フィボナッチ数列重み付け逐次比較近似AD変換器と黄金分割探索法の関係

新井宏崇　荒船拓也　澁谷将平　小林佑太朗　小林春夫

群馬大学　理工学部　電子情報理工学科
小林研究室　学部4年
新井　宏崇

Kobayashi Laboratory

OUT LINE

1. はじめに
2. 逐次比較近似ADCについて
3. 黄金分割法とフィボナッチ探索法
4. フィボナッチ数列重み付けSAR ADC
5. 黄金分割探索SAR ADC
6. 数式での証明・シミュレーション
7. まとめ

OUT LINE

1. はじめに
2. 逐次比較近似ADCについて
3. 黄金分割法とフィボナッチ探索法
4. フィボナッチ数列重み付けSAR ADC
5. 黄金分割探索SAR ADC
6. 数式での証明・シミュレーション
7. まとめ

研究背景

自動車に付加価値や競争力をつける
車載用エレクトロニクス技術に注目が集まる

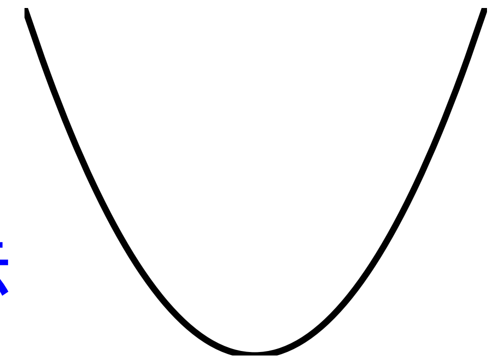
著しい発展

車載用マイコンに組み合わせて利用する
AD変換器への要求が厳しい

当研究室では

フィボナッチ数列を用いたAD変換器の
様々な優れた性質を明らかにしてきた

今回の発表の研究成果



- 単峰性評価関数の最小値を探索する

効果的アルゴリズム → 黄金分割探索法

- 逐次比較近似ADCの誤差の絶対値をとる

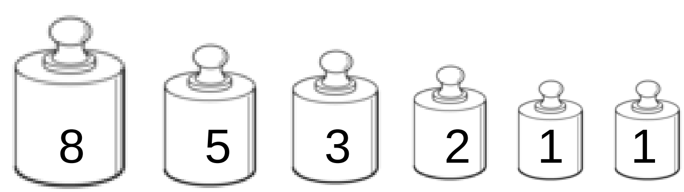
→ 単峰性関数となる

- この単峰関数に黄金分割探索法を適用したSAR ADC

↕ 等価

フィボナッチ数列重みづけSAR ADC

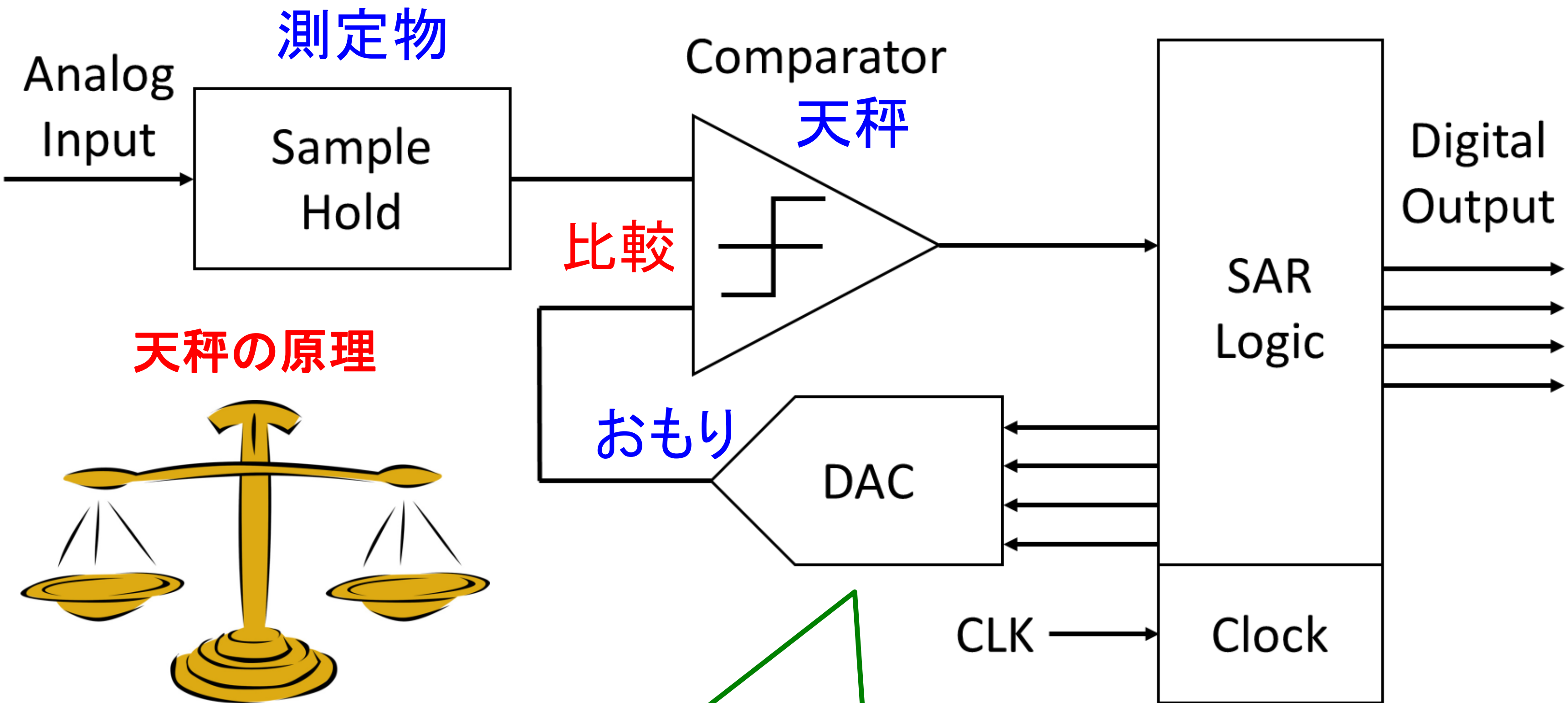
という性質を発見した。



OUT LINE

1. はじめに
2. 逐次比較近似ADCについて
3. 黄金分割法とフィボナッチ探索法
4. フィボナッチ数列重み付けSAR ADC
5. 黄金分割探索SAR ADC
6. 数式での証明・シミュレーション
7. まとめ

逐次比較近似ADC(SAR ADC)



一般的には二進重みを利用

(1 , 2 , 4 , 8 , 16 , 32, 64 …)

