RCポリフェーズ･フィルタの解析と設計

ー出力終端、素子ばらつきの影響、通過域平坦利得フィルタの設計ー

群馬大学工学部電気電子工学科
通信処理システム工学第二研究室
99305079 仁木 義規
指導教官 小林春夫 教授

発表内容

- 研究背景
- 出力終端をした場合の伝達関数
- 素子のばらつきの影響の解析
- 通過域平坦利得フィルタの設計
- まとめ

1. 研究背景

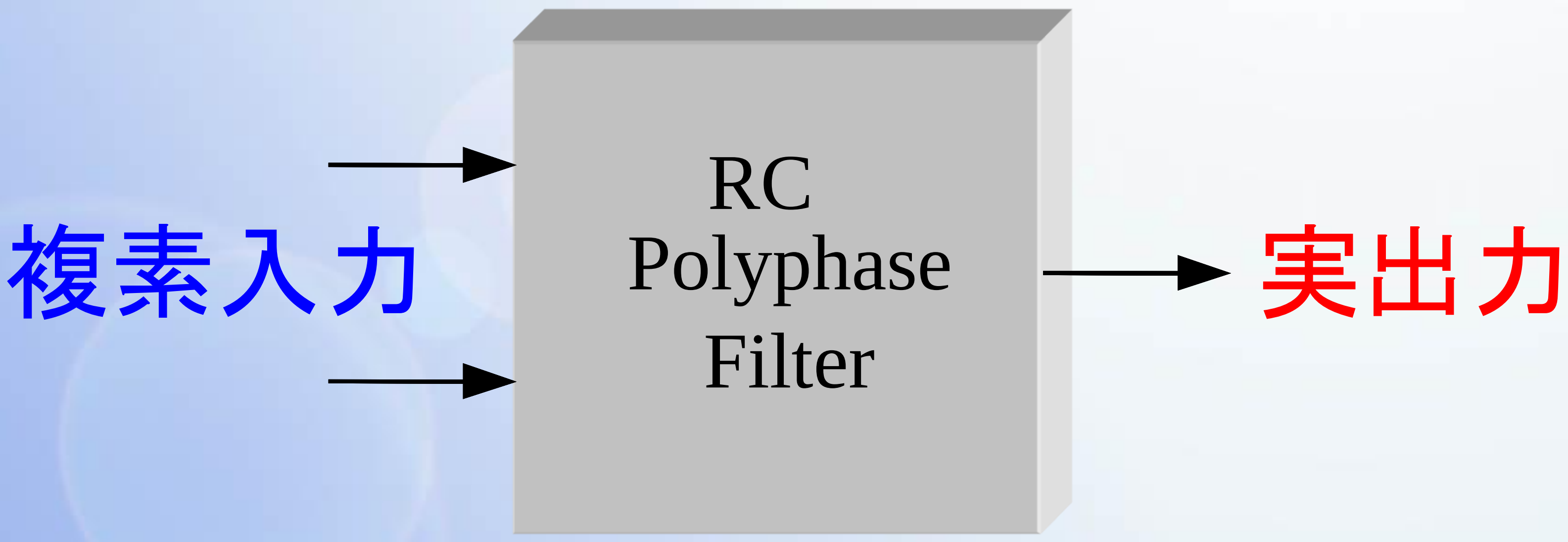
研究目標

無線送受信器アナログ･フロントエンド部の
キーコンポーネントの一つである
RCポリフェーズフィルタの設計論の確立。

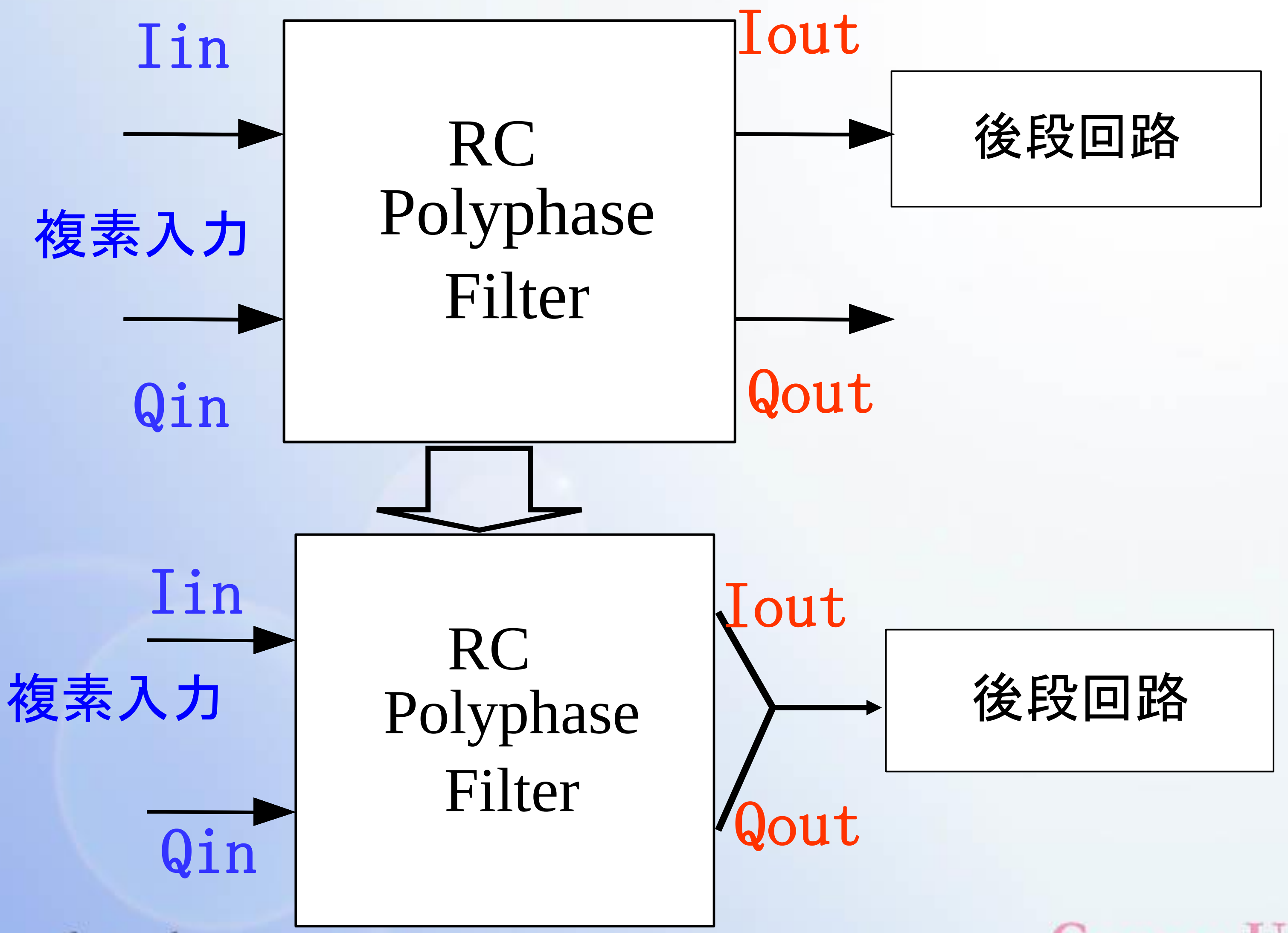
RCポリフェーズフィルタの解析を行う。

RCパラメータ値の一設計法を提案する。

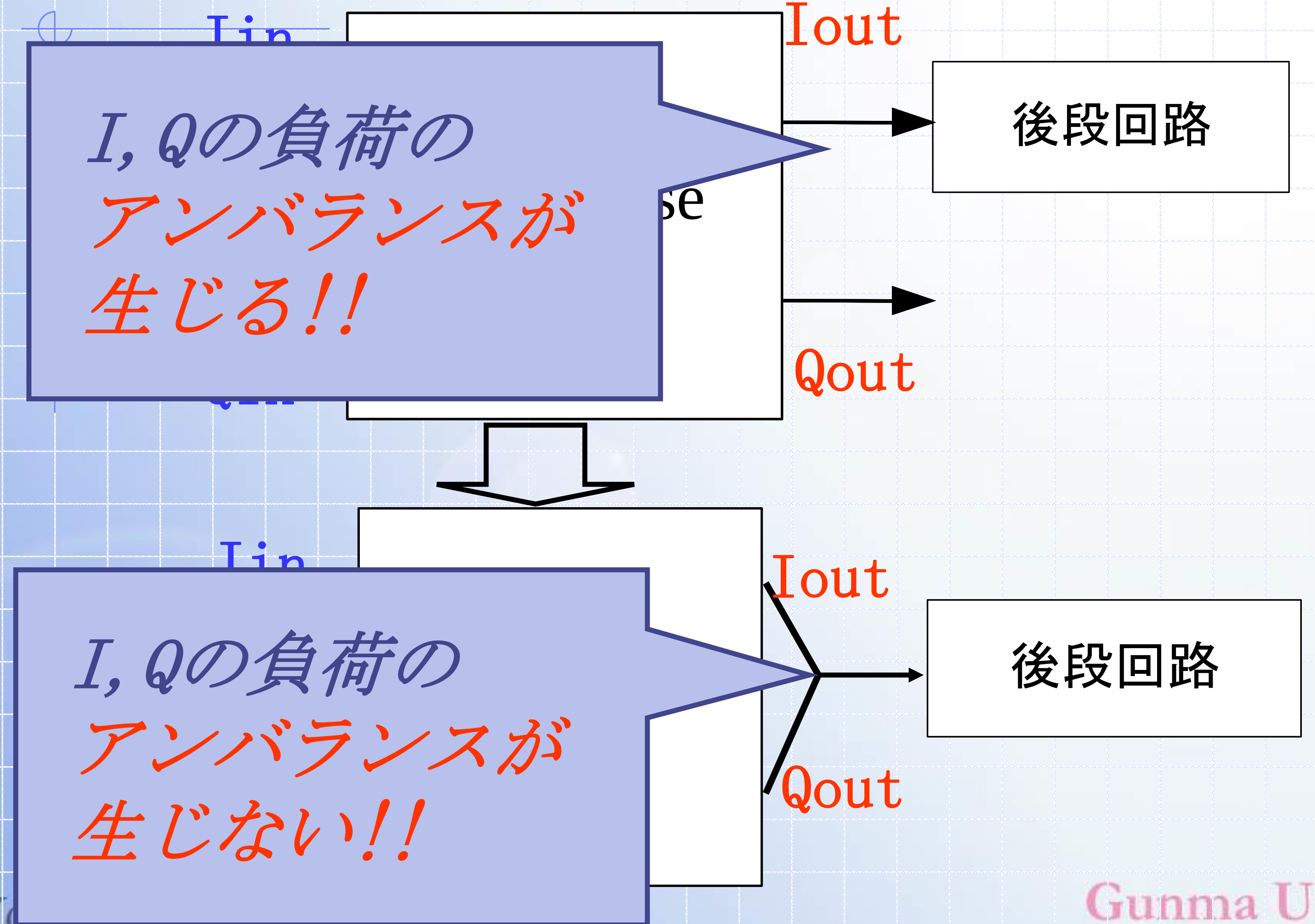
