

# 複素アナログヒルベルトフィルタとしての RC ポリフェーズフィルタの特性

田村 善郎\* 関山 燎 浅見 幸司 小林 春夫 (群馬大学)

## RC Polyphase Filter as Complex Analog Hilbert Filter

Yoshiro Tamura\*, Ryo Sekiyama, Koji Asami, Haruo Kobayashi, (Gunma University)

This paper presents that the RC polyphase filter has characteristics as a complex analog Hilbert filter. The phase characteristics of the RC polyphaser filter have the same as the Hilbert filter, and its gain characteristics can be approximated as the Hilbert filter; as its order becomes higher, its gain characteristics become closer to the Hilbert filter. We have proved these for 1<sup>st</sup>, 2<sup>nd</sup>, 3<sup>rd</sup> and 4<sup>th</sup> RC polyphaser filters, as well as in general n-th order case, and also confirmed with numerical simulations.

キーワード : RC ポリフェーズフィルタ、ヒルベルトフィルタ、アナログフィルタ、複素信号処理  
(RC polyphase filter, Hilbert filter, Analog filter, Complex signal processing)

### 1. はじめに

RC ポリフェーズフィルタは、抵抗 R と容量 C から構成され、入出力が I, Q 信号の複素信号の受動アナログフィルタである。イメージ除去や I, Q 信号生成(位相が  $90^\circ$  異なった  $\cos, \sin$  波発生)を行うことができ、受動フィルタなので線形で高周波信号に対応でき、無線通信システムのアナログフロントエンド部に使用されている。(1)-(11) この論文では RC ポリフェーズフィルタをヒルベルトフィルタの観点から考察したので報告する。すなわち、RC ポリフェーズフィルタは入出力が複素信号(12)-(17)の場合の理想ヒルベルトフィルタ特性の近似であることを示す。

### 2. RC ポリフェーズフィルタの役割

図 1 に差動信号入出力の 1 次 RC ポリフェーズフィルタを示す。RC ポリフェーズフィルタの役割の一つに、「単一入力信号からの、I, Q 信号発生」が挙げられる。図 2 のように、入力に実数部である  $I_{in}$  のみを入力する。虚数部である  $Q_{in}$  にはゼロを入力する。このような信号をポリフェーズフィルタに入力すると、出力には、位相が  $90^\circ$  異なった、 $\cos, \sin$  波が発生される。一つの入力に対し、位相の  $90^\circ$  異なる二つの出力が得られることが特徴である。出力された二つの波は、ミキサに  $\cos, \sin$  波を入力するときなどに使用される。

二つ目の役割はイメージ信号(負の周波数成分)除去である。複素入力には負の周波数成分が含まれ、RC ポリフェー

ズフィルタを用いることで負の周波数成分を取り除くことができる。

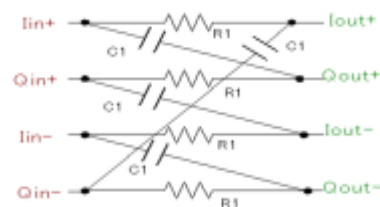


図 1 1 次 RC ポリフェーズフィルタ  
Fig.1. First-order RC polyphase filter

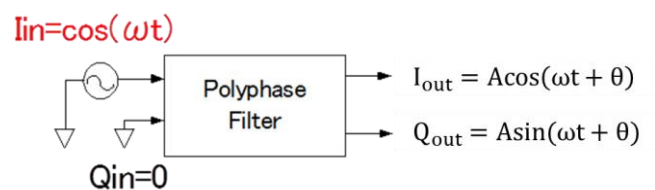


図 2 RC ポリフェーズフィルタによる余弦波、正弦波生成  
Fig.2. Cosine and sine signal generation using an RC polyphaser filter

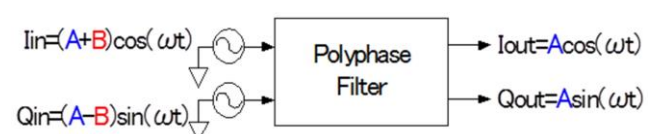


図 3 イメージ成分の除去  
Fig.3. Removal of the image components

### 3. ヒルベルトフィルタ

ヒルベルトフィルタは、1入力、2出力のフィルタであり、位相が  $\pi/2$  遅れた信号を生成する（解析信号を生成する）フィルタである。式(1)に示す周波数特性を持つ。

$$H(\omega) = \begin{cases} -j & (\omega > 0) \\ j & (\omega < 0) \end{cases} = \begin{cases} e^{-j\pi/2} & (\omega > 0) \\ e^{j\pi/2} & (\omega < 0) \end{cases} \quad (1)$$

デジタルフィルタで実装されることが多く、single side band(SSB)通信で  $90^\circ$  移相を行う場合やデジタル通信の周波数シフト、またジッター計測などにも幅広く用いられている。(18)(19)

