# アナログ回路の短時間・高品質試験用マルチトーン信号の検討

柴崎有祈子\* 浅見幸司 桑名杏奈 町田恒介 杜遠洋 八田朱美(群馬大学) 久保和良(小山高専)小林春夫(群馬大学)

Study on Multi-tone Signals for Short Time and High Quality Testing of Analog Circuits Yukiko Shibasaki\*, Koji Asami, Anna Kuwana, Kosuke Machida, Yuanyang Du, Akemi Hatta (Gunma University) Kazuyoshi Kubo (Oyama National College of Technology) Haruo Kobayashi (Gunma University)

**Abstract** This paper investigates multi-tone signals for short-time and high quality testing of analog circuit frequency response. There is a big demand for automotive, medical and infrastructure application LSIs. There analog circuit portion is the key, and its low cost and high quality testing is very important and challenging. The multi-tone signals can be used there effectively, and we clarify some of their characteristics.

**キーワード**:マルチトーン信号、アナログ集積回路テスト、信号生成、波高率、ヒルベルト変換 (Multi-tone Signal, Analog IC Testing, Signal Generation, Crest Factor, Hilbert Transform)

# 1. はじめに

アナログ/ミックストシグナル集積回路の複雑さが急速に 進み、車載・医療・インフラ用 LSI への需要が高まってい る。そこのためのミクストシグナル SoC (System on Chip) でのアナログ回路部テストの、高品質化とともに時間短縮 による低コスト化が求められている。これまで筆者らはア ナログ/ミクストシグナル回路の周波数特性テストの入力信 号としてマルチトーン信号を用いることでテスト時間短縮 かつ高品質テストを実現することを検討してきた。本論文 ではその過程で得られた知見を報告する。

# 2. マルチトーン信号

#### 〈2・1〉 マルチトーン信号の特徴

アナログ集積回路テスト(主に周波数特性の測定)におい て、マルチトーン信号、シングルトーン信号がテスト信号と して使用されている。ここでは、シングルトーン信号と比較 しながら、マルチトーン信号の特徴を述べる。

最初に、アナログ回路テストの例として、アナログフィル タの周波数特性テストの場合を図1に示す。



図 1 アナログ回路テストの例(アナログフィルタ) Fig. 1 Example of analog test (analog filter)

シングルトーン信号を使用する場合、テスト時に入力す

る信号の周波数をスイープさせ、その出力を一つずつ測定 する必要がある。そのようにして得られた利得、位相から、 図 2 で示すボード線図を作成し、測定対象であるアナログ フィルタの周波数特性を得る。



しかし、一つの測定対象に対して、逐一周波数をスイープ させていたのでは、テスト時間がかかってしまう。この欠点 を補うためにマルチトーン信号を用いる。周波数をスイー プさせた信号を足し合わせたマルチトーン信号をテストの 入力信号として用いると、テスト時間を大幅に削減するこ とが可能である。例えば、10 個のシングルテスト信号でテ ストを行う場合、マルチトーン信号を用いることで、単純に 考えると 1/10 の時間でテストを行うことができる。

また、もう一つの利点として、位相特性を測る場合があげ られる。シングルトーン信号の場合は、入力する際に信号の 位相をモニタする必要がある。しかし、マルチトーン信号に おいては、後述するように入力信号の各周波数成分の位相 関係が既知であるので、入力時のモニタが不要となる。これ によって、テスト工程を省くことが可能である。

一方で、マルチトーン信号を使用する欠点として、一周波

数当たりの信号成分が小さくなってしまうのでダイナミッ クレンジが小さくなってしまうことがある。また非線形歪 のある系(アンプ等)に入力すると相互変調歪を発生してし まう。アンプは大きな振幅を入力してしまうと歪んでしま うため、クレストファクタを最小化し、最大振幅を抑えたマ ルチトーン信号を入力することが、ダイナミックレンジを 大きくし相互変調歪の影響を緩和するために有効である。

#### 〈2·2〉 マルチトーン信号と SNR の関係

マルチトーン信号は以下の式であらわされる。

$$s(t) = K \sum_{k=1}^{m} \cos\left(\frac{2\pi f_k t}{N} + \phi_k\right) \quad \cdots (1)$$

ここでmは全トーン数、Nは一周期分の時間を表す。被測 定回路の入力レンジを $-1 \leq s(t) \leq 1$ としたとき、K はマルチ トーン信号の最大振幅の逆数となる。

被測定回路に含まれるノイズ成分は既定であるため、Kが 大きくなれば各周波数成分のSNRを改善することができる。 その結果、信号成分が大きくなりノイズ成分の影響を抑え ることができるので、高精度なテスト信号を生成できる。

〈2·3〉 クレストファクタ (波高率)

クレストファクタとは、ピーク値と RMS (root-meansquare)の比であらわされ、波高率とも呼ばれる。この値が 小さいほどピーク値が突出していないということになり、 最大振幅を小さく抑えることができる。クレストファクタ 最小アルゴリズムを使用して生成したマルチトーン信号の シミュレーション結果ハ後述する。

図 3 に示す理想的な正弦波においては、クレストファク タは 1.4 となることが容易に計算できる。



図 3 クレストファクタの説明(正弦波の場合) Fig. 3 Explanation of crest factor in case of sine wave.

