

# 三角関数演算を用いた アナログIC試験用低歪信号生成法

群馬大学 理工学部 電子情報理工学科  
小林研究室 学部4年

町田 恒介, 柳田 朋則(群馬大学)  
浅見 幸司, 川端 雅之(株式会社アドバンテスト)  
澁谷 将平, 小林春夫(群馬大学)

# OUTLINE

---

1. 研究背景
2. 低歪信号生成法
3. 検討した位相制御技術
4. 提案する実装回路構成
5. まとめと今後の課題

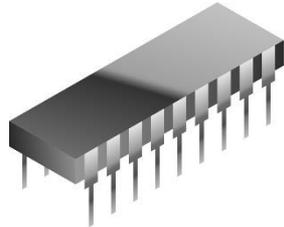
# OUTLINE

---

1. 研究背景
2. 低歪信号生成法
3. 検討した位相制御技術
4. 提案する実装回路構成
5. まとめと今後の課題

# 研究背景

アナログIC試験用のテスト信号には純度の高い信号が必要



信号発生器内の素子の非線形性

- ・高調波歪みが発生
- ・テスト精度が悪化



信号発生器

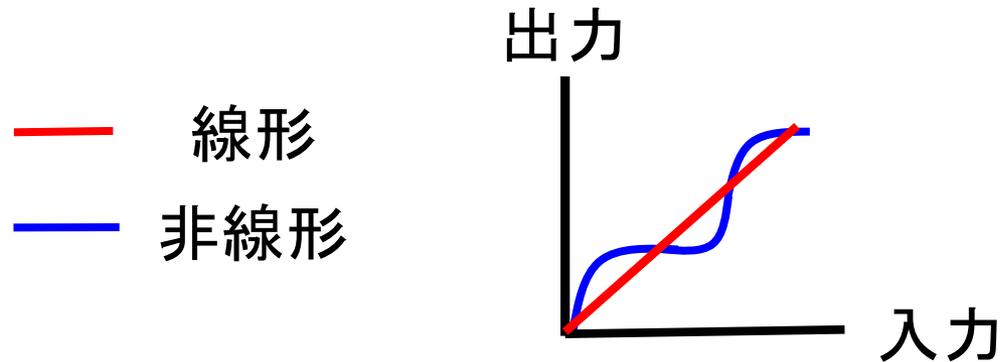
測定対象



当研究室では

高調波歪みの影響を低減するための  
低歪信号生成技術について検討してきた

# 非線形歪とは



信号発生器内の素子の非線形性モデル

$$y(t) = a_0 + a_1 \sin(2\pi f_1 t + \theta) + a_2 \sin^2(2\pi f_1 t + \theta) + a_3 \sin^3(2\pi f_1 t + \theta) \dots$$



非線形成分を分解

$$a_3 \sin^3(2\pi f_1 t + \theta) = \frac{3}{4} a_3 \sin(2\pi \underline{f_1} t + \theta) - \frac{1}{4} a_3 \sin(2\pi \underline{3f_1} t + 3\theta)$$

基本周波数成分と3次高調波成分が含まれる

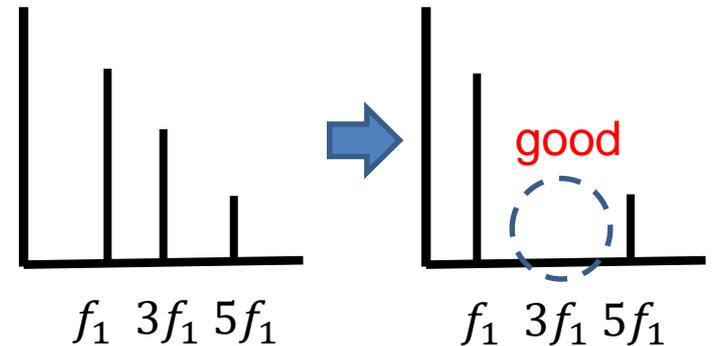
# 従来の低歪信号生成技術の問題点

3次高調波抑制

矩形波の位相 $\varphi_1 = 2\pi \frac{\tau_1}{T}$ を  
デジタル(離散)的にシフト



3つの矩形波を加減算



位相シフトパラメータ

$$\tau_1 = \pm \frac{T}{6k}$$

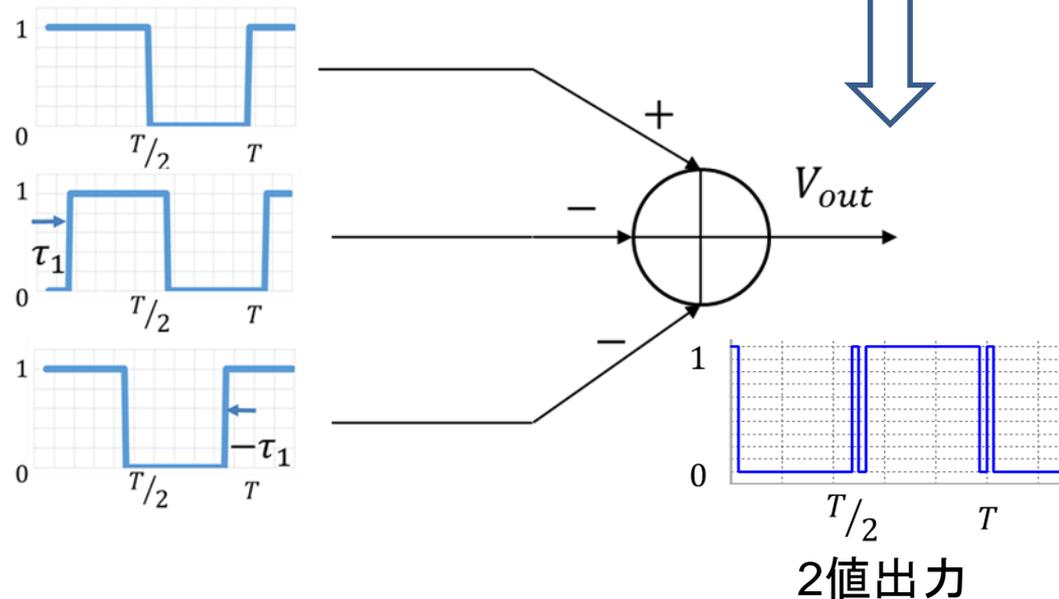
条件式が簡単



低い分解能で再現可能



デジタル(離散)的にシフト可能



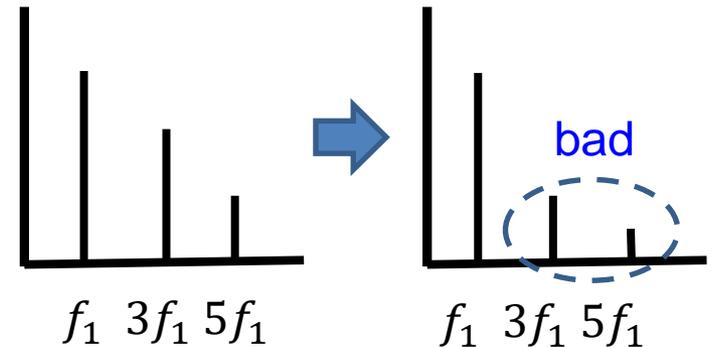
# 従来の低歪信号生成技術の問題点

3次5次高調波抑制

矩形波の位相  $\varphi_1 = 2\pi \frac{\tau_1}{T}$ ,  $\varphi_2 = 2\pi \frac{\tau_2}{T}$  を  
デジタル(離散)的にシフト



5つの矩形波を加減算



位相シフトパラメータ

$$\tau_1 = \frac{T}{2k\pi} \left( \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \left\{ 1 - 2 \cos \left( \frac{2k\pi}{T} \tau_2 \right) \right\} \right) \right)$$

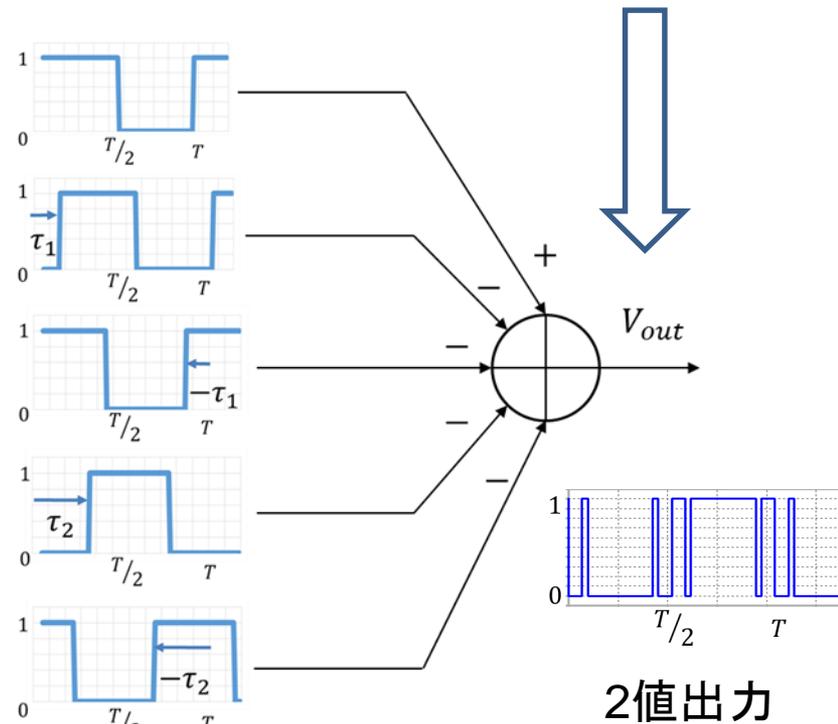
条件式が複雑



高い分解能が必要



アナログ(連続)的なシフトを用いる



# 研究目標

---

- ◆ アナログ位相制御を低歪信号生成技術に用いることを検討
- ◆ 高調波抑制のための実装回路の構成を検討
- ◆ 実装回路のシミュレーション検証

# OUTLINE

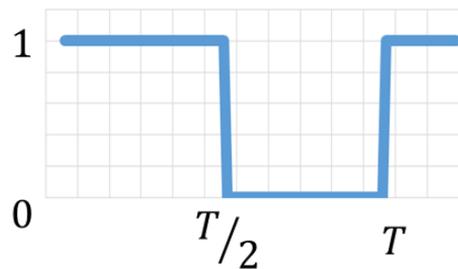
---

1. はじめに
2. 低歪信号生成法
3. 検討した位相制御技術
4. 提案する実装回路構成
5. まとめと今後の課題

# 矩形波のフーリエ級数展開

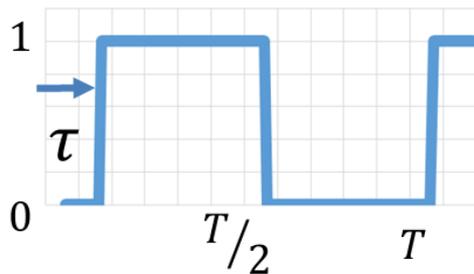
Duty 50%

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \dots nT \leq t \leq (2n+1)T/2 \\ 0 & \dots (2n+1)T/2 < t \leq (n+1)T \end{cases} \\ (n = 0, 1, 2, \dots)$$

