

演算増幅回路における出力インピーダンスを用いた ループゲイン測定法の研究

ムハマド アンワル* 築地 伸和 小堀 康功 小林 春夫(群馬大学)

A Study on Loop Gain Measurement Method Using Output Impedances in Operational Amplifier

Muhammad Anwar*, Nobukazu Tsukiji, Yasunori Kobori, Haruo Kobayashi (Gunma University)

t14304120@gunma-u.ac.jp*

キーワード：演算増幅器, 位相余裕, 負帰還制御, 安定性評価

(Operational Amplifier, Phase Margin, Negative Feedback System, Stability Evaluation)

1. はじめに

負帰還回路を使用する場合には、対象回路のループゲインを測定することにより、安定性を評価することが大変重要である。負帰還回路におけるループゲインの測定方法としては、電圧注入法が最も使用されている[1,2,3]。この方法では、帰還回路の一部に AC 電圧源を挿入し、挿入点前後の電圧変化を測定することにより、簡単にループゲインを測定することができる。しかし、電圧注入法には次のような問題点がある。

1. AC 信号源を帰還回路内に直列に挿入する必要がある。
2. AC 信号源の挿入箇所に制約条件がある。

我々はこれまでに、電圧注入法の問題点を改善した方法として、出力インピーダンスを用いたループゲインの測定方法を提案している[4]。本論文では、提案方法が演算増幅回路においても適応可能であることを検証する。

2. 従来方法によるループゲインの測定原理

図 1 はテブナン等価回路モデルを用いた負帰還回路の伝達関数ブロック図である。Block1 の出力はテブナンの定理を用いた等価回路で表されており、 Z_1 は Block1 の出力インピーダンスである。Block2 は Block1 の負荷に相当し、 Z_2 は Block2 の入力インピーダンスである。ここで、図 1 の A 点でループゲインを測定することを考える。図 1 より、 ΔV_x から ΔV_y への伝達関数は次式で表される[3]。

$$T = G_1 \left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) G_2 H \quad (1)$$

これが、図 1 のループゲイン T の真値である。

次に、図 1 のループゲイン T を電圧注入法によって測定することを考える。図 2 に電圧注入法によるループゲイン測定のプロック図を示す。電圧注入法でループゲインを測定するには、ネットワークアナライザを回路に接続し、 ΔV_x から ΔV_y の伝達関数 T_v を測定する。このとき、AC 電圧信号源

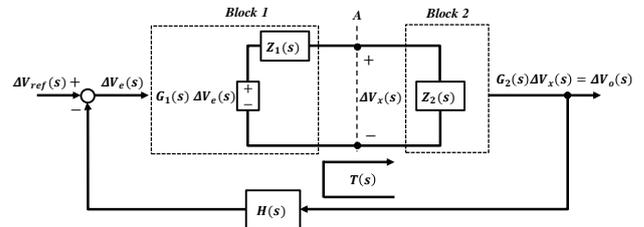


図 1 負帰還回路の伝達関数ブロック図

Fig. 1. Functional block diagram of a typical negative feedback circuit represented by the Thevenin equivalent circuit [3].

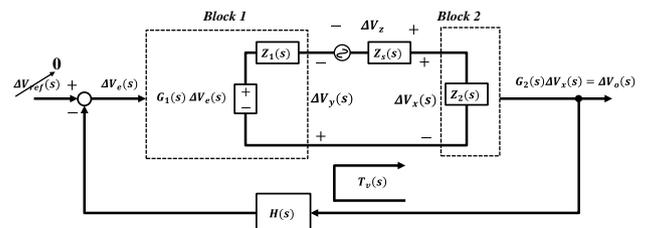


図 2 電圧注入法によるループゲイン測定のプロック図

Fig. 2. Measurement of loop gain by voltage injection [3].

