複素アナログヒルベルトフィルタとしてのRCポリフェーズフィルタの特性

群馬大学　大学院理工学府　電子情報部門　修士1年
◎田村善郎　関山燎　浅見幸司　小林春夫

2016年6月9日

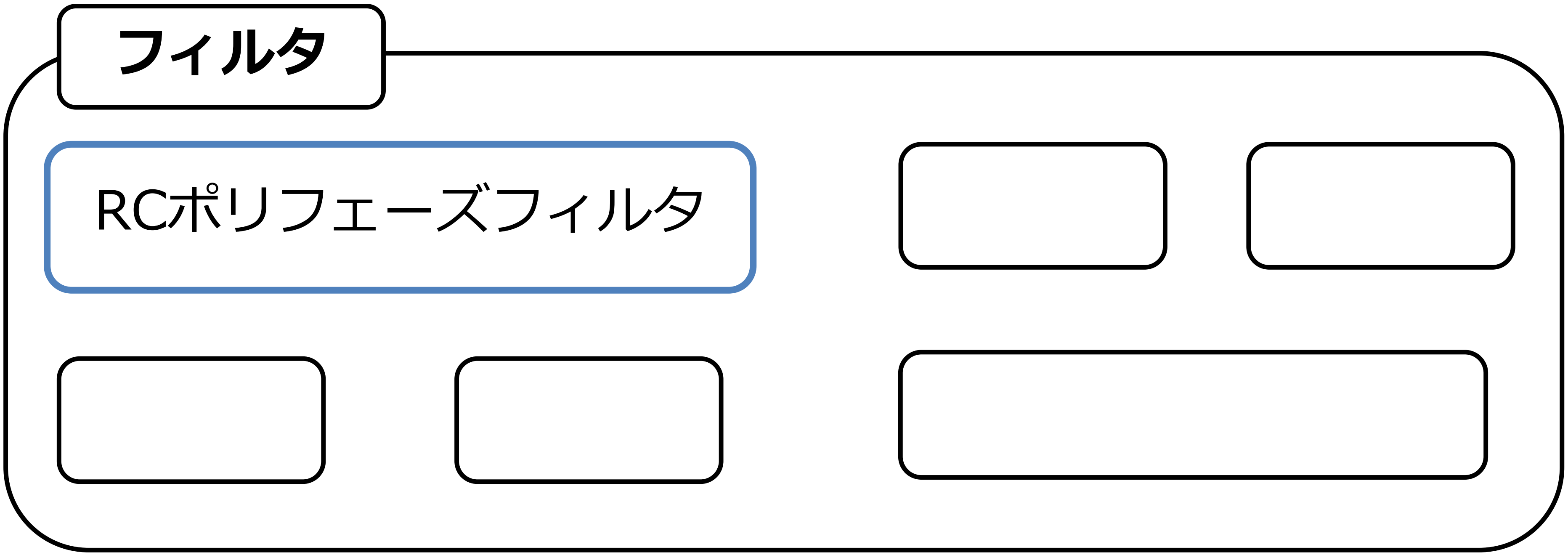
目次

- 研究目的
  RCポリフェーズフィルタ
  ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
  1次
  2次
  3次
  4次
  一般のn次
- まとめ

目次

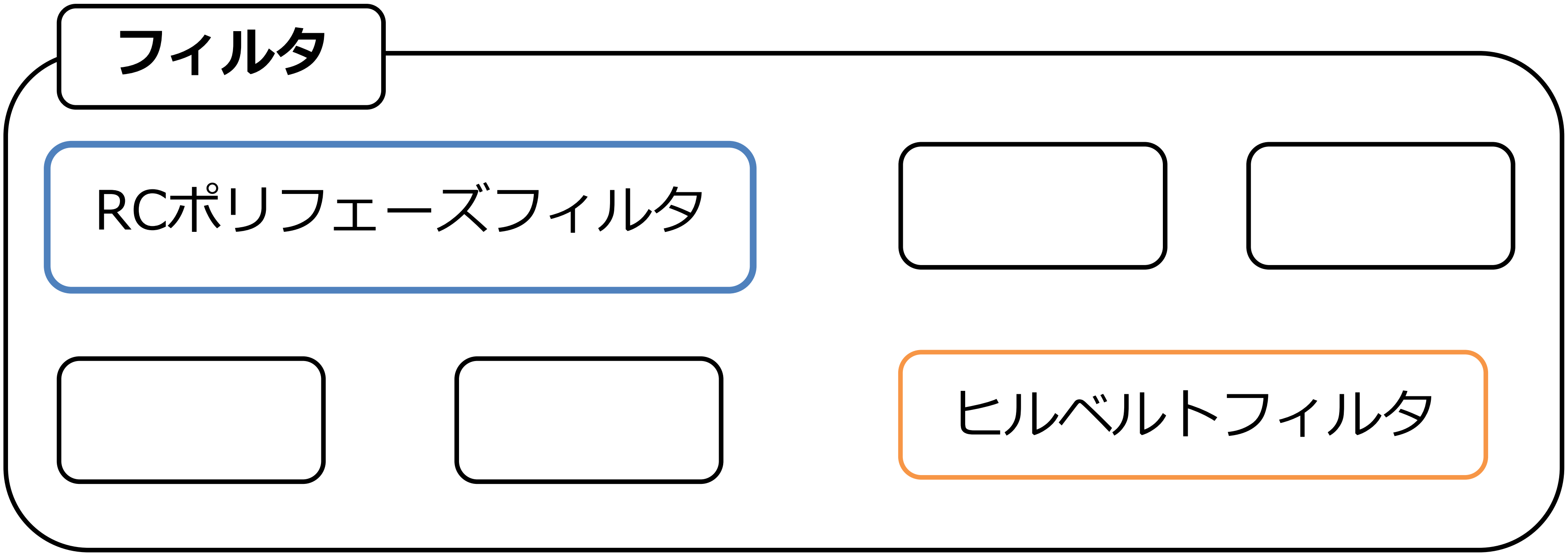
- 研究目的
  - RCポリフェーズフィルタ
  - ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
  - 1次
  - 2次
  - 3次
  - 4次
  - 一般のn次
- まとめ

