

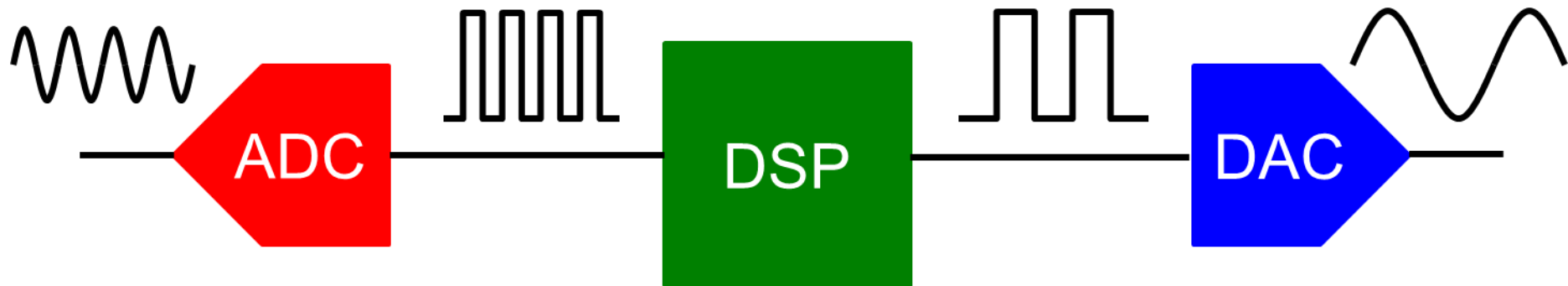
魔方陣をつかった電子回路について

セグメント型DA変換器の 魔方陣レイアウト技術による線形性向上

東野将史 小林春夫



研究背景



高性能なDA変換器が求められている

研究目的

古典数学を用いた線形性向上アルゴリズムの考案

■ DA変換器の課題

DA変換器の入出力関係は、理想的に線形関係



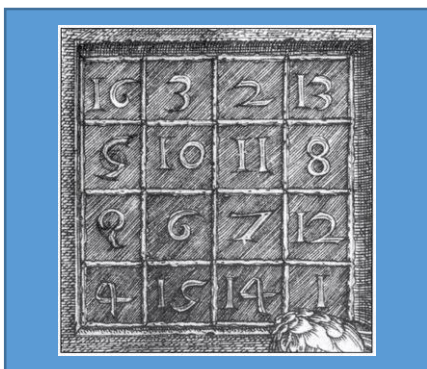
単位回路間の特性ミスマッチにより、入出力関係が非線形



魔方陣を用いたレイアウトアルゴリズム

What is Magic Square(魔方陣) ?

みなさん、“魔方陣”をご存知でしょうか。



“方” は四角形の意



<http://www.ir.isplca.co.jp>

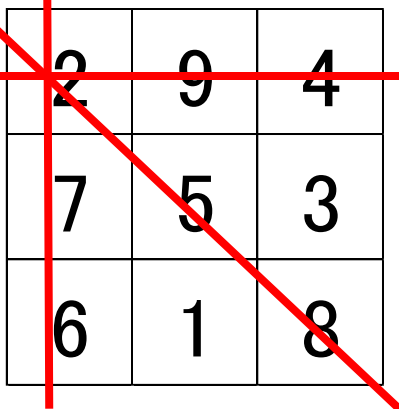
TIGER
タイガー電器



魔方陣について

Magic square : 魔方陣

定和性 : 各行・列・対角線の和が一定



2	9	4
7	5	3
6	1	8

3次方陣

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

4次方陣

11	18	25	2	9
10	12	19	21	3
4	6	13	20	22
23	5	7	14	16
17	24	1	8	15

5次方陣

様々な魔方陣

完全魔方陣

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

10	5	3	16
15	4	6	9
8	11	13	2
1	14	12	7

対称魔方陣

サイの目方陣

	○		○	○	○		○		
			○	○	○	○		○	
	○		○	○	○		○		
○	○	○	○		○				
	○			○		○	○	○	
○	○	○	○		○				
○		○					○	○	○
○		○		○		○		○	
○		○					○	○	○

様々な魔方陣(続き 1)

✓ 同心魔方陣

外側からひと側ずつ取り除いても、定和性を失わない

数字が対称な位置にある

59	5	4	62	63	1	8	58
9	18	17	49	50	42	19	56
55	20	28	33	29	40	45	10
54	44	38	31	35	26	21	11
12	43	39	30	34	27	22	53
13	24	25	36	32	37	41	52
51	46	48	16	15	23	47	14
7	60	61	3	2	64	57	6

様々な魔方陣(続き 2)

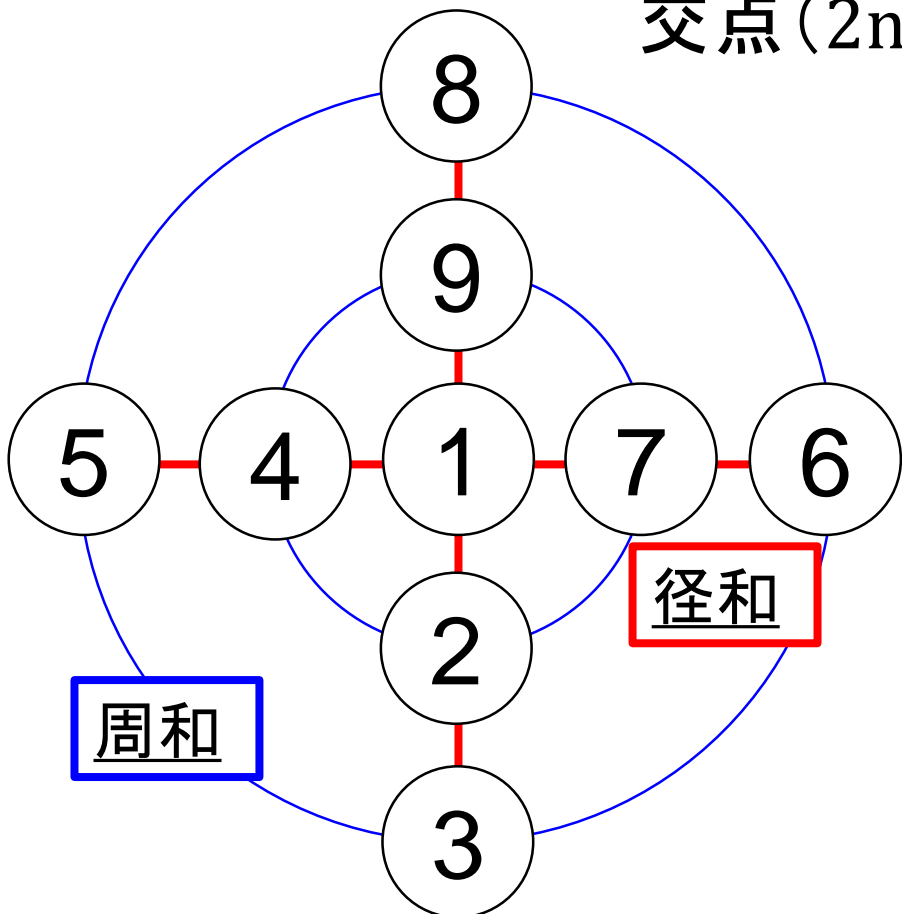
魔円陣：同心円と直径とを同じ個数だけ書き
交点($2n^2 + 1$ 個)に数字を置いたもの

$n=5$ (左図)

- 径和：直径上の $2n+1$ 個の和
- 周和：円周上の $2n$ 個の数と中心数の $2n+1$ 個の和

→ 径和と周和の一致

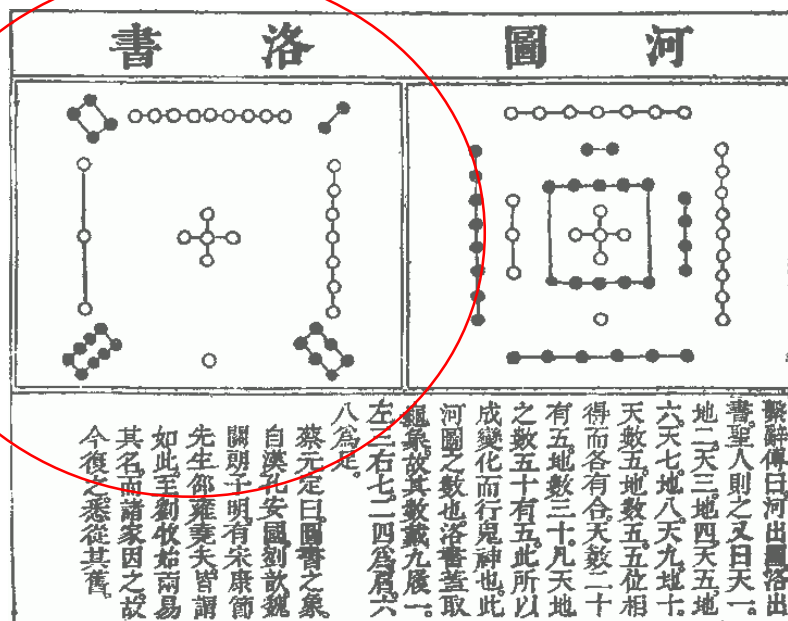
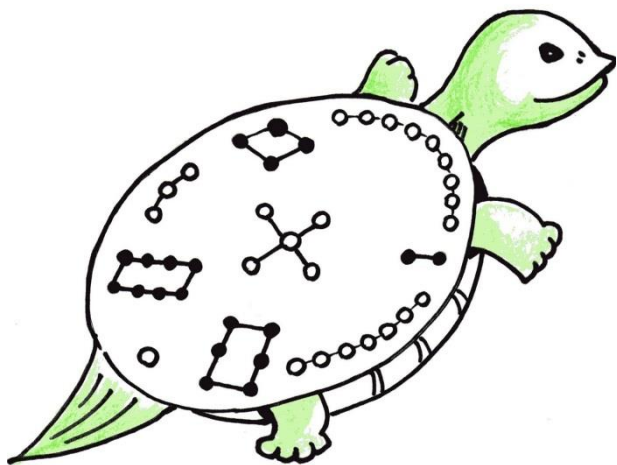
魔星陣, 立体魔方陣, etc,,,,,