は Block1 と Block2 の間に直列に挿入し、注入電圧 ΔV_z を測定周波数範囲で掃引する。 Z_s は注入電圧源の出力インピーダンスである。図 2 におけるループゲイン T_v の定義は次式で表される[3]。

$$T_v \equiv \left. \frac{\Delta V_y}{\Delta V_x} \right|_{\Delta V_{ref}=0, \Delta V_{in}=0} \quad (2)$$

図 2 のプロック図からループゲイン T_v を求めると、

$$T_v = T \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right) + \frac{Z_1}{Z_2} \quad (3)$$

となる。なお、 Z_s は $Z_s \ll Z_2$ と仮定し、注入抵抗のインピーダンス Z_s は無視した。(3)より、 $Z_1 \gg Z_2$ のとき $T_v \cong T$ である。これが電圧注入法によるループゲインの測定原理である。

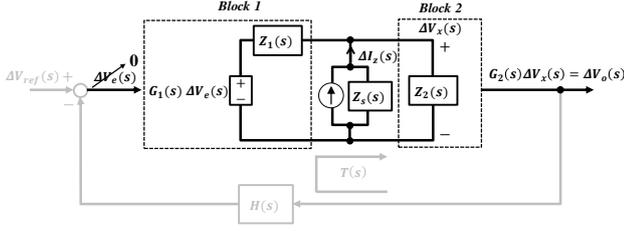


図3 開ループ出力インピーダンス Z_o の測定

Fig. 3. Measurement of output impedance in open loop.

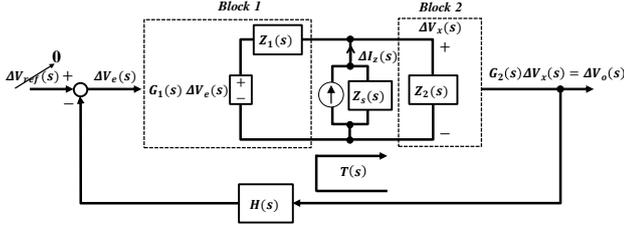


図4 閉ループ出力インピーダンス Z_{oc} の測定

Fig. 4. Measurement of output impedance in closed loop.

3. 提案方法によるループゲインの測定原理

〈3・1〉 テブナン等価回路モデルによる測定原理の導出

提案方法では、測定対象の開ループおよび閉ループ出力インピーダンスからループゲインを算出する。はじめに、開ループ出力インピーダンス Z_o の測定について説明する。図3は開ループ出力インピーダンス Z_o の測定条件を示したブロック図である。開ループ出力インピーダンス Z_o の定義を次式に示す。

$$Z_o \equiv \left. \frac{\Delta V_x}{\Delta I_z} \right|_{\Delta V_{in}=0, \Delta V_e=0} \quad (4)$$

図3は $\Delta V_e = 0$ であるため、AC電流 ΔI_z を注入することにより出力電圧 ΔV_o が変動しても、帰還側にはその変化が伝達しない。つまり、図3は開ループ状態であるといえる。図3より Z_o を求めると、

$$Z_o = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (5)$$

である。これが開ループ出力インピーダンス Z_o である。

次に、閉ループ出力インピーダンス Z_{oc} の測定について説明する。図4は閉ループ出力インピーダンス Z_{oc} の測定条件を示したブロック図である。閉ループ出力インピーダンス Z_{oc} の定義を次式に示す。

$$Z_{oc} \equiv \left. \frac{\Delta V_x}{\Delta I_z} \right|_{\Delta V_{in}=0, \Delta V_{ref}=0} \quad (6)$$

ここで、図4のAC電流 ΔI_z の注入点にキルヒホッフの電流則を適用すると、

$$\Delta I_z = \frac{\Delta V_x}{Z_2} + \frac{\Delta V_x - (-\Delta V_x H G_1 G_2)}{Z_1} \quad (7)$$

である。(7)に(1)、(5)を代入し、 Z_{oc} について解くと、

$$Z_{oc} = \frac{\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}}{1 + G_1 \left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) G_2 H} = \frac{Z_o}{1 + T} \quad (8)$$