## 3. 3つのクレストファクタ低減アルゴリズム

# 〈3·1〉 3つのアルゴリズム

今回は Kitayoshi [2]、Newman [3]、Schroeder [4]の3つ のアルゴリズムを用いてマルチトーン信号生成のシミュレ ーションを行った。これらのアルゴリズムにおいて、基本式 は式(1)と同様であり、位相 $\phi_k$ それぞれ以下のように定義 されている。

Kitayoshi	$\phi_k = \frac{n}{N}k(k+1)$	(2)
Newman	$\phi_k = \frac{\pi}{N}(k-1)^2$	(3)

Schroeder 
$$\phi_k = -\frac{n}{N}k(k-1)$$
 ... (4)

例として、Newman アルゴリズムについて図であらわした ものを図4に示す。



図 4 Newman アルゴリズム Fig. 4 Newman algorithm

今回使用したアルゴリズムは、位相( $\phi_k$ )を調節して最大振幅をできるだけ小さくするというものである。それによって K の値を大きくすることができ、各周波数成分で大きな振幅を入力することが可能になる。

#### 〈3·2〉 シミュレーション結果

3つのうち一般に最もクレストファクタを最小化できる アルゴリズムとして知られている、Newman アルゴリズム についてのシミュレーション結果を図5に示す。トーン数m は2のべき乗、一周期Nは8192[s]と設定した。







(g) 1024 トーン信号 (Crest Factor:1.67)

図5 Newman アルゴリズムによるマルチトーン信号

Fig. 5 Multi-tone signals using Newman algorithm

# 〈3·3〉 クレストファクタ

3つのアルゴリズムそれぞれについて、トーン数とクレ ストファクタの関係を図6に示す。





3 つのアルゴリズムはほとんど一致しており、Kitayoshi と Schroeder アルゴリズムについては完全に一致した。ア ルゴリズムを使用した場合はトーン数が増加してもクレス トファクタは 1.7 程度に抑えられていることがわかった。

#### 〈3・4〉 トーン数と最大振幅の関係

図7にトーン数と最大振幅の関係を示す。この結果から、 3つのアルゴリズムによるマルチトーン信号の最大振幅は √mに比例していることがわかる。



Fig. 7 Relationship between m and amplitude

#### (3.5) 実機での測定

マルチトーン信号を実機で確認した結果を図 8,9 に示す。 手順としては、まず MATLAB によるマルチトーン信号を再 現し、CSV ファイルで波形データを出力した。その後、 ArbExpress Application を用いて、任意波形発生器 (AWG) 用の波形データを生成したあと、Spectrum Analyzer でス ペクトラムを確認した。スペクトラム・アナライザでは波形 を確認するために最小の分解能で測定を行った。



図8 Kitayoshi アルゴリズムの測定結果

Fig. 8 Measurement result of Kitayoshi algorithm





# 4. ランダム位相のマルチトーン信号

# 〈4・1〉 生成した乱数

マルチトーン信号を生成する際に使用した基本式は、式 (1)と同様である。位相( $\phi_k$ )は参考文献[9]をもとに C 言語 で生成した。生成したガウス分布を有する乱数を-1~+1の 範囲に収まるように調節した後、乱数を $\pi$ 倍して、- $\pi$ ~+ $\pi$ の範囲に乱数を分布させた。-1~+1の範囲における乱数の ヒストグラムは図 10 のようになった。



図 10 乱数のヒストグラム Fig. 10 Histogram of random numbers

# 〈4·2〉 シミュレーション結果

位相に乱数を入力した場合のシミュレーション結果を図 11に示す。トーン数mは2のべき乗、一周期Nは8192[s]と 設定した。





## 〈4・3〉 クレストファクタ

位相を乱数としたときのマルチトーン信号における、ト ーン数とクレトファクタの関係を図 12 に示す。式(1)におい て、余弦波と正弦波を使用した場合についてそれぞれシミ ュレーションを行った結果である。



図 12 トーン数とクレストファクタの関係 Fig. 12 Relationship between *m* and crest factor

アルゴリズムを用いてマルチトーン信号を生成した場合 はトーン数が増加するにつれてクレストファクタは 1.7 程 度に落ち着いた。一方で、位相を乱数にした場合は、トーン 数の増加にしたがって、クレストファクタが増加してしま っていることがわかる。このことから、3つのアルゴリズム は、適切にクレストファクタを低減できることがわかった。

# 5. 位相ゼロのマルチトーン信号

#### 〈5・1〉 シミュレーション結果

位相を0(ゼロ)で固定し、変化させない場合のマルチト ーン信号をシミュレーションした結果を図13に示す。トー ン数mは2のべき乗、一周期Nは8192[s]と設定した。





