

# 多段 RC ポリフェーズフィルタの解析・評価法

浅見 幸司 串田 弥音 八田 朱実 チャンミンチー  
田村 善郎 桑名 杏奈 小林 春夫 (群馬大学)

## Analysis and Evaluation Method of Multi-Stage RC Polyphase Filter

Koji Asami, Nene Kushita, Akemi Hatta, Minh Tri Tran  
Yoshiro Tamura, Anna Kuwana, Haruo Kobayashi (Gunma University)

キーワード: RC ポリフェーズフィルタ, アナログ複素フィルタ, Low-IF 受信回路  
(RC Polyphase Filter, Complex Analog Filter, Low-IF Receiver)

### 1. はじめに

RC ポリフェーズフィルタ(RC Polyphase Filter: RCPF)は無線通信トランシーバのアナログフロントエンドに用いられるアナログ複素フィルタであり, I, Q 信号生成, イメージ除去に用いられる. [1-7] 実際の2つの物理的な同相信号(In-Phase: I), 直交信号(Quadrature Phase: Q)を用いて複素信号を  $I+jQ$  と定義するが, この複素信号の概念を用いれば例えば Low-IF 受信回路等の設計・解析の見通しが良くなる. ここで妨害波を除去するためには, 負の周波数を抑圧するアナログ複素フィルタが有効であるが, この際に RC ポリフェーズフィルタが多用される.

RC ポリフェーズフィルタは1段あたり4つの抵抗 R, 4つの容量 C から構成され, 多段 RC ポリフェーズフィルタはこれがカスケード接続される. 各段では「4つの R はすべて等しい」, 「4つの C はすべて等しい」が理想であるが, 実際のチップでは製造ばらつきのため「4つの R はすべて等しい」は成立しない(Rの相対ばらつき), 「4つの C はすべて等しい」も成立しない(Cの相対ばらつき). このとき RC ポリフェーズフィルタのイメージ除去特性(直交性)が劣化する. [7] この論文では多段 RC ポリフェーズフィルタの相対素子ばらつきによる直交特性の劣化の解析およびその測定評価方法について議論する.

### 2. RC ポリフェーズフィルタ

RC ポリフェーズフィルタは無線通信機器のアナログフロントエンドのキーコンポーネントの1つである. 図1に1段 RCPF を示す. RCPF の役割のとして, 単一の入力信号から I 信号および Q 信号を生成することおよびイメージ信号の除去がある.

#### (2.1) RCPF とヒルベルトフィルタの関連性

複素信号の入力を  $V_{in} = I_{in} + jQ_{in}$  とし複素信号の出力を  $V_{out} = I_{out} + jQ_{out}$  と定義する. このとき周波数伝達関数は

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} \quad (1)$$

となり, RCPF のインパルス応答  $h(t)$  はつぎのようになる.

$$h(t) = h_{re}(t) + jh_{im}(t) \quad (2)$$

$h(t)$  の実部は  $h_{re}(t)$  であり, そのフーリエ変換は  $H_{re}(j\omega)$  とする. また虚部は  $h_{im}(t)$  であり, そのフーリエ変換は  $H_{im}(j\omega)$  とする. 次に,  $x(t)$  のフーリエ変換を  $X(j\omega)$  とし  $y(t)$  のフーリエ変換を  $Y(j\omega)$  とすると図2で次が成立する.

$$\begin{aligned} (X(j\omega) + Y(j\omega)) \cdot (H_{re}(j\omega) + H_{im}(j\omega)) \\ = (X(j\omega)H_{re}(j\omega) - Y(j\omega)H_{im}(j\omega)) \\ + j(Y(j\omega)H_{re}(j\omega) + X(j\omega)H_{im}(j\omega)) \end{aligned} \quad (3)$$

また

$$H(j\omega) = H_{re}(j\omega) + jH_{im}(j\omega) \quad (4)$$

とする. このとき注意すべきことは  $H_{re}(j\omega)$  と  $H_{im}(j\omega)$  は複素数なので, 複素フィルタの伝達関数が  $H(j\omega) = H_{re}(j\omega) + jH_{im}(j\omega)$  として表せる場合でも,  $H_{re}$  および  $H_{im}$  は  $H$  の実部, 虚部ではないことである.  $H_{re}(j\omega)$  と  $H_{im}(j\omega)$  は  $H(j\omega)$  の伝達関数を展開すると得られる.  $H_{re}$  に対する  $H_{im}$  の位相特性は  $\omega > 0$  の場合は  $-\pi/2$ ,  $\omega < 0$  の場合は  $\pi/2$  となる. RCPF は複素フィルタ特性をもち, 位相特性はヒルベルトフィルタと同じである. ゲイン特性はヒルベルトフィルタと近似ができ, 次数が高くなるにつれて, ゲイン特性はヒルベルトフィルタに近くなる.