２．出力終端をした場合の伝達関数の導出



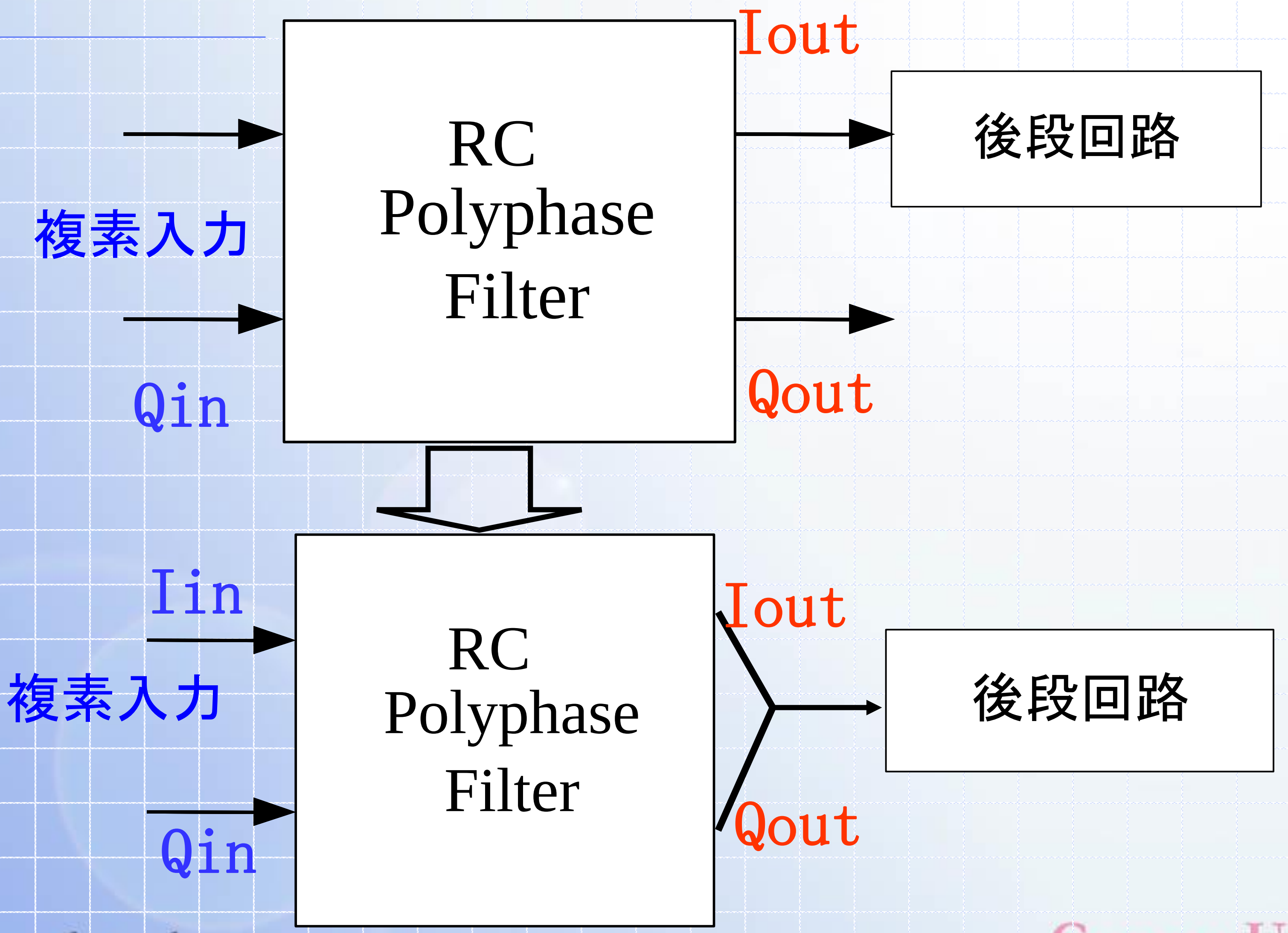
ポリフェーズフィルタの出力終端



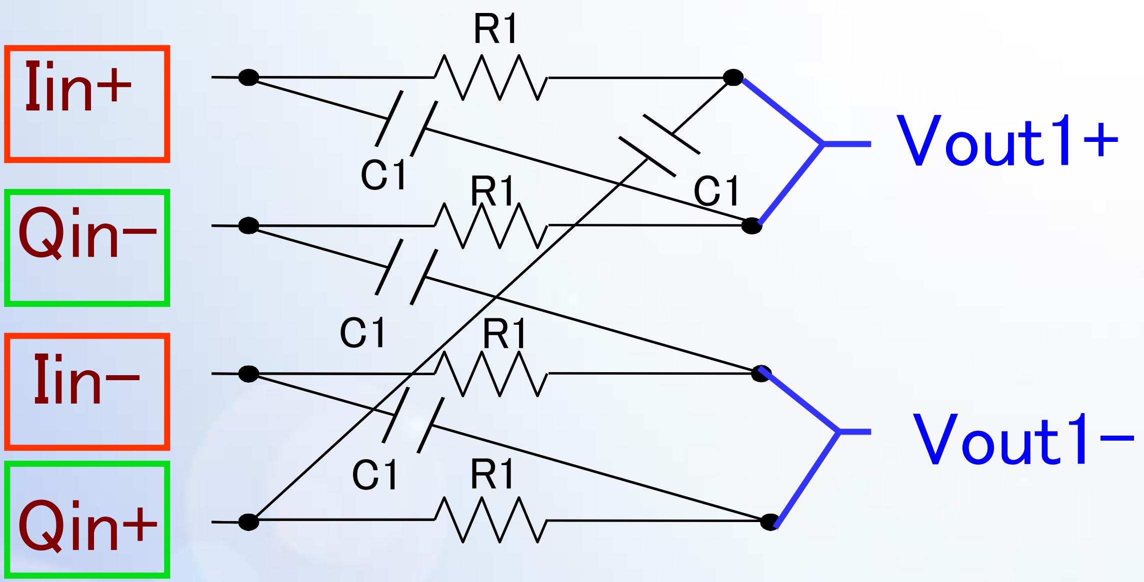
ポリフェーズフィルタの出力終端



ポリフェーズフィルタの出力終端

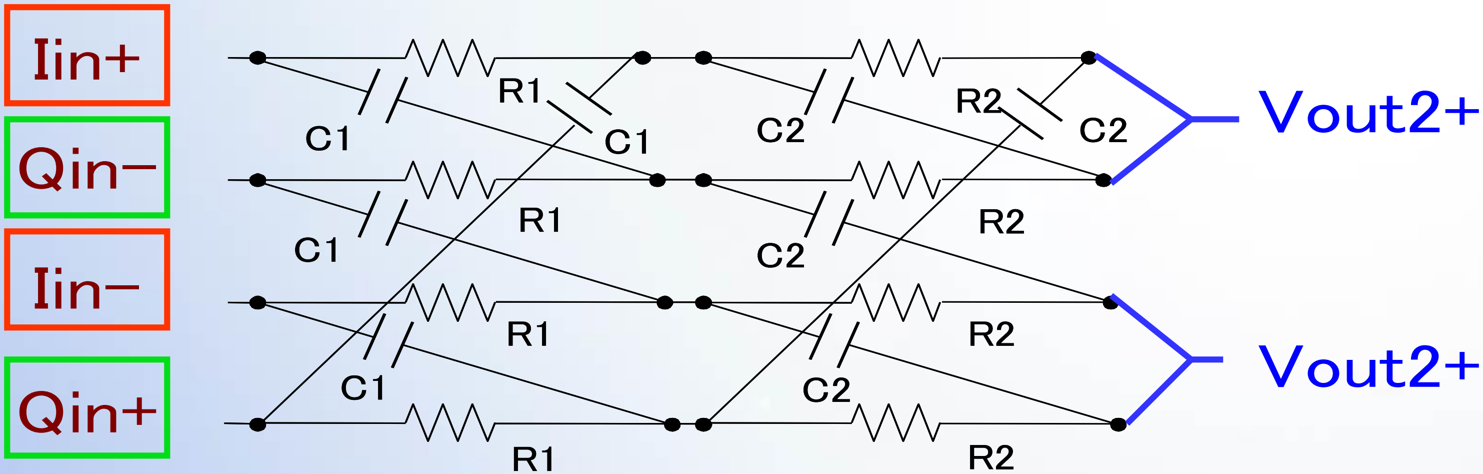


１次フィルタの実出力Vout



$$\boxed{V_{out1}(j\omega)} = \frac{1}{2}\boxed{I_{in}(j\omega)} - \frac{1}{2}\frac{1 - j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1}\boxed{Q_{in}(j\omega)}$$

