

# 降圧形 DC-DC コンバータにおける出力インピーダンスを用いた ループゲイン測定法の研究

築地 伸和\* 小堀 康功 小林 春夫(群馬大学)

A Study on Loop Gain Measurement Method Using Output Impedances in DC-DC Buck Converter

Nobukazu Tsukiji\*, Yasuhiro Kobori, Haruo Kobayashi (Gunma University)

t14808002@gunma-u.ac.jp\*

キーワード：スイッチングコンバータ，位相余裕，負帰還制御，安定性評価

(Switching Converter, Phase Margin, Negative Feedback System, Stability Evaluation)

## 1. はじめに

降圧 DC-DC コンバータは負帰還を利用した電源回路である。したがって、電源回路の安定性評価として、ループゲイン測定により位相余裕を評価することが大変重要である。一般に、位相余裕は回路素子のバラつき等を考慮すると 45 度以上あることが安定性確保の目安と言われている。

代表的なループゲイン測定方法として、よく使用されている電圧注入法がある[1,2]。この方法は、帰還回路の一部に AC 信号源を注入し、注入点前後の電圧を測定することにより、簡単にループゲインを求めることができる。しかし、電圧注入法には次のような問題点がある。

1. AC 信号源を帰還回路内に注入する必要があるため、帰還回路が集積回路内に内蔵された電源回路には適用できない。
2. AC 信号源の注入点にはインピーダンスによる制約があるため、測定対象によっては適用することができない（詳細は 2 章で解説）。

本論文では、電圧注入法の問題点を改善する方法として、出力インピーダンスを用いたループゲインの測定方法を提案する。なお、電源回路は降圧形 DC-DC コンバータを対象とした。以下の章では、従来方法および提案方法によるループゲインの測定原理、シミュレーション検証結果、実験検証結果について報告する。

## 2. 従来方法によるループゲイン測定法の原理

本章では、従来方法として代表的な電圧注入法によるループゲインの測定原理とその問題点を説明する[1,2]。

図 1 は電圧注入法によるループゲイン測定法のブロック図を示している。Block1 の出力はテブナンの定理を用いた等価回路となっており、Block1 の出力インピーダンスは  $Z_1$  である。Block2 は Block1 の負荷に相当し、 $Z_2$  は Block2 の入

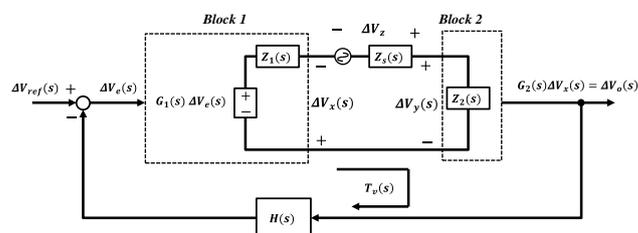


図 1 電圧注入法によるループゲイン測定法のブロック図  
Fig. 1. Measurement of loop gain by voltage injection [1,2].

出力インピーダンスである。ループゲインを測定するためには、ネットワークアナライザを回路に接続し、 $\Delta V_x$  から  $\Delta V_y$  への伝達関数  $T_v$  を測定する。このとき、AC 信号源は Block1 と Block2 の間に挿入し、注入電圧  $\Delta V_z$  を測定周波数レンジの間で掃引する。 $Z_s$  は注入電圧源の出力インピーダンスである。図 1 において、 $\Delta V_x$  から  $\Delta V_y$  への伝達関数  $T_v$  は次式で定義される。

$$T_v \equiv \left. \frac{\Delta V_y}{\Delta V_x} \right|_{\Delta V_{ref}=0, \Delta V_{in}=0} \quad (1)$$

図 1 のブロック図より、 $T_v$  をインピーダンスによって求めると、次式のように表される。

$$T_v = T \left( 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right) + \frac{Z_1}{Z_2} \quad (2)$$

