

2021年12月3日（金）



グリーン・ヘルスケアエレクトロニクスを支える エグゼクティブエンジニア養成プログラム

「アナログ回路の基礎と応用」 後半

1. オペアンプ回路の基礎
2. スイッチト・キャパシタ回路
3. AD/DA変換器の基礎
4. 基準電流源・電圧源回路

講師： 群馬大学 小林春夫

2021年12月3日（金）



グリーン・ヘルスケアエレクトロニクスを支える エグゼクティブエンジニア養成プログラム

「アナログ回路の基礎と応用」 後半

1. オペアンプ回路の基礎

講師： 群馬大学 小林春夫

e-mail: koba@gunma-u.ac.jp

<https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/>

<https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/lecture/lecture.html>

<https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/analog-web/analogworkshop.html>

<https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/gakkai.html>

センサインターフェース アナログ回路の重要性

英国ロンドンのテムズ川の流速を電磁流量計の原理



測定を試みる。(磁界は地磁気を利用)

出力電気信号が非常に小

フィルタリング・増幅する電子回路がない

自動車に
多数の
センサ

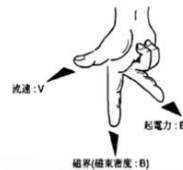
電磁流量計の動作原理

- ファラデーの法則
起電力 \propto 流速

$$E = D \cdot \bar{V} \cdot B$$

E : 起電力(V)
 D : 管内径(m)
 \bar{V} : 平均流速(m/s)
 B : 磁束密度(T)

- フレミングの右手の法則

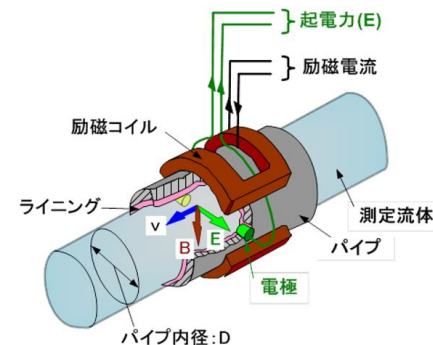


Michael Faraday /
Bonaventura Thurlemann 1941

電磁流量計の動作原理

- 起電力 E (V)
 $E = D \cdot \bar{V} \cdot B$
- 体積流量 Q (m³/s)
 $Q = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot \bar{V}$
- 起電力と体積流量の関係

$$E = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{B}{D} \cdot Q$$



マイケル
ファラデー
1971-1867
英国
化学者
物理学者



アナログは アンプに始まりアンプに終わる

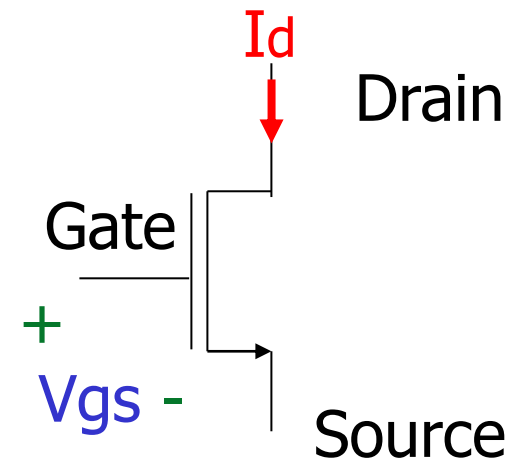
- オペアンプはアナログの基本
- オペアンプは一見脇役のような回路でも
「最後に回路全体の性能を決めるのは
オペアンプの性能」
ということをしばしば経験。
- アンプの回路に注意を払う
→ アナログのプロ

トランジスタによる信号増幅のイメージ

窓のカーテンを開けると
部屋に太陽光が入ってくる



窓のカーテン: ゲート(門)
外の太陽: ソース(供給口)
部屋: ドレイン(排出口)





演算増幅器の歴史

演算増幅器

(オペアンプ, operational amplifier) は
アナログの基本

Operation Amplifier



Operational amplifier の用語はコロンビア大学の
ジョン・ラガツィーニ (John Ragazzini) 教授により
1947 年に公表された論文で初めて使用。