研究概要



RCポリフェーズフィルタの特性を
シミュレーション＆数式的に解析

研究概要

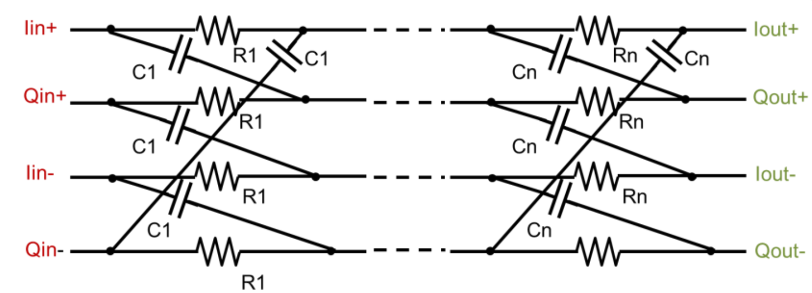


RCポリフェーズフィルタの特性を
シミュレーション＆数式的に解析

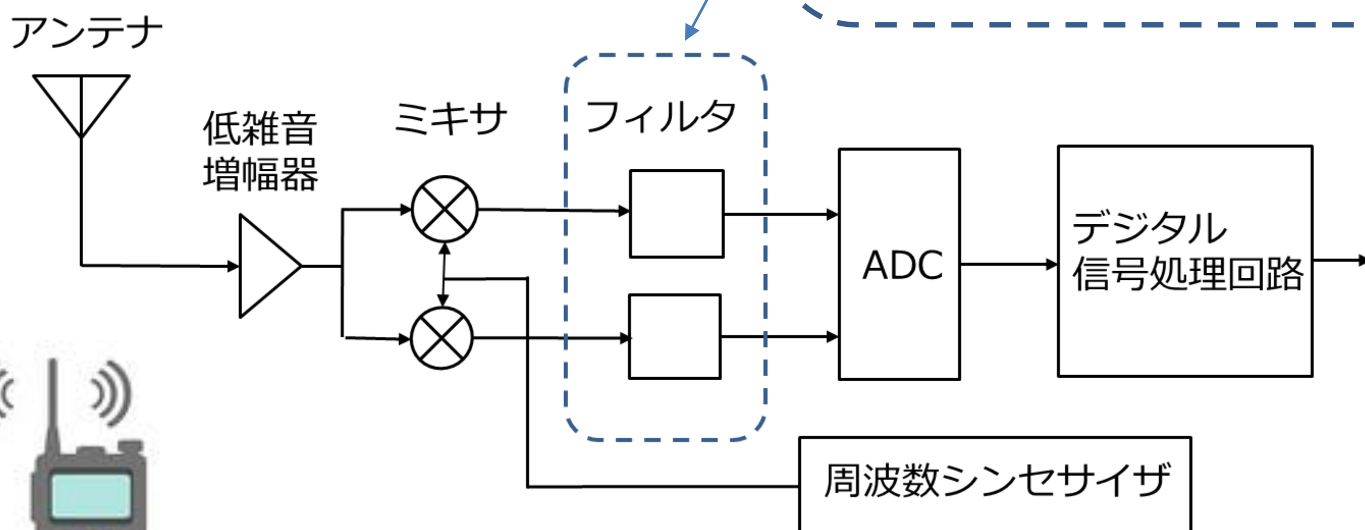
ヒルベルトフィルタに近似

RCポリフェーズフィルタ

■ 特徴
- 受動素子R, Cで構成
- **アナログ**バンドパスフィルタ
- 複素信号処理



n次RCポリフェーズフィルタ



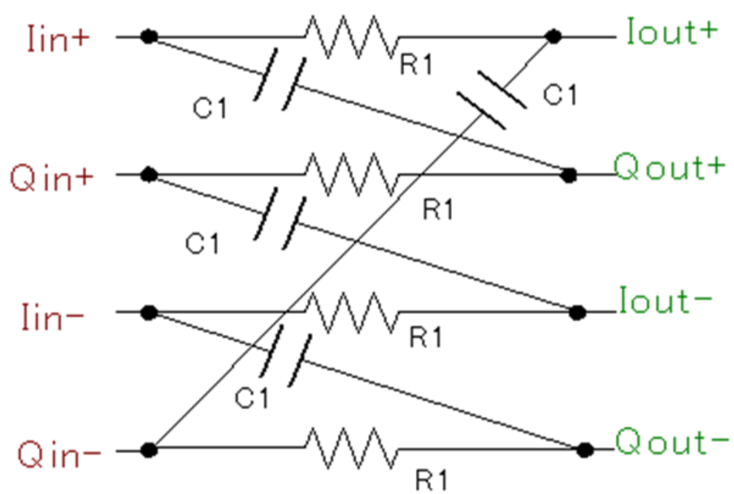
無線通信システム：受信回路

ポリフェーズとは

■ ポリフェーズフィルタ

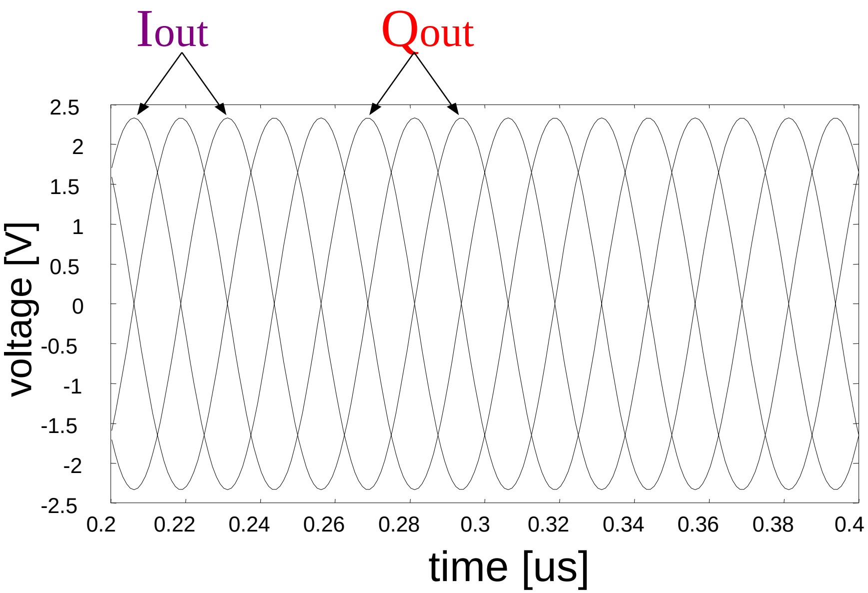
　→ 多入力多出力

　→ 同一周波数の信号から，位相の異なる信号生成



1次RCポリフェーズフィルタ

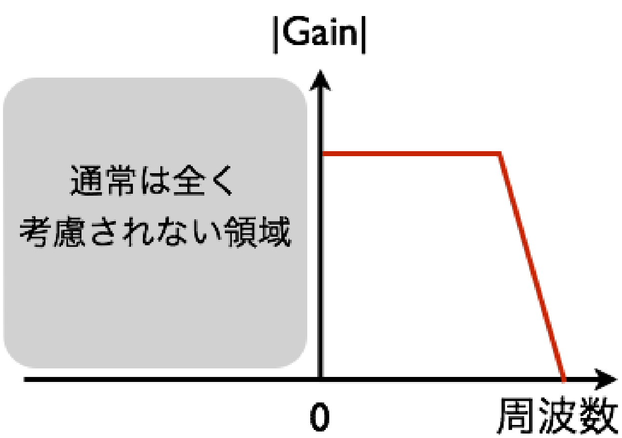
I(t):In-phase　Q(t):Quadrature



なぜRCポリフェーズフィルタを用いるか

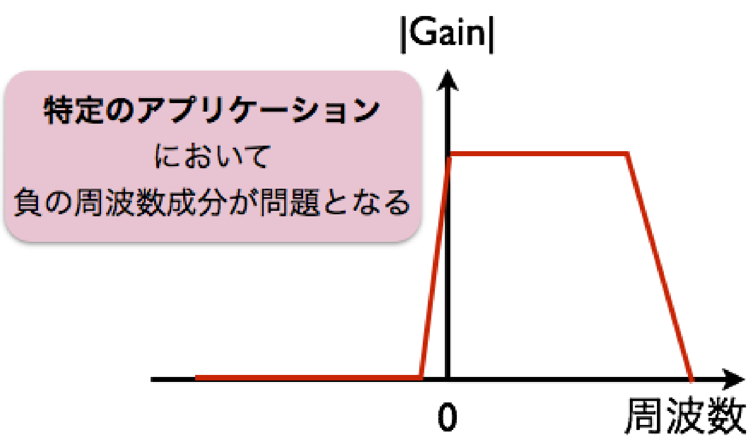
■ 重要な役割
・直交波形生成
・イメージ信号除去

→通常のフィルタでは扱わない負の周波数の問題を考慮



通常の実フィルタ回路

正の周波数を取り扱う



複素フィルタ回路

正の周波数と負の周波数を取り扱う

目次

- 研究目的
  - RCポリフェーズフィルタ
  - ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
  - 1次
  - 2次
  - 3次
  - 4次
  - 一般のn次
- まとめ

ヒルベルトフィルタとは

■ 特徴

・もとの信号から位相差π/2の信号を生成
→ ヒルベルト変換

・1入力2出力

・**デジタル**フィルタで実装されることが多い

■ 用途

・Single Side Band通信の90度移相

・デジタル通信の周波数シフト

・ジッタ測定アルゴリズムの複素信号導出

ヒルベルト変換

例：実数信号$x(t)$から複素信号を導出

$$x(t) \rightarrow x(t) + jy\,(t)$$

ヒルベルト変換

$$y(t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x(\tau)}{t-\tau}d\tau = x(t) * \frac{1}{\pi t}$$

インパルス応答をフーリエ変換

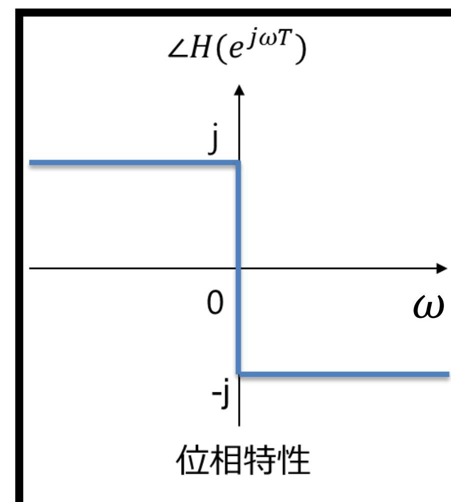
$$h(t) = \frac{1}{\pi t} \quad \overset{Fourier}{\Longleftrightarrow} \quad H(\omega) = \begin{cases} -j & (\omega \geq 0) \\ j & (\omega < 0) \end{cases}$$

周波数特性$H(\omega)$

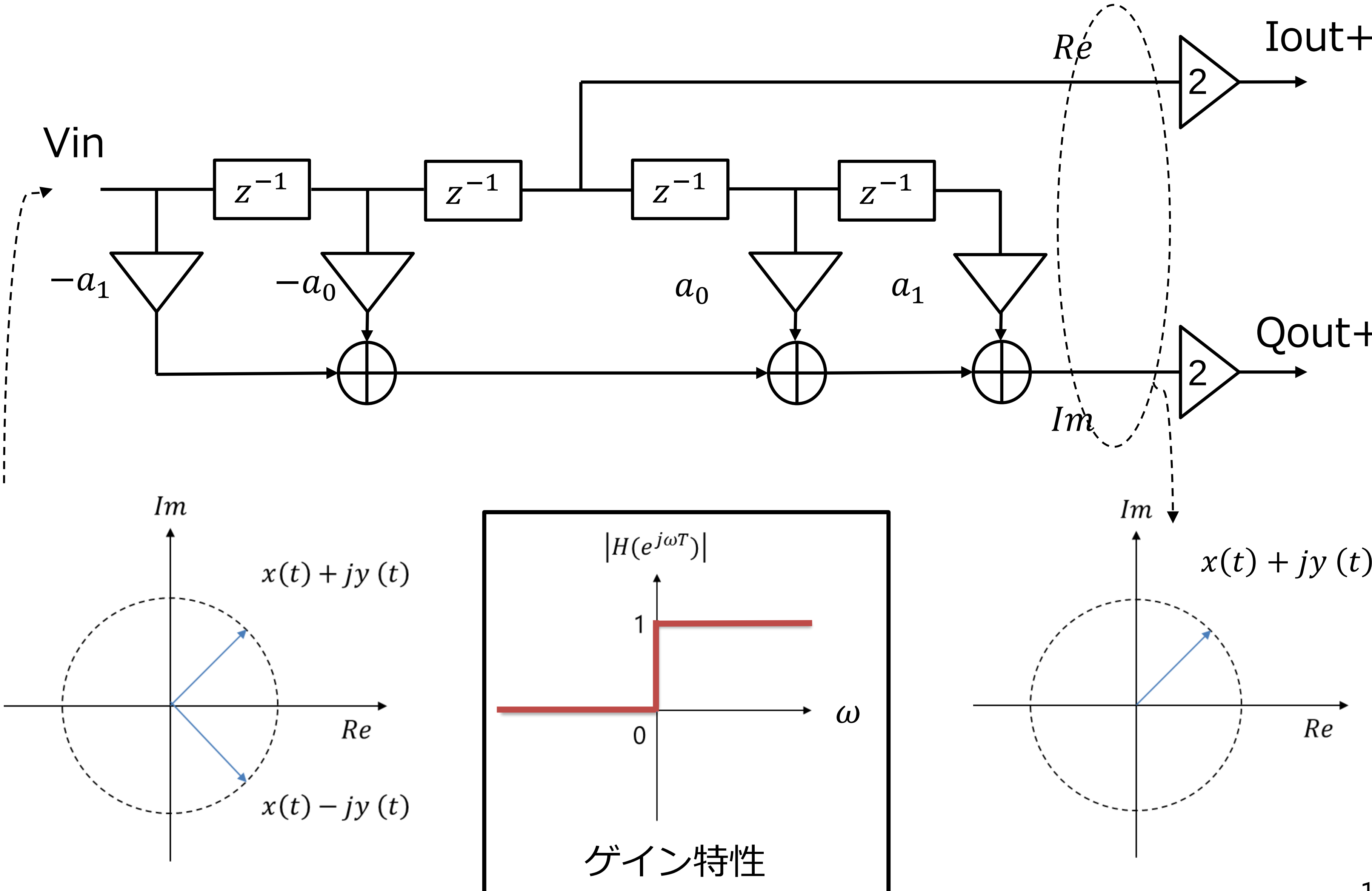
$$\boldsymbol{Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) = \begin{cases} -jX(\omega) & (\omega \geq 0) \\ jX(\omega) & (\omega < 0) \end{cases}}$$

David Hilbert（独）
1862-1943

$$j = e^{j\frac{\pi}{2}}, -j = e^{-j\frac{\pi}{2}}$$



ヒルベルトフィルタ　デジタル構成例

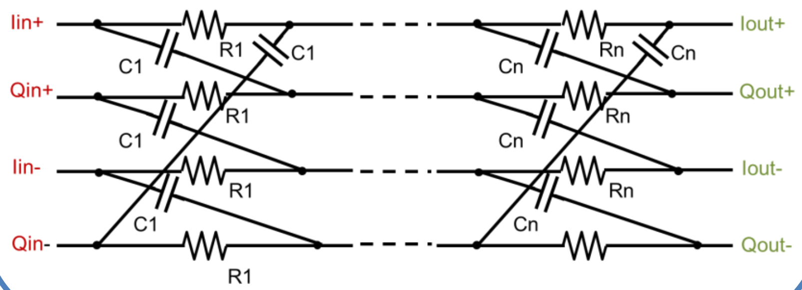


研究目的

RCポリフェーズフィルタ

アナログ

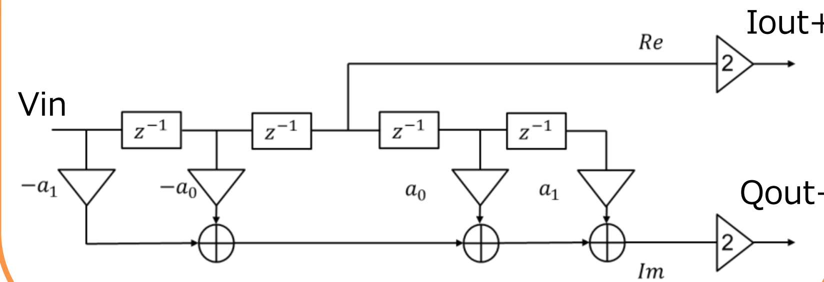
複素(I,Q)入力



ヒルベルトフィルタ

デジタル

実数部(Vin)入力



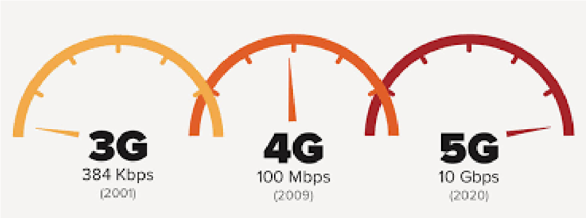
RCポリフェーズフィルタの特性を解析

ヒルベルトフィルタとの関連性を示す

この研究の応用

RCポリフェーズフィルタ特性がヒルベルト変換に近似

アナログ信号のまま複素信号処理



高速・広帯域な通信や第5世代のミリ波通信で
デジタル処理が追い付かない高速・高周波信号処理に
役立つと期待

目次

- 研究目的
  - RCポリフェーズフィルタ
  - ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
  - 1次
  - 2次
  - 3次
  - 4次
  - 一般のn次
- まとめ