2次フィルタの実出力Vout



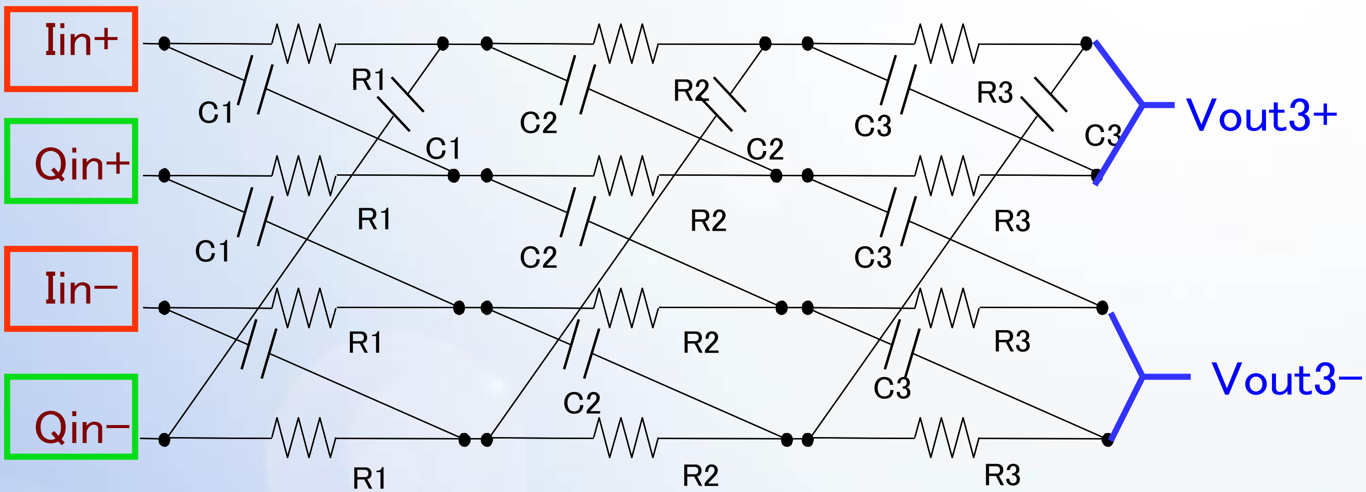
$$
\boxed{V_{out2}(j\omega)} =
$$

$$
\Big[(1+\omega^2 R_1R_2C_1C_2)+j\omega(R_1C_1+R_2C_2)\Big]\boxed{I_{in}(j\omega)}
$$

$$
-\ \Big[(1+\omega^2 R_1R_2C_1C_2)-j\omega(R_1C_1+R_2C_2)\Big]\boxed{Q_{in}(j\omega)}\Big]
$$

$$
/\ \Big[2\Big(1-\omega^2 R_1R_2C_1C_2\Big)+j\omega\Big(R_1C_1+R_2C_2+2R_1C_2\Big)\Big)\Big]
$$

３次フィルタの実出力Vout



$$V_{out3}(j\omega) = \frac{1}{2}\frac{[A(\omega)+jB(\omega)]I_{in} - [C(\omega)+jD(\omega)]Q_{in}}{D_{V3R}(\omega)+jD_{V3I}(\omega)}$$

$$V_{out3}(j\omega) = \frac{1}{2}\frac{[A(\omega) + jB(\omega)]I_{in} - [C(\omega) + jD(\omega)]Q_{in}}{D_{V3R}(\omega) + jD_{V3I}(\omega)}$$

$$A(\omega) := R_2 + R_3$$
$$+ \ \omega^2(R_1R_2^2C_1C_2 + R_1R_3^2C_1C_3 - R_2^2R_3C_2^2 - R_2R_3^2C_3^2)$$
$$- \ \omega^4R_1R_2^2R_3^2C_1C_2C_3(C_2 + C_3)$$

$$B(\omega) :=$$
$$\omega(R_1R_2C_1 + R_2^2C_2 + 2R_2R_3C_3 + R_1R_3C_1 + 2R_2R_3C_2$$
$$+R_3^2C_3) + \omega^3[2(R_2 + R_3)R_1R_2R_3C_1C_2C_3 +$$
$$R_2^2R_3^2C_2C_3(C_2 + C_3) + R_1R_2R_3C_1(R_2C_2 + R_3C_3)]$$

$$V_{out3}(j\omega) = \frac{1}{2}\frac{[A(\omega)+jB(\omega)]I_{in} - [C(\omega)+jD(\omega)]Q_{in}}{D_{V3R}(\omega)+jD_{V3I}(\omega)}$$

$$\begin{aligned} C(\omega) &:= R_2 + R_3 \\ &+ \omega^2[R_1R_2^2C_1C_2 + R_1R_3^2C_1C_3 + R_2^2R_3C_2^2 + R_2R_3^2C_3^2 \\ &+ 2R_2R_3(R_1C_1C_2 + R_1C_1C_3 + R_2C_2C_3 + R_3C_2C_3)] \\ &+ \omega^4 R_1R_2^2R_3^2C_1C_2C_3(C_2+C_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(\omega) &:= \\ &- \omega(R_1R_2C_1 + R_1R_3C_1 + R_2^2C_2 + R_3^2C_3) \\ &+ \omega^3(R_1R_2^2R_3C_1C_2^2 + R_2^2R_3^2C_2^2C_3 + R_2^2R_3^2C_2C_3^2 \\ &+ R_1R_2R_3^2C_1C_3^2) \end{aligned}$$

$$V_{out3}(j\omega) = \frac{1}{2}\frac{[A(\omega)+jB(\omega)]I_{in} - [C(\omega)+jD(\omega)]Q_{in}}{D_{V3R}(\omega)+jD_{V3I}(\omega)}$$

$$\begin{aligned}
D_{V3R}(\omega) &:= R_2 + R_3 \\
&- \omega^2[R_1R_2^2C_1C_2 + R_1R_3^2C_1C_3 + R_1R_2^2C_2C_3 \\
&+ R_1R_2R_3C_3^2 + R_2R_3^2C_3^2 + R_2^2R_3C_2^2 \\
&+ 2(R_1R_2R_3C_1C_2 + R_2R_3^2C_2C_3 + R_1R_2^2C_1C_3 \\
&+ R_1R_3^2C_2C_3 + R_1R_2^2C_2C_3 + R_1R_2R_3C_2^2 + R_2^2R_3C_3^2 \\
&+ R_1R_3^2C_3^2) + 4(R_1R_2R_3C_1C_3 + R_2^2R_3C_2C_3) \\
&+ 7R_1R_2R_3C_2C_3 - R_1R_3^2C_3^2] \\
&+ \omega^4R_1R_2^2R_3^2C_1C_2C_3(C_2+C_3)
\end{aligned}$$

$$V_{out3}(j\omega) = \frac{1}{2}\frac{[A(\omega)+jB(\omega)]I_{in} - [C(\omega)+jD(\omega)]Q_{in}}{D_{V3R}(\omega)+jD_{V3I}(\omega)}$$

$$\begin{aligned}
D_{V3I}(\omega) :=& \\
&\omega[R_1R_2C_1 + R_1R_3C_1 + R_1R_3C_3 + R_2^2C_2 + R_3^2C_3 \\
+& 2(R_2R_3C_2 + R_1R_3C_2 + R_1R_2C_2 + R^2C_3) \\
+& 3R_1R_2C_3 + 4R_2R_3C_3] \\
-& \omega^3[R_1R_2^2R_3C_1C_2C_3 + R_2^2R_3^2C_2^2C_3 + R_2^2R_3^2C_2C_3^2 \\
+& R_1R_2^2R_3C_2C_3^2 + R_1R_2^2R_3C_1C_2^2 + R_1R_2R_3^2C_2C_3^2 \\
+& R_1R_2R_3^2C_1C_3^2 + 2(R_1R_2R_3^2C_1C_2C_3 + R_1R_2R_3^2C_2^2C_3 \\
+& R_1R_2^2R_3C_2^2C_3 + R_1R_2^2R_3C_2C_3^2 + R_1R_2^2R_3C_1C_3^2) \\
+& 3R_1R_2^2R_3C_1C_2C_3]
\end{aligned}$$

三次フィルタでの入力と出力の関係

$R_1=R_2=R_3$, $C_1=C_2=C_3$

$$\boxed{V_{out3}(j\omega_1) = -\frac{j}{4}[I_{in}(j\omega_1) + jQ_{in}(j\omega_1)]}$$

$$\boxed{V_{out3}(-j\omega_1) = \frac{j}{4}[I_{in}(-j\omega_1) - jQ_{in}(-j\omega_1)]}$$

$\omega_1 = 1/R_1C_1$

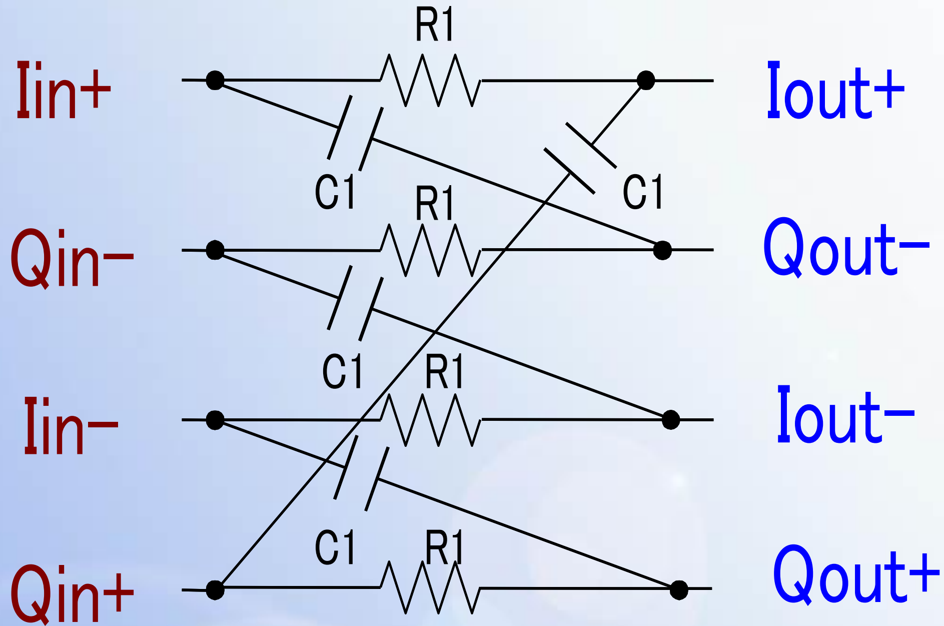
複素入力 *Vin* 実出力 *Vout*

$e^{j\omega_1 t} \Longrightarrow \cos\omega_1 t$ (信号通過)

