝達関数の極限

統一理論式

$$\mathrm{H}_3(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{1+\mathrm{j}\tau_1\omega}\left\{1 - e^{-(1+j\tau_1\omega)\frac{\tau_2}{\tau_1}}\right\}$$

$\tau_2 \gg \tau_1$

$$\lim_{\frac{\tau_2}{\tau_1}\to\infty} H_3(j\omega) = \frac{1}{1+\mathrm{j}\tau_1\omega} = H_1(j\omega)$$

(T/H回路)

$\tau_2 \ll \tau_1$

$$\lim_{\frac{\tau_2}{\tau_1}\to 0} H_3(j\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} sinc\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega} = H_2(j\omega)$$

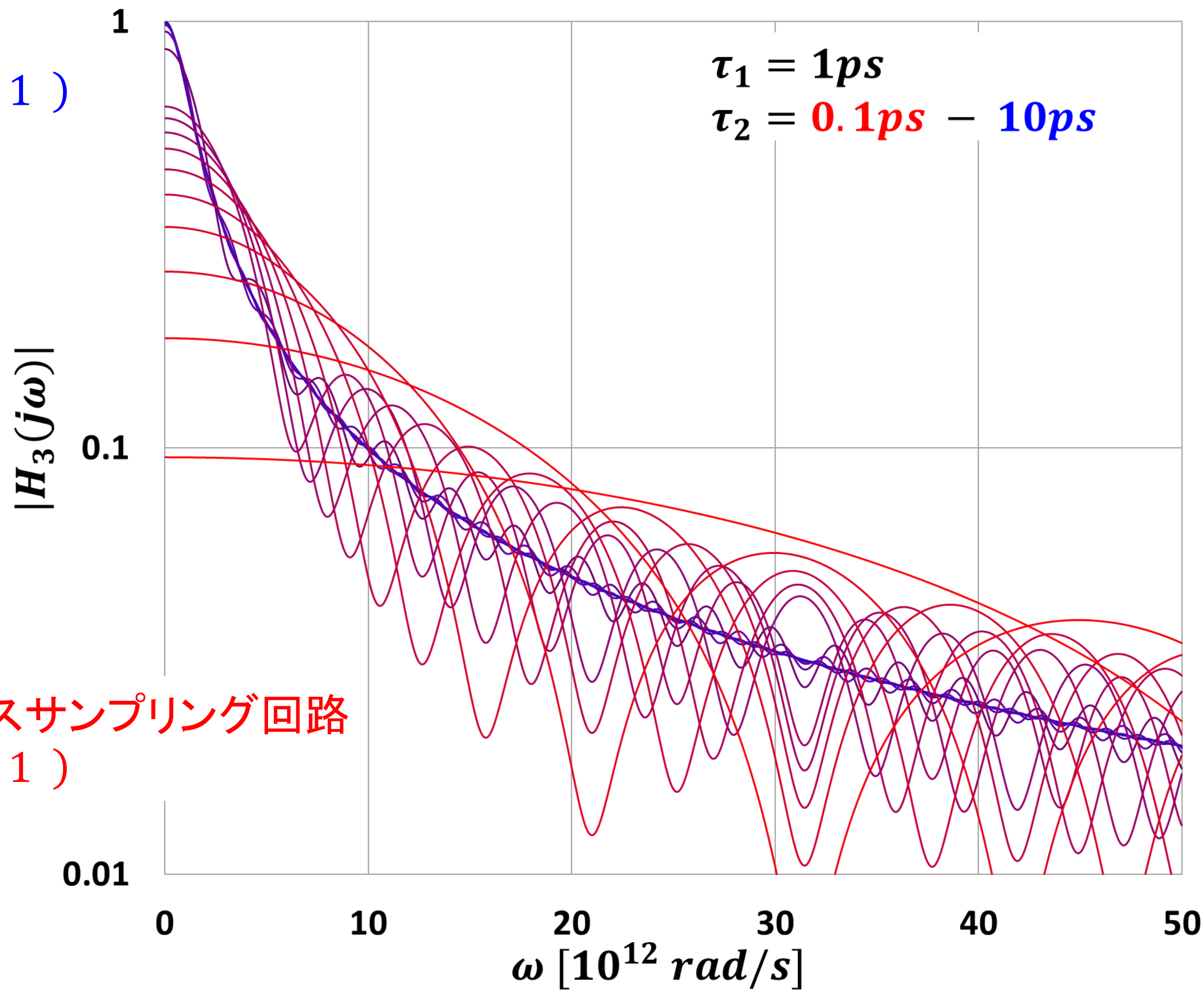
$\tau_1\omega \gg 1$

(インパルスサンプリング回路)