SAR：Successive Approximation Register

二進探索SAR ADCの動作

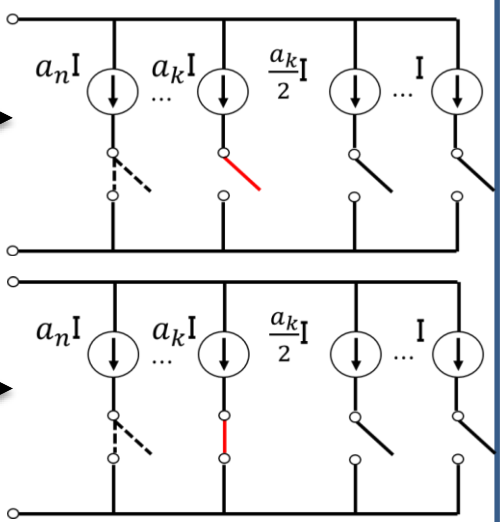
一般的なSAR ADC

実際の例
- **5bit5step ADC**
- **input 10.7**
- **output 11**

入力と比較点を比較

入力<比較点

入力>比較点

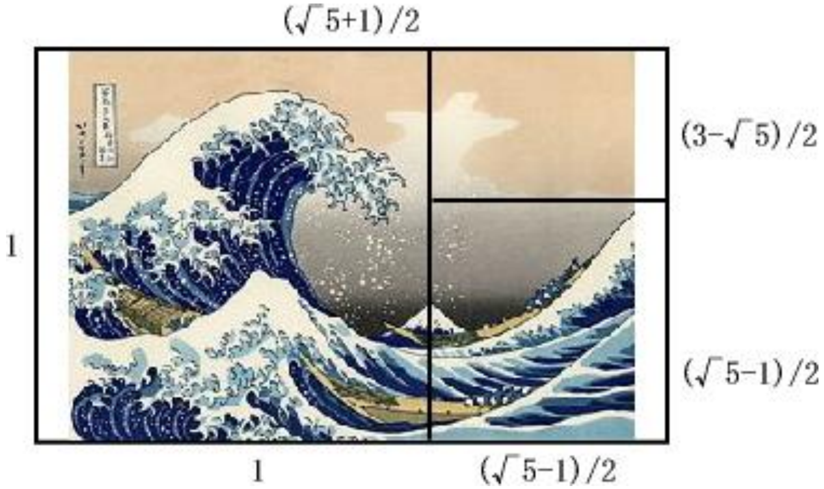


OUT LINE

1. はじめに
2. 逐次比較近似ADCについて
3. 黄金分割法とフィボナッチ探索法
4. フィボナッチ数列重み付けSAR ADC
5. 黄金分割探索SAR ADC
6. 数式での証明・シミュレーション
7. まとめ

黄金比

- $a : b = b : (a+b)$を満たす比
- $1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$,約$5 : 8$
- 最も美しい比
- $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618033988749895\cdots$



絵画など多くのものに黄金比が用いられている

フィボナッチ数列

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$$

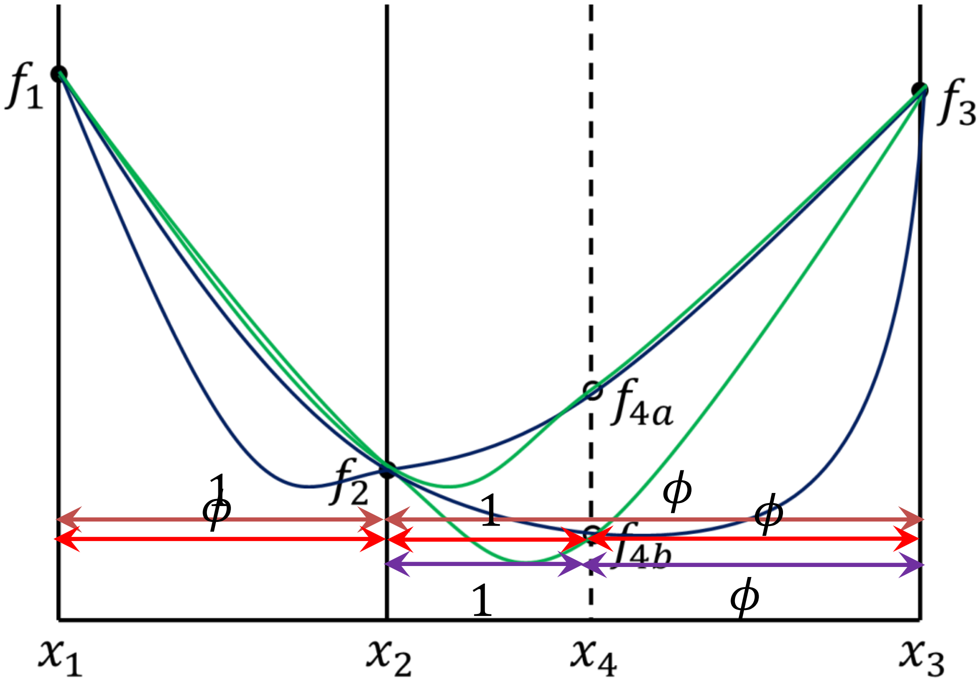
フィボナッチ数列は
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, …
と続く