ここで、 $T$  はループゲインである。なお、 $Z_s$  は  $Z_s \ll Z_2$  となるにすることで、注入抵抗のインピーダンス  $Z_s$  は無視した。(2) より、 $Z_1 \gg Z_2$  であれば  $T_v \cong T$  となり、 $\Delta V_x$  から  $\Delta V_y$  への伝達関数  $T_v$  はループゲイン  $T$  と等価となる。これが電圧注入法によるループゲインの測定原理である。また、1 章で述べたように、電圧注入法では AC 信号源を帰還回路内に注入する必要があること、AC 信号源の注入箇所は  $Z_1 \gg Z_2$  を満たす箇所でないといけないという制約がある。これらの制約が電圧注入法の問題点である。

### 3. 提案方法によるループゲイン測定の原理

本章では、降圧形 DC-DC コンバータにおける出力インピーダンスを用いたループゲイン測定の原理を説明する。

#### 〈3・1〉開ループにおける出力インピーダンス $Z_o$

図 2 (a)に開ループにおける降圧 DC-DC コンバータの回路図, (b)に伝達関数ブロック図を示す。図 2(b)のように、コンバータのパワーステージの伝達関数は、入力電圧変化  $\Delta V_{in}$ , 時比率変化  $\Delta D$ , 出力電流変化  $\Delta I_o$  の 3 つの独立した入力からなる伝達関数の重ね合わせで構成され、このとき出力電圧変化  $\Delta V_o$  は次式で表される。

$$\Delta V_o = G_{vd} \Delta D + G_{vi} \Delta V_{in} - Z_o \Delta I_o \quad (3)$$

(3)より、出力電流変化  $\Delta I_o$  から出力電圧変化  $\Delta V_o$  への伝達関数  $Z_o$  は次式のように定義される。

$$Z_o \equiv \left. \frac{\Delta V_o}{-\Delta I_o} \right|_{\Delta D=0, \Delta V_{in}=0} \quad (4)$$

(4)が降圧 DC-DC コンバータにおける開ループの出力インピーダンス  $Z_o$  である。

#### 〈3・2〉閉ループにおける出力インピーダンス $Z_{oc}$

図 3(a)に閉ループにおける降圧 DC-DC コンバータの回路図, (b)に伝達関数ブロック図を示す。図 3(a)・(b)は、センス回路、補償器、PWM コンパレータ、パワーステージを通じた閉ループとなっており、この回路全体で負帰還制御システムを形成している。図 3(b)より、閉ループにおける出力電圧変化  $\Delta V_o$  は次式で表される。

$$\Delta V_o = \frac{1}{H} \frac{T}{1+T} \Delta V_{ref} + \frac{G_{vi}}{1+T} \Delta V_{in} - \frac{Z_o}{1+T} \Delta I_o \quad (5)$$

ここで、 $T$  はループゲインである。(5)より、出力電流変化  $\Delta I_o$  から出力電圧変化  $\Delta V_o$  への伝達関数は次式のように定義される。

$$Z_{oc} \equiv \left. \frac{\Delta V_o}{-\Delta I_o} \right|_{\Delta V_{ref}=0, \Delta V_{in}=0} = \frac{Z_o}{1+T} \quad (6)$$

(6)が降圧 DC-DC コンバータにおける閉ループの出力インピーダンス  $Z_{oc}$  である。

#### 〈3・3〉出力インピーダンスを用いたループゲインの導出

(6)をループゲイン  $T$  について解くと、次式で表される。

$$T(s) = \frac{Z_o(s) - Z_{oc}(s)}{Z_{oc}(s)} \quad (7)$$

(7)が降圧 DC-DC コンバータにおける開ループおよび閉ループの出力インピーダンスを用いて表したループゲインである。(7)は複素数であるため、評価に使用する場合は(7)の絶対値と偏角に相当する以下の式を使用する。

$$20 \log_{10} |T| = 20 \log_{10} \left( \frac{|Z_o - Z_{oc}|}{|Z_{oc}|} \right) \quad (8)$$

$$\arg(T) = \arg(Z_o - Z_{oc}) - \arg(Z_{oc}) \quad (9)$$

(8)よりループゲインの利得, (9)よりループゲインの位相を求めることができる。これらが提案方法によるループゲイン測定の原理である。なお、出力インピーダンスは電源回路の出力から測定するため、AC 信号源を帰還回路に注入する必要がなく、提案方法では従来方法の問題は生じない。