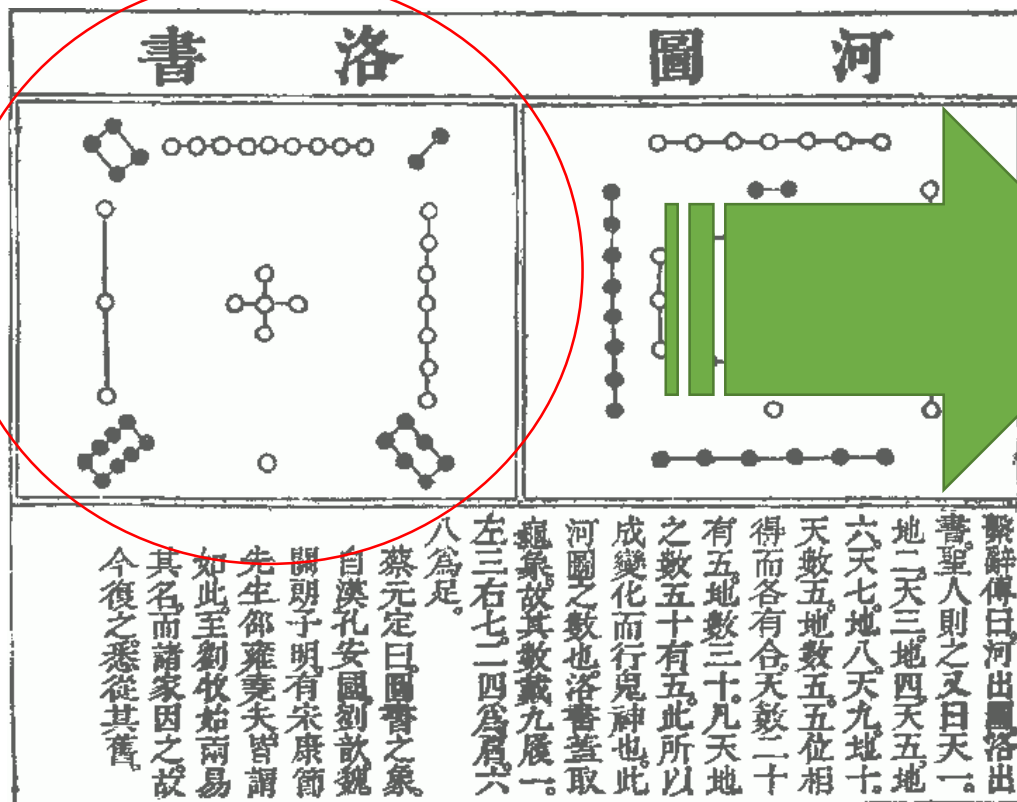
魔方陣の歴史（中国）

中国 紀元前

「夏(か)の禹王(うおう)が黄河の洪水を治めたとき、洛水から出た神亀の背に洛書が記されていた」



魔方陣の歴史（中国）



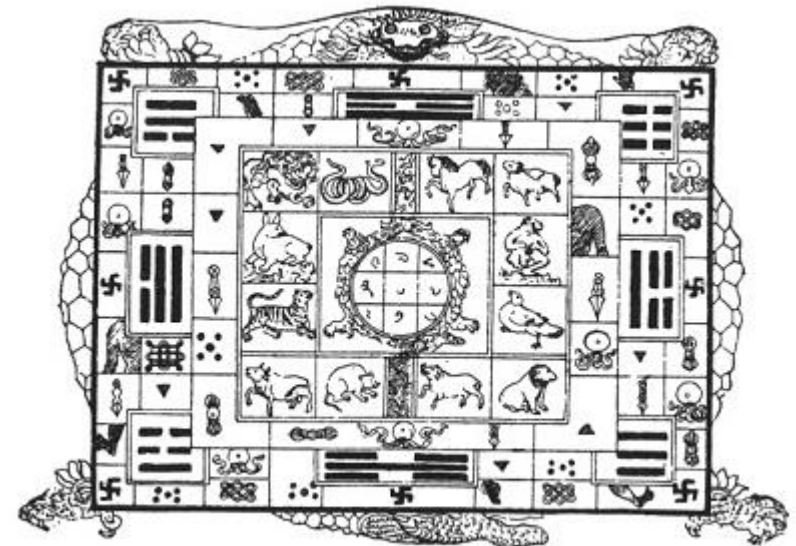
3次方陣

4	9	2
3	5	7
8	1	6

特殊な図であることから、
九星術の根本として占星家が使用

魔方陣の歴史（チベット，ネパール，ブータン）

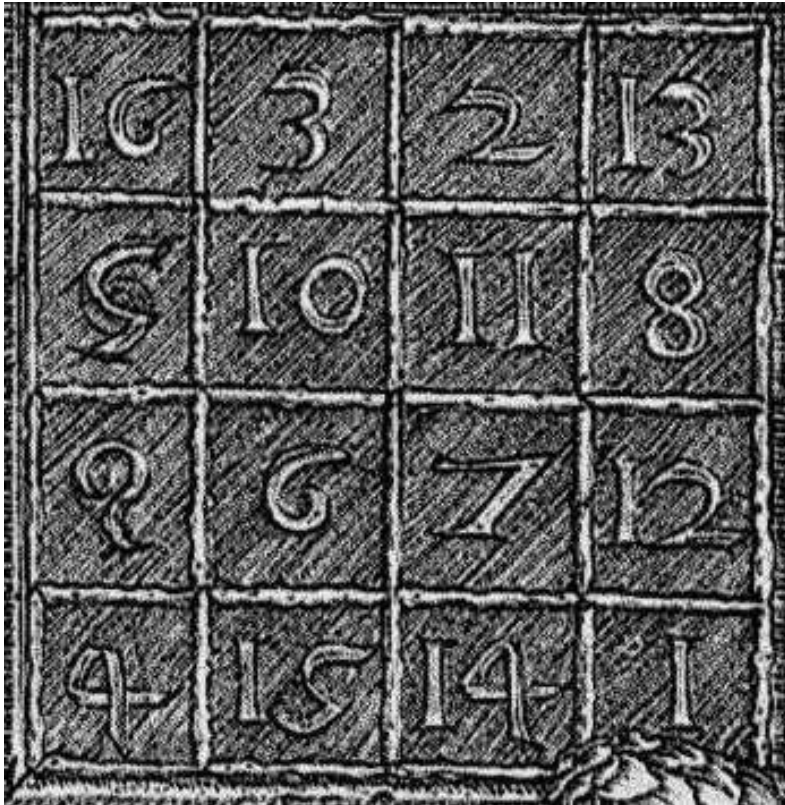
中央の3次方陣の周りに十二支の動物を配した
“生物の輪”を刻んだお守り



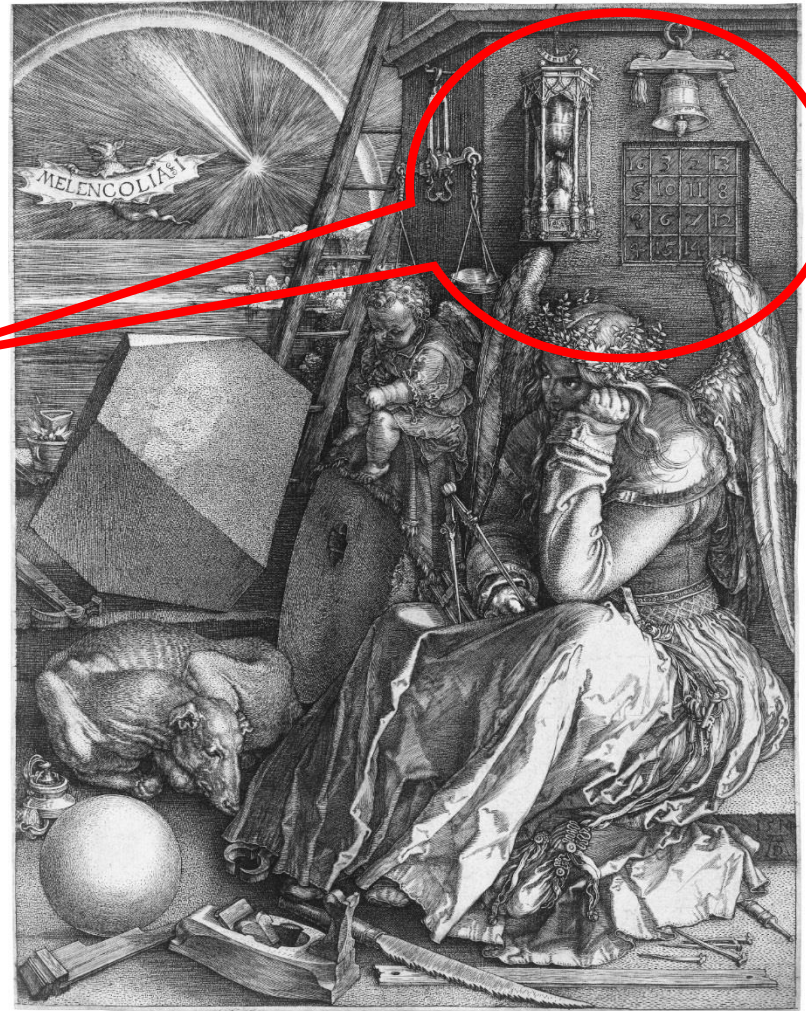
THE MYSTIC TABLET.

“ The mystic tablet “

15世紀 西洋



魔方陣



独: Melencolia I (1514)
作: Albrecht Durer

魔方陣の歴史（日本）

上毛かるた

「和算の大家 関孝和」

関 孝和

日本数学史上最高の英雄人物

- 江戸時代の数学者
- 群馬県藤岡市出身
- 円周率の近似値，
行列の概念を確立
- 魔方陣の研究「方陣之法」



魔方陣の歴史 (日本)

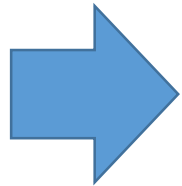
関孝和が考案した6次方陣

和が37となる2数を線で結ぶと模様が出現



4	3	35	36	28	5
6	14	19	15	26	31
30	24	17	21	12	7
29	25	16	20	13	8
10	11	22	18	23	27
32	34	2	1	9	33

和が37となる2数を線で結ぶと美しい模様が出現



37の連結線

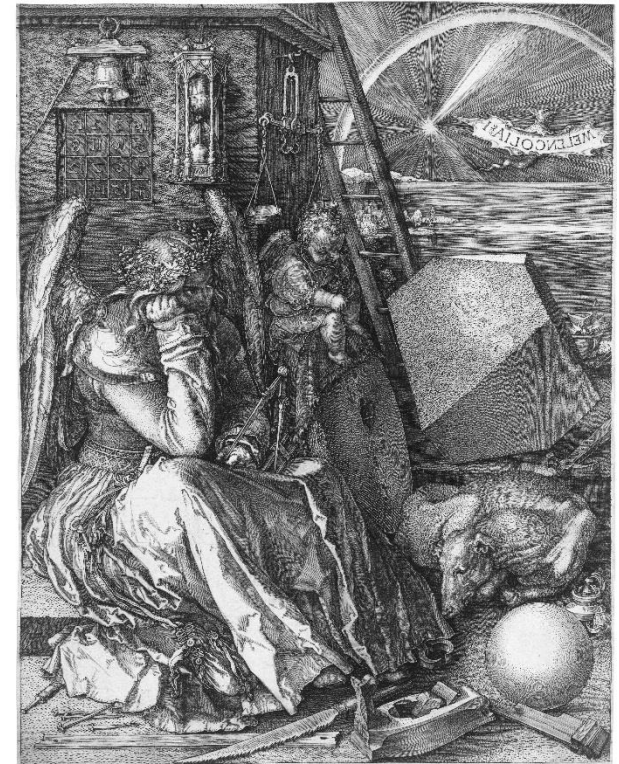
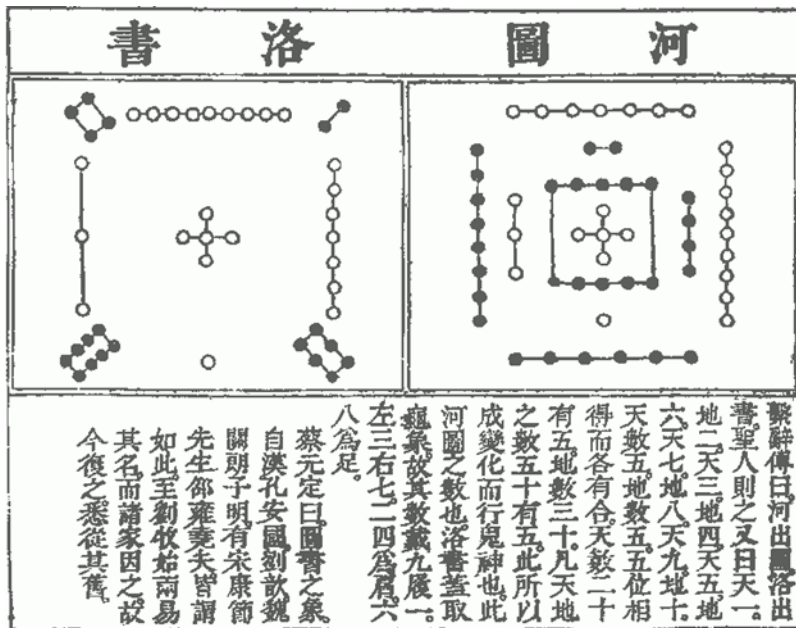
魔方陣の奥深さを感じれる作品