フィボナッチ数列で隣り合う数は黄金比に収束する

$$\lim_{n\to\infty}\frac{F_n}{F_{n-1}} = 1.618033988749895\cdots = \phi$$

黄金分割法

- 単峰関数の極値を効率的に求める方法
- 分割の比が黄金比となる



f_2とf_4を比較

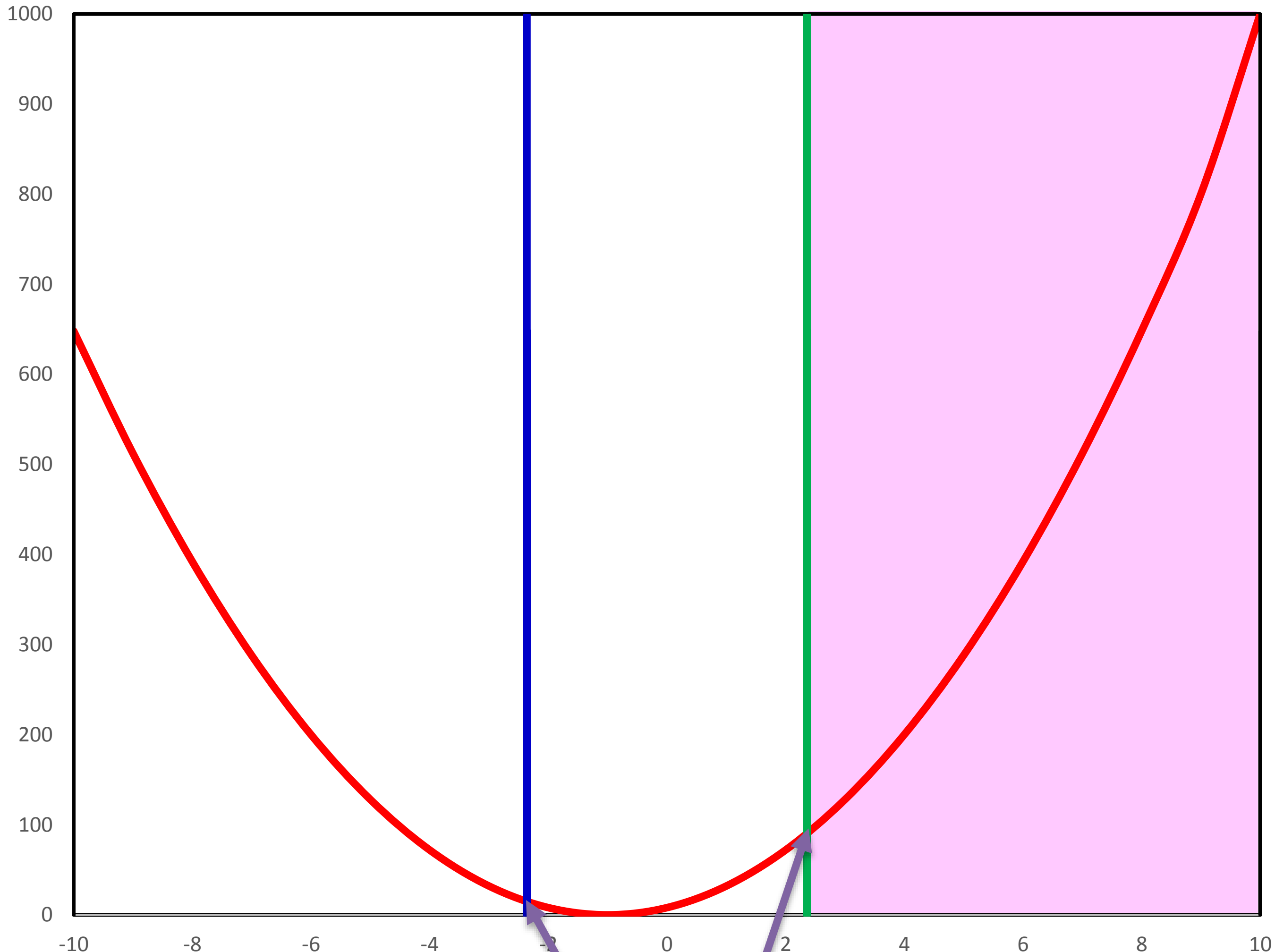
$f_4 = f_{4a}$のとき

$f_2 < f_{4a}$となるのでx_3~x_4を削除

$f_4 = f_{4b}$のとき

$f_2 < f_{4b}$となるのでx_1~x_2を削除

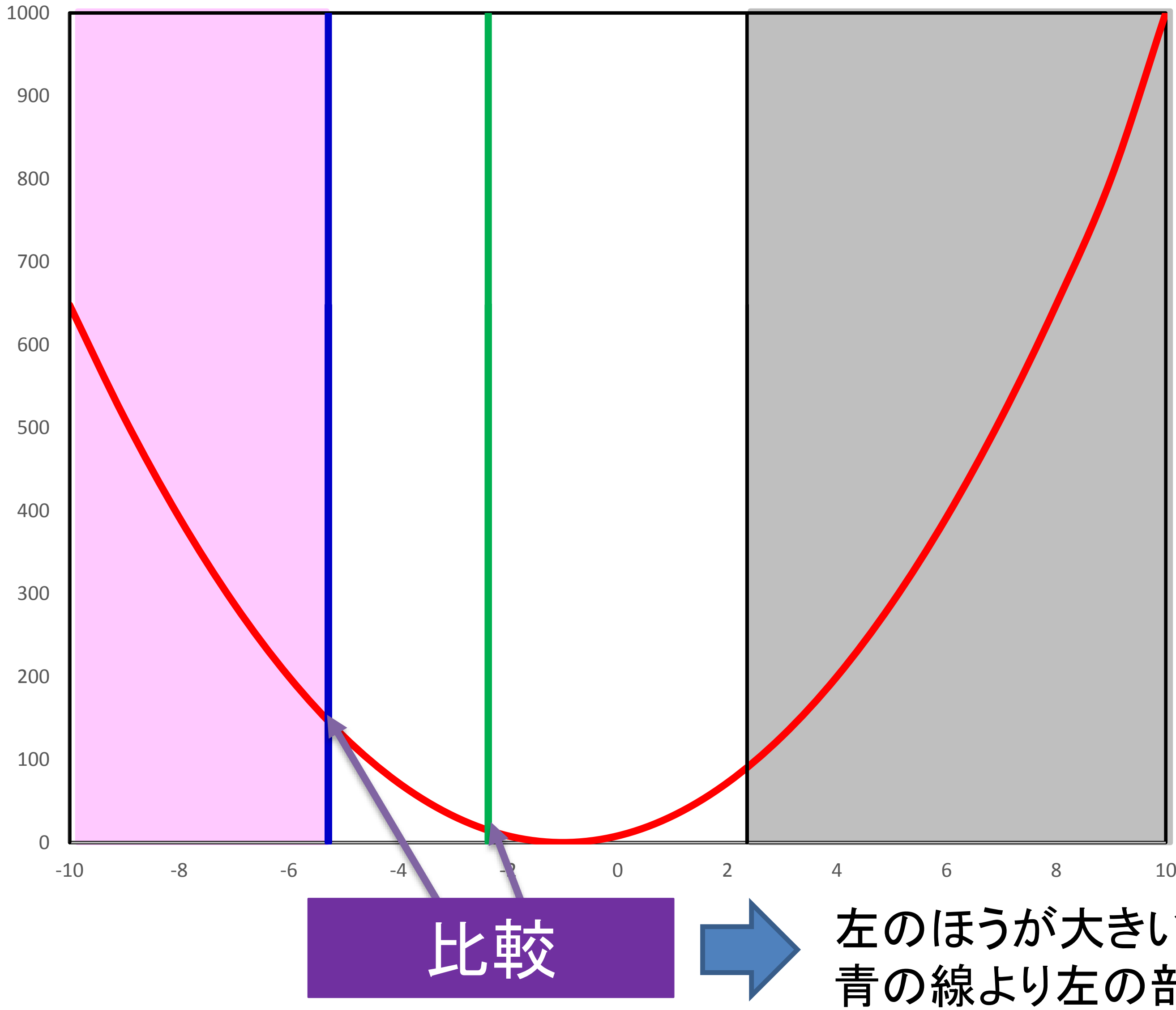