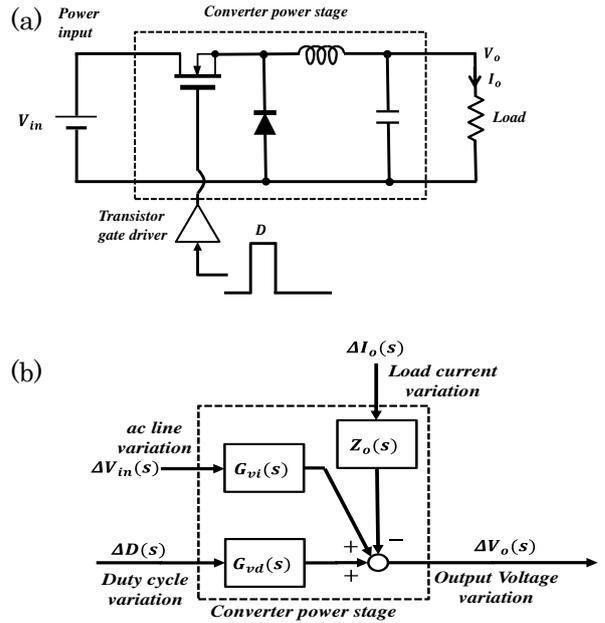


図 2 降圧 DC-DC コンバータの開ループシステム  
(a) 開ループの回路図 (b)開ループの伝達関数ブロック図  
Fig. 2. Open loop system in dc-dc buck converter. (a) Block diagram of open loop circuit. (b) Functional block diagram of the open loop system [2].

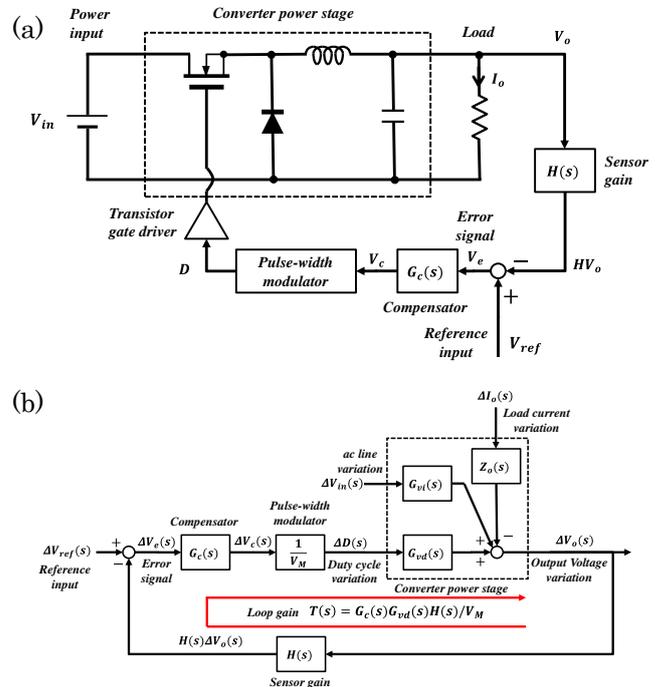


図 3 降圧 DC-DC コンバータの閉ループシステム  
(a) 閉ループの回路図 (b)閉ループの伝達関数ブロック図  
Fig. 3. Closed loop system in dc-dc buck converter. (a) Block diagram of closed loop circuit. (b) Functional block diagram of the closed loop system [2].