この場合のトーン数とクレストファクタの関係は図14の ようになった。トーン数が増加するにつれて、クレストファ クタが指数関数的に増加してしまっていることがわかる。



図 14 トーン数とクレストファクタの関係

Fig. 14 Relationship between m and crest factor

#### 〈5・2〉 ヒルベルト変換への応用

式(5)に $\sum_{n=1}^{N} e^{j2\pi nt/T}$ を等比数列の和の公式を用いて変形した結果を示す。

$$\sum_{n=1}^{N} e^{j2\pi nt/T} = \frac{\sin(\pi Nt/T)}{\sin(\pi t/T)} e^{j\pi(N+1)t/T} \cdots (5)$$

図15に示すシミュレーション結果から、式(5)の実部は位相0のマルチ余弦波、虚部は位相0のマルチ正弦波と一致することが明らかになった。



図 15 位相0のマルチトーン信号

Fig. 15 Multi-tone signals with zero initial phases

このことから、式(6)が得られる。

$$\sum_{n=1}^{N} e^{j2\pi nt/T} = \sum_{n=1}^{N} [\cos(2\pi nt/T) + j\sin(2\pi nt/T)] \quad \cdots \quad (6)$$

理論とシミュレーションの結果、式(7),(8)が得られる。

$$\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{N} \cos(2\pi nt/T) \to \frac{1}{2}\delta(t) \quad \cdots \quad (7)$$
$$\sum_{n=1}^{N} \sin(2\pi nt/T) \to 1/(2\pi t/T) \quad \cdots \quad (8)$$

実部信号をマルチ余弦波、虚部信号を正弦 sin 波とするこ とで、複素インパルス信号を実現できる(図 16,[7])。ヒル ベルトフィルタはインパルス応答が長いので、高速処理の 実用上の問題になるとの指摘もあるが、これらを複素信号 回路に入力することでその複素インパルス応答を得ること ができる(図 17,[8])。



図 16 複素インパルス信号とヒルベルト変換 Fig. 16 Complex impulse signal and Hilbert transformation





# 6. まとめと今後の課題

〈6・1〉 まとめ

図18では、これまでにシミュレーション結果を示した、 アルゴリズムの場合、位相が乱数の場合、位相0の場合にお けるトーン数とクレストファクタの関係を示す。



図 18 トーン数とクレストファクタの関係

Fig. 18 Relationship between m and crest factor

3つのアルゴリズムは適切にクレストファクタを適切に 低減していることがわかる。また、N個の周波数成分の和に おいて、ランダムノイズの場合は√N倍で振幅が増加するこ とが知られている。以上の結果を踏まえると、3つのクレス トファクタ低減アルゴリズムは同等の効果を持ち、ほとん ど最適なランダム化が可能であることが明らかになった。

#### <6·2〉 今後の課題

Newman アルゴリズムの応用として、クレストファクタの制御方法を検討している。帯域信号を入力したときの歪みをテストしたい場合、入力信号のクレストファクタを所望の値に制御する必要がある。式(9)のように、Newmanの位相に係数 C をかけるとクレストファクタが変動することが明らかになっている。図 19 はトーン数mは 1024、一周期

Nは8192[s]と設定して C を 0.1 刻みで 1~50 変動させたと きのシミュレーション結果である。図 20 は、図 19 の結果 をクレストファクタの小さいものから順にソートした結果 を示したグラフである。6~10[dB]についてはかなり細かい 分解能が得られていることがわかる。今後は係数 C とクレ ストファクタの関係を調査し、所望のクレストファクタの 信号をマルチトーン信号で生成する方法を検討したい。



図19 Cとクレストファクタの関係





1)	G.	Robert,	An	Introduction	to	Mixed-Signal	$\mathbf{IC}$	Test	and
	Me	Measurement, Oxford University Press (2012)							

献

文

(

- (2) H. Kitayoshi, et. al., "DSP Synthesized Signal Source for Analog Testing Stimulus and New Test Method", IEEE International Test Conference (1985).
- (3) D. J. Newman, "An L1 Extremal Problem for Polynomials", American Mathematics Society (Dec.1965).
- (4) M. R. Schroeder, "Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelation", IEEE Trans. Information Theory, (1970).
- (5) L. Cohen, Time-Frequency Analysis: Their Applications, Printice-Hall (1994).
- (6) H. Kobayashi, et. al., "Fundamental Design Tradeoff and Performance Limitation of Electronic Circuits Based on Uncertainty Relationships", IEEE ASICON (Oct. 2017).
- (7) Y. Tamura, et. al., "RC Polyphase Filter As Complex Analog Hilbert Filter", IEEE ICSICT (Oct. 2016)
- (8) T. J. Yamaguchi, et. al., "Extraction of Instantaneous and RMS Sinusoidal Jitter Using an Analytic Signal Method", IEEE Trans. Circuits and Systems- II (June 2003).
- (9) W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical recipes in C [日本語版], (丹慶勝市, 奥村晴彦, 佐藤俊郎, 小林誠 訳) 技術評論社 (1993).