2020/10/16

のこぎり波信号入力での黄金比サンプリング条件を用いた等価時間サンプリングの検討

群馬大学

山本　修平、佐々木　優斗
桑名　杏奈、小林春夫

Kobayashi Lab.
Gunma University

アウトライン

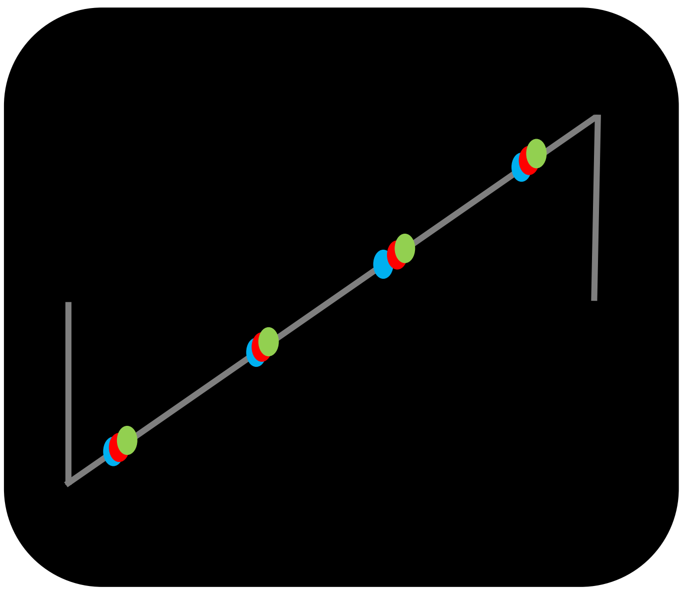
- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - のこぎり波の黄金比サンプリング
  - のこぎり波の貴金属比サンプリング
- まとめ

アウトライン

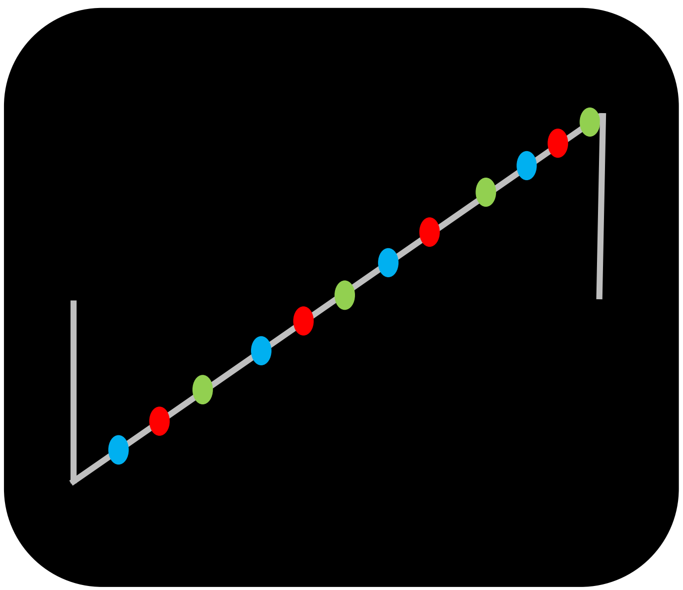
- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - のこぎり波の黄金比サンプリング
  - のこぎり波の貴金属比サンプリング
- まとめ

研究目的

等価時間サンプリングでの高効率波形取得



サンプリング点が局在



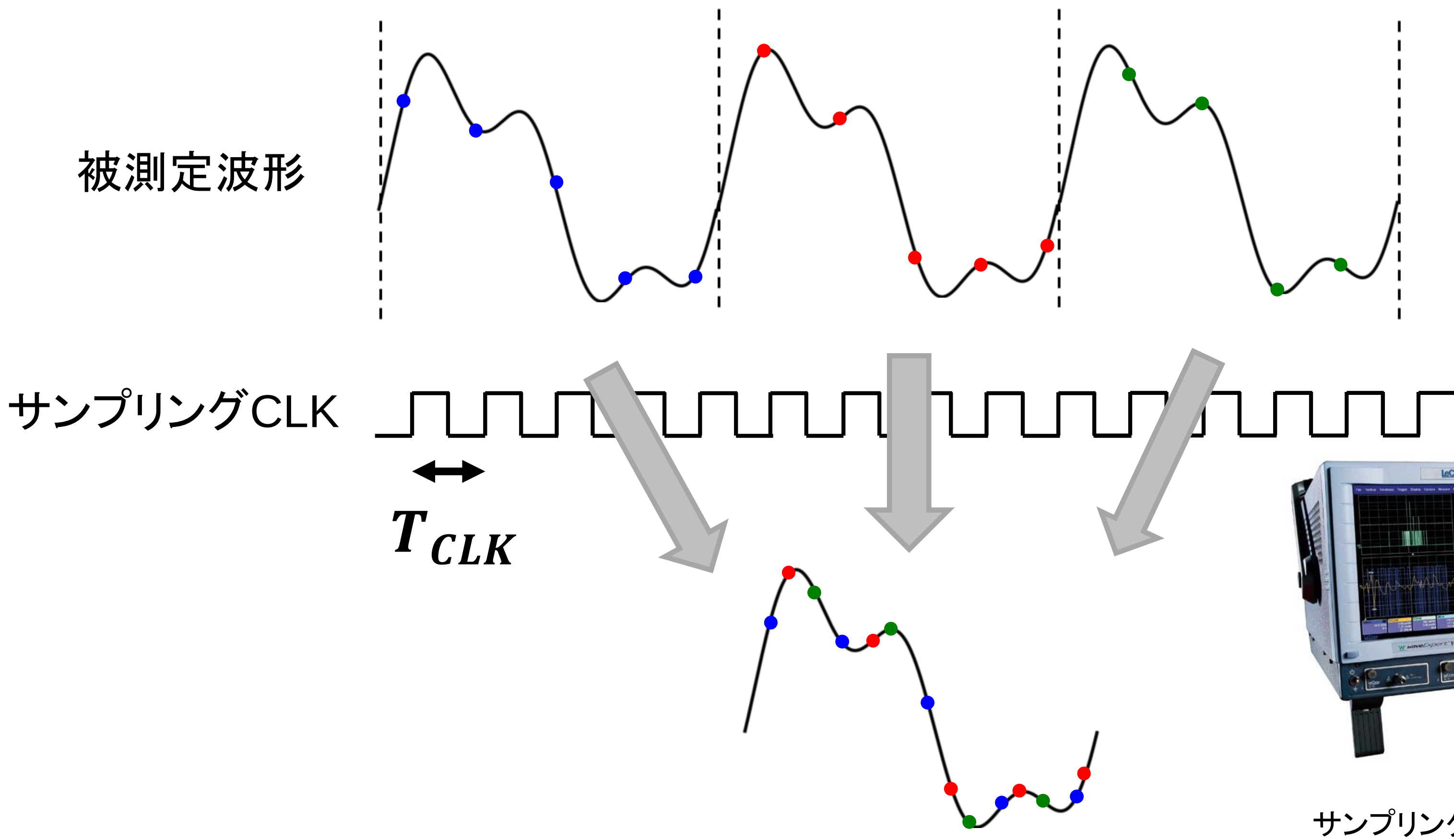
サンプリング点が分散

アウトライン

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - のこぎり波の黄金比サンプリング
  - のこぎり波の貴金属比サンプリング
- まとめ