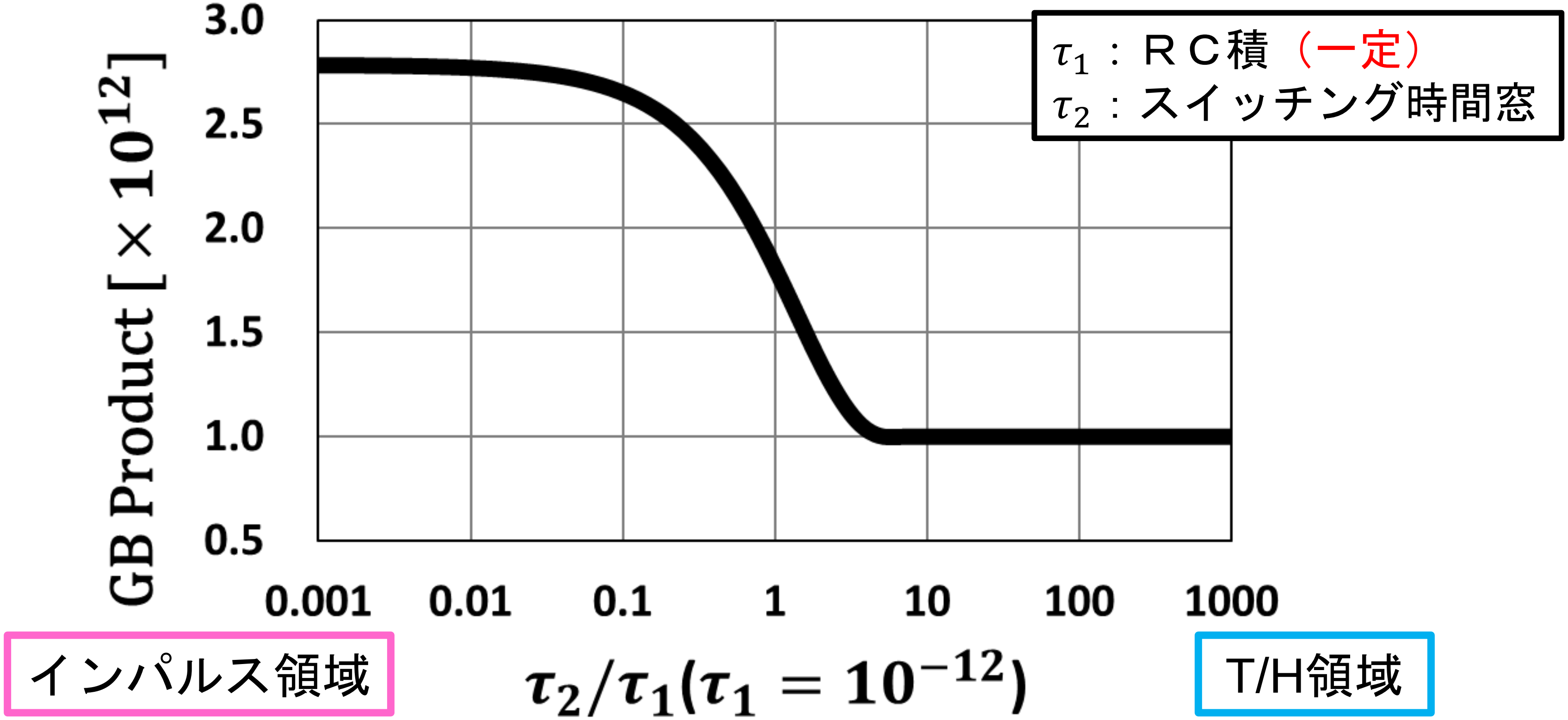
統一S/H回路のゲイン-周波数特性

T/H回路
$(\tau_2/\tau_1 \gg 1)$

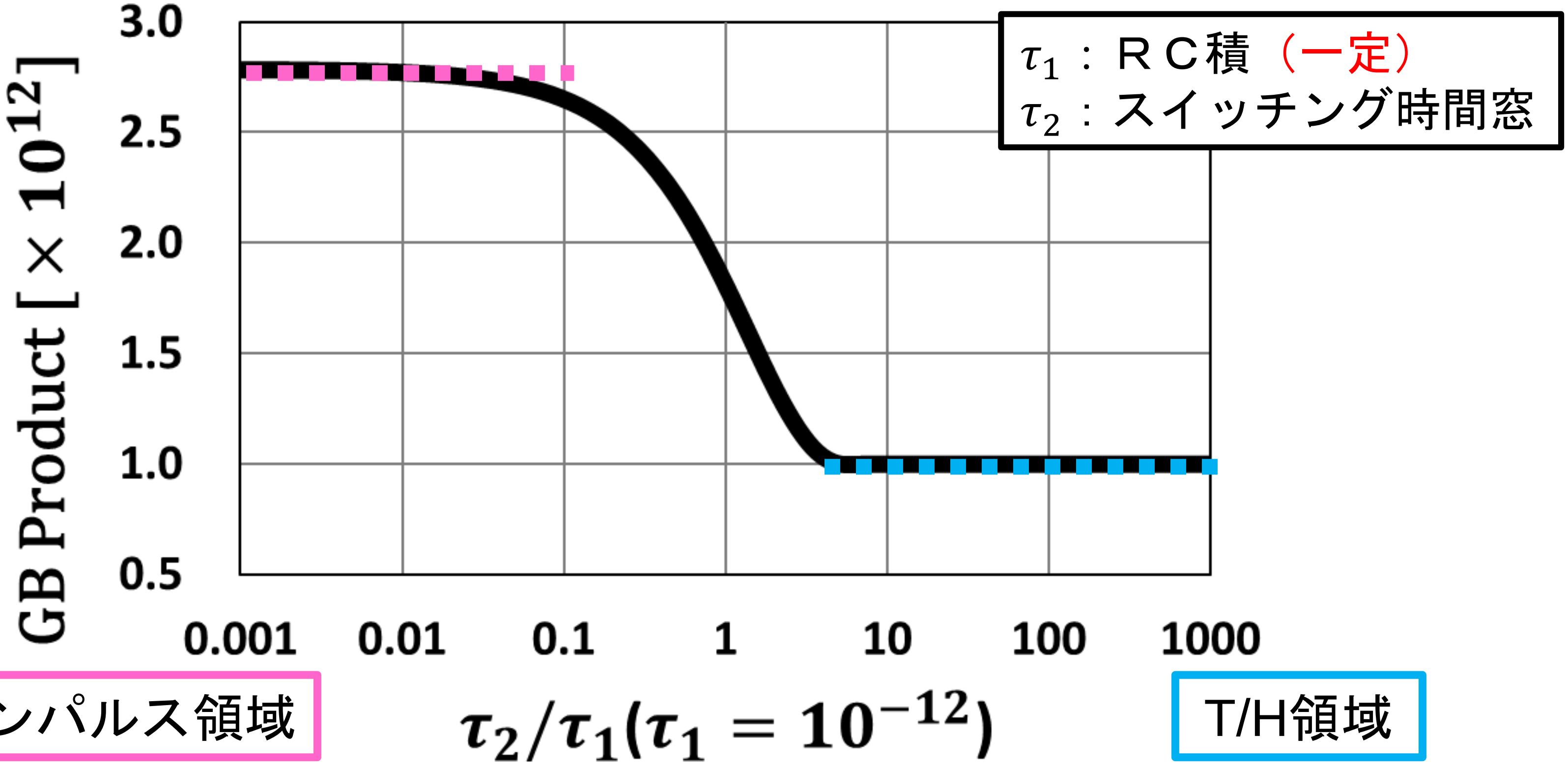
インパルスサンプリング回路
$(\tau_2/\tau_1 \ll 1)$



統一S/H回路でのGB Product vs τ_2 $(\tau_1 = 10^{-12})$



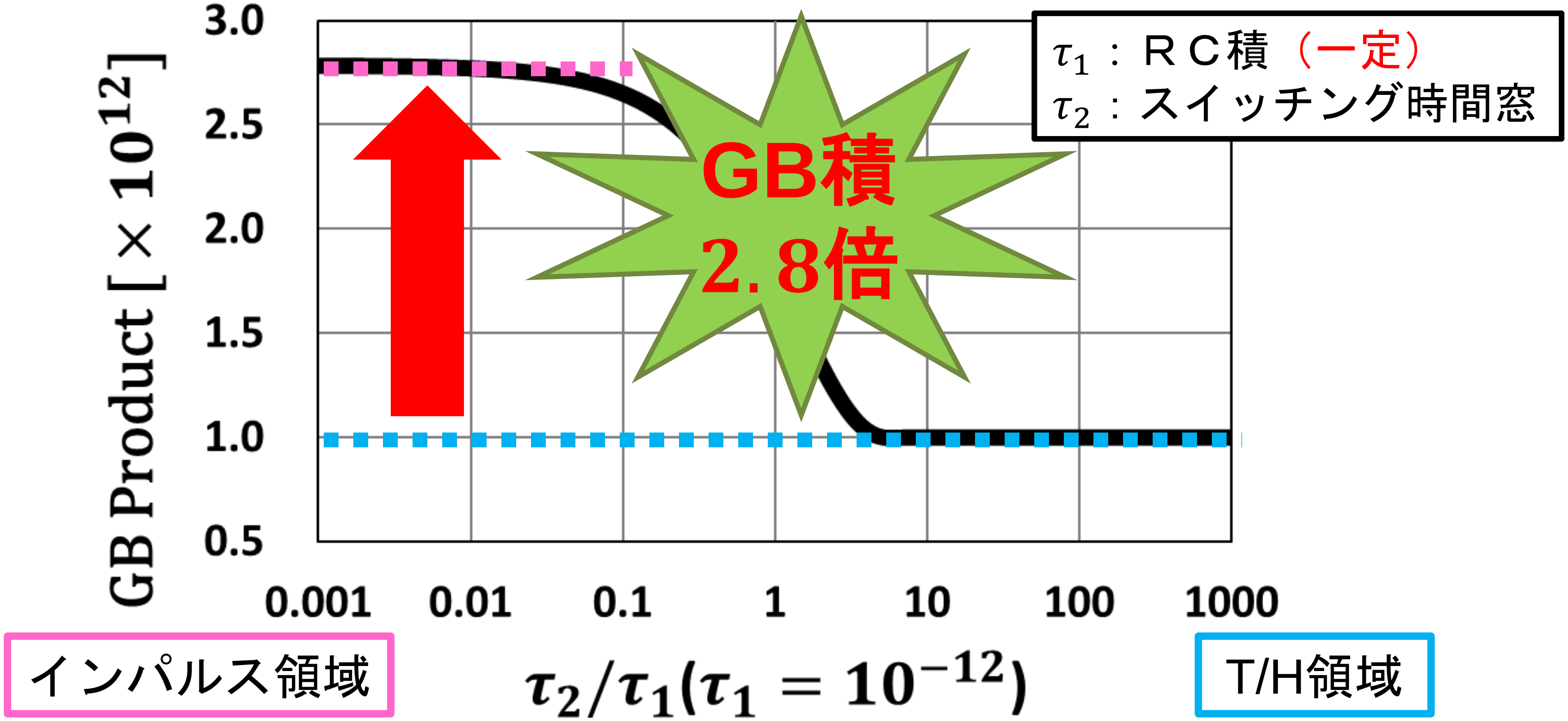
統一S/H回路でのGB Product vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)