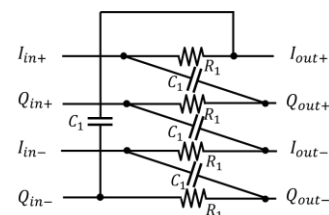


図1. 1段 RC ポリフェーズフィルタ

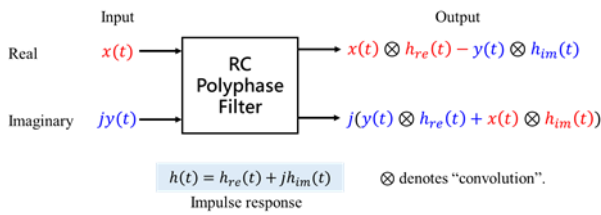


図 2. RCPF の入出力関係(時間領域)

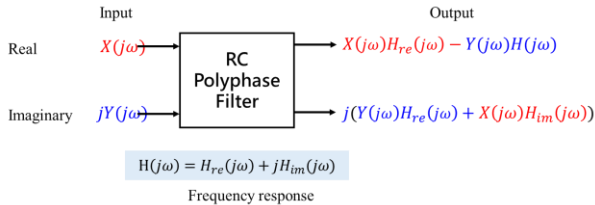


図 3. RCPF の入出力関係(周波数領域)

1 段 RCPF (図 1) の伝達関数は

$$H_1 = \frac{1 + \omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad (5)$$

$$|H_1(j\omega)| = \frac{|1 + \omega R_1 C_1|}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} \quad (6)$$

$$\tan(\angle H_1(j\omega)) = -\omega R_1 C_1 \quad (7)$$

また次の関係がある。

$$H_1(s) = H_{re}(s) + jH_{im}(s) \quad (8)$$

$$H_{re}(s) = \frac{1}{1 + sR_1 C_1}$$

$$H_{im}(s) = -\frac{sR_1 C_1}{1 + sR_1 C_1} \quad (9)$$

図 4 に 1 段 RCPF のゲイン特性, 位相特性を示す。また  $H$  の位相はヒルベルトフィルタ位相特性となる。

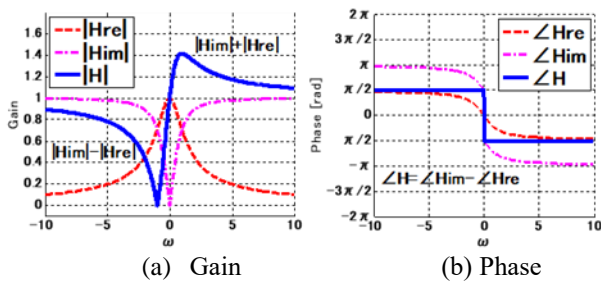


図 4. 1 段 RCPF のゲイン特性位相特性

### 3. 直交誤差の評価方法

この節では RCPF の直交誤差の評価方法を提案する。

#### 〈3・1〉 RCPF の直交誤差モデル

RCPF の入出力関係は RCPF の伝達関数からフーリエ変換を使用し  $H_{re}(j\omega)$  と  $H_{im}(j\omega)$  に分けることができる。入力は  $V_{in}, jV_{in}, j^2V_{in}, j^3V_{in}$  で表し, 出力はそれぞれ (10), (11), (12), (13) 式で示す。

$$V_{outI+} = \frac{1}{1 + j\omega CR} V_{in} + \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} j^3 V_{in} \quad (10)$$

$$V_{outQ+} = \frac{1}{1 + j\omega CR} j V_{in} + \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} V_{in} \quad (11)$$

$$V_{outI-} = \frac{1}{1 + j\omega CR} j^2 V_{in} + \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} j V_{in} \quad (12)$$

$$V_{outQ-} = \frac{1}{1 + j\omega CR} j^3 V_{in} + \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} j^2 V_{in} \quad (13)$$