#### 4. 提案方法のシミュレーション検証

本章では、従来方法および提案方法によるループゲイン測定について、シミュレーションによる比較検証を行う。なお、回路シミュレータには SIMetrix Technologies 社の SIMPLIS を用いた。

図 4(a)は従来方法によるループゲイン測定のシミュレーション回路を示している。従来方法である電圧注入法では、出力電圧と帰還回路の間に AC 電源を挿入し、(1)と同様に出力電圧 $V_o$ と帰還電圧 $V_o'$ からループゲインを測定した。

図 4(b)は提案方法によるループゲイン測定のシミュレーション回路を示している。提案方法でループゲインを求めるために、開ループの出力インピーダンス $Z_o$ および閉ループの出力インピーダンス $Z_{oc}$ をシミュレーションする回路である。開ループの出力インピーダンス $Z_o$ のシミュレーション時には、帰還回路中の電圧変動がパワーステージへ影響を与えないように、図 4(b)のスイッチ SW を ON にし、帰還回路中の電圧を固定した。一方、閉ループの出力インピーダンス $Z_{oc}$ のシミュレーション時には、帰還回路中の電圧変動がパワーステージへ伝達するように、図 4(b)のスイッチ SW を OFF にした。上記のシミュレーションに用いたパラメータを表 1 に示す。

図 5(a)は提案方法を用いてシミュレーションした出力インピーダンスの絶対値、図 5(b)は出力インピーダンスの位相を示している。前章で導出した(6)より、開ループの出力インピーダンス $Z_o$ と閉ループの出力インピーダンス $Z_{oc}$ は $Z_{oc} = Z_o / (1 + T)$ という関係式を満たすことがわかる。したがって、ループゲイン $T$ の大きい低周波領域においては、閉ループの出力インピーダンス $Z_{oc}$ は非常に小さくなり、ループゲイン $T$ の小さい高周波領域では、両者の出力インピーダンスはほぼ等しくなるという結果が予想される。図 5 (a)はこれらの予想と同じ傾向を示していることが確認できる。

図 6(a)は従来方法および提案方法により測定したループゲインの利得、図 6(b)はループゲインの位相を示している。提案方法によるループゲインの利得および位相は図 5 の出力インピーダンスから(8)、(9)を用いて計算した。従来方法および提案方法の結果を比較すると、両者は完全に一致することが確認できる。以上のシミュレーション検証の結果より、提案方法は従来方法と同じ測定結果が得られることを示した。

表 1. シミュレーションおよび実験パラメータ

Table 1. The parameters in simulation and experiment.

Parameter	Simulation Value	Experimental Value
$V_{in}$	12 V	12 V
$V_o$	5 V	3.3 V
$R_L$	5 $\Omega$	3 $\Omega$
L	120 $\mu$ H	10 $\mu$ H
$C_o$	1.2mF x 2 (ESR=40m $\Omega$ )	10 $\mu$ F x 2
Frequency	350 kHz	350 kHz

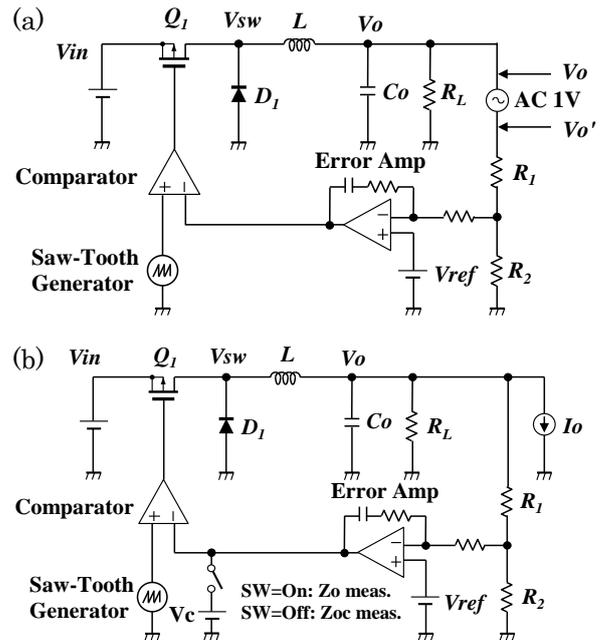


図 4 ループゲイン測定のシミュレーション回路

(a) 従来方法の測定回路 (b) 提案方法による測定回路  
Fig. 4. Simulation circuit for measuring the loop gain. (a) Conventional loop gain measurement circuit. (b)  $Z_o$  and  $Z_{oc}$  measurement circuit.