インパルス
サンプリング回路
GB Product$_2 \propto 1/\tau_1$

T/H回路
GB Product$_1 = 1/\tau_1$

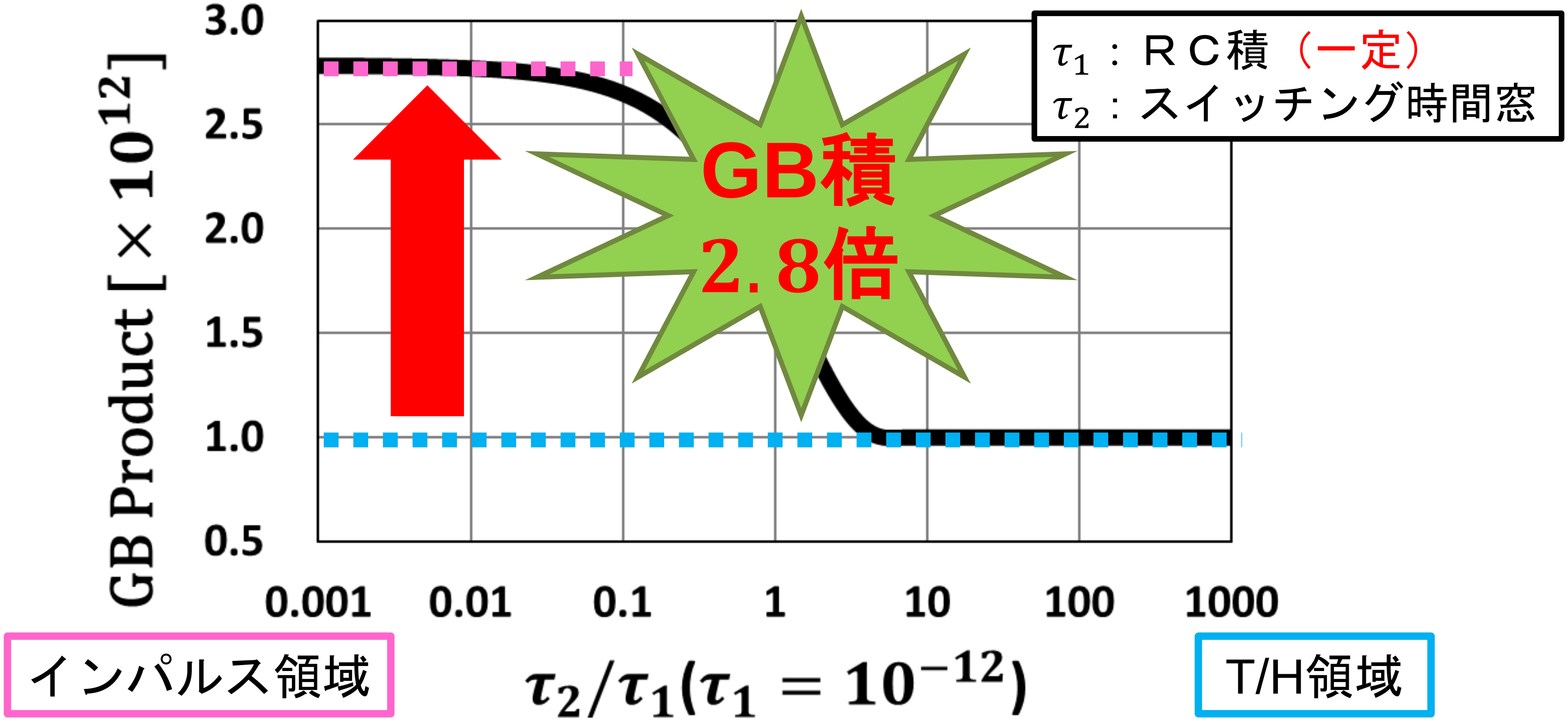
統一S/H回路でのGB Product vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)



インパルス
サンプリング回路
GB Product$_2$ ∝ $1/\tau_1$

T/H回路
GB Product$_1$ = $1/\tau_1$

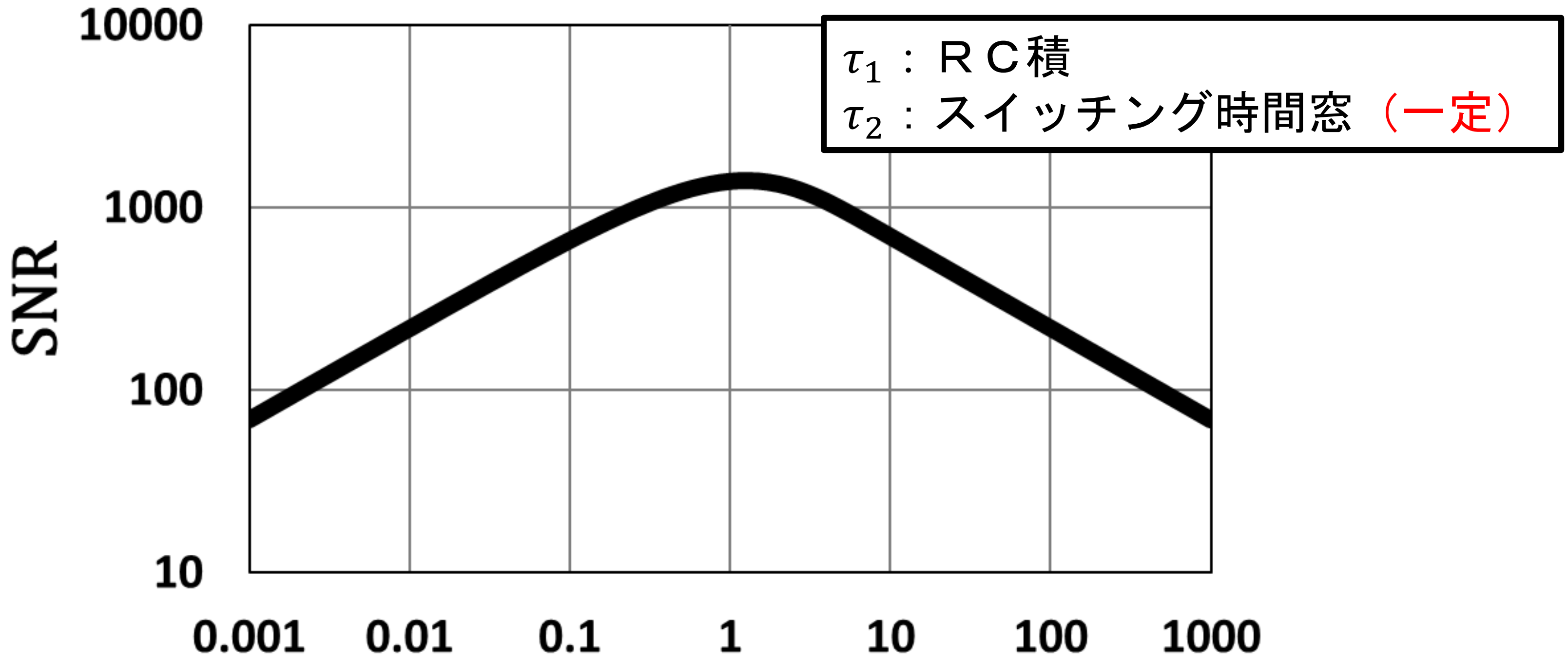
統一S/H回路でのGB Product vs τ_2 ($\tau_1 = 10^{-12}$)



$$\frac{\text{インパルスサンプリング回路のGB積}}{\text{T/H回路のGB積}} = \frac{DC\ Gain_2 \cdot Bandwidth_2}{DC\ Gain_1 \cdot Bandwidth_1}$$

$$\approx \frac{(\tau_2/\tau_1) \cdot (2.78/\tau_2)}{(1) \cdot (1/\tau_1)} = 2.78$$

