

# 貴金属比を用いた 等価時間サンプリングでの 高効率波形取得条件の検討

群馬大学

佐々木 優斗、山本 修平

桑名 杏奈、小林春夫

# アウトライン

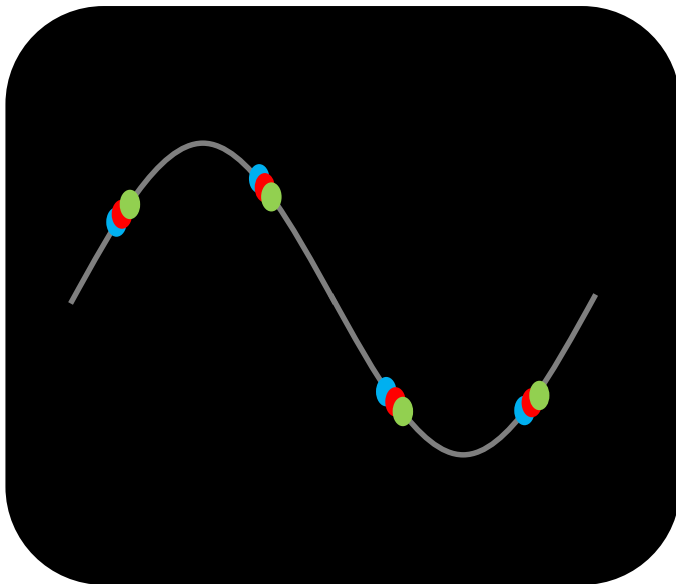
- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - 黄金比サンプリング
  - 貴金属比サンプリング
- まとめ

# アウトライン

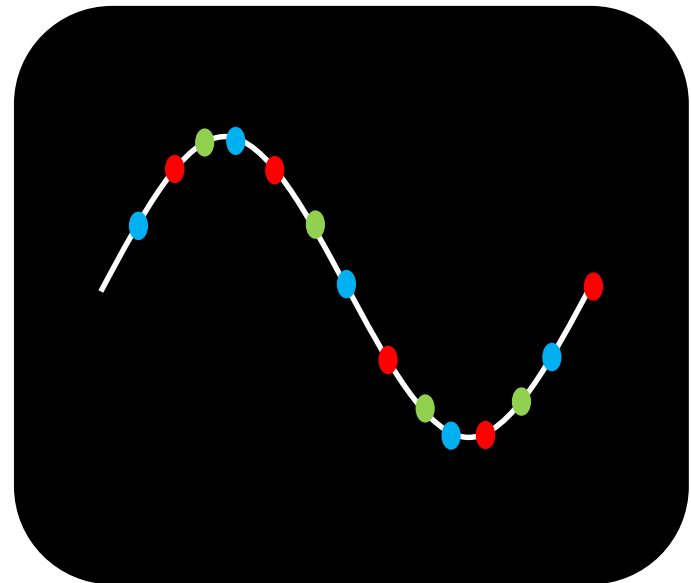
- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - 黄金比サンプリング
  - 貴金属比サンプリング
- まとめ