### 4. RC ポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタの関連性

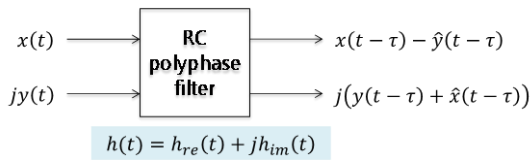


図4 RC ポリフェーズフィルタの入出力

Fig.4. Input and output of the RC polyphase filter

複素入力  $V_{in} = I_{in} + j Q_{in}$ , 複素出力  $V_{out} = I_{out} + j Q_{out}$  と定義し、RC ポリフェーズフィルタを複素アナログフィルタと考える。ここで注意すべきことは  $I_{in}$ ,  $Q_{in}$ ,  $I_{out}$ ,  $Q_{out}$  の個々の信号もゲイン、位相を考えて周波数領域で複素関数として表現されることである。また、RC ポリフェーズフィルタの伝達関数  $H$  は次のように定義する。

$$H(j\omega) = V_{out}(j\omega) / V_{in}(j\omega)$$

RC ポリフェーズフィルタのインパルス応答を  $h(t) = h_{re}(t) + jh_{im}(t)$  と表す。このとき、 $h_{re}(t)$ の成分を実数経路、 $h_{im}(t)$ の成分を虚数経路と呼ぶ。 $h_{re}(t)$ と  $h_{im}(t)$ のフーリエ変換を各々  $H_{re}(\omega)$ ,  $H_{im}(\omega)$  とし、2つの入力のフーリエ変換を  $X(\omega)$ ,  $Y(\omega)$  とすると、フィルタ出力は式(2)に表すことができる。

$$\begin{aligned} & (X(\omega) + jY(\omega)) \cdot (H_{re}(\omega) + jH_{im}(\omega)) \\ &= (X(\omega)H_{re}(\omega) + jY(\omega)H_{im}(\omega)) \\ & \quad + j(Y(\omega)H_{re}(\omega) + X(\omega)H_{im}(\omega)) \end{aligned} \quad (2)$$

ここでの注意点は  $H_{re}(\omega)$ ,  $H_{im}(\omega)$  はともに複素数ということである。つまり、複素フィルタの伝達関数を  $H(\omega) = H_{re}(\omega) + jH_{im}(\omega)$  と表したとしても  $H_{re}$  と  $H_{im}$  は  $H$  の実数成分と虚数成分ではないということの意味する。 $H(\omega)$  の伝達関数から  $H_{re}(\omega)$  と  $H_{im}(\omega)$  の伝達関数を抽出する。 $H_{re}$  を基準として  $H_{im}$  の位相特性が  $\omega > 0$  で  $-\pi/2$ ,  $\omega < 0$  で  $\pi/2$  であることを示す。

1次RCポリフェーズフィルタの伝達関数は、図1より求めることができ、次のようになる。

$$H_1(j\omega) = \frac{1 + \omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad (3)$$

$$|H_1(j\omega)| = \frac{|1 + \omega R_1 C_1|}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} \quad \tan(\angle H_1(j\omega)) = -\omega R_1 C_1 \quad (4)$$

式(4)で示すゲイン特性、位相特性を図5, 6に示す。

$H_{re}$  と  $H_{im}$  の導出

1.  $s = j\omega$  (等価的に  $\omega = js$ ) とおき  $H(s)$  を求める

$$H_1(j\omega) = \frac{1 + \omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad H_1(s) = \frac{1 - jsR_1 C_1}{1 + sR_1 C_1}$$

2.  $H(s) = H_{re}(s) + jH_{im}(s)$  を得る

$$H_1(s) = \frac{1}{1 + sR_1 C_1} - j \frac{sR_1 C_1}{1 + sR_1 C_1} \quad (6)$$

$$H_{re}(s) = \frac{1}{1 + sR_1 C_1} \quad H_{im}(s) = -j \frac{sR_1 C_1}{1 + sR_1 C_1} \quad (7)$$

3.  $s = j\omega$  と置き、 $H_{re}(j\omega)$ ,  $H_{im}(j\omega)$  を得る

$$H_{re}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad H_{im}(j\omega) = -j \frac{\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad (8)$$