黄金分割法　具体例



比較

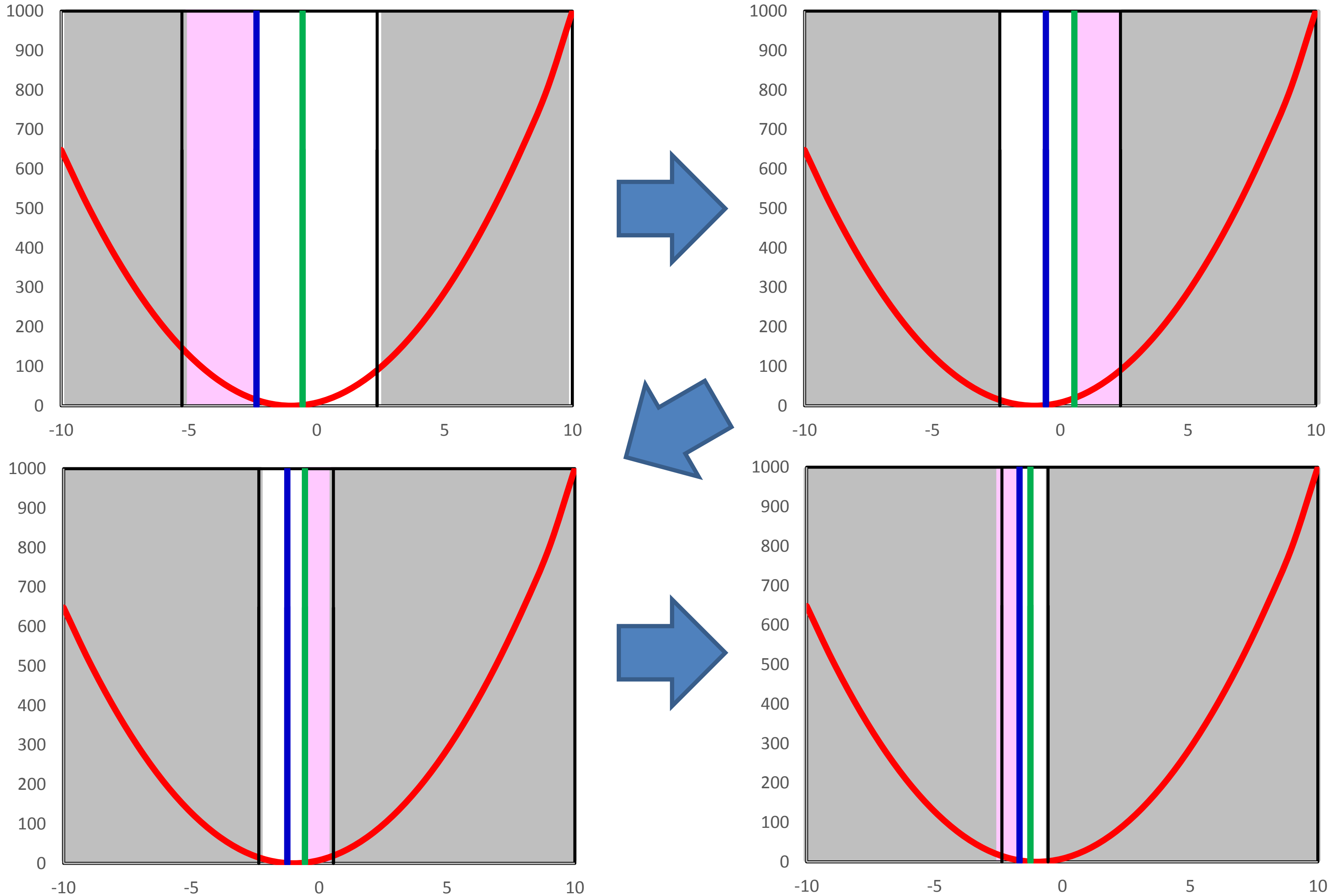
右の方が大きいため
緑の線より右の部分を消去

黄金分割法　具体例

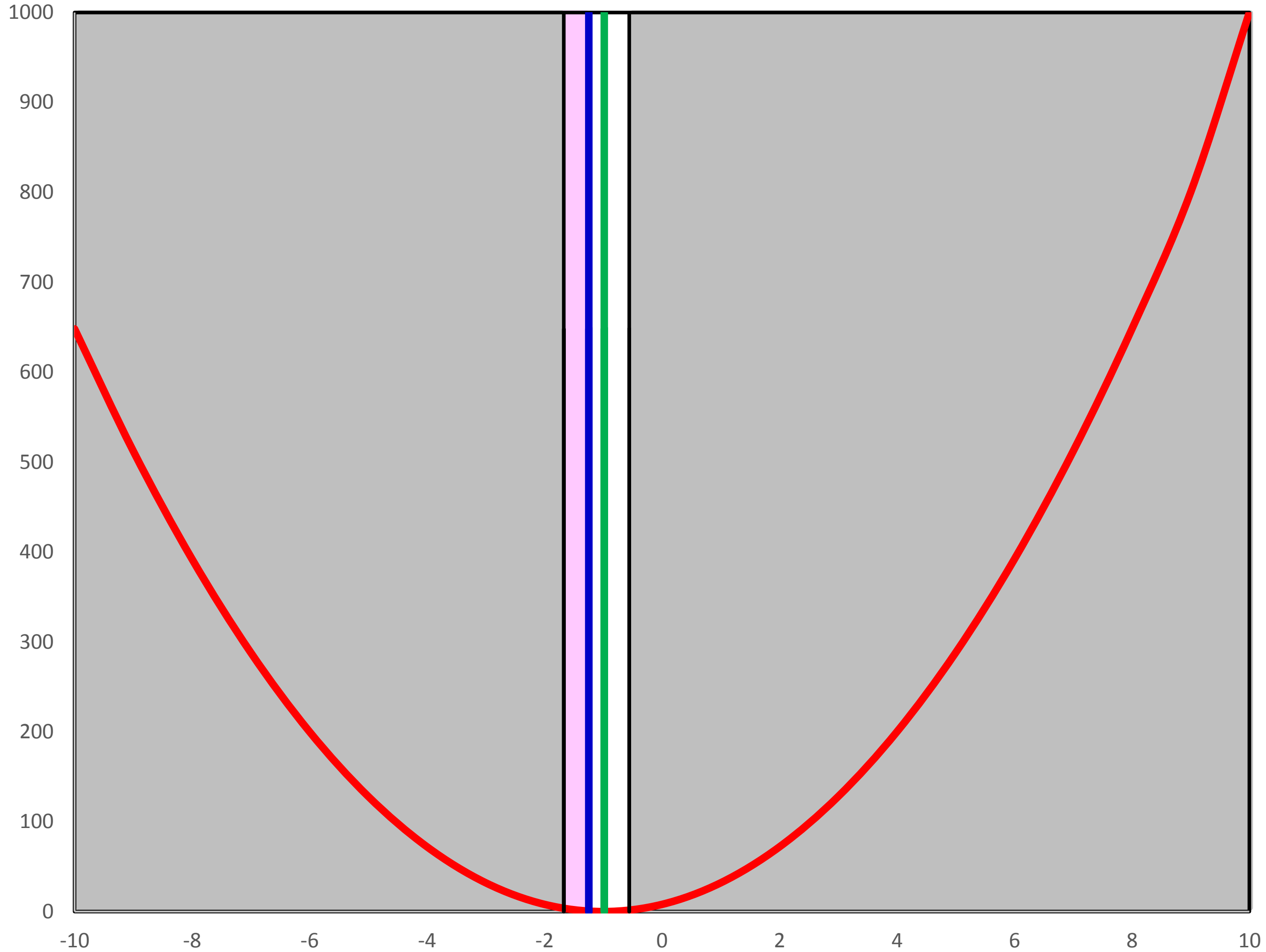


左のほうが大きいので
青の線より左の部分を削除

黄金分割法　具体例



黄金分割法　具体例

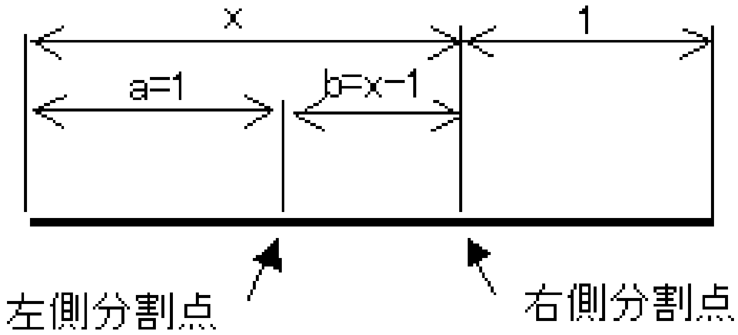


フィボナッチ探索法

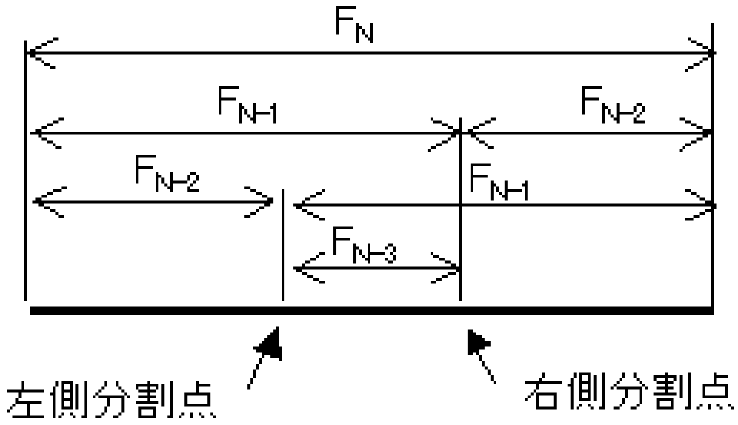
ADCは整数のみ扱う

- 黄金分割法を整数のみで行う方法
- フィボナッチ数列を使用

黄金分割法
(x:黄金比)