統一S/H回路でのSNR vs τ_1 $(\tau_2 = 10^{-12})$

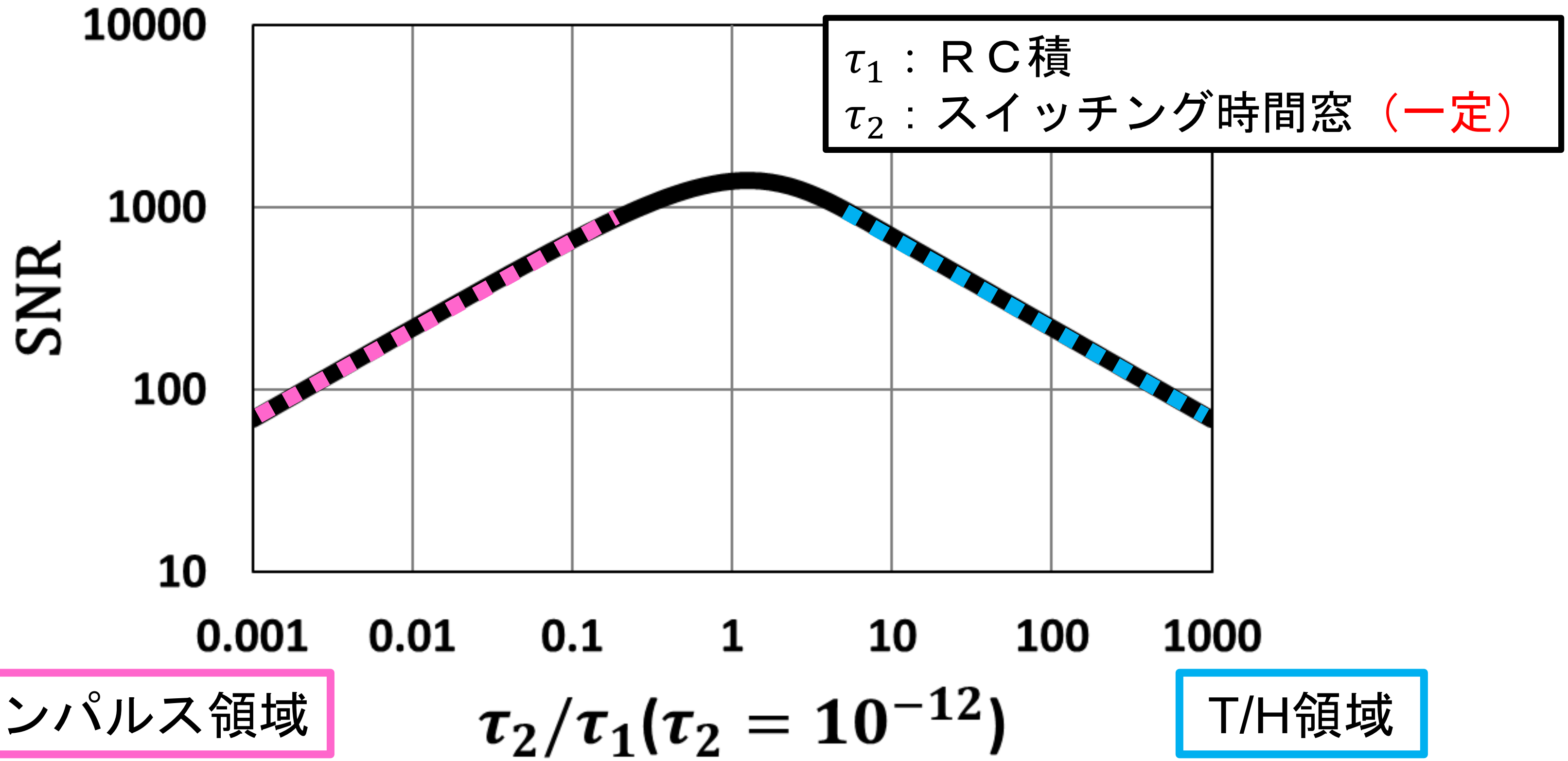


インパルス領域

$\tau_2/\tau_1(\tau_2 = 10^{-12})$

T/H領域

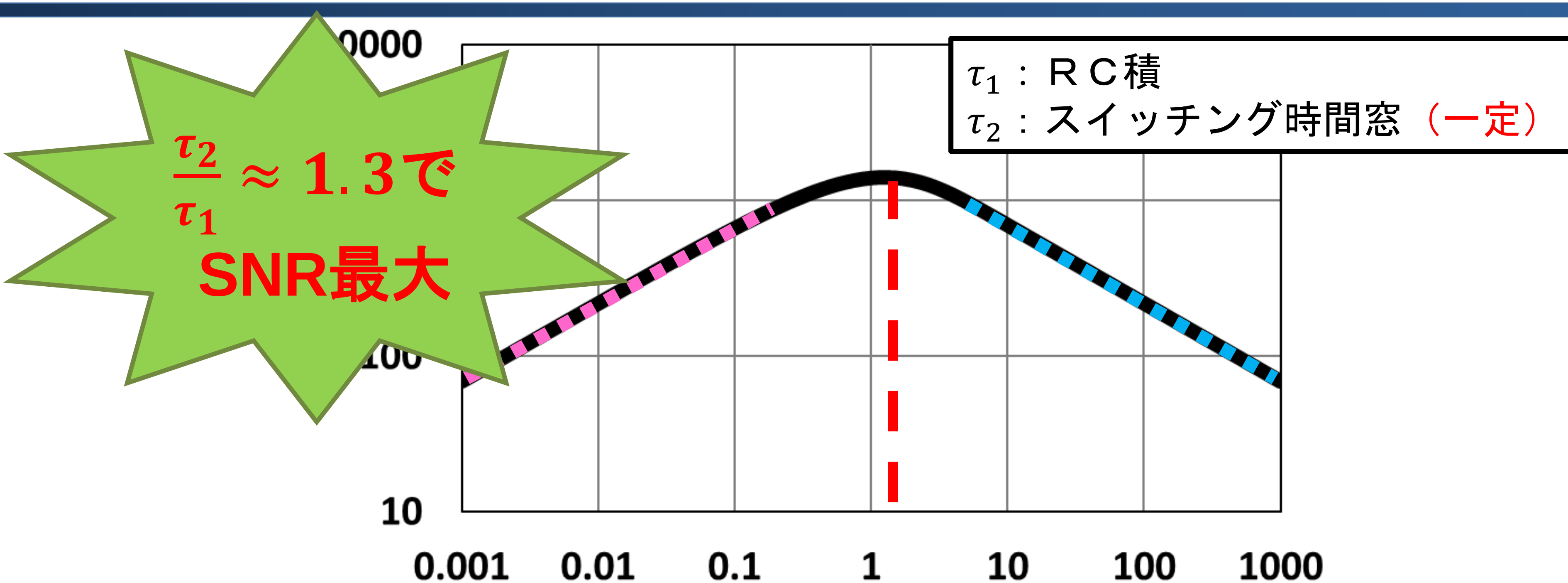
統一S/H回路でのSNR vs τ_1 $(\tau_2 = 10^{-12})$



インパルス
サンプリング回路
$\mathrm{SNR}_2 \propto \tau_2/\sqrt{\tau_1}$

T/H回路
$\mathrm{SNR}_1 \propto \sqrt{\tau_1}$

統一S/H回路でのSNR vs τ_1 ($\tau_2 = 10^{-12}$)



インパルス領域

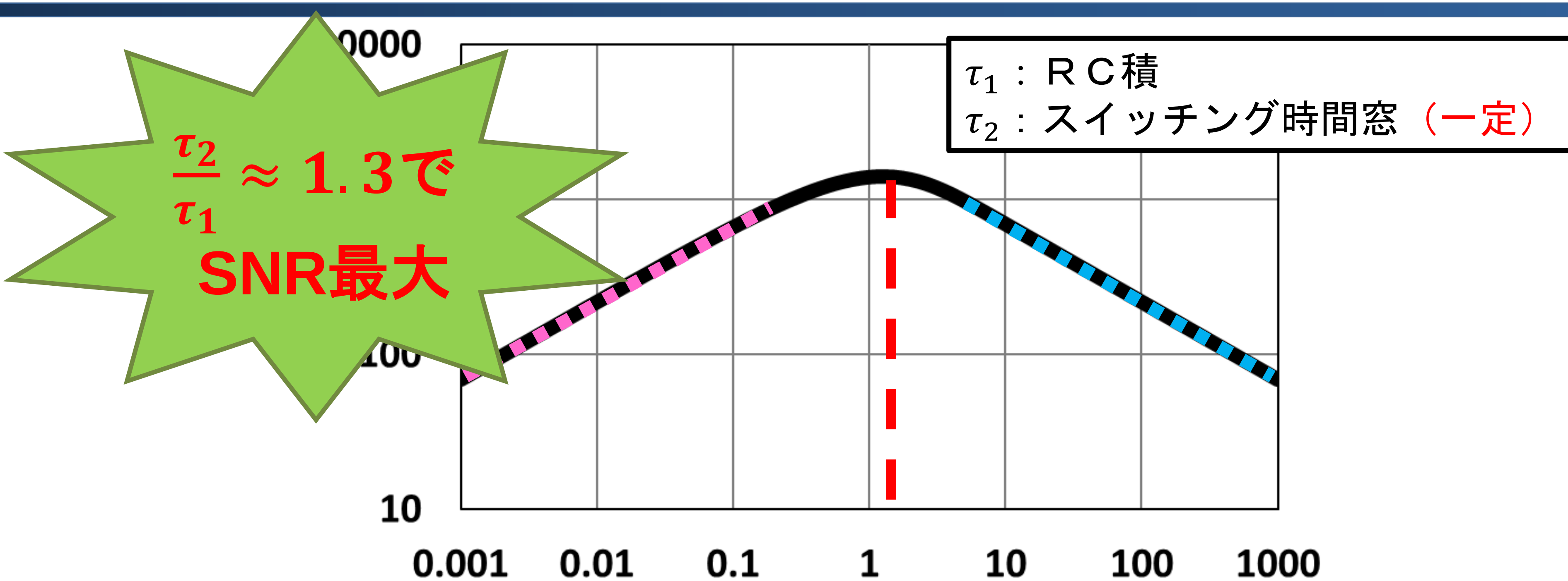
$\boldsymbol{\tau_2/\tau_1(\tau_2 = 10^{-12})}$

T/H領域

インパルス
サンプリング回路
$\mathrm{SNR}_2 \propto \tau_2/\sqrt{\tau_1}$

T/H回路
$\mathrm{SNR}_1 \propto \sqrt{\tau_1}$

統一S/H回路でのSNR vs τ_1 $(\tau_2 = 10^{-12})$



インパルス領域

$$\tau_2/\tau_1(\tau_2 = 10^{-12})$$

T/H領域

$$SNR_3 = \sqrt{\frac{\tau_1}{k_B T R}\left(1 - e^{-\tau_2/\tau_1}\right)}$$

$\frac{\partial}{\partial \tau_1} SNR_3 = 0$ より、

$$1 + 2\frac{\tau_2}{\tau_1} = e^{\frac{\tau_2}{\tau_1}}$$

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = 1.26$$

OUTLINE

- ■研究背景・目的
- ■サンプル・ホールド回路
- ■2つのS/H回路
  - ●T/H回路
  - ●インパルスサンプリング回路
- ■統一S/H回路の理論
- ■***帯域一定下での最大SNRの条件***
- ■まとめ