等価時間サンプリングとは

- 繰り返し波形を高時間分解能でサンプリングする技術。
- サンプリング・オシロスコープ等で使用。



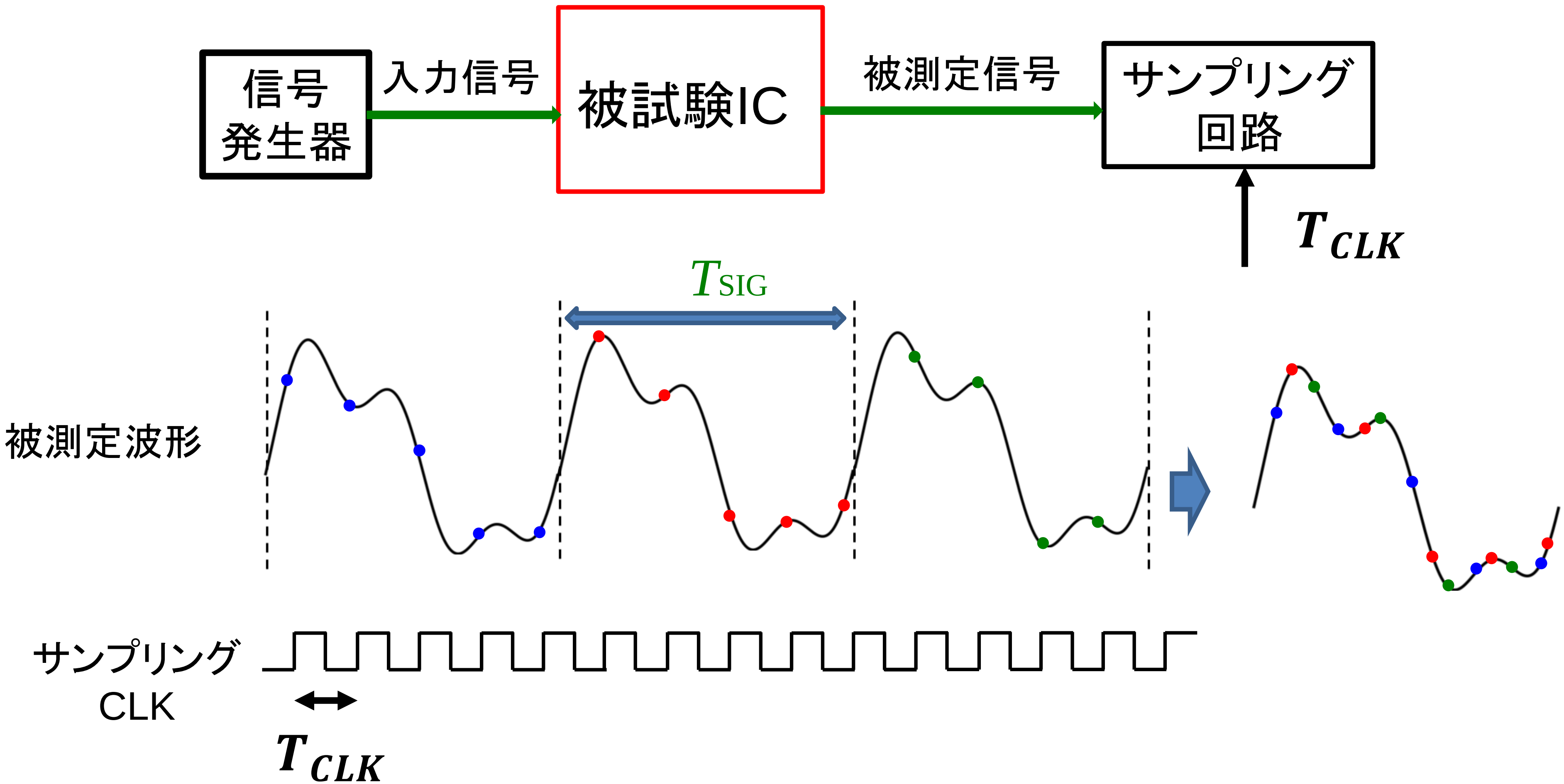
サンプリングオシロスコープ

https://teledynelecroy.com/japan/products/scopes/we/default.asp

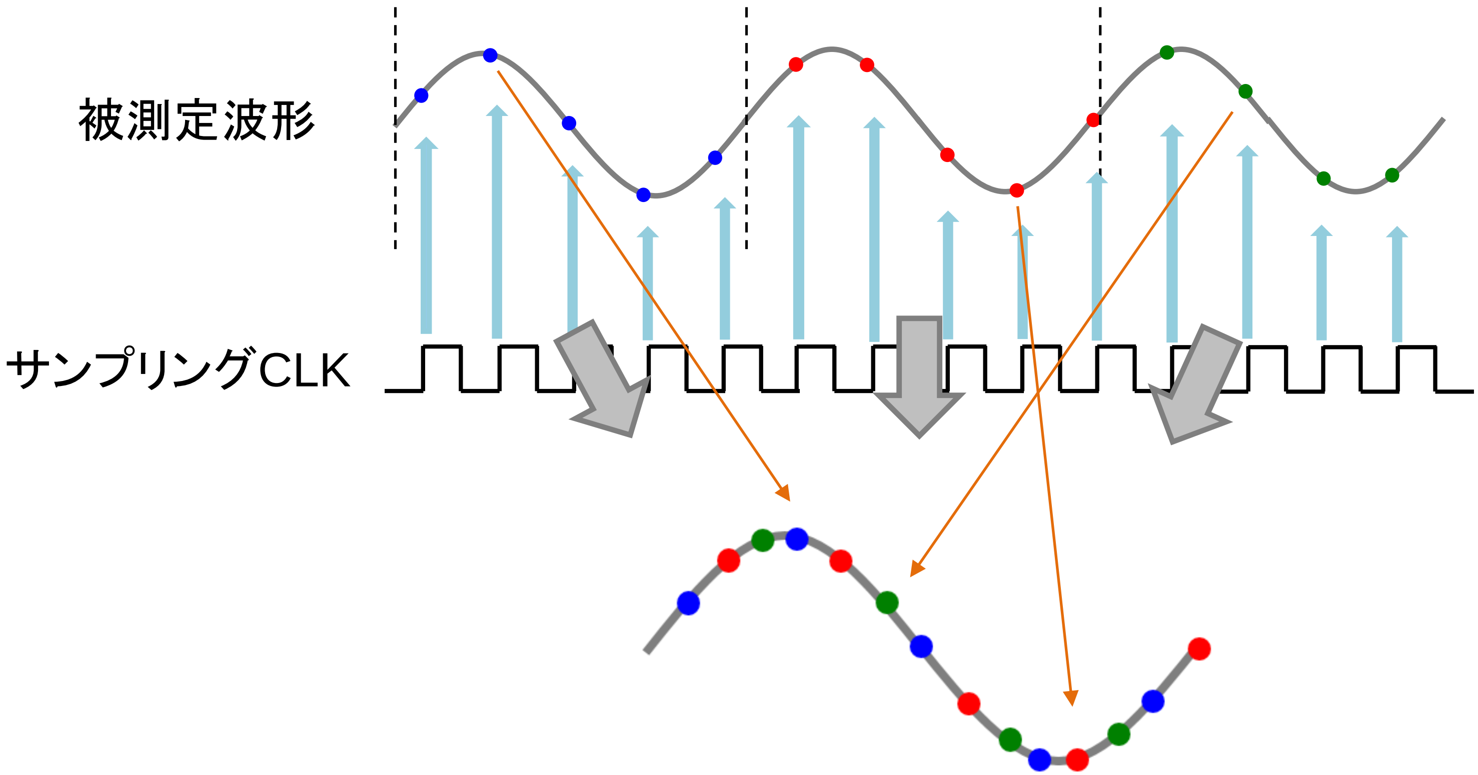
IC試験と等価時間サンプリング

- IC試験時に入力信号は制御可能

周期 T_{SIG} の入力 → 周期 T_{SIG} の出力信号

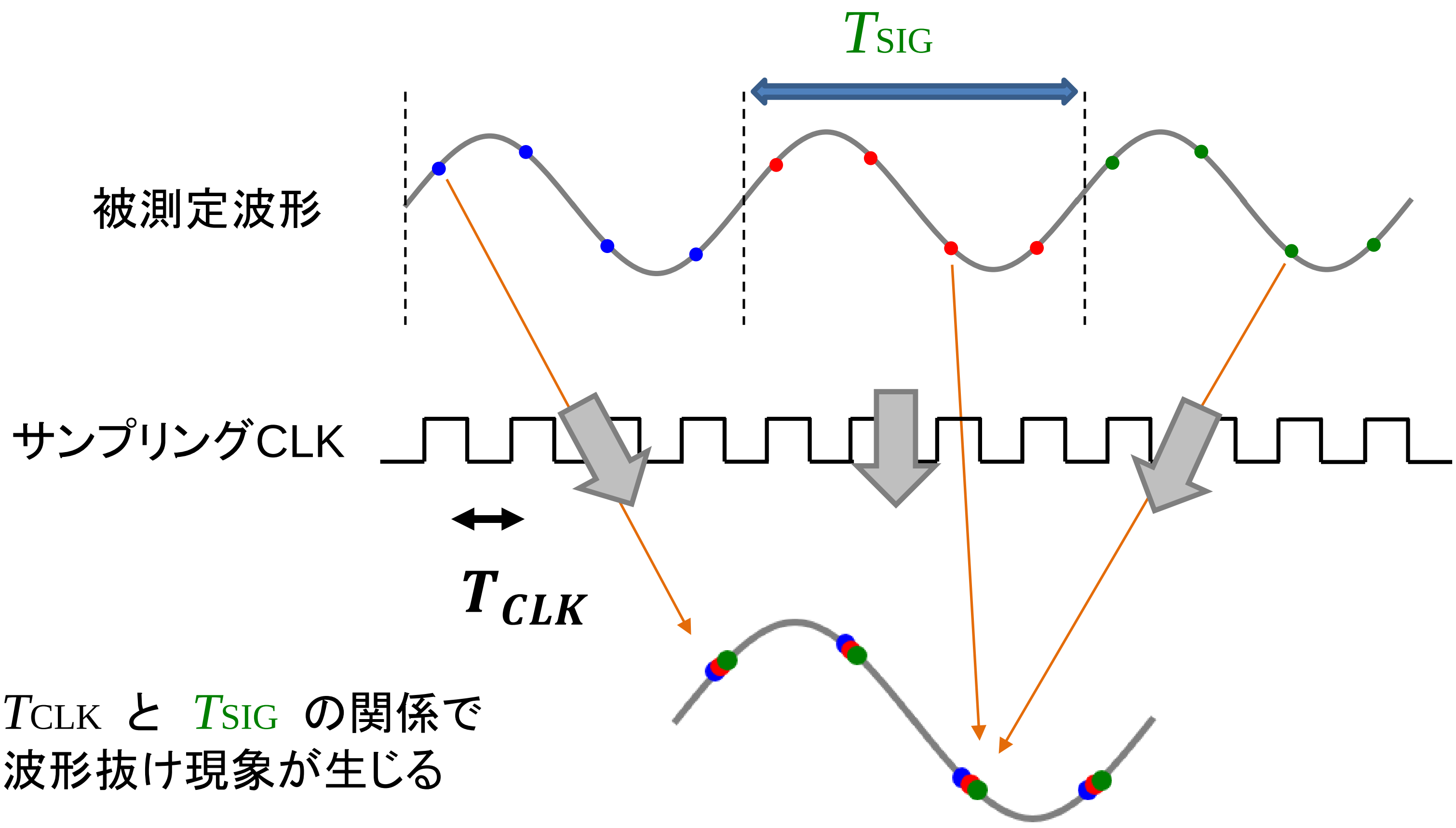


ランダム・サンプリングの原理



繰り返し波形を非同期CLKでサンプリング ⇨ 1周期波形を構成

波形抜け現象



T_{CLK} と T_{SIG} の関係で
波形抜け現象が生じる

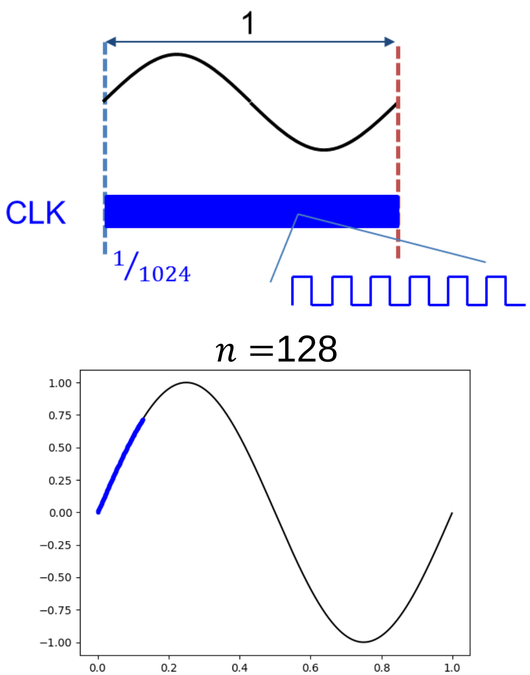
波形を再構成するために大量のデータが必要 ➡ 測定時間: 長

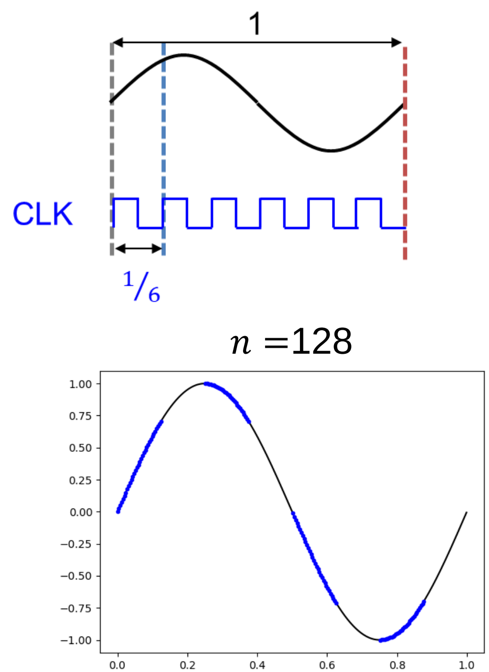
波形抜け条件（低波形取得効率）

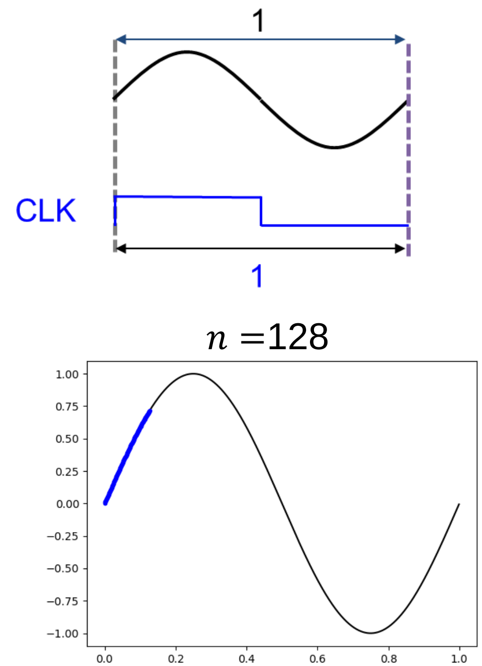
$f_{CLK} \gg f_{sin}$

$f_{CLK} \approx \frac{1}{\alpha} f_{sin} \quad \left(\alpha = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \cdots, \frac{1}{6}, \cdots \right)$