# 研究目的

等価時間サンプリングでの**高効率**波形取得



サンプリング点が**局在**



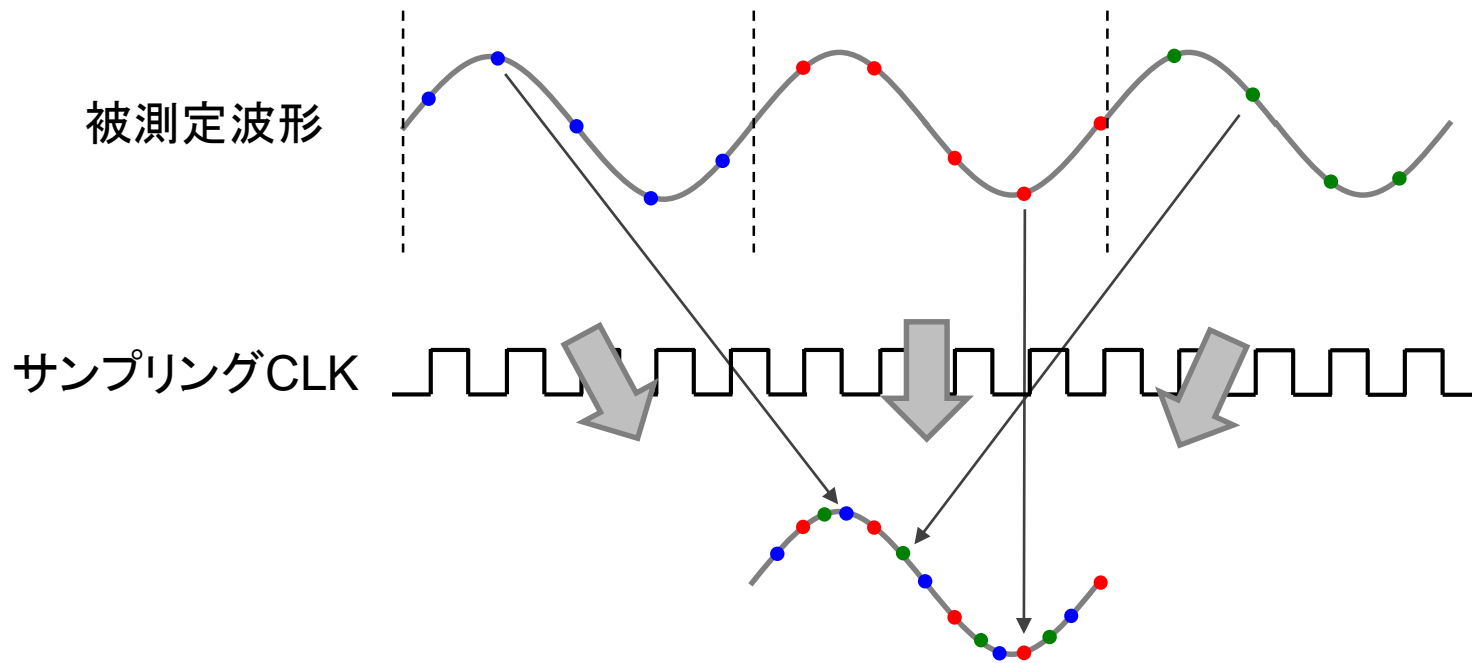
サンプリング点が**分散**



# アウトライン

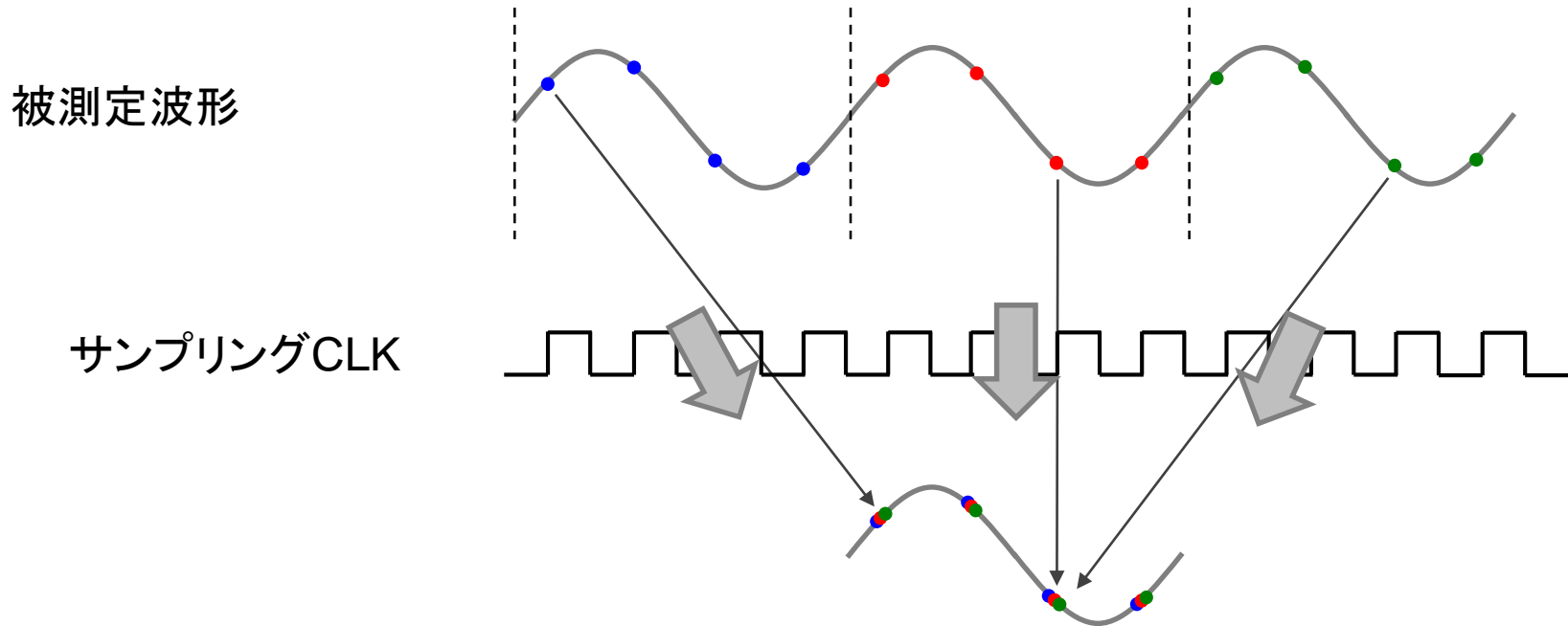
- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - 黄金比サンプリング
  - 貴金属比サンプリング
- まとめ

# ランダム・サンプリングの原理



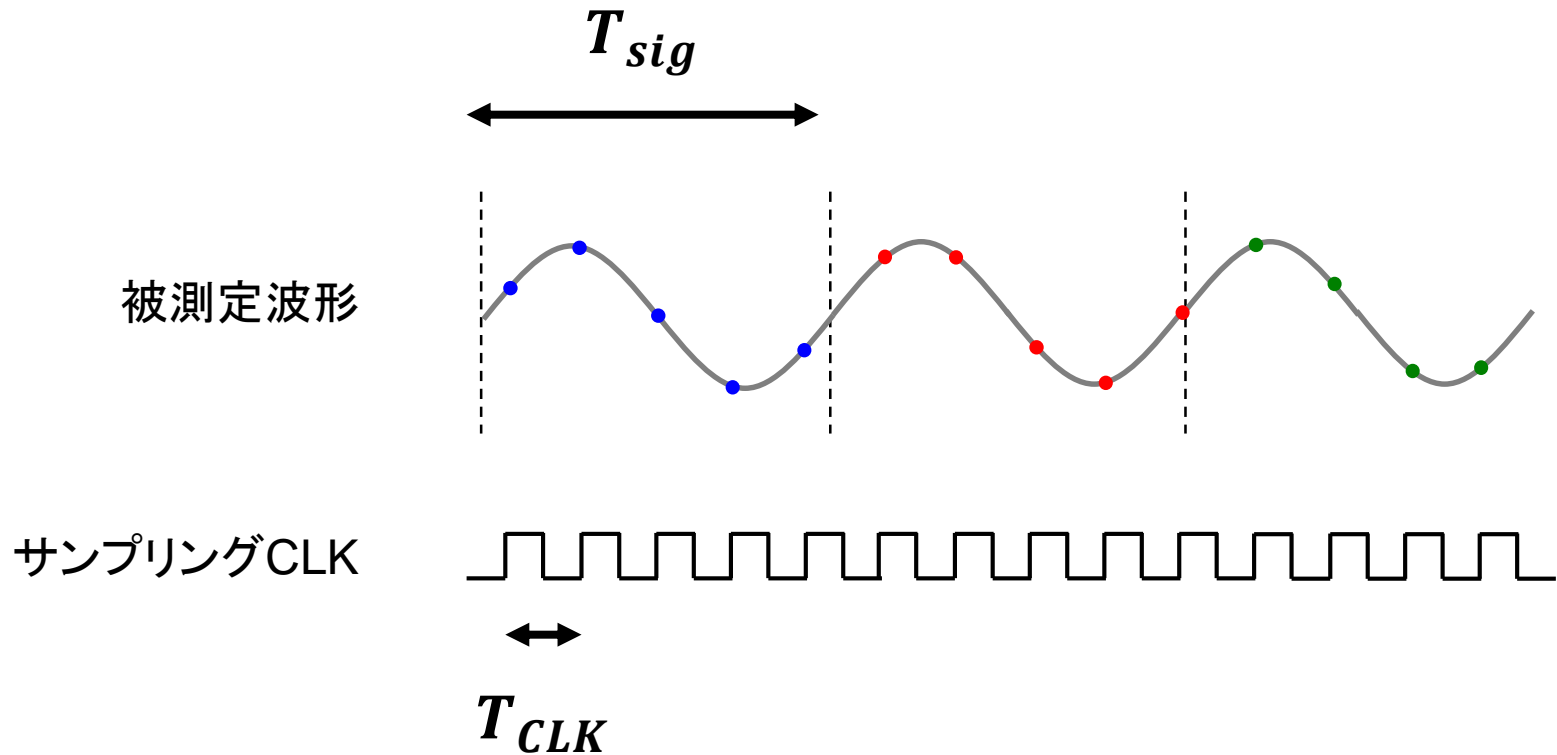
繰り返し波形を非同期CLKでサンプリング → 単波形を構成

# 波形抜け



波形を再構成するために大量のデータが必要 ➡ 測定時間: 長

# 波形取得条件

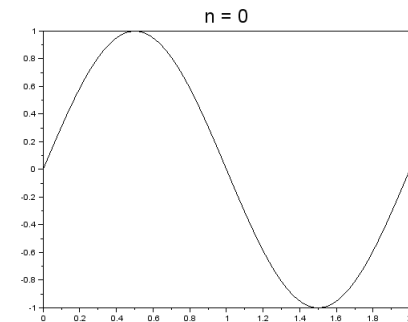
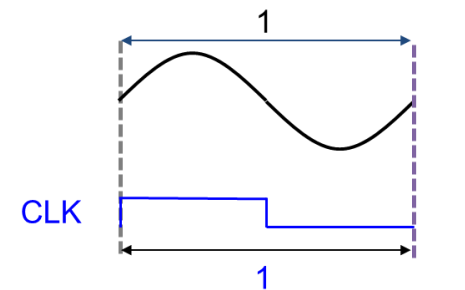
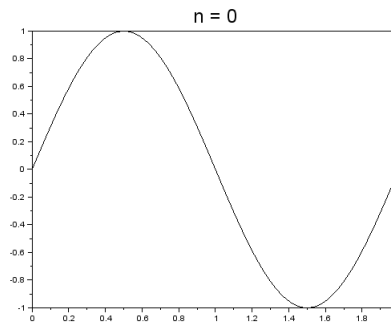
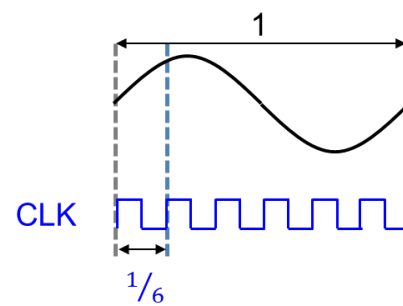
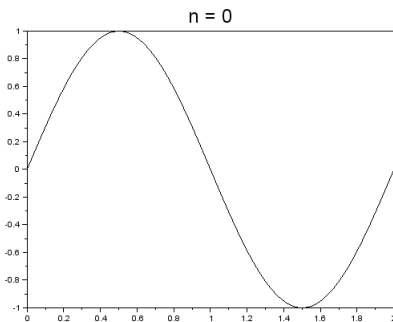
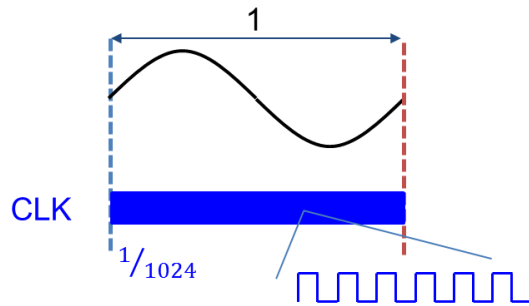