統一S/H回路の帯域ω_{BW}（定義式）

伝達関数：$H_3(j\omega) = \frac{1}{1+j\tau_1\omega}\left\{1 - e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}(1+j\tau_1\omega)}\right\}$　より、

帯域ω_{BW}：$|H_3(j\omega_{BW3})| = \frac{1}{\sqrt{2}}|H_3(j0)|$

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{1+\tau_1^2\omega^2}}\sqrt{\left(1 - e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}}\cos(\omega\tau_2)\right)^2 + \left(e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}}\sin(\omega\tau_2)\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}}\right)}$$

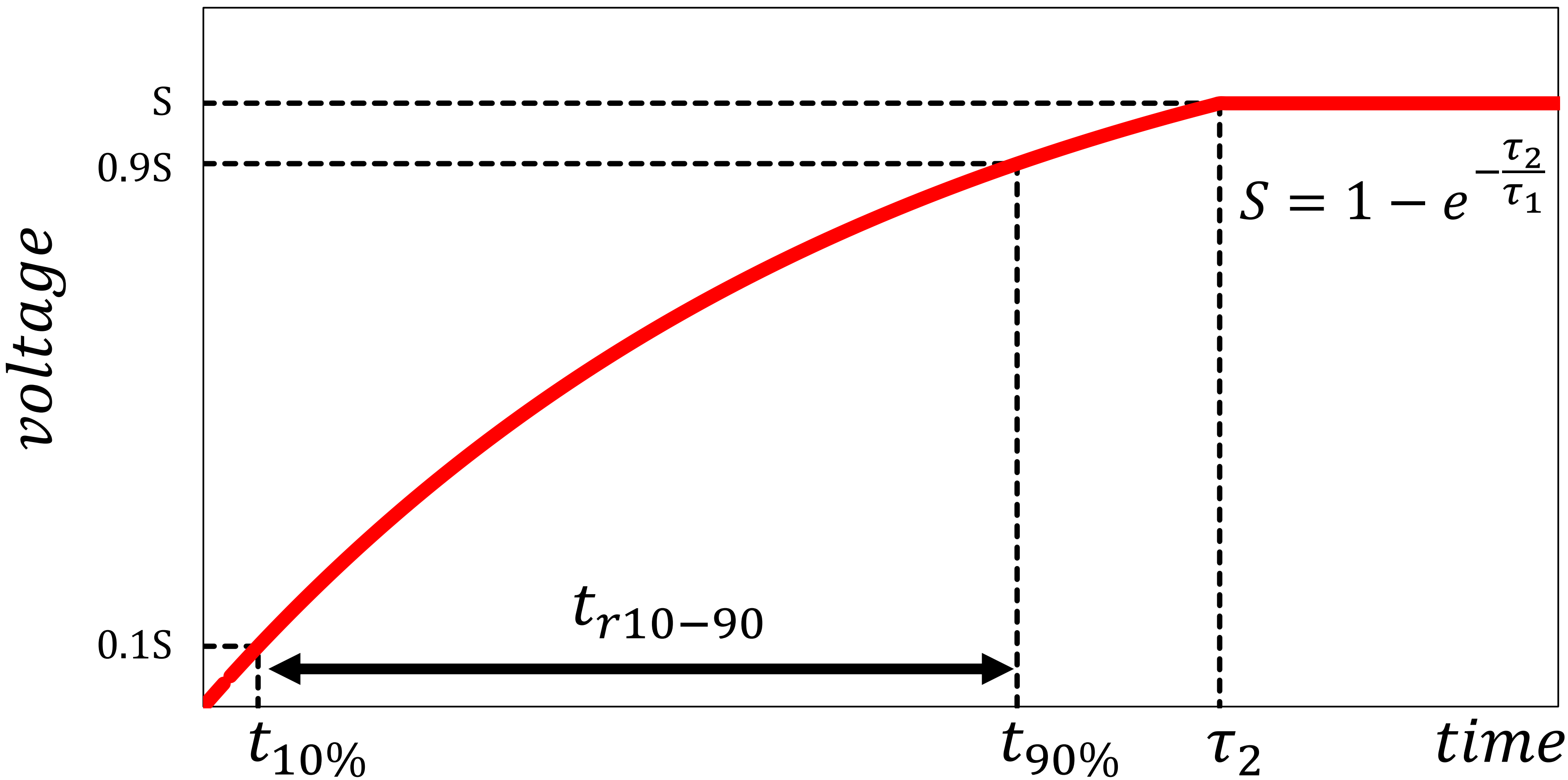
⇩

解析的に解くことは困難

統一S/H回路の帯域ω_{BW}（近似式）

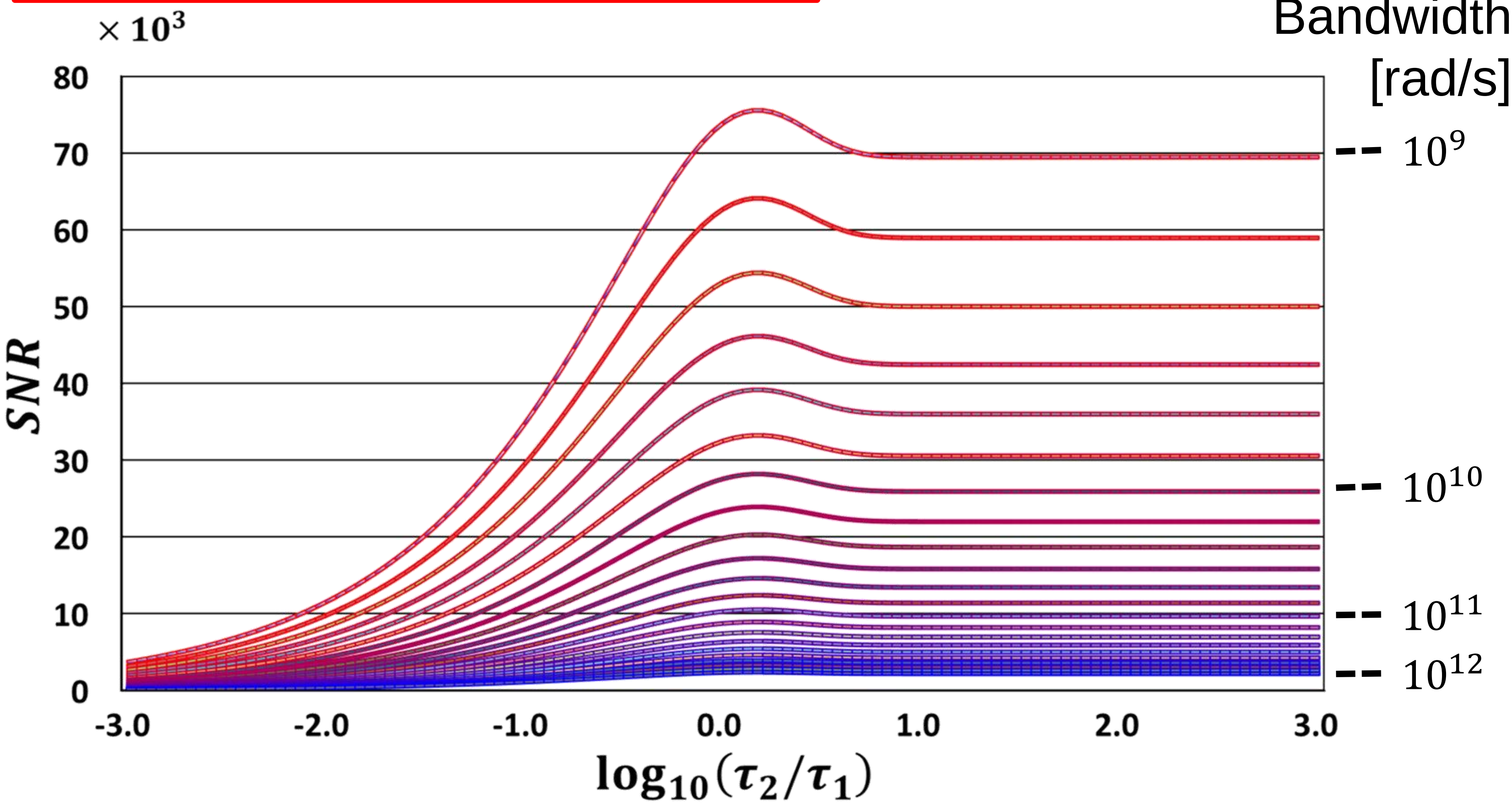
S/H回路を一次系と仮定し、
立上り時間t_{r10-90}から
帯域幅ω_{BW3}を求める

$$\boxed{\omega_{BW3} \approx \frac{2.20}{t_{r10-90}}}$$



帯域一定下でのSNR

$$SNR = 10\sqrt{\frac{1}{k_B T R}}\sqrt{\tau_1}\,\frac{1 - e^{\frac{t_{r10-90}}{\tau_1}}}{1 - 9e^{\frac{t_{r10-90}}{\tau_1}}}$$