$e^{-j\omega_1 t} \Longrightarrow 0$ (イメージ除去)

3．素子のばらつきの影響の解析

素子のばらつき



$R_{1Q+} := R_1 + \Delta R_{1Q+}$ $R_{1Q-} := R_1 + \Delta R_{1Q-}$

$R_{1I+} := R_1 + \Delta R_{1I+}$ $R_{1I-} := R_1 + \Delta R_{1I-}$

$C_{1Q+} := C_1 + \Delta C_{1Q+}$ $C_{1Q-} := C_1 + \Delta C_{1Q-}$

$C_{1I+} := C_1 + \Delta C_{1I+}$ $C_{1I-} := C_1 + \Delta C_{1I-}$

$\Delta R_{1Q+}, \Delta R_{1Q-}, \Delta R_{1I+}, \Delta R_{1I-}$：抵抗のばらつき

$\Delta C_{1Q+}, \Delta C_{1Q-}, \Delta C_{1I+}, \Delta C_{1I-}$：容量のばらつき

ばらつきが生じた場合の入出力関係式

$$V_{out} = \frac{1+\omega RC}{1+j\omega RC} V_{in} - \frac{(1+j)\omega RC}{2(1+j\omega RC)^2} \Delta X \overline{V_{in}}$$

$$= G(j\omega) V_{in} + E(j\omega) \Delta X \overline{V_{in}}$$

入力信号

入力イメージ信号

ここで

$$V_{in} = I_{in} + jQ_{in}$$

$$\overline{V}_{in} = I_{in} - jQ_{in}$$

ばらつきが生じた場合の入出力関係式

$$V_{out} = \frac{1+\omega RC}{1+j\omega RC} V_{in} - \frac{(1+j)\omega RC}{2(1+j\omega RC)^2} \Delta X \overline{V_{in}}$$

$$= G(j\omega) V_{in} + E(j\omega) \Delta X \overline{V_{in}}$$

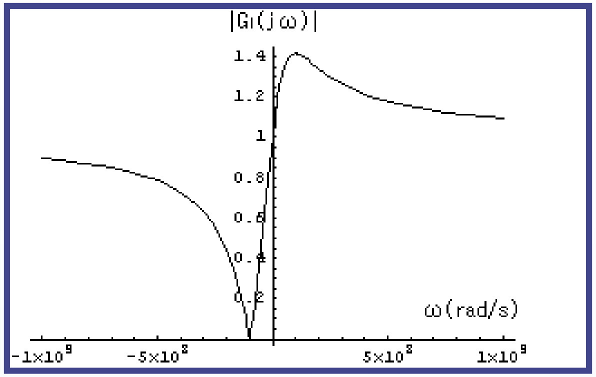
ここで

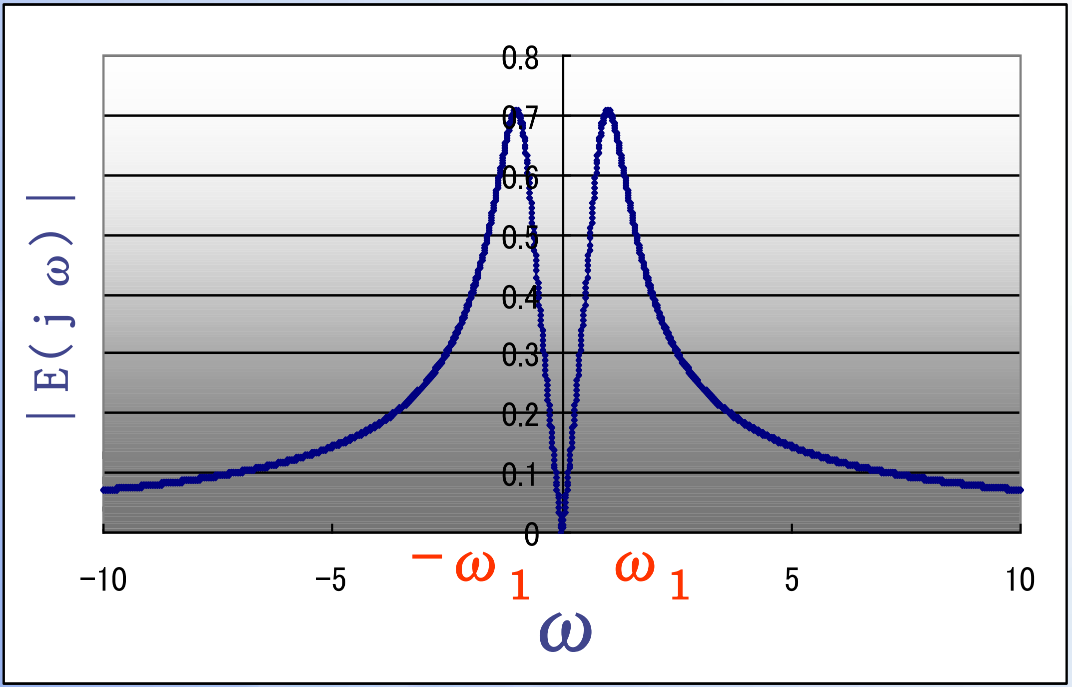
ばらつきの影響

出力 V_{out} は入力イメージ信号 $\overline{V}_{in}$ の影響を受ける！！

イメージ伝達関数E(jω)のゲイン特性

$$E(j\omega) := -\frac{(1+j)\omega R_1 C_1}{2(1+j\omega R_1 C_1)^2}$$





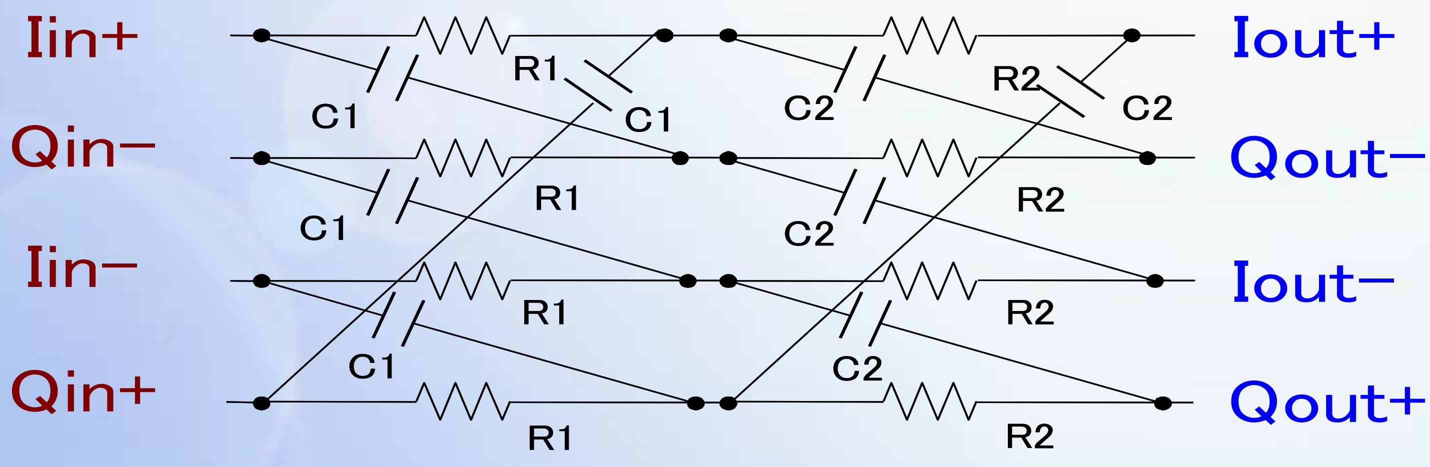
Bad News!!

