

流体シミュレーションの 事例紹介 － 非定常運動する風車 －

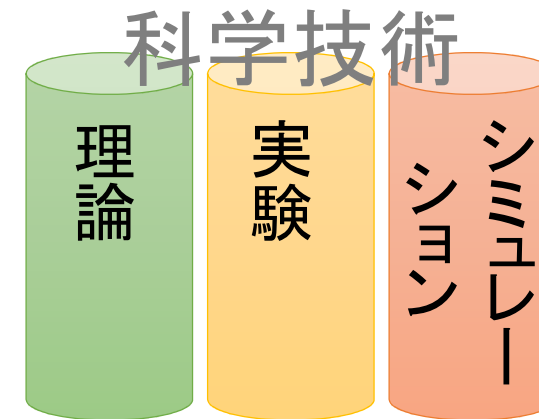
2018/07/09

群馬大学 桑名杏奈

kuwana.anna@gunma-u.ac.jp

シミュレーションとは

コンピュータの進歩により
理論・実験に並ぶ、第三の研究手法として
科学技術を支えている



現象を支配する物理法則を数式で表現
→コンピュータが計算できるよう数値モデル化
→コンピュータで膨大な数値計算
→現象をコンピュータ内に描き出す
→大きい・小さい・高価な・複雑な・時間がかかる現象を
自由に考察できる

流体シミュレーションとは

流体：空気や水など、自由に変形や流動する物質



固体(氷)



液体(水)



気体(水蒸気)

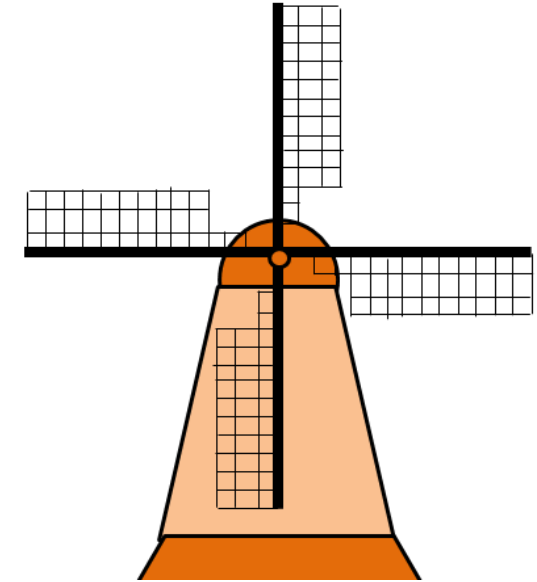
流体

「解析的」に解けない問題のひとつ。
→「数值的」に解く必要がある(シミュレーション)

風車(有名どころ)

風車:

風(流体)の運動エネルギーを
回転のエネルギーに変換する機構

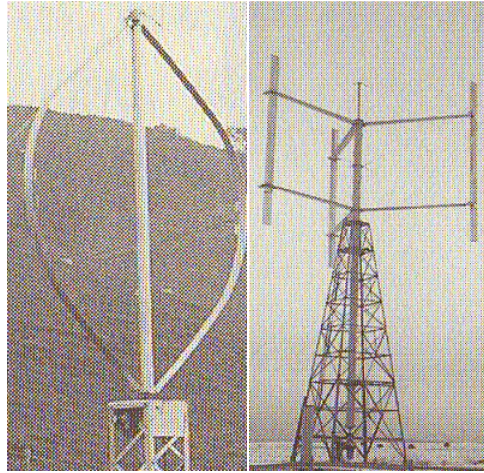


風車(マニア向け)

ダリウス型

直線翼型

プロペラ型

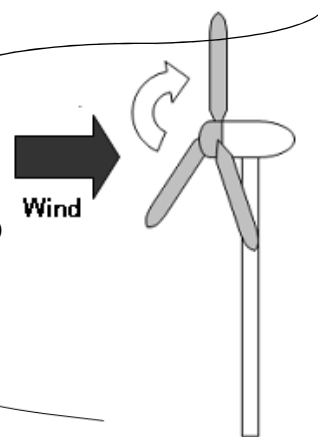


垂直軸型



水平軸型

揚力型風車
高速回転する
発電に用いられる

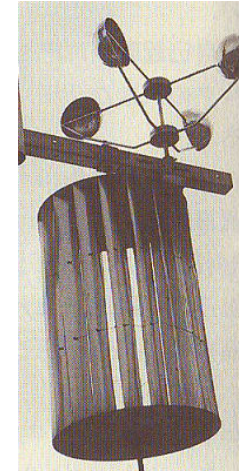
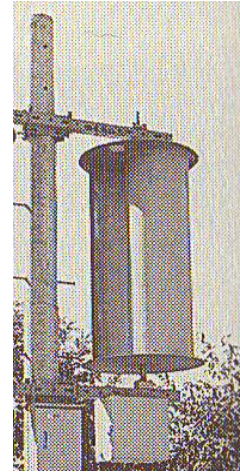


サボニウス型

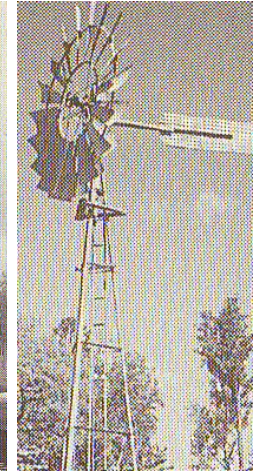
クロス
フロー型

オランダ型

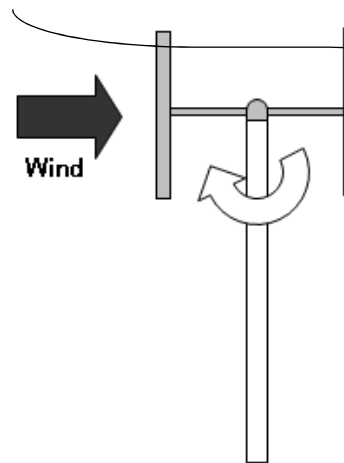
多翼型



垂直軸型



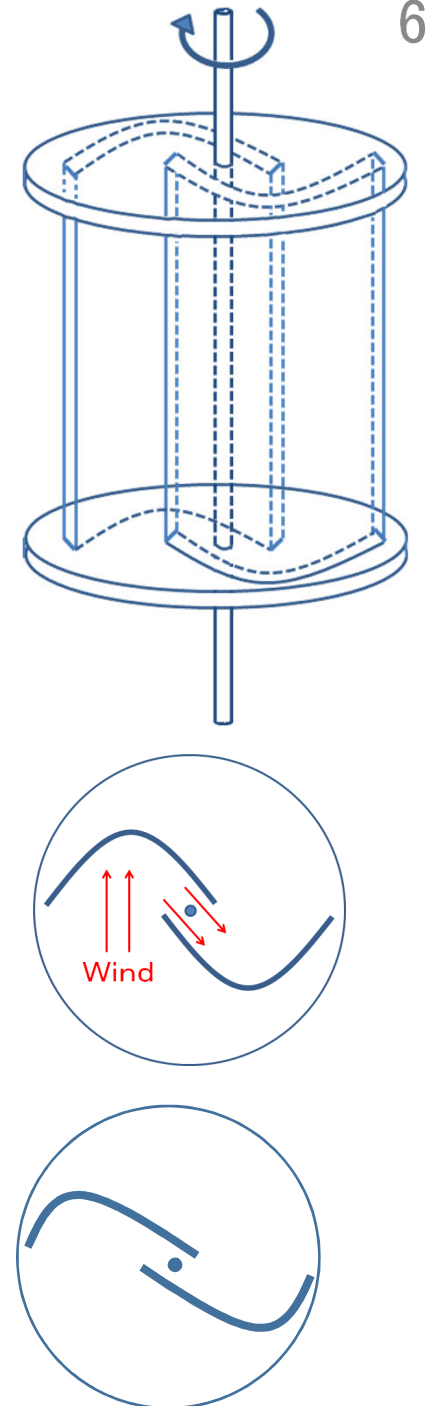
水平軸型



抗力型風車
高いトルクを発生する
揚水・換気・製粉に
用いられる

サボニウス風車

- ・中空の円筒を半分に切って
回転軸を介して端をつないだ形
- ・風がブレードを押す力で回転する
- ・ブレードを内側にずらして
重なり部分を設けることで
ブレードで受けた風の一部が
隙間を通ってもう一方の
ブレードに流れ込む
- ・フィンランドの技師
S.J.Savoniusにより提案
1924年に特許が取られた



サボニウス風車の特長

「垂直軸抗力型」風車

- ・風向きの変化の大きい場所にも設置できる
- ・起動性が高く、弱い風でも起動ができる
- ・小型
- ・回転音が静かである（風切り音がしない）
- ・発電機などを風車下部に置けるため、安定した構造である
- ・高いトルクを発生するため、揚水や換気などに用いられる

→市街地への設置、他の風車の起動用、洋上への設置
が期待される



埼玉県内の市街地にて撮影



足利工業大学 風と光の広場（撮影：河村哲也先生）

よく行われるシミュレーション

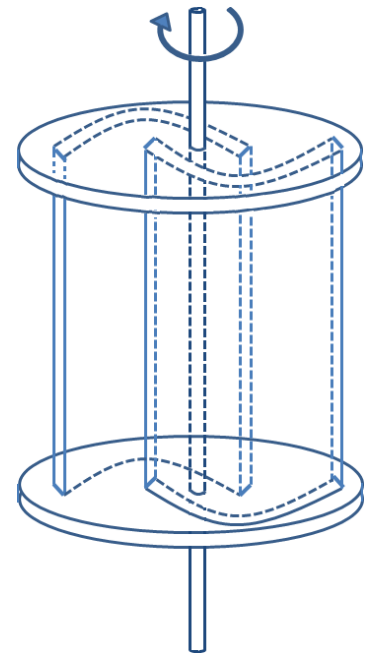
風車を強制的に**定常回転**させて、風を当てて特性を測る
(扇風機状態)

何故？ ・実際に風車が働いているとき(＝定常回転)の
性能を知りたい
・流体中を非定常に運動する物体の計算は難しい

実際は、**非定常回転**(風が当たって風車が回転する)

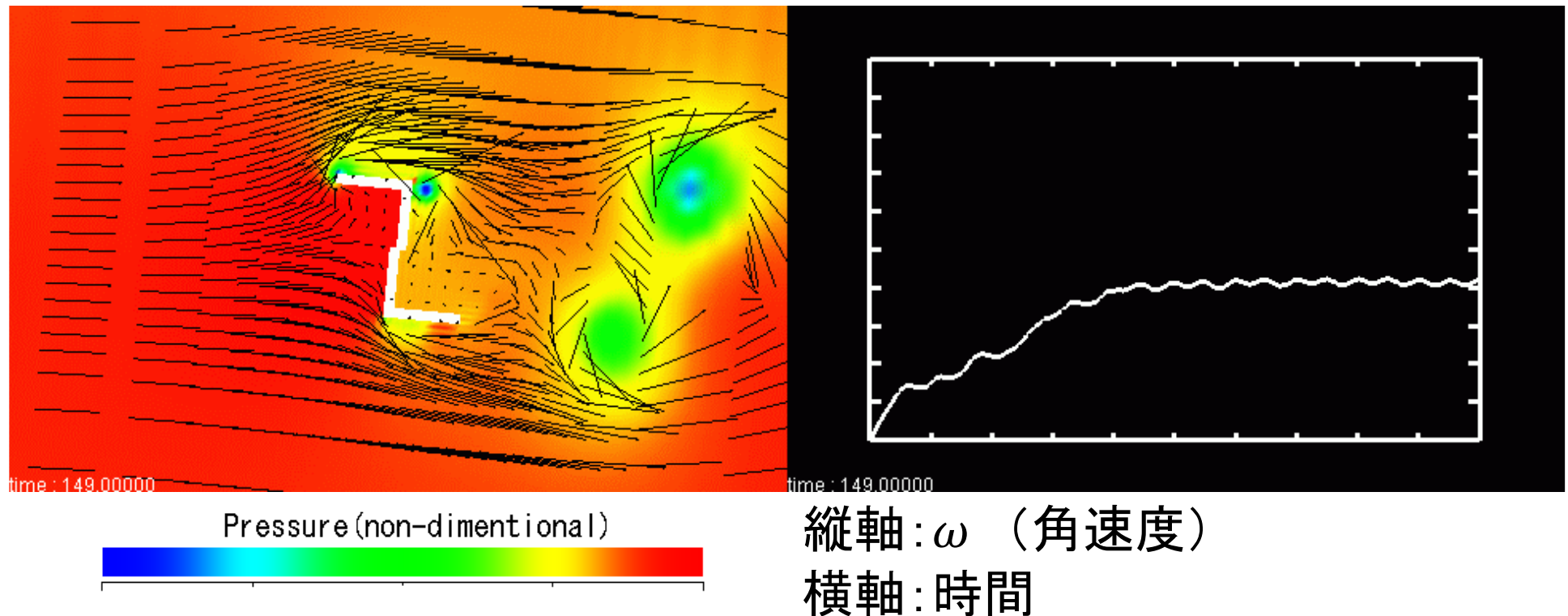
今日ご紹介するのは

非定常回転(風が当たって風車が回転する)
慣性の影響を含んだ計算
→風車の加速・減速が計算できる(はず)



結果(概要)

静止状態の風車に風を当てると回転を始める
徐々に速度が上がり、ほぼ一定速度になる



計算方法(計算手順の概要)

1. 風車まわりの流れの計算

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} - \omega^2 X + 2\omega V = -\frac{\partial p}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} - \omega^2 Y - 2\omega U = -\frac{\partial p}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right)$$

2. トルク N の計算

$$\Delta N = \Delta x_w (p_{in} - p_{out}) \times r$$

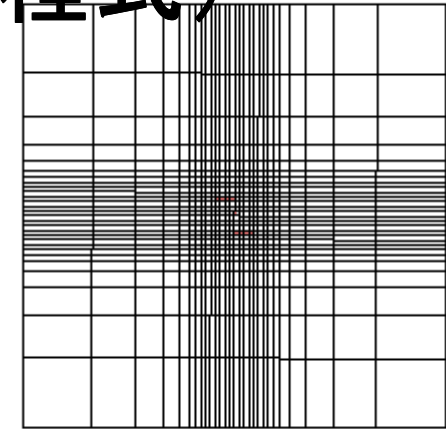
3. 風車の運動方程式を計算(ルンゲ・クッタ法)

$$I \frac{\partial \omega}{\partial t} = N - B$$

4. 計算された ω に従って風車を動かす

計算方法(1. 流れの計算:基礎方程式)