RCポリフェーズフィルタ：解析手法

実入力 $x(t)$ → RC polyphase filter → $x(t-\tau) - \hat{y}(t-\tau)$ **実**出力

複素入力 $jy(t)$ → RC polyphase filter → $j\big(y(t-\tau) + \hat{x}(t-\tau)\big)$ **複素**出力

$$h(t) = h_{re}(t) + jh_{im}(t)$$

インパルス応答

フィルタ出力

$$\big(x(t) + jy(t)\big) \otimes \left(h_{re}(t) + jh_{im}(t)\right)$$
$$= \big(x(t) \otimes h_{re}(t) - y(t) \otimes h_{im}(t)\big) + j\left(y(t) \otimes h_{re}(t) + x(t) \otimes h_{im}(t)\right)$$

⊗は畳込み演算

RCポリフェーズフィルタ: 周波数解析

実入力 $x(t)$ → RC polyphase filter → $x(t-\tau) - \hat{y}(t-\tau)$ **実**出力

複素入力 $jy(t)$ → RC polyphase filter → $j\big(y(t-\tau) + \hat{x}(t-\tau)\big)$ **複素**出力

$$H(j\omega) = H_{re}(j\omega) + jH_{im}(j\omega)$$

フーリエ変換

フィルタ出力

$$\big(X(j\omega) + jY(j\omega)\big) \cdot \big(H_{re}(j\omega) + jH_{im}(j\omega)\big)$$
$$= \big(X(j\omega)H_{re}(j\omega) - Y(j\omega)H_{im}(j\omega)\big) + j\big(Y(j\omega)H_{re}(j\omega) + X(j\omega)H_{im}(j\omega)\big)$$

$X(\omega), Y(\omega), H_{re}(\omega), H_{im}(\omega)$は、複素関数

伝達関数：実部と虚部の導出

フィルタ出力

$X(\omega), Y(\omega), H_{re}(\omega), H_{im}(\omega)$は、複素関数

$$(X(j\omega)+jY(j\omega))\cdot(H_{re}(j\omega)+H_{im}(j\omega))$$
$$=(X(j\omega)H_{re}(j\omega)-Y(j\omega)H_{im}(j\omega))+j(Y(j\omega)H_{re}(j\omega)+X(j\omega)H_{im}(j\omega))$$

$H(j\omega)$の特性(伝達関数)から$H_{re}(j\omega)$と$H_{im}(j\omega)$の特性を抽出

$$H_{re}(j\omega)=\frac{1}{2}(H(j\omega)+H^*(-j\omega))$$
$$jH_{im}(j\omega)=\frac{1}{2}(H(j\omega)-H^*(-j\omega))$$
$$\left(H_{im}(j\omega)=-j\frac{1}{2}(H(j\omega)-H^*(-j\omega))\right)$$

⇩

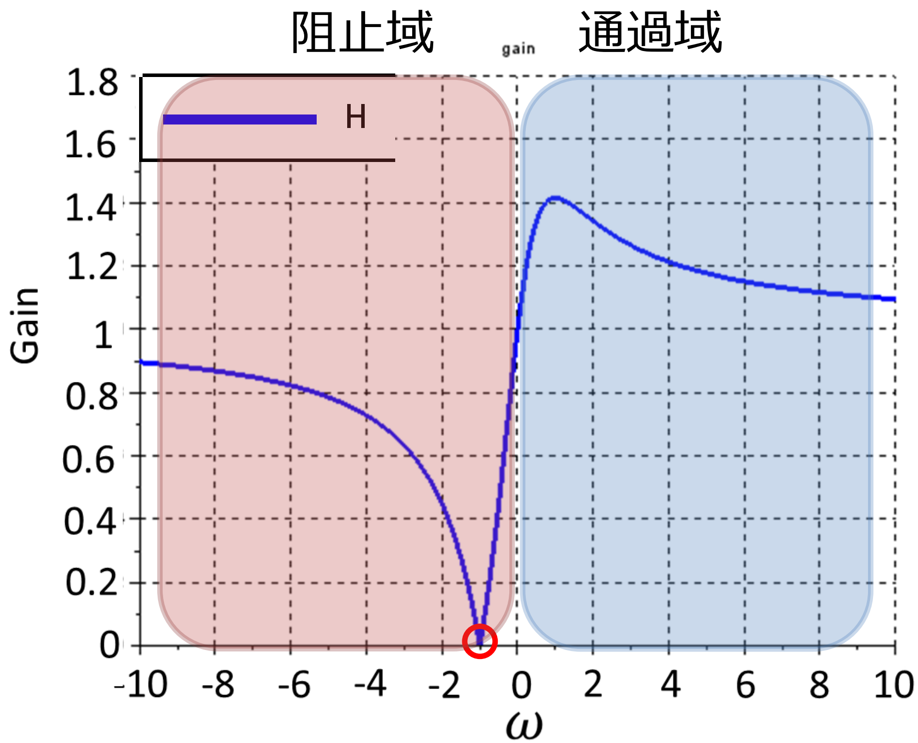
$\boldsymbol{H_{re}(j\omega)}$と$\boldsymbol{H_{im}(j\omega)}$のふるまいを調べる

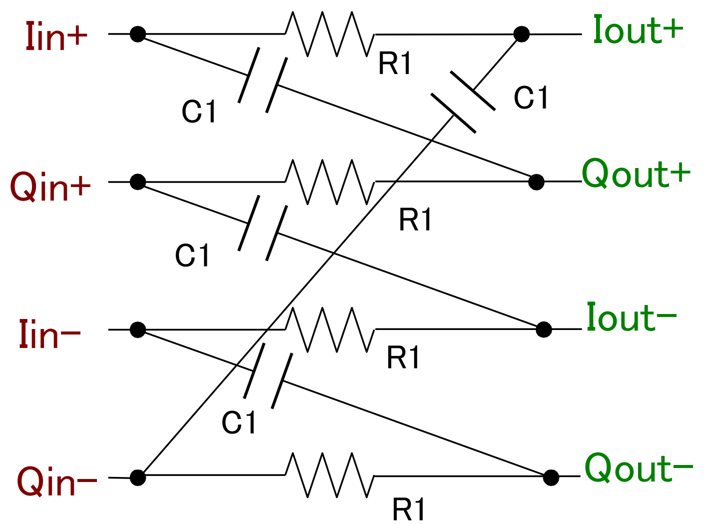
目次

- 研究目的
  - RCポリフェーズフィルタ
  - ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
  - 1次
  - 2次
  - 3次
  - 4次
  - 一般のn次
- まとめ

1次RCポリフェーズフィルタ：伝達関数

$$H_1(j\omega) = \frac{1+\omega R_1 C_1}{1+j\omega R_1 C_1}$$





$R_1 = 1k\Omega \qquad C_1 = 10pF$

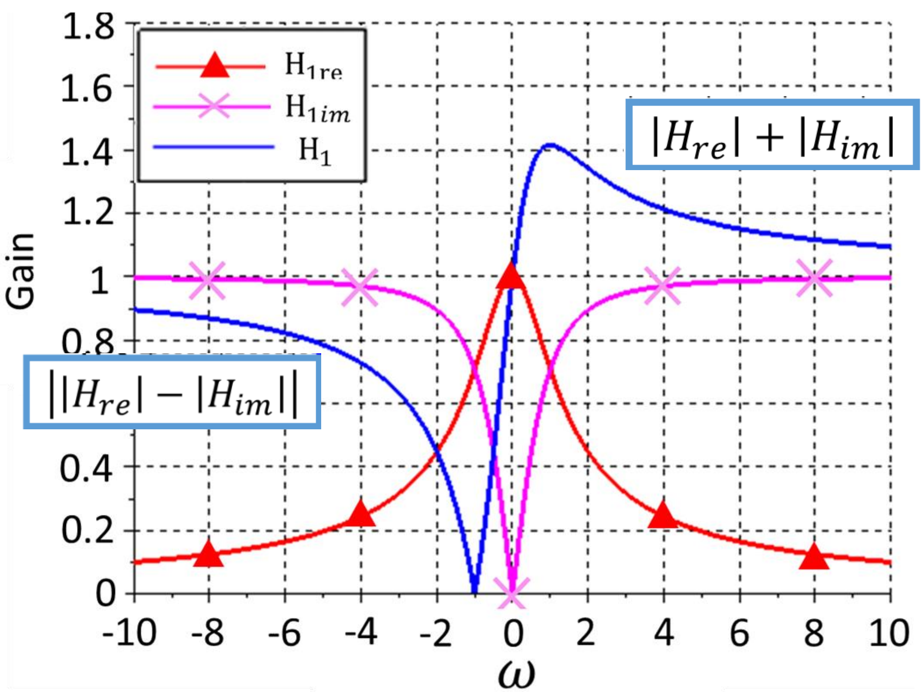
ゼロ点： $\omega = -\dfrac{1}{R_1 C_1}$

1次RCポリフェーズフィルタ：周波数特性

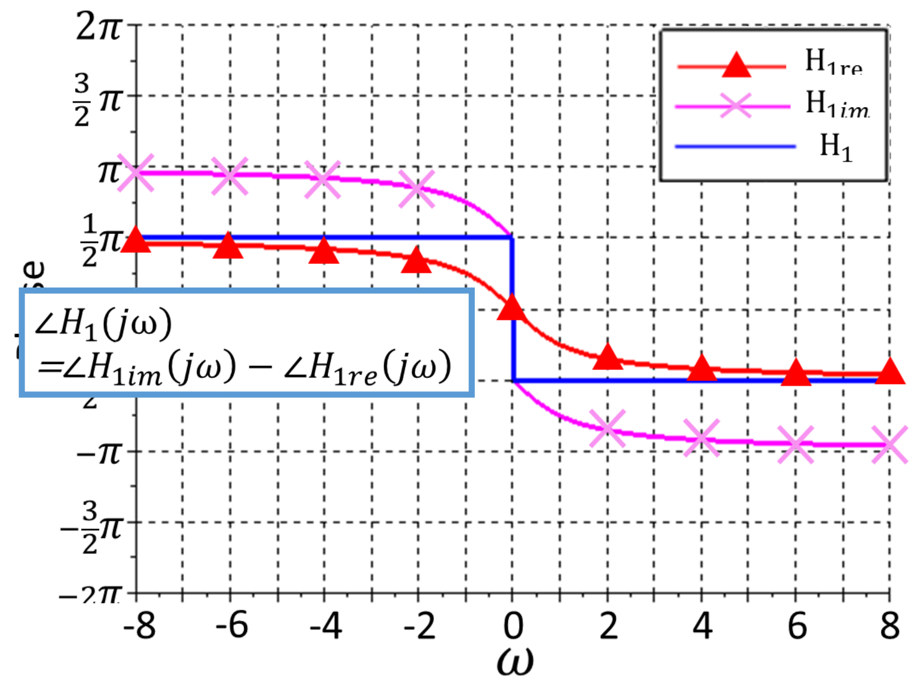
$$H(j\omega) = H_{re}(j\omega) + jH_{im}(j\omega)$$