$f_{CLK} \approx f_{sin}$







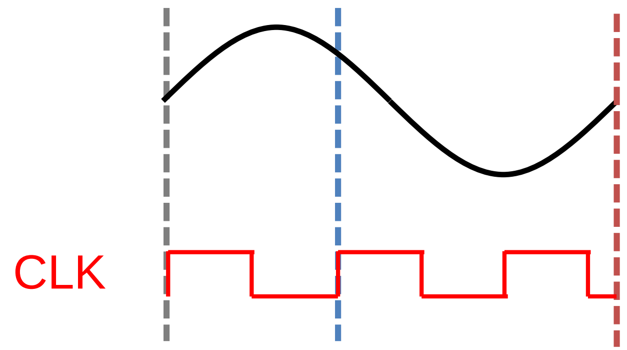
サンプリング点が局在 ➡ 隣接するサンプリング点間の距離の比： 大

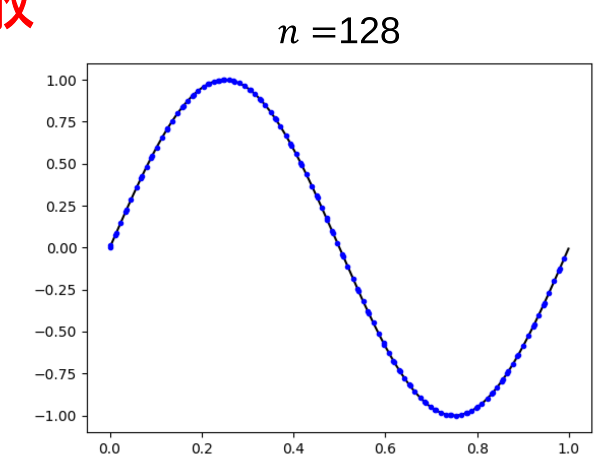
高波形取得効率条件

適切なCLK

サンプリング点が1周期内で一様に分散

高波形取得効率





サンプリング点が分散 ➡ 隣接するサンプリング点間の距離の比： 小

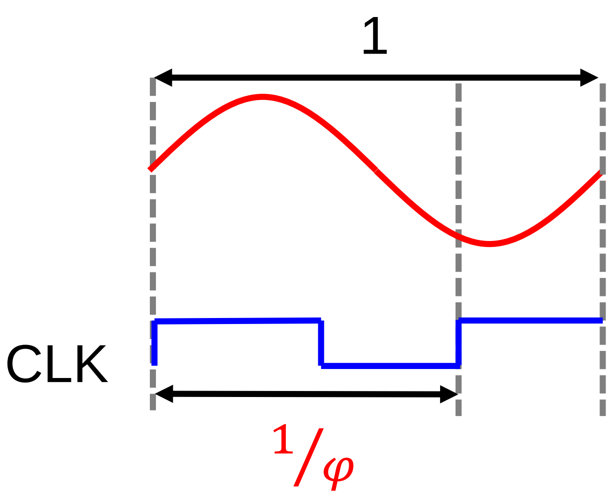
アウトライン

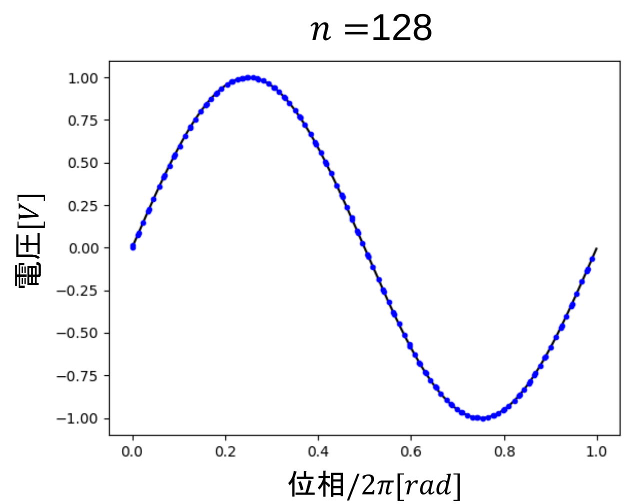
- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - のこぎり波の黄金比サンプリング
  - のこぎり波の貴金属比サンプリング
- まとめ

黄金比サンプリング

$$f_{CLK} = \varphi \times f_{sig}$$

φ : 黄金比 （= 1.6180339887…)





サンプリング点 ➡ 常に位相全体にまんべんなく分布

[1] Y. Sasaki, Y. Zhao, Anna Kuwana, H. Kobayashi : “Highly Efficient Waveform Acquisition Condition in Equivalent-Time Sampling System”, 27th IEEE Asian Test Symposium, Hefei, Anhui, China (2018)