$\omega = 1/RC$  のとき, 出力信号の関係は次のようになる。

$$\frac{V_{outI+}}{V_{outQ+}} = \frac{j^2 V_{in} + j\omega CR \cdot j V_{in}}{j V_{in} + j\omega CR \cdot V_{in}} = -j \quad (14)$$

$$\frac{V_{outI-}}{V_{outQ-}} = \frac{V_{in} + j\omega CR \cdot j^3 V_{in}}{j^3 V_{in} + j\omega CR \cdot j^2 V_{in}} = j \quad (15)$$

(14), (15) 式より周波数特性より, すべての帯域で理想的なヒルベルトフィルタと同じ位相特性を持つことが分かる。またゲイン特性からフィルタ次数を増加させることにより阻止帯域が広がり, ヒルベルトフィルタの近似が広帯域にわたって得られる。

実際の RCPF では素子ばらつきのためゲインと位相の直交誤差が発生し, イメージ信号を完全に除去できないという問題が発生する。直交関係は次式のように崩れる。

$$\frac{H_{im}(j\omega)}{H_{re}(j\omega)} \neq -j \quad (16)$$

ここでは RCPF の直交性を特性評価は式(16)で行うことを提案する。ばらつきがない理想的な直交性が得られる場合は式(16)で等号が成立し, ばらつきにより直交性が崩れている度合いは式(16)の右辺, 左辺の違いで表せる。[7]

図 6 に RCPF の素子ばらつきをもつ場合のモデルを提案する。実際の回路では  $I_{out}$  と  $Q_{out}$  が回路内の異なる伝達関数を通過するため,  $I_{out}$  と  $Q_{out}$  に対する相対ばらつきの影響は異なる。これを異なる伝達関数で表現する (図 6)。

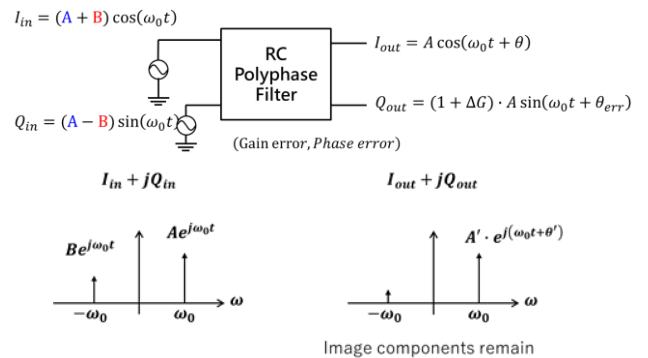


図 5. 直交誤差の影響

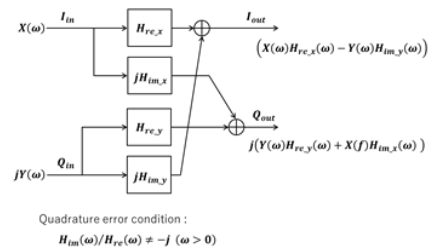


図 6. 素子ばらつきのある RCPF モデル

### 〈3・2〉 直交誤差測定法

図 7 に相対ばらつきがある場合の 1 段 RCPF のシミュレーション回路を示す。\$Q\_{in}\$ に GND を接続し、マルチトーン信号を \$I\_{in}\$ に印加する場合、\$Im\_{out}/Re\_{out}\$ の直交性は入力信号の振幅と初期位相の影響を受けない。また、入力にマルチトーン信号を用いると、直交誤差を含む RCPF の広い周波数範囲の特性を 1 回で測定できる。

(18), (19) 式と入力信号を用いて、各出力を数式で定式化する。これらの式には各周波数成分の振幅 \$A\_k\$、初期位相 \$\theta\_k\$ が含まれる。直交誤差を計算するため、(24)式に示すように虚数出力を実数出力で除算する。これにより入力信号の大きさと位相の影響は除去できる。(20)式より、\$H\_{im}(\omega) = H\_{re}(\omega)\$ の場合、直交性は \$j(90^\circ)\$ となる。\$I\_{in}\$ が GND に接続され、マルチトーン信号が \$Q\_{in}\$ に適用される場合、同様に直交誤差は入力信号 \$Q\_{in}\$ の振幅、初期位相の影響を受けない。除算は直交性の評価に有用である。[8]