ω＝ －ω 1 (阻止域)
ω＝ ω 1 (通過域)
のとき
|E(jω)|は最大値

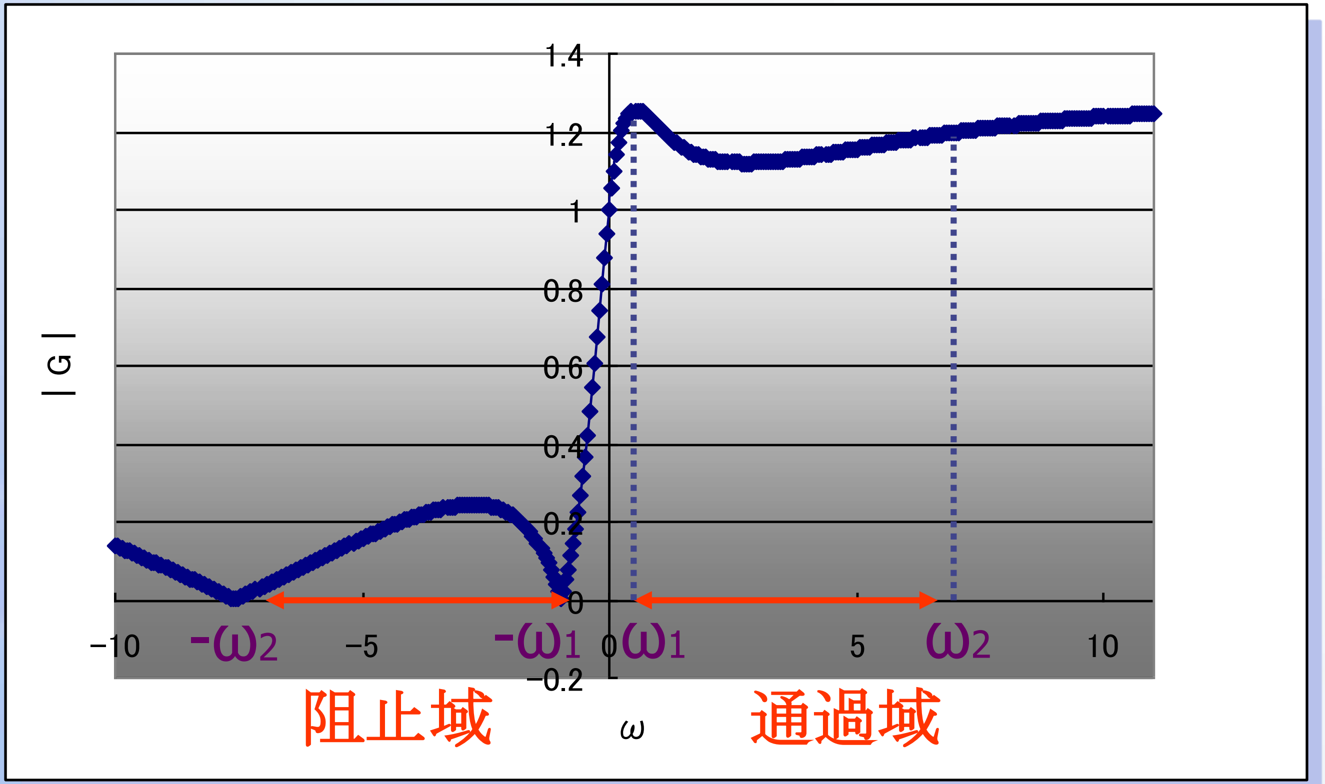
$\omega_1 = 1/R_1C_1$

４．２次RCポリフェーズフィルタの通過域平坦利得フィルタの設計

導出した伝達関数に基づく設計手法の提案

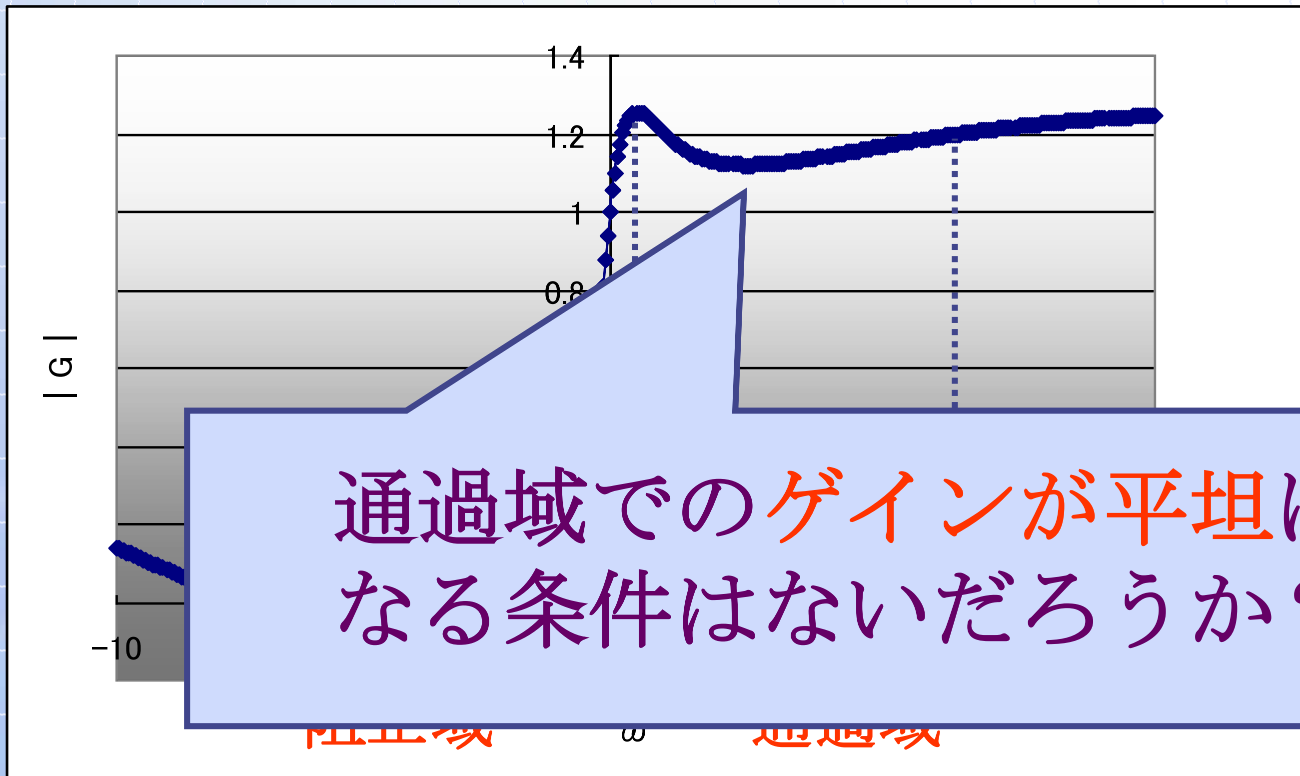


２次フィルタのゲイン特性の一例



例：$\omega_1 = 1/R_1C_1 = 1$　$\omega_2 = 1/R_2C_2 = 7.58$　$\omega_{21} = 1/R_2C_1 = 2.0$

２次フィルタのゲイン特性の一例



通過域でのゲインが平坦に
なる条件はないだろうか？

例：$\omega_1 = 1/R_1C_1 = 1$　$\omega_2 = 1/R_2C_2 = 7.58$　$\omega_{21} = 1/R_2C_1 = 2.0$

設計法の提案

- ４つの設計パラメータ： R_1, C_1, R_2, C_2
- ２つの拘束条件:

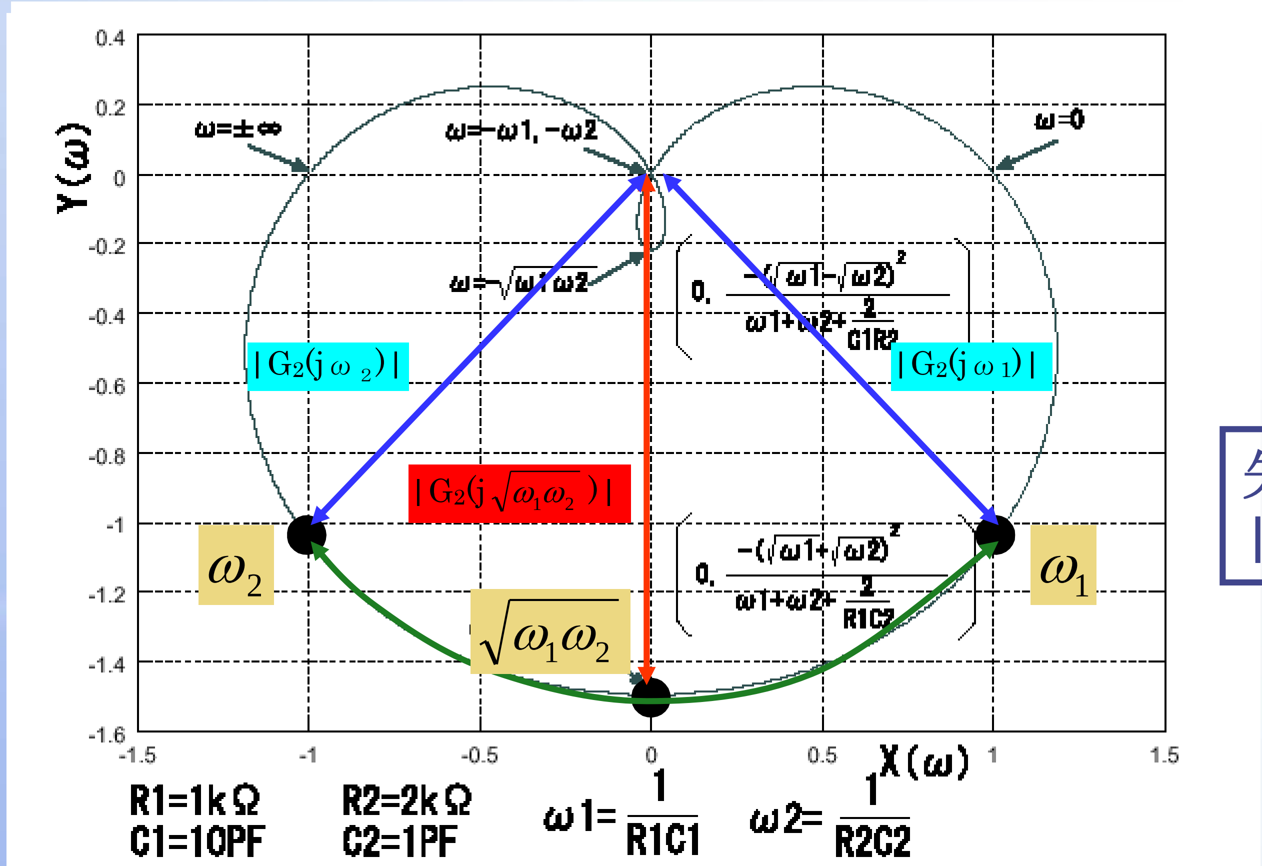
２つのゼロ点 $-\omega_1, -\omega_2$ の値はフィルタ仕様から決定

$$-\omega_1 = -1/R_1C_1, \quad -\omega_2 = -1/R_2C_2$$

⇩

- ３つめの拘束条件：
  通過域（ $\omega_1 \sim \omega_2$ ）のゲイン平坦化のため使用。
- 最後の拘束条件：
  R, Cの集積回路内での実現のし易さ等のため使用。

２次フィルタ伝達関数 G2(jω) のナイキスト・チャート



$\omega 1 = \dfrac{1}{R1C1}$ $\omega 2 = \dfrac{1}{R2C2}$

$$G_2(j\omega) := X_2(\omega) + jY_2(\omega)$$

矢印の長さは |G_2(jω)| となる

通過域

平坦利得特性フィルタ設計法の提案式

$$\left|G_2(j\omega_1)\right| = \left|G_2(j\omega_2)\right| = \left|G_2(j\sqrt{\omega_1\omega_2})\right|$$

$$\alpha\omega_{21}{}^2 + \beta\omega_{21} + \gamma = 0$$

ω_{21}に対する２次方程式！

$\omega_{21} = 1/R_2C_1$

3つめの拘束条件

$$\omega_{21} = \frac{1}{R_2 C_1} = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

$$\alpha = 6\omega_1{}^2 + 6\omega_2{}^2 + 4\omega_1\omega_2 - 8\sqrt{\omega_1\omega_2}(\omega_1 + \omega_2)$$