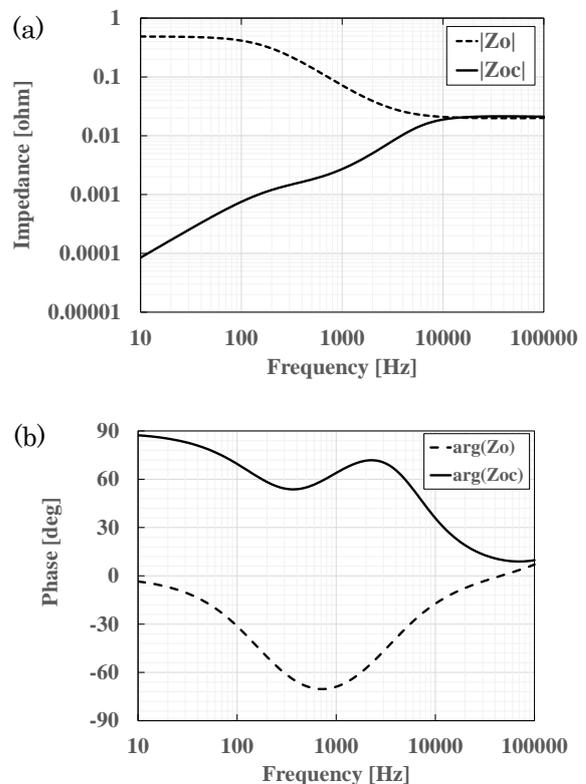


図 5 出力インピーダンスのシミュレーション結果  
(a)インピーダンス (b) 位相

Fig. 5. Simulation result of  $Z_o$  and  $Z_{oc}$  in Fig. 4 (b).  
(a) Impedance. (b) Phase.

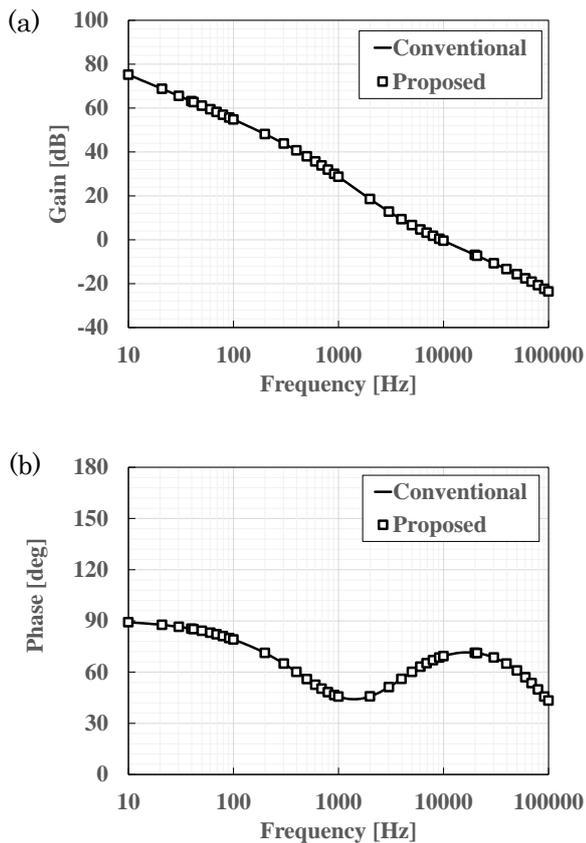


図6 ループゲインのシミュレーション結果比較  
(a)ループゲインの利得 (b)ループゲインの位相

Fig. 6. Comparison of loop gain in Fig. 5.

(a) Magnitude of loop gain. (b) Phase of loop gain.