$$I_{in} = \sum_k A_k \cos(\omega_k t + \theta_k) \quad (17)$$

$$Re_{out}(\omega) = \frac{1}{2} \sum_k A_k (H_{re_x}(\omega_k) e^{j(\omega_k t + \theta_k)} + H_{re_x}(-\omega_k) e^{-j(\omega_k t + \theta_k)}) \quad (18)$$

$$Im_{out}(\omega) = \frac{j}{2} \sum_k A_k (H_{im_x}(\omega_k) e^{j(\omega_k t + \theta_k)} + H_{im_x}(-\omega_k) e^{-j(\omega_k t + \theta_k)}) \quad (19)$$

$$Imbalance_x(\omega) = \frac{Im_{out}(\omega)}{Re_{out}(\omega)} = \frac{jH_{im_x}(\omega)}{H_{re_x}(\omega)} \quad (20)$$

$$Q_{in} = \sum_k B_k \sin(\omega_k t + \theta_k) \quad (21)$$

$$Re_{out}(\omega) = \frac{j}{2} \sum_k B_k (H_{re_y}(\omega_k) e^{j(\omega_k t + \theta_k)} + H_{re_y}(-\omega_k) e^{-j(\omega_k t + \theta_k)}) \quad (22)$$

$$Im_{out}(\omega) = \frac{1}{2} \sum_k B_k (H_{im_y}(\omega_k) e^{j(\omega_k t + \theta_k)} + H_{im_y}(-\omega_k) e^{-j(\omega_k t + \theta_k)}) \quad (23)$$

$$Imbalance_y(\omega) = \frac{Re_{out}(\omega)}{Im_{out}(\omega)} = \frac{jH_{im_y}(\omega)}{H_{re_y}(\omega)} \quad (24)$$

## 4. シミュレーション検証

回路シミュレーションでは LTspice を使用しそのシミュレーション回路を図 8 に示す。R, C の相対ばらつきがない場合は入力に対して \$\pi/2\$ の位相がずれた 2 つの出力 (I, Q 信号) が得られる特徴に注目する。入力信号を \$Q\_{in+}\$ および \$Q\_{in-}\$ に与え、\$I\_{in+}\$ および \$I\_{in-}\$ はグラウンドに接続する。出力は \$V\_{out+}\$, \$V\_{outQ+}\$, \$V\_{out-}\$, \$V\_{outQ-}\$ である。入力信号 \$Q\_{in+}\$ および \$Q\_{in-}\$ は、1 MHz, 2 MHz, 3 MHz, 4 MHz, および 5 MHz の 5 ト

ーン信号である。これを式(25), (26)に示す。

$$V_1 = \sum_{n=1}^5 \sin(2\pi n t \cdot 10^6 / T) \quad (25)$$

$$V_2 = -\sum_{n=1}^5 \sin(2\pi n t \cdot 10^6 / T) \quad (26)$$

過渡解析結果を図 9 に示し、その FFT 結果を図 10~14 に示す。シミュレーション条件を表 1 に示す。1 段目の RCPF は表 1 の(a)の通り相対素子ばらつきがないものとした。

表 1. シミュレーションパラメーター

図番号	\$R_{a1}\$	\$R_{b1}\$	\$R_{c1}\$	\$R_{d1}\$	\$C_{a1}\$	\$C_{b1}\$	\$C_{c1}\$	\$C_{d1}\$
(a)	1[kΩ]	1[kΩ]	1[kΩ]	1[kΩ]	50[μF]	50[μF]	50[μF]	50[μF]
(b)	1.5[kΩ]	1[kΩ]	1.5[kΩ]	1[kΩ]	50[μF]	50[μF]	50[μF]	50[μF]
(c)	0.5[kΩ]	1[kΩ]	0.5[kΩ]	1[kΩ]	50[μF]	50[μF]	50[μF]	50[μF]
(d)	1[kΩ]	1[kΩ]	1[kΩ]	1[kΩ]	50[μF]	40[μF]	50[μF]	40[μF]
(e)	1.5[kΩ]	1[kΩ]	1.5[kΩ]	1[kΩ]	50[μF]	40[μF]	50[μF]	40[μF]