4	3	35	36	28	5
6	14	19	15	26	31
30	24	17	21	12	7
29	25	16	20	13	8
10	11	22	18	23	27
32	34	2	1	9	33

Magic Square – 魔方陣 -

「人類最初の数論問題」

不思議な魔術ではなく、数の神秘が宿る



Magic Square – 魔方陣 -

「人類最初の数論問題」を工学へ応用
数の神秘の力より、イノベーション



魔方陣の「多様性」、「調和」、「奥深さ」、「美しさ」

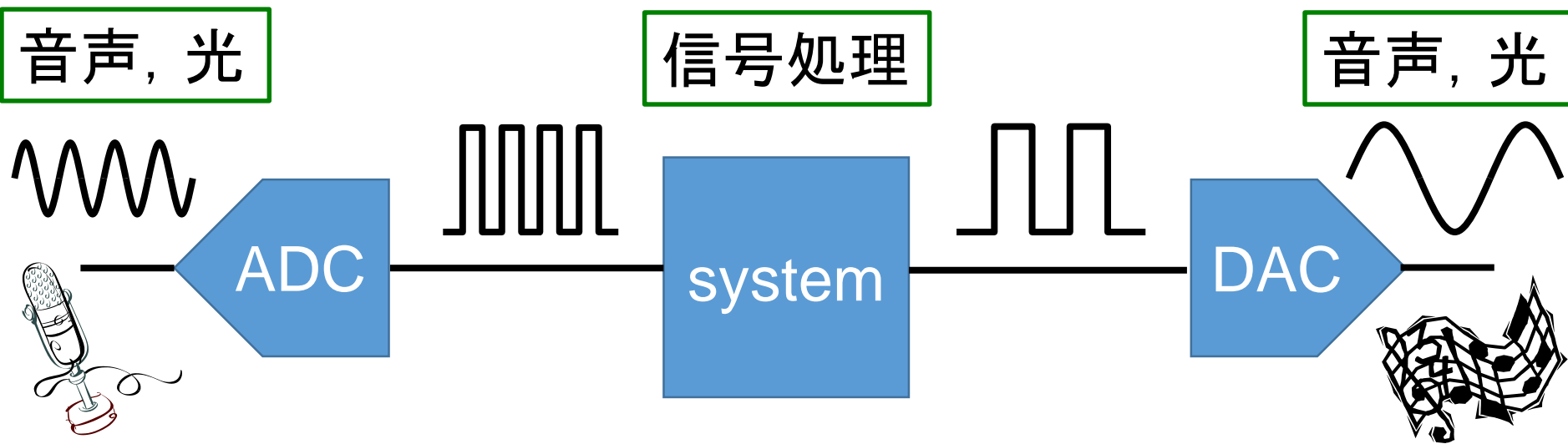
魔方陣レイアウト技術による
DA変換器の線形性向上

AD/DA変換器の重要性

電子機器 {
• 小型化
• 高速化

➡ デジタル回路が適している

✓ しかし、自然界の信号はアナログ信号であるので
信号処理が必要



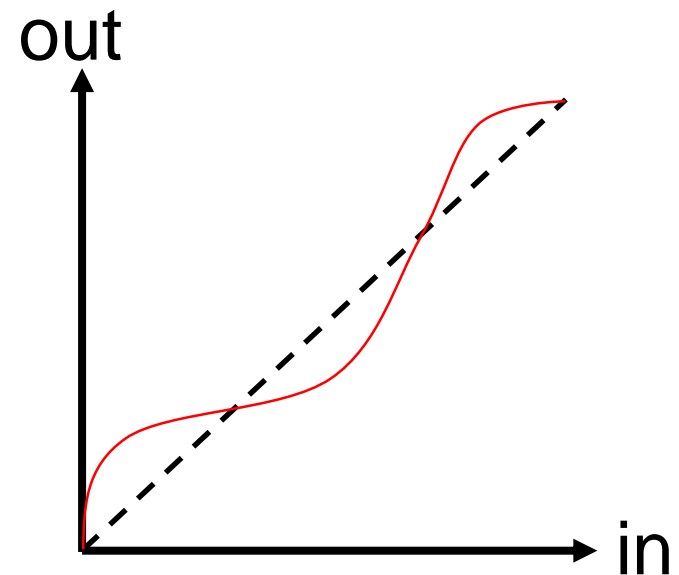
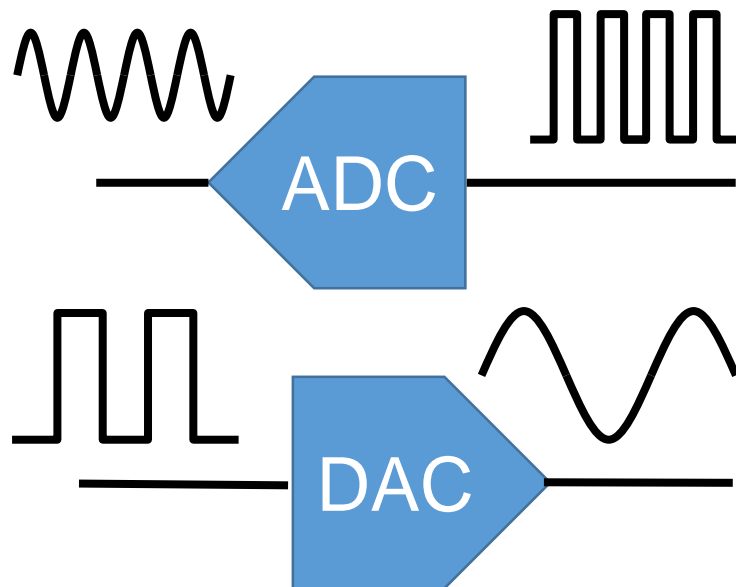
→ 高性能なAD及びDA変換器が求められている