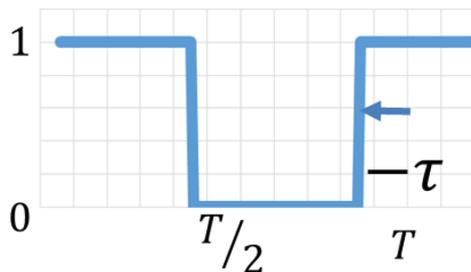


フーリエ級数展開

$$f(t) = \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) \\ (k = 2m - 1, m = 1, 2, \dots)$$



$$f(t - \tau) = \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi} \sin\left\{\frac{2\pi}{T} k(t - \tau)\right\}$$



$$f(t + \tau) = \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi} \sin\left\{\frac{2\pi}{T} k(t + \tau)\right\}$$

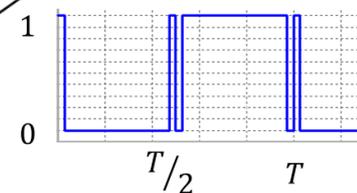
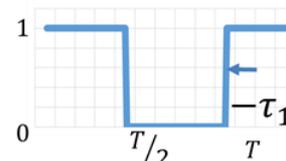
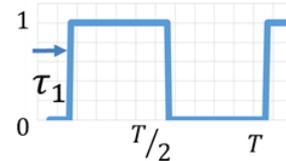
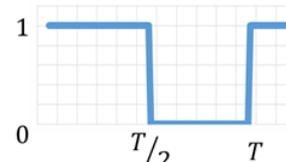
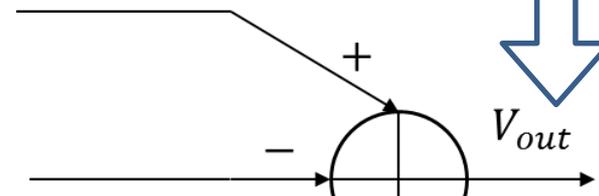
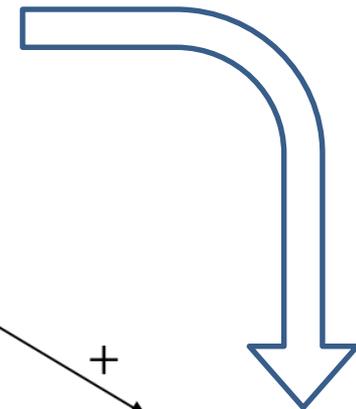
# 高調波抑制法

- 3つの矩形波を加減算する

$$V_{out} = f(t) - \{f(t - \tau_1) + f(t + \tau_1)\}$$

$$= -\frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi} \left\{ 1 - 2 \cos \left( \frac{2k\pi\tau_1}{T} \right) \right\} \sin \left( \frac{2k\pi}{T} t \right)$$

$$(k = 2m - 1, m = 1, 2, \dots)$$



2値出力

- k次高調波を抑制するパラメータ

$$\frac{2}{k\pi} \left\{ 1 - 2 \cos \left( \frac{2k\pi\tau_1}{T} \right) \right\} \sin \left( \frac{2k\pi}{T} t \right) = 0$$



$$\tau_1 = \pm \frac{T}{6k}$$

# 複数高調波抑制法

- 5つの矩形波を加減算する

$$V_{out} = f(t) - \{f(t - \tau_1) + f(t + \tau_1)\} - \{f(t - \tau_2) + f(t + \tau_2)\}$$

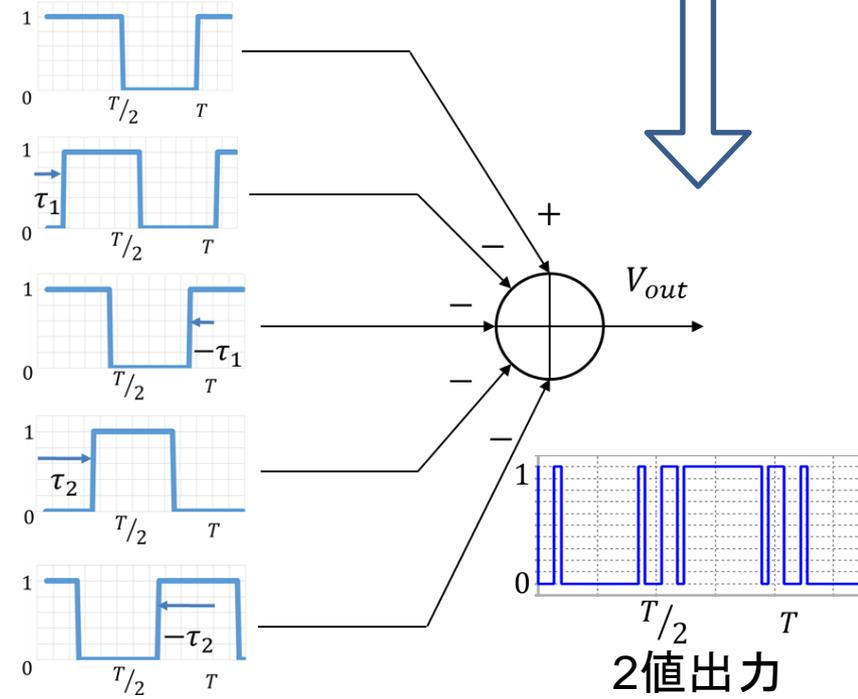
$$= -\frac{3}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi} \left\{ 1 - 2 \cos\left(\frac{2k\pi\tau_1}{T}\right) - 2 \cos\left(\frac{2k\pi\tau_2}{T}\right) \right\} \sin\left(\frac{2k\pi}{T}t\right)$$

$$(k = 2m - 1, m = 1, 2, \dots)$$

- k次高調波を抑制するパラメータ

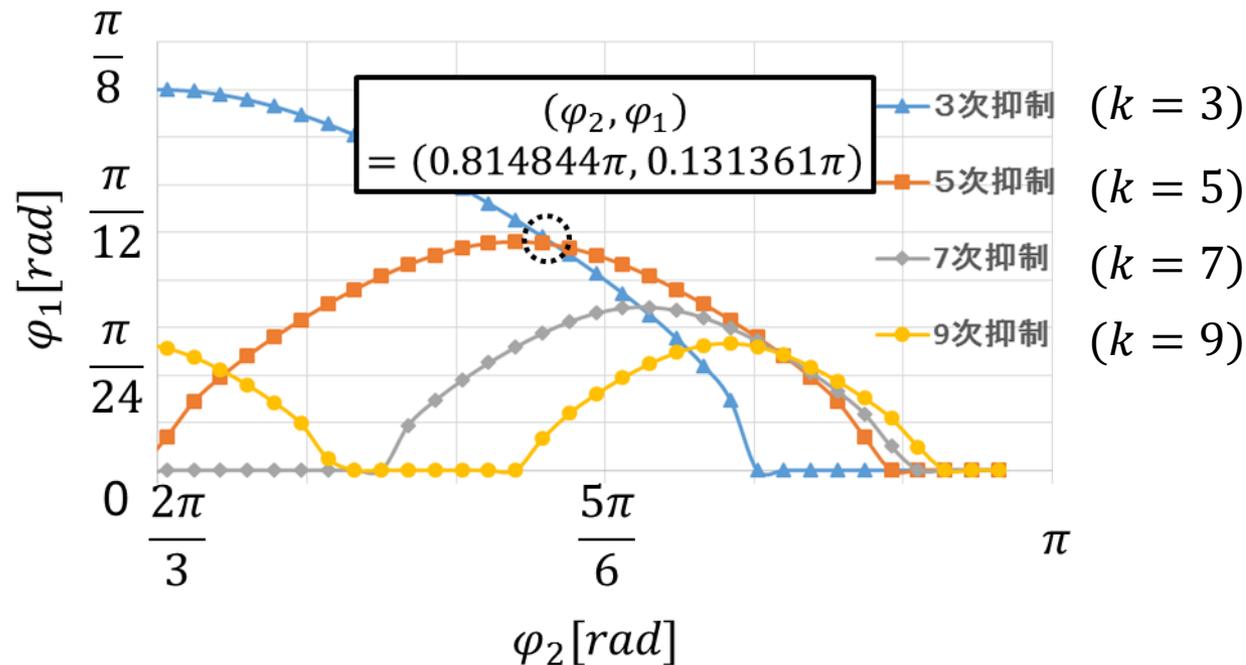
$$\frac{2}{k\pi} \left\{ 1 - 2 \cos\left(\frac{2k\pi\tau_1}{T}\right) - 2 \cos\left(\frac{2k\pi\tau_2}{T}\right) \right\} \sin\left(\frac{2k\pi}{T}t\right) = 0$$

$$\tau_1 = \frac{T}{2k\pi} \left( \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \left\{ 1 - 2 \cos\left(\frac{2k\pi}{T}\tau_2\right) \right\} \right) \right)$$



# 高調波抑制のためのパラメータ設定

$$\tau_1 = \frac{T}{2k\pi} \left( \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \left\{ 1 - 2 \cos \left( \frac{2k\pi}{T} \tau_2 \right) \right\} \right) \right) \quad \varphi = 2\pi \frac{\tau}{T} [\text{rad}]$$