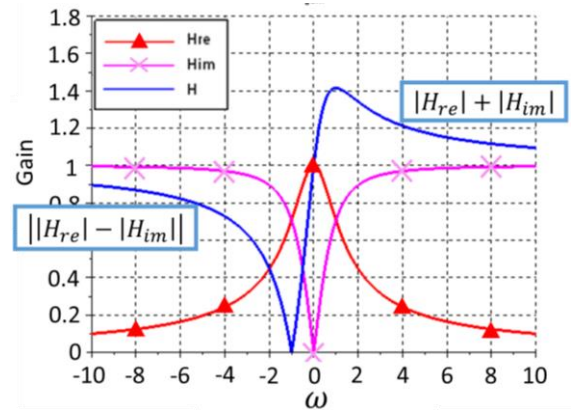


図5 1次RCポリフェーズフィルタのゲイン特性

Fig.5. Gain characteristics of the first-order RC polyphase filter

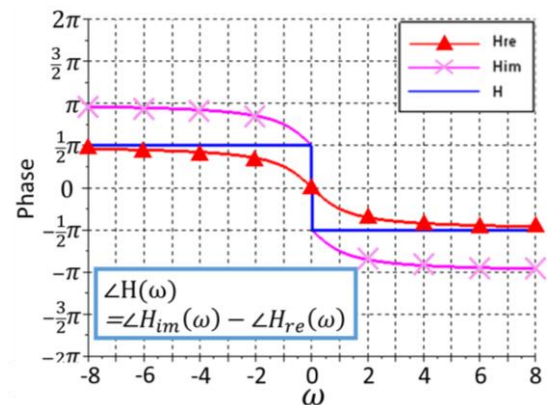


図6 1次RCポリフェーズフィルタの位相特性

Fig.6. Phase characteristics of the first-order RC polyphase filter

ゲイン特性は  $\omega > 0$  で  $|H_{re}| + |H_{im}|$

$\omega < 0$  で  $|H_{re}| - |H_{im}|$

また、ゼロ点  $\omega = -1/(RC)$  で  $|H_{re}| = |H_{im}|$

すなわち  $|H_{re}| \cdot |H_{im}| = 0$  である。

1次 RC ポリフェーズフィルタでは実数経路と虚数経路の伝達関数の位相特性が  $90^\circ$  ずれておりヒルベルトフィルタの条件を満たす。しかしゲイン特性ではすべての  $\omega < 0$  ではゼロになっておらず、完璧なヒルベルトフィルタではない。よりヒルベルトフィルタに近いゲイン特性のためには  $\omega < 0$  で多くのゼロ点をもたせる高次 RC ポリフェーズフィルタを用いる必要があると考察できる。

### 5. 高次 (2, 3, 4 次) RC ポリフェーズフィルタ

<5-1> 2次 RC ポリフェーズフィルタ

2次 RC ポリフェーズフィルタの伝達関数は、図 7 より求めることができ、式(9)となる。

$$H_2(j\omega) = \frac{(1 + \omega R_1 C_1)(1 + \omega R_2 C_2)}{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + j\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)} \quad (9)$$

この伝達関数より、ゲイン、位相特性が式(10)、図 8, 9 になる。

$$|H_2(j\omega)| = \frac{|1 + \omega R_1 C_1| |1 + \omega R_2 C_2|}{\sqrt{(1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2)^2 + \omega^2 (R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)^2}} \quad (10)$$

$$\tan(\angle H_2(j\omega)) = \frac{\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)}{\omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 - 1}$$

$H_{2re}, H_{2im}$  は 1次 RC ポリフェーズフィルタと同様に求めることができ、式(11)となる。

$$H_{2re}(j\omega) = \frac{1 + \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2}{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + j\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)} \quad (11)$$

$$H_{2im}(j\omega) = -\frac{j\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2)}{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + j\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)}$$

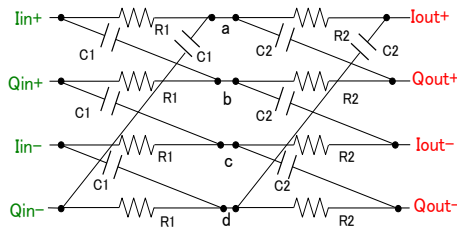


図 7 2次 RC ポリフェーズフィルタ

Fig.7. Second-order RC polyphase filter

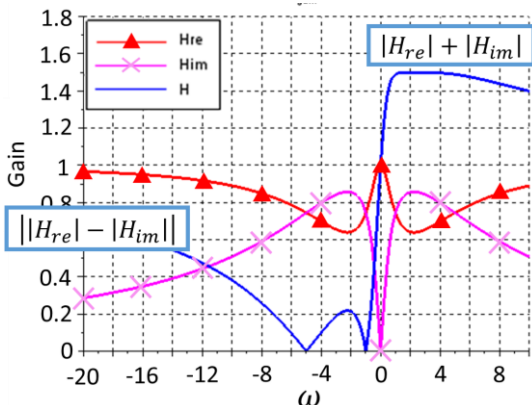


図 8 2次 RC ポリフェーズフィルタのゲイン特性

Fig.8. Gain characteristics of the second-order RC polyphase filter

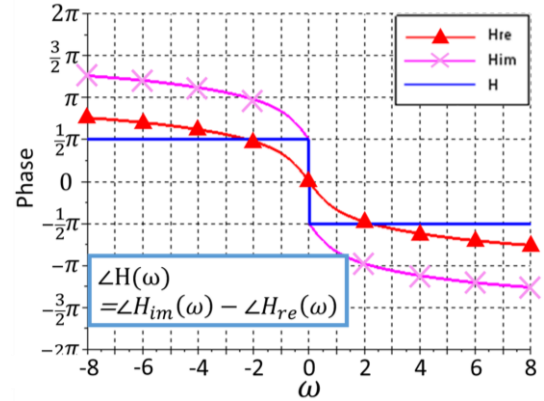


図 9 2次 RC ポリフェーズフィルタの位相特性

Fig.9. Phase characteristics of the second-order RC polyphase filter

<5-2> 3次 RC ポリフェーズフィルタ

3次 RC ポリフェーズフィルタの伝達関数は、図 10 より求めることができ、式(12)となる。

$$H_3(j\omega) = \frac{N_3(\omega)}{D_{3re}(\omega) + j D_{3im}(\omega)} \quad (12)$$