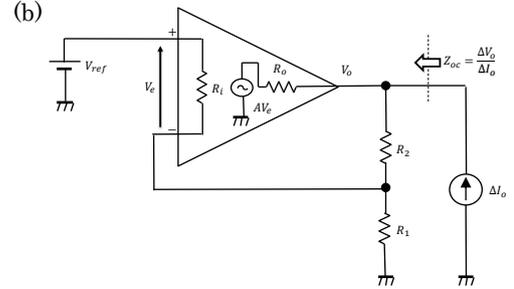
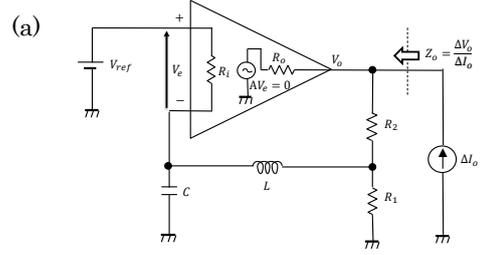


図5 非反転増幅回路における出力インピーダンス測定
(a) Z_o の測定回路、(b) Z_{oc} の測定回路

Fig. 5. Measurement of output impedance in non-inverting amplifier circuit; (a) measurement of Z_o , (b) measurement of Z_{oc} .

となる。さらに、(8)をループゲイン T について解くと、

$$T(s) = \frac{Z_o - Z_{oc}}{Z_{oc}} \quad (9)$$

である。(9)は複素数であるため、ボーデ線図にプロットする場合は以下の式を使用する。

$$20 \log_{10} |T| = 20 \log_{10} \left(\frac{|Z_o - Z_{oc}|}{|Z_{oc}|} \right) \quad (10)$$

$$\arg(T) = \arg(Z_o - Z_{oc}) - \arg(Z_{oc}) \quad (11)$$

(10)および(11)より、負帰還回路における Z_o と Z_{oc} からループゲインの利得と位相を求めることができる。以上が提案方法によるループゲイン測定の原理である。

〈3・2〉 演算増幅器の等価回路モデルによる原理の導出

本節では、提案方法におけるループゲインの測定原理を、演算増幅器の等価回路モデルを用いて導出する。

図5(a)は非反転増幅回路における開ループ出力インピーダンス測定を表している。(4)で定義したように、開ループの出力インピーダンスは $\Delta V_e = 0$ の条件で測定する必要がある。図5(a)では、帰還回路に2次のLCローパスフィルタを挿入することにより、 $\Delta V_e = 0$ の条件を実現している。ここで、図5(a)における ΔI_o の注入点にキルヒホッフ電流則を適用すると、

$$\Delta I_o = \frac{\Delta V_o}{R_o} + \frac{\Delta V_o}{R_1 + R_2} \quad (12)$$

となる。(12)を $\Delta V_o / \Delta I_o$ について解くと、

$$Z_o = R_o // (R_1 + R_2) = \frac{R_o (R_1 + R_2)}{R_o + R_1 + R_2} \quad (13)$$

となる。これが開ループ出力インピーダンス Z_o である。

図5(b)は非反転増幅回路における閉ループ出力インピーダンス測定を表している。図5(b)における ΔI_o の注入点にキ

ルヒホッフ電流則を適用すると,

$$\Delta I_o + \frac{A\Delta v_e - \Delta V_o}{R_o} + \frac{\Delta V_o - \Delta v_e}{R_2} = 0 \quad (14)$$

と求まる. さらに, 図 5 (a)より誤差電圧 Δv_e は,

$$\Delta v_e = -\Delta V_o \frac{R_1/R_i}{R_1/R_i + R_2} \quad (15)$$

である. (15)を(14)に代入し, $\Delta V_o/\Delta I_o$ について解くと,

$$Z_{oc} = \frac{R_o \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_i}\right)}{1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_i} + A + \frac{R_o}{R_1} + \frac{R_o}{R_i}} \quad (16)$$

となる. ここで, $R_2, R_o \ll R_i$ とすると,

$$Z_{oc} = \frac{Z_o}{1 + A\beta} = \frac{Z_o}{1 + T} \quad (17)$$

となる. ここで, $\beta = R_2/(R_1 + R_2)$ は帰還率である. (17)が閉ループ出力インピーダンス Z_{oc} であり, これは前節の(9)と一致する. したがって, 提案方法によるループゲインの測定原理は回路レベルでも成立することがわかる.