素子ばらつきによる非線形性

- ✓ 半導体素子を構成しているシリコンウェハ上では、ばらつきが存在

ex) MOSFET特性, 抵抗, 容量

{ 素子のミスマッチ
入出力信号の線形性劣化



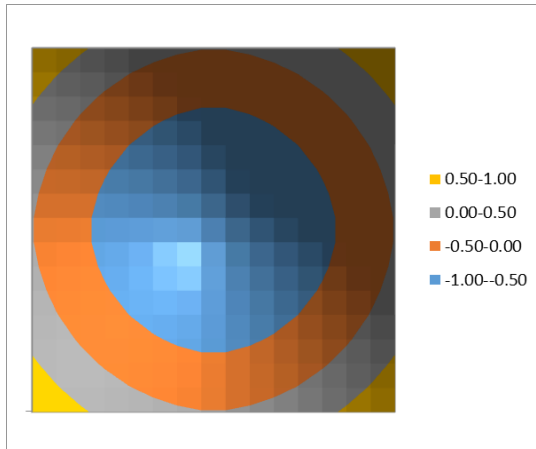
二種類の素子ばらつき

◆ ばらつきの種類

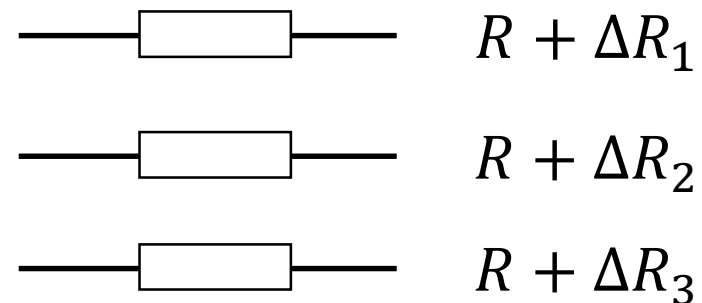
- ✓ システマティックなばらつき
- ✓ ランダムなばらつき

ex. ウェハ上で、

- システマティックな傾斜をもってばらつく
- 素子ごとにランダムにばらつく



システマティック



ランダム

システムテックばらつき

◆ ばらつきの種類

- ✓ システムティックなばらつき
- ✓ ランダムなばらつき

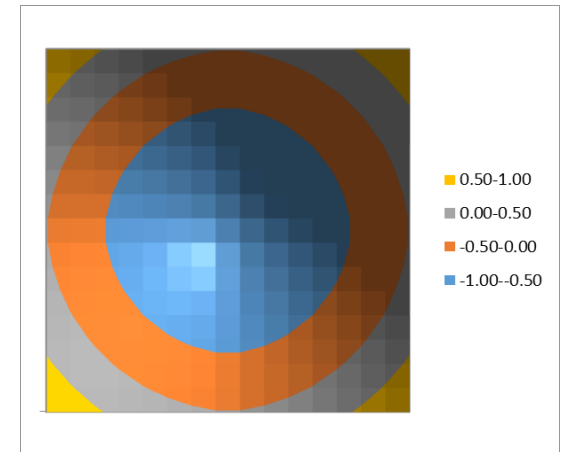
◆ システムティックなばらつき

- ✓ 電圧降下
- ✓ 酸化膜の厚さ
- ✓ ドーピング
- ✓ 機械的ストレス
- ✓ 温度分布
- ✓ ウエハ面内

レイアウトで改善

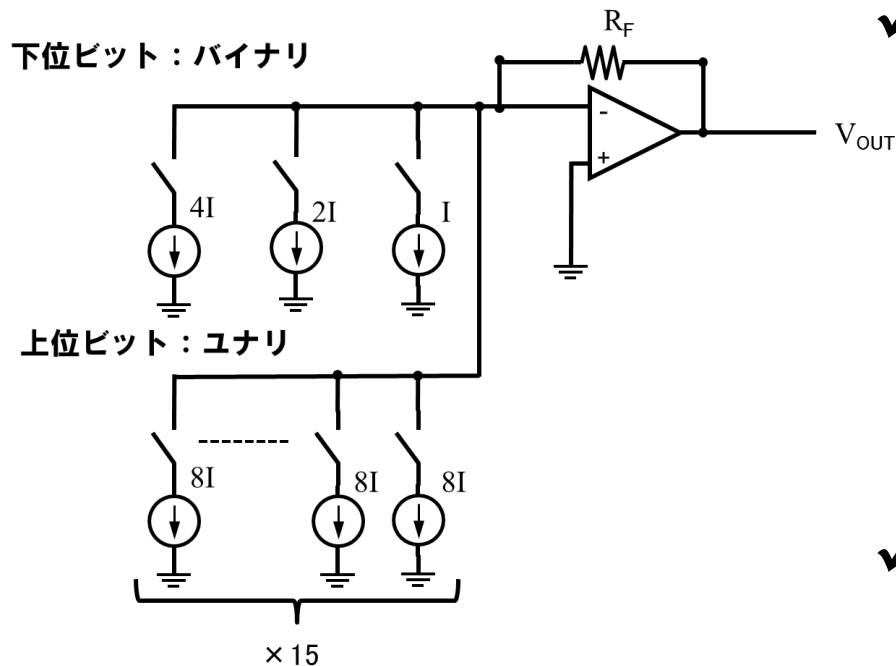
- 従来方法

Random Walk, 配置



DA変換器の構成

◆ DA変換器の構成



セグメント型DA変換器

✓ バイナリ型

- 小型化可能
- コードの切り替えでグリッチ発生
- ミスマッチの発生：大

✓ ユナリ型

- 小型化不可
- ミスマッチの影響：少
- グリッチの発生：少

DA変換器の動作

◆ DA変換器の構成

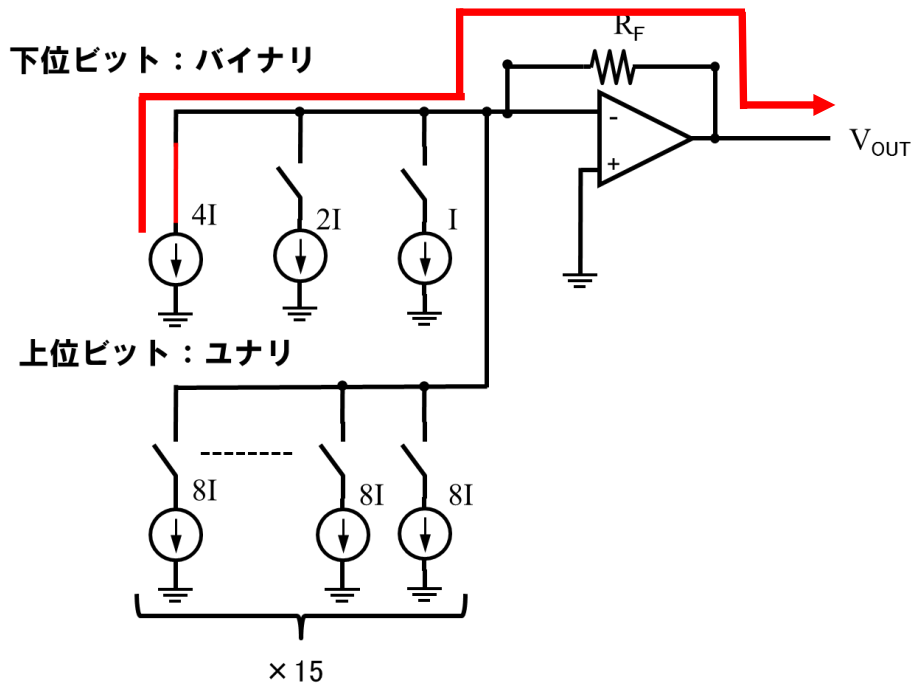
✓ 7bit DA変換器

ex.1

(0000100)



$$V_{out} = 4IR_F$$

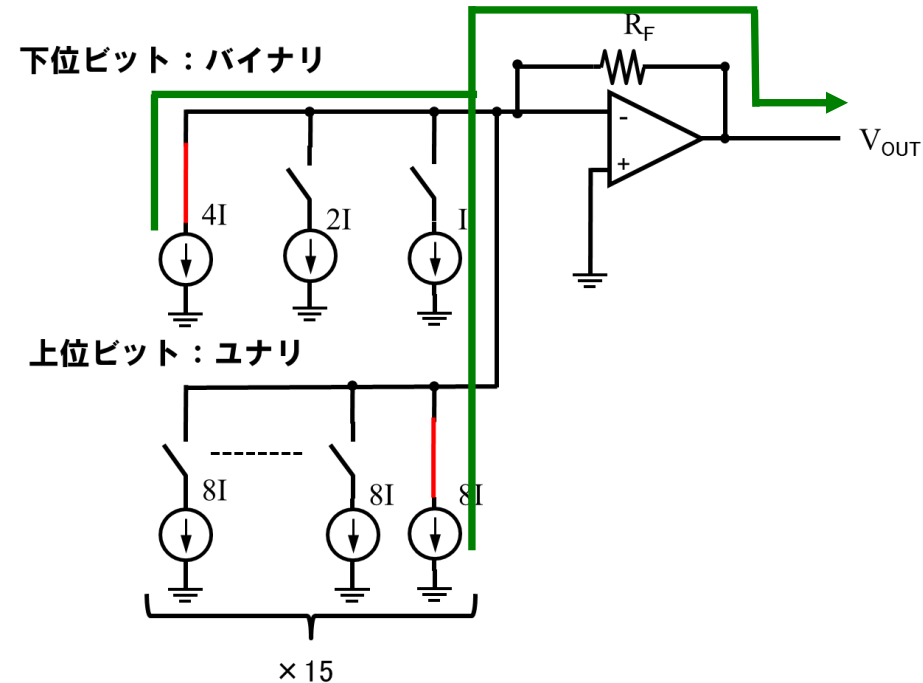


ex.2

(0001100)



$$V_{out} = 12IR_F$$



電流セル配列のレイアウト

◆ DA変換器の構成

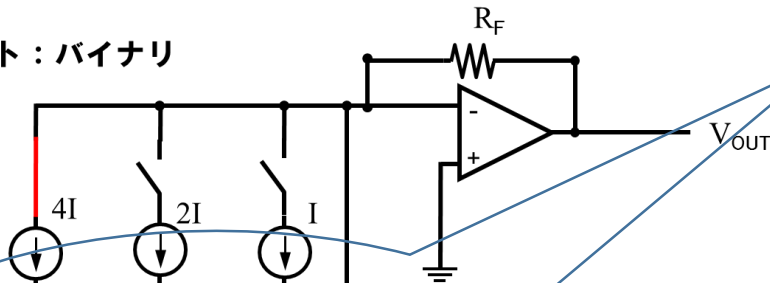
✓ 7bit DA変換器

(0001100)

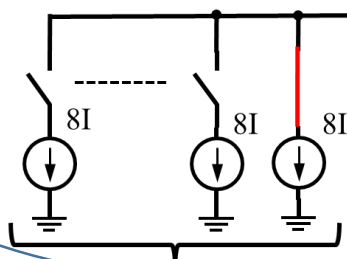


$$V_{out} = 12IR_F$$

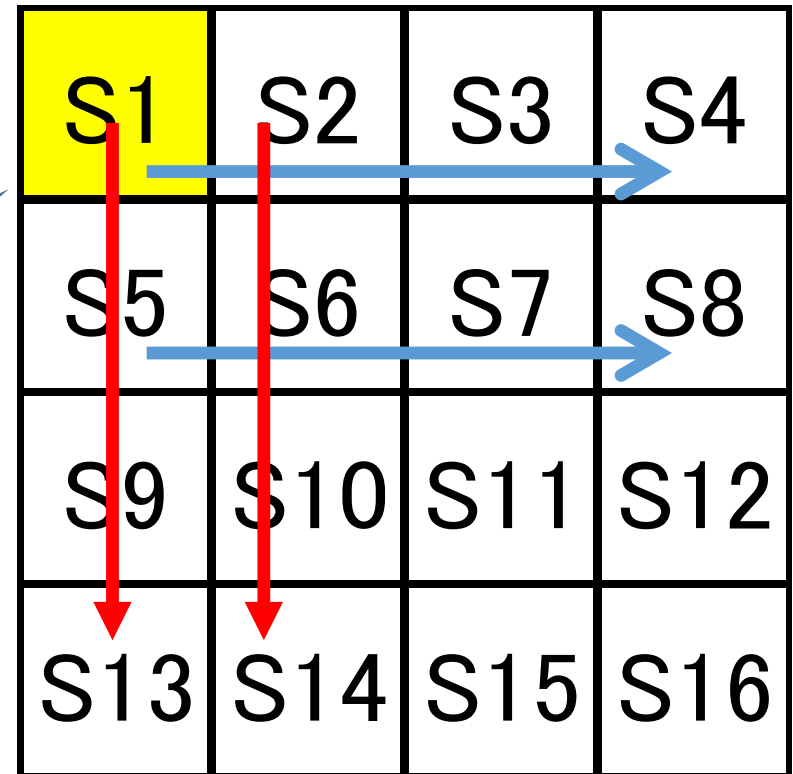
下位ビット：バイナリ



上位ビット：ユナリ



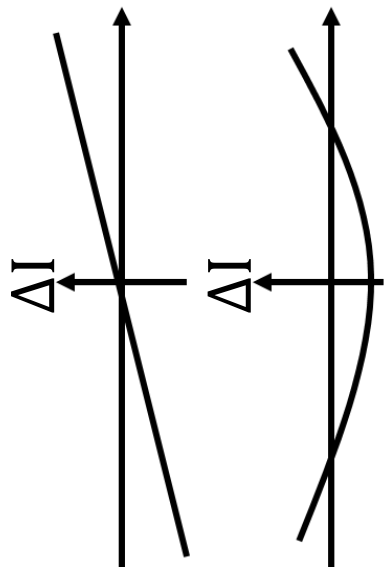
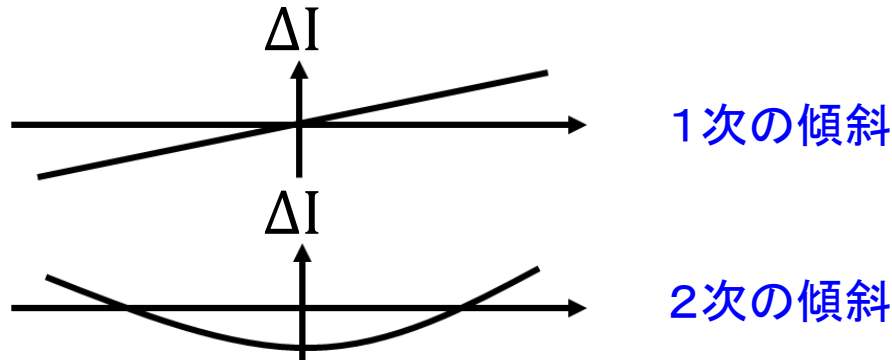
× 15



単位電流セル(ユナリ型)