抑制グラフが重なる点 ➡ 複数高調波を抑制するパラメータ

➡ 精度が必要

# OUTLINE

---

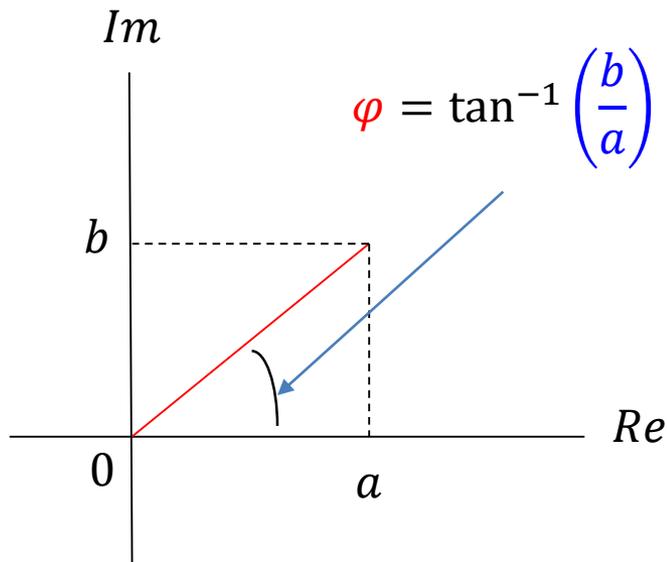
1. はじめに
2. 低歪信号生成法
3. 検討した位相制御技術
4. 提案する実装回路構成
5. まとめと今後の課題

# 振幅比を用いた位相制御技術

## 三角関数の合成式

$$a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t) = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right)$$

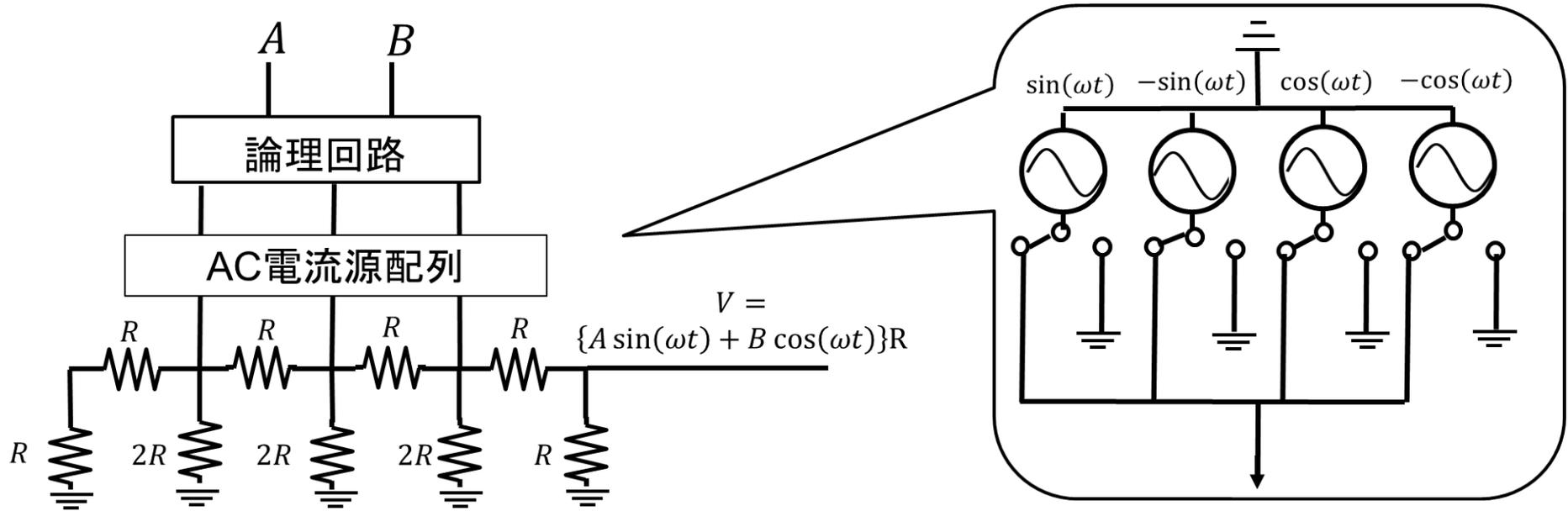


振幅比  $\frac{b}{a}$  を制御



位相  $\varphi$  を制御

# 位相制御回路



R - 2Rラダー抵抗 + 同一AC電流源

回路简单化

各AC電流源スイッチを開閉

振幅比 A : B を実現

# 整数振幅比を実現する分数近似

- 位相  $\varphi$  の整数振幅比  $\frac{B}{A}$  の実現

$$\tan(20^\circ) = 0.363970 \dots \approx \frac{99}{273} = \frac{B}{A}$$

分数近似の方法(円周率の場合)

$$3.14 \dots = 3 + \frac{1}{7.0625159} \approx 3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7}$$

$$3.14 \dots = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15.99593}} \approx 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}} = \frac{355}{113}$$

連分数を用いる  正確な分数比

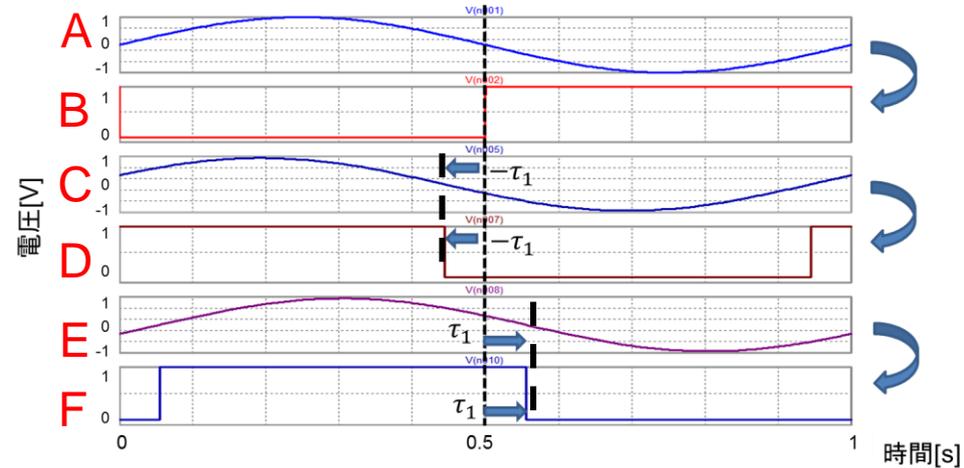
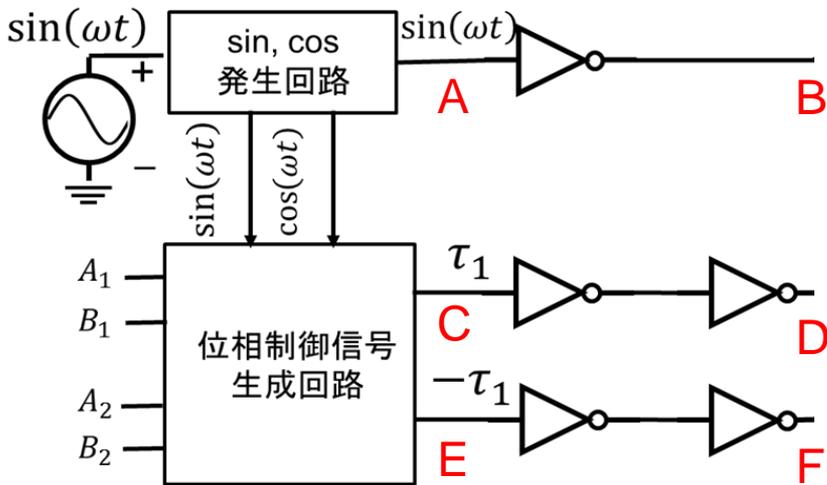
# OUTLINE