- ・非圧縮性Navier-Stokes方程式
- ・風車ブレードとともに回転する
二次元の回転座標系(右図)

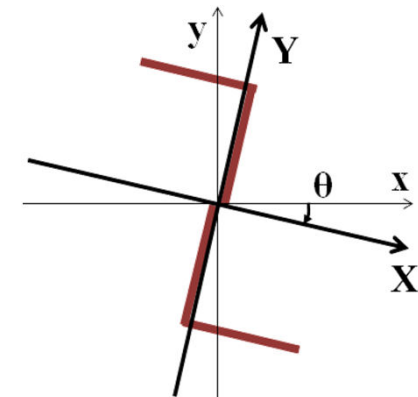


$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} - \overset{\text{遠心力}}{\omega^2 X} + \overset{\text{コリオリ力}}{2\omega V} = -\frac{\partial p}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right)$$

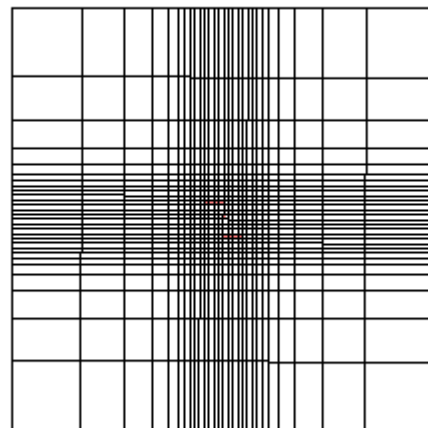
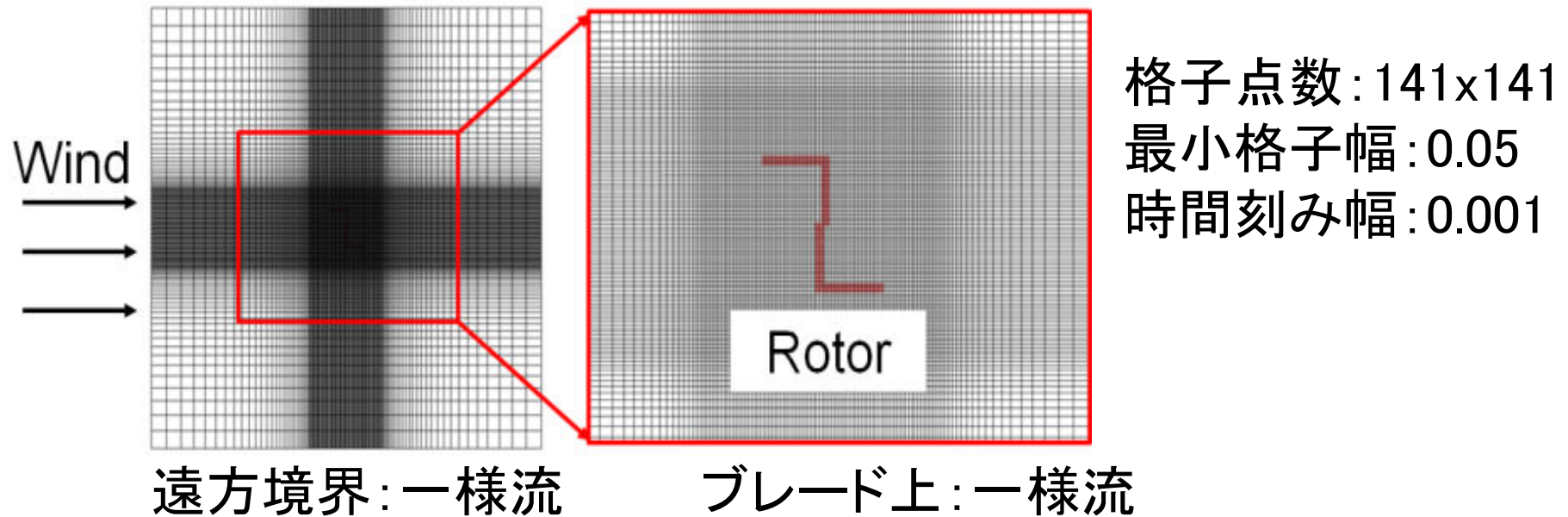
$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} - \omega^2 Y - 2\omega U = -\frac{\partial p}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right)$$

(X, Y) 回転座標, (U, V) : 相対速度,
 (x, y) : 静止座標, (u, v) : 絶対速度,
 p : 圧力, t : 時間, ω : 角速度(変数),
 Re : 風車半径と一様流速に基づいた
 レイノルズ数 $(= 10^5)$



計算方法

(1. 流れの計算: 格子・境界条件)



格子全体が風車と共に回転
(このイメージ図は定常回転)

計算方法

(1. 流れの計算: 計算手法・差分)

フラクショナル・ステップ法

$$U^* = U^n + \Delta t \left\{ -U^n \frac{\partial U^n}{\partial X} - V^n \frac{\partial U^n}{\partial Y} + \omega^2 X - 2\omega V + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U^n}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U^n}{\partial Y^2} \right) \right\}$$

$$V^* = V^n + \Delta t \left\{ -U^n \frac{\partial V^n}{\partial X} - V^n \frac{\partial V^n}{\partial Y} + \omega^2 Y + 2\omega U + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V^n}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V^n}{\partial Y^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 p^{n+1}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 p^{n+1}}{\partial Y^2} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\partial U^*}{\partial X} + \frac{\partial V^*}{\partial Y} \right)$$

$$U^{n+1} = U^* - \Delta t \frac{\partial p^{n+1}}{\partial X}$$

$$V^{n+1} = V^* - \Delta t \frac{\partial p^{n+1}}{\partial Y}$$

差分

移流項: 3次精度の上流差分

$$f \frac{\partial u}{\partial x} \sim f \frac{-u_{i+2} + 8(u_{i+1} - u_{i-1}) + u_{i-2}}{12\Delta x} + \frac{|f|\Delta x^3}{12} \frac{u_{i+2} - 4u_{i+1} + 6u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{\Delta x^4}$$

それ以外の空間差分: 中心差分

$$\frac{\partial u}{\partial x} \sim \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x}$$

計算方法(2. トルクの計算)

- ・風車が風を受けて発するトルク N は
風車ブレードの表裏にかかる
圧力差から計算する

- ・右上図の微小領域にかかるトルクは

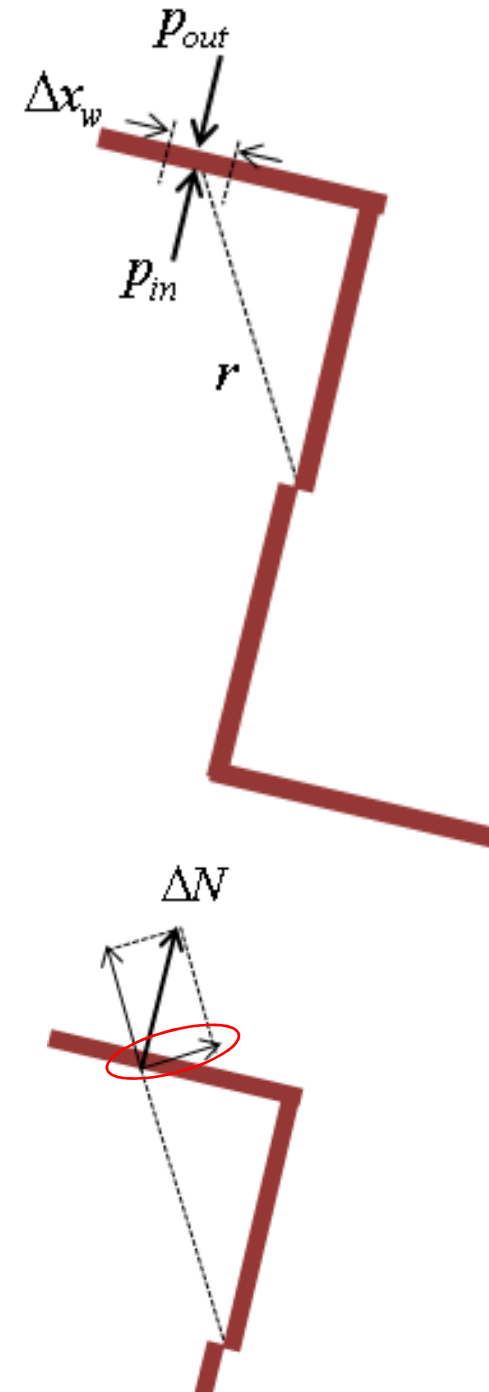
$$\Delta N = \Delta x_w (p_{in} - p_{out}) \times r$$

マイナスになる可能性もある。

- ・ ΔN の回転方向成分をとる

↓

ブレード上すべての領域に対して
積分したものを全体のトルクとする



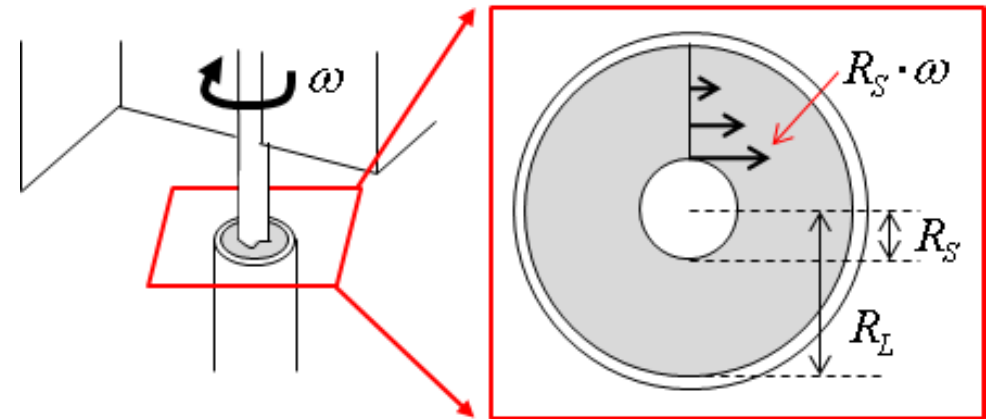
計算方法(3. 風車の運動方程式)

風車の運動方程式: $I \frac{\partial \omega}{\partial t} = N - B$

I : 慣性モーメント(定数)
 N : 風車が風を受けて発するトルク
 B : 風車軸が軸受から受ける抵抗

B として、風車軸と軸受との間にはたらく粘性抵抗を考える
 単位面積当たりの粘性力は、速さの勾配に比例する
 速度勾配は、風車が角速度 ω で回転する場合 $\frac{R_S \cdot \omega}{R_L - R_S}$

比例係数(粘性係数)を
 μ とすると、風車軸と
 軸受の間に発生する
 単位面積当たりの
 粘性力は $\mu \times \frac{R_S \cdot \omega}{R_L - R_S}$



計算方法(3. 風車の運動方程式)

風車の運動方程式: $I \frac{\partial \omega}{\partial t} = N - B$

I : 慣性モーメント(定数)
 N : 風車が風を受けて発するトルク
 B : 風車軸が軸受から受ける抵抗

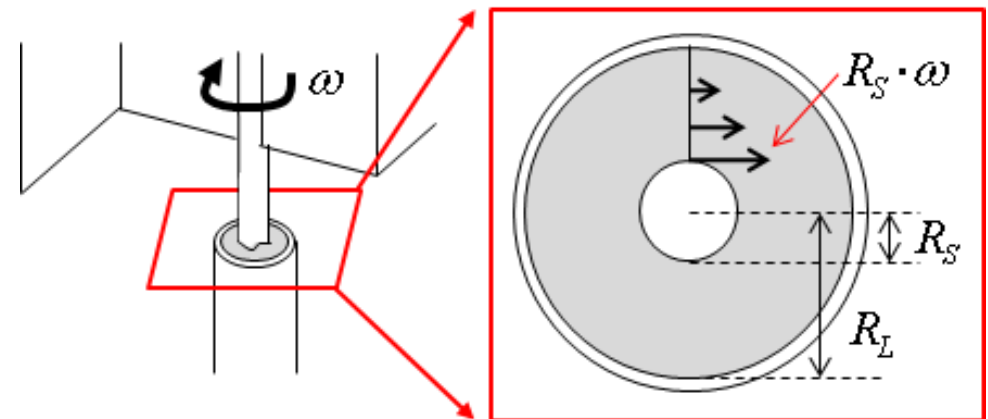
風車軸と軸受の接触面積とモーメントを考えると

$$B = 2\pi R_s \times \left(\mu \times \frac{R_s \cdot \omega}{R_L - R_s} \right) \times R_s$$