複数の入力電圧にて、数学的な演算 (Operation)
が可能である増幅器 (Amplifier) を
Operational amplifier と定義。

(J. Ragazzini は

R. E. Kalman, E. I. Jury, L. A. Zadeh 等の師)

オペアンプ(演算増幅器)

線形回路応用:

- ・増幅(ゲインアンプ)
- ・信号加減算
- ・差動増幅
- ・電圧源
- ・電流源
- ・電圧-電流変換
- ・電流-電圧変換
- ・アクティブフィルタ
- ・積分回路
- ・微分回路 など

非線形回路応用:

- ・対数演算
- ・指数演算
- ・平方根演算
- ・乗算/除算演算
- ・絶対値演算
- ・正弦波発振
- ・方形波、三角波発振
- ・リミッタ回路 など



1963年世界初
モノリシックオペアンプ
μA702 Fairchild
ゲイン: 68dB
電源: +12V/-6V
価格: 300ドル(売れず)

1965年
μA709 Fairchild
ゲイン: 94dB
電源: $\pm 15V$
商業的に大成功



群馬大学非常勤講師
中谷隆之先生資料より

オペアンプ回路設計の先駆者 Bob Widlar (1937-1991)

フェアチャイルドセミコンダクター社で1960年代に活躍。

様々な世界初のアナログ設計を行ない、後の業界標準となる。

世界初のICオペアンプ $\mu A702$

$\mu A741$ の元となった LM101