電流源配列のミスマッチ傾斜

◆ DA変換器 - システムティック・ミスマッチとレイアウト

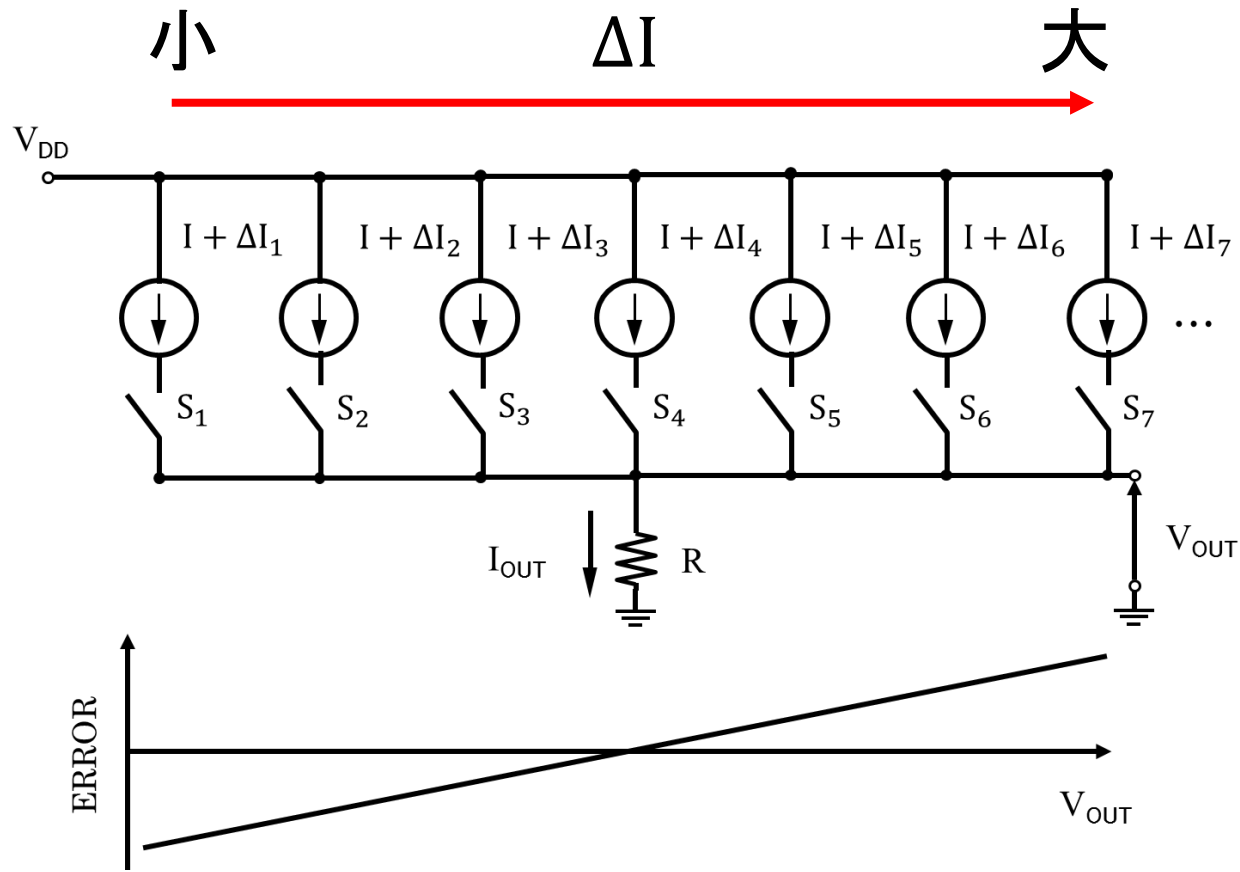


S1	S2	S3	S4
S5	S6	S7	S8
S9	S10	S11	S12
S13	S14	S15	S16

ミスマッチの傾斜がそのまま出力信号へ

電流セル配列とDAC非線形性

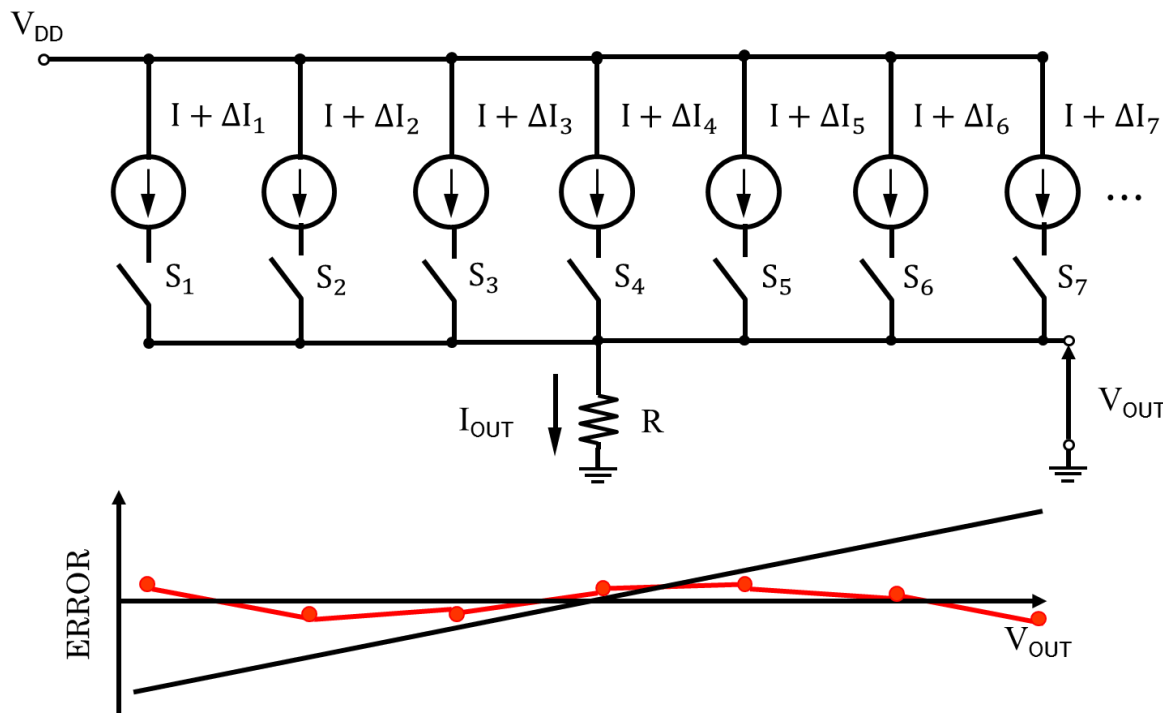
◆ DA変換器 - システムティック・ミスマッチとレイアウト



電流源のミスマッチにより入出力信号の線形性劣化が問題

◆ DA変換器 - システムティック・ミスマッチとレイアウト

S4	S8	S12	S5
S14	S10	S6	S1
S9	S13	S2	S15
S3	S7	S16	S11



スイッチング順序を変える事によりエラーをキャンセル

➡ Random Walk

魔方陣による電流セル配列レイアウト

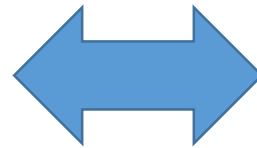
考案

魔方陣によるレイアウト

定和性の一致

4	9	7	14
16	5	11	2
13	8	10	3
1	12	6	15

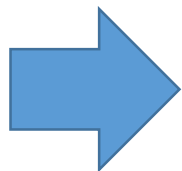
魔方陣



S1	S2	S3	S4
S5	S6	S7	S8
S9	S10	S11	S12
S13	S14	S15	S16

単位電流セル(ユナリ型)

魔方陣の「多様性」, 「調和」, 「奥深さ」, 「美しさ」



DA変換器への応用

✓ システムティックなばらつき

- Linear Error

$$\varepsilon_l(x, y) = g_l * \cos \theta * x + g_l * \sin \theta * y$$

θ : 傾きの角度, g_l : 傾きの大きさ

- Quadratic Error

$$\varepsilon_q(x, y) = g_q * (x^2 + y^2) - a_0$$

g_q : 変化量, a_0 : 位置

各魔方陣のシミュレーション方法・結果(2)

◆ 同心魔方陣

8次方陣を4つ組み合わせて8bitの単位電流源セルを表現

59	5	4	62	63	1	8	58
9	18	17	49	50	42	19	56
55	20	28	33	29	40	45	10
54	44	38	31	35	26	21	11
12	43	39	30	34	27	22	53
13	24	25	36	32	37	41	52
51	46	48	16	15	23	47	14
7	60	61	3	2	64	57	6

A1	B1
B2	A2

A:左図の魔方陣
B:45° 左回転

各魔方陣のシミュレーション方法・結果(3)

◆ 同心魔方陣

- アルゴリズム

A1	B1
B2	A2

59	5	4	62	63	1	8	58	58	56	10	11	53	52	14	6
9	18	17	49	50	42	19	56	8	19	45	21	22	41	47	57
55	20	28	33	29	40	45	10	1	42	40	26	27	37	23	64
54	44	38	31	35	26	21	11	63	50	29	35	34	32	15	2
12	43	39	30	34	27	22	53	62	49	33	31	30	36	16	3
13	24	25	36	32	37	41	52	4	17	28	38	39	25	48	61
51	46	48	16	15	23	47	14	5	18	20	44	43	24	46	60
7	60	61	3	2	64	57	6	59	9	55	54	12	13	51	7
58	56	10	11	53	52	14	6	59	5	4	62	63	1	8	58
8	19	45	21	22	41	47	57	9	18	17	49	50	42	19	56
1	42	40	26	27	37	23	64	55	20	28	33	29	40	45	10
63	50	29	35	34	32	15	2	54	44	38	31	35	26	21	11
62	49	33	31	30	36	16	3	12	43	39	30	34	27	22	53
4	17	28	38	39	25	48	61	13	24	25	36	32	37	41	52
5	18	20	44	43	24	46	60	51	46	48	16	15	23	47	14
59	9	55	54	12	13	51	7	7	60	61	3	2	64	57	6

各魔方陣のシミュレーション方法・結果(4)

◆ 同心魔方陣

- アルゴリズム

A1	B1
B2	A2

59	5	4	62	63	1	8	58	58	56	10	11	53	52	14	6
9	18	17	49	50	42	19	56	8	19	45	21	22	41	47	57
55	20	28	33	29	40	45	10	1	42	40	26	27	37	23	64
54	44	38	31	35	26	21	11	63	50	29	35	34	32	15	2
12	43	39	30	34	27	22	53	62	49	33	31	30	36	16	3
13	24	25	36	32	37	41	52	4	17	28	38	39	25	48	61
51	46	48	16	15	23	47	14	5	18	20	44	43	24	46	60
7	60	61	3	2	64	57	6	59	9	55	54	12	13	51	7
58	56	10	11	53	52	14	6	59	5	4	62	63	1	8	58
8	19	45	21	22	41	47	57	9	18	17	49	50	42	19	56
1	42	40	26	27	37	23	64	55	20	28	33	29	40	45	10
63	50	29	35	34	32	15	2	54	44	38	31	35	26	21	11
62	49	33	31	30	36	16	3	12	43	39	30	34	27	22	53
4	17	28	38	39	25	48	61	13	24	25	36	32	37	41	52
5	18	20	44	43	24	46	60	51	46	48	16	15	23	47	14
59	9	55	54	12	13	51	7	7	60	61	3	2	64	57	6

各魔方陣のシミュレーション方法・結果(5)