$$N_3(\omega) = (1 + \omega R_1 C_1)(1 + \omega R_2 C_2)(1 + \omega R_3 C_3)$$

$$D_{3re}(\omega) = 1 - \omega^2 [R_1 C_1 R_2 C_2 + R_2 C_2 R_3 C_3 + R_1 C_1 R_3 C_3 + 2R_1 C_3 (R_2 C_2 + R_2 C_1 + R_3 C_2)]$$

$$D_{3im}(\omega) = \omega [R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_3 C_3 + 2(R_1 C_2 + R_2 C_3 + R_1 C_3)] - \omega^3 R_1 C_1 R_2 C_2 R_3 C_3$$

伝達関数よりゲイン、位相特性が式(13)、図 11,12 になる。

$$|H_3(j\omega)| = \frac{|N_3(\omega)|}{\sqrt{D_{3re}(\omega)^2 + D_{3im}(\omega)^2}} \quad \tan(\angle H_3(j\omega)) = -\frac{D_{3im}(\omega)}{D_{3re}(\omega)} \quad (13)$$

$H_{3re}, H_{3im}$  は 1次 RC ポリフェーズフィルタと同様に求めることができ、式(14)となる。

$$H_{3re}(j\omega) = \frac{1 + \omega^2 (R_1 C_1 R_2 C_2 + R_2 C_2 R_3 C_3 + R_3 C_3 R_1 C_1)}{D_{3re}(\omega) + j D_{3im}(\omega)} \quad (14)$$

$$H_{3im}(j\omega) = -j \frac{\omega (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_3 C_3) + \omega^3 R_1 C_1 R_2 C_2 R_3 C_3}{D_{3re}(\omega) + j D_{3im}(\omega)}$$

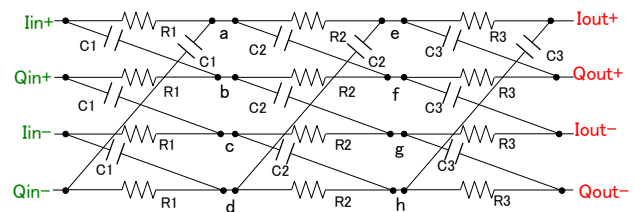


図 10 3次 RC ポリフェーズフィルタ

Fig.10. Third-order RC polyphase filter

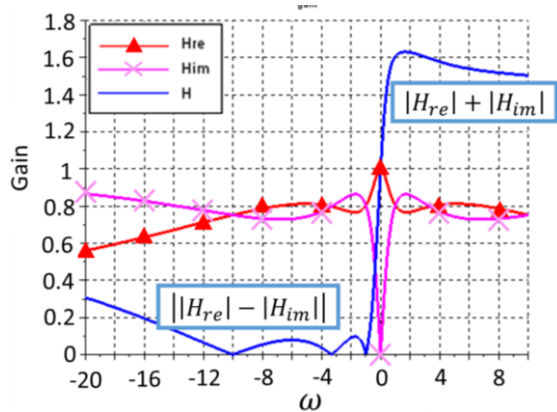


図 11 3次RCポリフェーズフィルタのゲイン特性  
Fig.11. Gain characteristics of the third-order RC polyphase filter

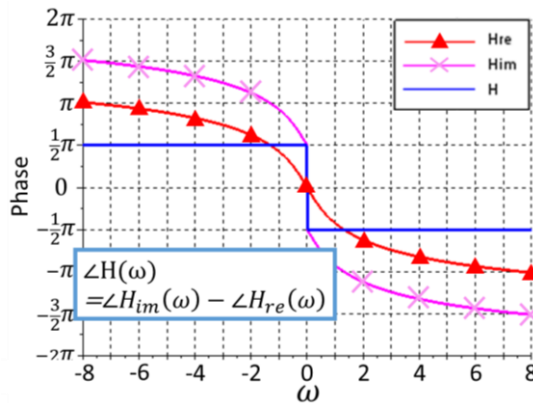


図 12 3次RCポリフェーズフィルタの位相特性  
Fig.12. Phase characteristics of the third-order RC polyphase filter