2 段目の RCPF にも相対ばらつきがない場合は、直交誤差 \$Im\_{out}/Re\_{out} = j\$ の関係にある (図 10 (a))。一方 2 段目の RCPF に相対ばらつきがある場合、直交性 \$Im\_{out}/Re\_{out}\$ は \$j\$ ではない。(図 10 (b) (c) (d) (e))。すなわち \$\pi/2\$ 位相シフトとしての特性が劣化する。ゲイン特性については、図 10 (a) に示すようにばらつきがない場合、3.18MHz で \$20\log(V\_{outQ+} / V\_{outQ-}) = 0\$ dB である。ばらつきがある場合、図 10 (b) (c) (d) (e) は \$20\log(V\_{outQ+} / V\_{outQ-}) = 0\$ dB となる周波数は 3.18MHz からずれる。したがって、ばらつきがない場合、実伝達関数 \$H\_{re}\$、虚伝達関数 \$H\_{im}\$ のゲインは 3.18 MHz で一致し、相対ばらつきがある場合、ゲインが一致する周波数はシフトする。また多段 RCPF では理想的な直交性の場合、ゲインはすべての周波数範囲で 0dB のままで、その角周波数 \$\omega\$ に対する傾きはゼロとなる。この特性は図 8 の RCPF の相対ばらつきによる直交誤差によって劣化する。

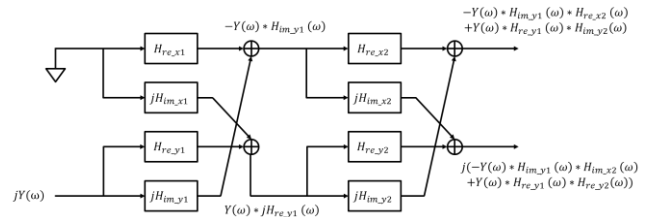


図 7. 2 段 RCPF 伝達関数モデル

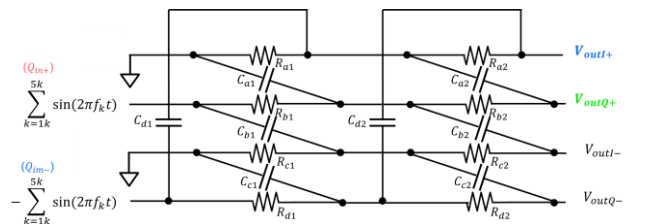


図 8. 2 段 RCPF シミュレーション回路

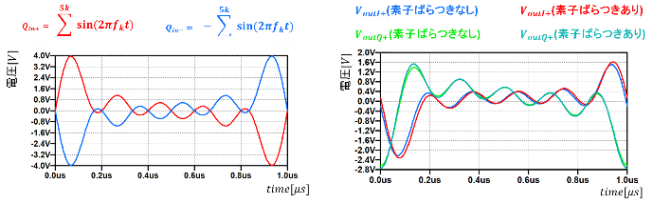
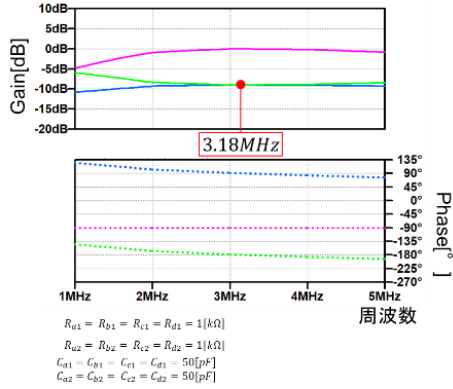
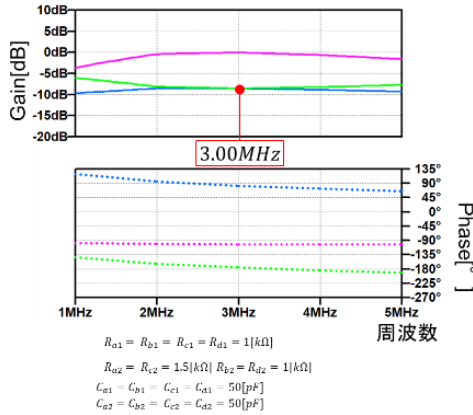