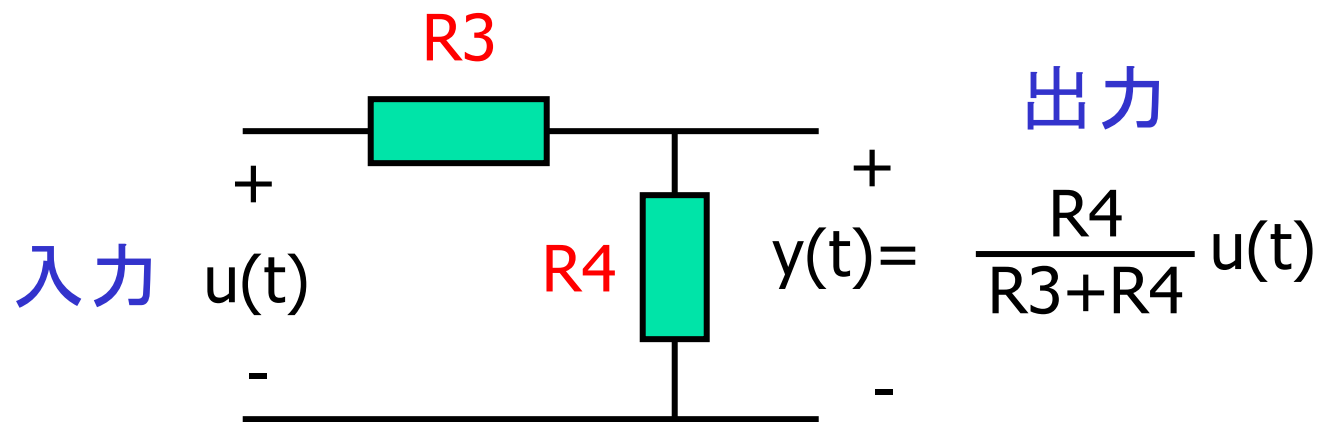
電圧レギュレータ $\mu A723$

ワイドラー電流源

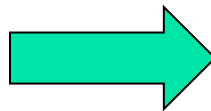
バンドギャップ電圧参照回路 等



抵抗だけでは信号を増幅できない。



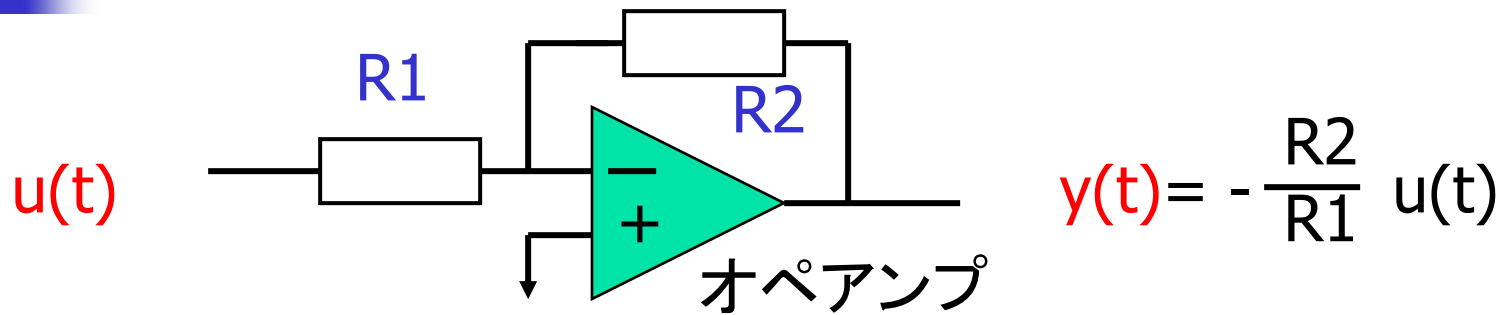
常に $\frac{R4}{R3+R4} < 1$



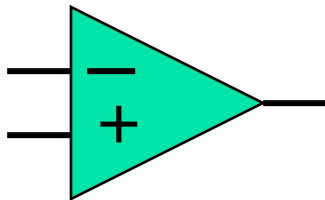
出力信号は
入力信号より小さい

線形であるが信号を増幅できない。

信号増幅・線形電子回路の例



$R2 > R1$ にすれば $\frac{R2}{R1} > 1$ \rightarrow 信号増幅



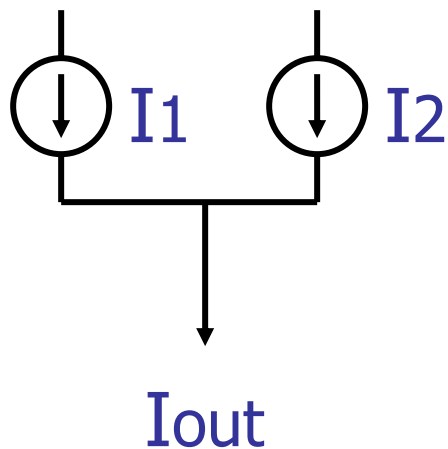
オペアンプ: トランジスタ, R, C から構成する。

電流の加算・減算と電圧の加算・減算

電流の加算・減算： **キリヒホッフ電流則**により
配線の結線だけでよい。

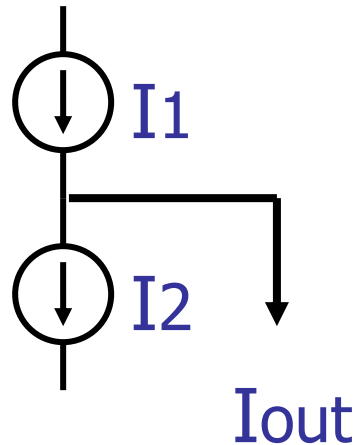
電流加算

$$I_{out} = I_1 + I_2$$



電流減算

$$I_{out} = I_1 - I_2$$



電圧の加算・減算：

電流ほど簡単ではない。

オペアンプを
用いれば可能。

オペアンプ (Operational Amplifier, 演算増幅器)