---

1. はじめに
2. 低歪信号生成法
3. 検討した位相制御技術
4. 提案する実装回路構成
5. まとめと今後の課題

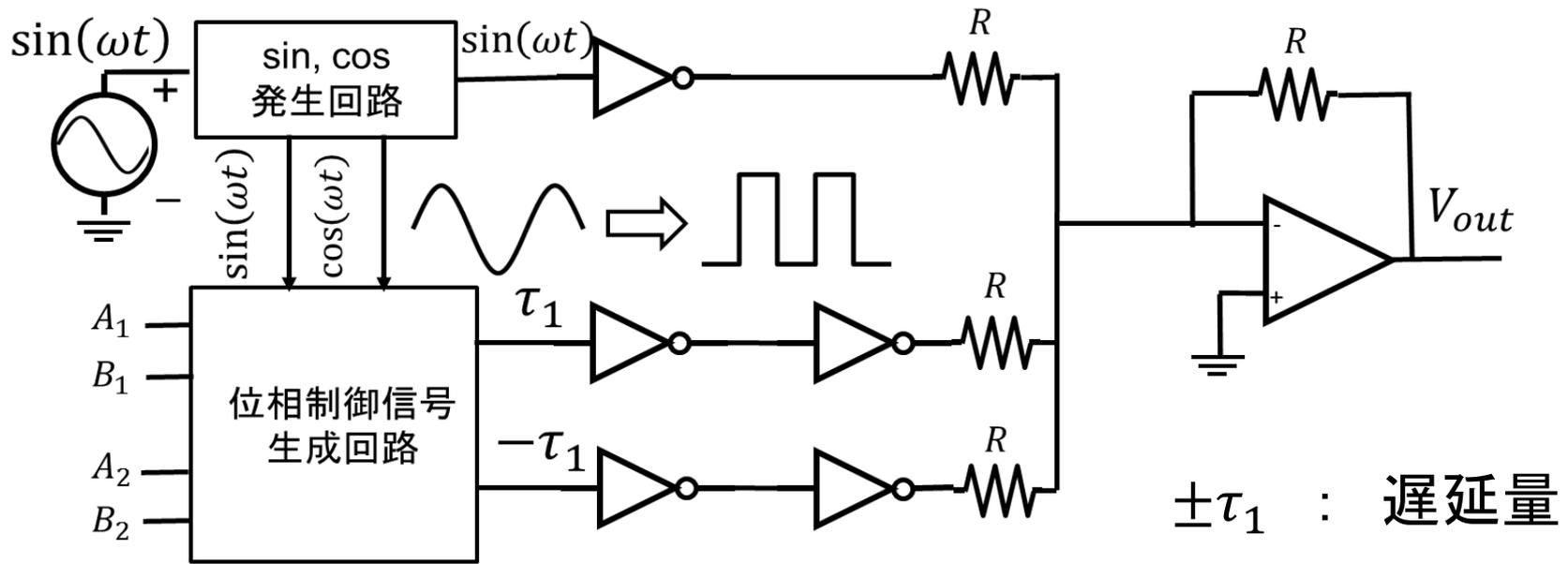
# 正弦波から矩形波への2値化

正弦波  $\longrightarrow$  インバータ  $\longrightarrow$  矩形波  
 閾値を基準として2値化



正弦波と同じ位相をもつ矩形波に変換可能

# 高調波抑制の回路構成

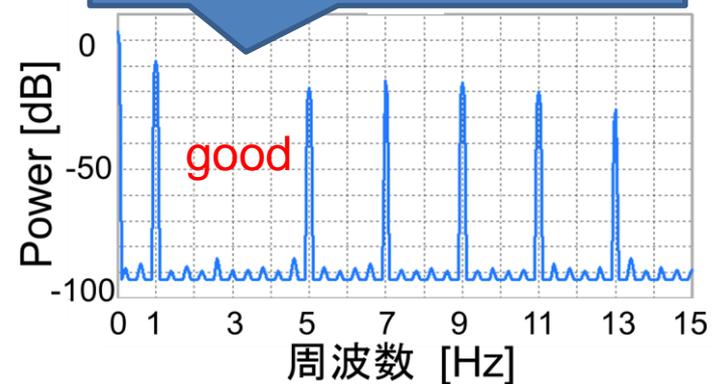


## ◆ 3次高調波抑制シミュレーション

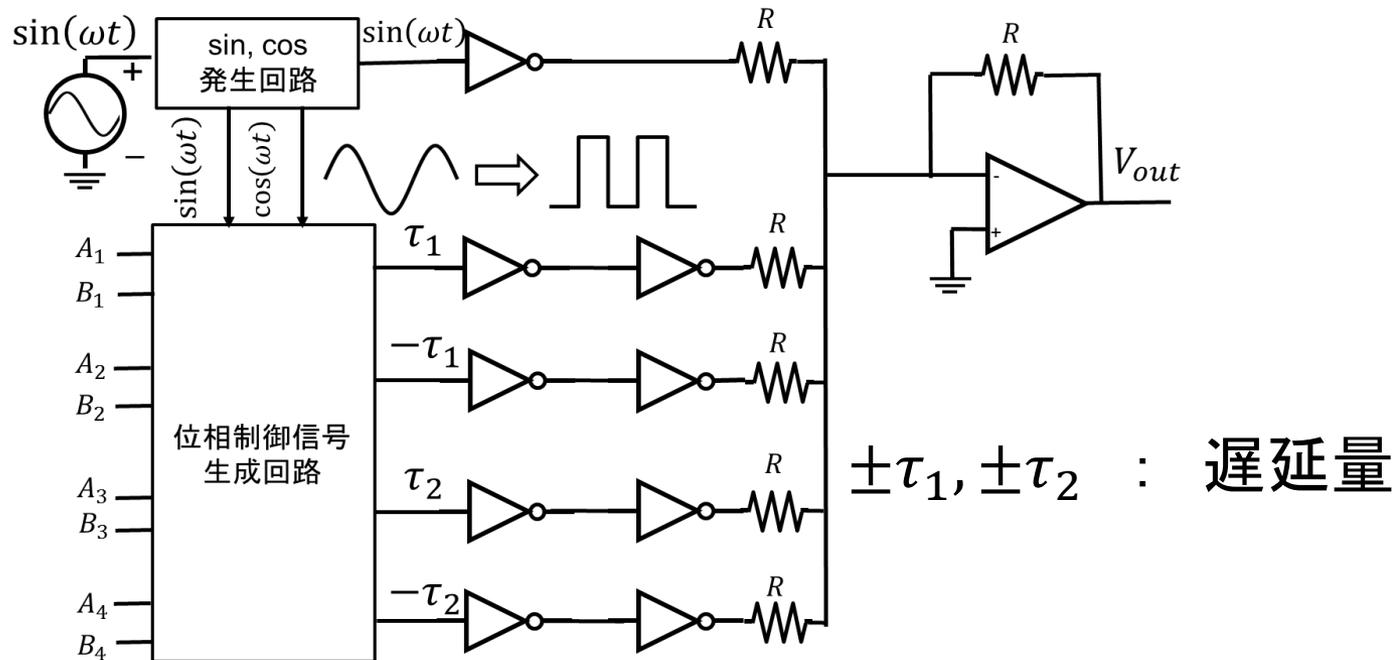
### デジタル3次高調波抑制



### アナログ3次高調波抑制

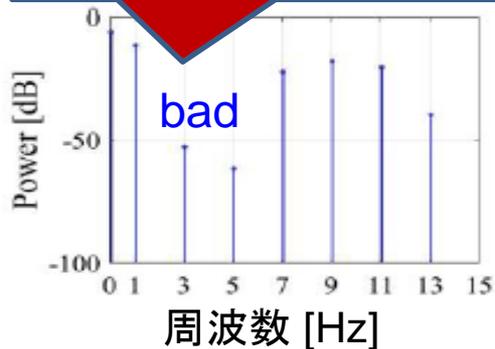