$$T_{CLK} = \boxed{?} \times T_{sig}$$



# 波形抜け条件(低効率)

$$f_{CLK} \gg f_{sin} \quad f_{CLK} \approx \frac{1}{\alpha} f_{sin} \left( \alpha = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots, \frac{1}{6}, \dots \right) \quad f_{CLK} \approx f_{sin}$$



サンプリング点が局在 ➡ 隣接するサンプリング点間の距離の比: 大

# 高効率条件

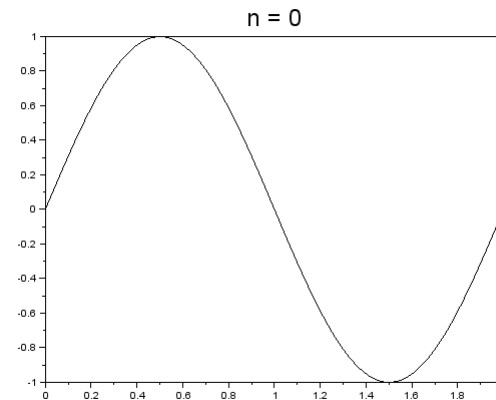
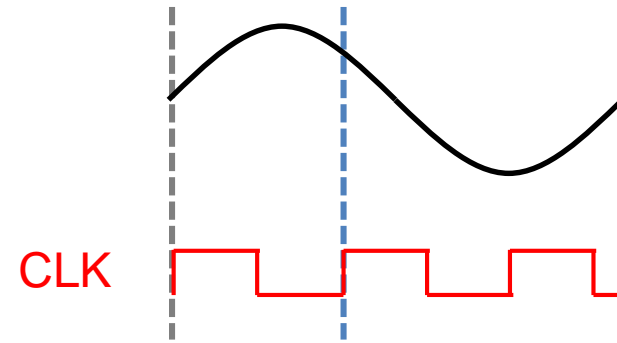
適切なCLK



サンプリング点が**分散**



**高効率**



サンプリング点が**分散** ➡ 隣接するサンプリング点間の距離の比: **小**

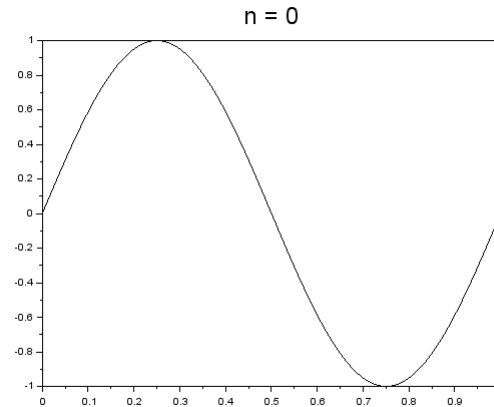
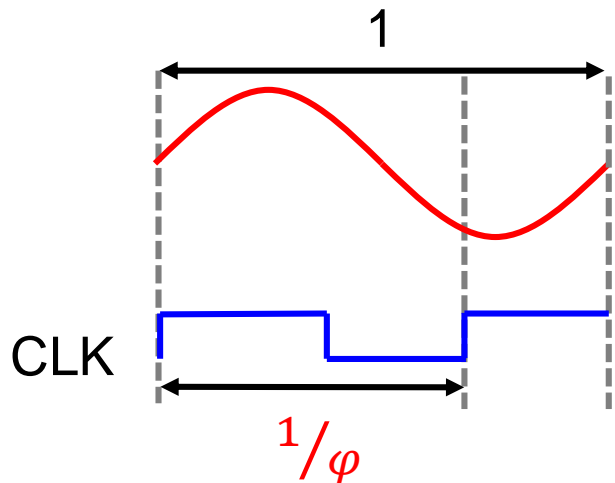
# アウトライン

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - 黄金比サンプリング
  - 貴金属比サンプリング
- まとめ

# 黄金比サンプリング

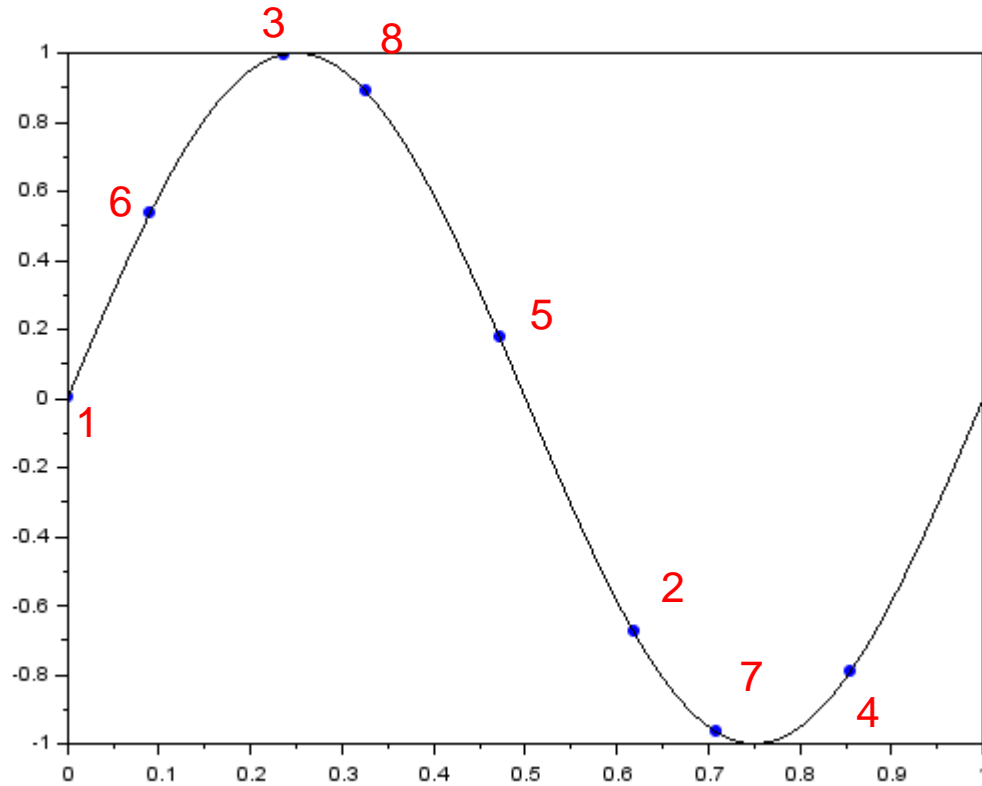
$$f_{CLK} = \varphi \times f_{sig}$$

$\varphi$  : 黄金比 ( = 1.6180339887... )