#### <5-3> 4次RCポリフェーズフィルタ

4次RCポリフェーズフィルタの伝達関数は、図13より求めることができ、式(15)となる。

$$H_4(j\omega) = \frac{N_4(\omega)}{D_{4re}(\omega) + jD_{4im}(\omega)} \quad (15)$$

$$N_4(\omega) = (1 + \omega R_1 C_1)(1 + \omega R_2 C_2)(1 + \omega R_3 C_3)(1 + \omega R_4 C_4)$$

$$D_{4re}(\omega) = 1 - \omega^2 [R_1 R_2 (C_1 C_2 + 2C_1 C_3 + 2C_1 C_4 + 2C_2 C_3 + 2C_2 C_4) + R_2 R_3 (C_2 C_3 + 2C_2 C_4 + 2C_3 C_4) + R_3 R_4 C_3 C_4 + R_1 R_3 (C_1 C_3 + 2C_1 C_4 + 2C_2 C_3 + 4C_2 C_4 + 2C_3 C_4) + R_1 R_4 (C_1 C_4 + 2C_2 C_4 + 2C_3 C_4) + R_2 R_4 (C_2 + 2C_3) C_4] + \omega^4 R_1 R_2 R_3 R_4 C_1 C_2 C_3 C_4$$

$$D_{4im}(\omega) = \omega [R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_3 C_3 + R_4 C_4 + 2R_1 C_2 + 2R_1 C_3 + 2R_1 C_4 + 2R_2 C_3 + 2R_2 C_4 + 2R_3 C_4] - \omega^3 [R_1 R_2 R_3 (C_1 C_2 C_3 + 2C_1 C_2 C_4 + 2C_1 C_3 C_4 + 2C_2 C_3 C_4) + R_2 R_3 R_4 C_2 C_3 C_4 + R_1 R_2 R_4 (C_1 C_2 C_4 + 2C_1 C_3 C_4 + 2C_2 C_3 C_4) + R_1 R_3 R_4 (C_1 C_3 C_4 + 2C_2 C_3 C_4)]$$

伝達関数より、ゲイン、位相特性が式(16)、図14、15になる。

$$|H_4(j\omega)| = \frac{|N_4(\omega)|}{\sqrt{D_{4re}(\omega)^2 + D_{4im}(\omega)^2}} \quad \tan(\angle H_4(j\omega)) = -\frac{D_{4im}(\omega)}{D_{4re}(\omega)} \quad (16)$$

$H_{4re}, H_{4im}$  は1次RCポリフェーズフィルタと同様に求めることができ式(17)となる。

$$H_{4re}(j\omega) = \frac{1}{D_{4re}(\omega) + jD_{4im}(\omega)} \{1 + \omega^2 (R_1 C_1 R_2 C_2 + R_2 C_2 R_3 C_3 + R_3 C_3 R_4 C_4 + R_4 C_4 R_1 C_1 + R_1 C_1 R_3 C_3 + R_2 C_2 R_4 C_4) + \omega^4 R_1 C_1 R_2 C_2 R_3 C_3 R_4 C_4\}$$

$$H_{4im}(j\omega) = -\frac{1}{D_{4re}(\omega) + jD_{4im}(\omega)} \{j\omega (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_3 C_3 + R_4 C_4) - j\omega^3 (R_1 C_1 R_2 C_2 R_3 C_3 + R_2 C_2 R_3 C_3 R_4 C_4 + R_3 C_3 R_4 C_4 R_1 C_1 + R_4 C_4 R_1 C_1 R_2 C_2)\}$$

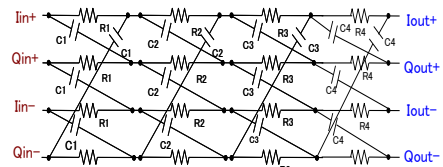


図 13 4次RCポリフェーズフィルタ  
Fig.13. Fourth-order RC polyphase filter

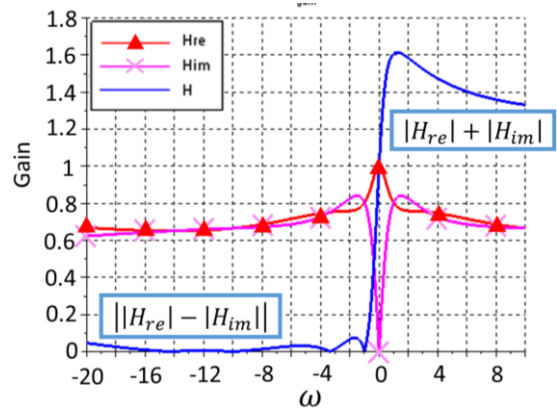


図 14 4次RCポリフェーズフィルタのゲイン特性  
Fig.14. Gain characteristics of the fourth-order RC polyphase filter

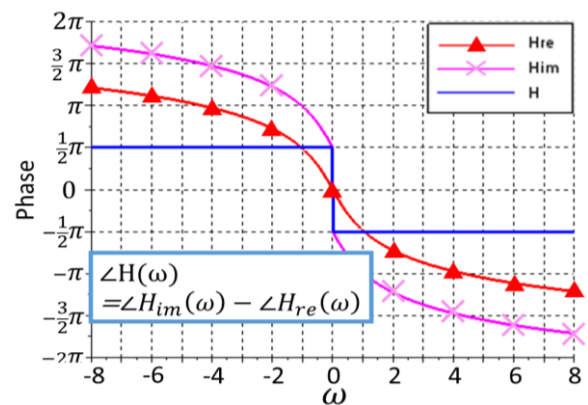


図 15 4次RCポリフェーズフィルタのゲイン特性  
Fig.15. Gain characteristics of the fourth-order RC polyphase filter