係数を γ にまとめれば

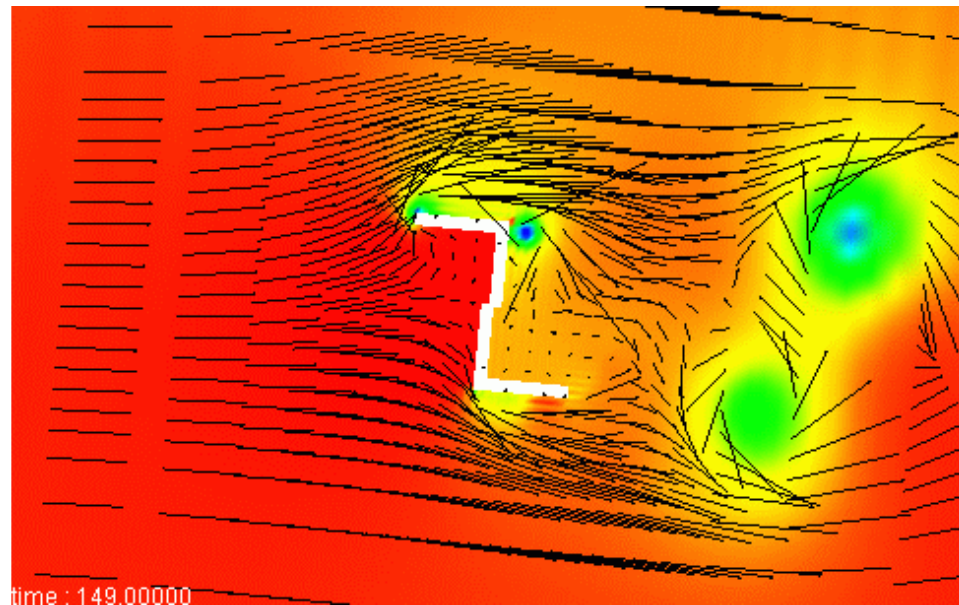
$$B = \gamma \omega$$

B は抵抗の強さ γ と
角速度 ω の積で表せる

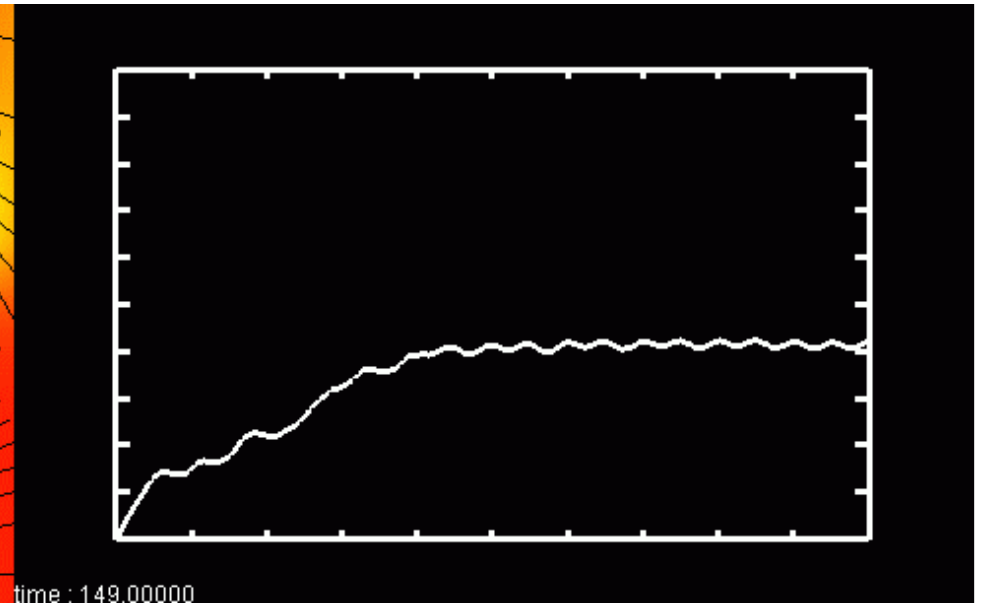


結果(再掲)

静止状態の風車に風を当てると回転を始める
徐々に速度が上がり、ほぼ一定速度になる



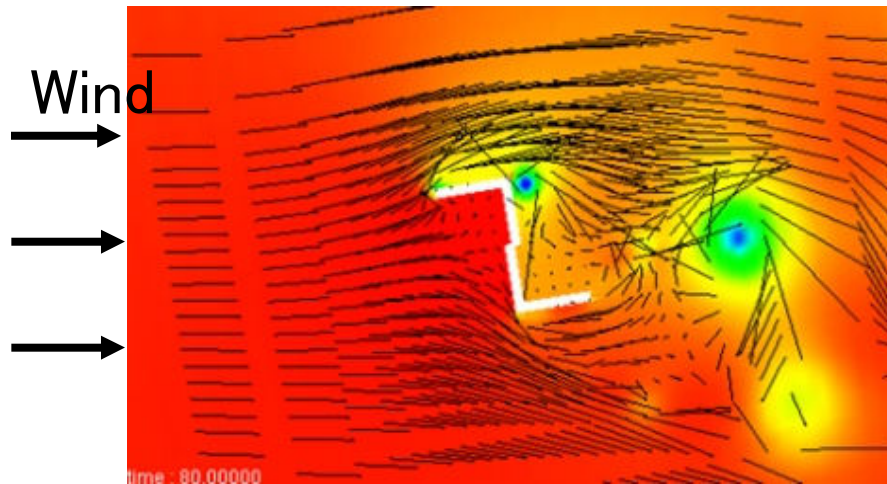
Pressure (non-dimentional)



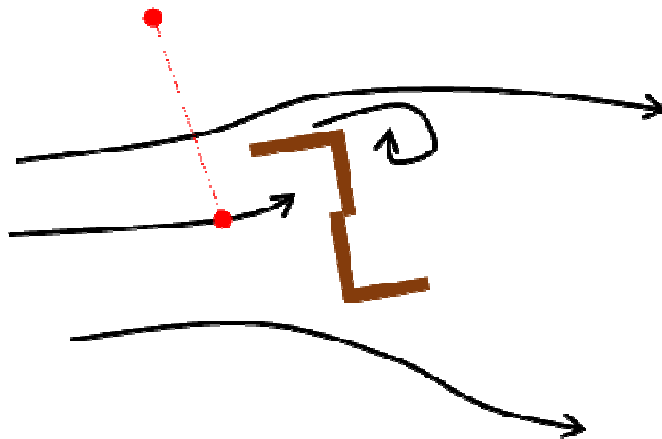
縦軸: ω (角速度)

横軸: 時間

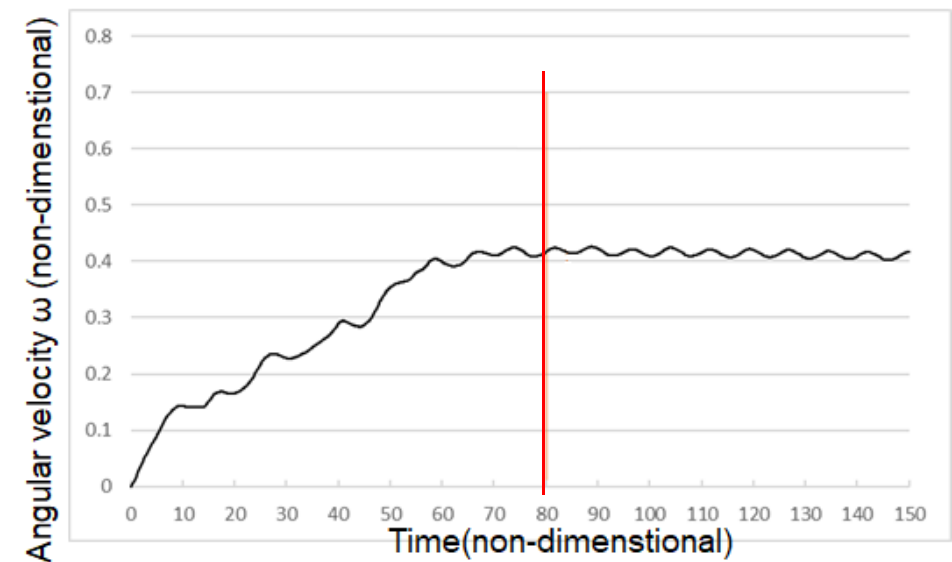
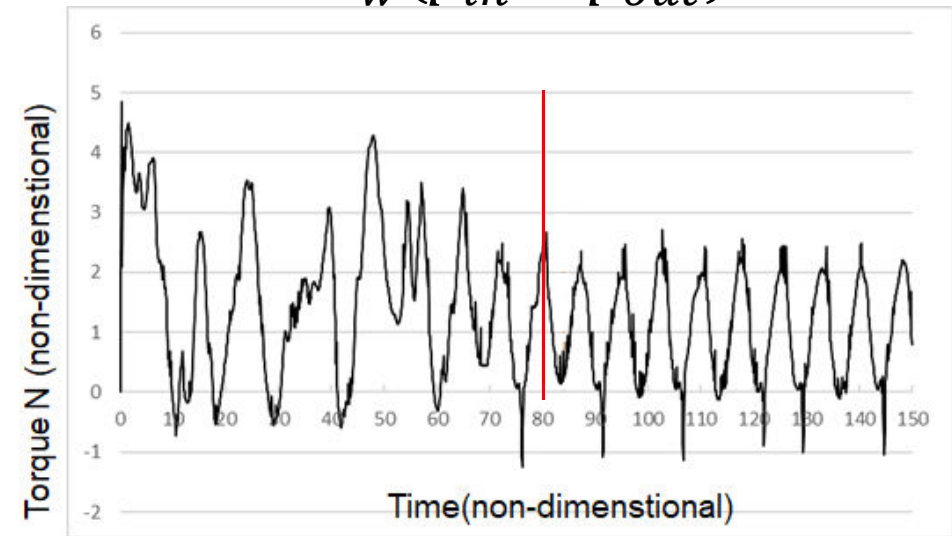
回転しやすい



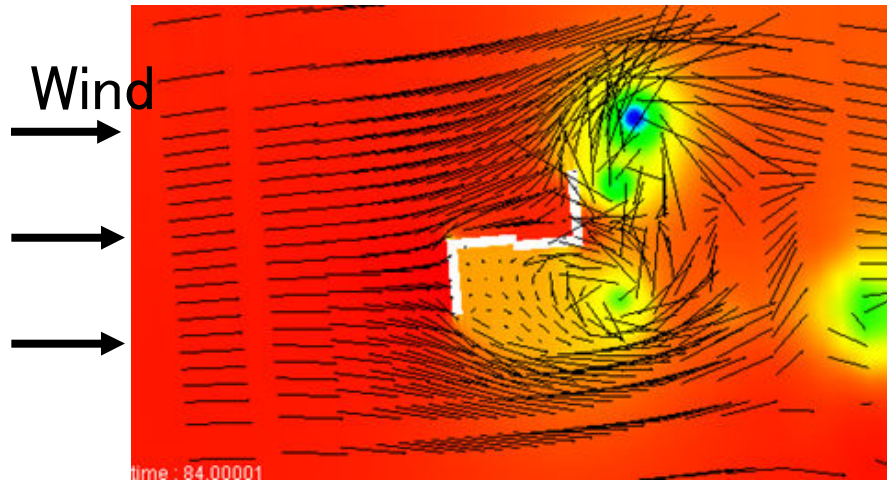
Wind push the blade to clockwise



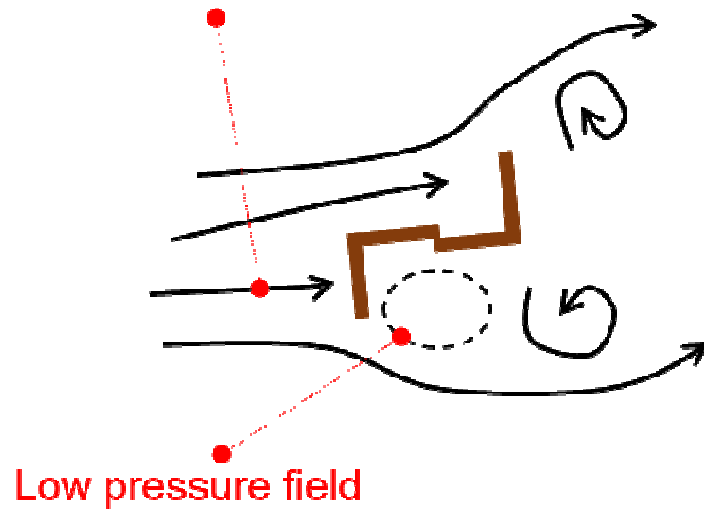
$$\Delta N = \Delta x_w (p_{in} - p_{out}) r$$



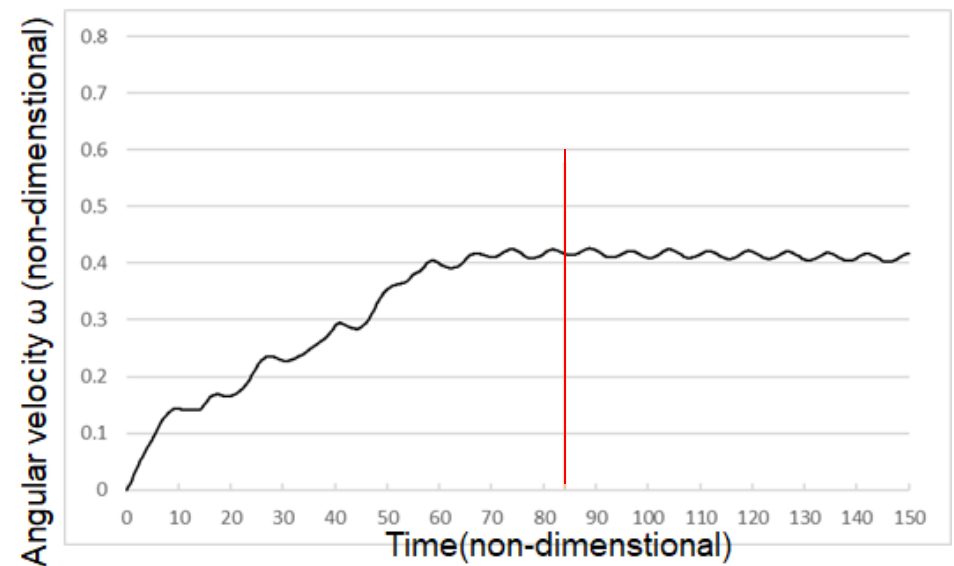
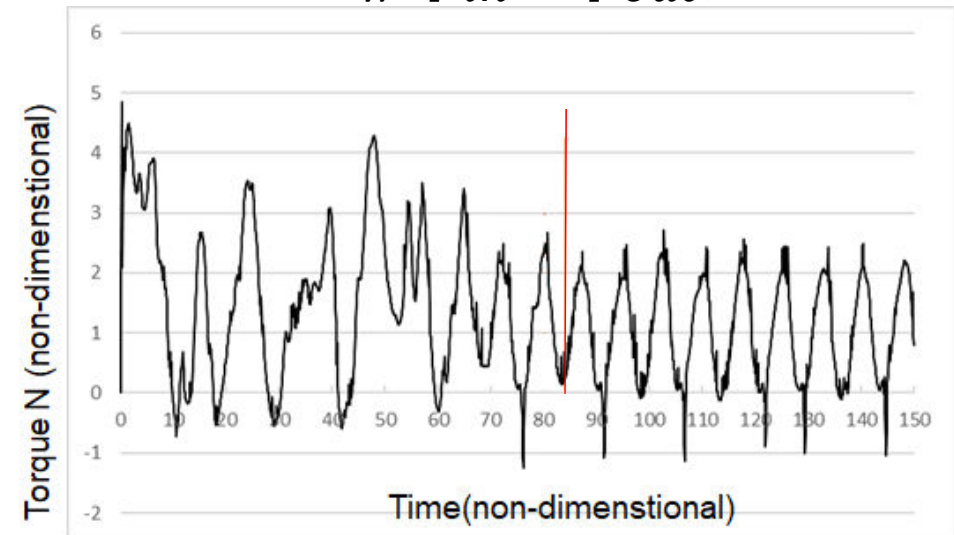
回転しづらい