# 複数高調波抑制回路の構成

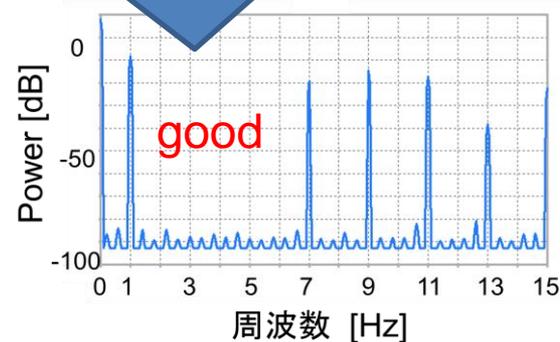


## ◆ 3次5次高調波抑制シミュレーション

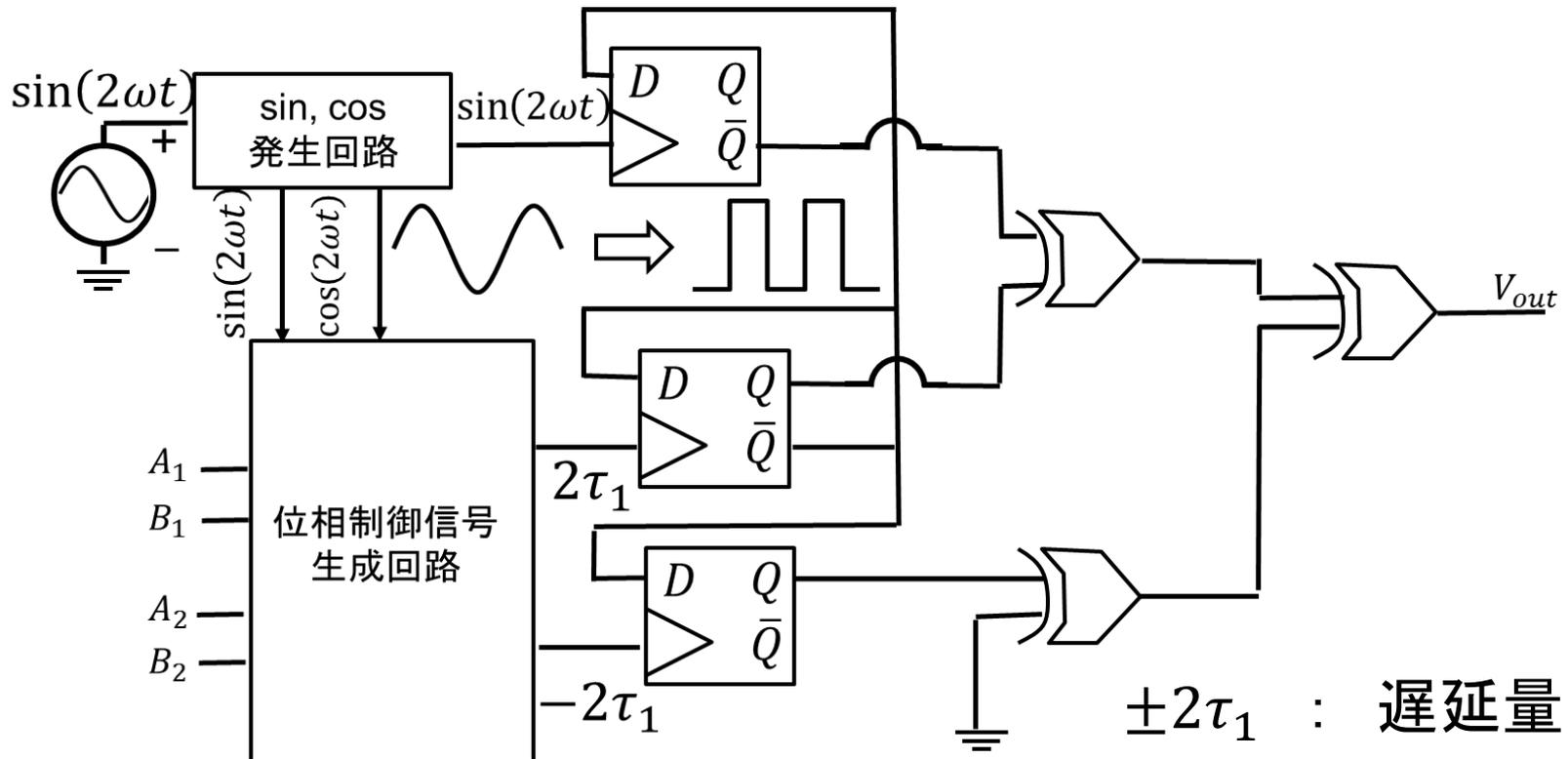
### デジタル3次5次高調波抑制



### アナログ3次5次高調波抑制



# Duty50%を実現する回路構成

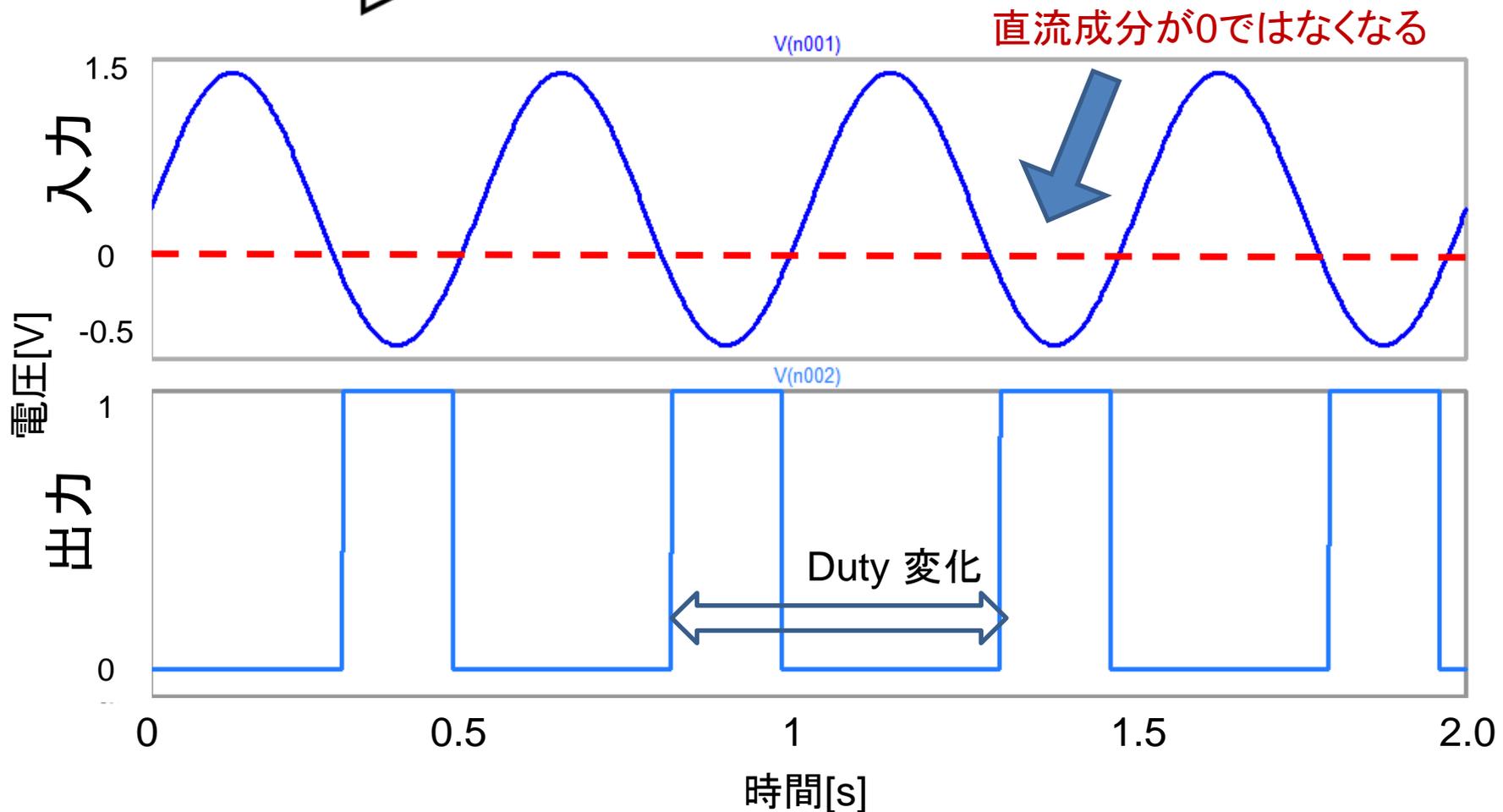


- Duty 50%の精度を保つために  
フリップフロップを分周器として挿入
- オペアンプの代わりに、XORでタイミングを検出
- 分周器を用いる ➡ 周波数と位相シフト量を2倍する

# 分周器を用いない場合

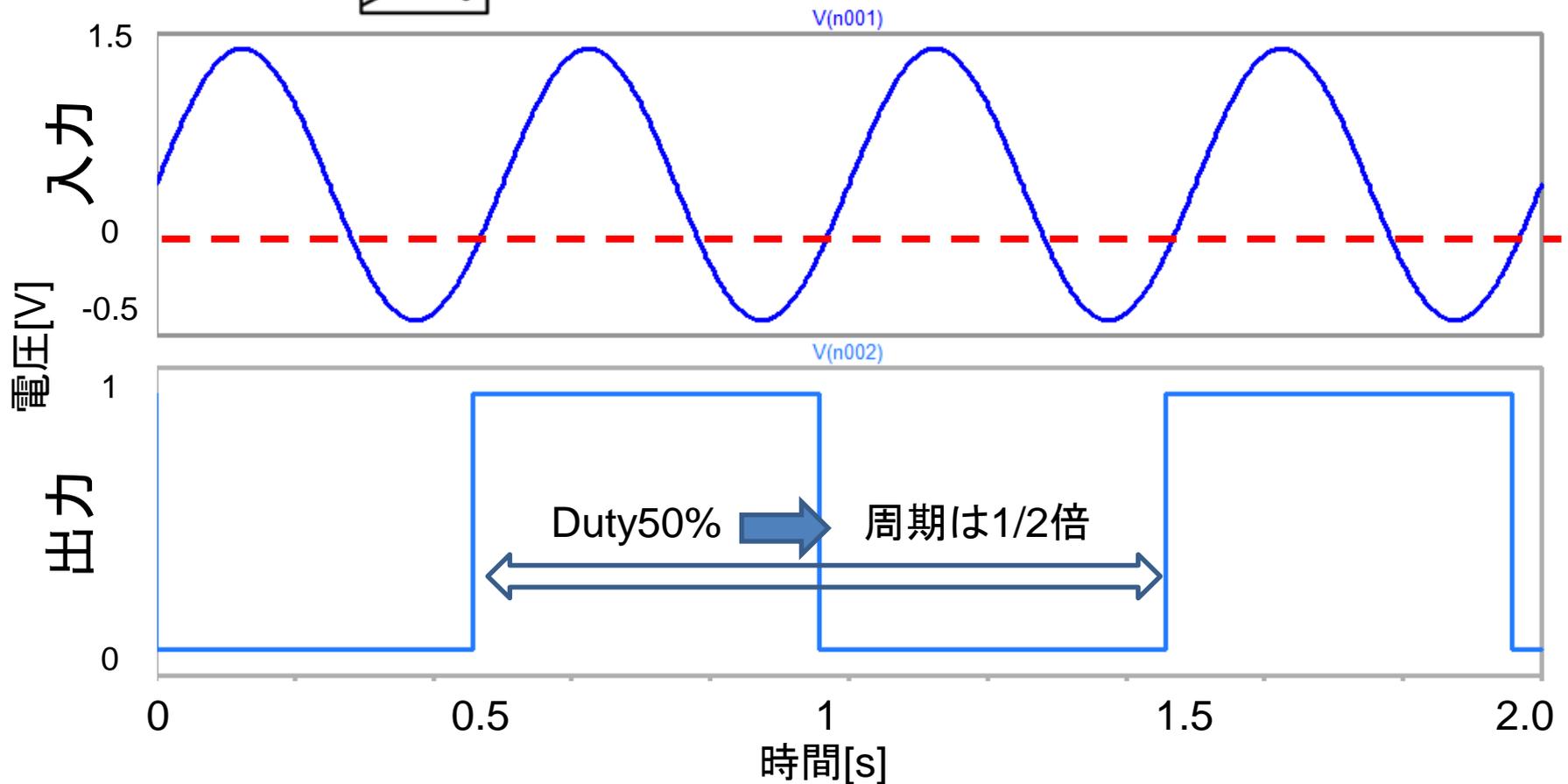
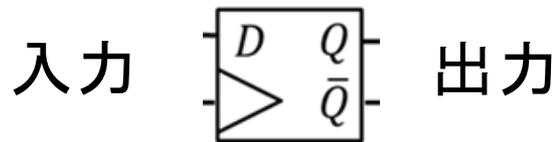
例 : 偶数歪が含まれる → 直流成分変化 → Dutyが変化