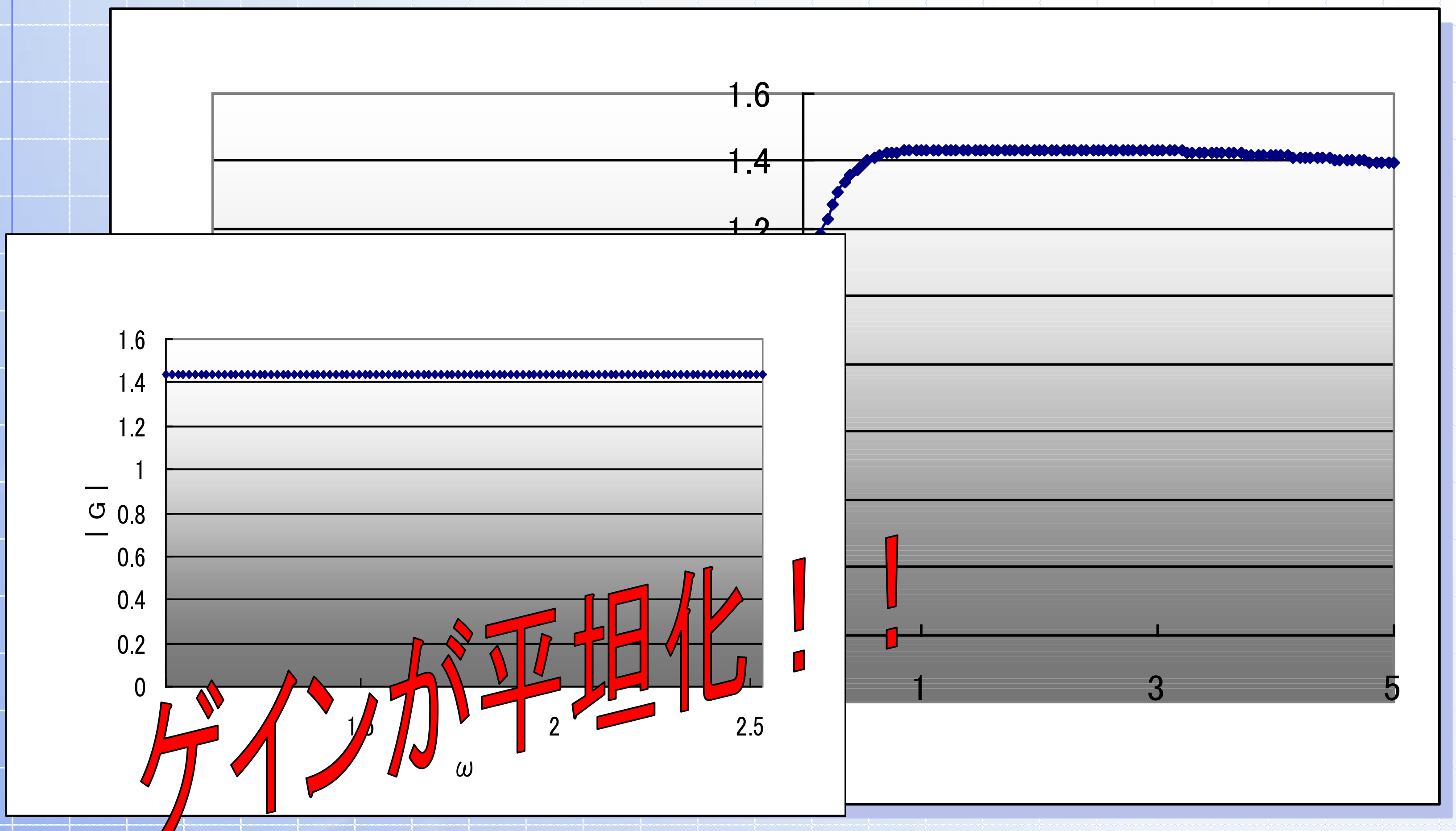
$$\beta = 6\omega_1{}^3 + 6\omega_2{}^3 + 10\omega_1\omega_2(\omega_1 + \omega_2) - 8\sqrt{\omega_1\omega_2}(\omega_1 + \omega_2)^2$$

$$\gamma = \omega_1{}^4 + \omega_2{}^4 + 2\omega_1\omega_2(\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2 + 5\omega_1\omega_2) - 4\sqrt{\omega_1\omega_2}(\omega_1{}^3 + \omega_1{}^2\omega_2 + \omega_1\omega_2{}^2 + \omega_2{}^3)$$

ただし $0.079142 < \dfrac{\omega_1}{\omega_2} < 12.63556$

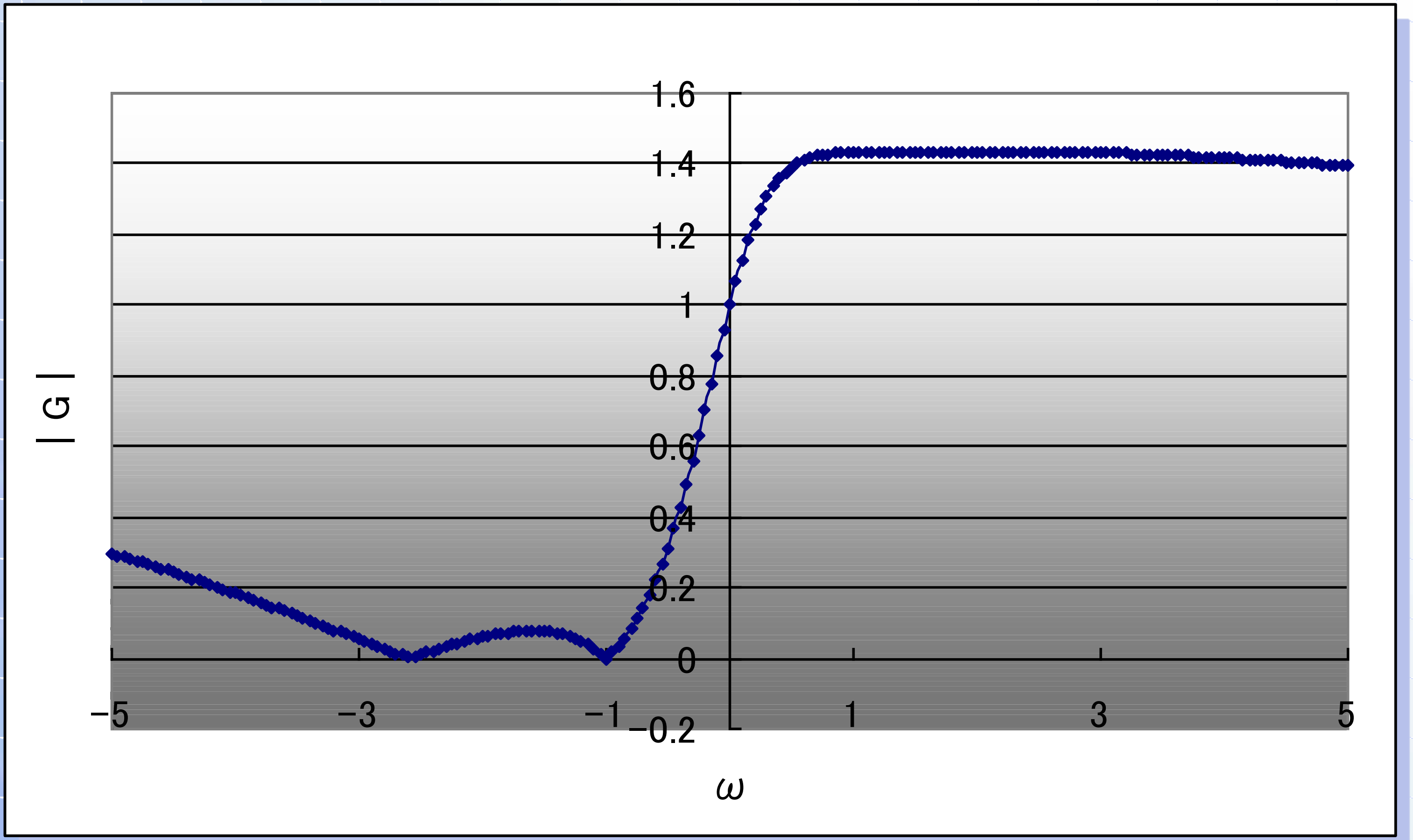
提案アルゴリズムをもちいた場合の通過域でのゲイン特性(例)