Wind push to counterclockwise

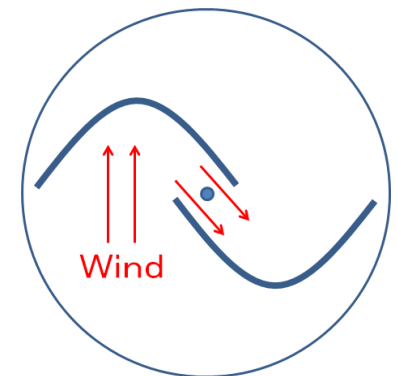
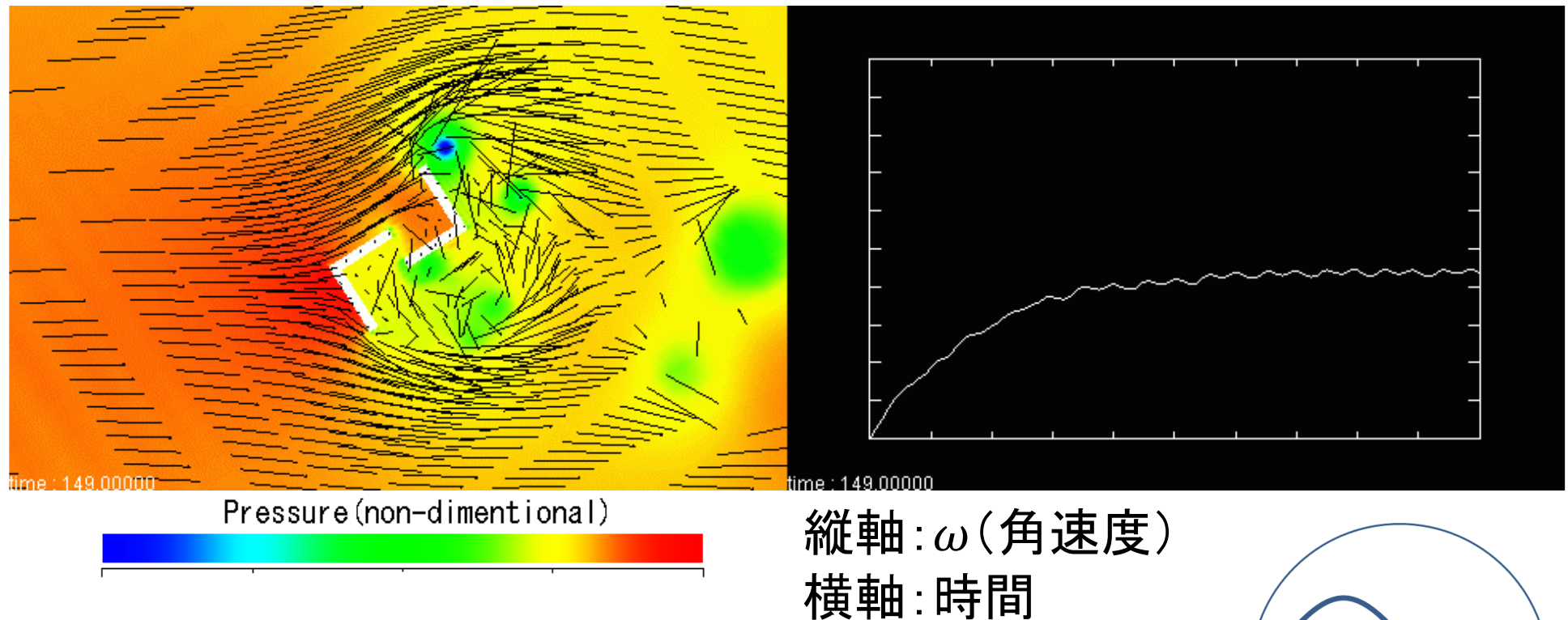


$$\Delta N = \Delta x_w (p_{in} - p_{out}) r$$



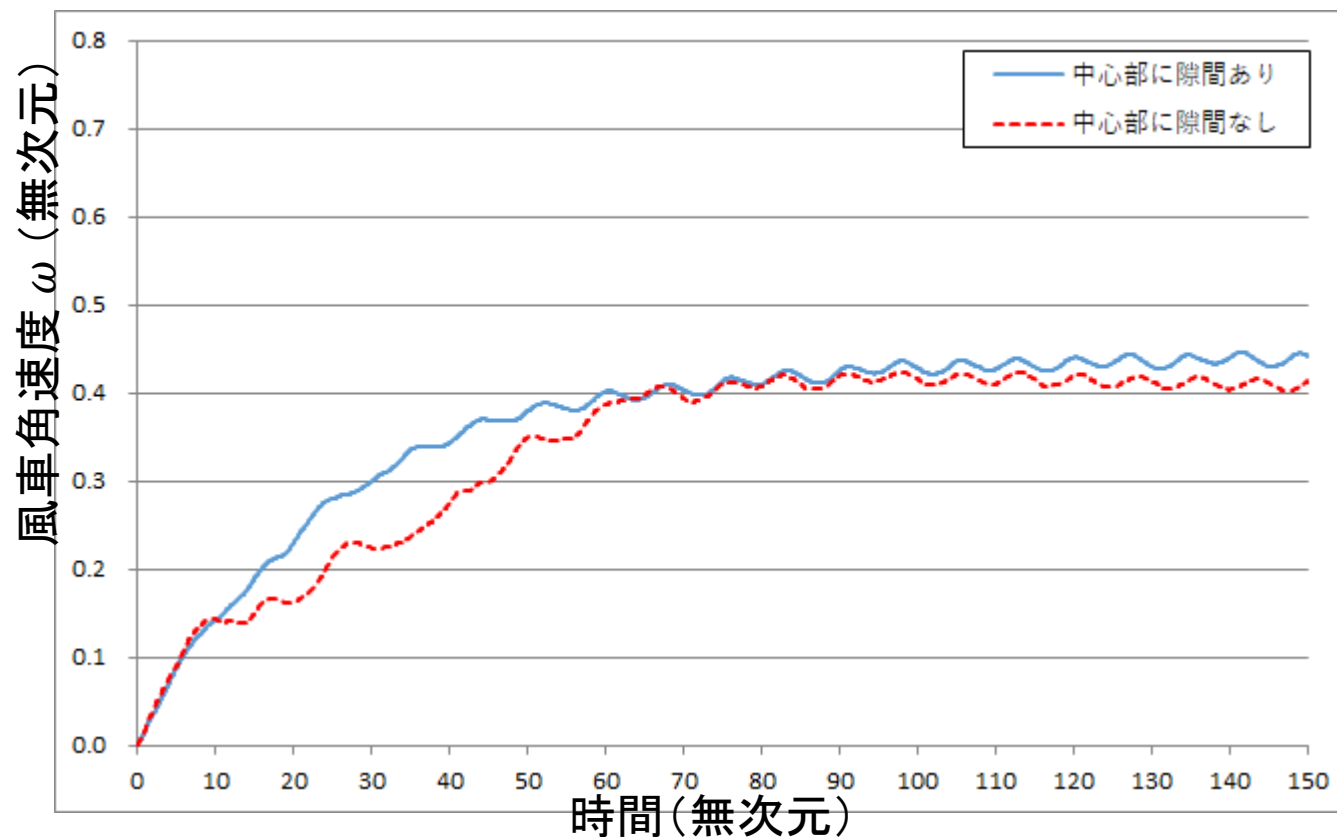
結果(風車中心部に隙間)

ω の時間変化(徐々に速度が上がり、ほぼ一定速度になる)
立ち上がり時の ω の変動が、隙間なしの風車に比べて小さい



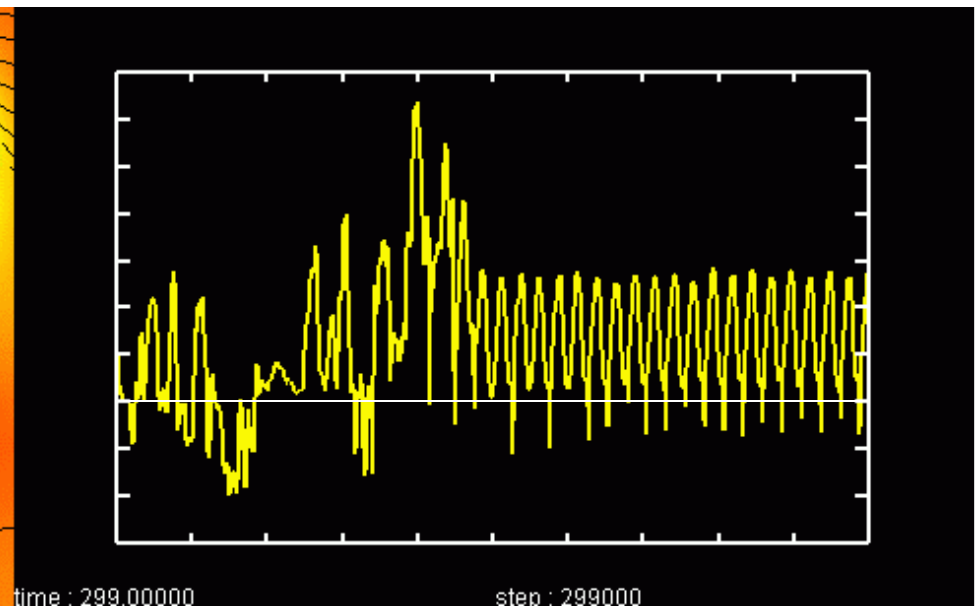
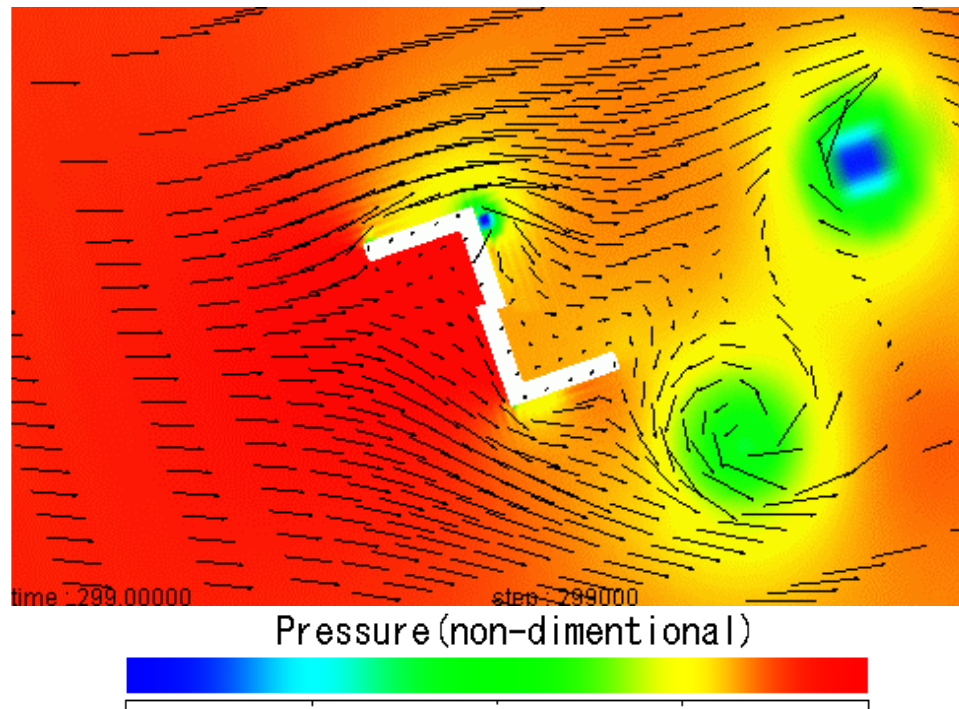
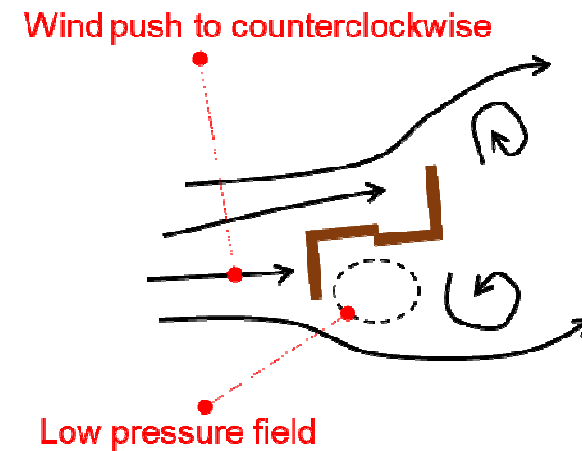
結果(風車中心部に隙間)

- ω の時間変化(徐々に速度が上がり、ほぼ一定速度になる)
- 風車中心部に隙間があると、隙間なしの風車に比べて
 - 回転開始時の ω の変動が小さい。
 - ω の立ち上がりが早い。
 - 一定速度になった後の、 ω が大きい。



結果(回転しづらい位置からの回転開始)

トルク係数が負からのスタート。
なかなか回転を開始できない。
(アニメーションは5倍速)