## 6. 一般のn次RCポリフェーズフィルタ

n次ポリフェーズフィルタの伝達関数の分子は1次～4次の結果から次式のように、ゼロ点をn個もつことが推定でき

る。

$$N_{(n)}(j\omega) = (1 + \omega R_1 C_1)(1 + \omega R_2 C_2) \cdots (1 + \omega R_{n-1} C_{n-1})(1 + \omega R_n C_n) \quad (18)$$

同様に分母は  $(j\omega)$  の  $n$  次多項式になることが推定できる。そこで、 $n$  次ポリフェーズフィルタの伝達関数を仮定し、ヒルベルトフィルタ特性との近似性を検討する。

#### n 次 RC ポリフェーズフィルタ伝達関数の推定：

$n$  次 RC ポリフェーズフィルタの伝達関数を任意の自然数  $k$  に対して、1 次～4 次伝達関数から式(18)の形をしていることが推定できる。

$$H_{(n)}(s) = \frac{\prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{j s}{\omega_k}\right)}{D_{(n)}(s)} \quad (19)$$

$$H_{(n)}(j\omega) = H_{(n)re}(j\omega) + jH_{(n)im}(j\omega)$$

$$s = j\omega$$

$$H_{(n)}(s) = H_{(n)re}(s) + jH_{(n)im}(s)$$

$$D_{(n)}(s) = 1 + a_1 s + \cdots + a_n s^n$$

$$\omega_k = 1/(R_k C_k)$$

#### n 次 RC ポリフェーズフィルタのゲイン特性：

式(18), (19) 成立の仮定のもと、ゲイン特性を調べる。ゲイン特性の式で分母は実数経路、虚数経路ともに共通であるから分子  $N(s)$  のみを考慮する。

$$|H_{(n)}(s)| = \frac{\prod_{k=1}^n \left|1 - j \frac{s}{\omega_k}\right|}{|D_{(n)}(s)|} = \frac{|N_{(n)}(s)|}{|D_{(n)}(s)|}$$

$N_{(n)}(j\omega_k) = N_{(n)re}(j\omega_k) + j N_{(n)im}(j\omega_k)$  となる。式(18)より  $\omega_k > 0$  に対して  $N_{(n)}(j\omega_k)$ ,  $N_{(n)re}(j\omega_k)$ ,  $j N_{(n)im}(j\omega_k)$  とも正の実数になることがわかる。したがって

$$N_{(n)}(j\omega_k) = |N_{(n)re}(j\omega_k)| + |N_{(n)im}(j\omega_k)| \quad (20)$$

となる。同様に式(18)より  $\omega_k > 0$  に対して

$$N_{(n)}(-j\omega_k) = N_{(n)re}(-j\omega_k) + j N_{(n)im}(-j\omega_k) = 0$$

となり、 $N_{(n)re}(-j\omega_k)$ ,  $j N_{(n)im}(-j\omega_k)$  とも実数となる。したがって

$$|N_{(n)}(-j\omega_k)| = |N_{(n)re}(-j\omega_k)| - |N_{(n)im}(-j\omega_k)| = 0 \quad (21)$$

となる。さらに式(18)より  $N_{(n)re}(j\omega)$  は  $\omega$  の偶数次の多項式、 $N_{(n)im}(j\omega)$  は  $\omega$  の奇数次の多項式になることがわかる。

したがって

$$\omega > 0 \text{ に対して、} N_{(n)}(j\omega) = |N_{(n)re}(j\omega)| + |N_{(n)im}(j\omega)| \quad (22)$$

$$\omega < 0 \text{ に対して、} N_{(n)}(j\omega) = |N_{(n)re}(j\omega)| - |N_{(n)im}(j\omega)| \quad (23)$$

となる。

式(19) 伝達関数の分母  $D_{(n)}(j\omega)$  が  $(j\omega)$  の多項式であることを考慮すると 式(23), (24) より次の関係が得られる。

$$\omega > 0 \text{ に対して、} |H_{(n)}(j\omega)| = |H_{(n)re}(j\omega)| + |H_{(n)im}(j\omega)| \quad (24)$$

$$\omega < 0 \text{ に対して、} |H_{(n)}(j\omega)| = |H_{(n)re}(j\omega)| - |H_{(n)im}(j\omega)| \quad (25)$$

とくに  $\omega = -\omega_k$  において

$$|H_{(n)}(j\omega_k)| = |H_{(n)re}(j\omega_k)| - |H_{(n)im}(j\omega_k)| \quad (26)$$