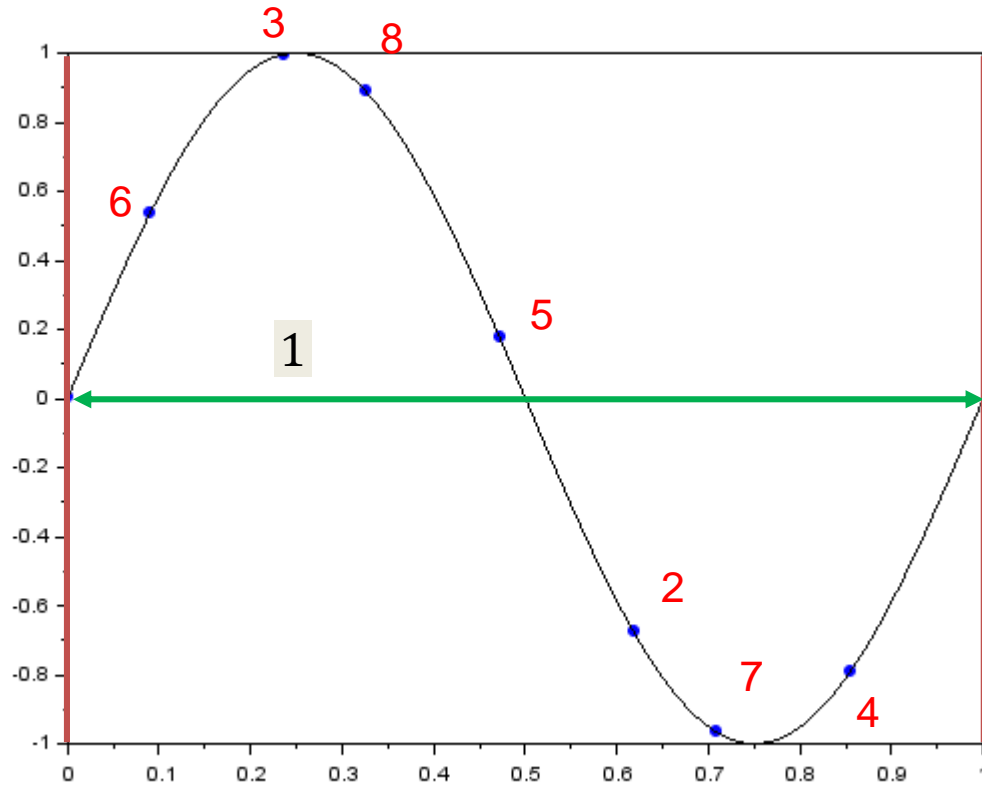


サンプリング点  $\rightarrow$  常に位相全体にまんべんなく分布

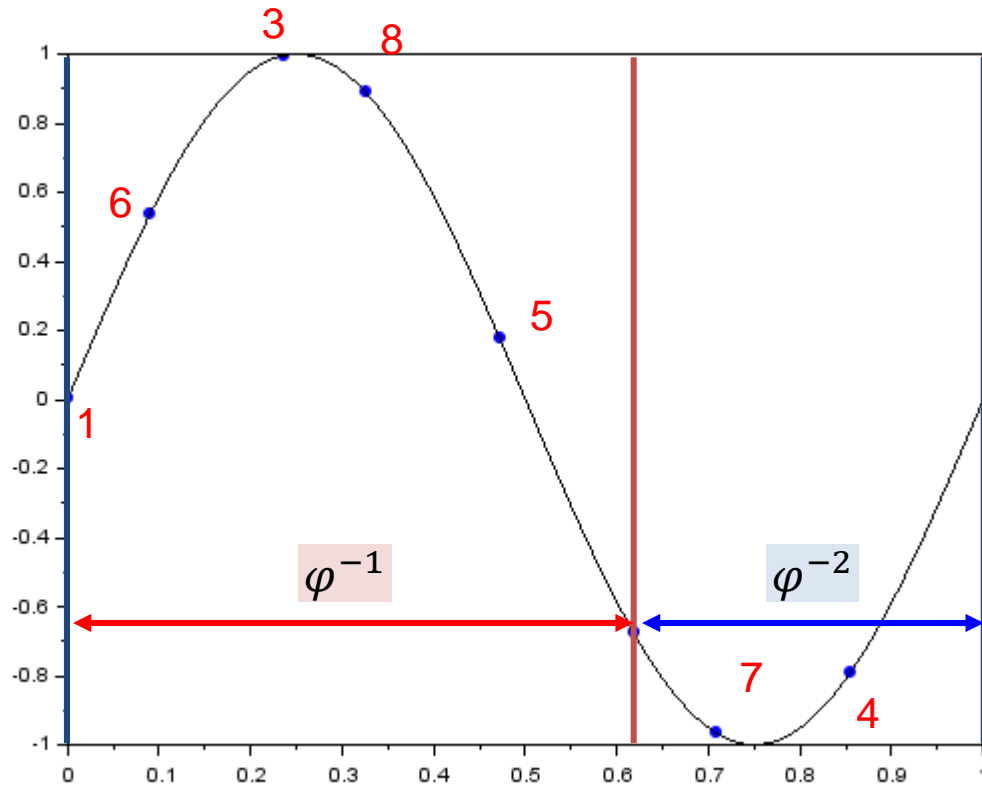
# 黄金比サンプリング(8点)



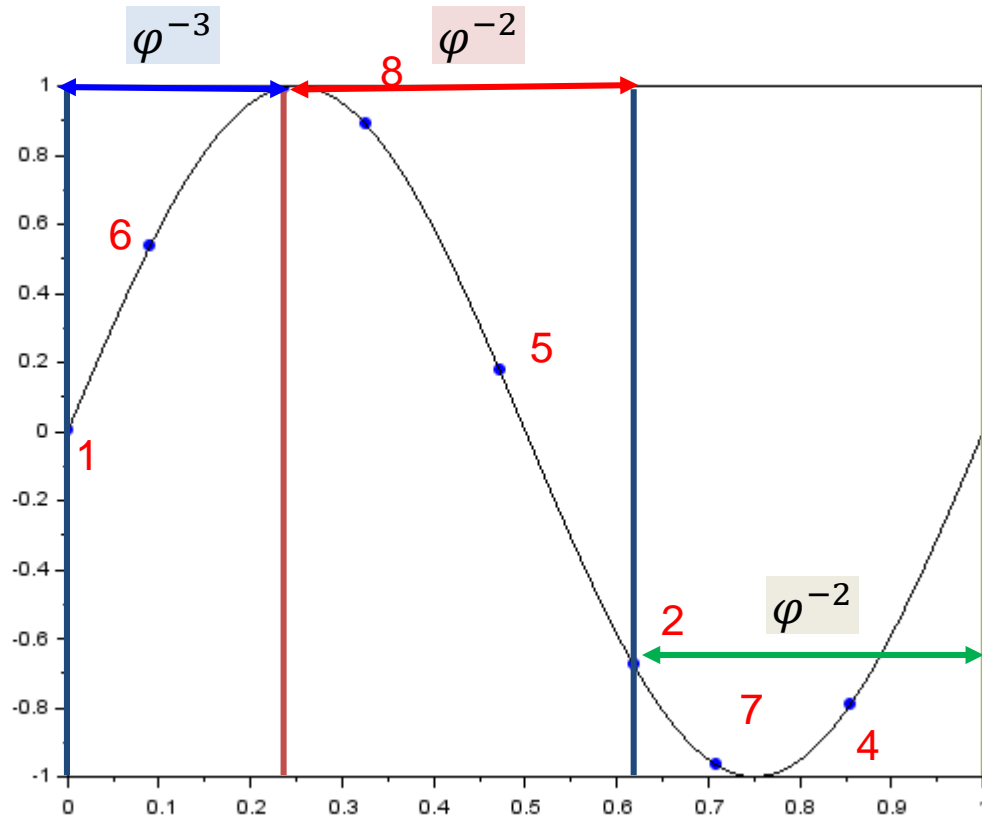
# 黄金比サンプリングの例(1/8)