黄金比とは

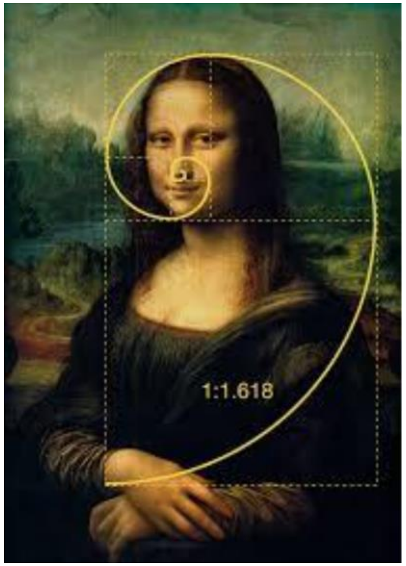
黄金比は、$x^2 - x - 1 = 0$ の正の解

$$x = \mathbf{1.618033988749895\ldots} = \varphi$$

最も美しい比

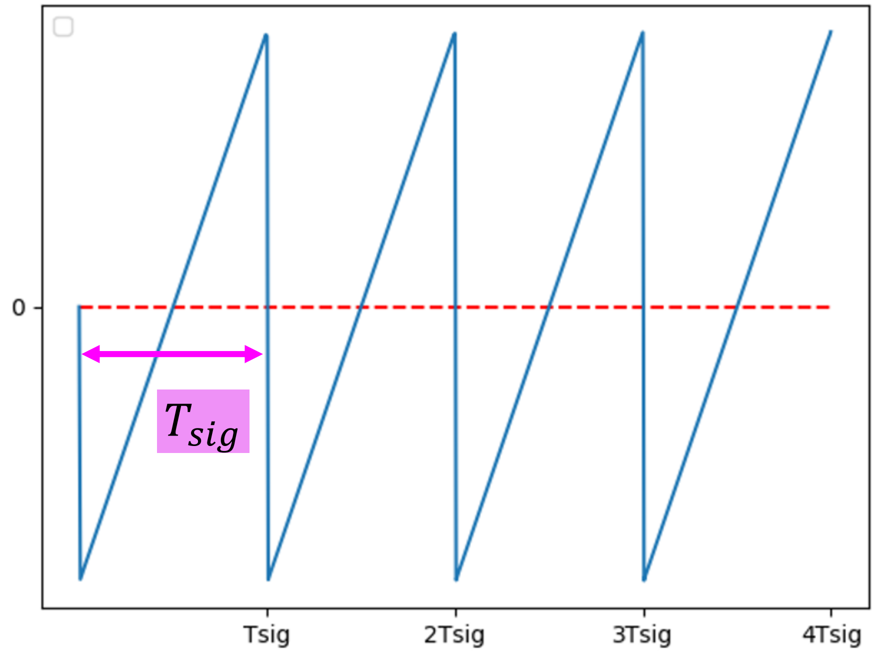
パルテノン神殿

モナ・リザ



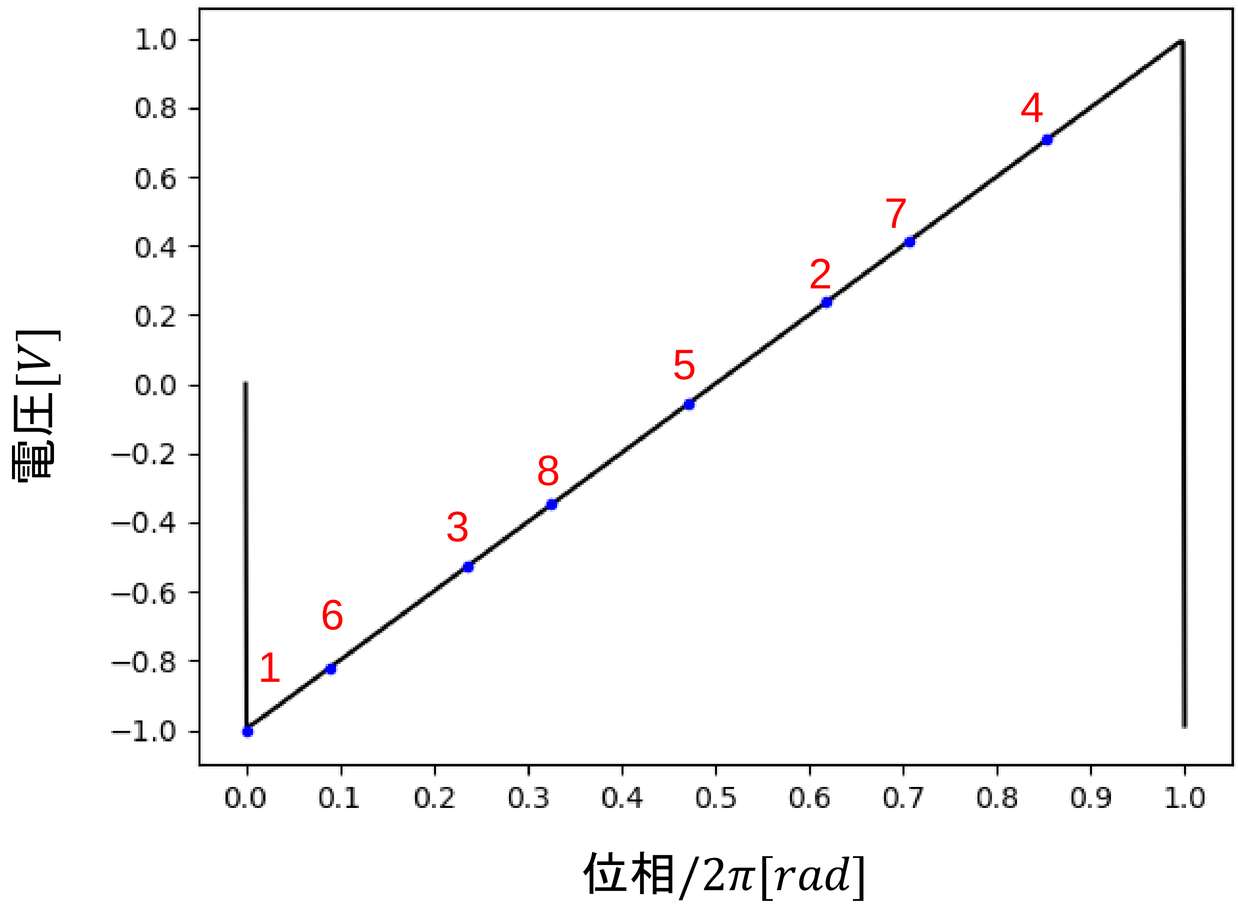
のこぎり波への適用

正弦波　　：周波数が一意
のこぎり波：周波数が複数存在（高調波をもつ）。

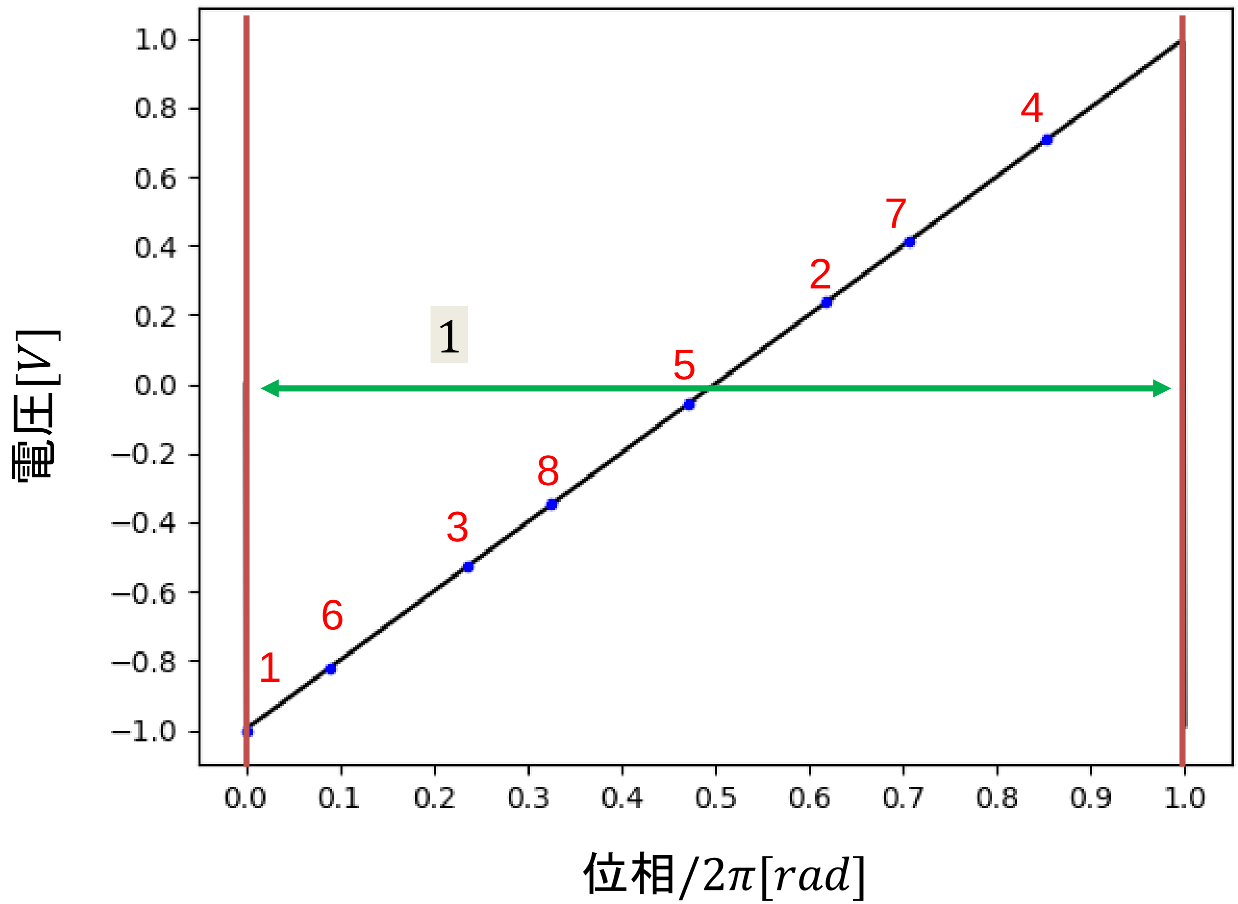