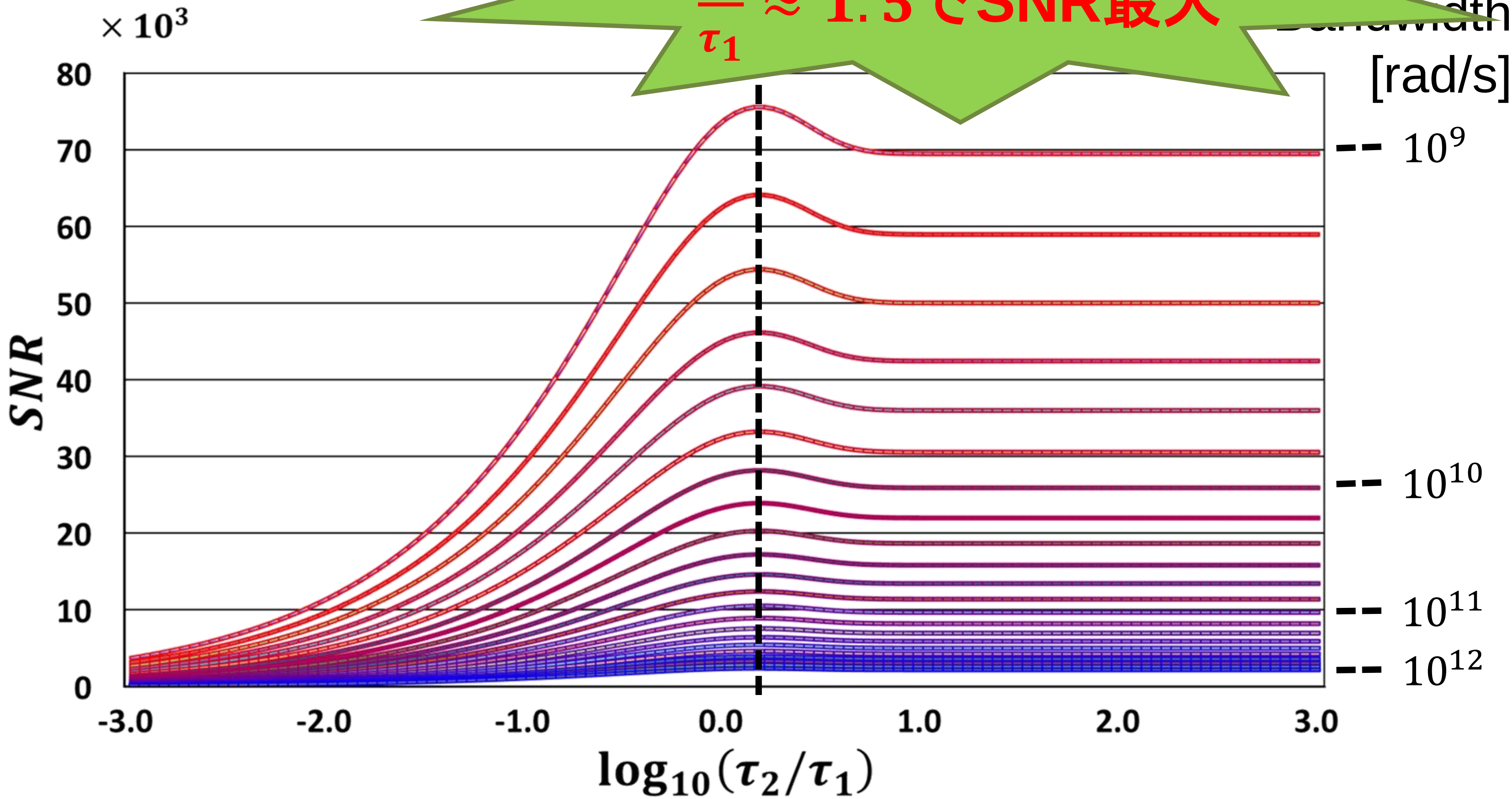


帯域一定下でのSNR

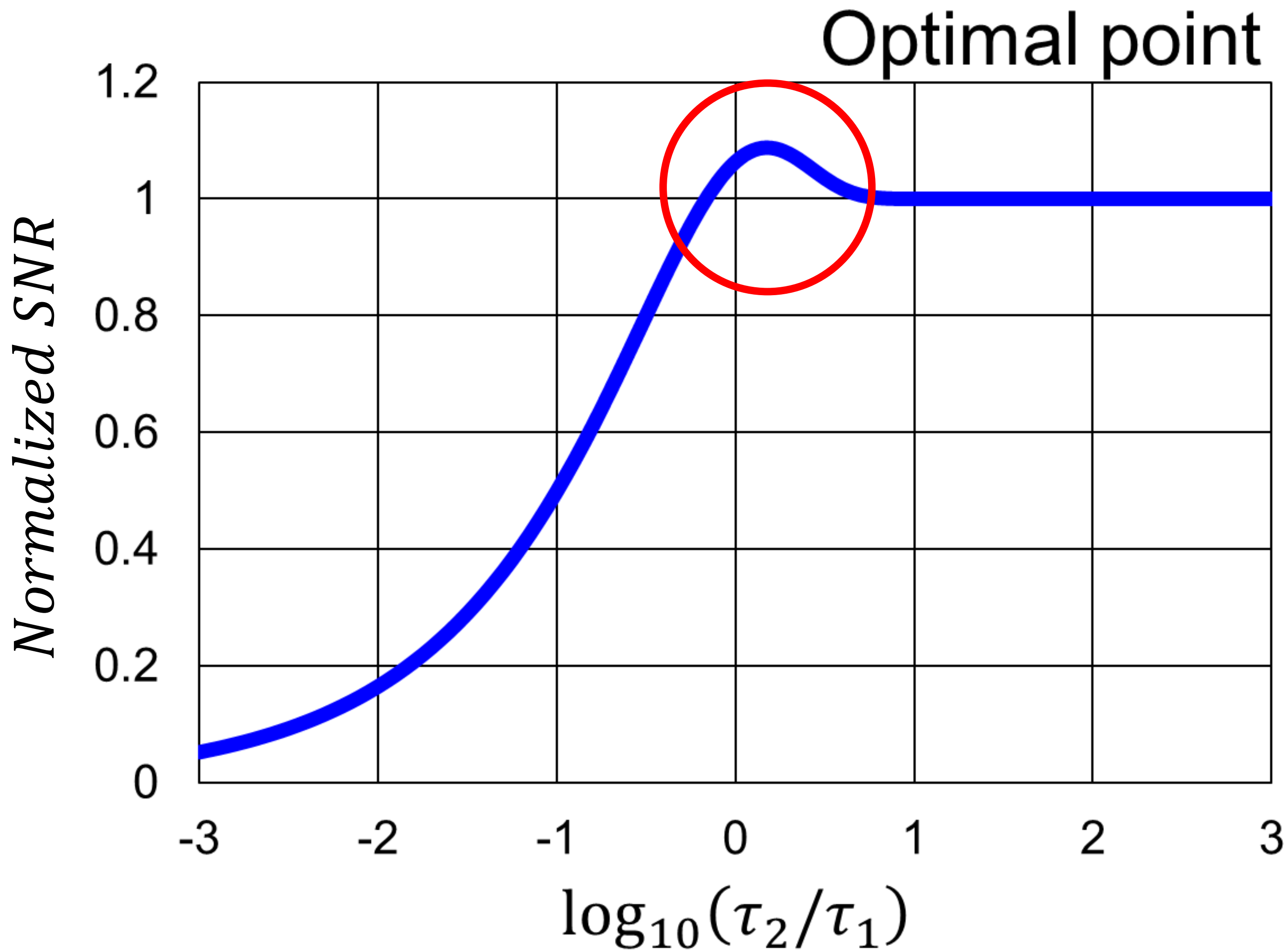
$$SNR = 10\sqrt{\frac{1}{k_B T R}}\sqrt{T_1}\,\frac{1-e^{\frac{t_{r10-90}}{\cdots}}}{1-e^{\cdots}}$$

帯域設定によらず

$\frac{\tau_2}{\tau_1} \approx 1.5$でSNR最大



規格化したSNRとτ_2/τ_1の関係



$$\boxed{SNR_{max} = 1.1 \times SNR_{T/H}}$$

OUTLINE

- ■研究背景・目的
- ■サンプル・ホールド回路
- ■2つのS/H回路
  - ●T/H回路
  - ●インパルスサンプリング回路
- ■統一S/H回路の理論
- ■帯域一定下での最大SNRの条件
- ■***まとめ***