## 5. 提案方法の実験検証

本章では、従来方法および提案方法を用いてループゲインを実測し、両者の実験結果の比較検証を行う。なお、実験には市販の降圧 DC-DC コンバータを使用し、ループゲインの測定および出力インピーダンスの測定にはエヌエフ回路設計ブロック社の FRA (Frequency Response Analyzer) を使用した。実験に使用した条件は表 1 に示す。

図 7 は提案方法および従来方法によるループゲイン測定の結果である。図 7(a)はループゲインの利得、図 7(b)はループゲインの位相を示している。従来方法と提案方法の結果は 1kHz から 100kHz 付近までの間でよく一致していることが確認できる。そして、図 7 の提案方法の結果から、実験に使用した降圧 DC-DC コンバータの利得帯域幅は 30kHz、位相余裕は 90deg と評価することが可能である。なお、1kHz 以下の領域において、提案方法の測定値に大きいばらつきがみられているが、これは低周波領域になるほどループゲインが大きく、出力インピーダンスが小さくなるため、測定時の S/N 比が悪くなることが原因と考えられる。この現象に対しては、測定回数を増やし、平均化処理をすることで改善が可能であるが、位相余裕の評価はループゲインの利得が 0dB の場所で評価するため、低周波領域における測定値のばらつきは評価上問題にはならない。

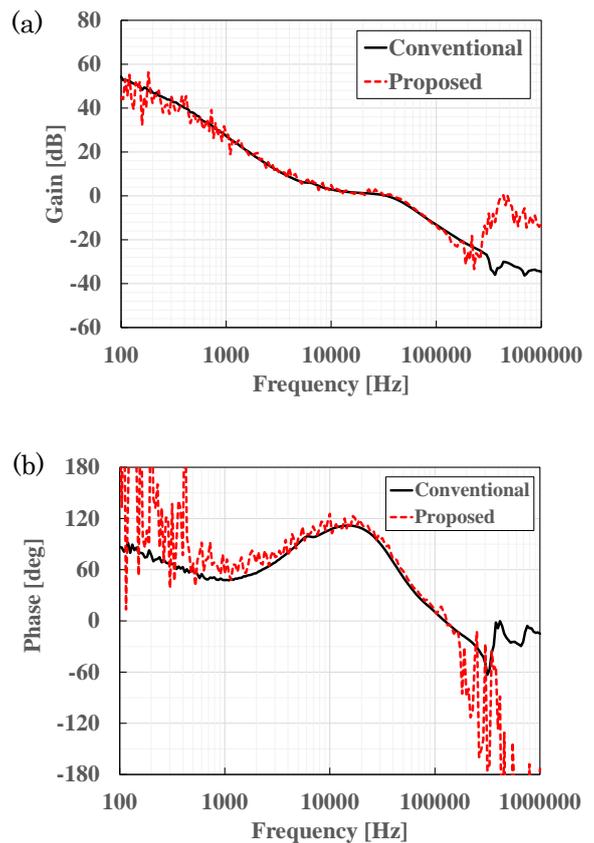


図7 ループゲインの実機測定結果比較

(a)ループゲインの利得 (b)ループゲインの位相

Fig. 7. Comparison of loop gain in experiment.

(a) Magnitude of loop gain. (b) Phase of loop gain.

## 6. まとめ

本論文では、降圧形 DC-DC コンバータのループゲイン測定方法として代表的な電圧注入法の測定原理とその問題点について解説し、これらの問題点が生じない出力インピーダンスを用いたループゲインの測定方法を提案した。そして、シミュレーションおよび実機を用いた測定結果の比較検証を行い、提案方法と従来方法による測定結果が評価に十分な精度で一致することを確認した。

本論文では測定対象を降圧形 DC-DC コンバータとしたが、提案方法は負帰還回路であれば、どのような測定対象でもループゲイン測定が可能であると考えられる。今後は測定対象を広げて、提案方法の有効性を実証していきたい。

## 文 献

- [1] R. D. Middlebrook, "Measurement of Loop Gain in Feedback Systems," *International Journal of Electronics*, vol. 38, no. 4, pp. 485-512 (1975).
- [2] R. W. Erickson, D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*, 2nd Edition, Springer, NY (2001).