例：$\omega_1 = 1$　$\omega_2 = 2.53$　$\omega_{21} = 0.58$



提案アルゴリズムをもちいた場合の通過域でのゲイン特性（例）

例：$\omega_1 = 1$　$\omega_2 = 2.53$　$\omega_{21} = 0.58$



まとめ

◆出力終端した場合の伝達関数を導出。

実出力の回路構成の設計に有用。

◆R、Cの相対ばらつき

イメージ信号成分が発生。

イメージ伝達関数を導出。

（通過域、阻止域でゲイン最大）

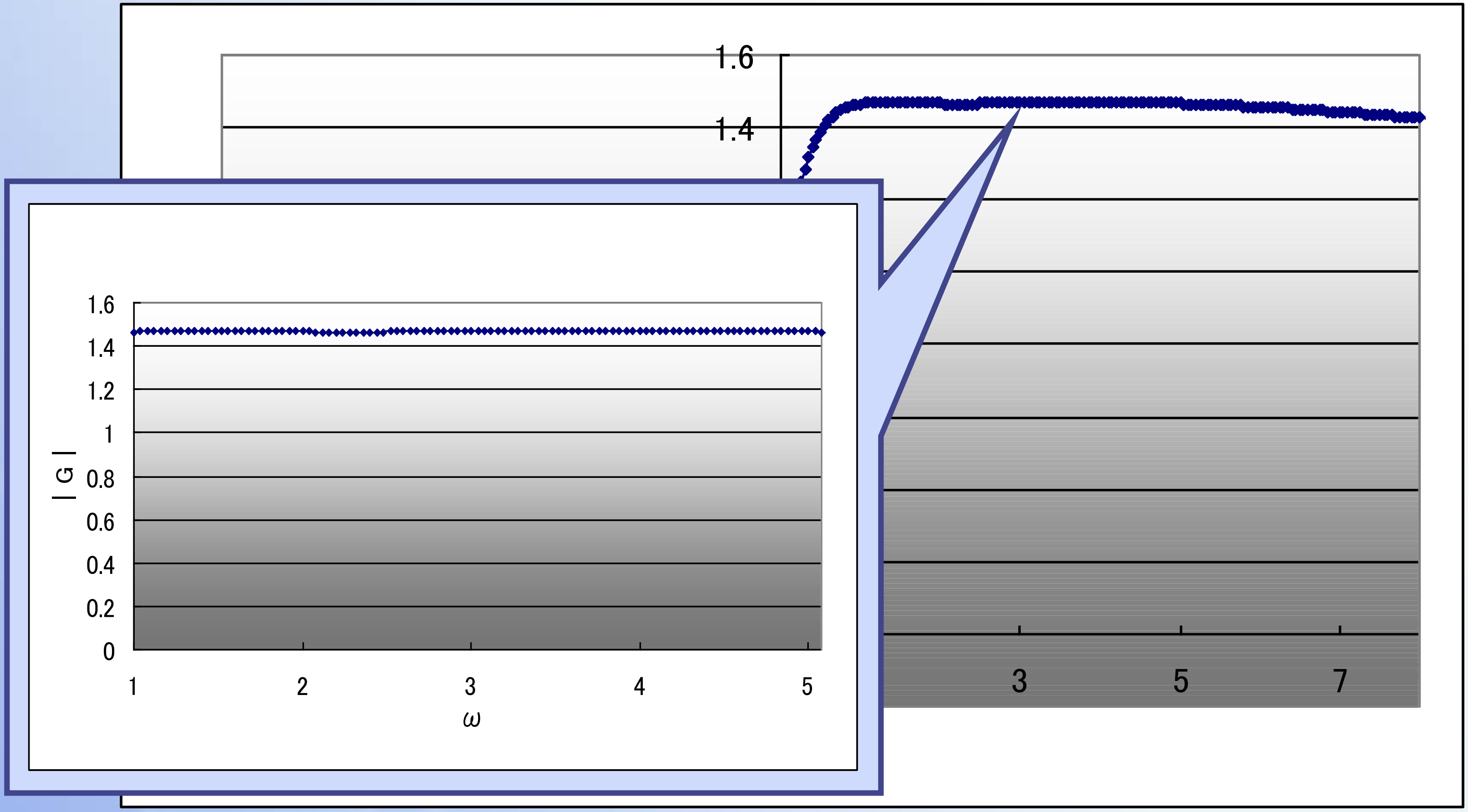
◆通過域平坦ゲインを得る設計法を提案。

THE END

ありがとうございました！

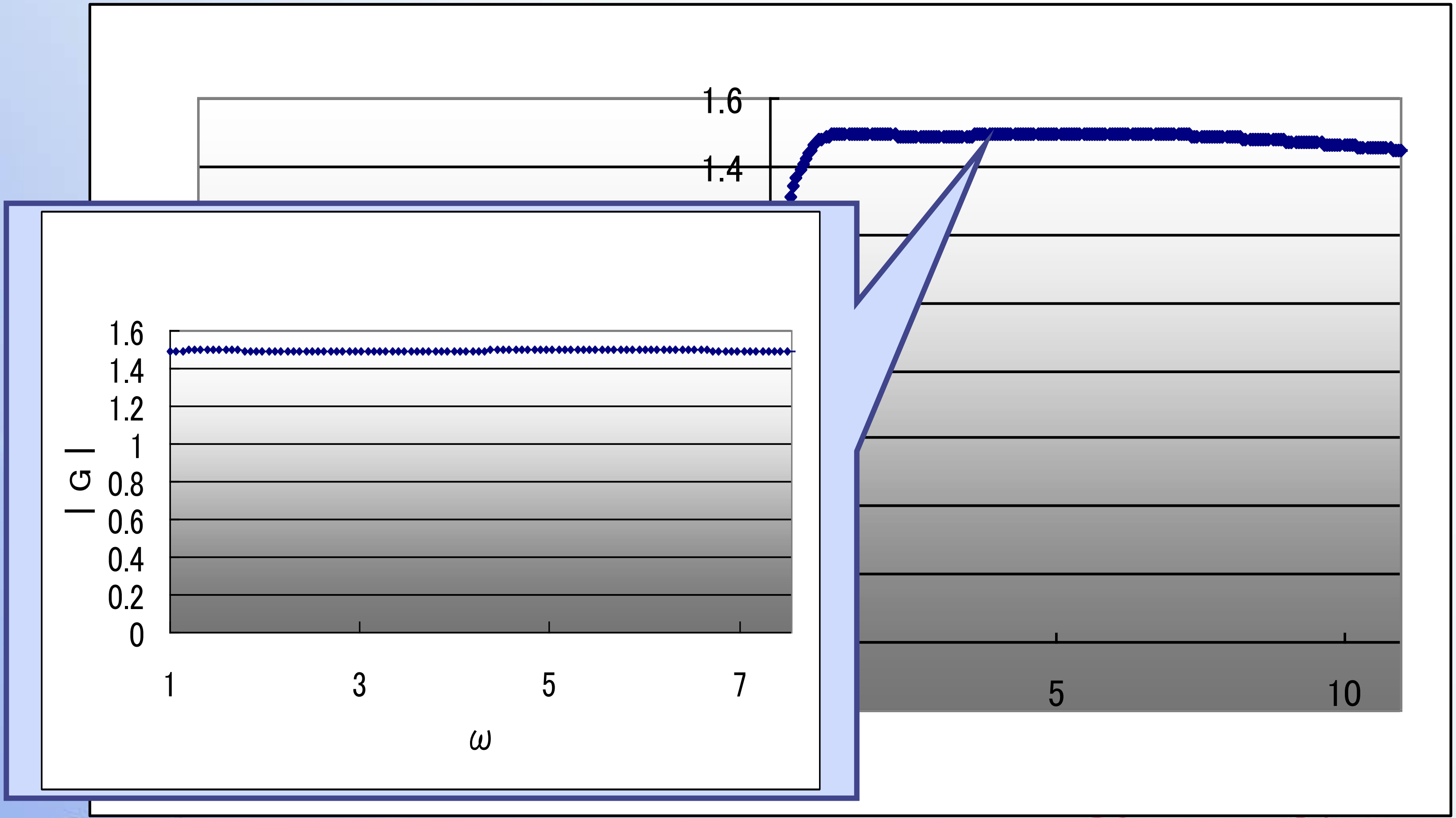
提案アルゴリズムをもちいた場合の通過域でのゲイン特性（例2）

例2：$\omega_1 = 1 \quad \omega_2 = 5.08 \quad \omega_{21} = 0.57$

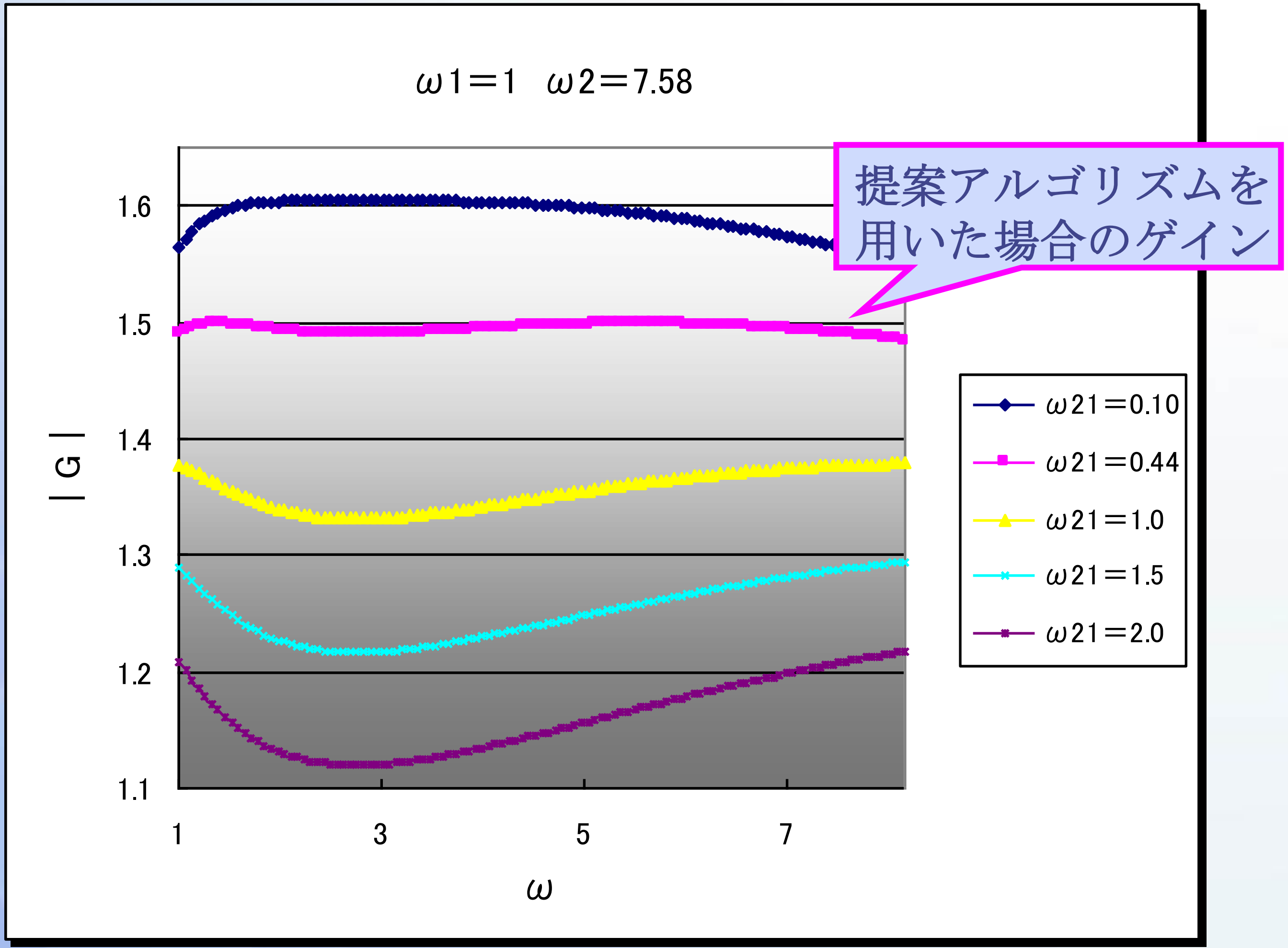


提案アルゴリズムをもちいた場合の通過域でのゲイン特性（例3）

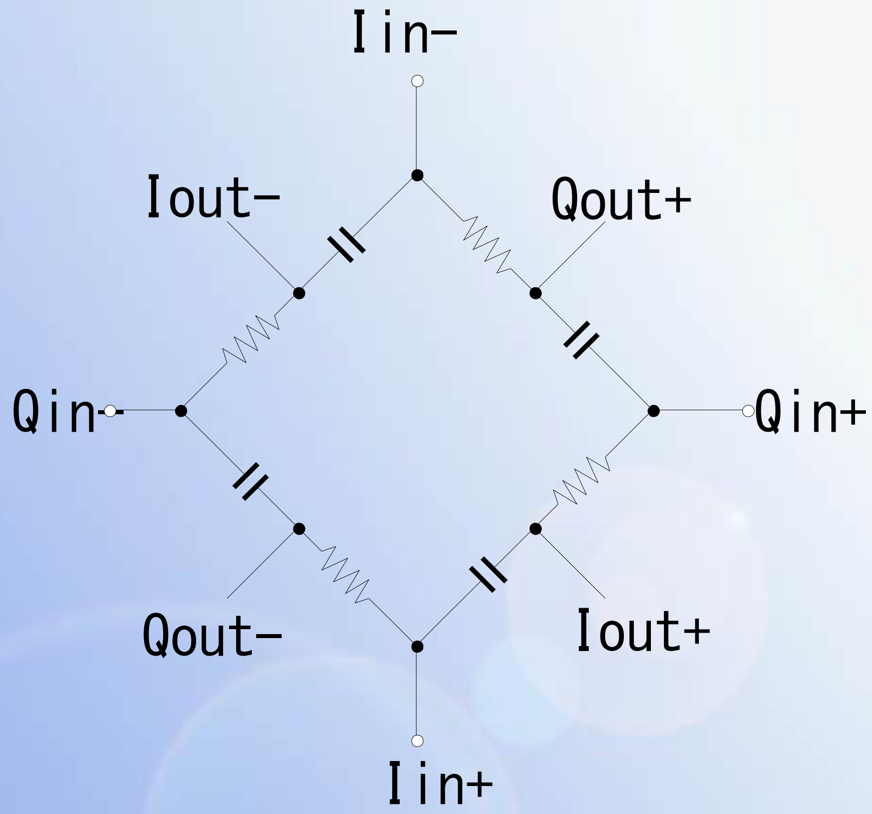
例3：$\omega_1 = 1$　$\omega_2 = 7.55$　$\omega_{21} = 0.44$



ω21の値を変化させた場合の通過域ゲイン特性



RCポリフェーズフィルタ



一次のポリフェーズフィルタ

- アプリケーション：
携帯電話等の無線送受信機のアナログ・フロントエンド部

- 用途：
  - 直交信号（I,Q信号）発生
  - イメージ信号除去

導出した伝達関数｜G2(jω)｜

$$|G_2(j\omega)| = \frac{|\ (1+\omega R_1 C_1)(1+\omega R_2 C_2)\ |}{\sqrt{(1-\omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2)^2 + \omega^2 (C_1 R_1 + C_2 R_2 + 2 R_1 C_2)^2}}$$

ω1, ω2を代入

$$|G_2(j\omega_1)| = |G_2(j\omega_2)|$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\omega_1+\omega_2)}{\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2+2\omega_{21}(\omega_1+\omega_2+\omega_{21})}}$$

$\omega_{21}=1/R_2C_1$の拘束条件を求める

$$\boxed{\left|G_2(j\omega_1)\right| = \left|G_2(j\omega_2)\right| = \left|G_2(j\sqrt{\omega_1\omega_2})\right|}$$

⇩

$$\alpha\omega_{21}{}^2 + \beta\omega_{21} + \gamma = 0$$

ω_{21}に対する
２次方程式！

$\alpha > 0$，$\beta > 0$なので

$$\omega_{21} = \frac{1}{R_2C_1} = \frac{-\beta+\sqrt{\beta^2-4\alpha\gamma}}{2\alpha} > 0 \text{ の条件}$$

⇨ $\boxed{\gamma < 0}$

α ≧0の証明

$$\alpha = 6\omega_1^{\ 2} + 6\omega_2^{\ 2} + 4\omega_1\omega_2 - 8\sqrt{\omega_1\omega_2}(\omega_1 + \omega_2)$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \longrightarrow -\sqrt{ab} \geq -\frac{a+b}{2}$$

$$\alpha \geq 6\omega_1^{\ 2} + 6\omega_2^{\ 2} + 4\omega_1\omega_2 - 4(\omega_1 + \omega_2)^2 = 2(\omega_1 - \omega_2)^2 \geq 0$$