# 黄金比サンプリングの例(2/8)

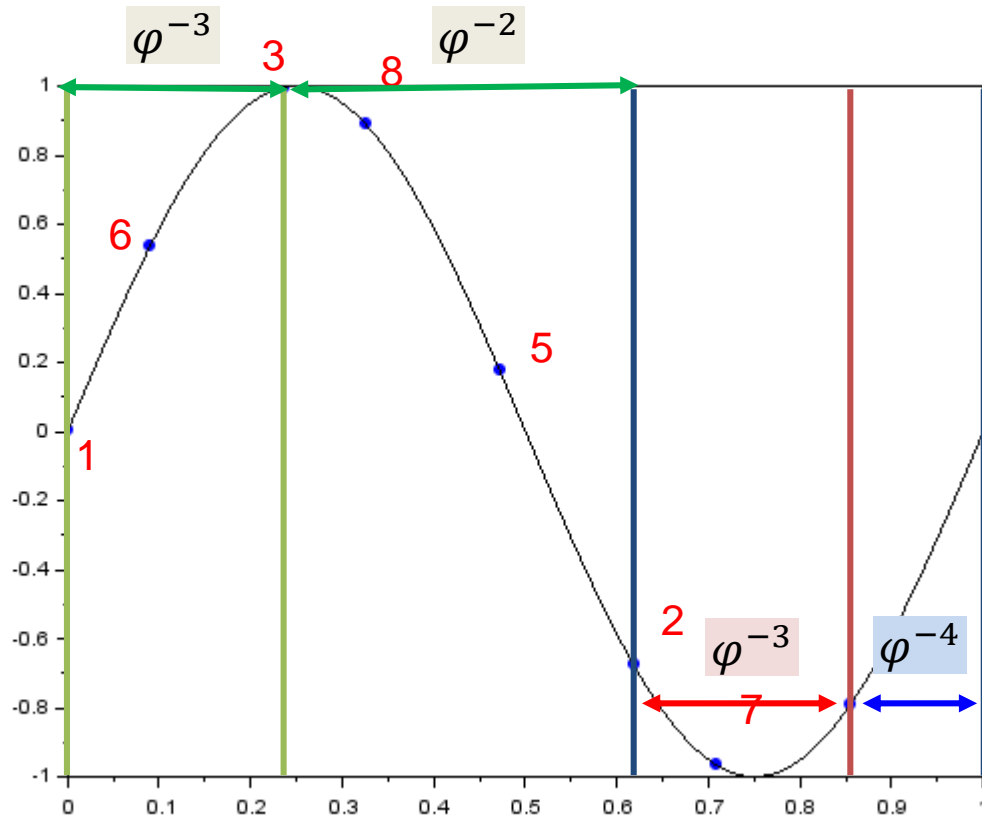


# 黄金比サンプリングの例(3/8)

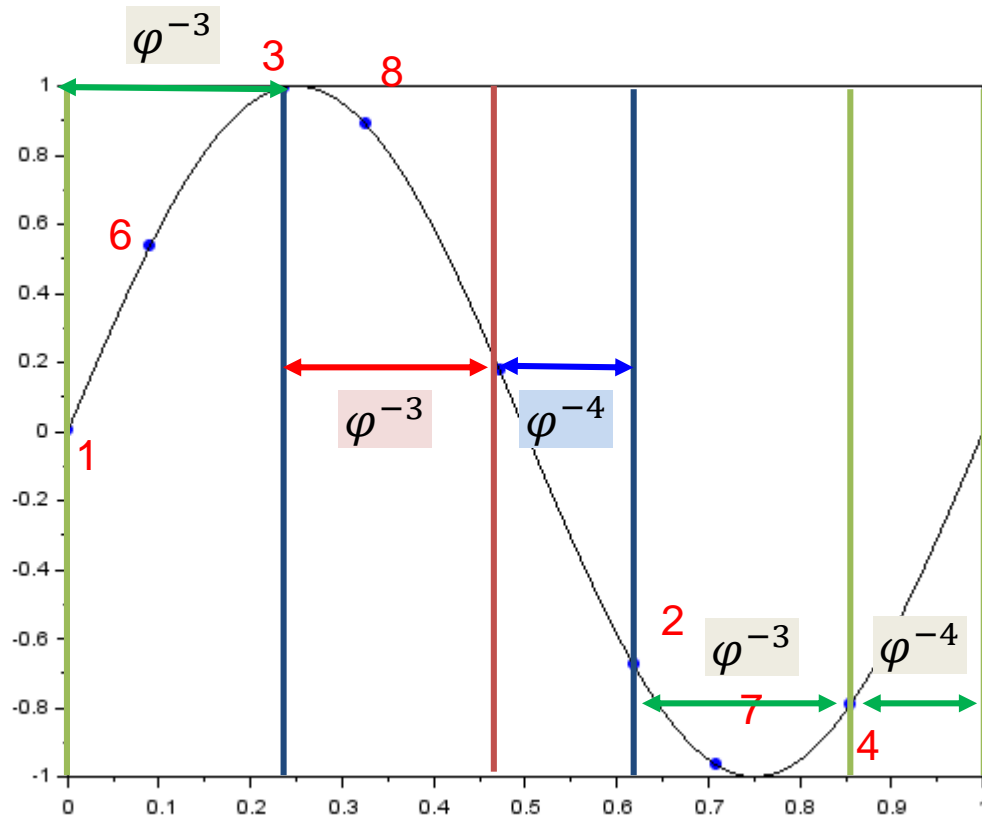




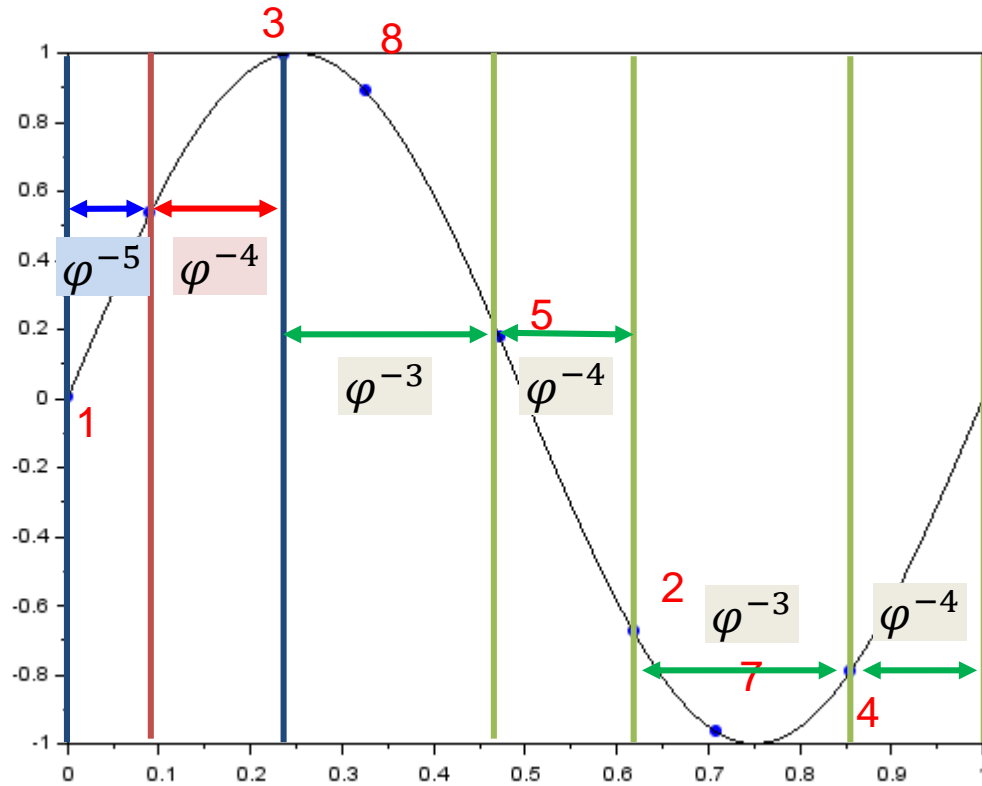