フィボナッチ探索法
(F_X:フィボナッチ数)



OUT LINE

1. はじめに
2. 逐次比較近似ADCについて
3. 黄金分割法とフィボナッチ探索法
4. フィボナッチ数列重み付けSAR ADC
5. 黄金分割探索SAR ADC
6. 数式での証明・シミュレーション
7. まとめ

冗長性を持つSAR ADC

冗長：余分や余裕のこと

SAR ADCに適用

時間の冗長性を利用
判定ステップ数を増加

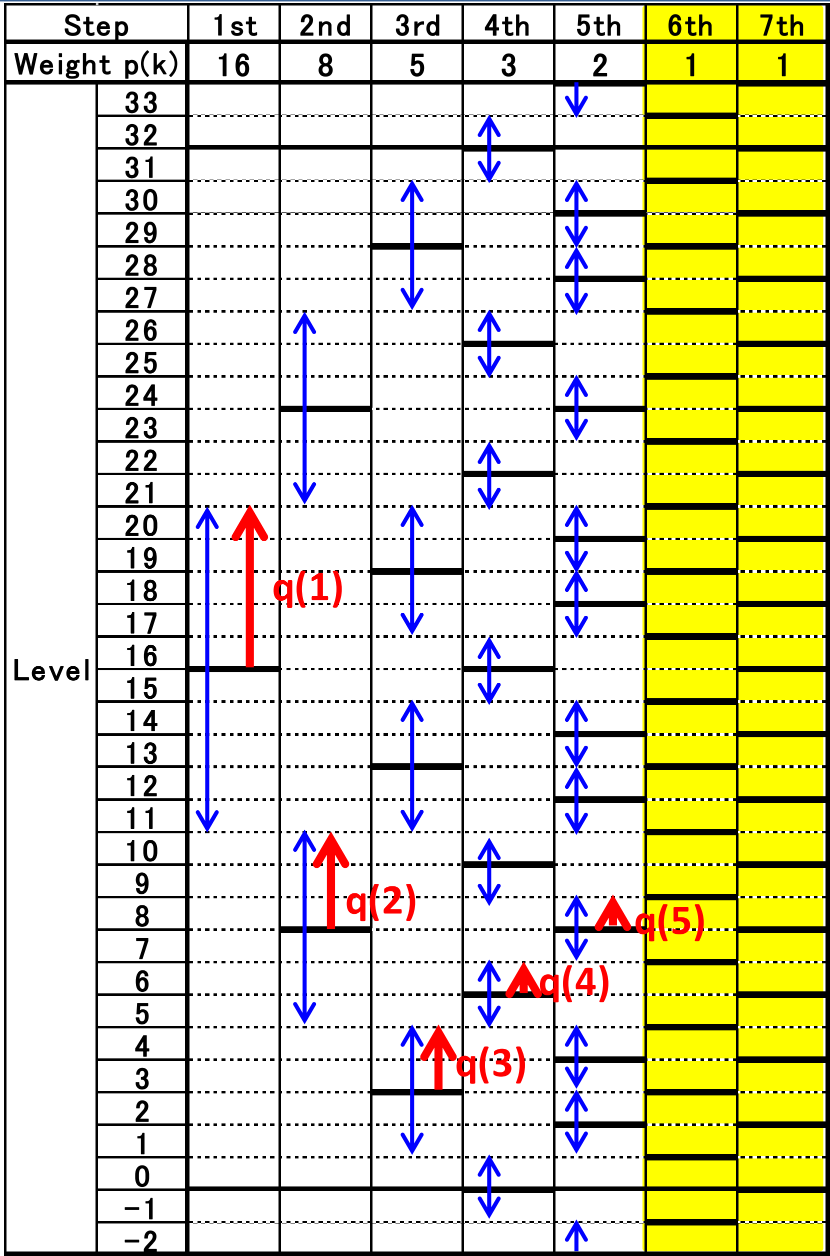
5step ⇒ 7step

二進重み 1,2,4,8,16

フィボナッチ数列 1,1,2,3,5,8

ディジタルコードによる表現方法増加

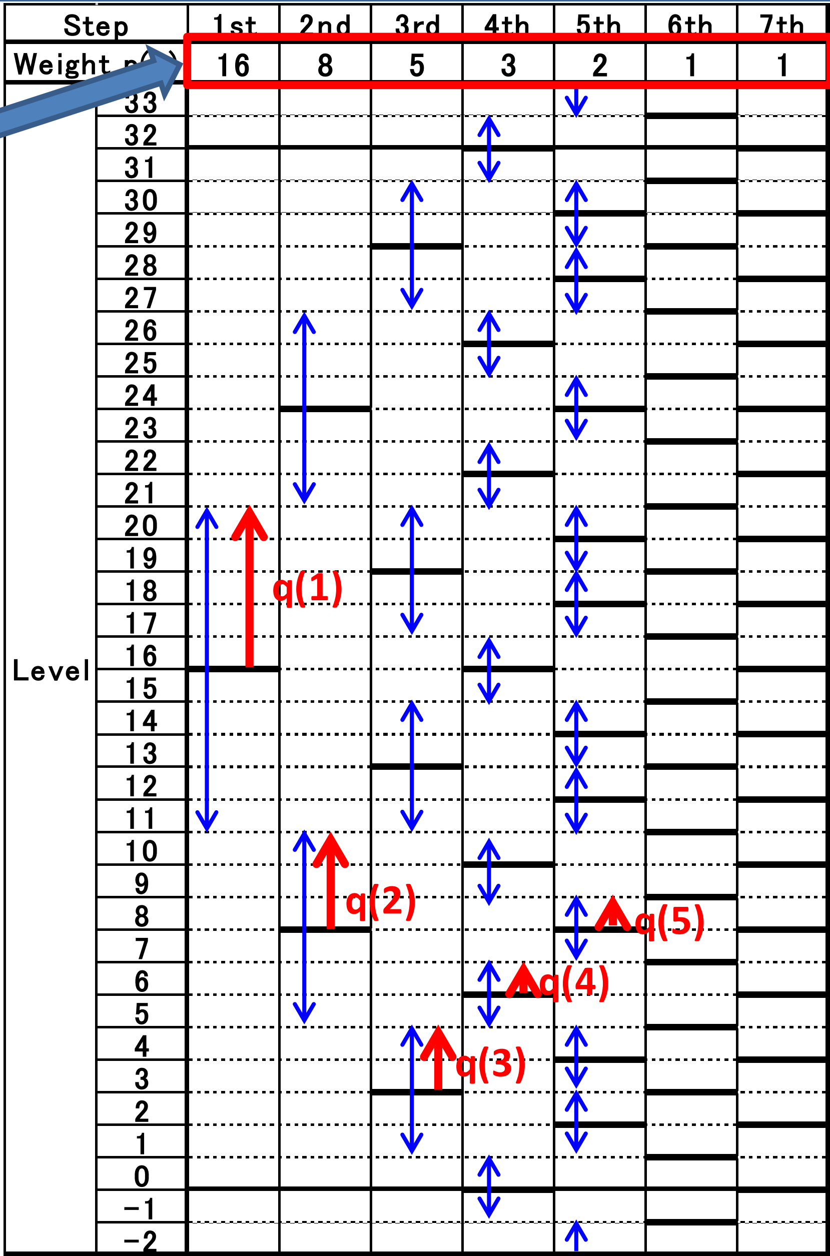
SAR ADC ｛ 誤り耐性向上
変換速度向上



フィボナッチ数列重み付けSAR ADC

フィボナッチ数列重み付けSAR ADC