実数経路： $H_{re}(j\omega) = \dfrac{H(j\omega) + H^*(-j\omega)}{2} = \dfrac{1}{1 + j\omega RC}$

虚数経路： $H_{im}(j\omega) = \dfrac{H(j\omega) - H^*(-j\omega)}{2} = -j\dfrac{\omega RC}{1 + j\omega RC}$



ゲイン特性



位相特性

1次RCポリフェーズフィルタの解析

■ Hのゲイン特性は

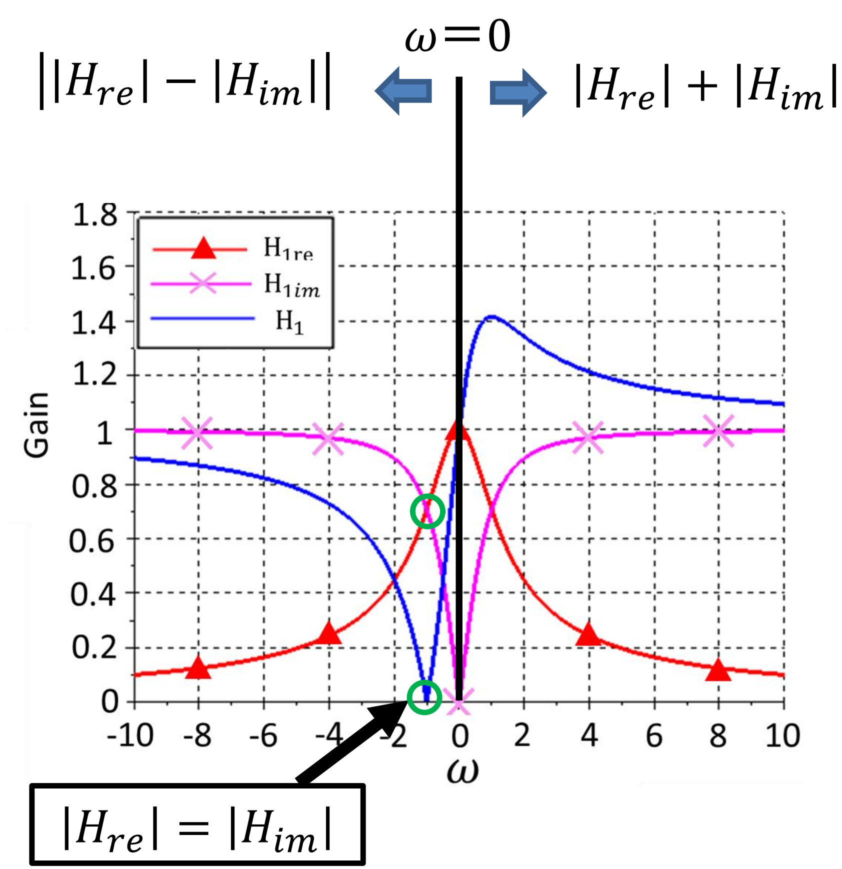
$\omega > 0$ で $|H_{re}| + |H_{im}|$

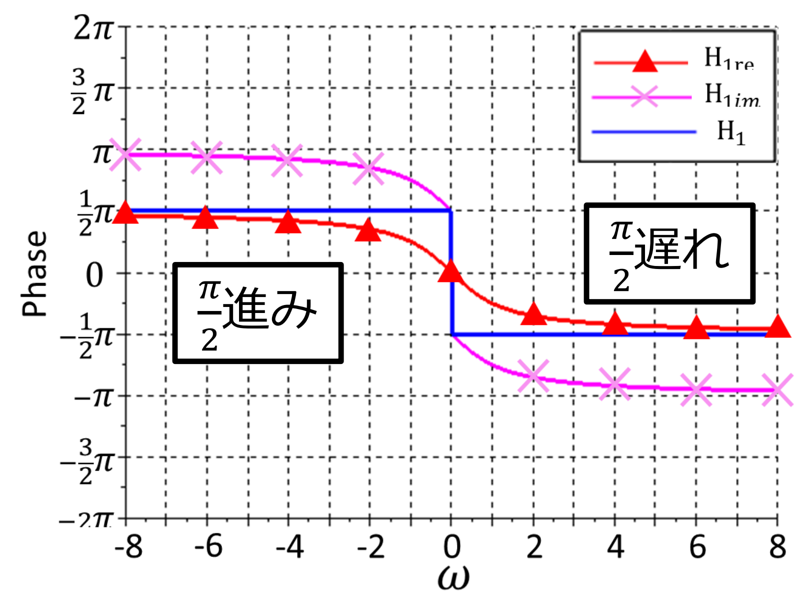
$\omega < 0$ で $||H_{re}| - |H_{im}||$

■ Hre, Himの位相は

$\omega > 0$ で 90°位相遅れ

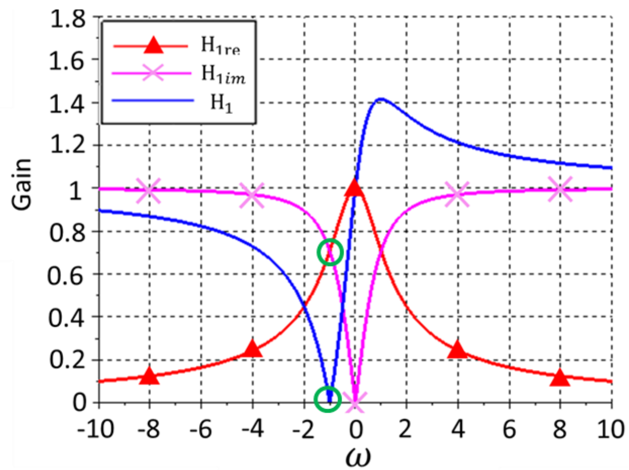
$\omega < 0$ で 90°位相進み

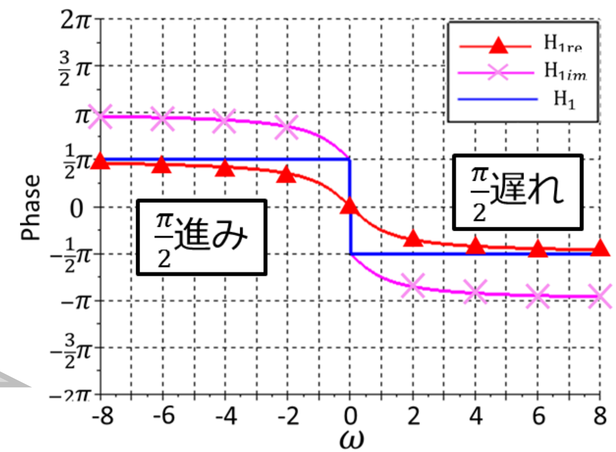


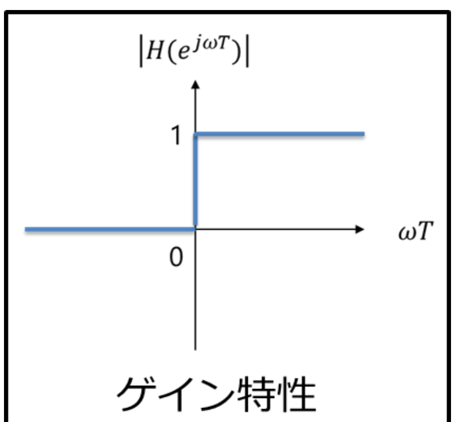


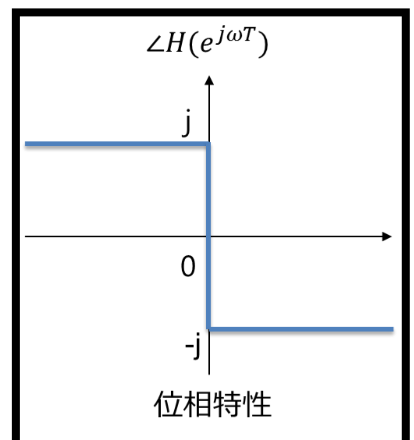
1次RCポリフェーズフィルタの解析結果

ゲイン特性はゼロ点のみヒルベルトフィルタ
位相特性は完全にヒルベルトフィルタ







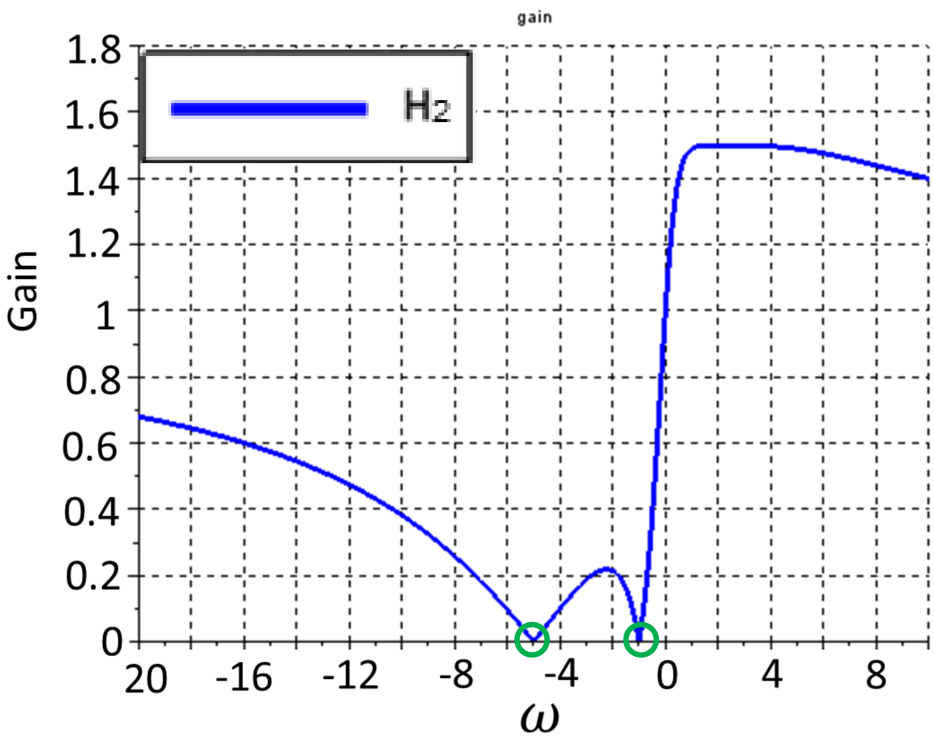


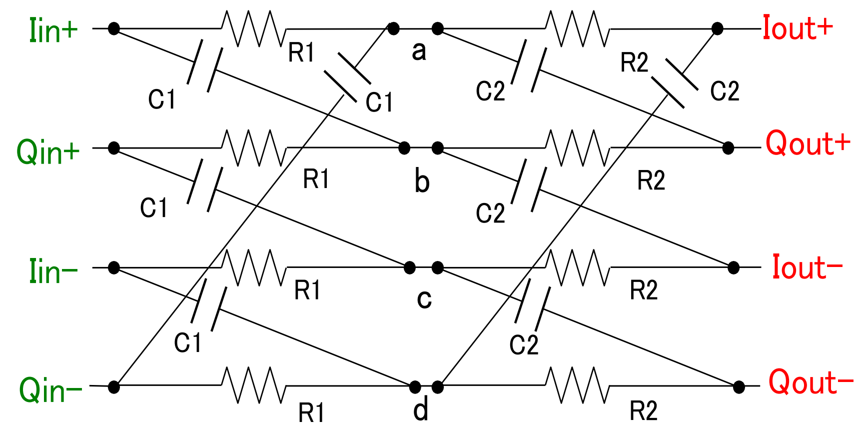
目次

- 研究目的
  - RCポリフェーズフィルタ
  - ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
  - 1次
  - 2次
  - 3次
  - 4次
  - 一般のn次
- まとめ