提案方法では, 従来方法のように AC 電圧源を帰還回路に挿入する必要はなく, AC 電流源の注入点における入出力インピーダンスもループゲインの精度に影響を与えない.

4. シミュレーション検証

〈4.1〉シミュレーション条件

はじめに, シミュレーション検証に用いる演算増幅器の等価回路モデルを説明する. 図 6 は演算増幅器の 1 次遅れモデルを示しており, (a)が等価回路, (b)が周波数特性である. 本モデルは電圧制御電流源 (VCCS: Voltage Controlled Current Source)を使うことにより, 演算増幅器の開ループゲインおよび 1 次極を簡単に設計することができる. なお, VCCS のトランスコンダクタンスは G_m , 開ループゲインは $A = g_m R_o$, 1 次極は $f_p = 1/(2\pi C_o R_o)$, 入力インピーダンスは無限大である.

次に, 従来方法および提案方法を用いたループゲイン測定のシミュレーション回路について説明する. 本検証におけるループゲインの測定対象は, 図 6 の 1 次遅れモデルを用いた非反転増幅回路とし, 回路シミュレータは Simetrix Technologies 社の Simplis を用いた. 図 7 に従来方法によるループゲイン測定のシミュレーション回路を示す. 図 8 は提案方法によるループゲイン測定のシミュレーション回路を示しており, (a)が Z_o の測定回路, (b)が Z_{oc} の測定回路である. なお, 図 7 および図 8 のシミュレーション条件は表 1 を用いた.

表 1 シミュレーション条件

Table 1. Simulation condition.

| Parameter | Value | Parameter | Value |
|-----------|--------------|-----------|--------------|
| V_{ref} | 1 V | R_1 | 9 k Ω |
| R_o | 50 Ω | R_2 | 1 k Ω |
| C_o | 0.64 μ F | L_1 | 1 H |
| G_m | 20 | C_1 | 1 F |

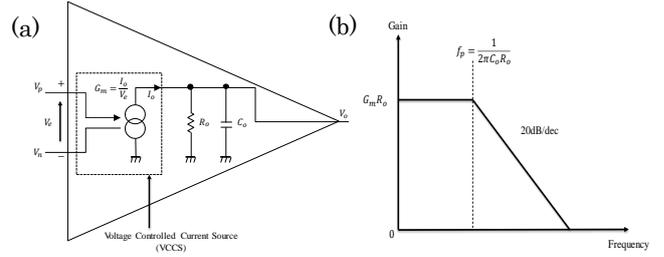


図 6 演算増幅器の 1 次遅れモデル

(a)回路図, (b)周波数特性

Fig. 6. First-order lag model of operational amplifier: (a) circuit, (b) frequency characteristic.

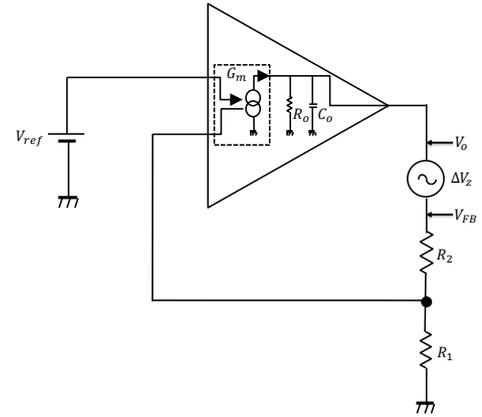


図 7 従来方法によるループゲインのシミュレーション

Fig. 7. Conventional loop gain measurement simulation circuit.