◆ 同心魔方陣

- アルゴリズム

A1	B1
B2	A2

59	5	4	62	63	1	8	58	58	56	10	11	53	52	14	6
9	18	17	49	50	42	19	56	8	19	45	21	22	41	47	57
55	20	28	33	29	40	45	10	1	42	40	26	27	37	23	64
54	44	38	31	35	26	21	63	50	29	35	34	32	15	2	
12	43	39	30	34	27	22	63	62	49	33	31	30	36	16	3
13	24	25	36	32	37	41	52	4	17	28	38	39	25	48	61
51	46	48	16	15	23	47	14	5	18	20	44	43	24	46	60
7	60	61	3	2	64	57	6	59	9	55	54	12	13	51	7
58	56	10	11	53	52	14	6	59	5	4	62	62	1	8	58
8	19	45	21	22	41	47	57	9	18	17	50	42	19	56	
1	42	40	26	27	37	23	64	55	20	28	33	29	40	45	10
63	50	29	35	34	32	15	2	54	44	38	31	35	26	21	11
62	49	33	31	30	36	16	3	12	43	39	30	34	27	22	53
4	17	28	38	39	25	48	61	13	24	25	36	32	37	41	52
5	18	20	44	43	24	46	60	51	46	48	16	15	23	47	14
59	9	55	54	12	13	51	7	7	60	61	3	2	64	57	6

各魔方陣のシミュレーション方法・結果(6)

◆ 同心魔方陣

- アルゴリズム

A1	B1
B2	A2

59	5	4	62	63	1	8	58	58	56	10	11	53	52	14	6
9	18	17	49	50	59	56	8	19	45	21	22	41	47	57	
55	20	28	33	29	40	45	10	1	42	40	26	27	37	23	64
54	44	38	31	35	26	21	63	50	29	35	34	32	15	2	
12	43	39	30	34	27	22	53	62	49	33	31	30	36	16	3
13	24	25	36	32	37	41	52	4	17	28	38	39	25	48	61
51	46	48	16	15	23	47	14	5	18	20	44	43	24	46	60
7	60	61	3	2	64	57	6	59	9	55	54	12	13	51	7
53	56	10	11	53	52	14	6	59	5	4	62	63	1	8	58
8	19	45	21	22	41	47	57	9	18	20	44	43	24	46	60
1	42	40	26	27	37	23	64	55	20	28	33	29	40	45	10
63	50	29	35	34	32	15	2	54	44	38	31	35	26	21	11
62	49	33	31	30	36	16	3	12	43	39	30	34	27	22	53
4	17	28	38	39	25	48	61	13	24	25	36	32	37	41	52
5	18	20	44	43	24	46	60	51	46	48	16	15	23	47	14
59	9	55	54	12	13	51	7	7	60	61	3	2	64	57	6

各魔方陣のシミュレーション方法・結果(7)

◆ 同心魔方陣

- アルゴリズム

A1	B1
B2	A2

59	5	4	62	63	1	8	58	58	56	10	11	53	52	14	6
9	18	17	49	50			56	8	19	45	21	22	41	47	57
55	20	29	33	29	40	45	10	1	42	40	26	27	37	23	64
54	44	38	31	35	26	21		63	50	29	35	34	32	15	2
12	43	39	30	34	27	22	53	62	49	33	31	30	36	16	3
13	24	25	36	32	37	41	52	4	17	28	38	39	25	48	61
51	46	48	16	15	23	47	14	5	18	20	44	43	24	46	60
7	60	61	3	2	64	57	6	59	9	55	54	12		51	7
53	56	10	11		52	14	6	59	5	4	62	62	1	8	58
8	19	45	21	22	1	47	57	9	18		50	42	19	56	
1	40	40	26	27	7	23	64	55	20	28	33	29	40	45	10
63	50		35	34	32	15	2	54	44	38	31	35	26	21	11
62	49	33	31	30	36	16	3	12	43	39	30	34	27	22	53
4	17	28	38	39	25	48	61	13	24	25	36	32	37	41	52
5	18	20	44	43	24	46	60	51	46	48	16	15	23	47	14
59	9	55	54	12	13	51	7	7	60	61	3	2	64	57	6

各魔方陣のシミュレーション方法・結果(8)

◆ 同心魔方陣

- アルゴリズム

A1	B1
B2	A2

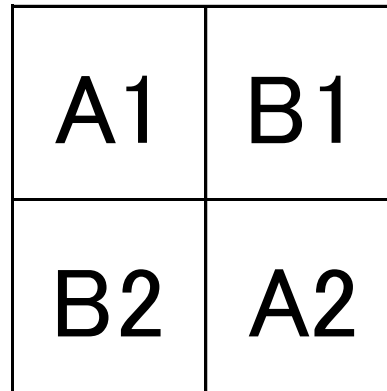
59	5	4	62	63	1	8	58	58	56	10	11	53	52	14	6
9	18	17	49	50	42	19	56	8	19	45	21	22	41	47	57
55	20	28	33	29	40	45	10	1	42	40	26	27	37	23	64
54	44	38	31	35	26	21	11	63	50	29	35	34	32	15	2
12	43	39	30	34	27	22	53	62	49	33	31	30	36	16	3
13	24	25	36	32	37	41	52	4	17	28	38	39	25	48	61
51	46	48	16	15	23	47	14	5	18	20	44	43	24	46	60
7	60	61	3	2	64	57	6	59	9	55	54	12	13	51	7
58	56	10	11	53	52	14	6	59	5	4	62	63	1	8	58
8	19	45	21	22	41	47	57	9	18	17	49	50	42	19	56
1	42	40	26	27	37	23	64	55	20	28	33	29	40	45	10
63	50	29	35	34	32	15	2	54	44	38	31	35	26	21	11
62	49	33	31	30	36	16	3	12	43	39	30	34	27	22	53
4	17	28	38	39	25	48	61	13	24	25	36	32	37	41	52
5	18	20	44	43	24	46	60	51	46	48	16	15	23	47	14
59	9	55	54	12	13	51	7	7	60	61	3	2	64	57	6

各魔方陣のシミュレーション方法・結果(9)

◆ 同心魔方陣

• アルゴリズム

1. A1の1
2. A2の1
3. B1の1
4. B2の1
5. A1の2
- ⋮
255. B1の256
256. B2の256



59	5	4	62	63	1	8	58	58	56	10	11	53	52	14	6
9	18	17	49	50	42	19	56	8	19	45	21	22	41	47	57
55	20	28	33	29	40	45	10	1	42	40	26	27	37	23	64
54	44	38	31	35	26	21	11	63	50	29	35	34	32	15	2
12	43	39	30	34	27	22	53	62	49	33	31	30	36	16	3
13	24	25	36	32	37	41	52	4	17	28	38	39	25	48	61
51	46	48	16	15	23	47	14	5	18	20	44	43	24	46	60
7	60	61	3	2	64	57	6	59	9	55	54	12	13	51	7
58	56	10	11	53	52	14	6	59	5	4	62	63	1	8	58
8	19	45	21	22	41	47	57	9	18	17	49	50	42	19	56
1	42	40	26	27	37	23	64	55	20	28	33	29	40	45	10
63	50	29	35	34	32	15	2	54	44	38	31	35	26	21	11
62	49	33	31	30	36	16	3	12	43	39	30	34	27	22	53
4	17	28	38	39	25	48	61	13	24	25	36	32	37	41	52
5	18	20	44	43	24	46	60	51	46	48	16	15	23	47	14
59	9	55	54	12	13	51	7	7	60	61	3	2	64	57	6

中央と隅を取りつつ、擬似ランダムなスイッチングを再現

各魔方陣のシミュレーション方法・結果(10)

◆ 同心魔方陣

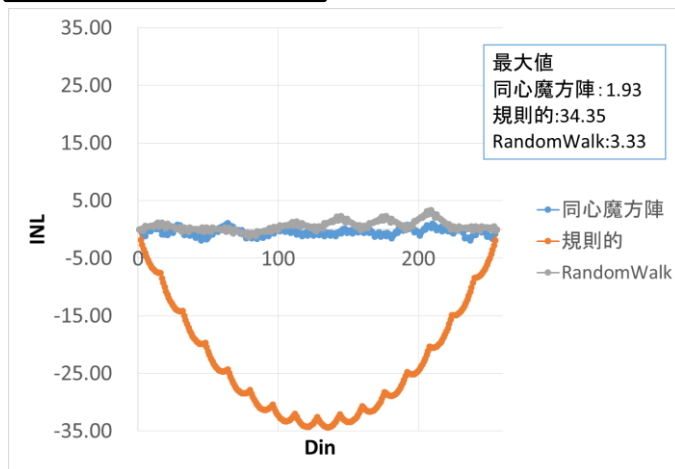
✓ Linear Error

$$\varepsilon_l(x, y) = g_l * \cos \theta * x + g_l * \sin \theta * y$$

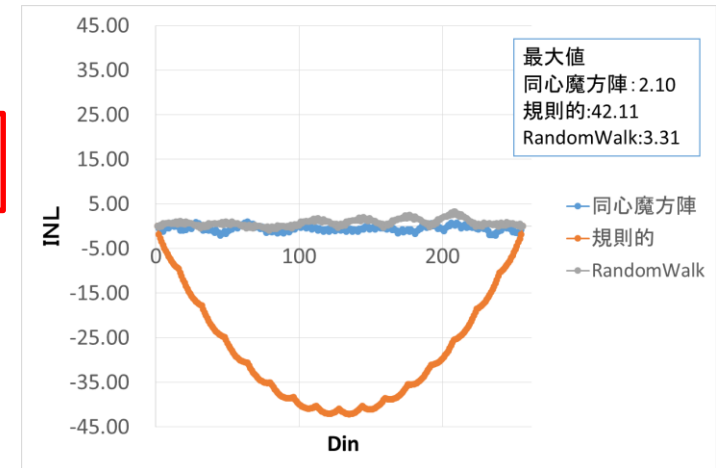
$$\theta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$$

$$g_l = 1$$

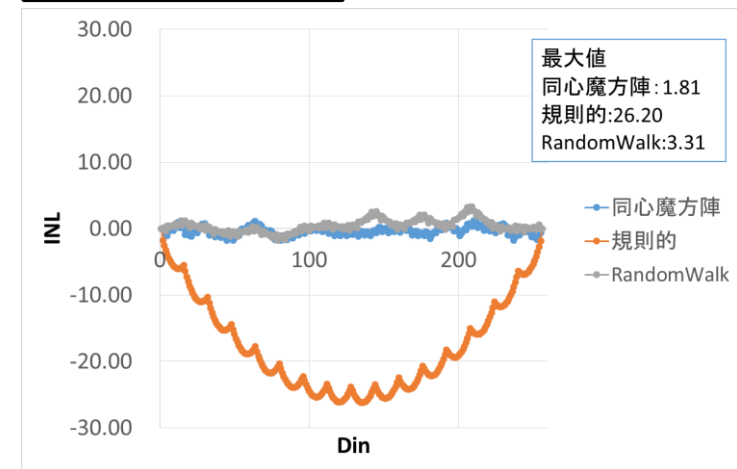
• $\theta = 45^\circ$



• $\theta = 30^\circ$



• $\theta = 60^\circ$

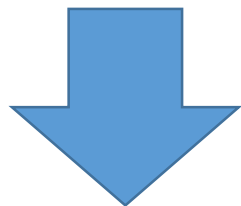


各魔方陣のシミュレーション方法・結果(11)