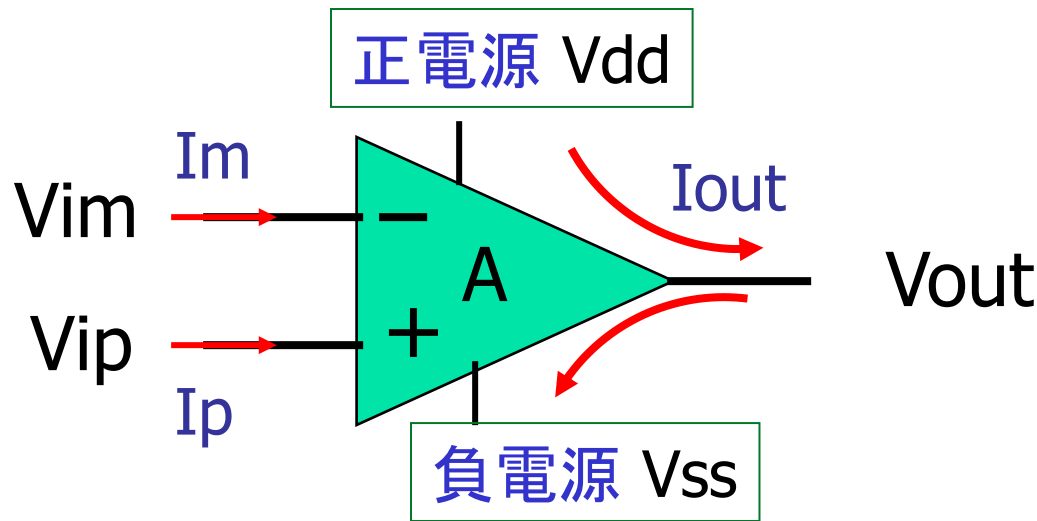
- ゲイン A がきわめて大きい

$$V_{out} = A (V_{ip} - V_{im})$$

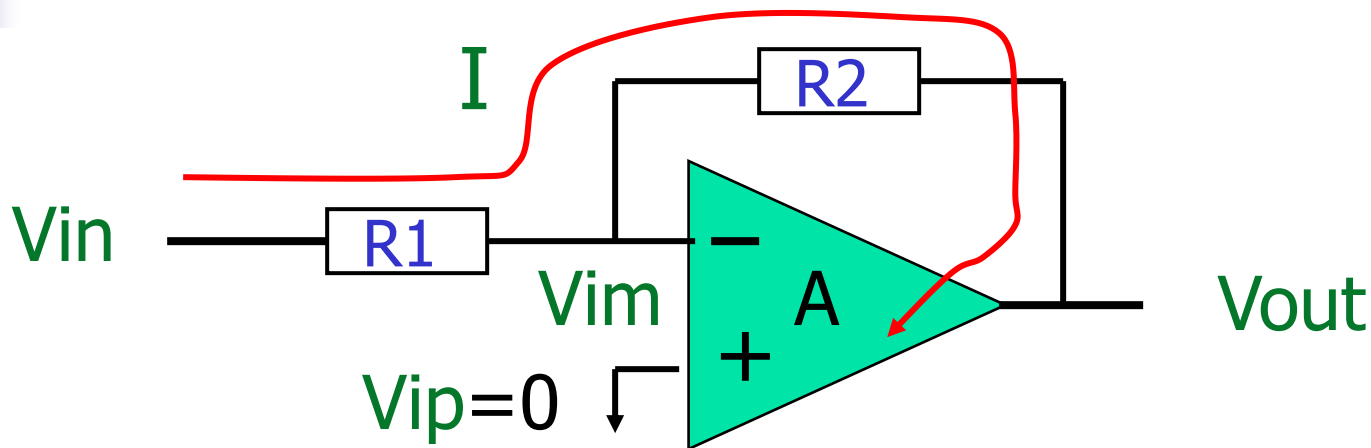
- 入力抵抗がきわめて大きい。 $I_p = 0, I_m = 0$

- 出力抵抗がきわめて小さい

必要に応じて I_{out} がいくらでも供給できる。



オペアンプの動作 (1)



$$I = \frac{V_{in} - V_{im}}{R1} = \frac{V_{im} - V_{out}}{R2}$$

$$V_{out} = A (0 - V_{im}) = -A V_{im}$$

オペアンプの動作 (2)