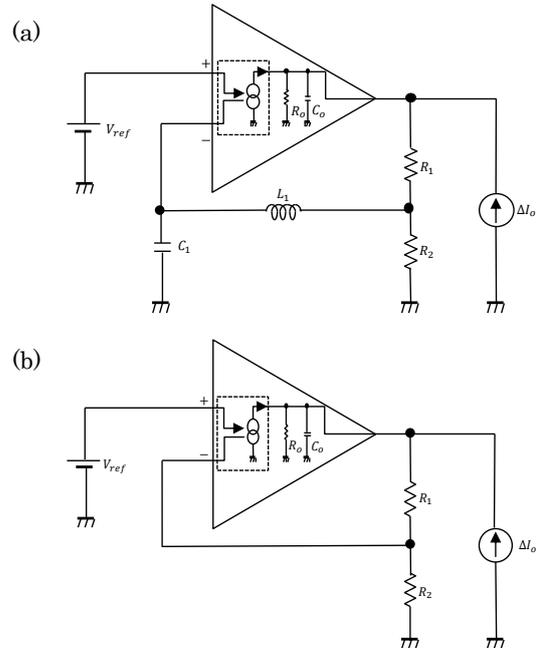


図 8 提案方法によるループゲインのシミュレーション

(a) Z_o の測定回路, (b) Z_{oc} の測定回路

Fig. 8. Simulation of the proposed loop gain measurement: (a) measurement of Z_o , (b) measurement of Z_{oc} .

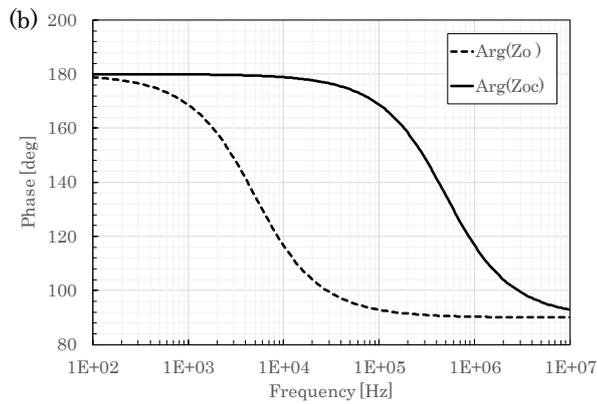
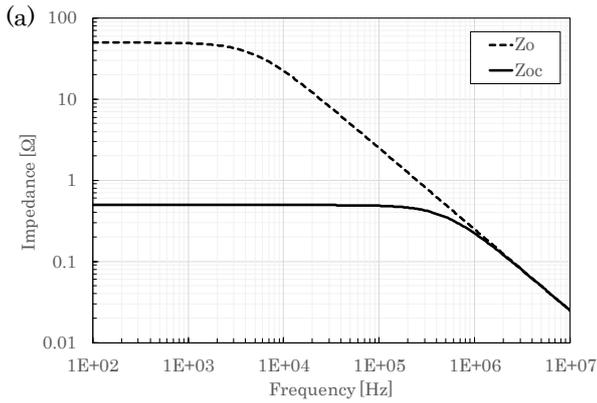


図9 ZoおよびZocのシミュレーション結果

(a) インピーダンスの絶対値, (b)インピーダンスの偏角

Fig. 9 Simulation result of Zo and Zoc in Fig. 8: (a) Magnitude of impedance, (b) Phase.

〈4・2〉シミュレーション結果

図9は出力インピーダンスのシミュレーション結果を示しており, (a)は出力インピーダンスの絶対値, (b)は出力インピーダンスの偏角である. 図10は従来方法および提案方法を用いたシミュレーションによるループゲイン測定結果の比較を示しており, (a)はループゲインの利得, (b)はループゲインの位相である. 提案方法によるループゲインは図9の出力インピーダンスから(10), (11)を用いて計算した. 従来方法および提案方法のループゲインを比較すると, 両者は完全に一致することが確認できる.