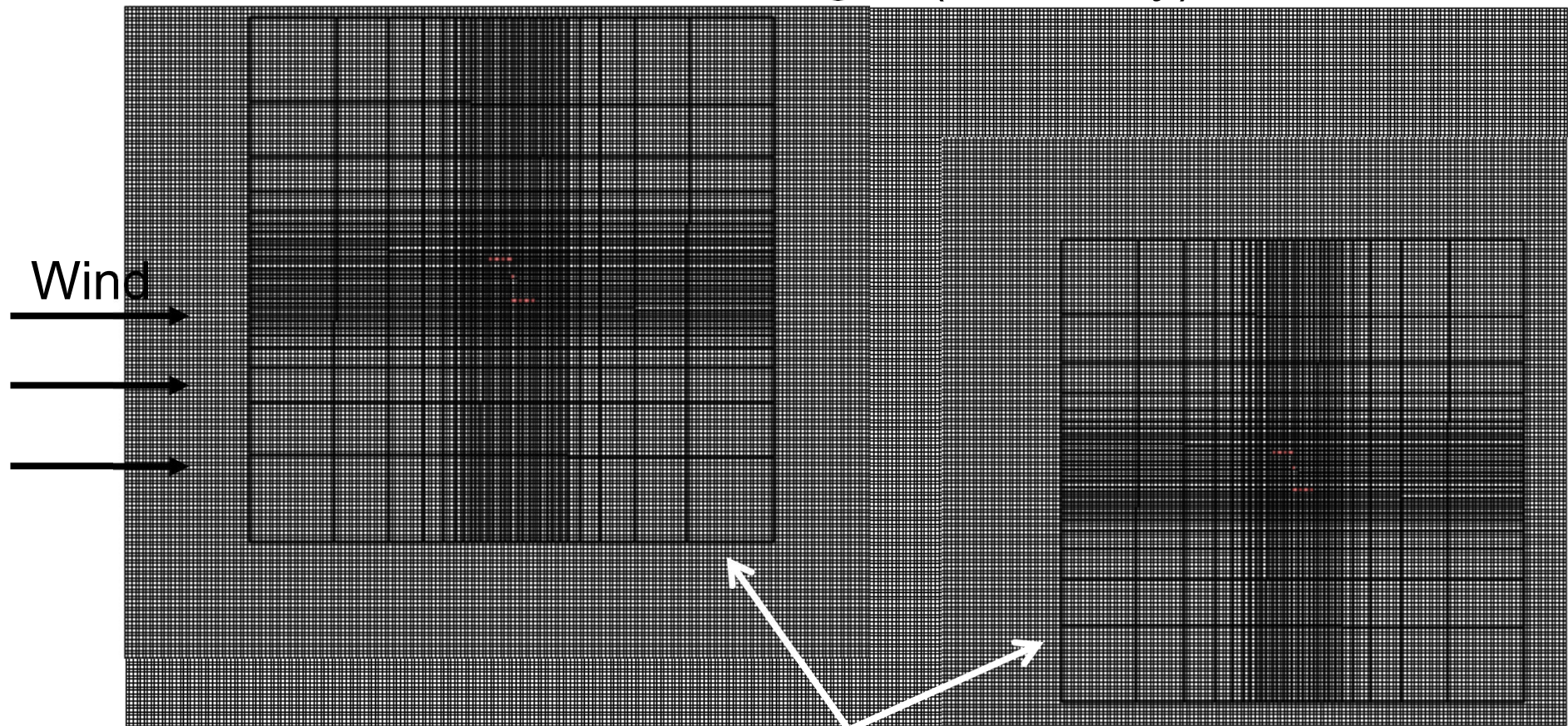
縦軸:トルク係数

横軸:時間

今後の予定

非定常回転する複数風車の数値シミュレーション
上流側風車が下流側風車に与える影響を調べる

External grid (stationary)



Internal grids (rotate independently)

第2部

回転しづらい位置からの回転開始

→特性改善の試み

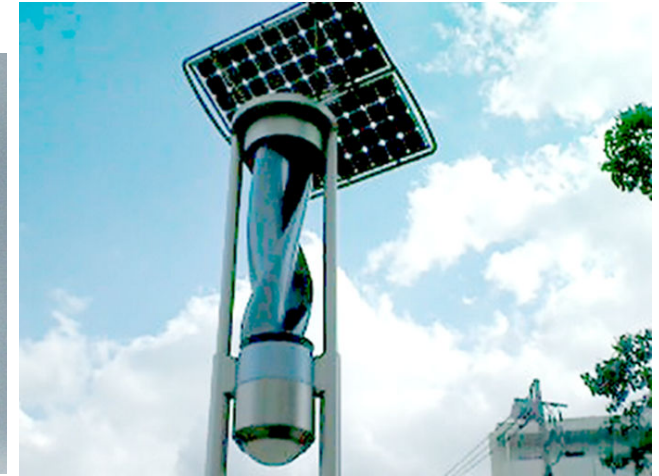
※タイトルに反しますが、定常回転のシミュレーションです。

起動性改善・回転時のトルク変動抑止の 取り組み

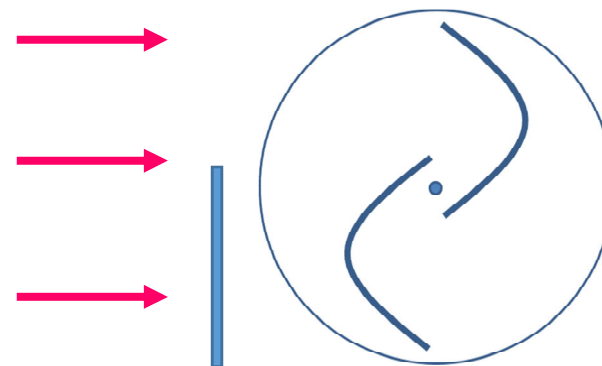
多段型



ねじり型



ガイドベーンの設定



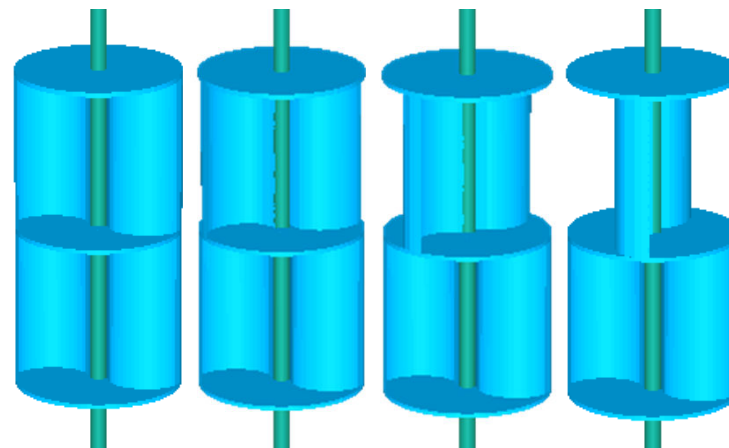
多段型のシミュレーション

多段型(2段)の検証(シミュレーション)

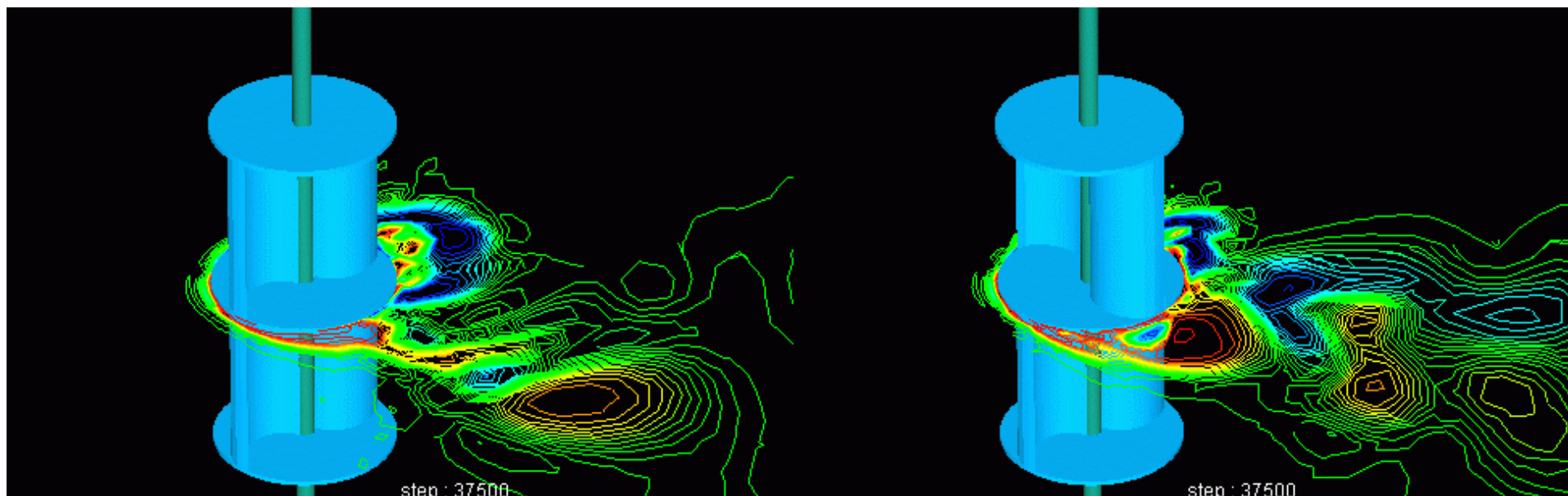


シミュレーション結果(ずれなし)

ずれなし 30度ずれ 60度ずれ 90度ずれ



(90度ずれ)



渦度
時計回り 反時計回り

計算手順

連続の式

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0$$

運動方程式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} - \omega^2 X + 2\omega V = -\frac{\partial p}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} - \omega^2 Y - 2\omega U = -\frac{\partial p}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial p}{\partial Z} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right)$$

- ・定常回転(ω :定数)
- ・3次元計算

格子数： 周方向72×半径方向60×高さ方向80

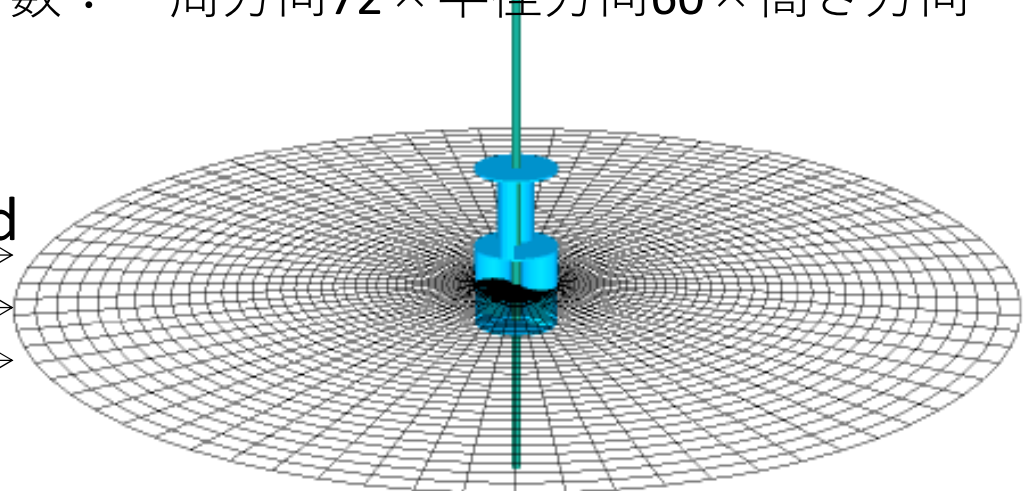
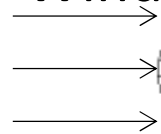
境界条件:

遠方境界:一様流

計算領域上下:自由流出入

風車ブレード上:滑りなし条件

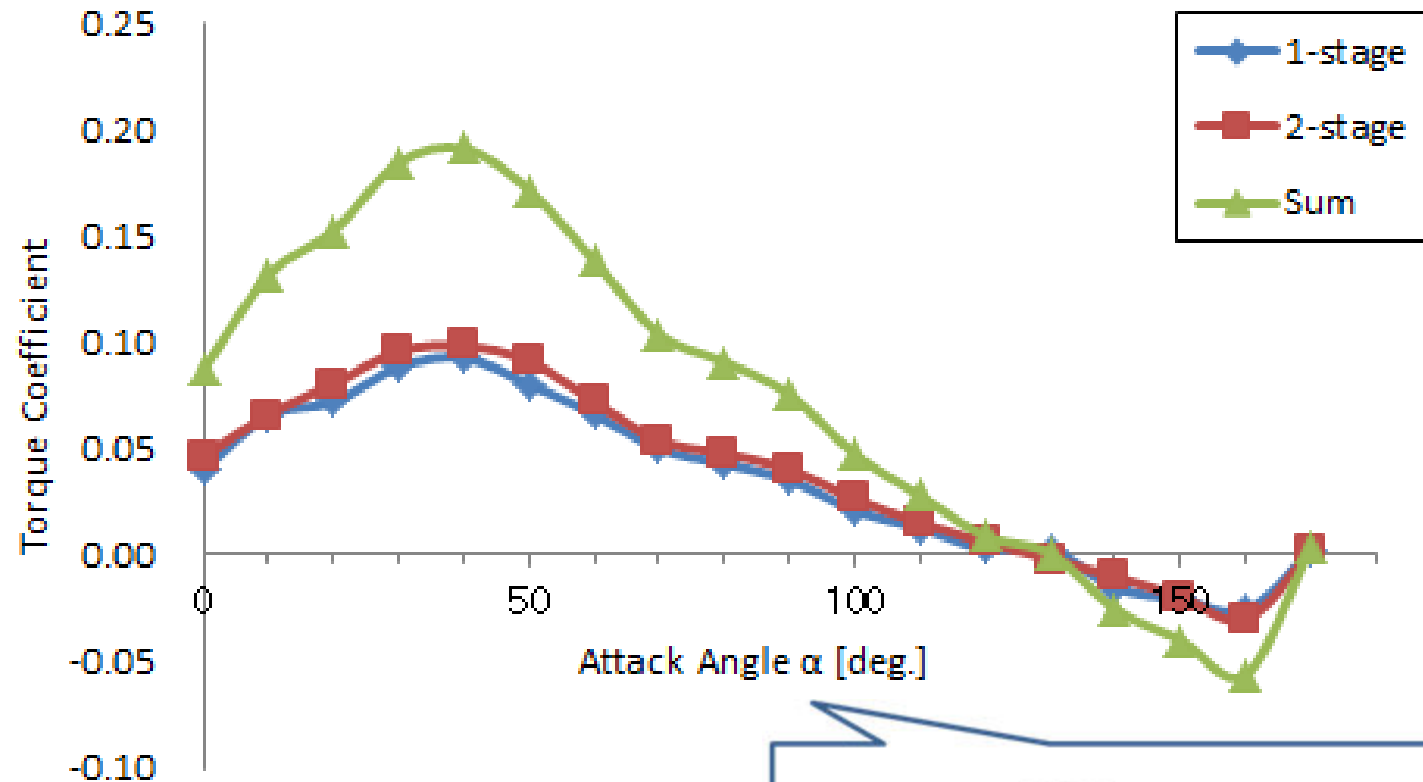
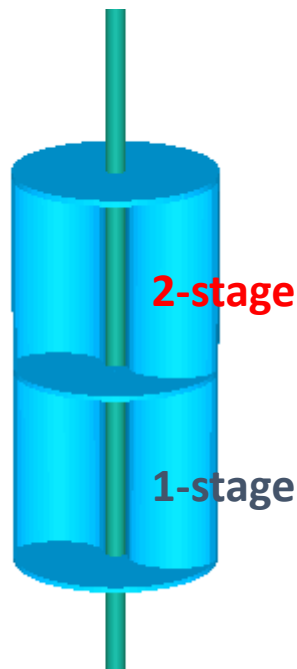
Wind