錘としてフィボナッチ数列を用いる



３点の性質を発見！

①許容値q(k)は必ずフィボナッチ数

②許容できる範囲が必ず接する

③内部DA変換器出力の
不完全整定を考慮すると
最速のSAR ADC になる

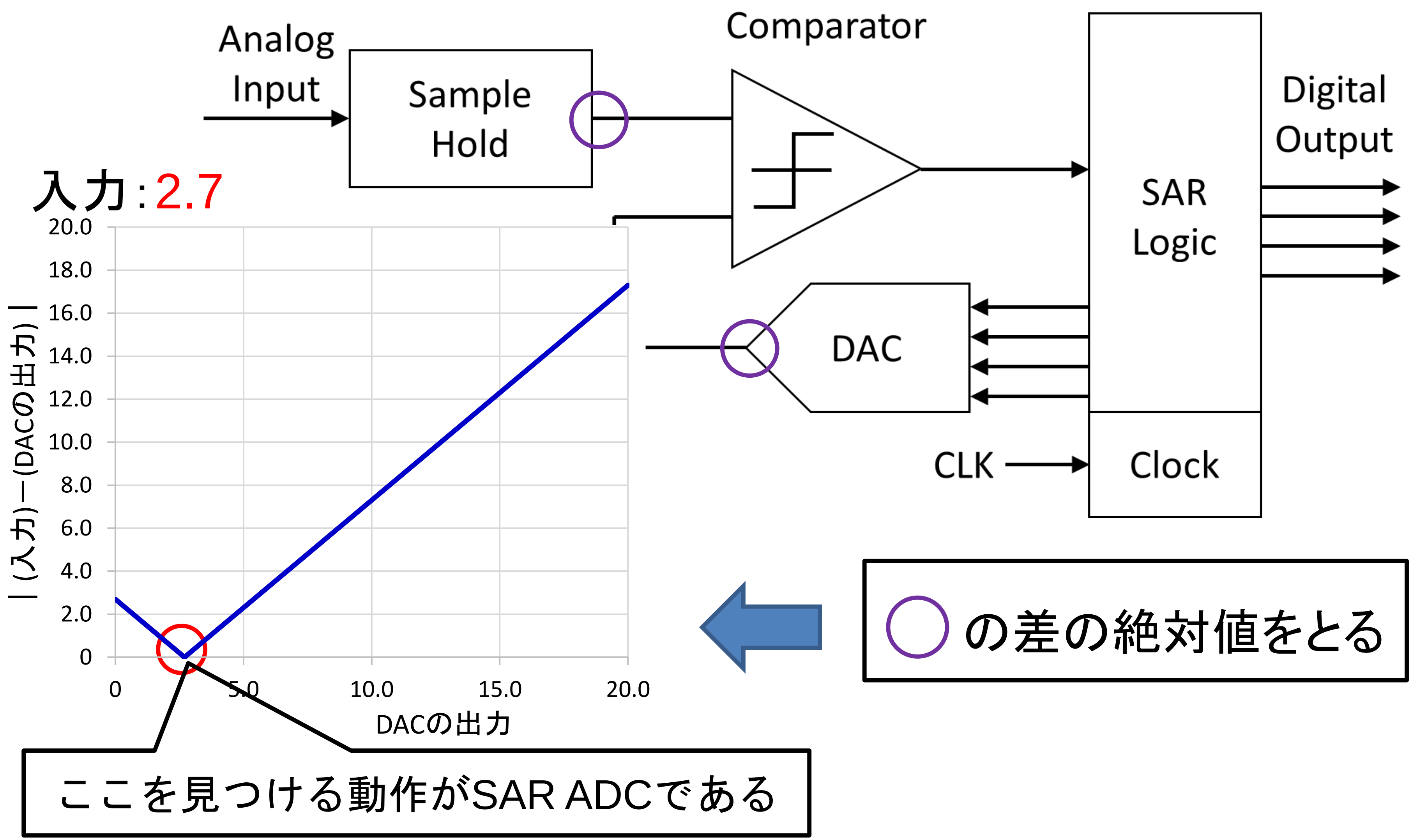
参考

小林佑太朗、小林春夫 「逐次比較近似ADCの整数論に基づく冗長アルゴリズム設計」電気学会　電子回路研究会, 島根 (2014年7月)

OUT LINE

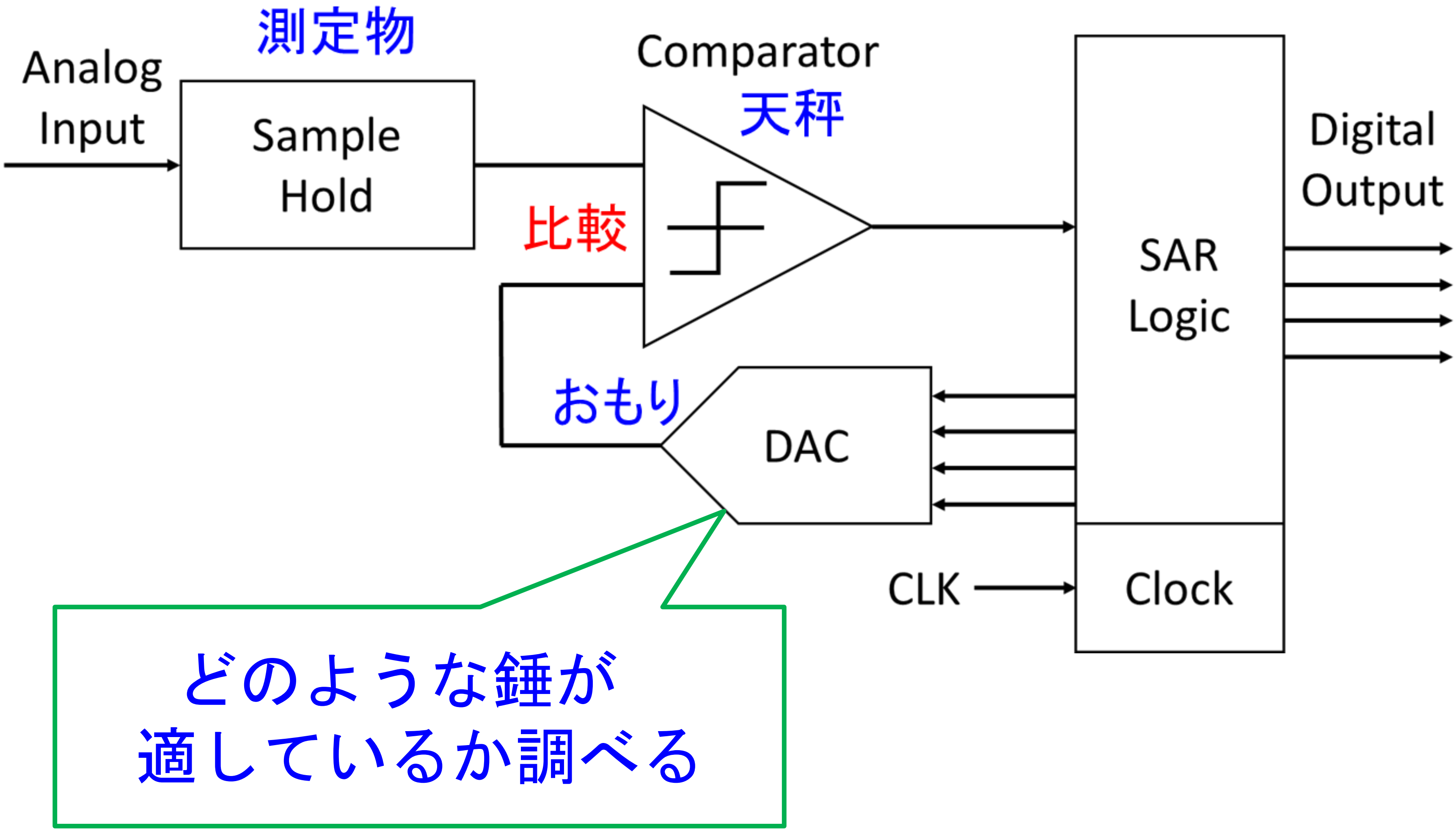
1. はじめに
2. 逐次比較近似ADCについて
3. 黄金分割法とフィボナッチ探索法
4. フィボナッチ数列重み付けSAR ADC
5. 黄金分割探索SAR ADC
6. 数式での証明・シミュレーション
7. まとめ

黄金分割探索SAR ADCの考え方



極小値を持つ単峰関数 ➡ 黄金分割法を用いることができる!?