5. まとめ

本論文では, ループゲイン測定方法として代表的な電圧注入法の測定原理とその問題点について解説し, これらの問題点を改善させた出力インピーダンスを用いたループゲインの測定法が演算増幅回路に適応できるかを検証した. 結果として, 提案方法は演算増幅器の等価回路モデルを用いた回路レベルにおいても成立することがわかった. そして, 従来方法および提案方法を用いたループゲインのシミュレーション結果を比較検証し, 提案方法と従来方法による結果が完全に一致することを確認した. なお, 提案方法では,

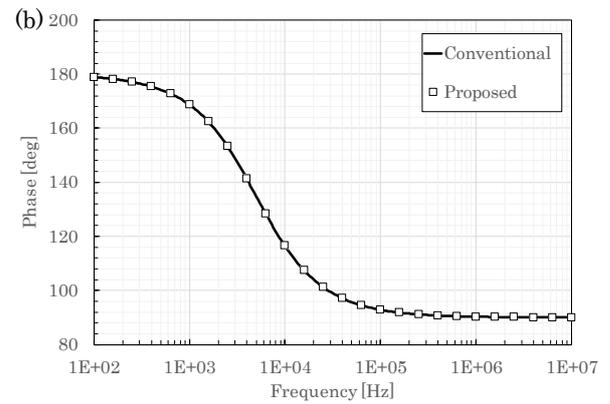
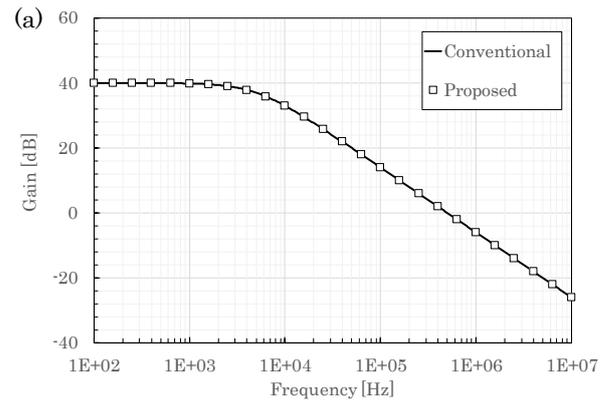


図10 従来方法および提案方法を用いた

ループゲイン測定結果の比較 (a) 利得, (b) 位相

Fig. 10. Simulation result comparison of the loop gain by measuring with the conventional and proposed methods: (a) Magnitude of loop gain, (b) Phase.

従来方法のように, AC電圧源を帰還回路内に挿入する必要がなく, 挿入点におけるインピーダンスの制約もない.

本論文におけるループゲインの測定対象は, 演算増幅器を用いた非反転増幅回路とし, 回路シミュレータを用いて従来方法との比較検証を行った. 今後は, 提案方法を演算増幅回路の実機にて検証予定である. なお, 提案方法は負帰還回路であれば, どのような測定対象でも適用可能であると考えられる. 今後はさらに測定対象を広げて, 提案方法の有効性を実証していきたい.

文 献

- [1] R. D. Middlebrook, "Measurement of Loop Gain in Feedback Systems," International Journal of Electronics, vol. 38, no. 4, pp. 485-512 (1975).
- [2] R. B. Ridley, "Measuring Frequency Response: Tips and Methods," Switching Power Magazine, vol.3, issue 2, pp.12-27, 2002.
- [3] R. W. Erickson, D. Maksimovic, Fundamentals of Power Electronics, 2nd Edition, Springer, NY, 2001.
- [4] N. Tsukiji, Y. Kobori and H. Kobayashi, "Derivation of Loop Gain From Output Impedances in DC-DC Buck Converter," 2016 13th IEEE International Conference on Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT), Hangzhou, pp. 109-111, 2016.