β ≧0の証明

$$\beta = 6\omega_1^{\ 3} + 6\omega_2^{\ 3} + 10\omega_1\omega_2(\omega_1 + \omega_2) - 8\sqrt{\omega_1\omega_2}(\omega_1 + \omega_2)^2$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \longrightarrow -\sqrt{ab} \geq -\frac{a+b}{2}$$

$$\beta \geq 6\omega_1^{\ 3} + 6\omega_2^{\ 3} + 10\omega_1\omega_2(\omega_1 + \omega_2) - 4(\omega_1 + \omega_2)^3$$

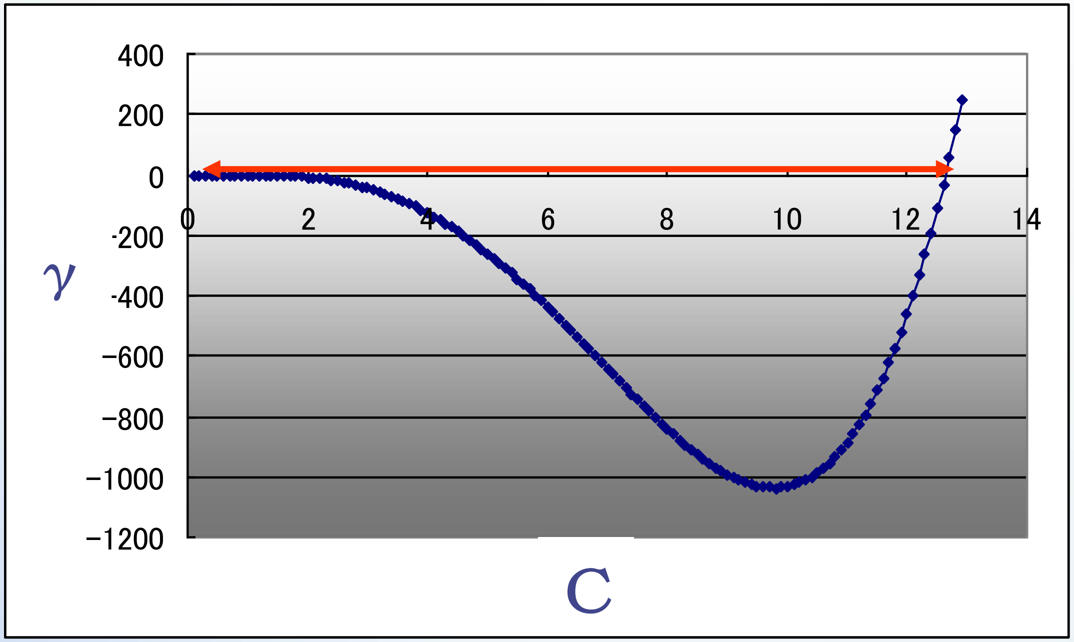
$$= 2(\omega_1 - \omega_2)^2(\omega_1 + \omega_2) \geq 0$$

数値計算により　$\gamma < 0$　の存在条件を求める

$$\boxed{\gamma(c) = c^4 + 1 + 2c(c^2 + 5c + 1) - 4\sqrt{c}(c^3 + c^2 + c + 1)}$$

ただし

$$c = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$



$\gamma<0$ の存在条件

$$\frac{1}{\delta} < \frac{\omega_1}{\omega_2} < \delta$$

ただし　$\delta = 12.63556$

一次フィルタでの入力と出力の関係

$$\boxed{V_{out1}(j\omega_1) = \frac{1}{2}[I_{in}(j\omega_1) + jQ_{in}(j\omega_1)]}$$

$$\boxed{V_{out1}(-j\omega_1) = \frac{1}{2}[I_{in}(-j\omega_1) - jQ_{in}(-j\omega_1)]}$$

$\omega_1 = 1/R_1C_1$

複素入力 *Vin*　　実出力 *Vout*

$e^{j\omega_1 t} \Longrightarrow \cos\omega_1 t$　（信号通過）

$e^{-j\omega_1 t} \Longrightarrow 0$　（イメージ除去）

二次フィルタでの入力と出力の関係

$R_1=R_2,\ C_1=C_2$

$\omega_1 = 1/R_1C_1$

$$\boxed{V_{out2}(j\omega_1) = \frac{1}{4}[(1-j)I_{in}(j\omega_1) + (1+j)Q_{in}(j\omega_1)]}$$

$$\boxed{V_{out2}(-j\omega_1) = \frac{1}{4}[(1+j)I_{in}(-j\omega_1) + (1-j)Q_{in}(-j\omega_1)]}$$

複素入力 *Vin* 実出力 *Vout*

$$e^{j\omega_1 t} \Longrightarrow \cos\omega_1 t$$ （信号通過）

$$e^{-j\omega_1 t} \Longrightarrow 0$$ （イメージ除去）

三次フィルタでの入力と出力の関係

$R_1=R_2=R_3,\ C_1=C_2=C_3$

$$\boxed{V_{out3}(j\omega_1) = -\frac{j}{4}[I_{in}(j\omega_1) + jQ_{in}(j\omega_1)]}$$

$$\boxed{V_{out3}(-j\omega_1) = \frac{j}{4}[I_{in}(-j\omega_1) - jQ_{in}(-j\omega_1)]}$$

$\omega_1 = 1/R_1C_1$

複素入力 *Vin* 実出力 *Vout*

$e^{j\omega_1 t} \Longrightarrow \cos\omega_1 t$ （信号通過）

$e^{-j\omega_1 t} \Longrightarrow 0$ （イメージ除去）