# 黄金比サンプリングの例(4/8)



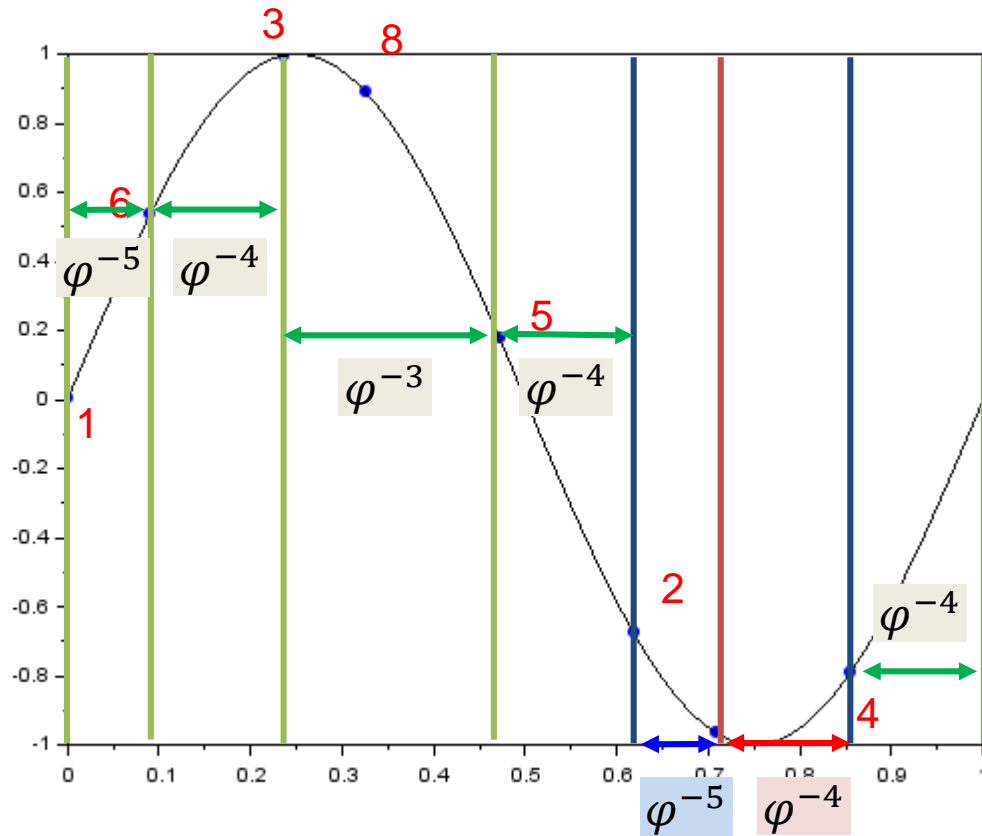
# 黄金比サンプリングの例(5/8)



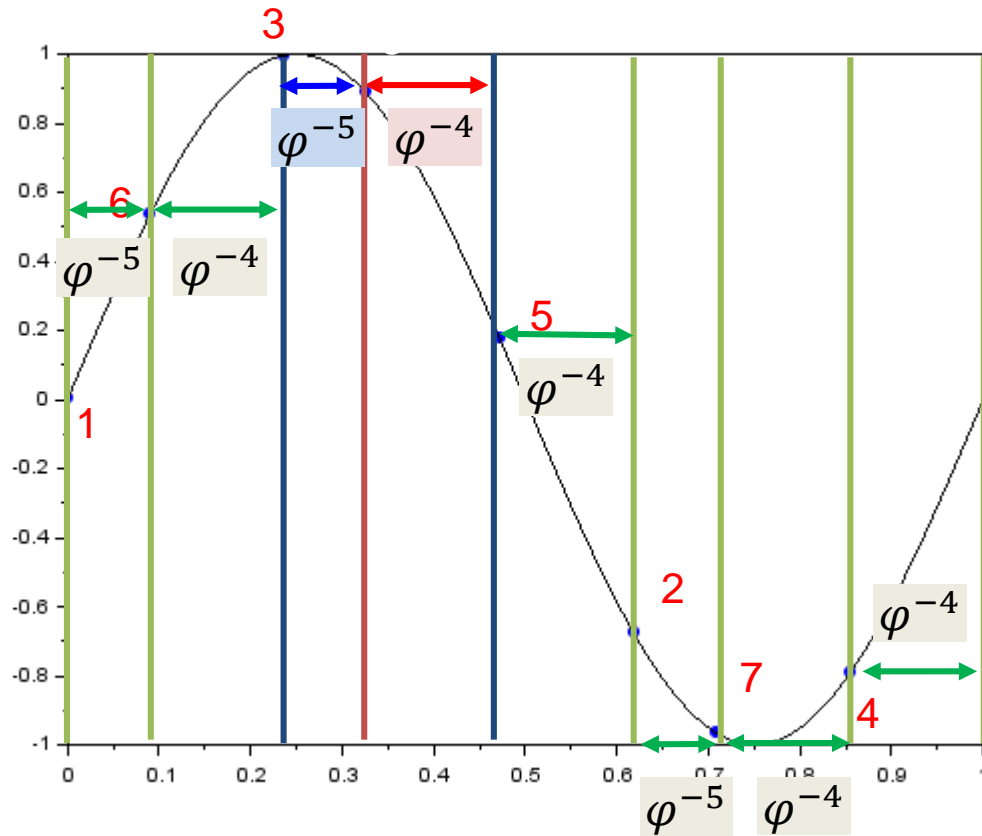
# 黄金比サンプリングの例(6/8)