抵抗の比 ($R2/R1$) でゲインがきまる。

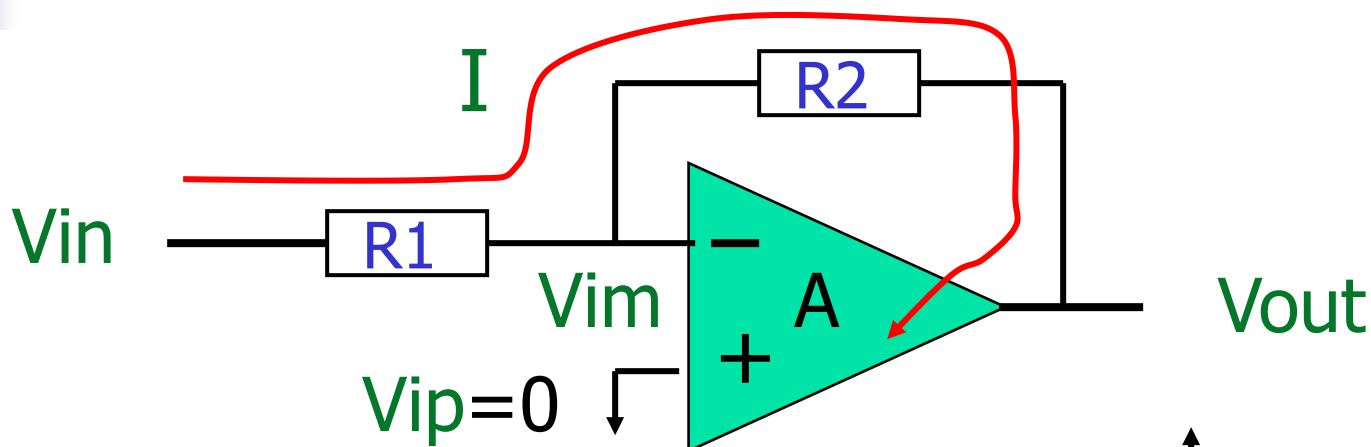
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R2}{\frac{R1 + R2}{A} + R1} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} \frac{-R2}{R1}$$

仮想接地 (Virtual Ground)

$$V_m = \frac{R2 V_{in}}{(R1+R2) + A R1} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} 0$$

オペアンプのゲインAは大きければよい。

オペアンプの動作 (3)