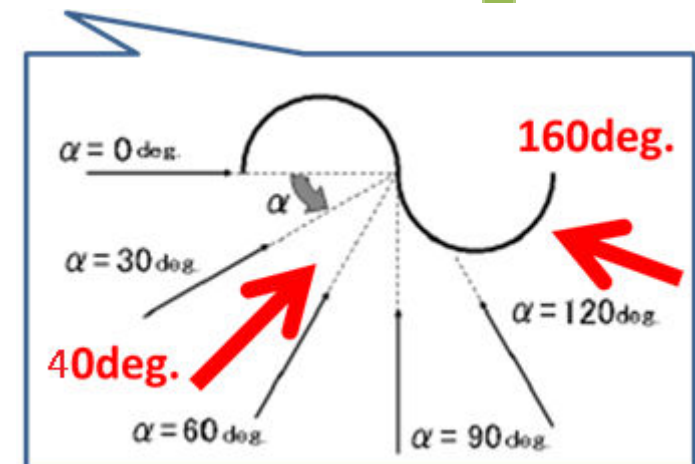
シミュレーション結果(起動特性)

静止した風車に様々な角度から風を当て、トルクを計算

ずれなし

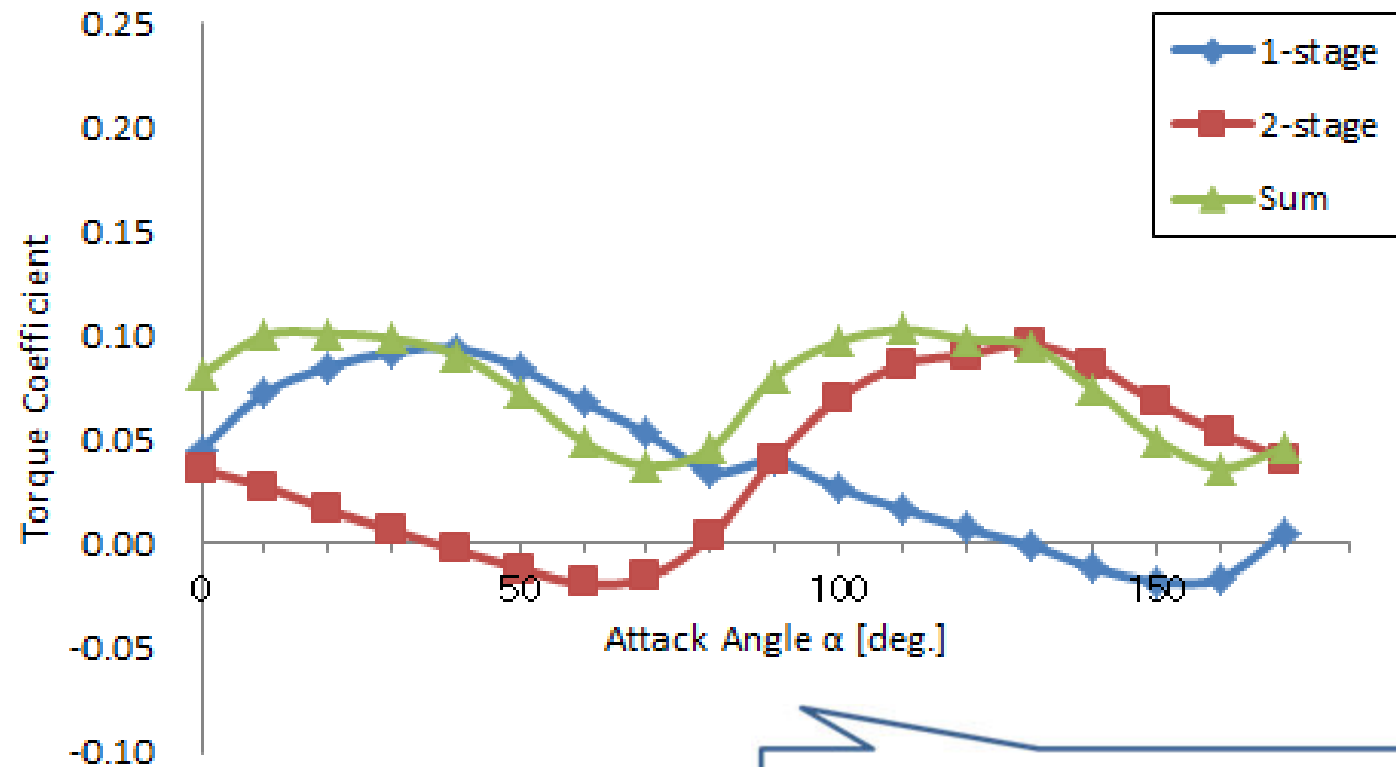
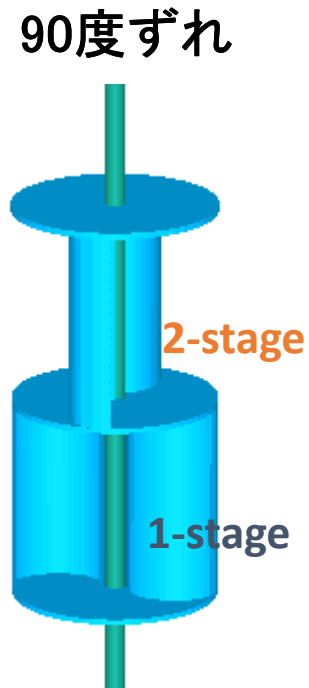


- Attack Angle = 40deg.付近で、静止トルク最大
- Attack Angle = 130~160deg.の間では、静止トルクが負(起動できない状態)

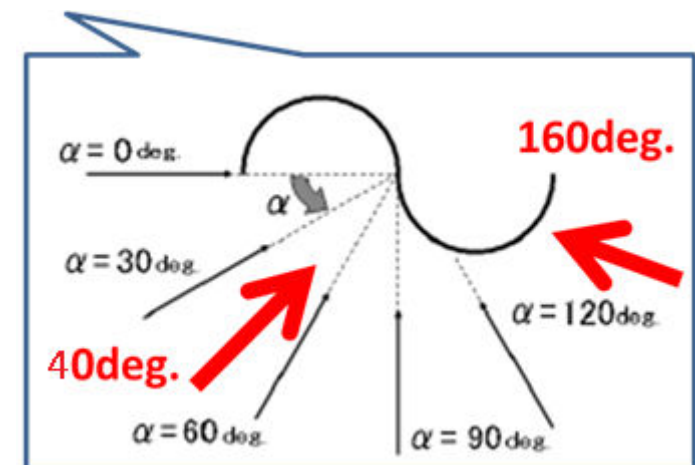


シミュレーション結果(起動特性)

静止した風車に様々な角度から風を当て、トルクを計算



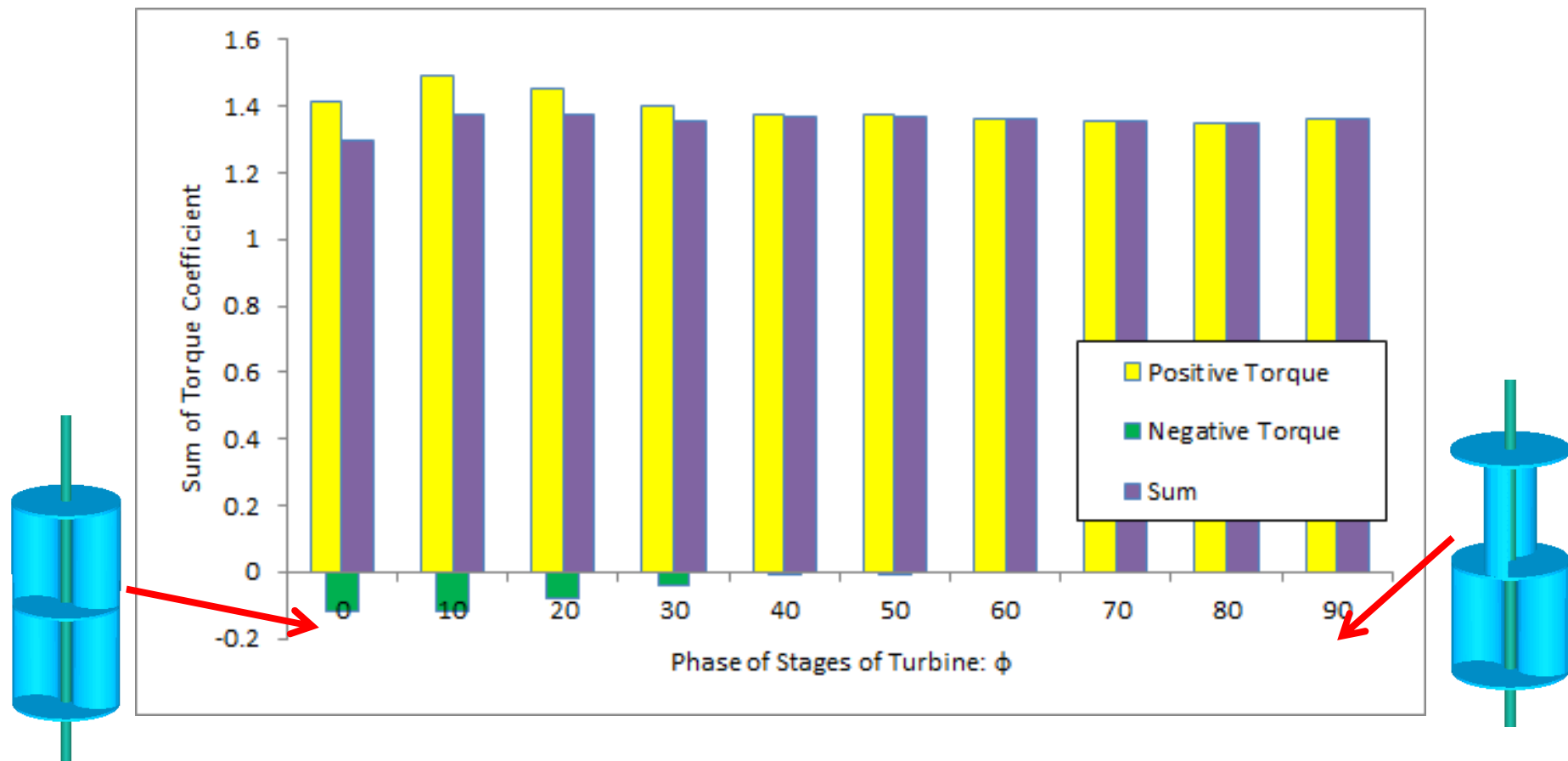
静止トルクが負になる部分を
1段目と2段目を重ねることで相殺



シミュレーション結果(起動特性)

静止した風車に様々な角度から風を当て、トルクを計算

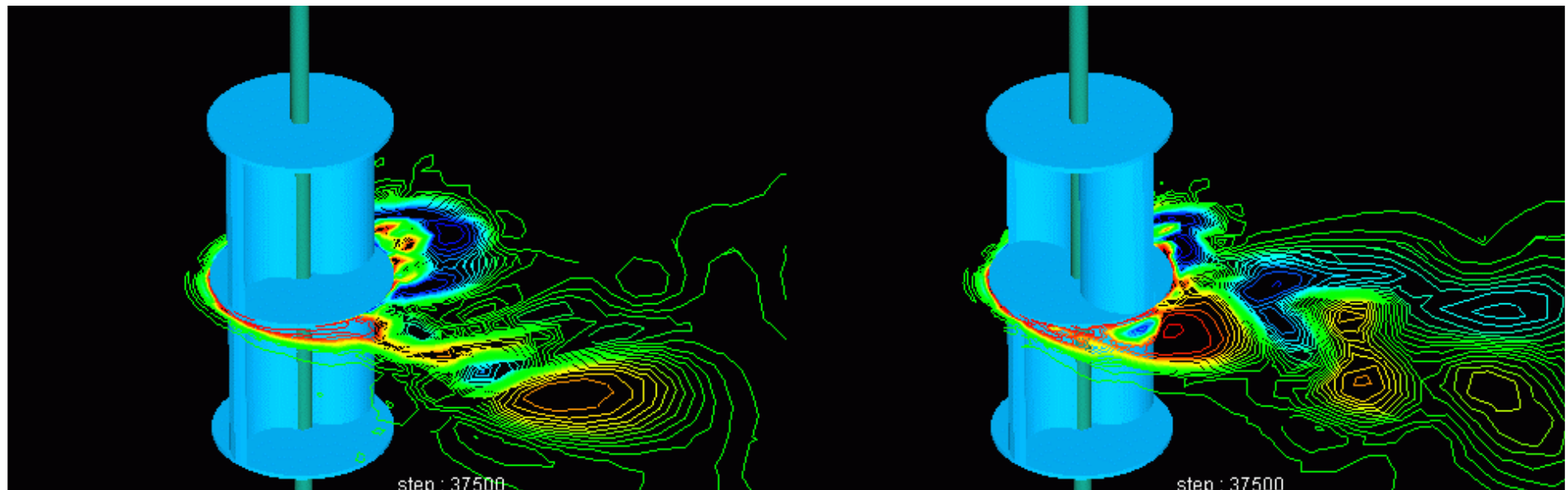
正のトルクの積分値を黄色、負のトルクの積分値を緑、合計を紫
→60度以上ずらすと、負のトルクがなくなる