2次RCポリフェーズフィルタ：伝達関数

$$H_2(j\omega) = \frac{(1+\omega R_1C_1)(1+\omega R_2C_2)}{1-\omega^2 R_1C_1R_2C_2 + j\omega(R_1C_1 + R_2C_2 + 2R_1C_2)}$$





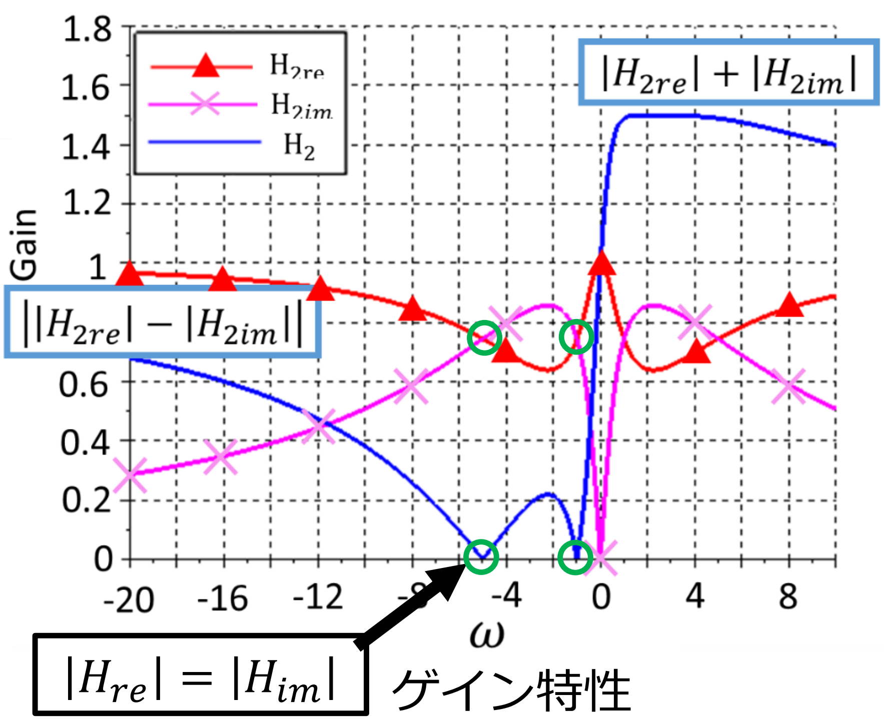
$R_1 = 1k\Omega \qquad C_1 = 10pF$
$R_2 = 3k\Omega \qquad C_2 = 1pF$

ゼロ点： $\omega = -\frac{1}{R_1C_1}, -\frac{1}{R_2C_2}$

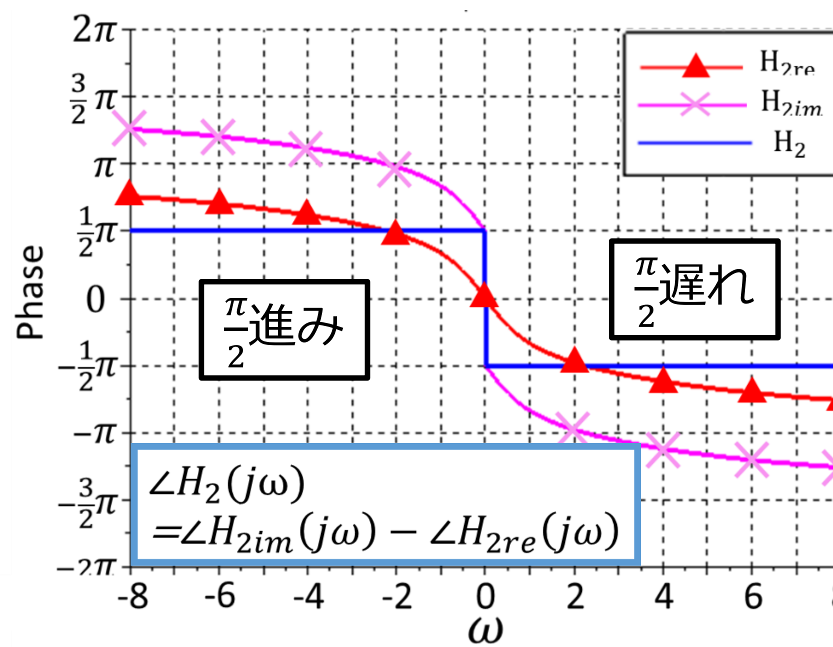
2次RCポリフェーズフィルタ：周波数特性

$$H_{re}(j\omega)=\frac{H(j\omega)+H^*(-j\omega)}{2}=\frac{(1+\omega^2R_1C_1R_2C_2)}{(1-\omega^2R_1C_1R_2C_2)+j\omega(R_1C_1+R_2C_2+2R_1C_2)}$$

$$H_{im}(j\omega)=\frac{H(j\omega)-H^*(-j\omega)}{2}=-j\frac{\omega(R_1C_1+R_2C_2)}{(1-\omega^2R_1C_1R_2C_2)+j\omega(R_1C_1+R_2C_2+2R_1C_2)}$$



ゲイン特性



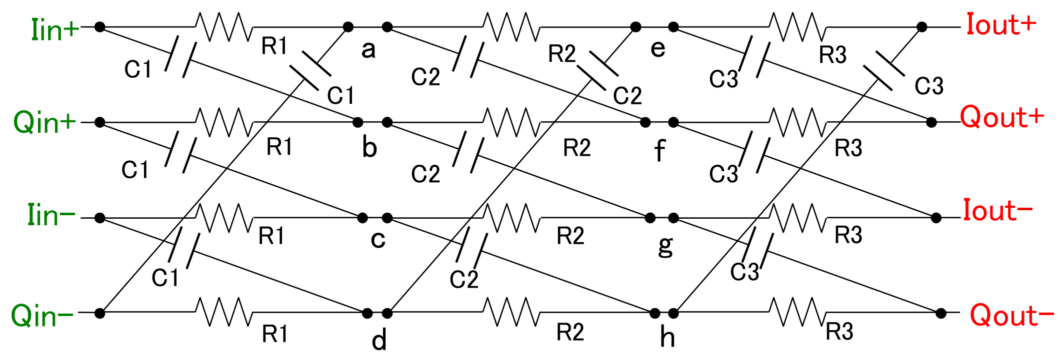
位相特性

目次

- 研究目的
  - RCポリフェーズフィルタ
  - ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
  - 1次
  - 2次
  - 3次
  - 4次
  - 一般のn次
- まとめ

3次RCポリフェーズフィルタ：伝達関数

$$H_3(j\omega) = \frac{\boxed{N_3(j\omega)}}{\boxed{D_{3R}(j\omega)} + j\,\boxed{D_{3I}(j\omega)}}$$

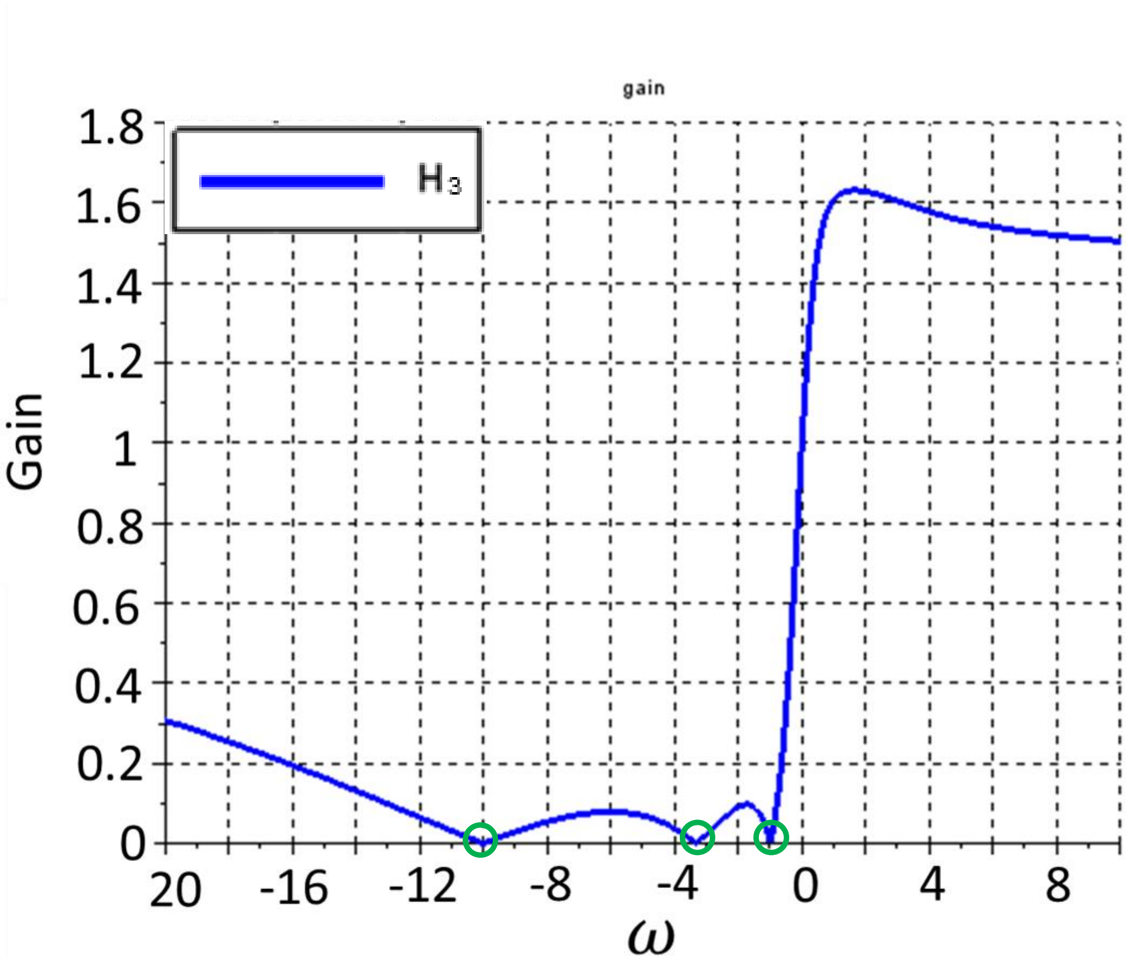


$$N_3(j\omega) = (1+\omega R_1C_1)(1+\omega R_2C_2)(1+\omega R_3C_3)$$

$$D_{3R}(j\omega) =$$
$$1-\omega^2[R_1C_1R_2C_2 + R_2C_2R_3C_3 + R_1C_1R_3C_3 + 2R_1C_3(R_2C_2 + R_2C_1 + R_3C_2)]$$

$$D_{3I}(j\omega) =$$
$$\omega[R_1C_1 + R_2C_2 + R_3C_3 + 2(R_1C_2 + R_2C_3 + R_1C_3)] - \omega^3 R_1C_1R_2C_2R_3C_3$$