となる。

以上よりゼロ点において実数経路と虚数経路のゲイン特性が等しくなる。したがって、ゼロ点では実数経路と虚数経路の差をとっていることがわかる。

#### n 次 RC ポリフェーズフィルタの位相特性：

次に、RC ポリフェーズフィルタの実数経路、虚数経路の位相差が  $\pi/2$  であることを示す。 $n$  次実数経路伝達関数  $H_{nre}$ 、虚数経路伝達関数  $H_{nim}$  をそれぞれ(27)式とおく。

$$H_{nre}(j\omega) = \frac{N_{nre}(\omega)}{D_{nre}(\omega) + j D_{nre}(\omega)} = \frac{N_{nre}(\omega)(D_{nre}(\omega) - j D_{nim}(\omega))}{D_{nre}^2(\omega) + D_{nim}^2(\omega)}$$

$$H_{nim}(j\omega) = -j \frac{N_{nim}(\omega)}{D_{nre}(\omega) + j D_{nre}(\omega)} = \frac{N_{nim}(\omega)(-D_{nim}(\omega) - j D_{nre}(\omega))}{D_{nre}^2(\omega) + D_{nim}^2(\omega)} \quad (27)$$

$H_{nre}$ ,  $H_{nim}$  の位相は、(27)式より(28)式のように表すことができる。

$$\tan(\angle H_{nre}(j\omega)) = -\frac{D_{nim}(\omega)}{D_{nre}(\omega)} = \tan(\angle H_n(j\omega))$$

$$\tan(\angle H_{nim}(j\omega)) = \frac{D_{nre}(\omega)}{D_{nim}(\omega)}$$

$$\angle H_{nim}(\omega) - \angle H_{nre}(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{D_{nre}(\omega)}{D_{nim}(\omega)}\right) - \tan^{-1}\left(-\frac{D_{nim}(\omega)}{D_{nre}(\omega)}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{D_{nre}(\omega)}{D_{nim}(\omega)}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{D_{nim}(\omega)}{D_{nre}(\omega)}\right) \quad (28)$$

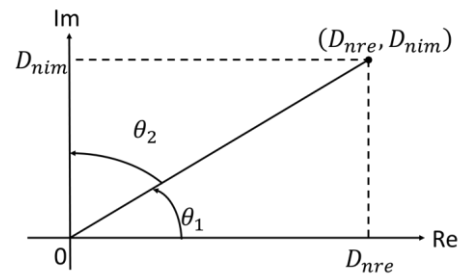
$$= \begin{cases} \frac{\pi}{2} (\omega > 0) \\ \frac{\pi}{2} (\omega < 0) \end{cases}$$

ここで、図 16 および

$$D_{nre}(-\omega) = D_{nre}(\omega)$$

$$D_{nim}(-\omega) = -D_{nim}(\omega) \quad (29)$$

であることに注意する。これらの式から実数経路と虚数経路の間に位相差  $90^\circ$  の性質をもち、ヒルベルト変換の性質と等しいことがわかる。



$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{D_{nim}}{D_{nre}}\right), \theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{D_{nre}}{D_{nim}}\right), \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

図 16. RC ポリフェーズフィルタの実数経路、虚数経路伝達関数の位相差が  $\pi/2$  であることの説明

Fig. 16. Explanation of phase difference  $\pi/2$  for RC polyphaser filter real and imaginary transfer functions.

## 7. まとめ

本論文では、RCポリフェーズフィルタは入出力が複素信号の場合の理想ヒルベルトフィルタ特性の近似であることを示すため、1~4次までのRCポリフェーズフィルタの数式、シミュレーションでの検証を行った。ゲイン特性において、ゼロ点の場所では実数経路と虚数経路の特性が一致した。また、高次であるほどゼロ点の数が増加し、広範囲で実数経路と虚数経路のゲイン特性が近くなることを確認した。位相特性において1~4次のRCポリフェーズフィルタ回路の伝達関数から入力出力間に完全な90度位相差であり、広帯域でヒルベルト変換が可能であることを確認した。これら2つの特性より、RCポリフェーズフィルタは高次になるほどヒルベルトフィルタの理想特性に近づくことを確認した。

「RCポリフェーズフィルタがヒルベルト変換の近似」であることを示したことから将来的に、複素信号処理をアナログ信号のまままでできる、という可能性がある。高速、広帯域な通信や第5世代で検討されているミリ波通信で、(デジタル処理が追いつかないような場合)特に役に立つことが期待できる。