入力  出力



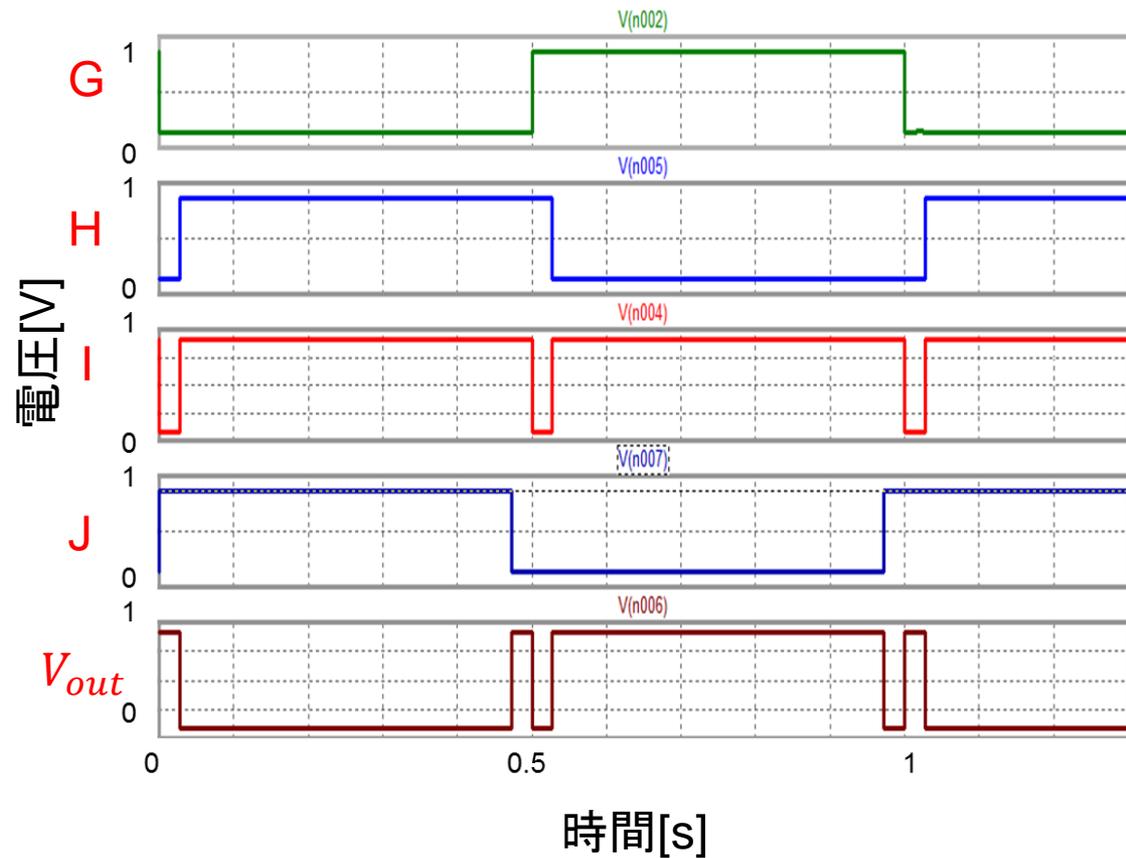
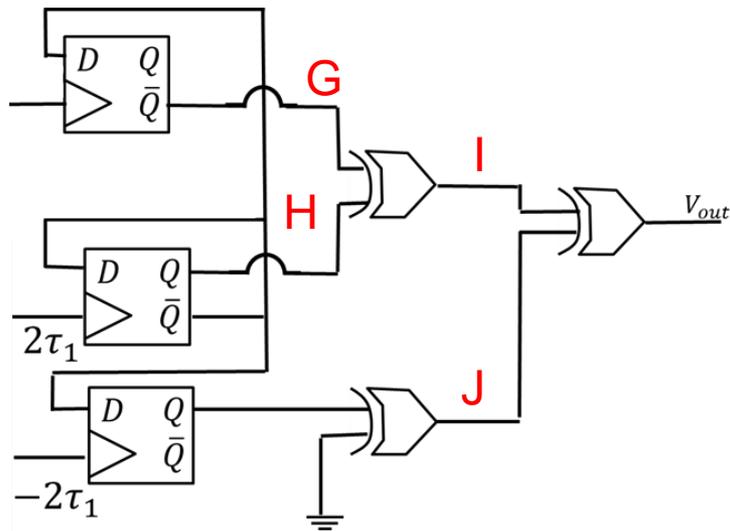
# 分周器を用いる場合

分周器用いる  $\rightarrow$  Duty50% を維持

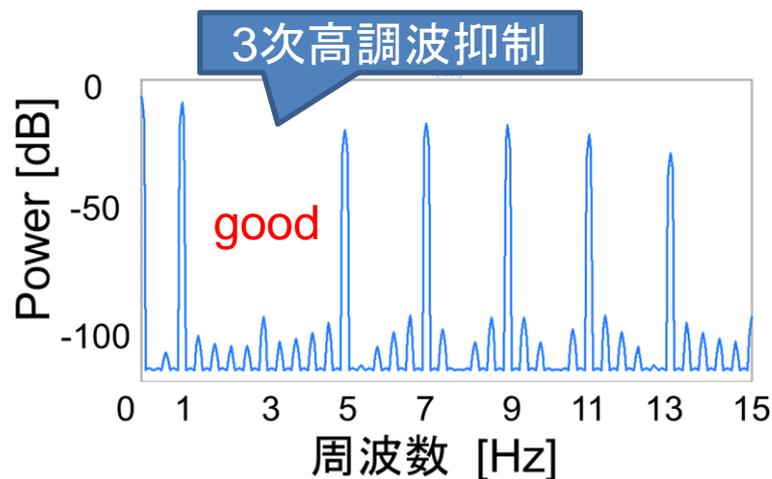
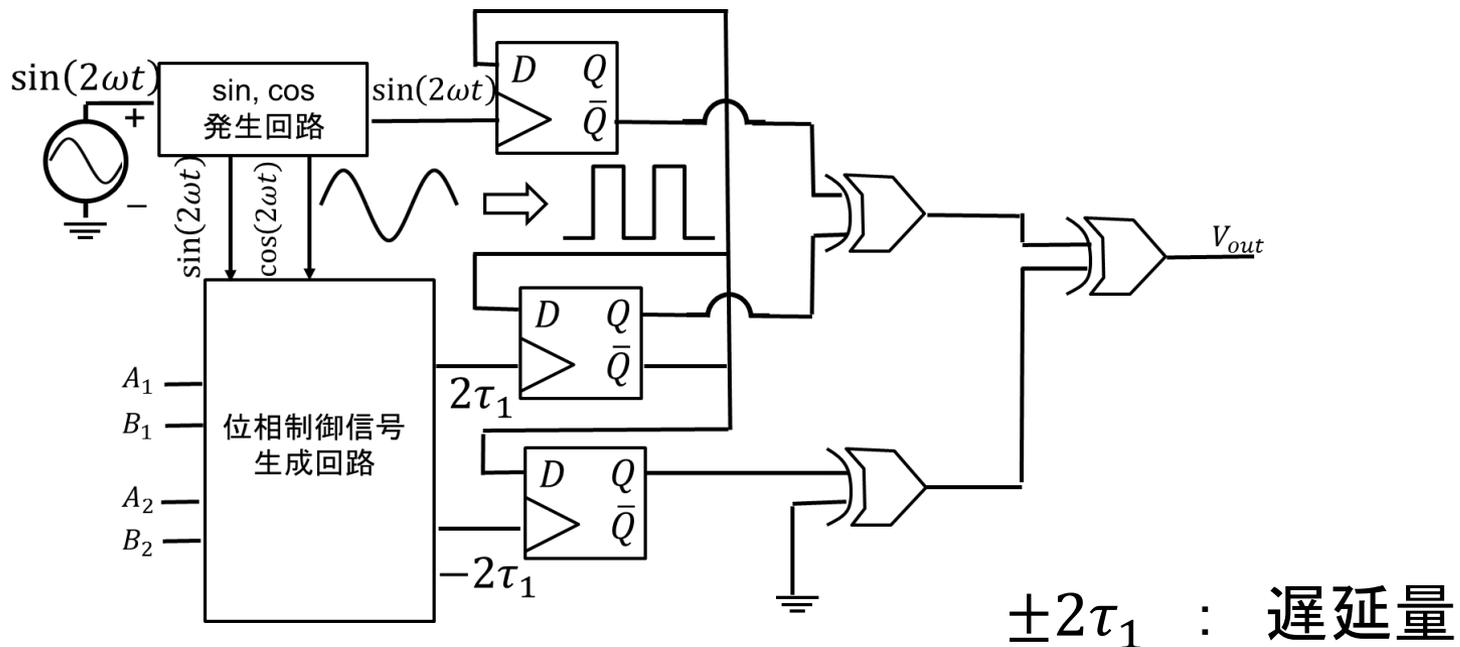


# XORによる動作

出力は2値波形 → 論理回路で表現可能



# 3次高調波抑制シミュレーション



# OUTLINE

---

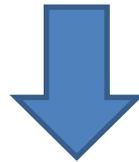
1. はじめに
2. 低歪信号生成法
3. 検討した位相制御技術
4. 提案する実現回路構成
5. まとめと今後の課題

# まとめ

- ◆ 複数高調波抑制 → アナログ位相制御を提案
- ◆ 検討したIC試験用低歪信号生成技術の  
回路構成を提案
- ◆ 提案回路の動作をシミュレーションで検証
  - 複数高調波の抑制を確認

# 今後の課題

- 現状 : 電流源は理想的な正弦波  
 実際 : 電流源は高調波成分を含む



高調波を抑制することができるのか

# 数学の原理は回路でも成立する



ガリレオ・ガリレイ  
(A.D 1564 ~ 1642)

数学は、科学へとつながる  
鍵とドアである

The history of trigonometry



バビロニアの三角法  
(B.C 1000)

三角法の  
まとめ



ヒッパルコス  
(B.C 120)

現代的な  
三角法へ



オイラー  
(A.D 1707 ~ 1783)

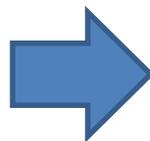
Conductor



$$\frac{\partial}{\partial a} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{(\xi_1 - a)}{\sigma^2} f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left( \frac{\xi_1 - a}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{(\xi_1 - a)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\int \tau(x) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx = M \left( \tau(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\xi, \theta) \right)$$

$$\int \tau(x) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta) \right) \cdot f(x, \theta) dx = \int \tau(x) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f(x, \theta) \right) f(x, \theta) dx$$