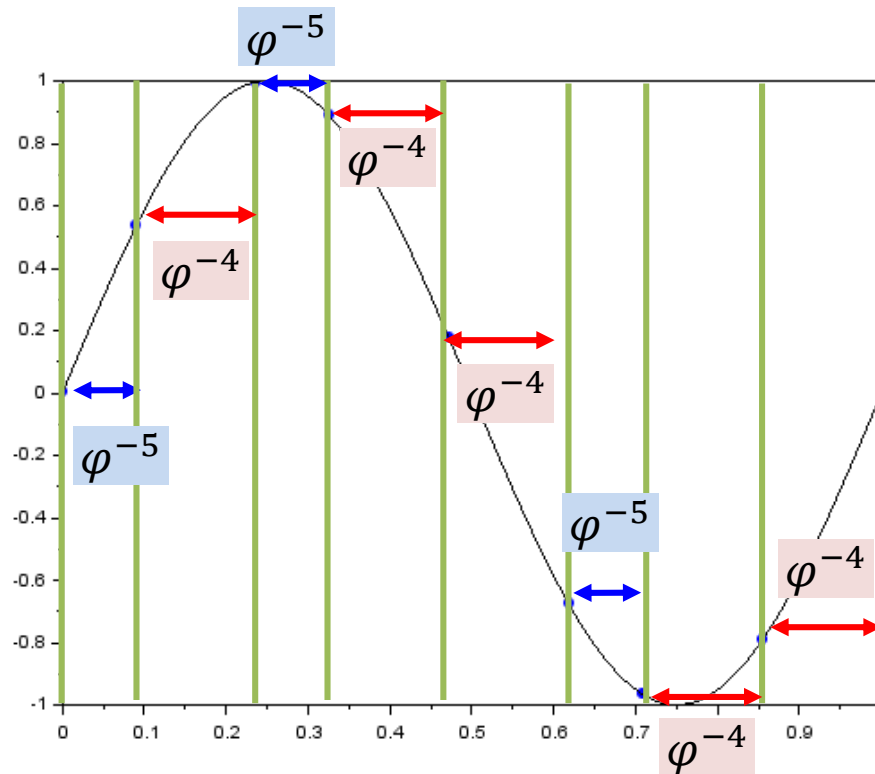
# 黄金比サンプリングの例(7/8)



# 黄金比サンプリングの例(8/8)



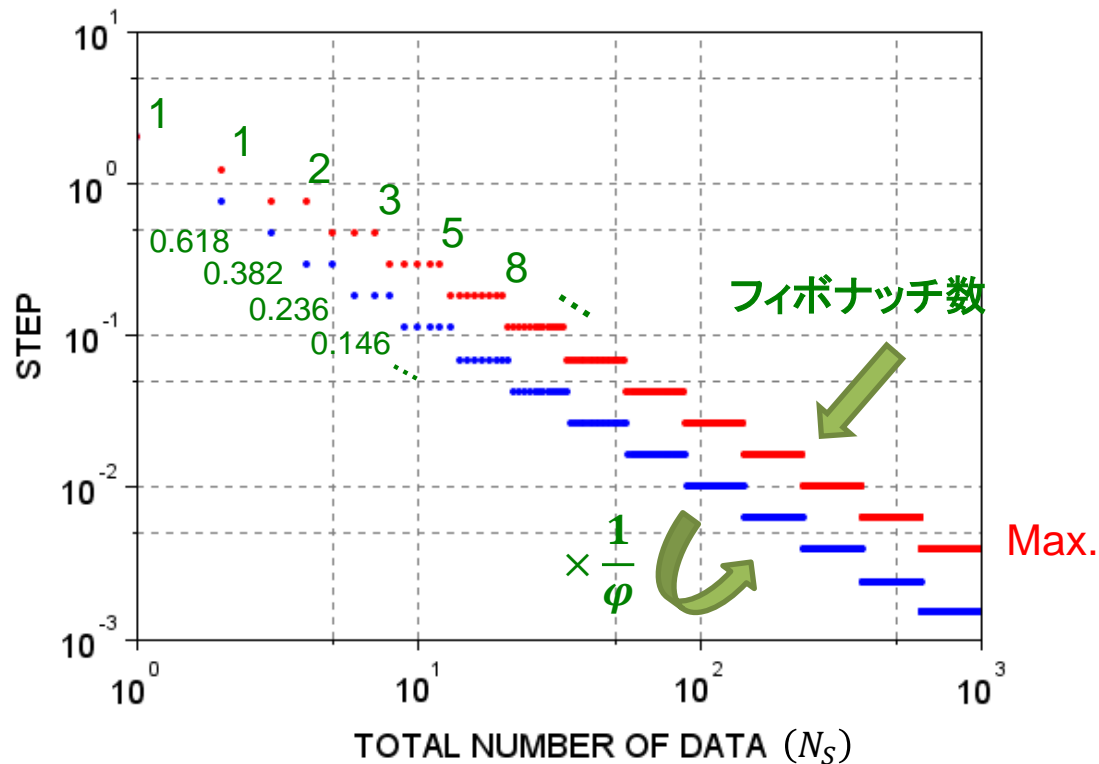
# 隣接点間距離（黄金比サンプリング）



最大距離 / 最小距離 =  $\varphi$  または  $\varphi^2$  (比が一定)

➡ サンプリング点: 近付きすぎる & 遠すぎることはない

# 時間分解能 (黄金比サンプリング)



最大・最小距離: フィボナッチ数毎に  $\times 1/\phi$

➡ 時間分解能: およそ  $1 / \text{総サンプリング数}$  で向上

# アウトライン

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - 黄金比サンプリング
  - 貴金属比サンプリング
- まとめ



# 貴金属比

## 貴金属比

$$1: \frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2} \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$



n=1: 黄金比(1.6180...)

n=2: 白銀比(2.4142...)

n=3: 青銅比(3.3027...)

⋮

n=m: 1:M

逆数との差が自然数

$$M - \frac{1}{M} = \text{自然数}$$

連分数として表される

$$M = n + \frac{1}{n + \frac{1}{n + M}}$$

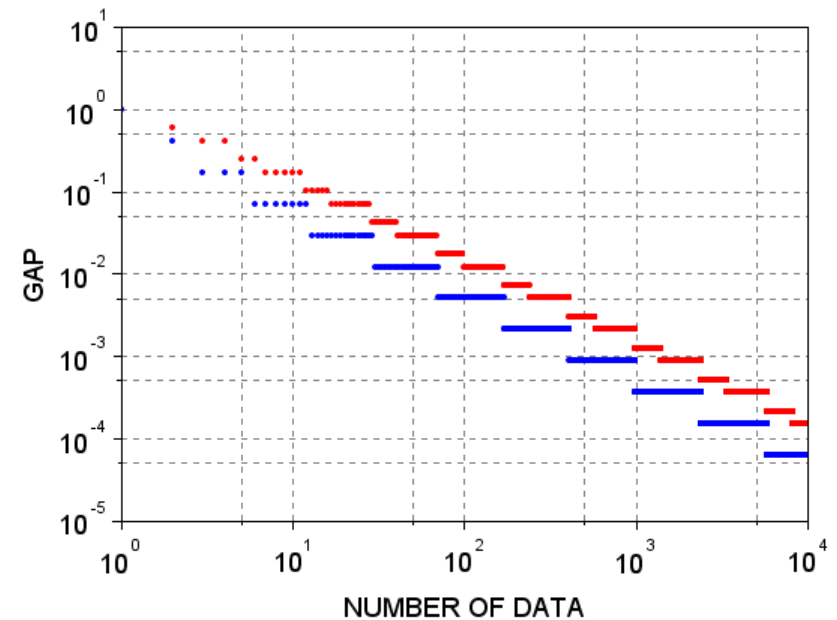
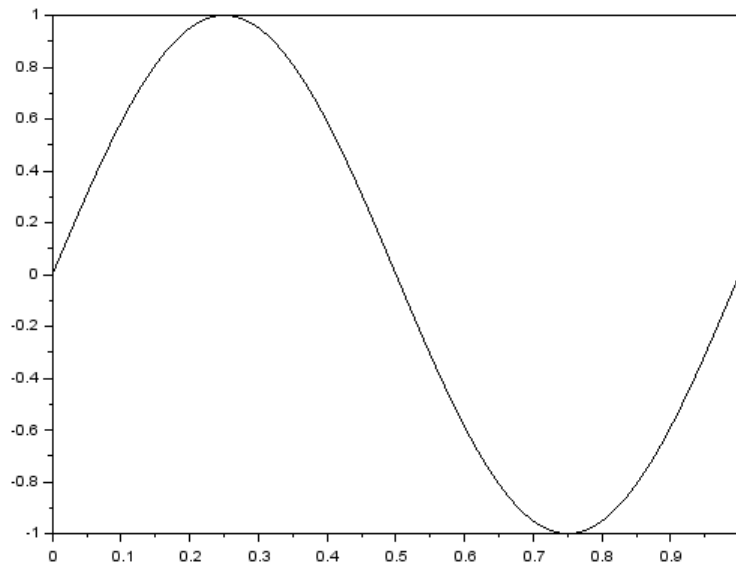
隣り合う項の比の極限が  
貴金属比になる数列がある