3次RCポリフェーズフィルタ：ゲイン特性



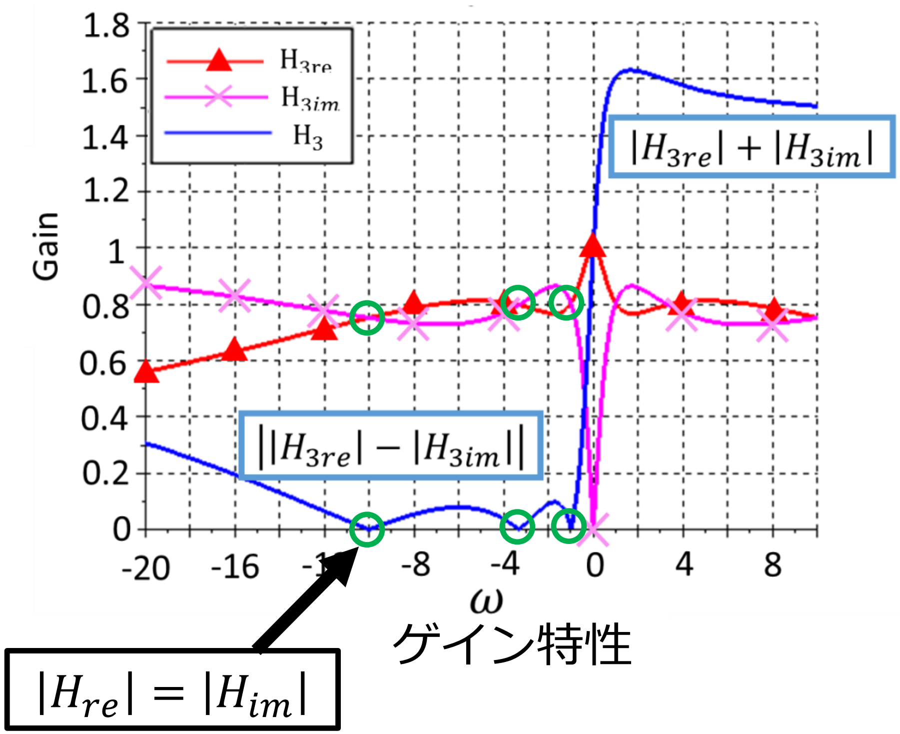
$R_1 = 1k\Omega \qquad C_1 = 10pF$
$R_2 = 3k\Omega \qquad C_2 = 1pF$
$R_3 = 5k\Omega \qquad C_3 = 0.2pF$

ゼロ点： $\omega = -\dfrac{1}{R_1C_1}, -\dfrac{1}{R_2C_2}, -\dfrac{1}{R_3C_3}$

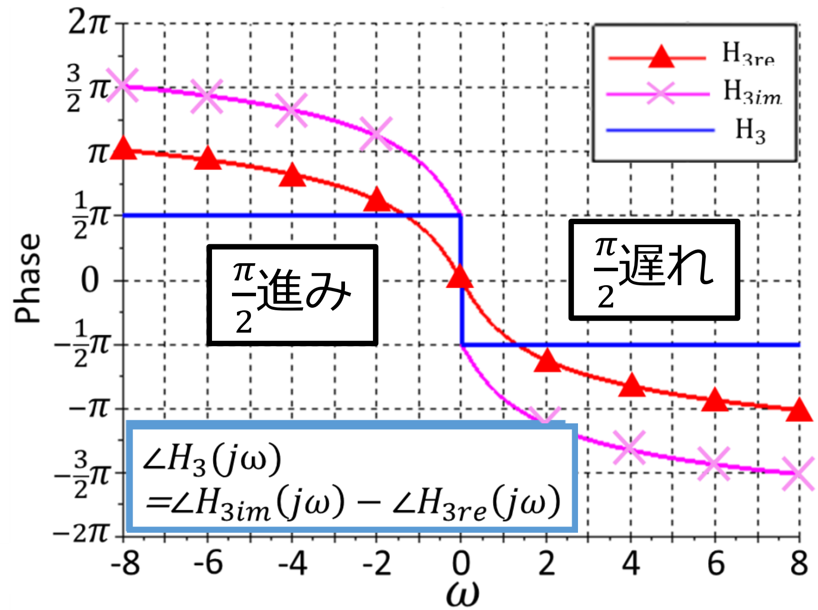
3次RCポリフェーズフィルタ：周波数特性

$$H_{re}(j\omega) = \frac{H(j\omega) + H^*(-j\omega)}{2} = \frac{1 + \omega^2 (R_1C_1R_2C_2 + R_2C_2R_3C_3 + R_3C_3R_1C_1)}{D_{3R}(j\omega) + j\,D_{3I}(j\omega)}$$

$$H_{im}(j\omega) = \frac{H(j\omega) - H^*(-j\omega)}{2} = -\,j\,\frac{\omega(R_1C_1 + R_2C_2 + R_3C_3) + \omega^3 R_1C_1R_2C_2R_3C_3}{D_{3R}(j\omega) + j\,D_{3I}(j\omega)}$$



ゲイン特性



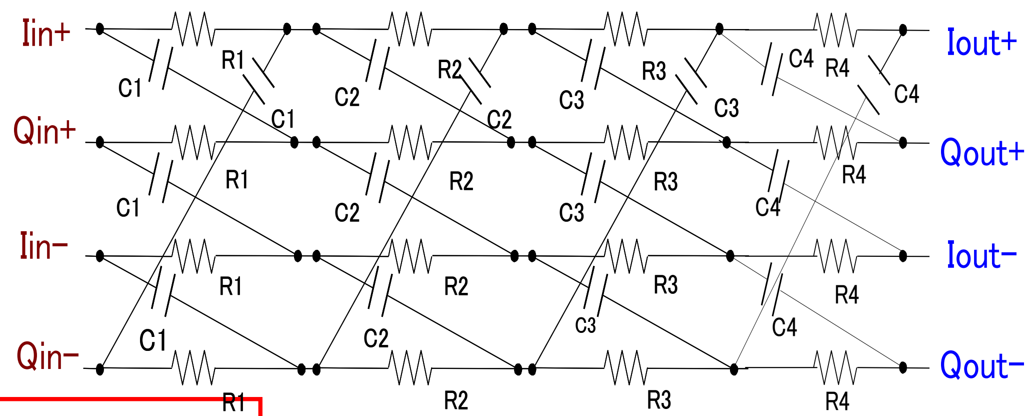
位相特性

目次

- 研究目的
  - RCポリフェーズフィルタ
  - ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
  - 1次
  - 2次
  - 3次
  - 4次
  - 一般のn次
- まとめ

4次RCポリフェーズフィルタ：伝達関数

$$H_4(j\omega) = \frac{\boxed{N_4(\omega)}}{\boxed{D_{4R}(\omega)} + j\,\boxed{D_{4I}(\omega)}}$$

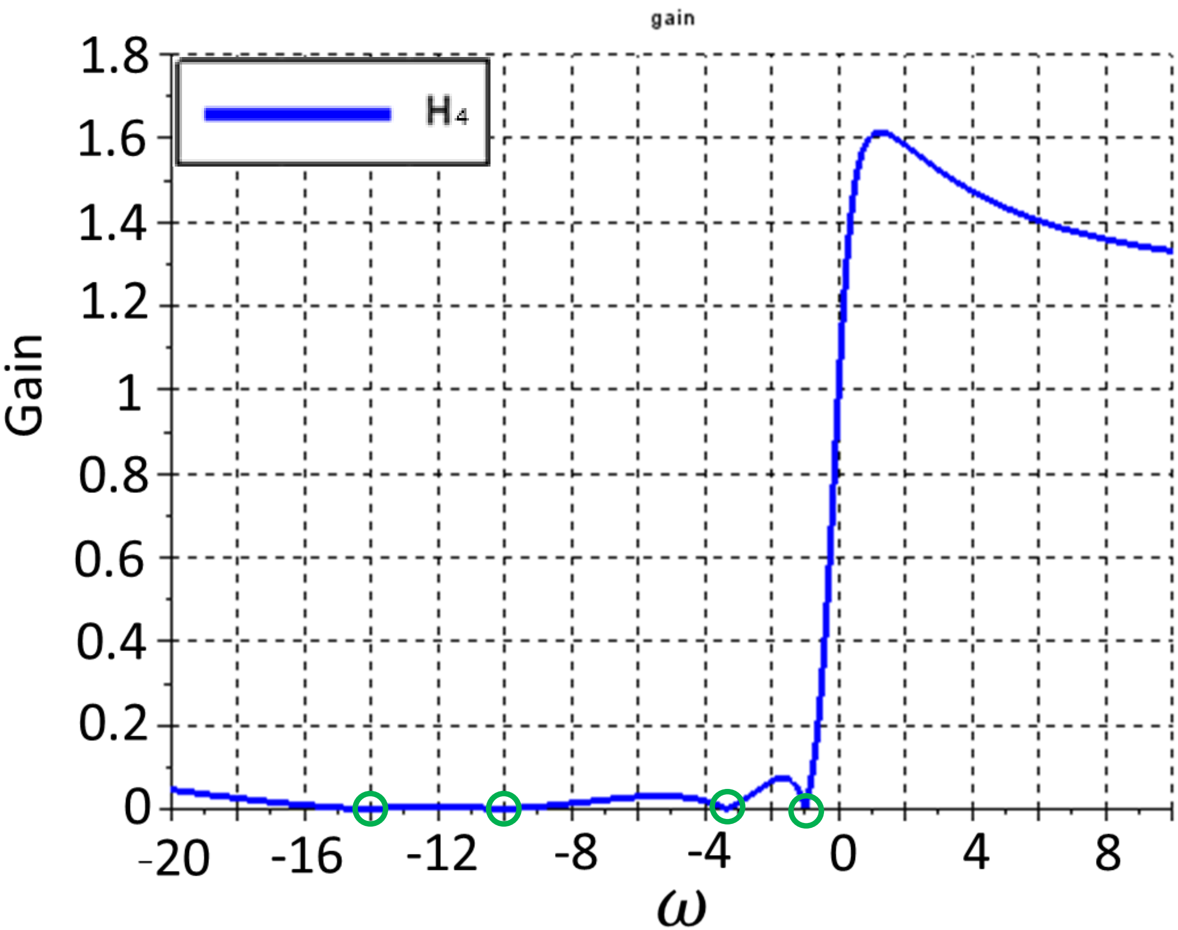


$$N_4(\omega) = (1+\omega R_1C_1)(1+\omega R_2C_2)(1+\omega R_3C_3)(1+\omega R_4C_4)$$

$$\begin{aligned}
D_{4R}(\omega) = 1-\omega^2[&R_1R_2(C_1C_2+2C_1C_3+2C_1C_4+2C_2C_3+2C_2C_4)+\\
&R_2R_3(C_2C_3+2C_2C_4+2C_3C_4)+R_3R_4C_3C_4+\\
&R_1R_3(C_1C_3+2C_1C_4+2C_2C_3+4C_2C_4+2C_3C_4)+R_1R_4(C_1C_4+2C_2C_4+2C_3C_4)\\
&+R_2R_4(C_2+2C_3)C_4]+\omega^4R_1R_2R_3R_4C_1C_2C_3C_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{4I}(\omega) = \omega[&R_1C_1+R_2C_2+R_3C_3+R_4C_4+2R_1C_2+2R_1C_3+2R_1C_4+\\
&2R_2C_3+2R_2C_4+2R_3C_4]-\omega^3[R_1R_2R_3(C_1C_2C_3+2C_1C_2C_4+2C_1C_3C_4+2C_2C_3C_4)+\\
&R_2R_3R_4C_2C_3C_4+R_1R_2R_4(C_1C_2C_4+2C_1C_3C_4+2C_2C_3C_4)+R_1R_3R_4(C_1C_3C_4+2C_2C_3C_4)]
\end{aligned}$$