謝辞： 有意義なコメントをいただきました北見工業大学谷本洋先生、原稿作成を手伝ってくれた新井宏崇君に感謝いたします。

## 文 献

- (1) M. J. Gingell, "Single Sideband Modulation using Sequence Asymmetric Polyphase Networks", Electrical Communication, vol.48, no.1 and 2 (1973)
- (2) J. Crols, M. Steyaert, "An Analog Integrated Polyphase Filter for a High Performance Low-IF Receiver", IEEE VLSI Circuits Symp. (June 1995)
- (3) H. Kobayashi, J. Kang, T. Kitahara, S. Takigami, H. Sadamura, "Explicit Transfer Function of RC Polyphase Filter for Wireless Transceiver Analog Front-End", IEEE Asia-Pacific Conference on ASICs, pp.137-140, Taipei, Taiwan (Aug. 2002).
- (4) F. Behbahani, Y. Kishigami, J. Leete, A. A. Abidi, "CMOS Mixers and Polyphase Filters for Large Image Rejection", IEEE J. of Solid-State Circuits, vol. 38, no.6, pp. 873-887 (June 2001)
- (5) 山口宣、小林春夫、康剣、仁木義規、北原崇「RCポリフェーズ・フィルタの解析 - 高次フィルタ伝達関数、ナイキスト線図の導出、寄生容量の影響の解析 -」電子情報通信学会 回路とシステム研究会、和歌山 (2003年1月)。
- (6) 仁木義規、康剣、小林春夫、山口宣、北原崇「RCポリフェーズ・フィルタの解析と設計 - 入力インピーダンス、出力終端、素子ばらつきの影響の解析、通過域平坦利得フィルタ設計 -」電子情報通信学会 回路とシステム研究会、和歌山 (2003年1月)
- (7) K. Komoriyama, E. Yoshida, M. Yashiki, H. Tanimoto, "A Very

Wideband Fully Balanced Active RC Polyphase Filter Based on CMOS Inverters in 0.18um CMOS Technology", VLSI Circuit Symposium, 10-2 (June 2007).

- (8) H. Tanimoto, "Exact Design of RC Polyphase Filters and Related Issues", IEICE Trans. Fundamentals, 96(2), 402-414 (Feb. 2013).
- (9) 谷本、桑原、山路、「RCポリフェーズフィルタと補間回路を用いた対称3相交流信号発生回路」, 電子情報通信学会技術研究報告 CAS2007 34-51 (2007年10月)
- (10) Y. Niki, S. Sasaki, N. Yamaguchi, J. Kang, T. Kitahara, H. Kobayashi, "Flat Passband Gain Design Algorithm for 2nd-order RC Polyphase Filter", IEEE 11th International Conference on ASIC, Chengdu, China (Nov. 2015).
- (11) Y. Sugawara, N. Takai, M. Kato, H. Seki, K. Suzuki, H. Kobayashi, "Automatic Design of Doubly-terminated RC Polyphase Filters by Using Distributed Genetic Algorithm", IEEE 11th International Conference on ASIC, Chengdu, China (Nov. 2015).
- (12) K. W. Martin, "Complex Signal Processing is NOT Complex", IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. 51, no. 9, pp. 1823-1836 (Sept. 2004)
- (13) H. San, H. Kobayashi, S. Kawakami, N. Kuroiwa, "A Noise-Shaping Algorithm of Multi-bit DAC Nonlinearities in Complex Bandpass  $\Delta\Sigma$  AD Modulators", IEICE Trans. Fundamentals, E87-A, no. 4, pp.792-800 (April. 2004).
- (14) H. San, A. Hayakawa, Y. Jingu, H. Wada, H. Hagiwara, K. Kobayashi, H. Kobayashi, T. Matsuura, K. Yahagi, J. Kudoh, H. Nakane, M. Hotta, T. Tsukada, K. Mashiko, A. Wada, "Complex Bandpass  $\Delta\Sigma$  AD Modulator Architecture Without I, Q-Path Crossing Layout", IEICE Trans. Fundamentals, E89-A, no.4 (April 2006).
- (15) H. San, Y. Jingu, H. Wada, H. Hagiwara, A. Hayakawa, H. Kobayashi, T. Matsuura, K. Yahagi, J. Kudoh, H. Nakane, M. Hotta, T. Tsukada, K. Mashiko, and A. Wada, "A Second-Order Multi-bit Complex Bandpass  $\Delta\Sigma$  AD Modulator With I, Q Dynamic Matching and DWA algorithm", IEICE Trans. Electronics, vol.E90-C, no.6, pp.1181-1188 (June 2007).
- (16) M. Murakami, H. Kobayashi, S. N. B. Mohyar, T. Miki, O. Kobayashi, "Linearity Enhancement Algorithms for I-Q Signal Generation", IEEE 11th International Conference on ASIC, Chengdu, China (Nov. 2015).
- (17) J. Otsuki, H. San, H. Kobayashi, T. Komuro, Y. Yamada, A. Liu, "Reducing Spurious Output of Balanced Modulators by Dynamic Matching of I, Q Quadrature Paths", IEICE Trans. on Electronics, E88-C, no.6, pp.1290-1294 (June 2005).
- (18) 高橋康宏「CSD表現FIRフィルタを用いたヒルベルト変換器の設計」電気学会研究会資料. ECT, 電子回路研究会 2001(42), 7-12, 2001-06-29
- (19) T. J. Yamaguchi, M. Soma, M. Ishida, T. Watanabe, T. Ohmi, "Extraction of Instantaneous and RMS Sinusoidal Jitter Using an Analytic Signal Method," IEEE Trans. Circuits and Systems-II, vol. 50, no. 6, pp. 288-298 (June 2003).