被測定信号の基本周波数：f_{sig}　　$f_{sig} = \dfrac{1}{T_{sig}}$

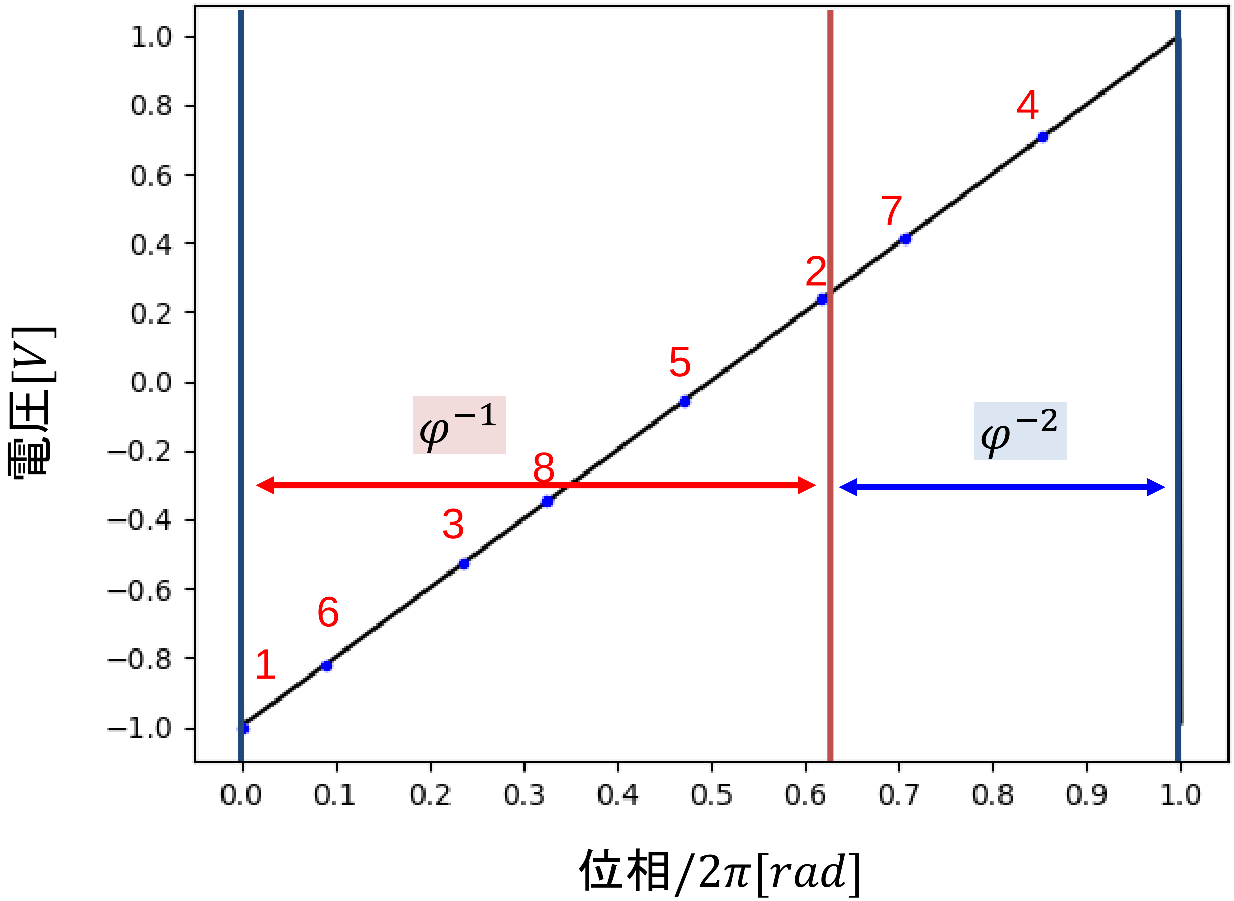
黄金比サンプリング（８点）



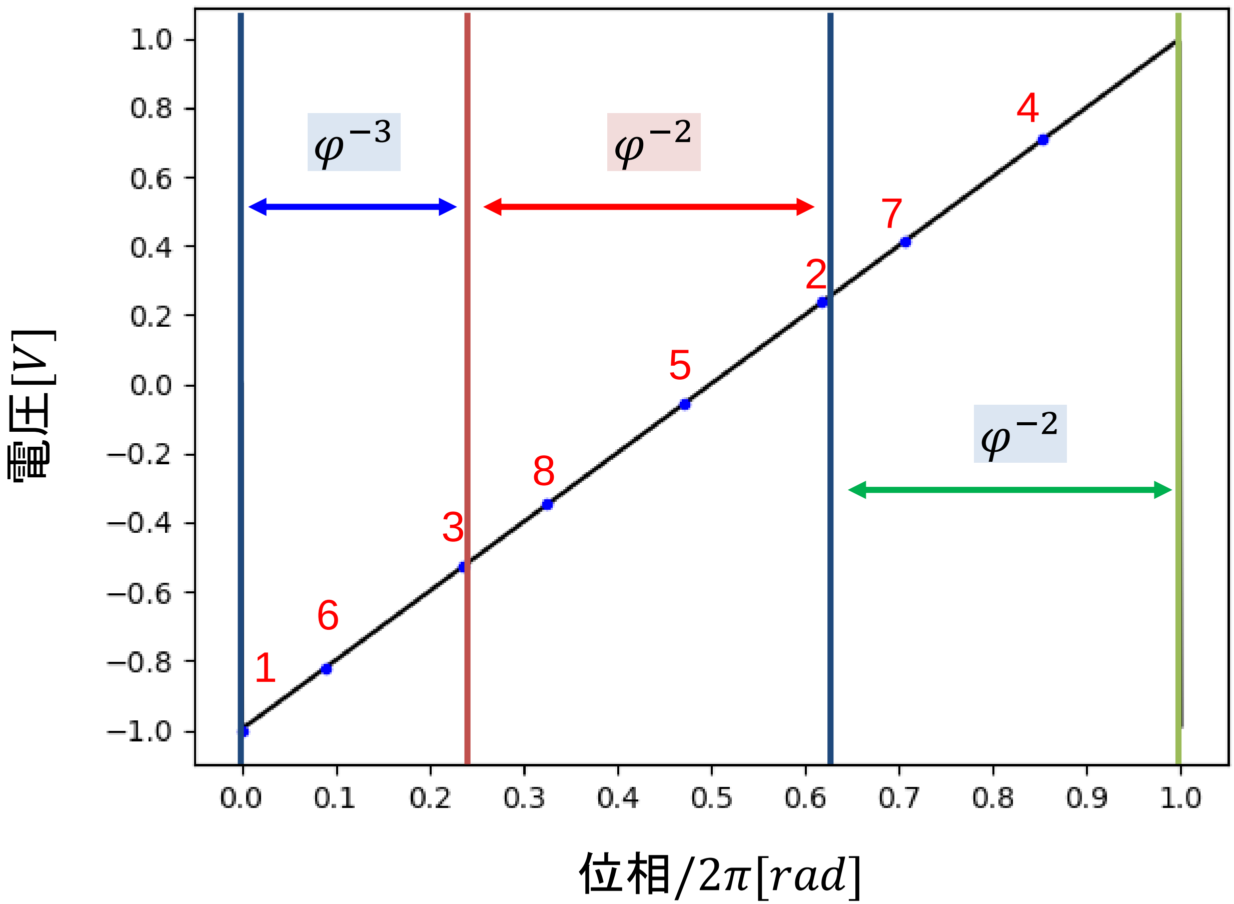
黄金比サンプリングの例（１／８）



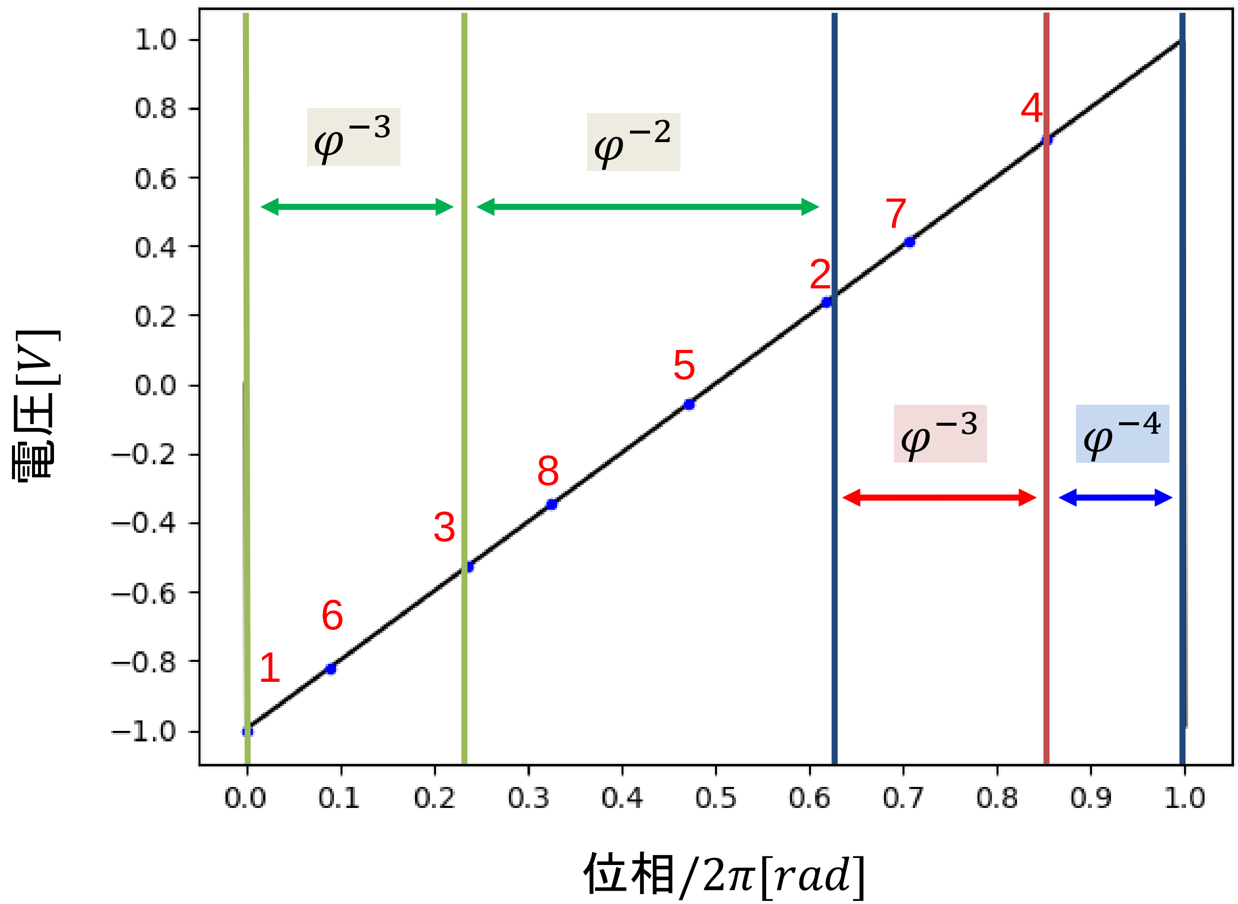
黄金比サンプリングの例（２／８）



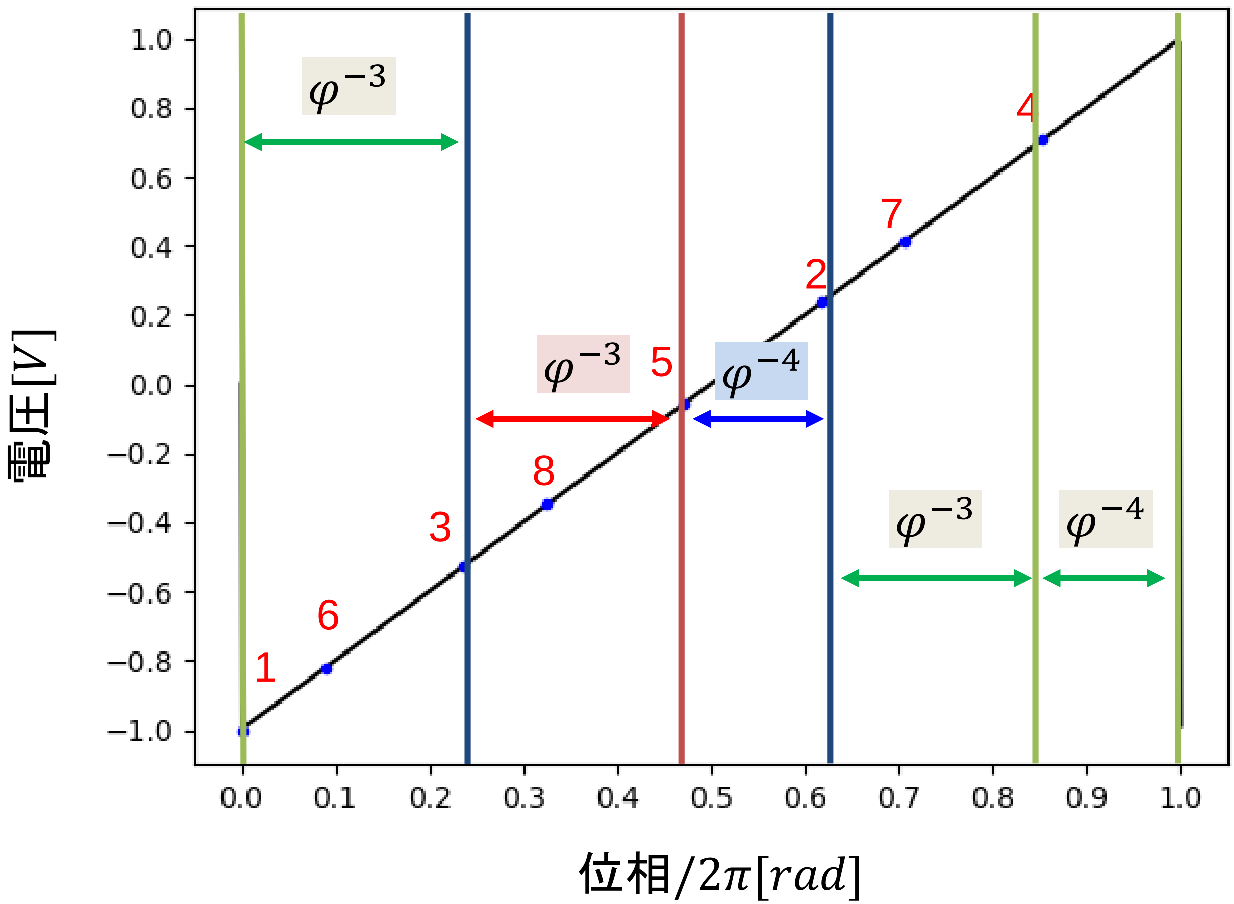
黄金比サンプリングの例（3／8）



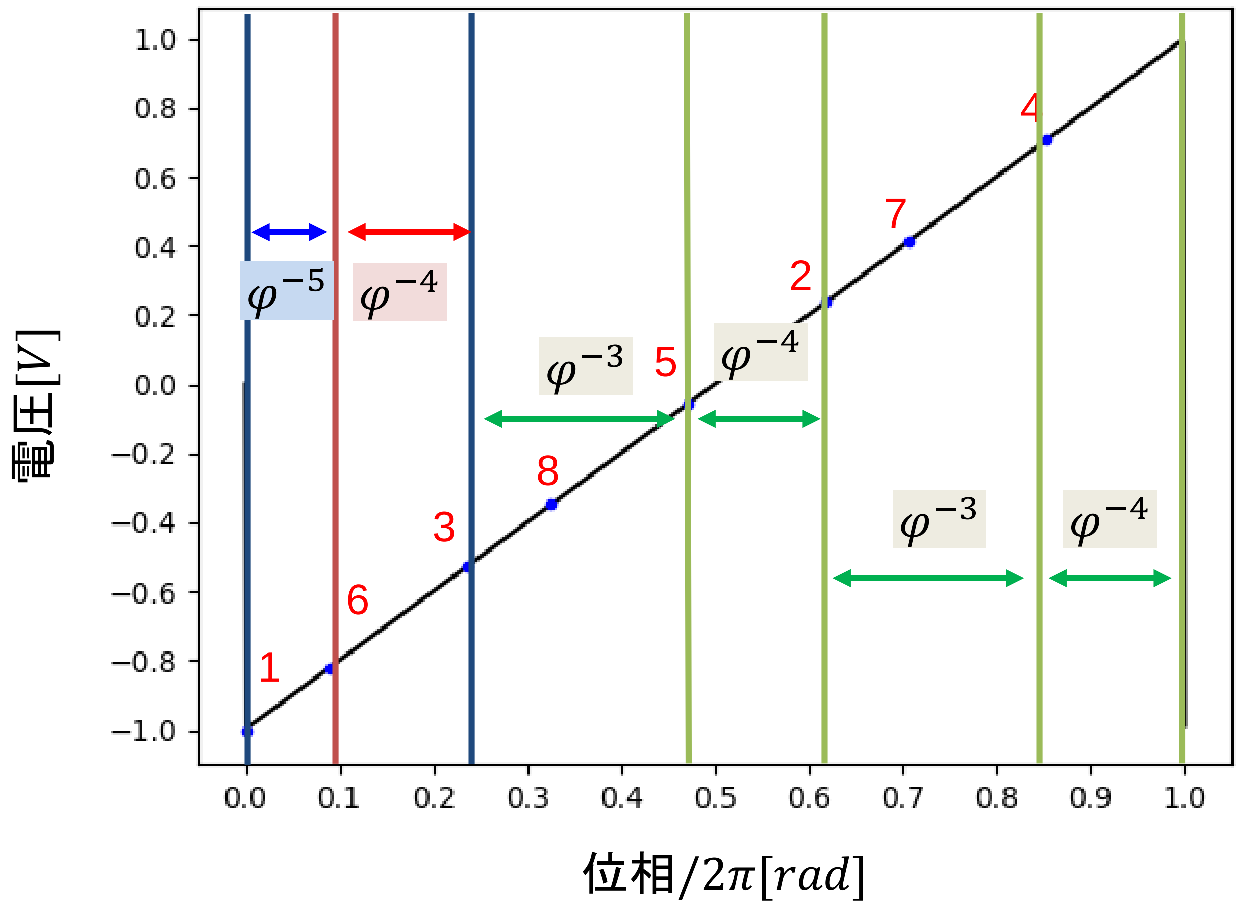