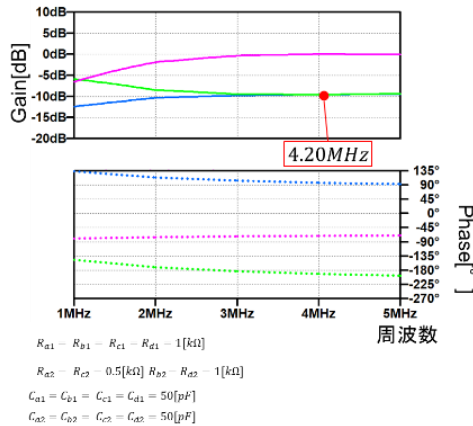
図 9. 2 段 RCPF の入力信号と出力信号



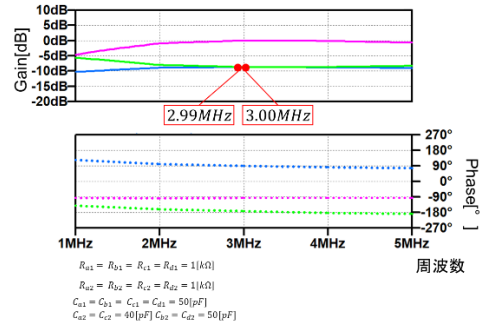
(a) 相対素子ばらつきなし



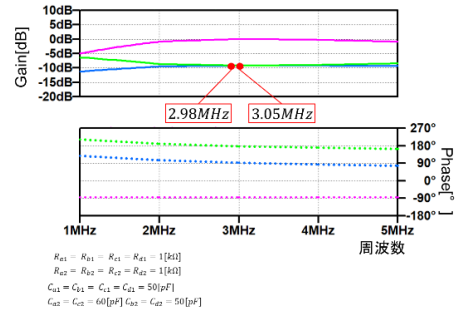
(b)相対素子ばらつきあり ( R )



(c) 相対素子ばらつきあり ( R )



(d) 相対素子ばらつきあり ( C )



(e) 相対素子ばらつきあり ( C )

図 10. 2 段 RCPF のシミュレーション結果(周波数領域)

## 5. まとめ

アナログ複素フィルタ RCPF は回路実現の際には製造ばらつきにより 4 つの抵抗間, 4 つの容量間の相対ばらつきにより, 直交特性が劣化する. これを数式上でモデリングを行い, マルチトーン信号入力を用いたテスト評価法を提案し, 2 段 RCPF の場合の回路シミュレーションで検証した. 提案手法は RCPF に限らず様々なアナログ複素フィルタ [9] の直交性評価に用いることができる.

## 参考文献

- (1) K. W. Martin, "Complex Signal Processing is NOT Complex", IEEE Trans. Circuits and Systems I, vol.51, no.9, 1823-1836 (Sept. 2004).
- (2) M. J. Gingell, "Single Sideband Modulation using Sequence Asymmetric Polyphase Networks", Electrical Communication (1973).
- (3) H. Kobayashi, J. Kang, T. Kitahara, S. Takigami, H. Sadamura, "Explicit Transfer Function of RC Polyphase Filter for Wireless Transceiver Analog Front-End", IEEE Asia-Pacific Conference on ASICs, Taipei, Taiwan (Aug. 2002).
- (4) F. Behbahani, Y. Kishigami, J. Leete, A. A. Abidi, "CMOS Mixers and Polyphase Filters for Large Image Rejection", IEEE J. of Solid-State Circuits, vol. 36, no. 6 (June 2001)
- (5) H. Tanimoto, "Exact Design of RC Polyphase Filters and Related Issues", IEICE Trans. Fundamentals, vol. E96-A, no.2, pp.402-414 (Feb. 2013)
- (6) Y. Tamura, R. Sekiyama, K. Asami, H. Kobayashi, "RC Polyphase Filter As Complex Analog Hilbert Filter", IEEE International Conference on Solid-State and Integrated Circuit Technology, Hangzhou, China (Oct. 2016).
- (7) K. Asami, N. Kushita, A. Hata, M. T. Tran, Y. Tamura, A. Kuwana, H. Kobayashi, "Analysis and Evaluation Method of RC Polyphase Filter", IEEE International Conference on ASIC, Chongqing, China (Oct. 2019)
- (8) K. Asami, "An Algorithm to Evaluate Wide-Band Quadrature Mixers", IEEE International Test Conference, Santa Clara, CA (Oct., 2007)
- (9) M. Murakami, H. Kobayashi, S. N. B. Mohyar, O. Kobayashi, T. Miki, J. Kojima, "I-Q Signal Generation Techniques for Communication IC Testing and ATE Systems", IEEE International Test Conference, Fort Worth, TX (Nov. 2016).