シミュレーション結果(回転時の特性)

シミュレーション結果(ずれなし)

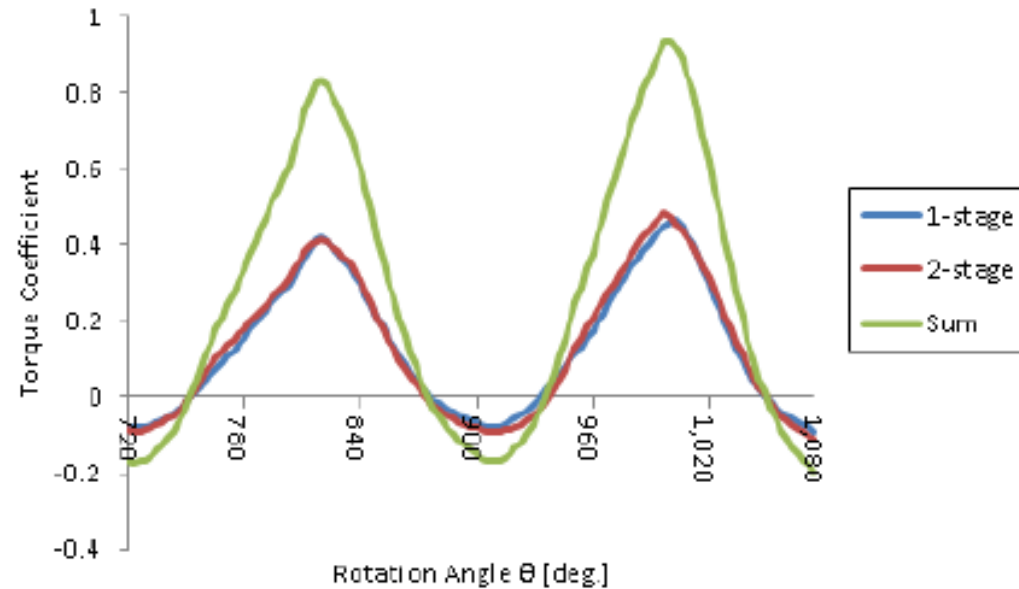
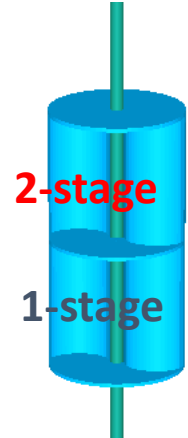
(90度ずれ)



時計回り 渦度 反時計回り

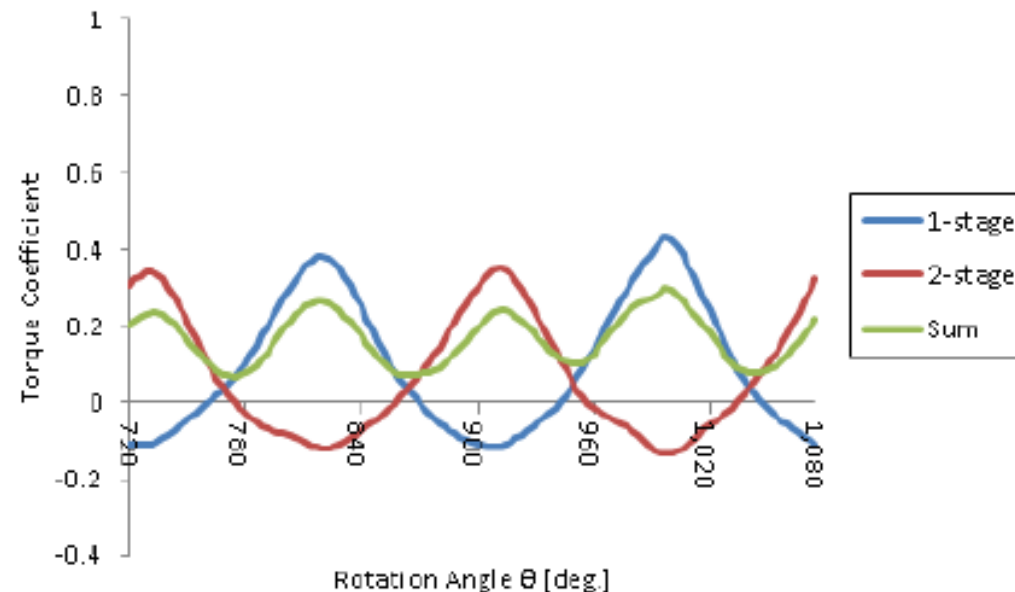
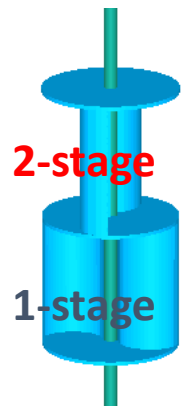
シミュレーション結果（回転時の特性）

ずれなし



周速比0.5
 # 風速1.0に対して
 # 風車羽先端の
 # 速度が0.5
 の速さで風車が
 一回転するときの
 トルク係数の
 時間変化

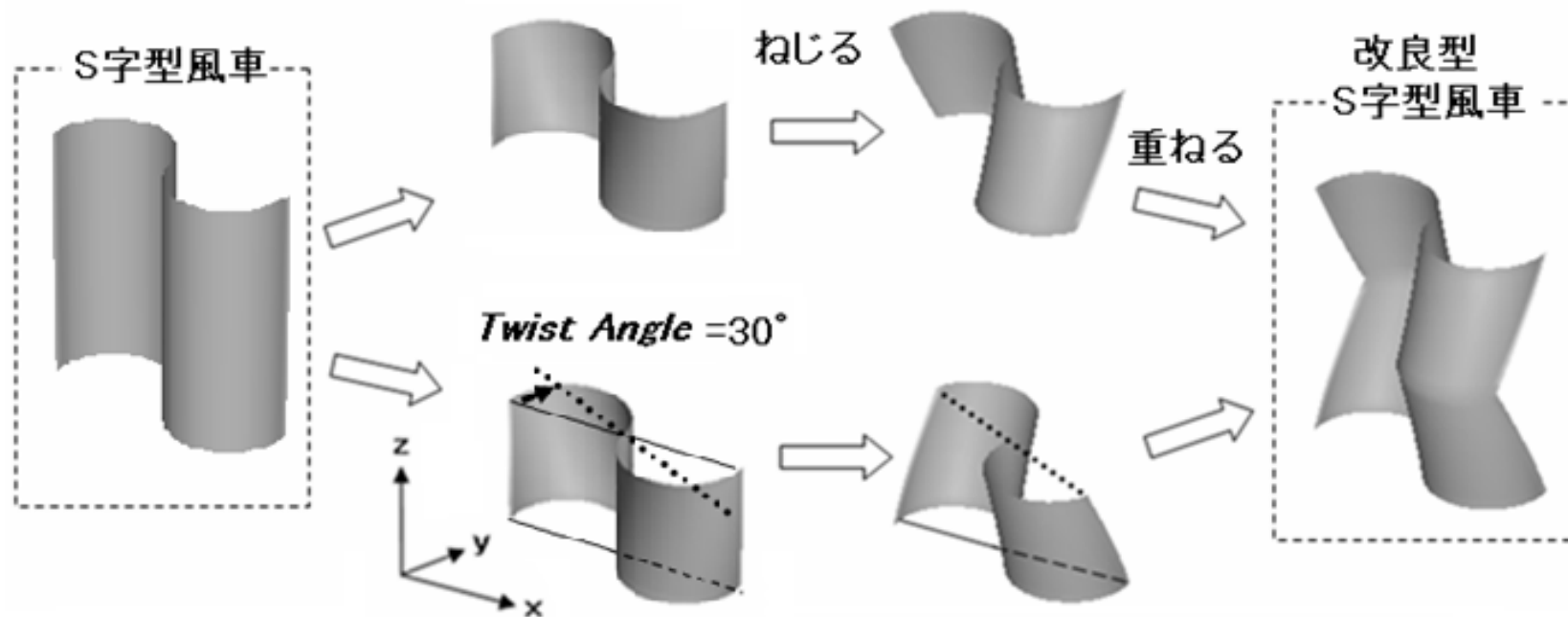
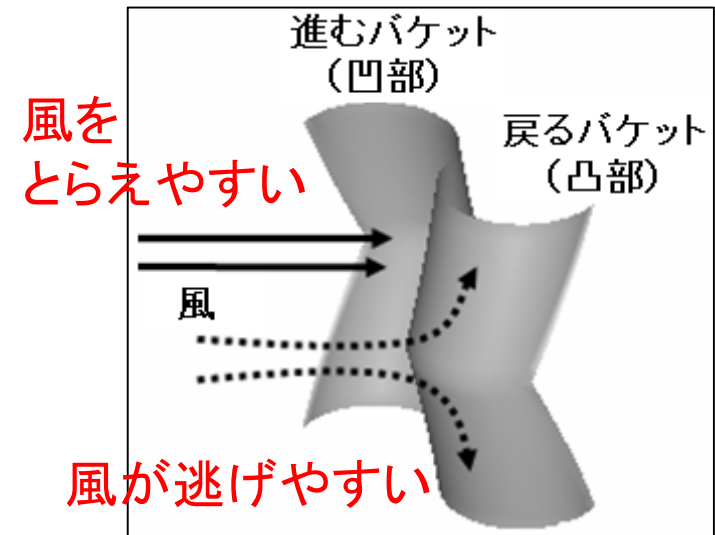
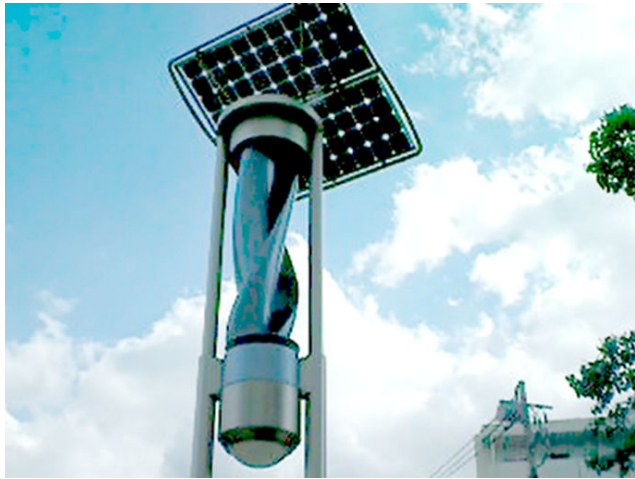
90度ずれ



1段目2段目の風車が
 それぞれ発生する
 トルクの変動周期が
 ずれる
 →トルク変動が
 平滑化される
 →耐久性向上

ねじり型のシミュレーション

ねじり型の改造→検証(シミュレーション)



計算手順

連続の式

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0$$

運動方程式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} - \omega^2 X + 2\omega V = -\frac{\partial p}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} - \omega^2 Y - 2\omega U = -\frac{\partial p}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial p}{\partial Z} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right)$$

- ・定常回転(ω : 定数)
- ・3次元計算

計算手順

境界条件:

遠方境界: 一様流

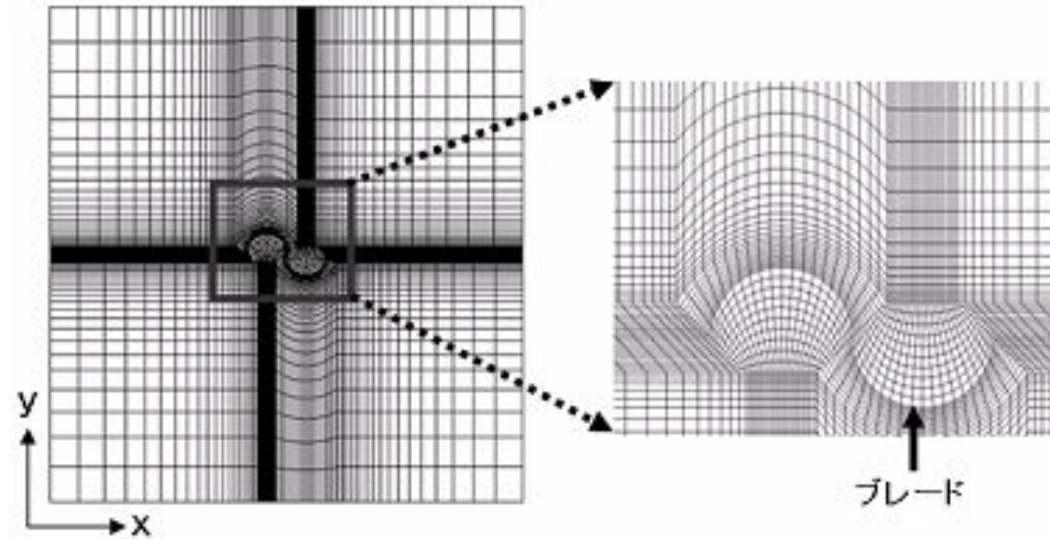
計算領域上下:

自由流出入

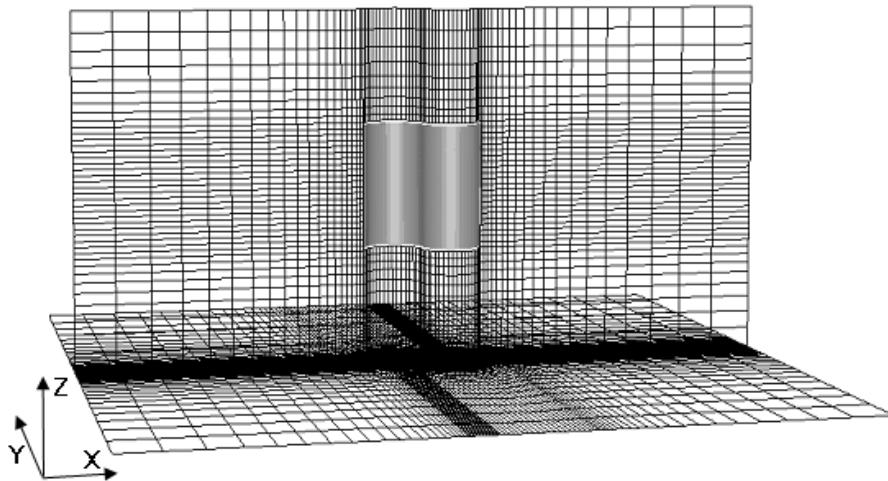
風車ブレード上:

滑りなし条件

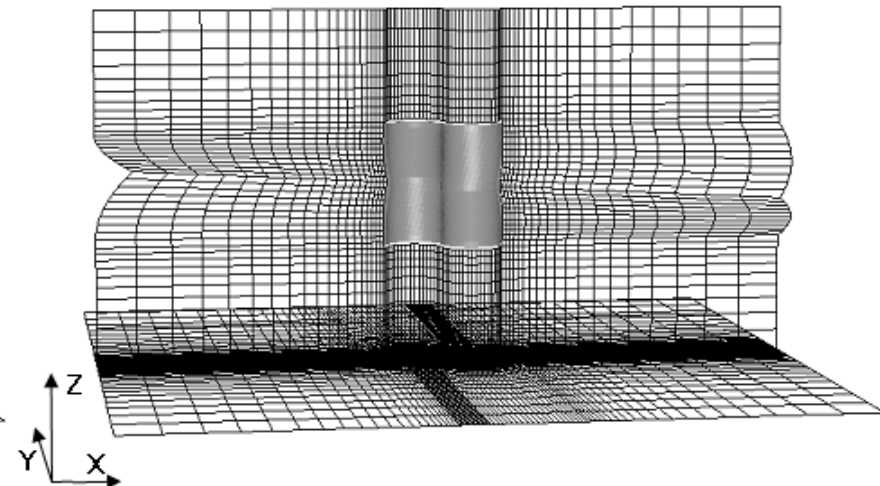
格子(断面)



ねじりなし



30度ねじり



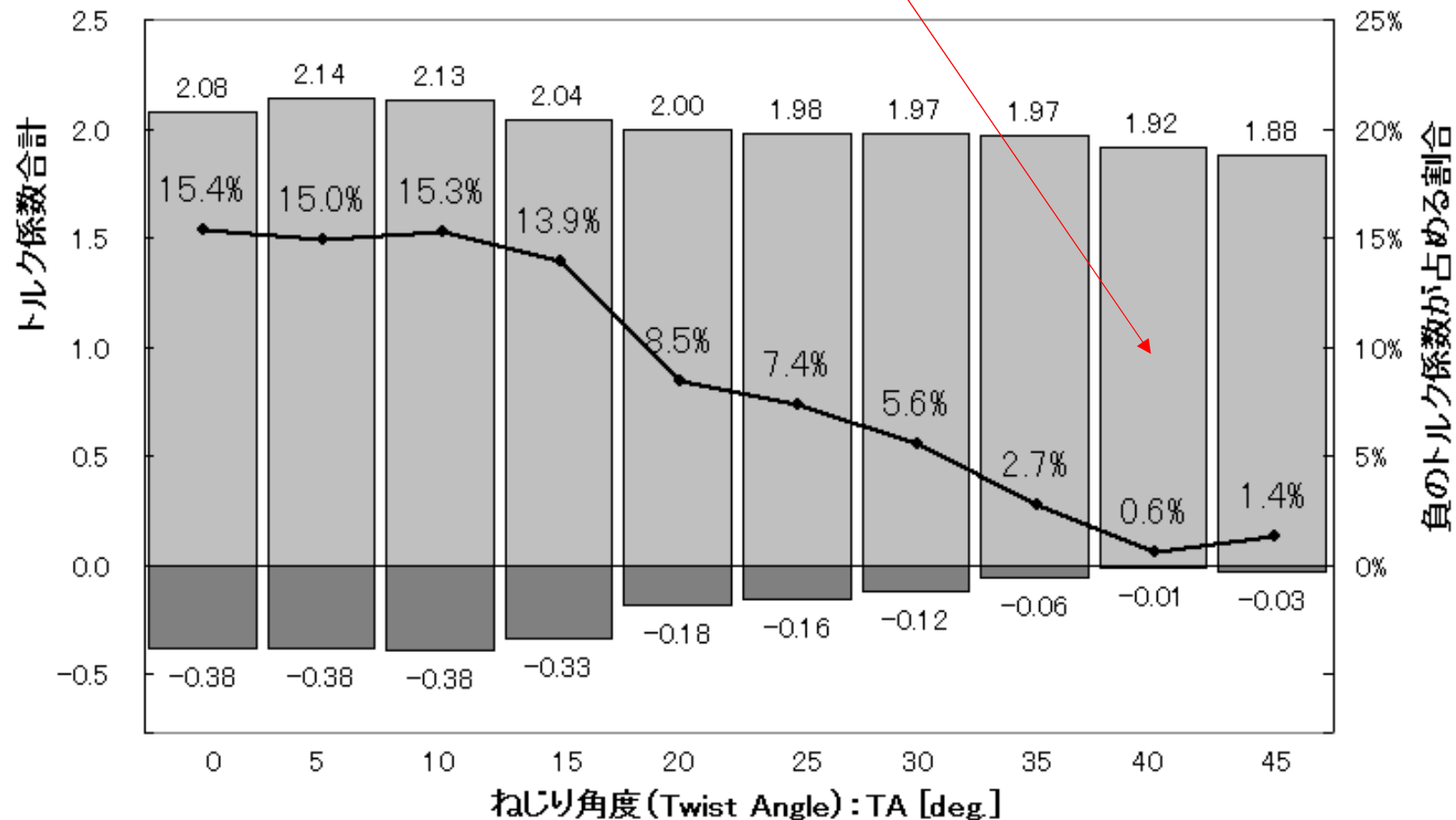
シミュレーション結果(起動特性)

静止した風車に様々な角度から風を当て、トルクを計算

正のトルクの積分値: 灰色、負のトルクの積分値: 濃い灰色

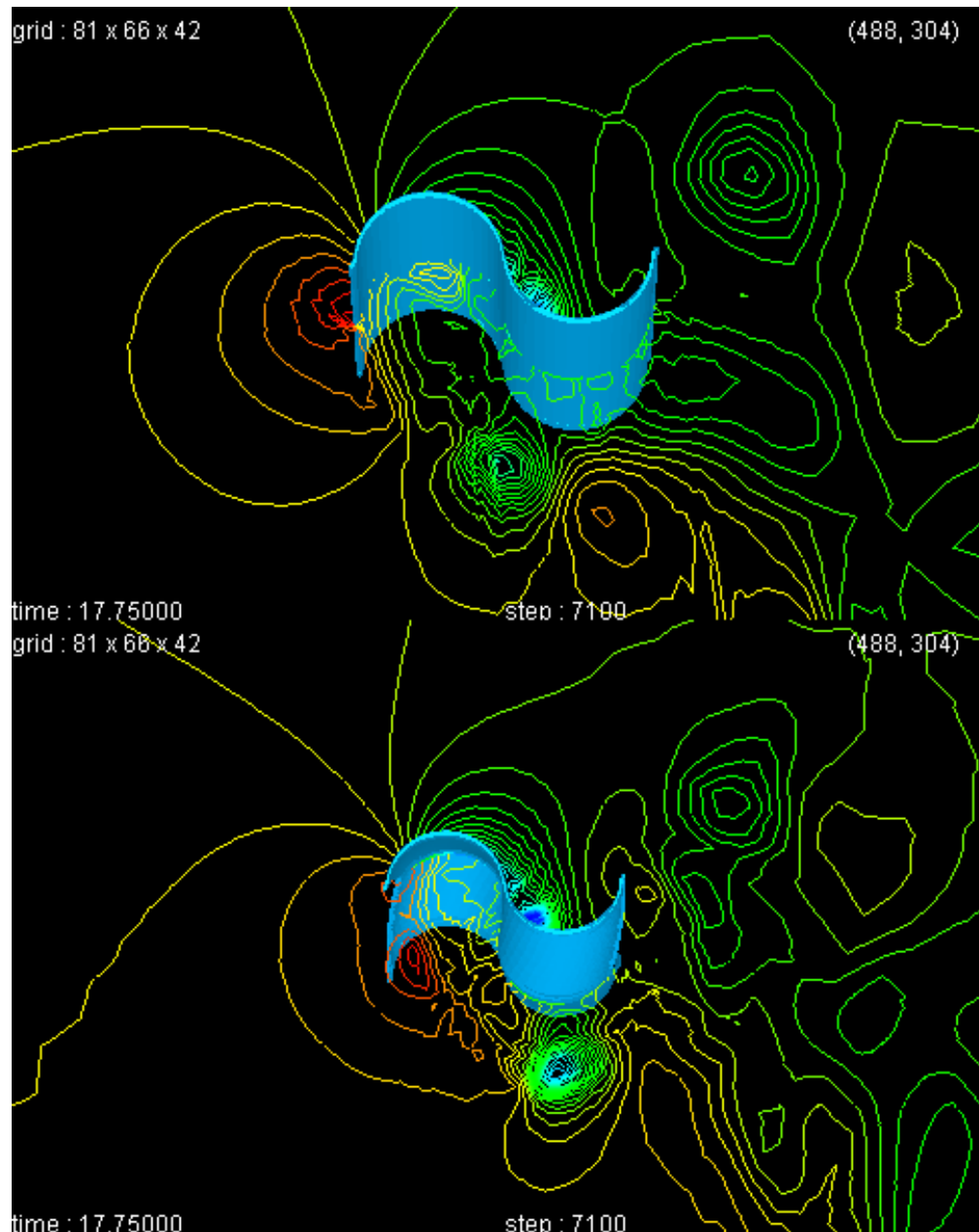
折れ線グラフ: 負が全体に占める割合

→ねじり角度40度付近で、負の割合が小さい

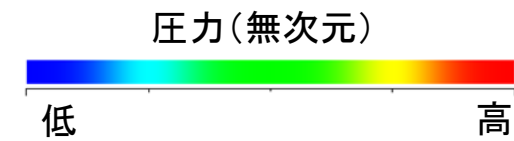


シミュレーション結果（回転時の特性）

ねじり
なし



中央断面での
圧力の等値線



30度
ねじり

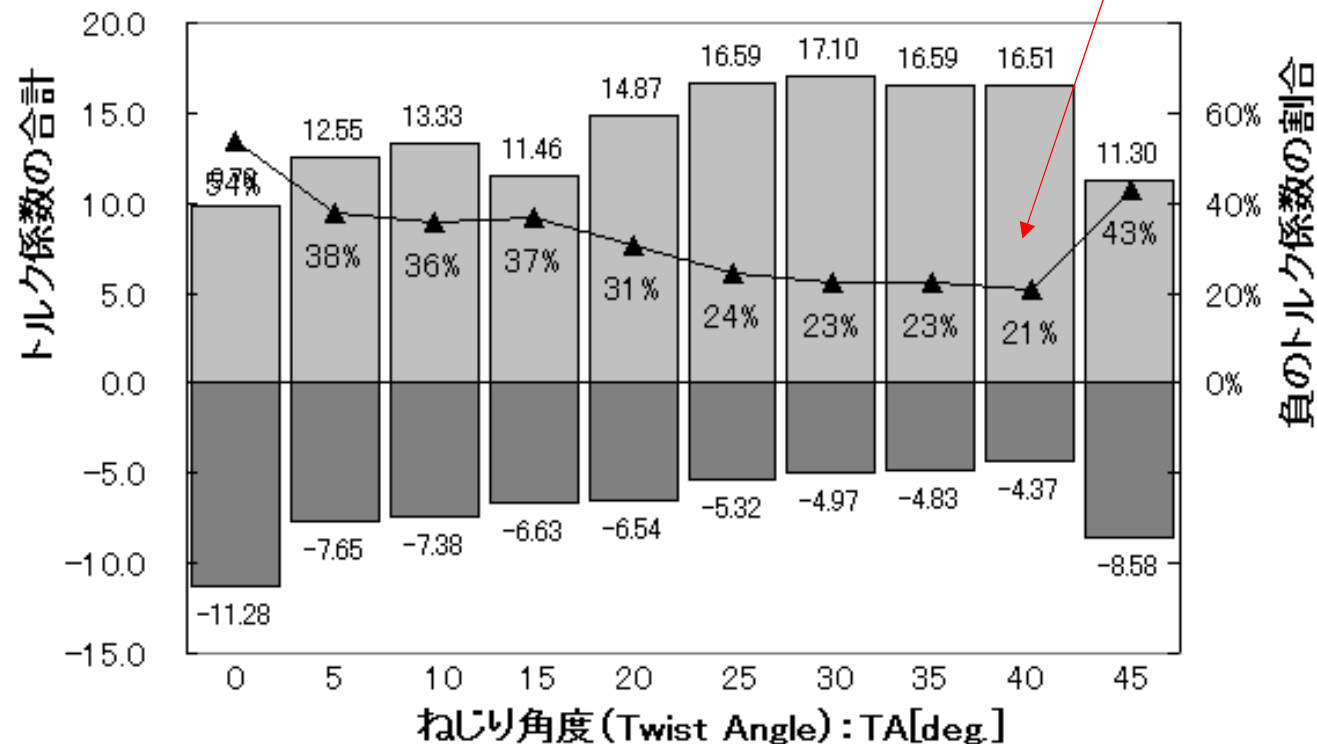
シミュレーション結果(回転時の特性)

周速比0.7(風速1.0に対して風車羽先端の速度が0.7)の速さで風車が一回転するときの、トルク係数を調べる。

薄灰色: 正のトルクの絶対値の合計

濃灰色: 負のトルクの絶対値の合計

折れ線グラフ: 全体に占める負のトルクの割合 → ねじり角度40度付近で最小



まとめ

- シミュレーション: 理論・実験に並ぶ、第三の研究手法
- 流体現象: 解析的に解けない問題のひとつ
数值的に解く必要がある
- 風車のシミュレーション
 - 定常回転のシミュレーション例が多いが、
非定常回転を考えることが必要
 - 起動時を想定したシミュレーションができた
(徐々に回転を開始し、一定の角速度で回転)
- 風車の起動性の改善を目指したシミュレーション
 - 多段型、ねじり型
 - 回転しづらい状態を減らすことで、特性が向上した