4次RCポリフェーズフィルタ：ゲイン特性



$R_1 = 1k\Omega$	$C_1 = 10pF$
$R_2 = 3k\Omega$	$C_2 = 1pF$
$R_3 = 5k\Omega$	$C_3 = 0.2pF$
$R_4 = 7k\Omega$	$C_4 = 0.1pF$

ゼロ点： $$\omega = -\frac{1}{R_1C_1}, -\frac{1}{R_2C_2}, -\frac{1}{R_3C_3}, -\frac{1}{R_4C_4}$$

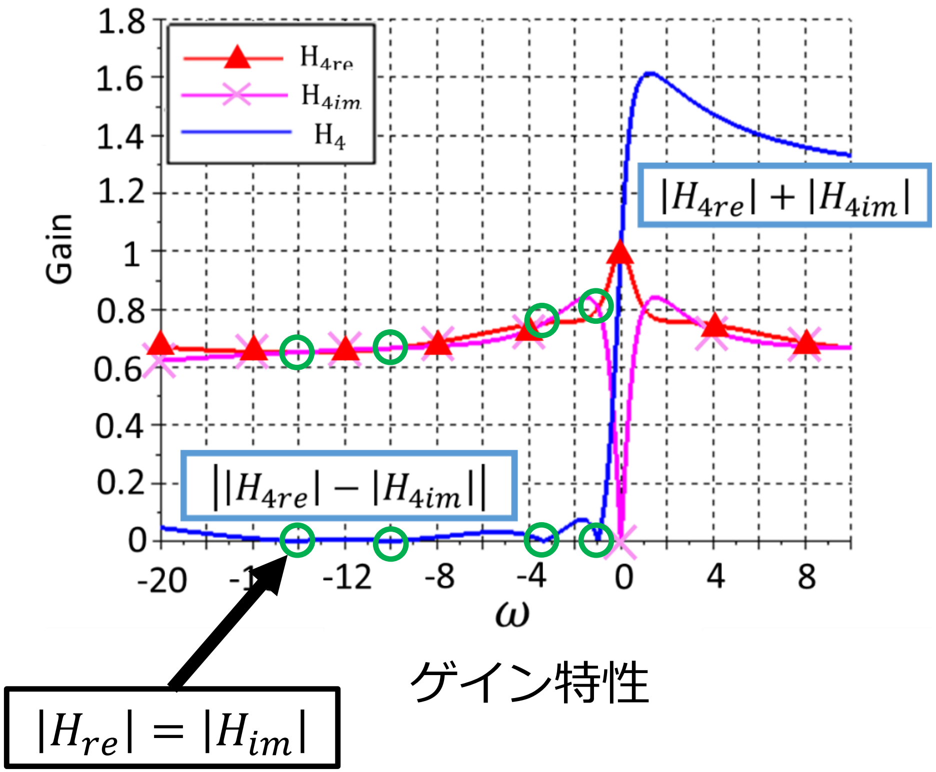
4次RCポリフェーズフィルタ：周波数特性

$$H_{re}(j\omega) = \frac{H(j\omega) + H^*(-j\omega)}{2}$$

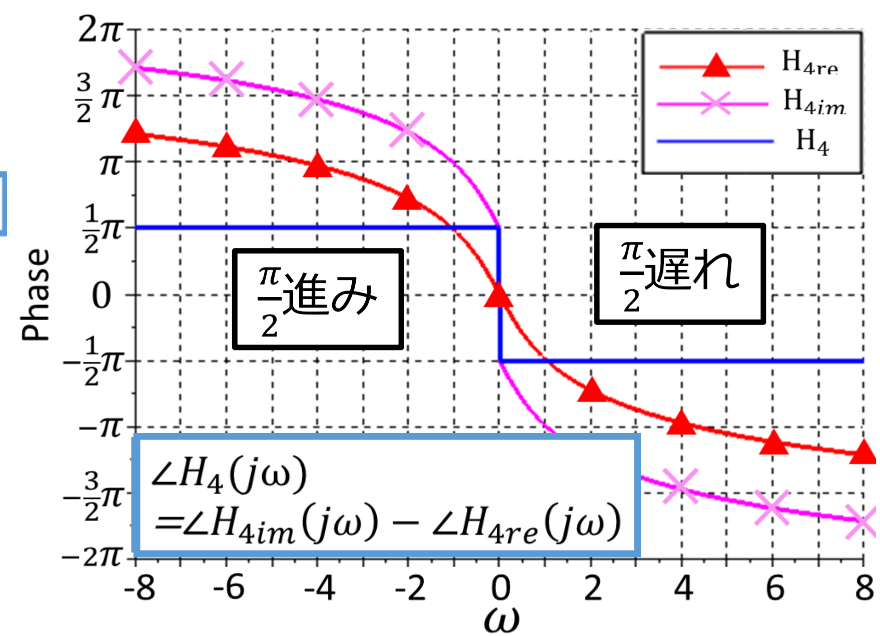
$$= \frac{1 + \omega^2(R_1C_1R_2C_2 + R_2C_2R_3C_3 + R_3C_3R_4C_4 + R_4C_4R_1C_1 + R_2C_2R_4C_4 + R_1C_1R_3C_3) + \omega^4 R_1C_1R_2C_2R_3C_3R_4C_4}{D_{4R}(\omega) + jD_{4I}(\omega)}$$

$$H_{re}(j\omega) = \frac{H(j\omega) - H^*(-j\omega)}{2}$$

$$= -j\frac{1 + \omega\,(R_1C_1 + R_2\,C_2 + R_3C_3 + R_4C_4) + \omega^3(R_1C_1R_2C_2R_3C_3 + R_2C_2R_3C_3R_4C_4 + R_3C_3R_4C_4R_1C_1 + R_4C_4R_1C_1R_2C_2)}{D_{4R}(\omega) + jD_{4I}(\omega)}$$



ゲイン特性



位相特性

解析結果のまとめと考察

1次 – 4 次RCポリフェーズフィルタの解析結果

ゲイン特性はゼロ点のみヒルベルトフィルタ
位相特性は完全にヒルベルトフィルタ

↓

一般の n 次 (n=1, 2, 3, 4, 5, …)
においても成立と予想

目次

- 研究目的
  - RCポリフェーズフィルタ
  - ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
  - 1次
  - 2次
  - 3次
  - 4次
  - 一般のn次
- まとめ

n次RCポリフェーズフィルタの伝達関数の推定

伝達関数の　分子　→　ゼロ点 n個

　　　　　　分母　→　(jω) の n次多項式

$$H_{(n)}(j\omega) = \frac{(1+\omega R_1 C_1)(1+\omega R_2 C_2)\cdots(1+\omega R_n C_n)}{1+(j\omega)^1 a_1 + \cdots + (j\omega)^n a_n} = \frac{N_{(n)}(j\omega)}{D_{(n)}(j\omega)}$$

$$H_{(n)}(j\omega) = H_{(n)re}(j\omega) + jH_{(n)im}(j\omega)$$

$$\omega_k = 1/(R_k C_k)$$

n次RCポリフェーズフィルタのゲイン特性1

$$\left|H_{(n)}(j\omega)\right| = \frac{\prod_{k=1}^{n}\left|1+j\dfrac{\omega}{\omega_k}\right|}{\left|D_{(n)}(j\omega)\right|} = \left|\frac{N_{(n)}(j\omega)}{D_{(n)}(j\omega)}\right|$$

← 分子に着目

$$\omega_k = 1/(R_k C_k)$$

負の周波数領域

$$N_{(n)}(-j\omega_k) = \underline{N_{(n)re}(-j\omega_k)} + j\underline{N_{(n)im}(-j\omega_k)}$$
$$= 0$$

正の実数

$$|N_{(n)}(-j\omega_k)| = |N_{(n)re}(-j\omega_k)| - |N_{(n)im}(-j\omega_k)|$$
$$= 0$$

正の周波数領域

$$\underline{N_{(n)}(j\omega_k)} = \underline{N_{(n)re}(j\omega_k)} + j\underline{N_{(n)im}(j\omega_k)}$$

正の実数

$$|N_{(n)}(j\omega_k)| = |N_{(n)re}(j\omega_k)| + |N_{(n)im}(j\omega_k)|$$

n次RCポリフェーズフィルタのゲイン特性2

$$\left|H_{(n)}(j\omega)\right| = \frac{\prod_{k=1}^{n}\left|1+j\dfrac{\omega}{\omega_k}\right|}{\left|D_{(n)}(j\omega)\right|} = \left|\frac{N_{(n)}(j\omega)}{D_{(n)}(j\omega)}\right|$$

← 分子に着目

$$\omega_k = 1/(R_k C_k)$$

$N_{(n)re}(j\omega)$はωの偶数次の多項式、$N_{(n)im}(j\omega)$はωの奇数次の多項式

$$|N_{(n)}(j\omega)| = |N_{(n)re}(j\omega)| + |N_{(n)im}(j\omega)| \quad (\omega > 0)$$

$$|N_{(n)}(j\omega)| = |N_{(n)re}(j\omega)| - |N_{(n)im}(j\omega)| \quad (\omega < 0)$$

伝達関数の分母 $D_{(n)}(j\omega)$ が $(j\omega)$ の多項式だから $H_{(n)}(j\omega)$ も同様

$$|H_{(n)}(-j\omega_k)| = |H_{(n)re}(-j\omega_k)| - |H_{(n)im}(-j\omega_k)| \quad (\omega = -\omega_k)$$

$$= 0$$

ゼロ点において、実数経路と虚数経路の差をとる

n次RCポリフェーズフィルタの位相特性

$$H_{nre}(j\omega)=\frac{N_{nre}(j\omega)}{D_{nre}(j\omega)+j\,D_{nre}(j\omega)}$$

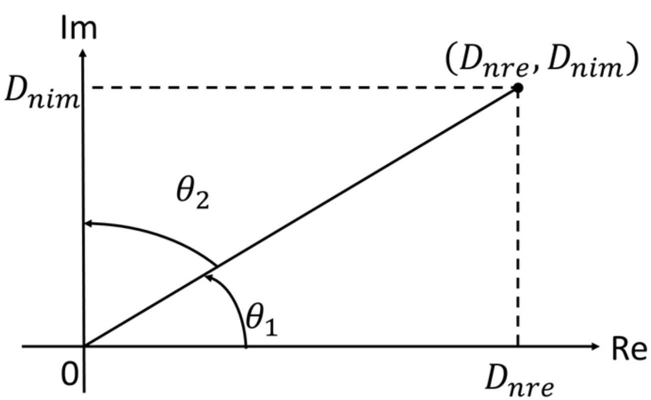
$$H_{nim}(j\omega)=-j\frac{N_{nim}(j\omega)}{D_{nre}(j\omega)+j\,D_{nre}(j\omega)}$$

$$\tan(\angle H_{nre}(j\omega))=-\frac{D_{nim}(j\omega)}{D_{nre}(j\omega)}$$

$$\tan(\angle H_{nim}(j\omega))=\frac{D_{nre}(\omega)}{D_{nim}(\omega)}$$

$$\angle H_{nim}(j\omega)-\angle H_{nre}(j\omega)=\tan^{-1}\left(\frac{D_{nre}(j\omega)}{D_{nim}(j\omega)}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{D_{nim}(j\omega)}{D_{nre}(j\omega)}\right)$$

$$=\begin{cases}\dfrac{\pi}{2}(\omega>0)\\[2ex]-\dfrac{\pi}{2}(\omega<0)\end{cases}$$