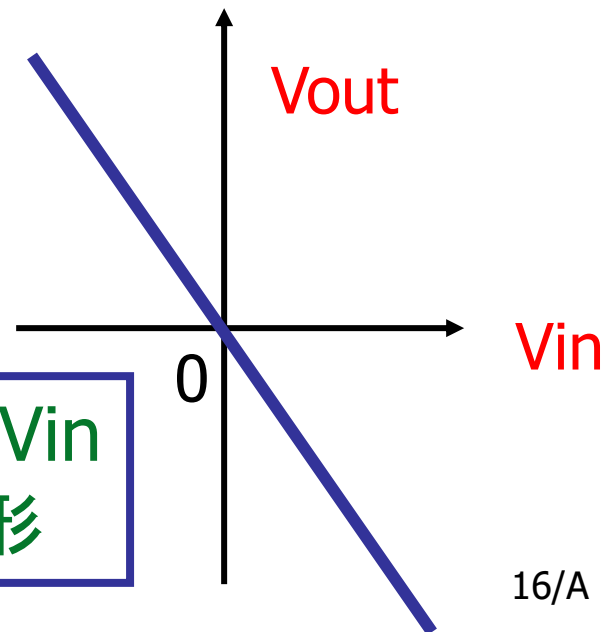


$$V_{out} \doteq -\frac{R_2}{R_1} V_{in}$$

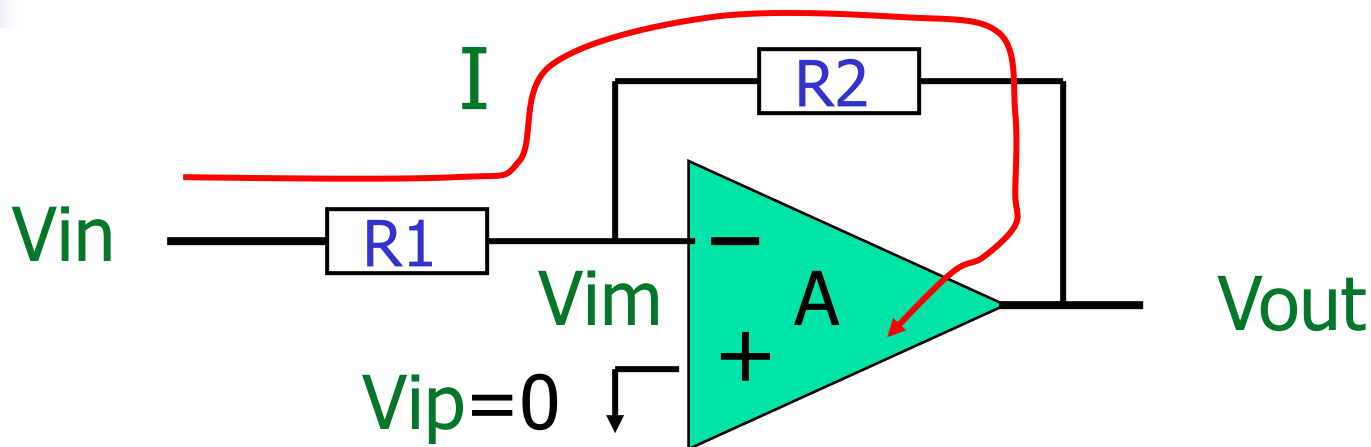
$$V_{im} \doteq 0$$

$$I \doteq \frac{V_{in}}{R_1}$$

広い入力範囲 V_{in}
にわたって線形



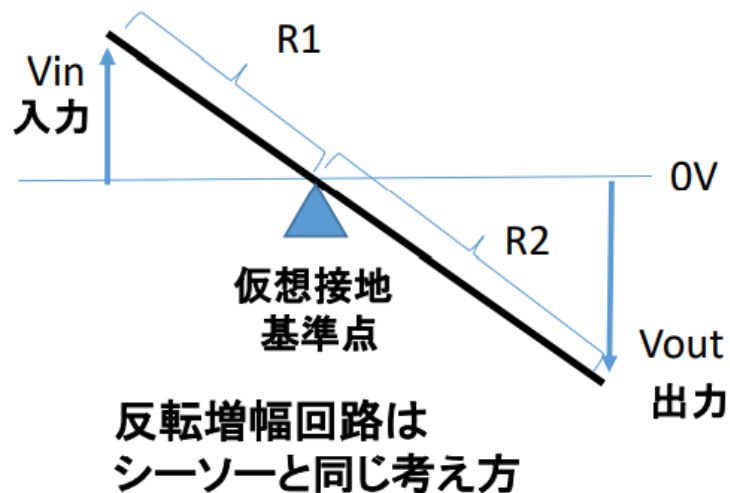
オペアンプの動作 (4)



反転ゲイン式

$$Gain = -\frac{R2}{R1}$$

R1, R2 抵抗の絶対精度ではなく
比精度が重要

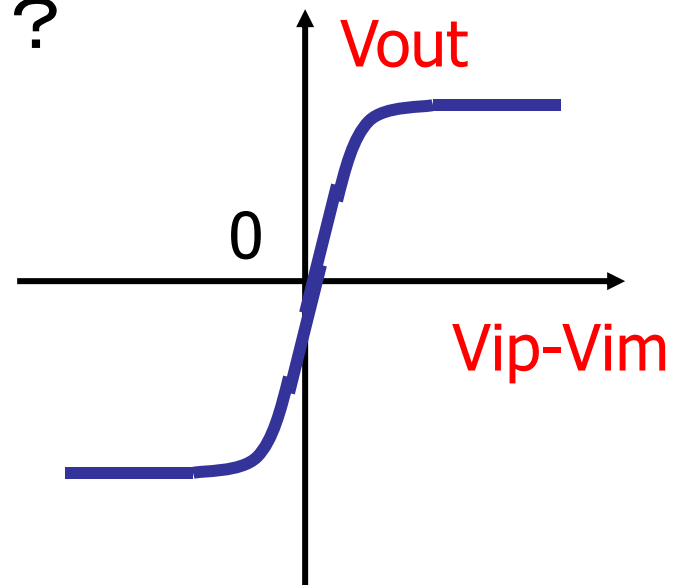


オペアンプの動作 (5)