黄金分割探索SAR ADC



軽量化した黄金分割探索SAR ADC

動作

1st step
全体の半分 (20I)を流す
$S_{L1}\sim S_{L6} \rightarrow ON$

1判定

2nd step
8Iと5I以下の半分(28I)を流す
$S_{L1}\sim S_{L6} + S_{R6} \rightarrow ON$

1判定

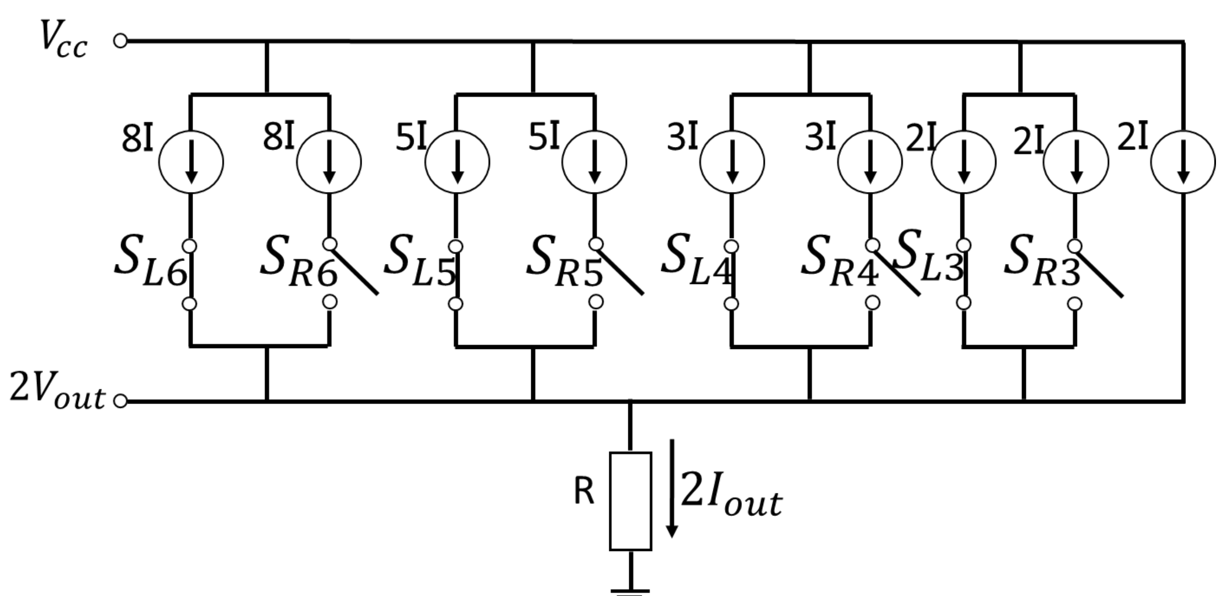
0判定

0判定

2nd step
5I以下の半分 (12I)を流す
$S_{L1}\sim S_{L5} \rightarrow ON$

1判定

0判定



OUT LINE

1. はじめに
2. 逐次比較近似ADCについて
3. 黄金分割法とフィボナッチ探索法
4. フィボナッチ数列重み付けSAR ADC
5. 黄金分割探索SAR ADC
6. 数式での証明・シミュレーション
7. まとめ

以降使用する数式の定義(数式での証明)

黄金分割探索SAR ADCがフィボナッチ数列重み付けSAR ADCと等価であることを示す

フィボナッチ数列

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$$

フィボナッチ数列の最大値から累算を行った数列

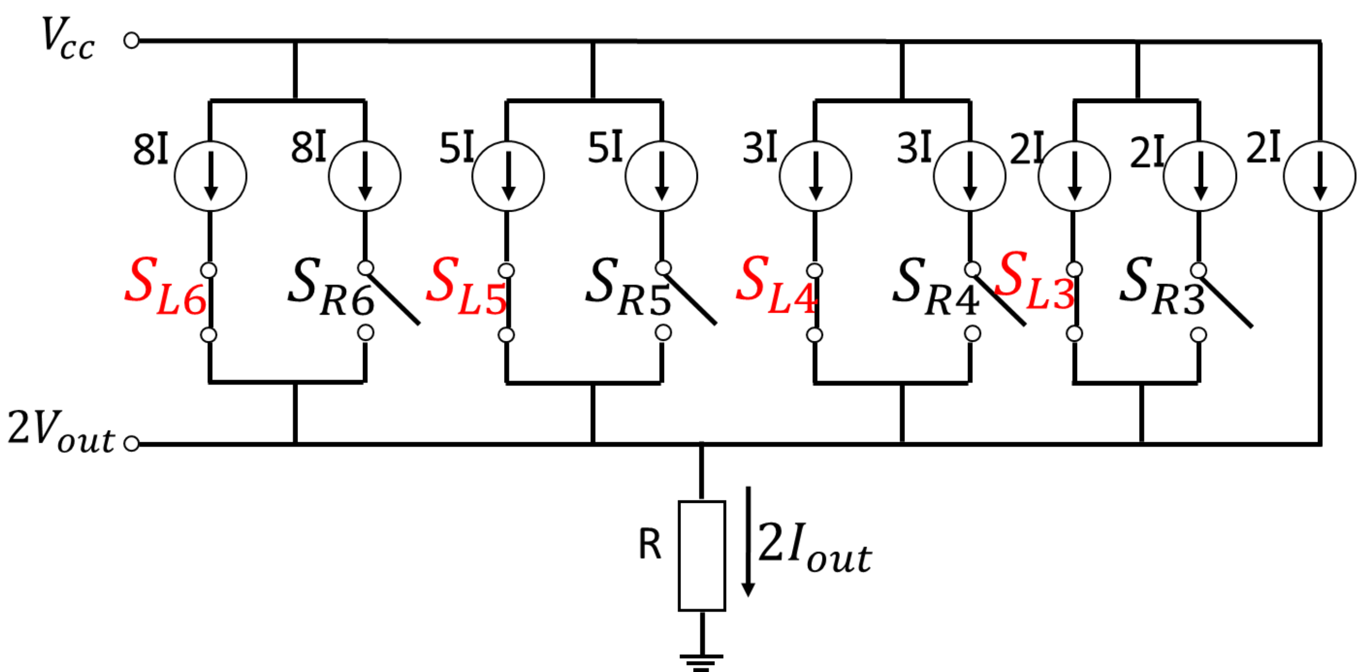
$$S_1 = F_n$$
$$S_2 = F_n + F_{n-1}$$
$$S_n = F_n + F_{n-1} + \cdots + F_1$$