黄金比サンプリングの例（4／8）



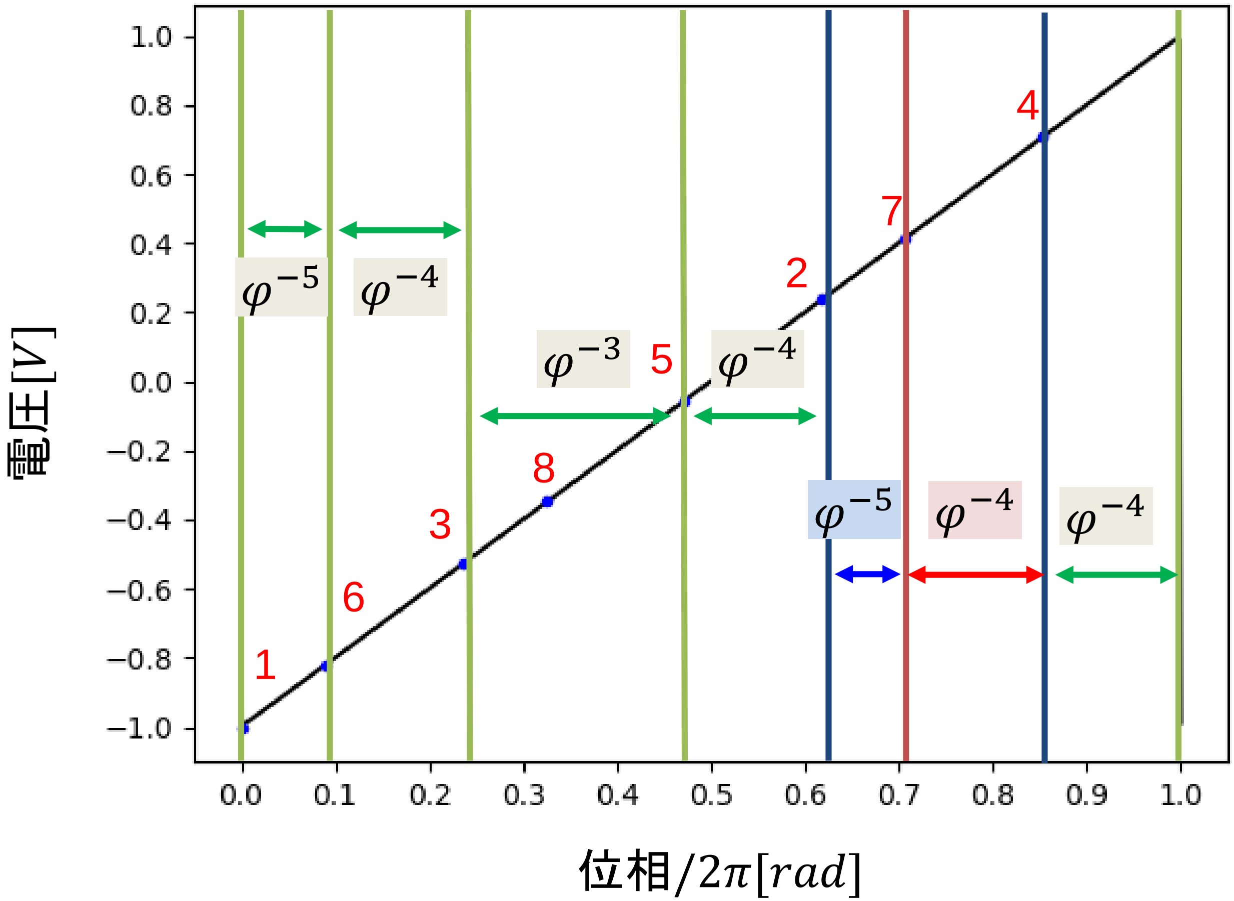
黄金比サンプリングの例（５／８）



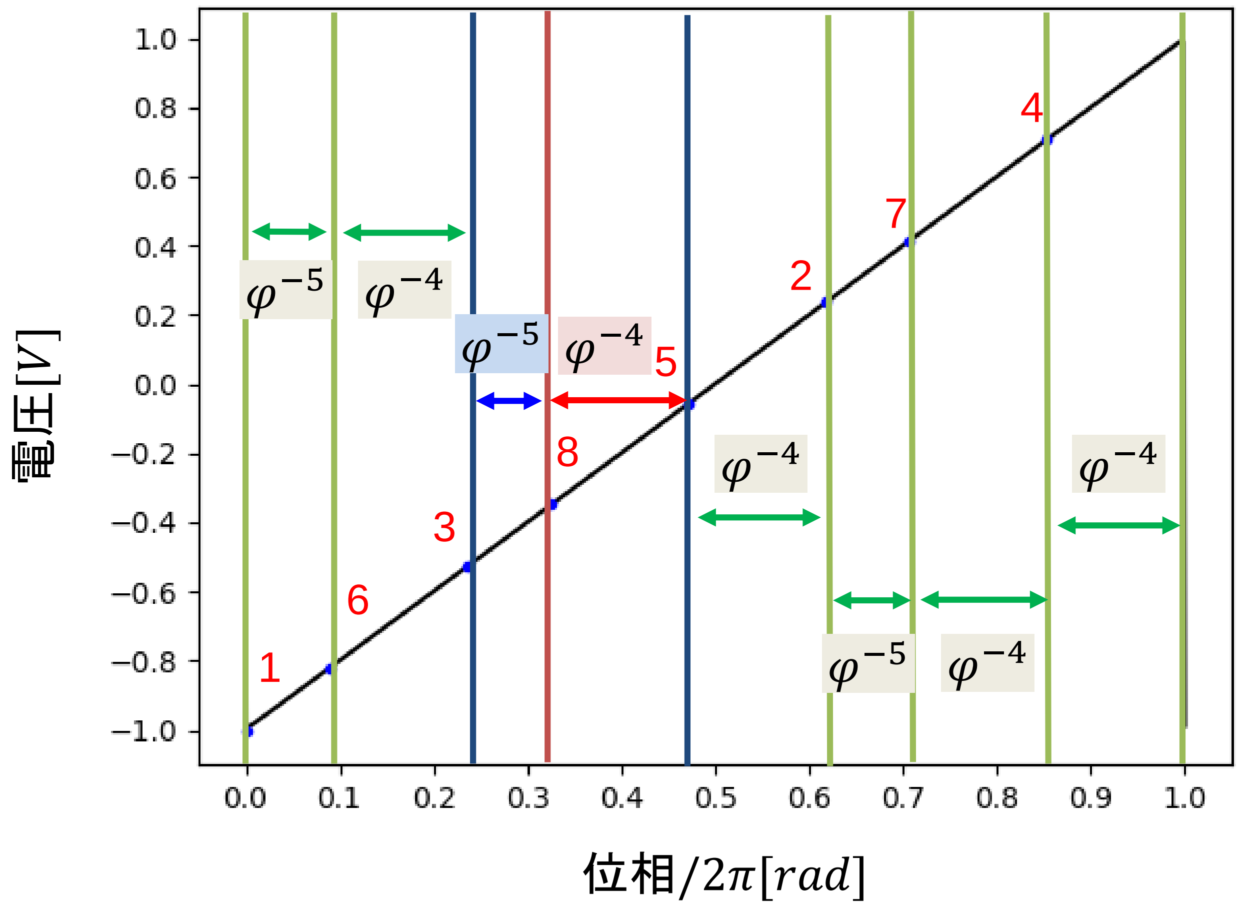
黄金比サンプリングの例（6／8）



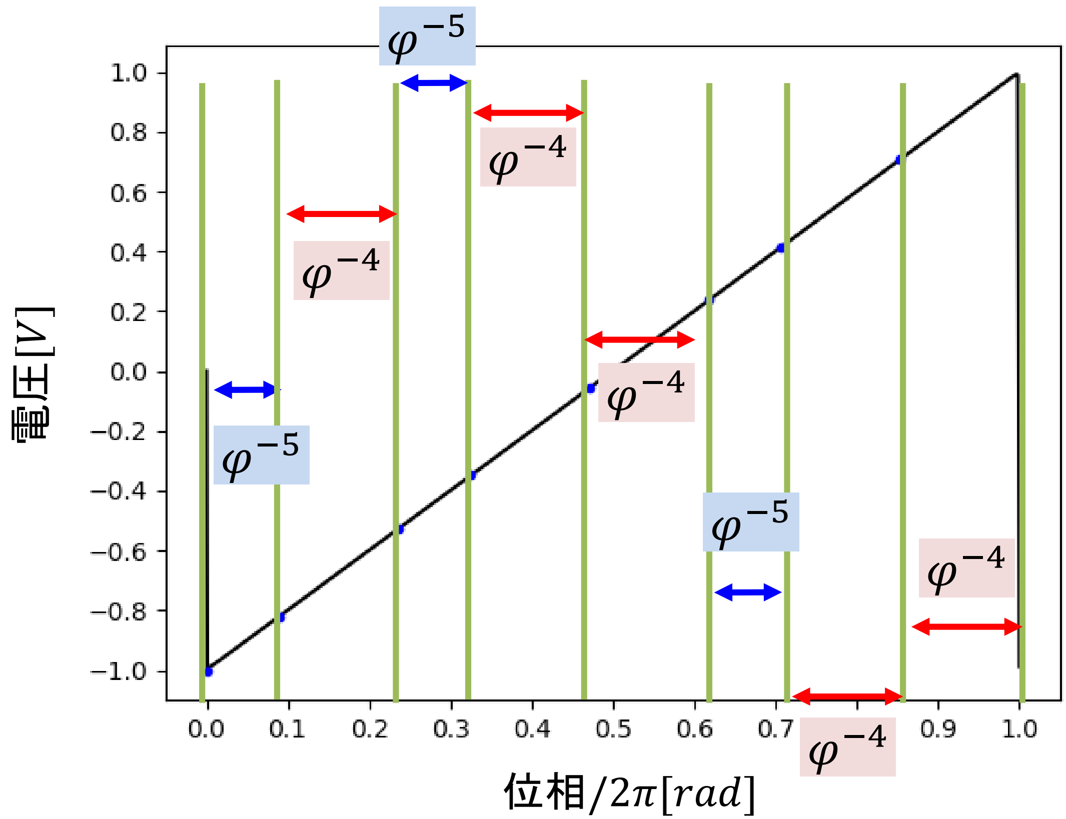
黄金比サンプリングの例（7／8）



黄金比サンプリングの例(8／8)



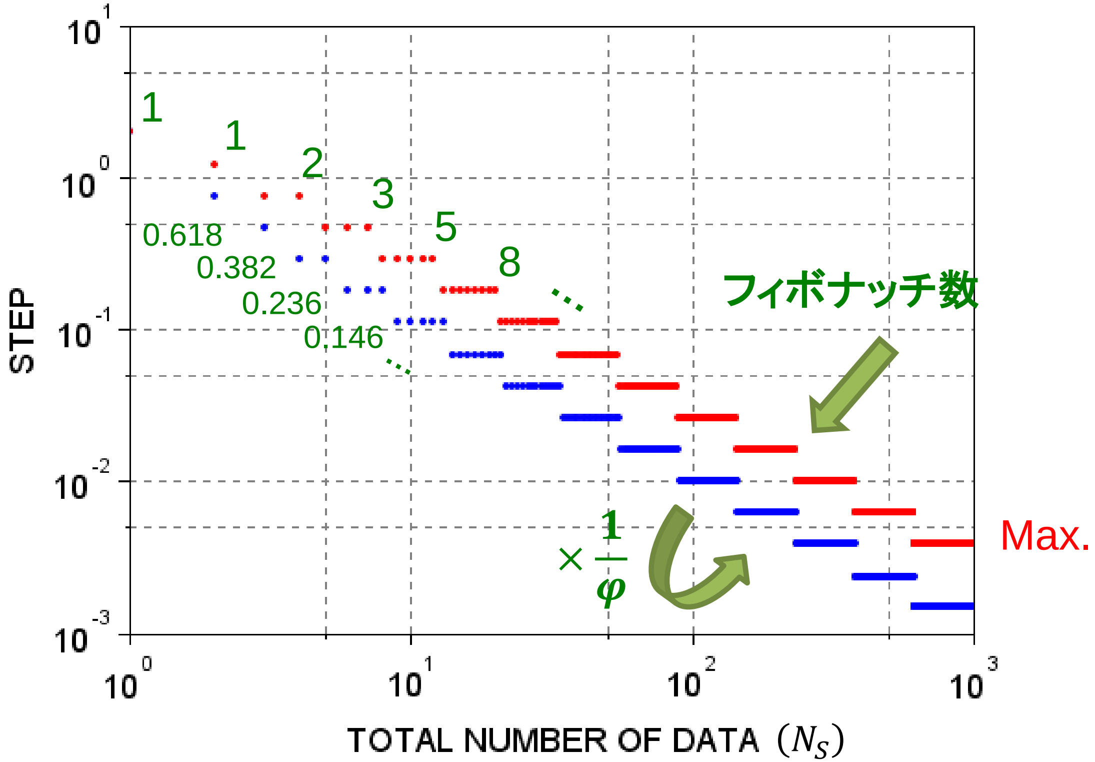
隣接点間距離(黄金比サンプリング)



最大距離／最小距離 ＝ φ または φ^2 （比が一定）

➡ サンプリング点：「近付きすぎる＆遠すぎる」ことがない

時間分解能(黄金比サンプリング)



最大・最小距離: フィボナッチ数毎に x 1/Φ

➡ 時間分解能: 「1 / 総サンプリング数」で向上

アウトライン

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
    - 黄金比サンプリング
    - 貴金属比サンプリング
- まとめ

貴金属比

貴金属比

$$1:\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2} \qquad (n=1,2,3\cdots)$$

n＝1:　黄金比(1.6180...)

n＝2:　白銀比(2.4142...)

n＝3:　青銅比(3.3027...)