オペアンプのゲイン $A=10,000$ のとき
入力 $V_{ip} - V_{im} = 1[V]$ のとき
出力 $V_{out} = 10,000[V]$ か？

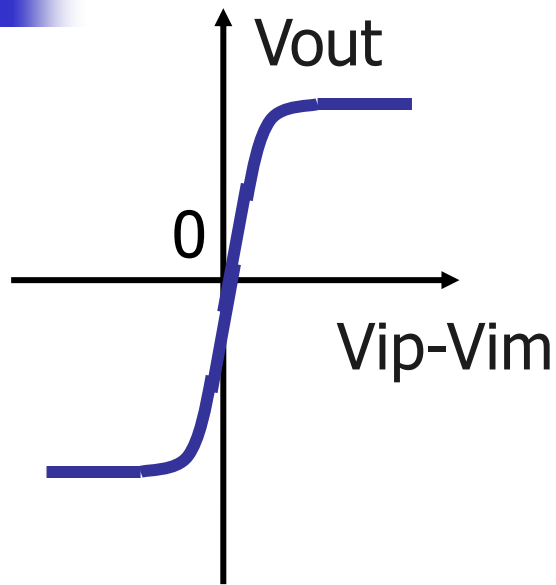
答えは **No!**

$V_{ip} - V_{im} \doteq 0$ (仮想接地)
であることに注意。
 $V_{ip} - V_{im} = 0$ 近辺でのみ
ゲインが高い(傾きが $10,000$)



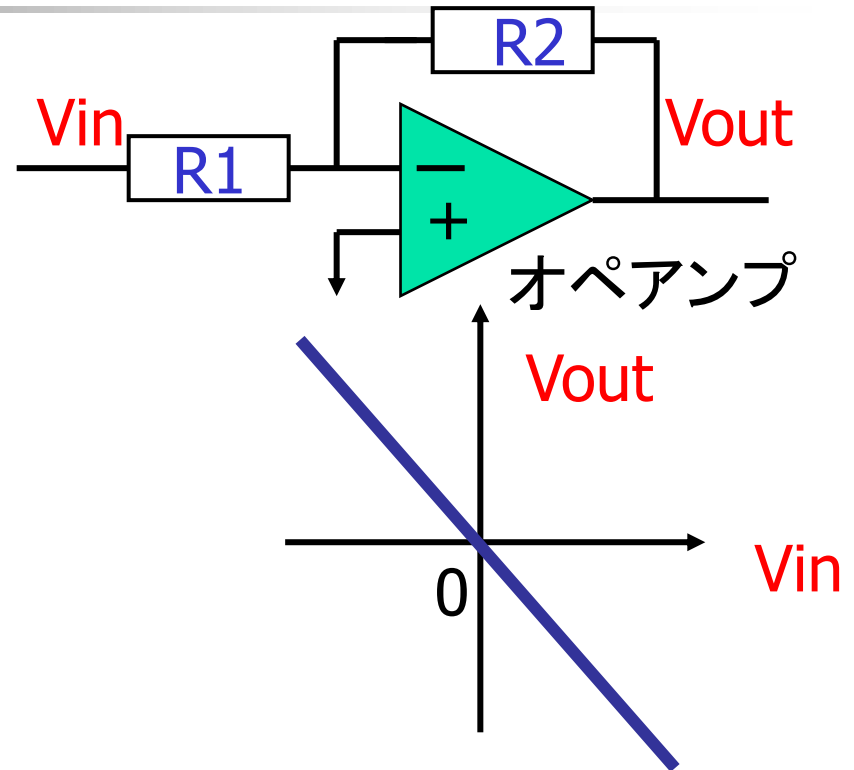
オペアンプの特性

オペアンプの動作 (6)