まとめ

■2つのサンプリング回路
- T/H回路 ($\tau_2 \ll \tau_1$)
- インパルスサンプリング回路 ($\tau_2 \gg \tau_1$)

τ_1 ： ＲＣ積
τ_2 ： スイッチング時間窓

↓

帯域幅とSNRはトレードオフの関係

↓

広帯域信号を高精度に取得するには理論限界

■統一S/H回路の理論

↓

中間の回路の性能評価が可能に

↓

- インパルスサンプリング回路のGB積がT/H回路の約2.8倍
- スイッチング時間窓一定下では、$\tau_2/\tau_1 \approx 1.3$ でSNRが極大に
- 帯域一定下では、$\tau_2/\tau_1 \approx 1.5$ でSNRが極大に

Kobayashi
Laboratory

Appendix

まとめと今後の方針

理想モデル

非理想モデル
（アパーチャタイムを考慮）

T/H回路

$$H_{11}(\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega}$$

インパルスサンプリング回路

$$H_{12}(\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} sinc\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega}$$

理論統一

統一理論式

$$H_{13}(\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_1\omega}\left\{1 - e^{-(1+j\tau_1\omega)\frac{\tau_2}{\tau_1}}\right\}$$

T/H回路

$$H_{21}(\omega) = \frac{\mathrm{sinc}(\tau_3\omega)}{\mathrm{sinc}(\tau_3\omega) + j\tau_1\omega}$$

（A.Abidi氏との共同研究成果）

インパルスサンプリング回路の伝達関数$H_{22}(\omega)$

理論統一

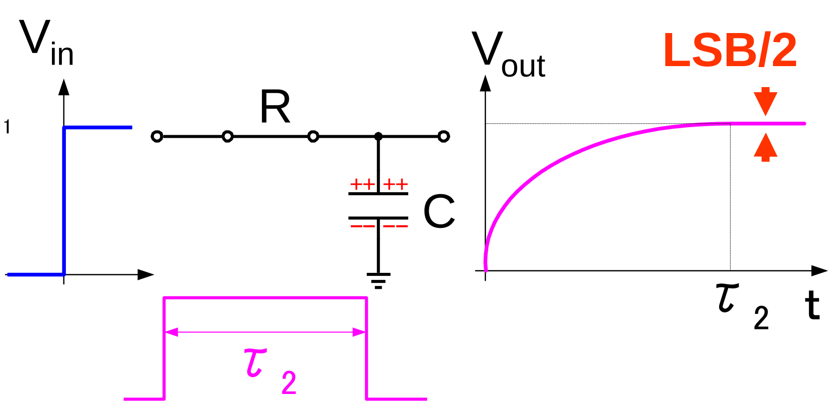
アパーチャタイムの影響を考慮した統一理論式$H_{23}(\omega)$

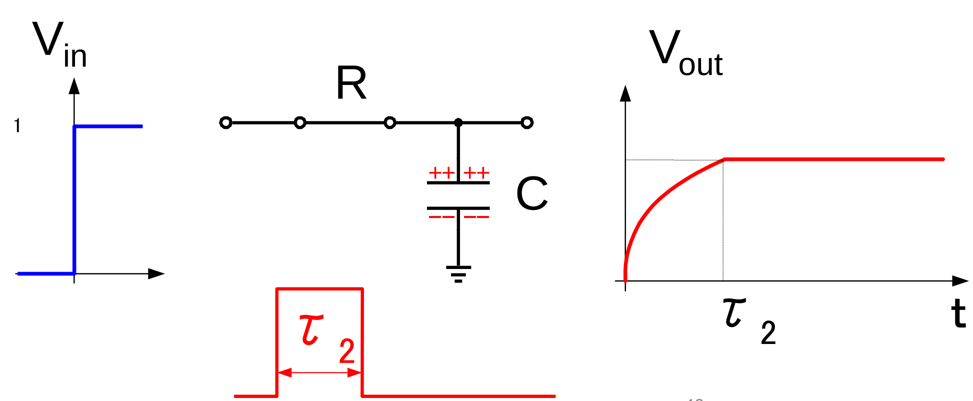
Characteristic of S/H circuits

	T/H Circuit	*Impulse Sampling Circuit*
Transfer function	$\mathrm{H}_1(j\omega) = \dfrac{1}{1 + \mathrm{j}\tau_1\omega}$	$\mathrm{H}_2(j\omega) = \dfrac{\tau_2}{\tau_1} sinc\left(\dfrac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega}$
DC Gain	$V_{signal1} = \mathrm{H}_1(0) = 1$	$V_{signal2} = \mathrm{H}_2(0) = \dfrac{\tau_2}{\tau_1}$
Bandwidth	$\omega_{BW1} = \dfrac{1}{\tau_1}$	$\omega_{BW2} \approx \dfrac{2.78}{\tau_2}$
Thermal Noise	$V_{noise} = \sqrt{k_B TR / \tau_1}$	$V_{noise} = \sqrt{k_B TR / \tau_1}$
GB Product	$GBP_1 = \dfrac{1}{\tau_1}$	$GBP_2 \approx \dfrac{2.78}{\tau_1}$
SNR	$SNR_1 = \dfrac{\sqrt{\tau_1}}{\sqrt{k_B TR}} \propto \sqrt{\tau_1}$	$SNR_2 = \dfrac{1}{\sqrt{k_B TR}} \cdot \dfrac{\tau_2}{\sqrt{\tau_1}} \propto \dfrac{\tau_2}{\sqrt{\tau_1}}$

2つのS/H回路

トラックホールド回路 $\tau_2 \gg \tau_1$	インパルスサンプリング回路 $\tau_2 \ll \tau_1$
➢ SoC上のADCに使用	➢ サンプリング・オシロスコープに使用
➢ 実時間サンプリング（サンプリング定理）	➢ 等価時間サンプリング
➢ 単発信号測定可能	➢ 繰り返し生起する信号
➢ 高周波数信号 ⇒高速サンプリング必要	➢ 高周波信号 ⇒スイッチング時間窓τ_2：小
➢ 入出力差がLSB/2になるまでトラック	➢ 信号源へのCの影響を減らすため τ_2：小





インパルスサンプリング回路の伝達関数の導出

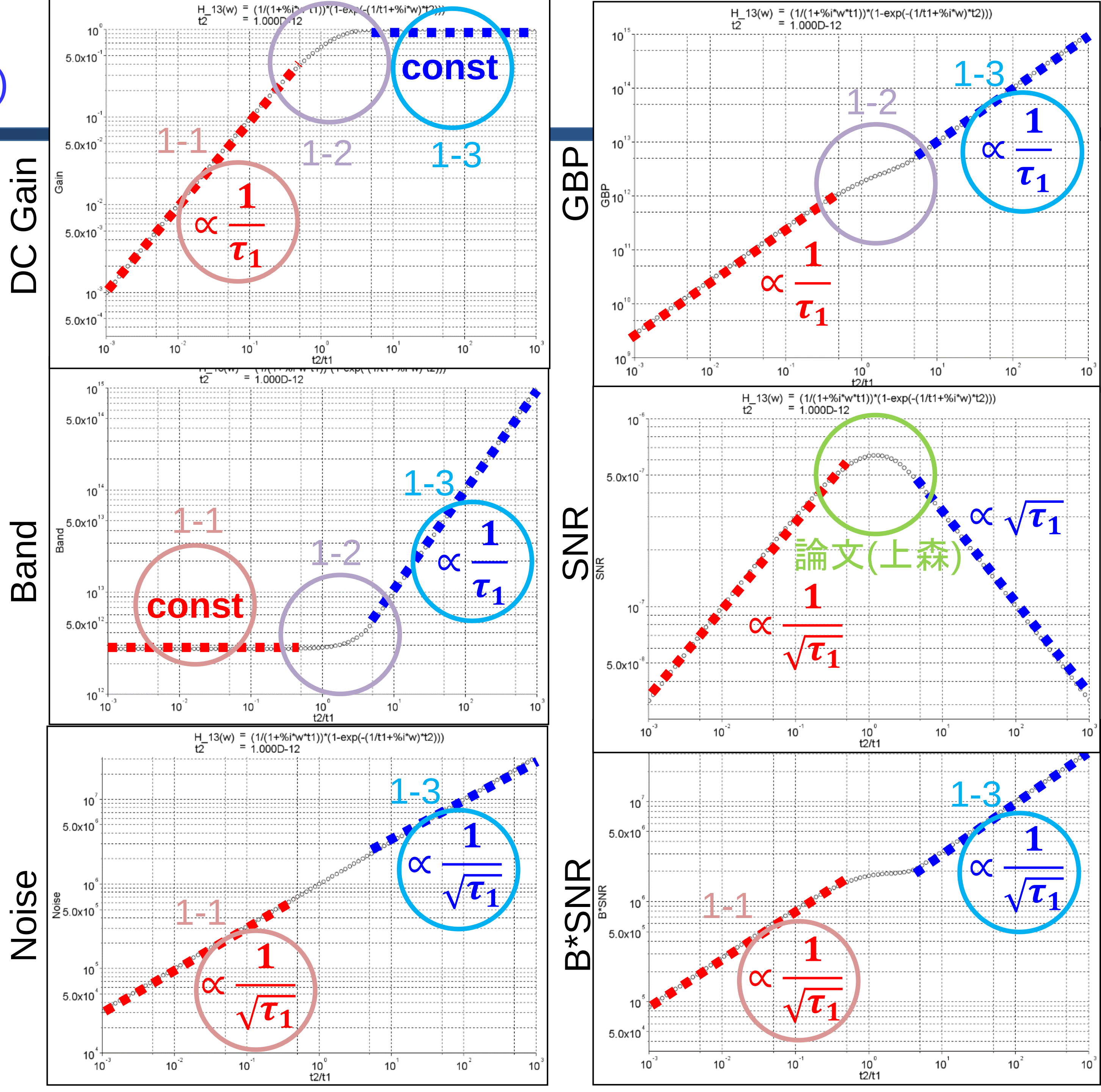
$$
\begin{aligned}
H_2(j\omega) &= \int_0^{\infty} V_{out} e^{-j\omega t} dt \\
&= \int_0^{\tau_2} \frac{1}{\tau_1} e^{-j\omega t} dt \\
&= \frac{1}{\tau_1} \frac{1}{j\omega} \left(1 - e^{-j\omega\tau_2}\right) \\
&= \frac{1}{\tau_1} \frac{1}{j\omega} \left(e^{j\frac{\omega\tau_2}{2}} - e^{-j\frac{\omega\tau_2}{2}}\right) e^{-j\frac{\omega\tau_2}{2}} \\
&= \frac{\tau_2}{\tau_1} sinc\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega}
\end{aligned}
$$