⋮

n＝m:　1:M

逆数との差が自然数

$M-\frac{1}{M}$＝自然数

連分数として表現

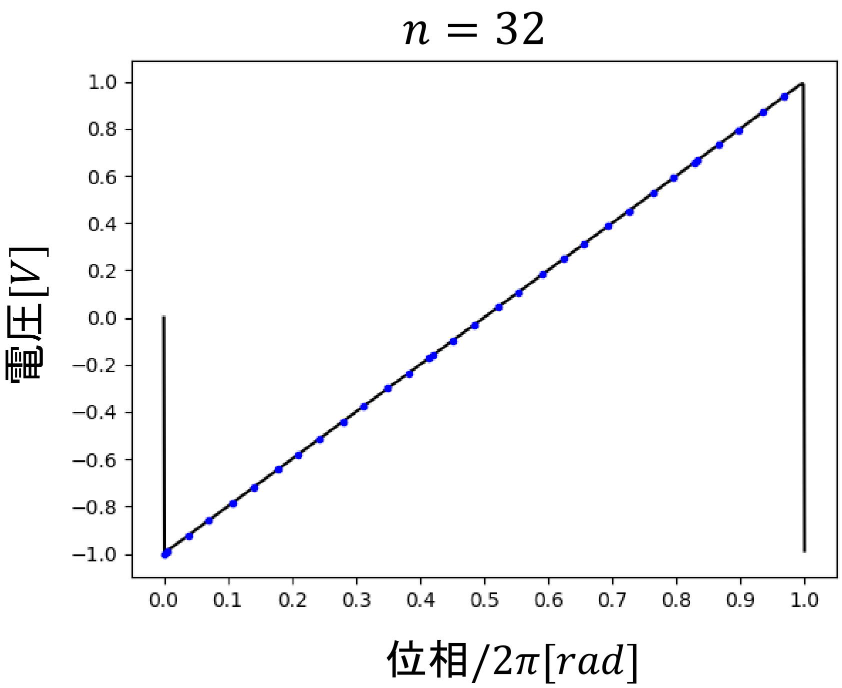
$$M=n+\cfrac{1}{n+\cfrac{1}{n+M}}$$

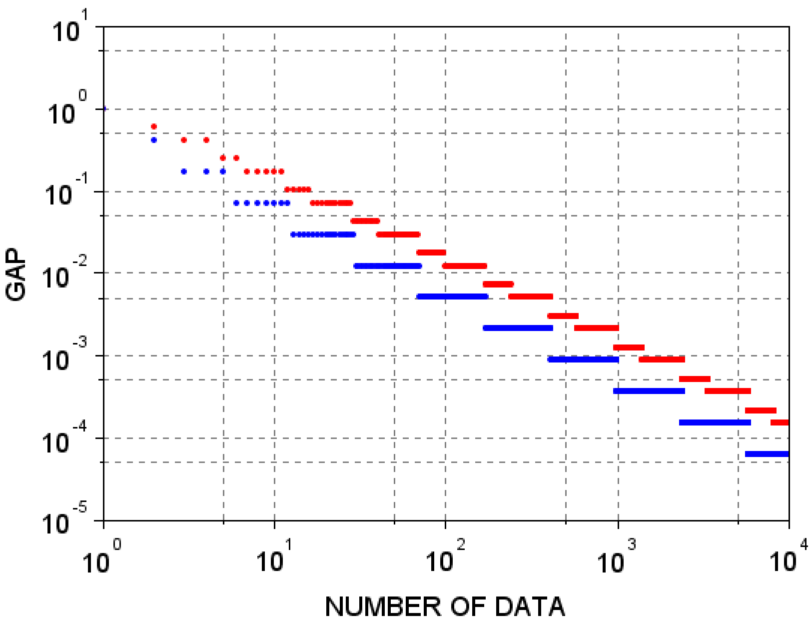
隣り合う項の比の極限が貴金属比になる数列

$$F_0, F_1=1, F_{n+2}=nF_{n+1}+F_n$$

白銀比サンプリング

$$f_{CLK} = \left(1 + \sqrt{2}\right) \times f_{sig}$$

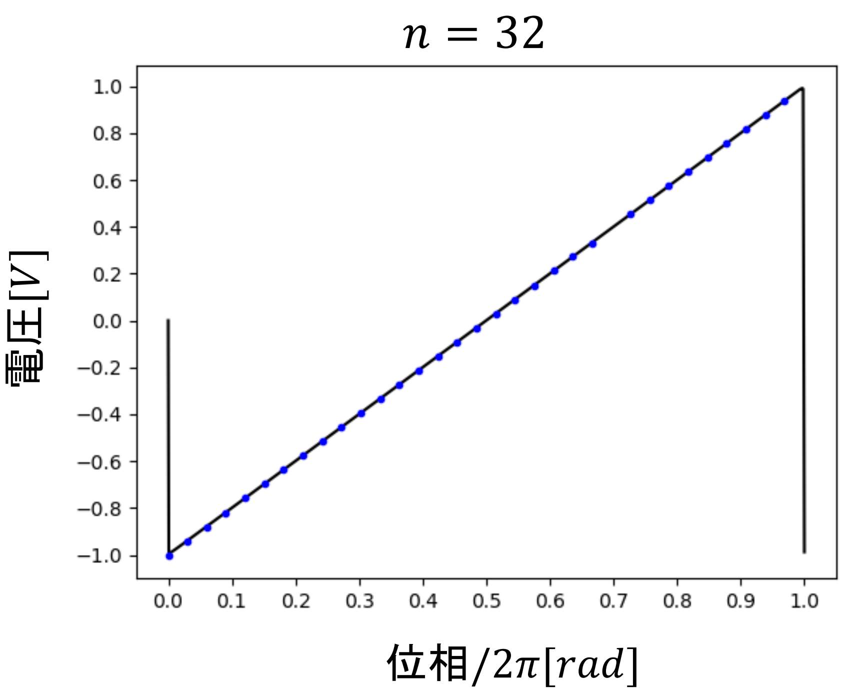


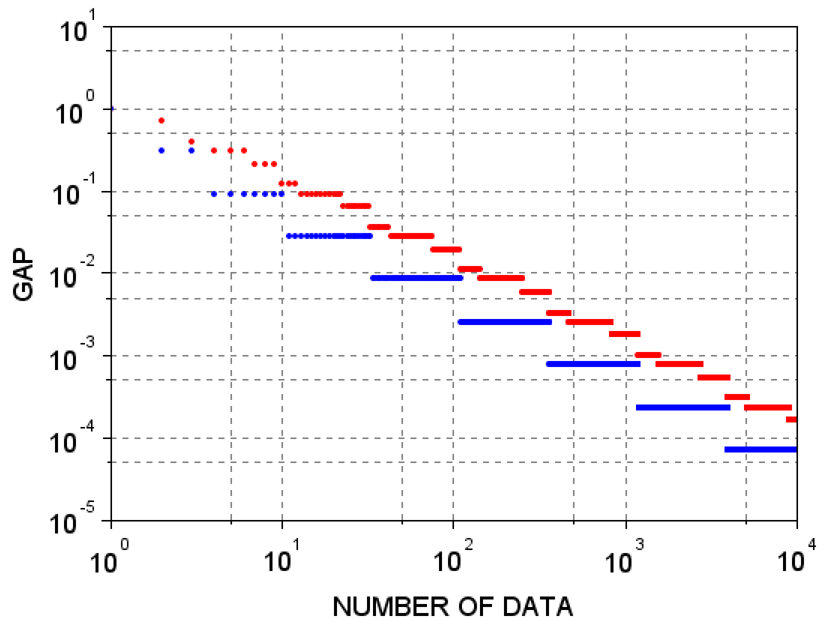


最大距離／最小距離 $= 2+\sqrt{2},\ 1+\sqrt{2},\ \sqrt{2}$

青銅比サンプリング

$$f_{CLK} = \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \times f_{sig}$$





最大距離／最小距離 $= \frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{3+\sqrt{13}}{2}, \frac{1+\sqrt{13}}{2}, \frac{\sqrt{13}-1}{2}$

サンプリング周波数

貴金属比

$$1:\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2} \qquad (n=1,2,3\cdots)$$

$n=1$ 黄金比（1:1.618…）
一周期ごとに1.618...回サンプリング

$n=2$ 白銀比（1:2.414…）
一周期ごとに2.414...回サンプリング

$n=3$ 青銅比（1:3.302…）
一周期ごとに3.302...回サンプリング

⋮

$n=m$
一周期ごとに$\frac{m+\sqrt{m^2+4}}{2}$回サンプリング

一周期ごとのサンプリング点が増加。

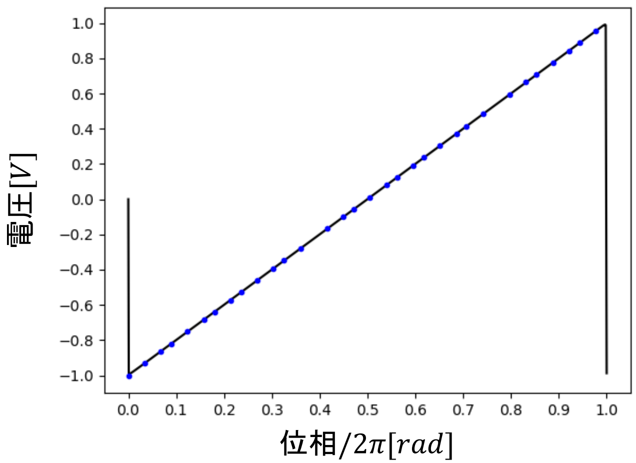
入力信号周波数 fsig 一定の時

サンプリング周波数 fclk
→ 高くする必要あり

貴金属比サンプリングの比較

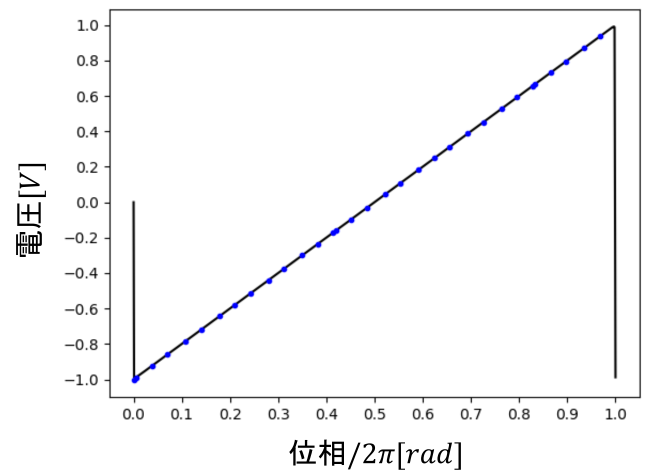
黄金比（1:1.6180…）

$n = 32$



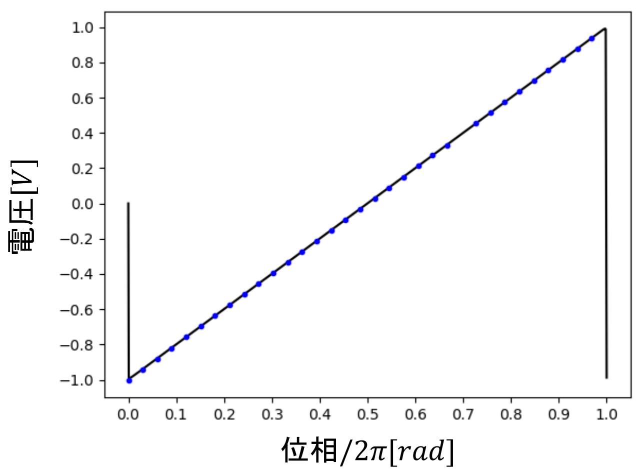
白銀比（1:2.414…）

$n = 32$



青銅比（1:3.3027…）

$n = 32$



第n貴金属比

- n → 小
  - 最大距離／最小距離： 小
  - サンプリング周波数： 低 でよい
- n → 大
  - 最大距離／最小距離： 大
  - サンプリング周波数： 高 が必要

アウトライン

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 高効率波形取得条件
  - 黄金比サンプリング
  - 貴金属比サンプリング
- まとめ

まとめ

等価時間サンプリングでの高効率波形取得条件を検討

- 黄金比サンプリング（$f_{CLK} = \varphi \times f_{sig}$）
    - 効率:　最高
    - サンプリング周波数:　低

⬇

- 貴金属比サンプリング（$f_{CLK} = \frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2} \times f_{sig}$）
    - 効率:　良
    - サンプリング周波数:　高

Q&A

周期が長いときはどう扱う予定ですか？
→IC試験時を想定しているため、考慮していません。

黄金比よりも小さい無理数、例えば$\sqrt{2}$などを用いる場合でも同じことができますか？
→考察していないので正確なことは言えませんが、貴金属比を用いると最大・最小の比が一定になるという性質を用いているため、本質的に同じようなことはできないと思います。

小数点何桁までを想定しているのですか？無理数を扱うのは現実問題妥協の範囲があると思いますが。
→あくまで理論的な話で考えていたため今回は考察してません。一応シミュレーション上では小数点3~4桁程度で行いました。