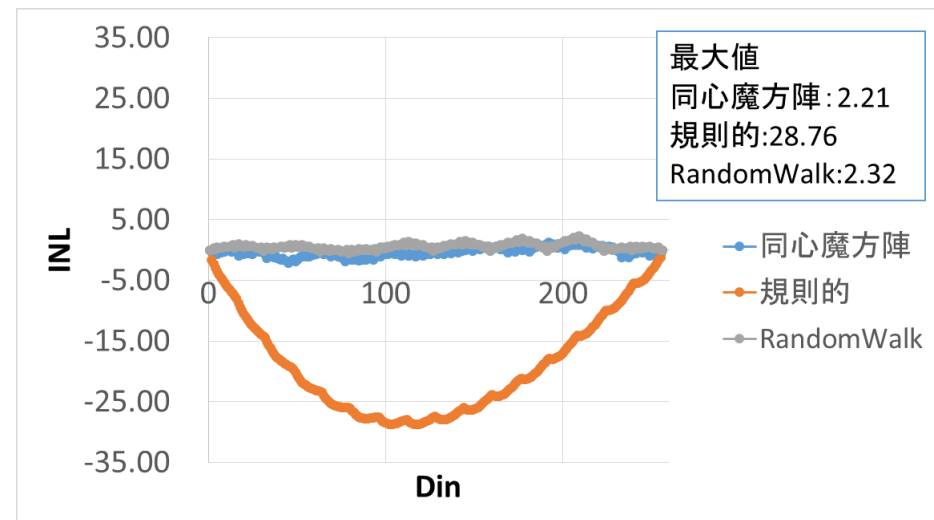
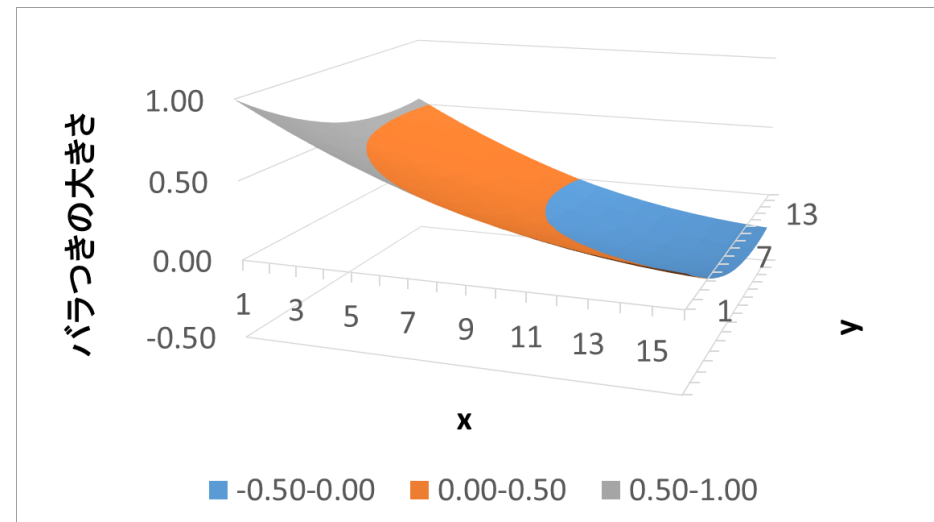
◆ 同心魔方陣

✓ Joint Error

一次 > 二次 の場合

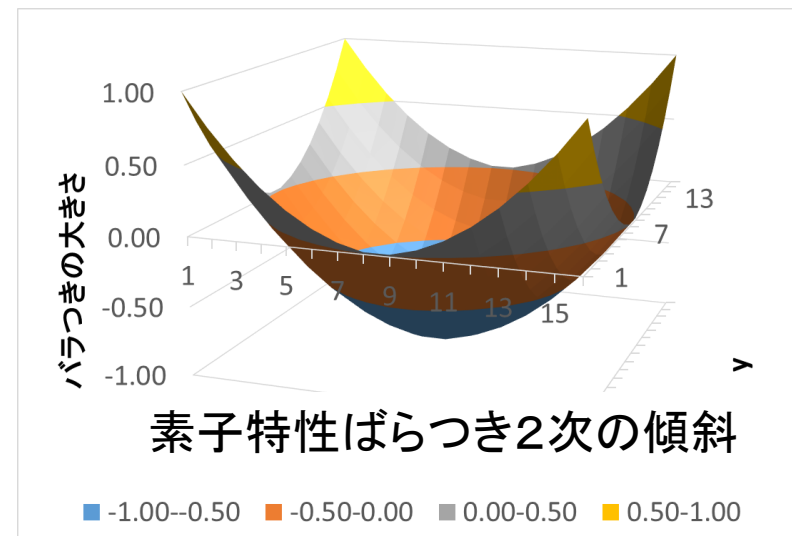
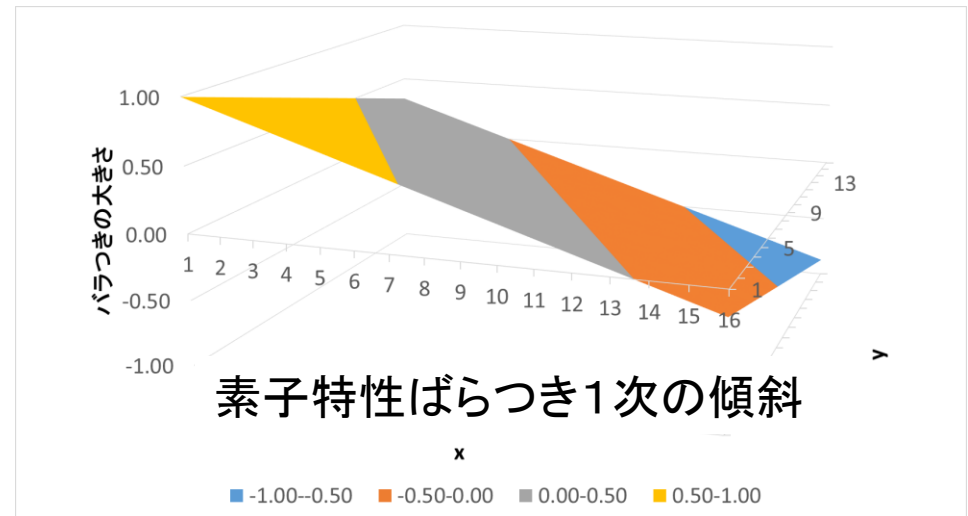


魔方陣の方が適している



魔方陣DA変換器レイアウト まとめ

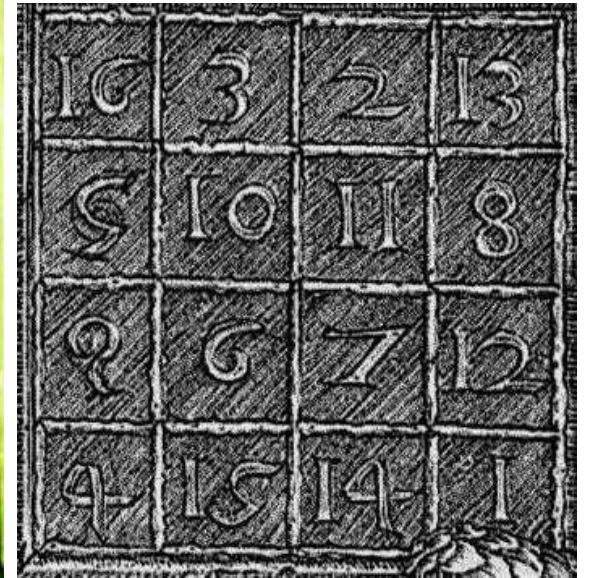
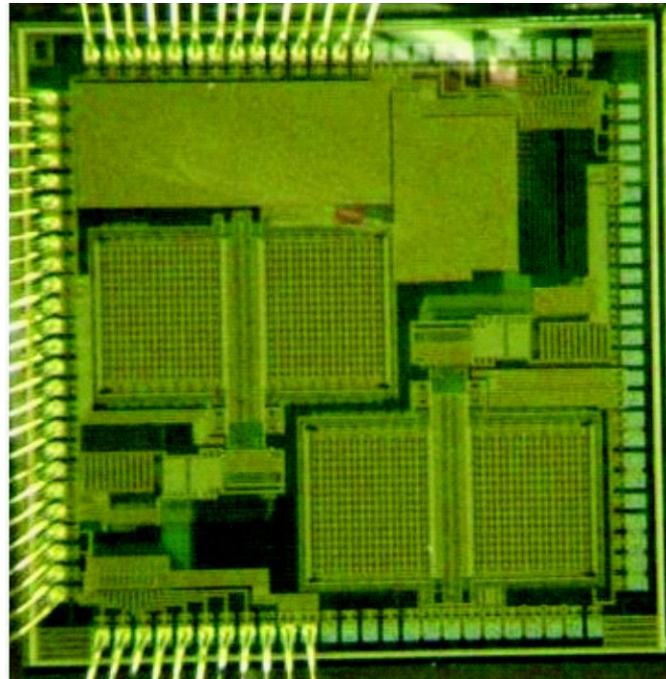
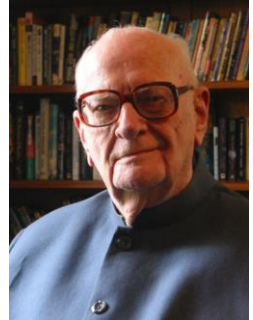
- 魔方陣レイアウトは素子ばらつき1次の傾斜キャンセルにより有効
- 他の2次元技術(画像技術等)にも展開



まとめ

Any sufficiently advanced technology is indistinguishable from **magic**.

(科学小説作家 Arthur C. Clarke の第3法則)



Magic (手品) と Magic Square (魔方陣) をかけています

- $n \times n$ array filled with n different symbols
- Each symbols occurring exactly once in each row and column



Example:

A	B	C
C	A	B
B	C	A

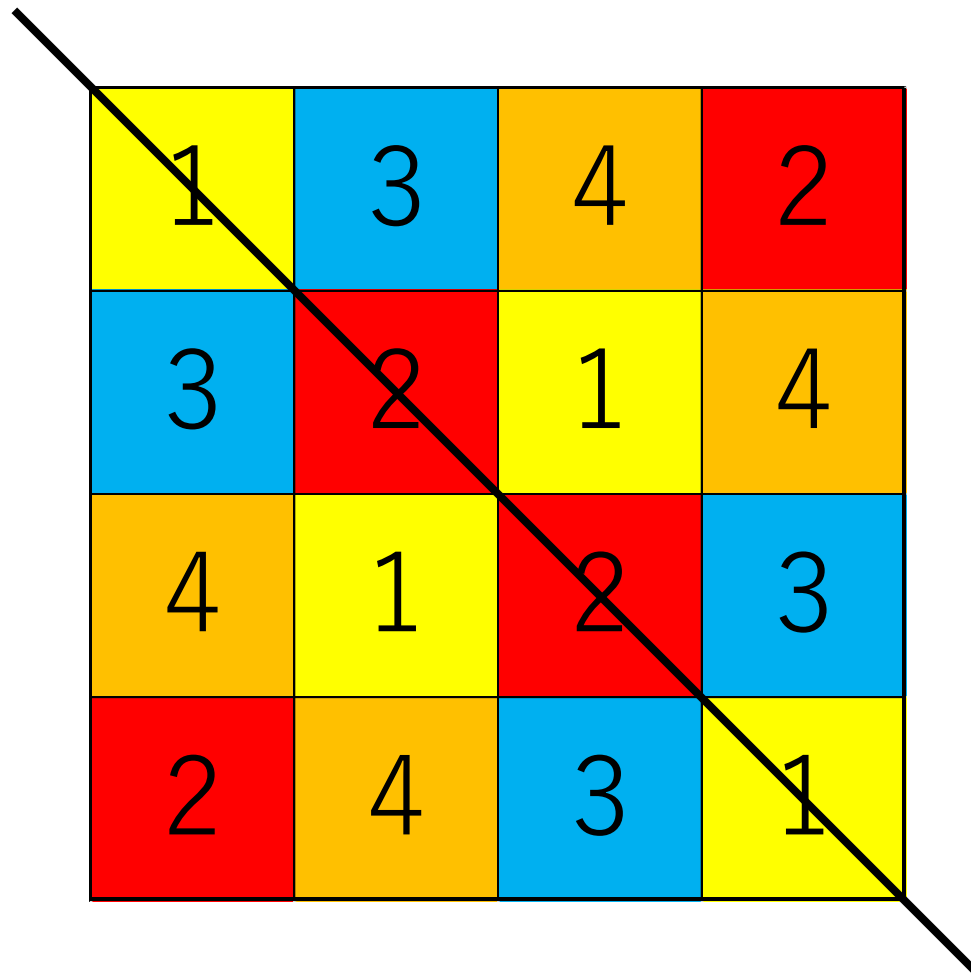
3×3 Latin square

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

4×4 Latin square

Leonhard Euler(1707-1783)
Swiss mathematician, physicist

Common Centroid Layout



左右対称のレイアウト(重心を一致させる)