$$\lim_{\tau_2/\tau_1 \to 0} \left\{1 - e^{-(1+j\tau_1\omega)\frac{\tau_2}{\tau_1}}\right\} = 0 \ ?$$

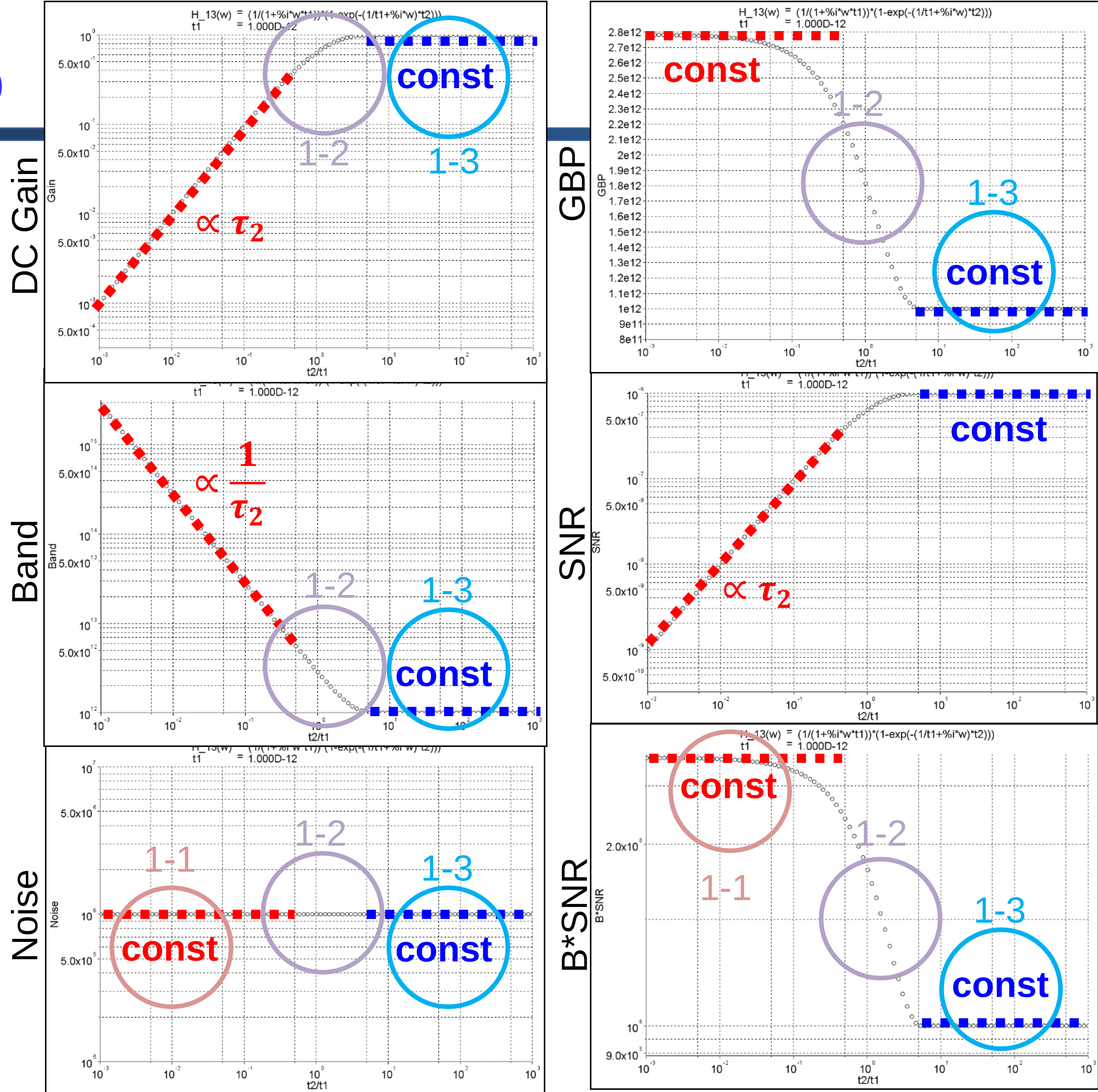
$$\lim_{\tau_2/\tau_1 \to 0} \left\{1 - e^{-(1+j\tau_1\omega)\frac{\tau_2}{\tau_1}}\right\}$$
$$= \lim_{\tau_2/\tau_1 \to 0} \left\{1 - e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}} e^{-j\tau_2\omega}\right\}$$
$$= \left\{1 - e^{-j\tau_2\omega}\right\}$$

$$\lim_{\substack{\frac{\tau_2}{\tau_1} \to 0 \\ \tau_1\omega \gg 1}} \mathrm{H}_3(\mathrm{j}\omega)$$
$$= \lim_{\substack{\frac{\tau_2}{\tau_1} \to 0 \\ \tau_1\omega \gg 1}} \frac{1}{1 + \mathrm{j}\tau_1\omega} \left\{1 - e^{-(1+j\tau_1\omega)\frac{\tau_2}{\tau_1}}\right\}$$
$$= \frac{1}{\mathrm{j}\tau_1\omega} \left\{1 - e^{-j\tau_2\omega}\right\}$$
$$= \frac{1}{\tau_1} \frac{1}{j\omega} \left(e^{j\frac{\omega\tau_2}{2}} - e^{-j\frac{\omega\tau_2}{2}}\right) e^{-j\frac{\omega\tau_2}{2}}$$
$$= \frac{\tau_2}{\tau_1} sinc\left(\frac{\tau_2}{2}\omega\right) e^{-j\frac{\tau_2}{2}\omega}$$
$$= \mathrm{H}_2(\mathrm{j}\omega)$$

まとめ($\tau_2 = 10^{-12}$)



まとめ($\tau_1 = 10^{-12}$)



$$sinc\left(\frac{\tau_2 \cdot \omega_{BW2}}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Q&A

Q:原川 哲美 先生(前橋工科大学)(座長)

Q: GB積とは、具体的にはどのようなイメージか。

→ゲインバンド積。ゲインとバンドを掛けたもので回路の特性を表す一つの指標みたいなもの。これが大きい程、広帯域信号を高利得で取得できる。

Q: 統一理論によると、GB積はMAX2.8倍？

→GB積に関してはインパルスサンプリング回路がT/H回路の2.8倍ということが分かりました。

Q:その物理的解釈はどう考えればいいか。

→…

Q: なんとなく頭を押さえ付けられてる気がしてあまり好きなあれじゃない。もうちょっと手を加えると改善できるようになると思うけど、そういうのはないわけ？

→…

Q:分かりました。ありがとうございました。