Musicians

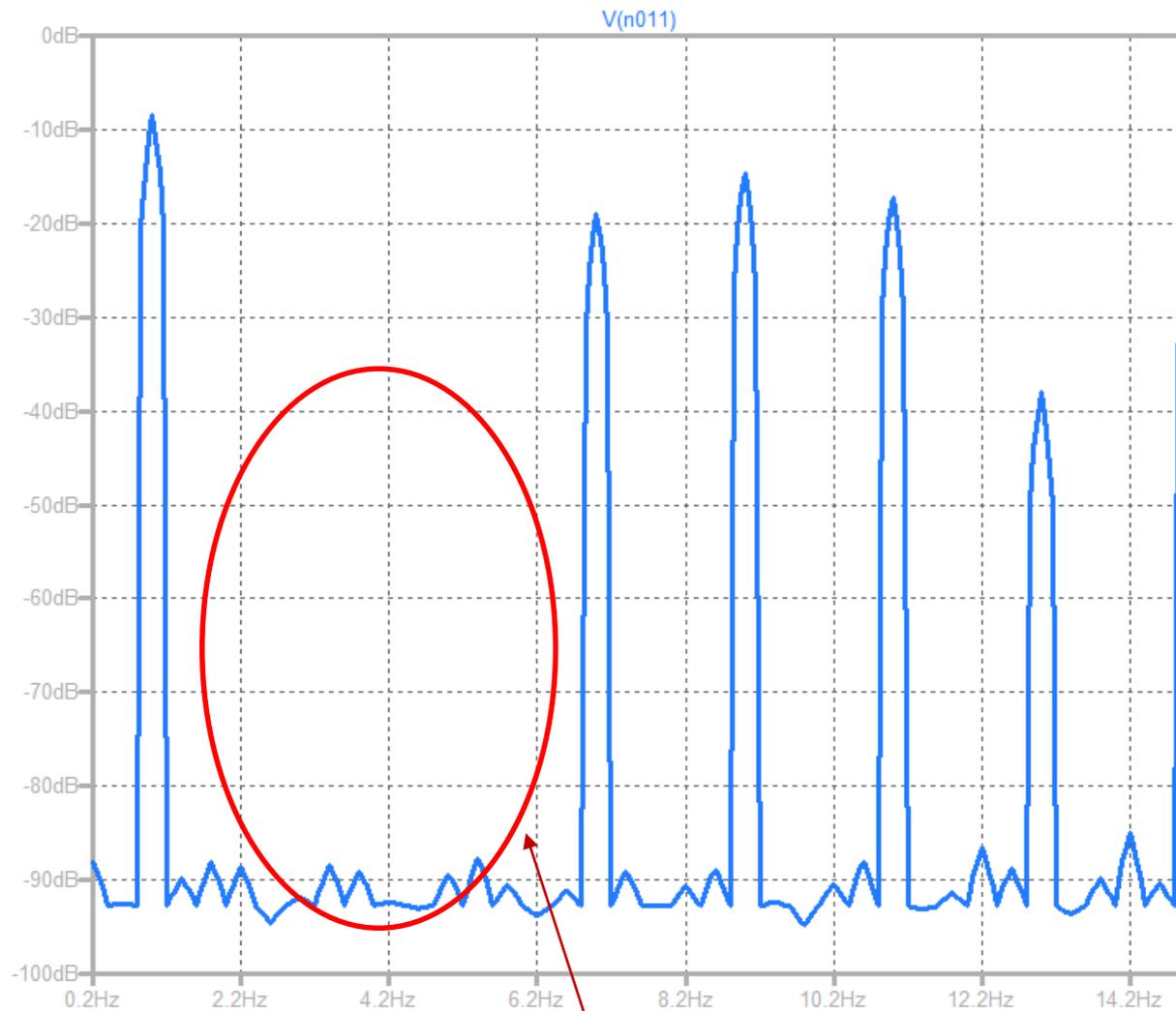


Wonderful performance !!

---

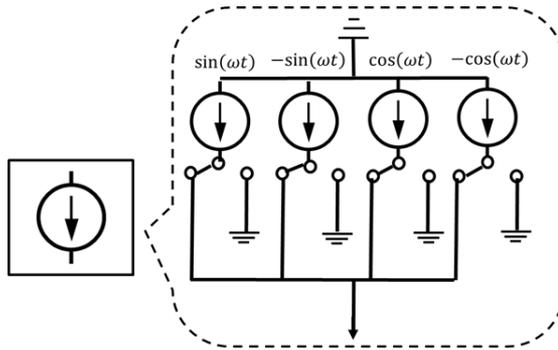
以下 補足資料

# Duty 補正回路の3次5次同時抑制



3次5次高調波の抑制を確認

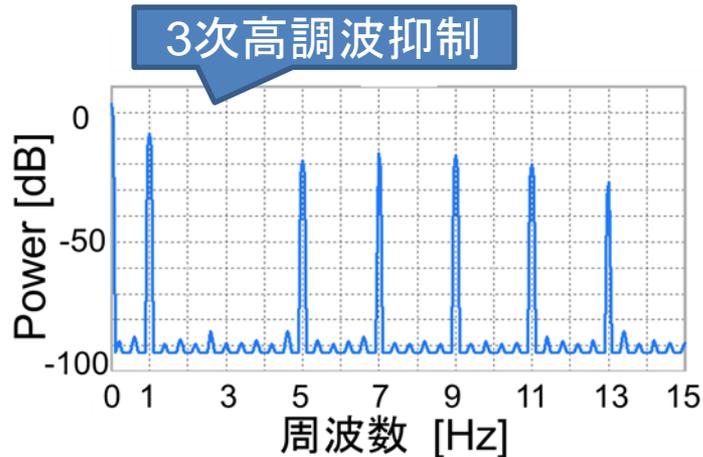
# 電流源に非線形歪を含む場合



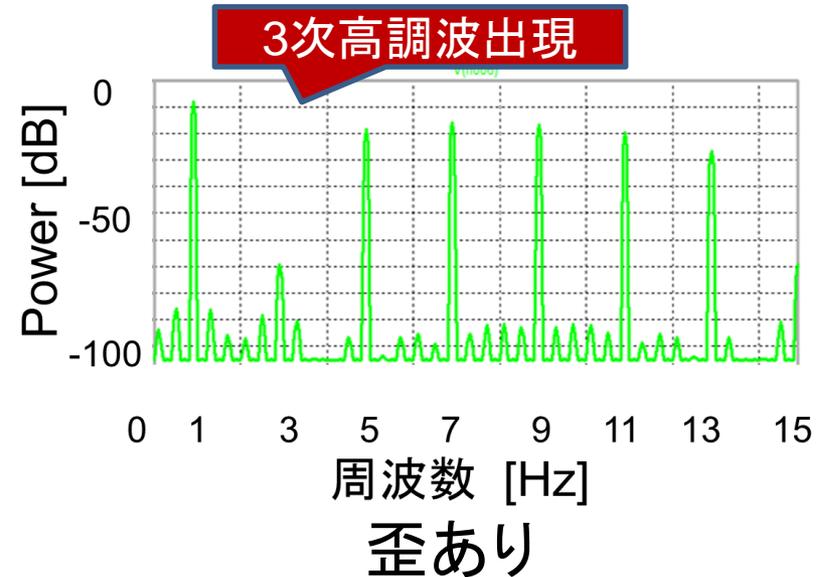
$$y(t) = a_1 \sin \theta + a_3 \sin^3 \theta$$

$$a_1 = 1, a_3 = -0.01 \text{ のとき}$$

## 3次高調波抑制の場合



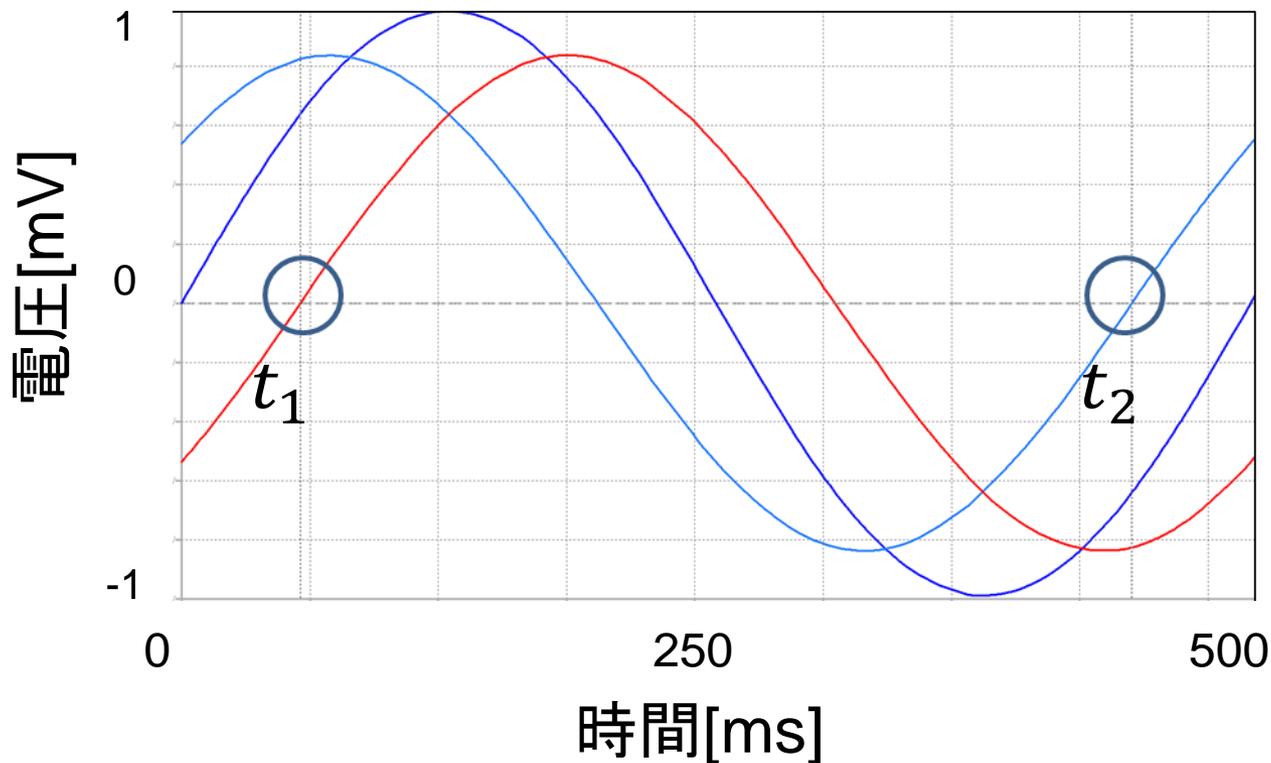
歪なし



歪あり

高調波抑制の精度が低下する

# 非線形歪による位相シフトへの影響



歪がない場合

$$t_1 = 444.376[ms]$$

$$t_2 = 55.623[ms]$$



歪がある場合

$$t_1 = 444.444[ms]$$

$$t_2 = 55.555[ms]$$

# 非線形歪を考慮した場合の振幅比

①位相シフト波形が0になる式を立てる

$$a(a_1 \sin(2\pi f_1 t + \theta) + a_3 \sin^3(2\pi f_1 t + \theta)) + b(a_1 \cos(2\pi f_1 t + \theta) + a_3 \cos^3(2\pi f_1 t + \theta)) = 0$$