比較点の初期条件(数式での証明)

k番目の比較点a_k

1回目の判定は全体の半分の電流を流しているので

$$a_1 = \frac{S_n}{2}$$



比較点の関係式(数式での証明)

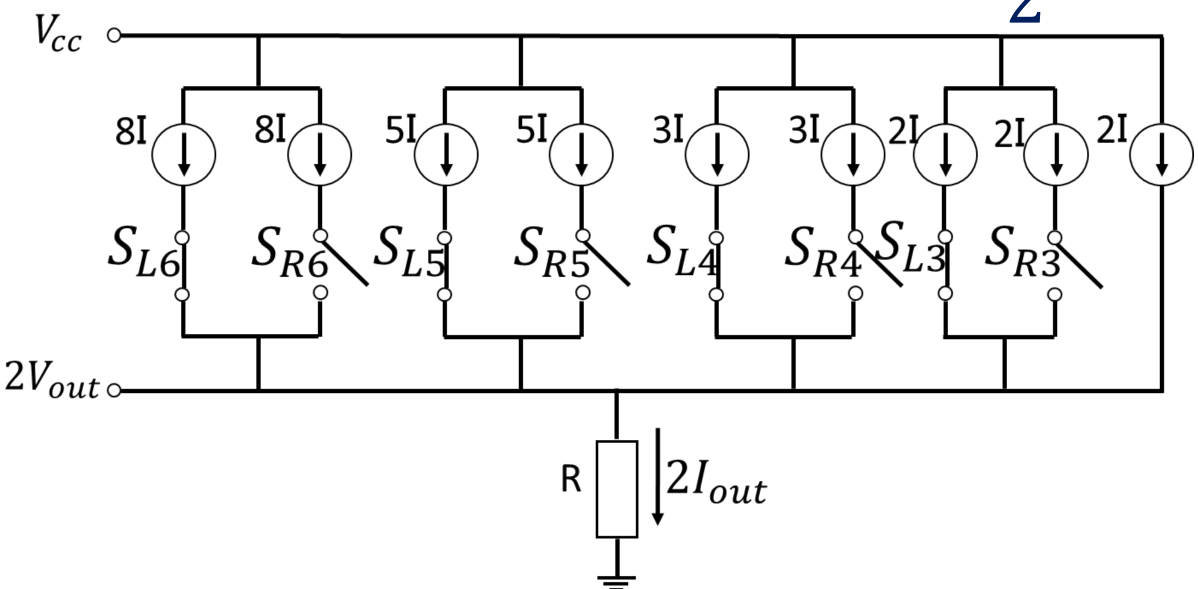
入力V_{in}

$a_k < V_{in}$のとき　　S_{Lk}がOFFなので

$$a_{k+1} = a_k - \frac{F_{n-k+1}}{2}$$

$a_k > V_{in}$のとき　　S_{Rk}がONなので

$$a_{k+1} = a_k + \frac{F_{n-k+1}}{2}$$



比較点　まとめ(数式での証明)

以上の結果より

$V_{in}=0$のとき　　$a_k=\dfrac{S_n}{2}-\dfrac{S_k}{2}$

$V_{in}=S_n$のとき　　$a_k=\dfrac{S_n}{2}+\dfrac{S_k}{2}$

$$2a_k=(F_n+F_{n-1}+\cdots+F_1)+(\pm F_n\pm F_{n-1}\pm\cdots\pm F_1)$$

$n=6$のときの比較電圧

隣り合う比較電圧の差は
フィボナッチ数列

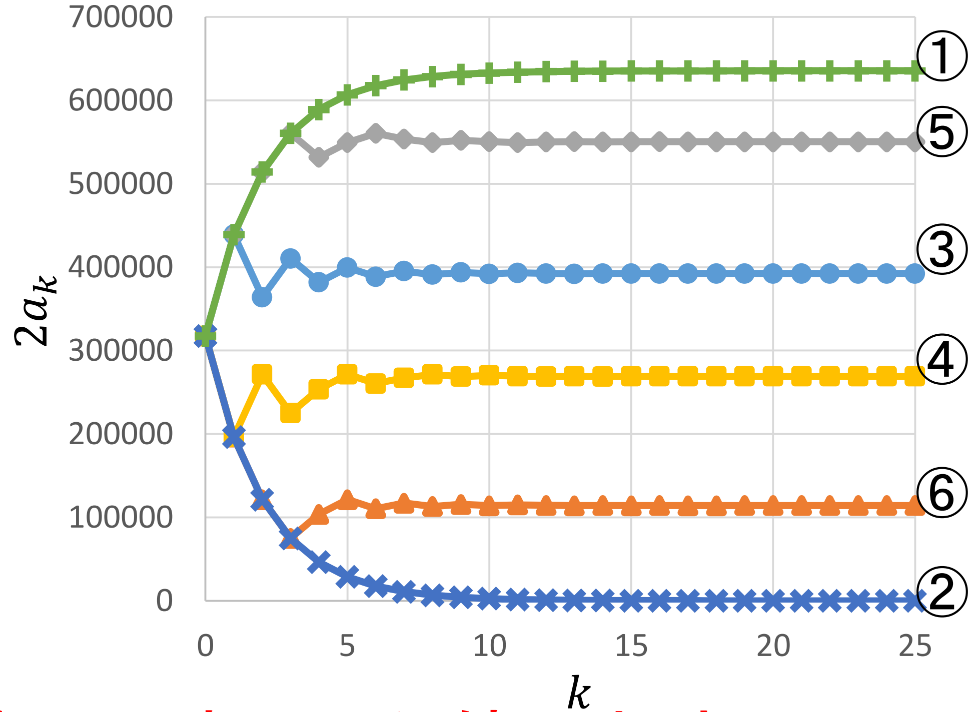
フィボナッチ数列重み付け
SAR ADCと一致する

シミュレーションでの確認

①$V_{in}=0$、② $V_{in}=S_n=317810$、
③$V_{in}=(1.2349/2)S_n=196231.78$、
④$V_{in}=(0.35931/2)S_n=57096.156$、
⑤$V_{in}=(1.7325/2)S_n=275302.91$、
⑥$V_{in}=(0.8469/2)S_n=134576.64$のときのシミュレーション結果

※ step数$n=26$

①0、②635620、③392462、④114192、⑤550604、⑥269152に収束と予想



すべて意図した値に収束している

OUT LINE

1. はじめに
2. 逐次比較近似ADCについて
3. 黄金分割法とフィボナッチ探索法
4. フィボナッチ数列重み付けSAR ADC
5. 黄金分割探索SAR ADC
6. 数式での証明・シミュレーション
7. まとめ

まとめ

得られた発見

入力電圧とDACの出力の差の絶対値を取った単峰関数に、
黄金分割法を適用したSAR ADCは
フィボナッチ数列重み付けSAR ADC
と一致する。

黄金比パワーか？

フィボナッチ重み付け逐次近似ADC
⇒ 様々な面白い性質を発見

掘れど尽きぬ金鉱

汲めど渇っせぬ泉

今後も黄金比、フィボナッチ数列の
電子回路応用への研究を行う

Q&A

- 黄金分割法の動作について
  - 黄金分割法はx軸方向にΦ:1:Φに分割し、分割点の大小を用いて範囲の縮小を行う
- このSAR ADCはどのくらい速度が向上するか
  - 自分が研究してないため詳しくはわからないが、内部DACの出力の不完全整定を考慮すると大幅に速度が向上する
- 黄金比での分割がなぜ一番優れているのか
  - 黄金比を用いると許容範囲がすべての入力に現れるものの中で一番範囲の探索範囲の縮小が望めるため