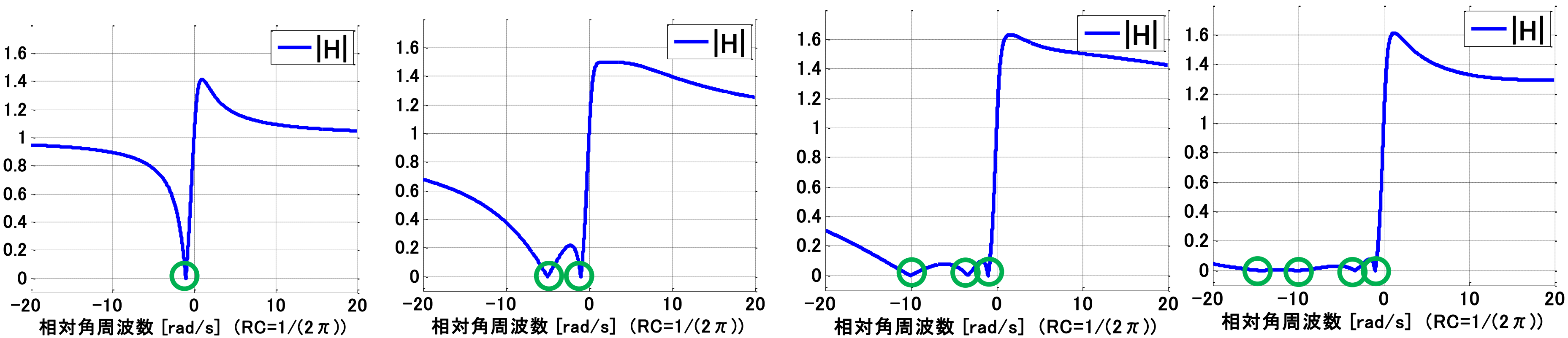
$$\theta_1=\tan^{-1}\left(\frac{D_{nim}}{D_{nre}}\right),\theta_2=\tan^{-1}\left(\frac{D_{nre}}{D_{nim}}\right),\theta_1+\theta_2=\frac{\pi}{2}$$

実数経路と虚数経路の間に位相差90°、ヒルベルト変換の性質をもつ

目次

- 研究目的
  - RCポリフェーズフィルタ
  - ヒルベルトフィルタ
- RCポリフェーズフィルタ特性解析手法
- RCポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関係性
  - 1次
  - 2次
  - 3次
  - 4次
  - 一般のn次
- まとめ

RCポリフェーズフィルタ考察：ゲイン特性



1次　2次　3次　4次

高次であるほど,

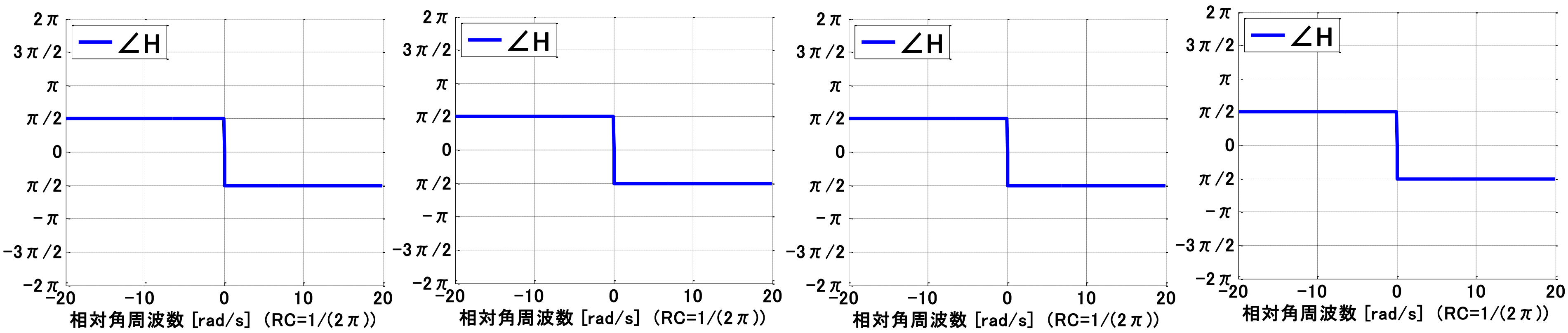
ゼロ点の数が増加

広範囲で$|H_{re}|$と$|H_{im}|$が近くなる

⇩

理想ヒルベルト変換に近づく

RCポリフェーズフィルタ考察：位相特性



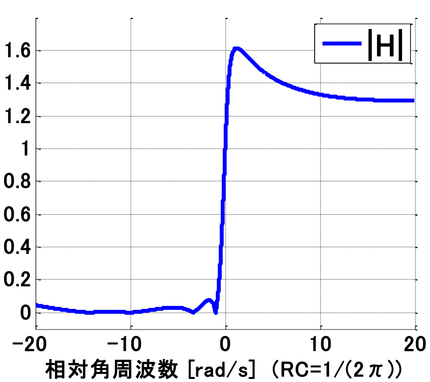
1次 2次 3次 4次

シミュレーション＆数式で入出力間に次数にかかわらず完全な90度位相差があることを確認

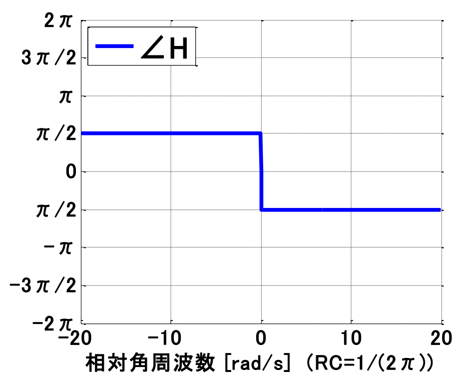
広帯域でヒルベルト変換の条件を満たす

まとめ

RCポリフェーズフィルタ

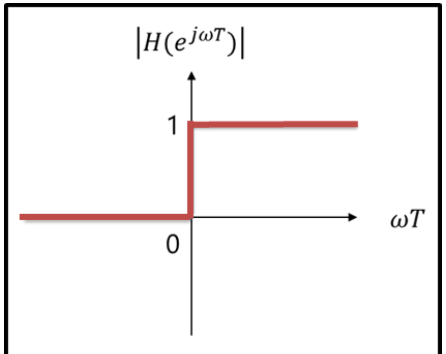


ゲイン特性

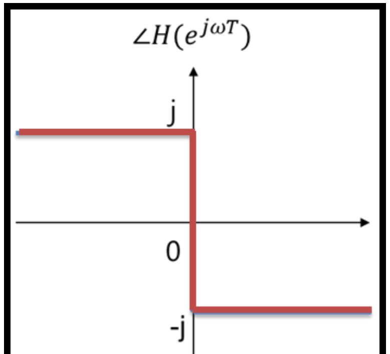


位相特性

ヒルベルトフィルタ



ゲイン特性



位相特性

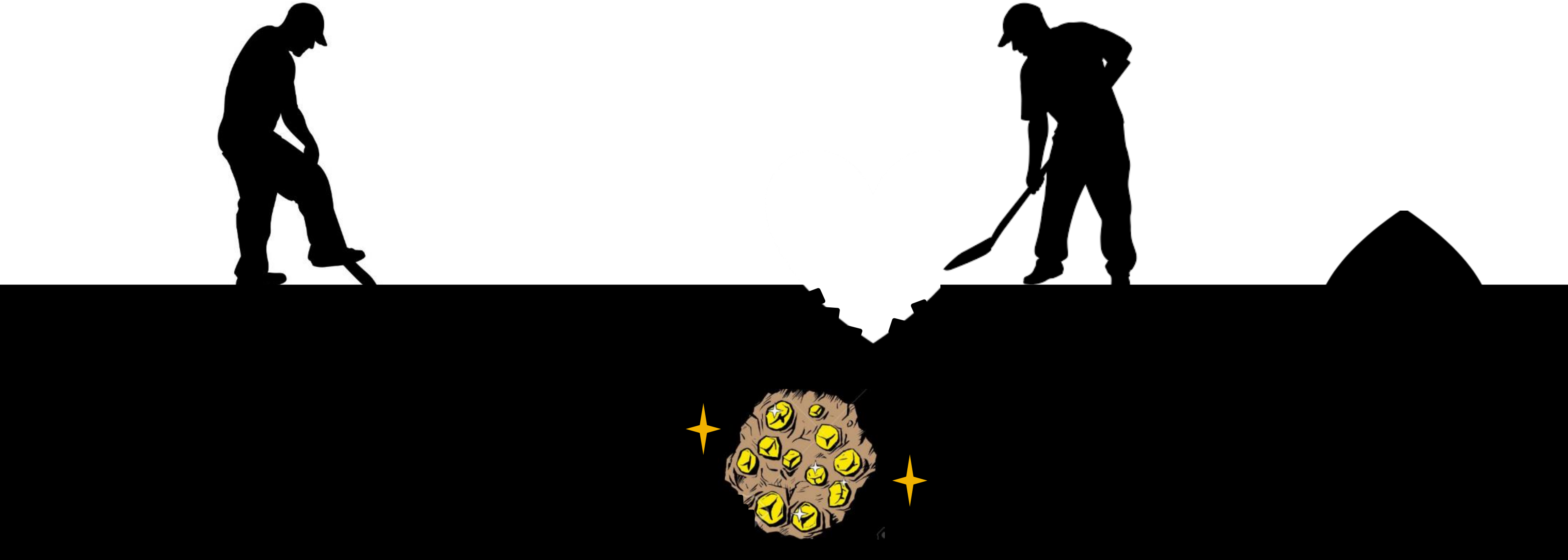
RCポリフェーズフィルタは複素入力のヒルベルトフィルタ

高次になるほど, ヒルベルトフィルタの理想特性に近づく

アナログフィルタ理論/基本アナログ回路研究への回帰

アナログフィルタ理論、数個のトランジスタ回路は
完成した分野と認識していたが…

「まだまだ尽きぬ鉱脈」か？



Q&Aその1

■ 藤井さん（筑波大学修士）

- 入出力が４つずつの構成ということだったが、入力を１つだけ（例：Iin+以外を0）にしたら出力はどうなる？90度移相はきちんとできる？

→Iin+とIin-のみならできる（単一信号からI,Q信号発生）。Iin+のみだとうまく動かないかも。

■ 高瀬さん（村田製作所）

- 位相特性のグラフから、実数経路と虚数経路はn次になると、どんどん大きくなるように見えるのだが、９０度位相差ではなくなるのでは？

→確かに実数経路と虚数経路は大きくなっていくが、差をとっているためそれぞれ大きくなっても90度位相差は保たれる。（グラフの説明が不十分だったもよう）

Q&Aその2

■ 島先生（神奈川大学）

（コメント）ＲＣポリフェーズフィルタの特性を解析してヒルベルトフィルタとの近似を示すという研究と理解した。逆に、ヒルベルトフィルタのほうの特性を展開（例えば、ローランド展開）すると統一性が上がるかも。