②上記の式を振幅比  $\frac{b}{a}$  になるように変形

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} &= -\frac{a_1 \sin(2\pi f_1 t + \theta) + a_3 \sin^3(2\pi f_1 t + \theta)}{a_1 \cos(2\pi f_1 t + \theta) + a_3 \cos^3(2\pi f_1 t + \theta)} \\ &= -\frac{a_1 + a_3 \sin^2(2\pi f_1 t + \theta)}{a_1 + a_3 \cos^2(2\pi f_1 t + \theta)} \tan(2\pi f_1 t + \theta) \end{aligned}$$

# 非線形歪を考慮した場合の振幅比

③求めた式にパラメータを代入

$$\begin{aligned}\frac{b}{a} &= -\frac{a_1 \sin(2\pi f_1 t + \theta) + a_3 \sin^3(2\pi f_1 t + \theta)}{a_1 \cos(2\pi f_1 t + \theta) + a_3 \cos^3(2\pi f_1 t + \theta)} \\ &= -\frac{a_1 + a_3 \sin^2(2\pi f_1 t + \theta)}{a_1 + a_3 \cos^2(2\pi f_1 t + \theta)} \tan(2\pi f_1 t + \theta)\end{aligned}$$

$$a_1 = 1, a_3 = -0.01, t = \frac{1}{9} [s], f_1 = 1 [Hz], \theta = 0 [^\circ]$$

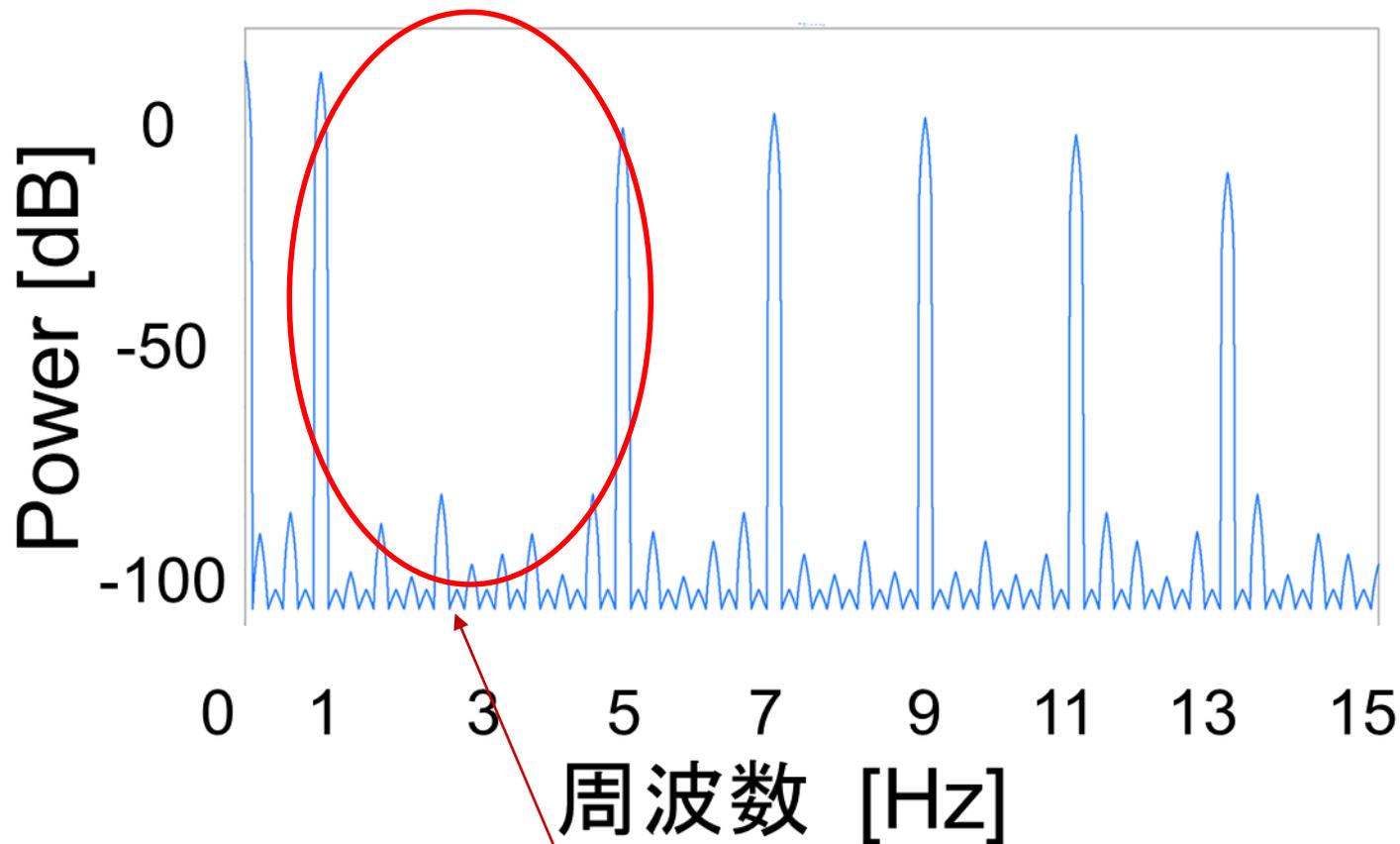


$$\frac{b}{a} = -\frac{1 - 0.01 \times \sin^2\left(\pm \frac{\pi}{9}\right)}{1 - 0.01 \times \cos^2\left(\pm \frac{\pi}{9}\right)} \tan\left(\pm \frac{\pi}{9}\right) = \mp 2.299560241 = \frac{\mp 522}{227}$$

歪を含む場合の振幅比を得られる

# 補正した振幅比でのシミュレーション

3次高調波抑制シミュレーション(非線形歪を含む場合)



3次高調波の抑制を確認

# 2値出力の条件

3次高調波抑制

$\tau_1$ と $T$ の条件	出力値	矩形波
$\tau_1 < \frac{T}{4}$	1, 0	○
$\tau_1 > \frac{T}{4}$	-1, 0, 1, 2	✕

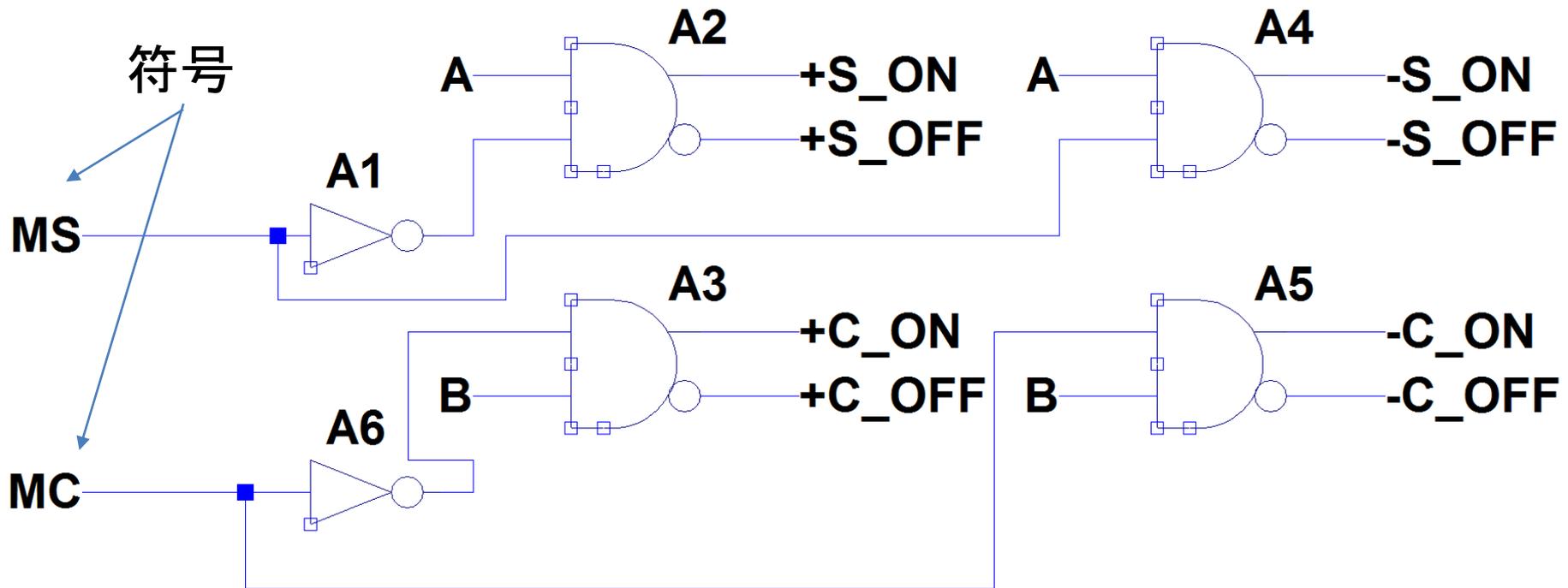
3次5次高調波抑制

$\tau_1, \tau_2$ と $T$ の条件	出力値	矩形波
$\tau_1, \tau_2 < \frac{T}{4}$	-1, 0, 1, 2	✕
$\tau_1 < \frac{T}{4}, \tau_2 > \frac{T}{4}, \tau_1 + \tau_2 < \frac{T}{2}$	1, 0	○
$\tau_1 < \frac{T}{4}, \tau_2 > \frac{T}{4}, \tau_1 + \tau_2 > \frac{T}{2}$	-1, 0, 1, 2	✕
$\tau_1, \tau_2 > \frac{T}{4}$	0, $\pm 1, \pm 2, 3$	✕

- $\tau$ が小さい場合はフリップフロップが誤作動する可能性がある



セットアップ時間とホールド時間を考慮する必要がある



# 発表後Q&A

- 高調波を含む場合は三次五次の高調波の影響を抑えられれば、提案方式への影響を抑えることができる？

最も影響するのが三次五次という意味であるならばそうです

- 位相制御の際に分数がでてきたのはなぜか？

A, B では整数をデジタル化して使用する。そのため分数近似を行い、整数に変換する必要がある。

- 近似をしたことで精度に誤差が生じることはあるか？

近似精度しだいでは誤差が生じる場合がある  
少数第5~6位ほどの精度があれば十分な近似が得られる。

- 抑制した以外の高調波はどう対処するか、用途は？

ローパスフィルタで残りの高調波を取り除く  
用途については検討している回路がある