Latin Square layout

(1) 1,1	1,2	1,3	1,4
2,1	2,2	(3) 2,3	2,4
3,1	3,2	3,3	(4) 3,4
4,1	(2) 4,2	4,3	4,4

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

Latin Square layout

1,1	(2) 1,2	1,3	1,4
2,1	2,2	2,3	(4) 2,4
3,1	3,2	3,3	3,4
(1) 4,1	4,2	4,3	4,4

A 4x4 grid with colored cells and arrows. Red numbers (1) through (4) are placed near specific cells. Arrows point from (1) to (2), (2) to (3), and (3) to (4).

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

Latin Square layout

1,1	1,2	1,3	1,4
2,1	2,2	2,3	2,4
3,1	3,2	3,3	3,4
4,1	4,2	4,3	4,4

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

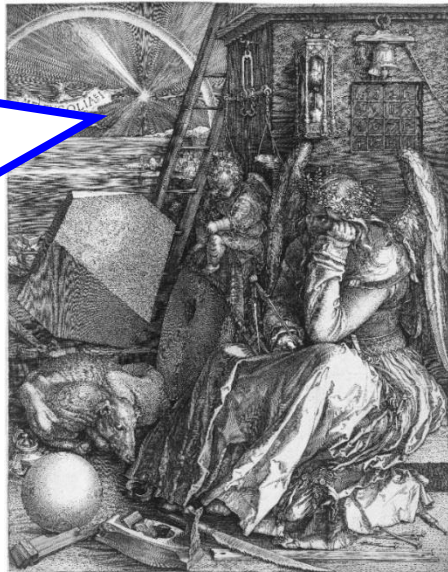
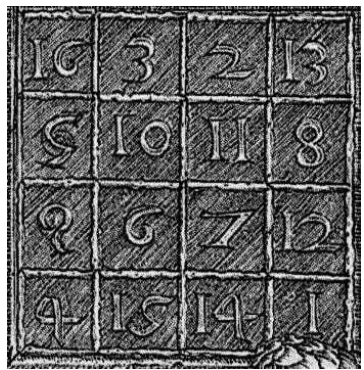


Latin Square も重心が一致してる
(他の配列も同様)

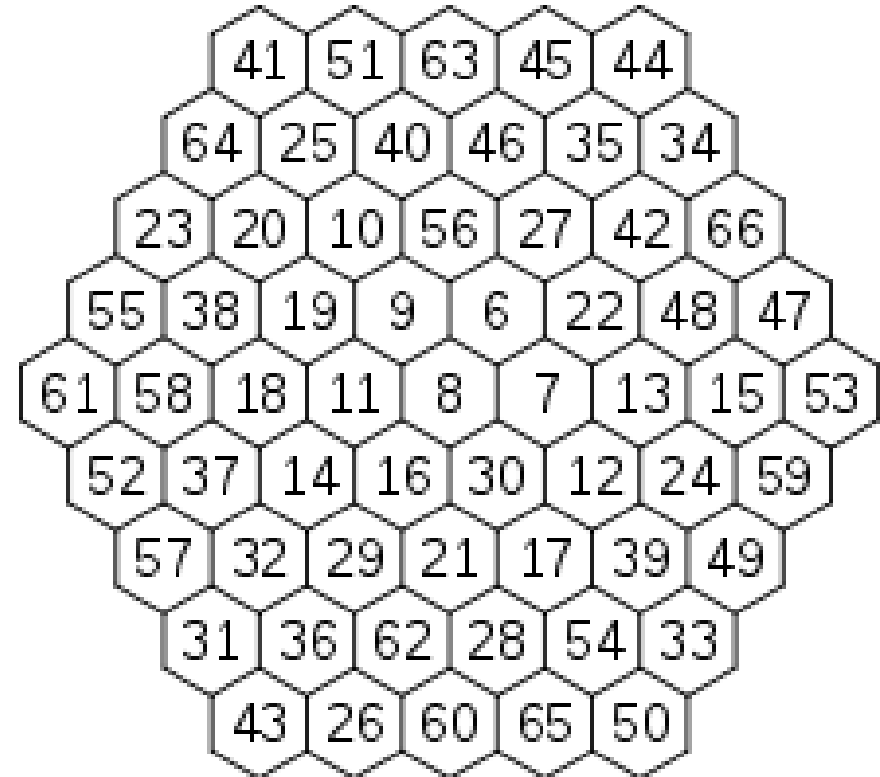
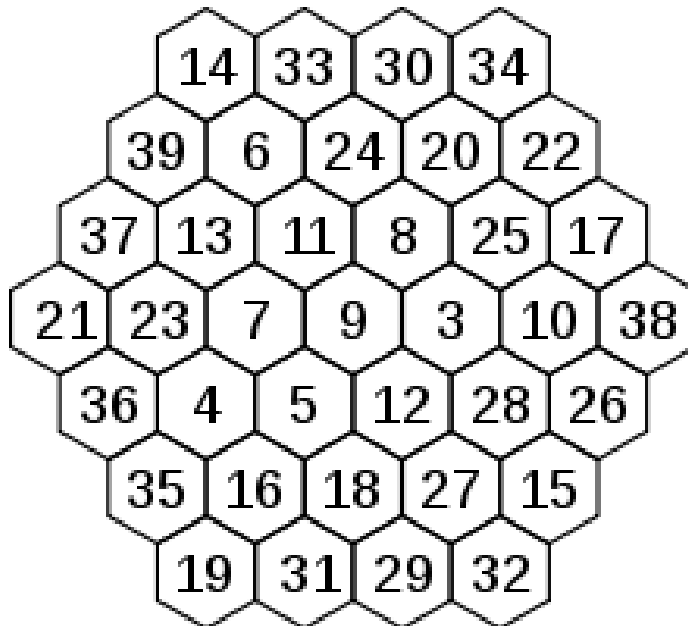
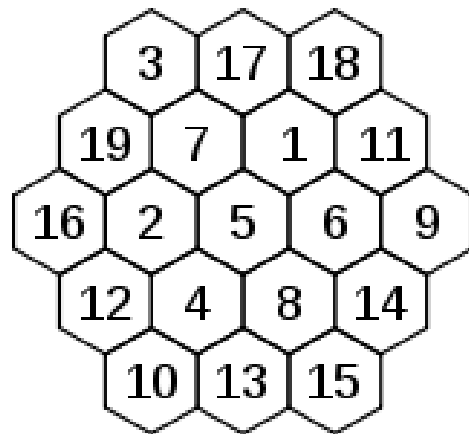
Final Statement

温故知新

Classical mathematics can contribute modern technology.



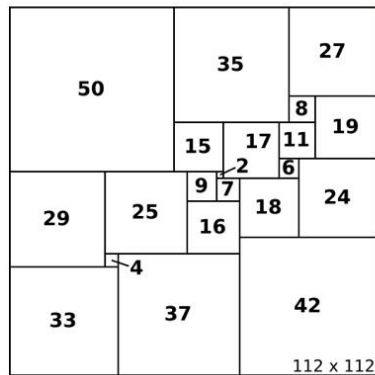
様々な魔方陣(続き 3) 魔六陣



正方形分割方陣

阿部楽方「正方形分割224魔方陣」(1991年)

正方形分割正方形

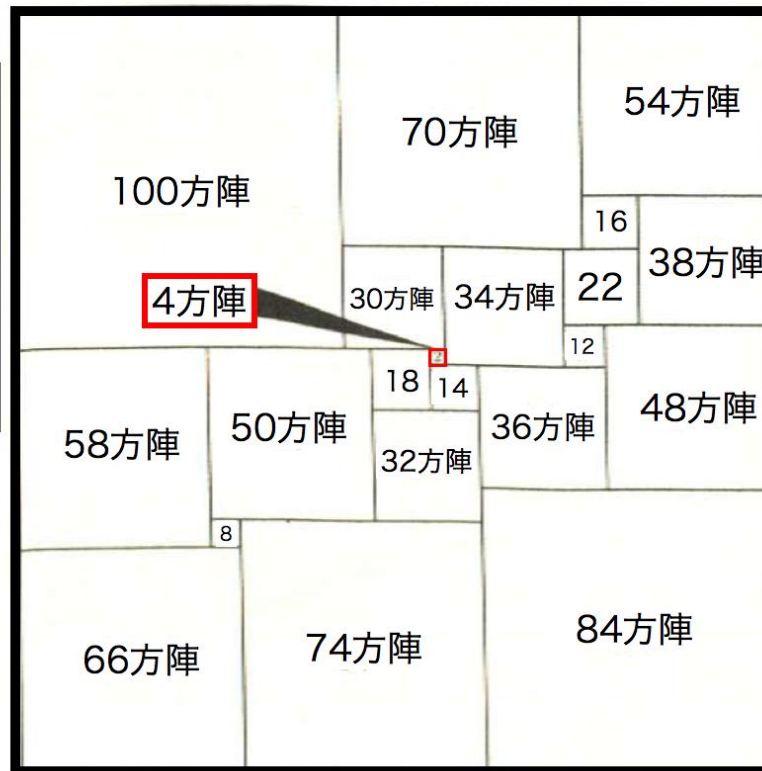


デウイベスチジン

1978年

最小解

21個の1辺112



最小の正方形部分(4方陣)

40388	40387	40386	40385	40418	10271
15186	15347	15354	34824	34829	10272
34987	34826	34827	15349	15352	10273
15191	15353	15348	34830	34823	10274
34960	34828	34825	15351	15350	39967
34983	15355	15363	34818	34819	34820

$$\begin{aligned}
 &15347+15354+34824+34829 \\
 &=34826+34827+15349+15352 \\
 &=15353+15348+34830+34823 \\
 &=34828+34825+15351+15350 \\
 &=100354
 \end{aligned}$$

全体が224方陣 1から50176 (=224×224)までの数字 定和 5619824

<http://ssfactory.sblo.jp/article/176431760.html>

ラテン方阵の他分野との関連

- ラテン方阵は
田口メソッドの直交表にも関係あるようだ。
- 巡回群
フェルマー最終定理証明にも関係しているようだ。