$$F_0, F_1 = 1, F_{n+2} = nF_{n+1} + F_n$$

# 白銀比サンプリング

$$f_{CLK} = (1 + \sqrt{2}) \times f_{sig}$$

$n = 0$

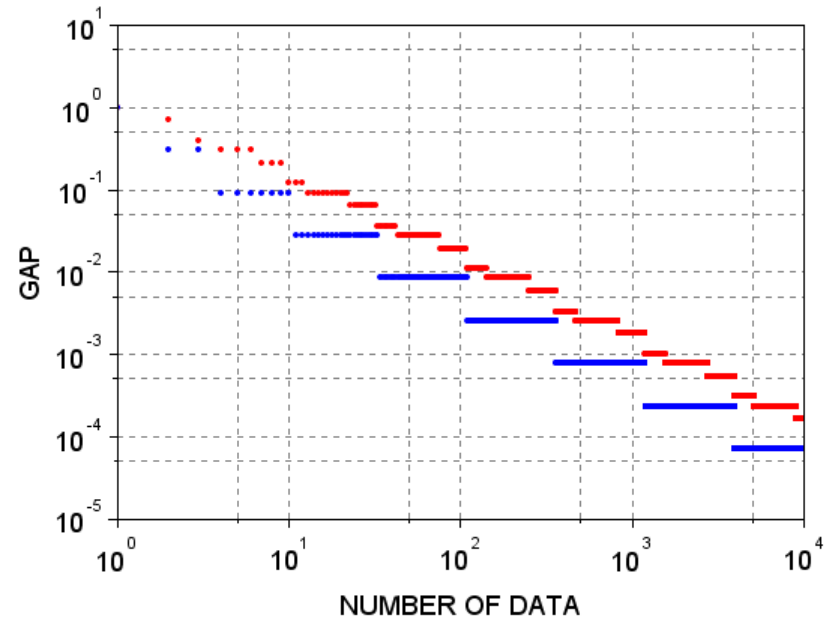
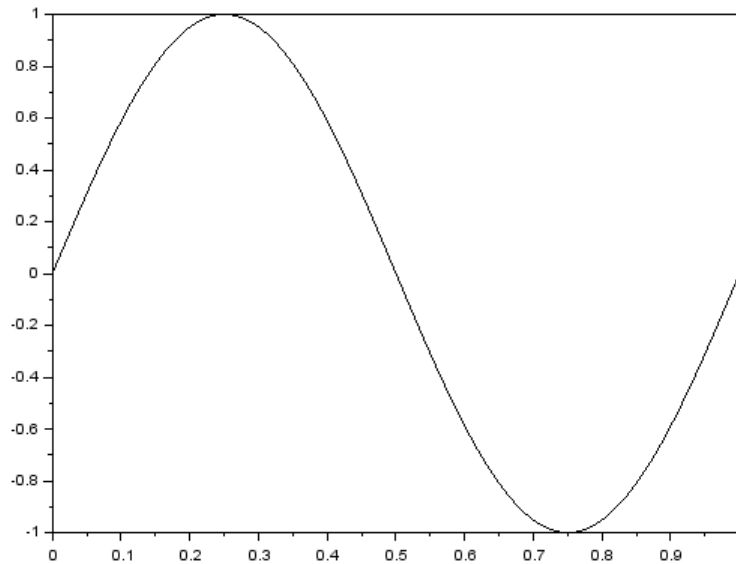


$$\text{最大距離} / \text{最小距離} = 2 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{2}$$

# 青銅比サンプリング

$$f_{CLK} = \left( \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right) \times f_{sig}$$

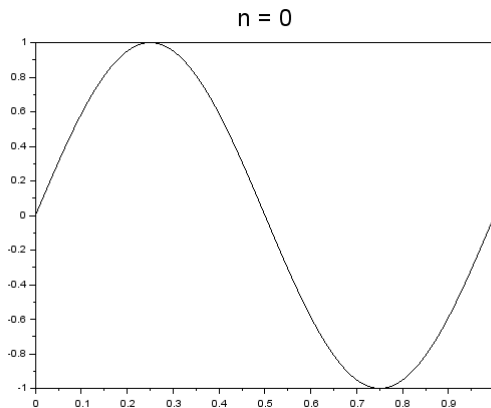
n = 0



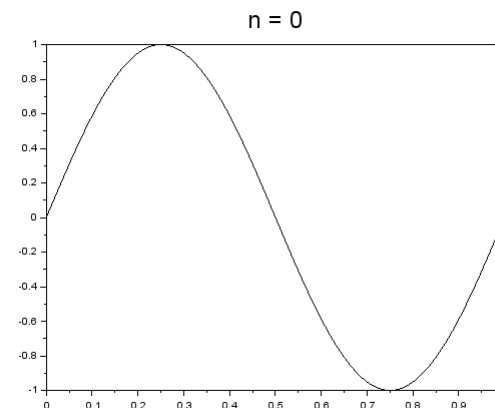
$$\text{最大距離} / \text{最小距離} = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{3 + \sqrt{13}}{2}, \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$$

# 貴金属比サンプリングの比較

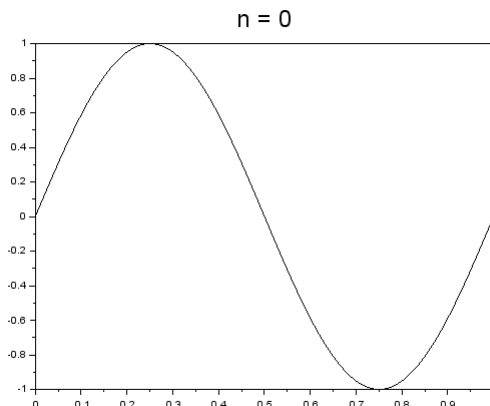
黄金比(1:1.6180...)



白銀比(1:2.414...)



青銅比(1:3.3027...)



第n貴金属比

- n → 小
  - 最大距離／最小距離: 小
  - サンプリング速度: 低速
- n → 大
  - 最大距離／最小距離: 大
  - サンプリング速度: 高速

# アウトライン

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - 黄金比サンプリング
  - 貴金属比サンプリング
- まとめ

# まとめ

等価時間サンプリングでの高効率波形取得条件を検討

- 黄金比サンプリング ( $f_{CLK} = \varphi \times f_{sig}$ )
  - 効率： 最高
  - サンプリング速度： 低速



- 貴金属比サンプリング ( $f_{CLK} = \frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2} \times f_{sig}$ )
  - 効率： 良
  - サンプリング速度： 高速