オペアンプの特性

- 非線形
- 入力ゼロ近辺でのみゲインAが大きい

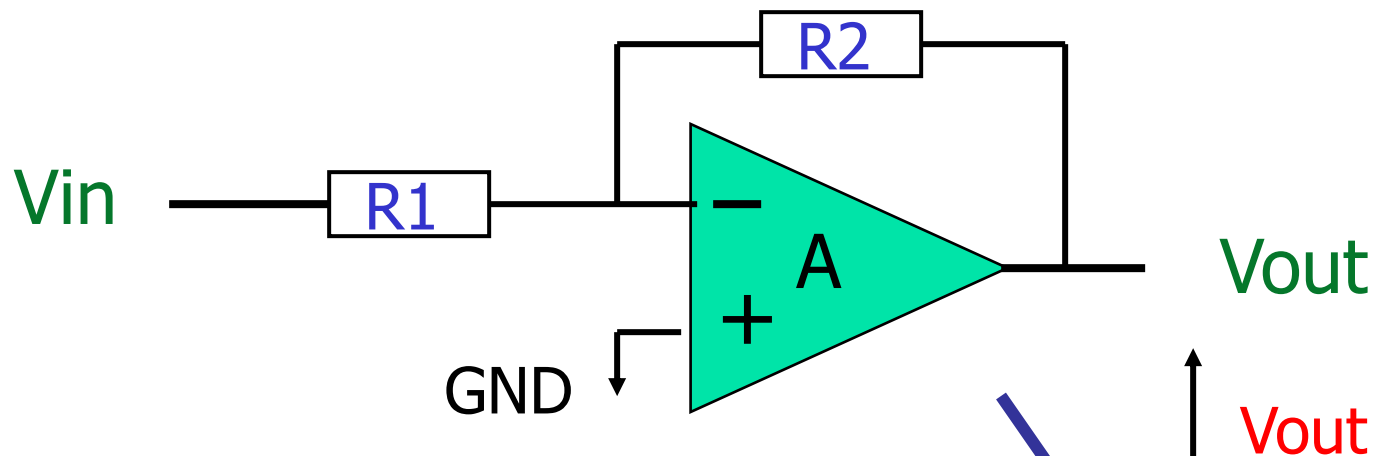


オペアンプを用いた回路

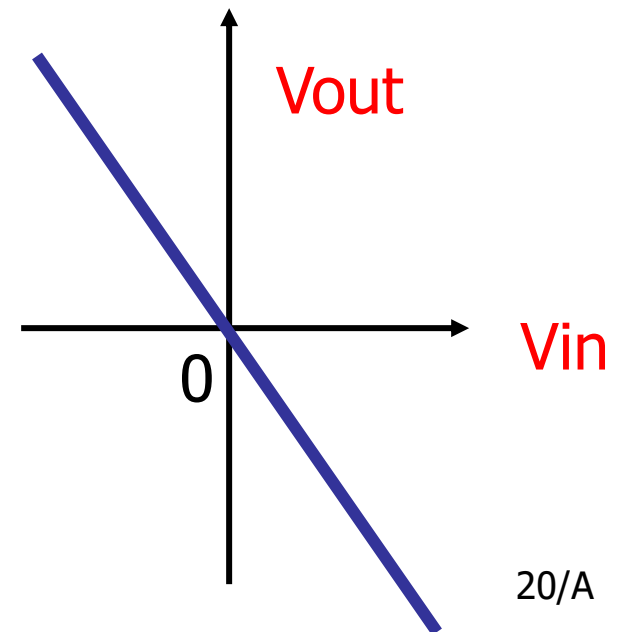
- 広い入力範囲にわたって一定ゲイン、線形

オペアンプの使用法 (1)

入力信号の(反転)増幅

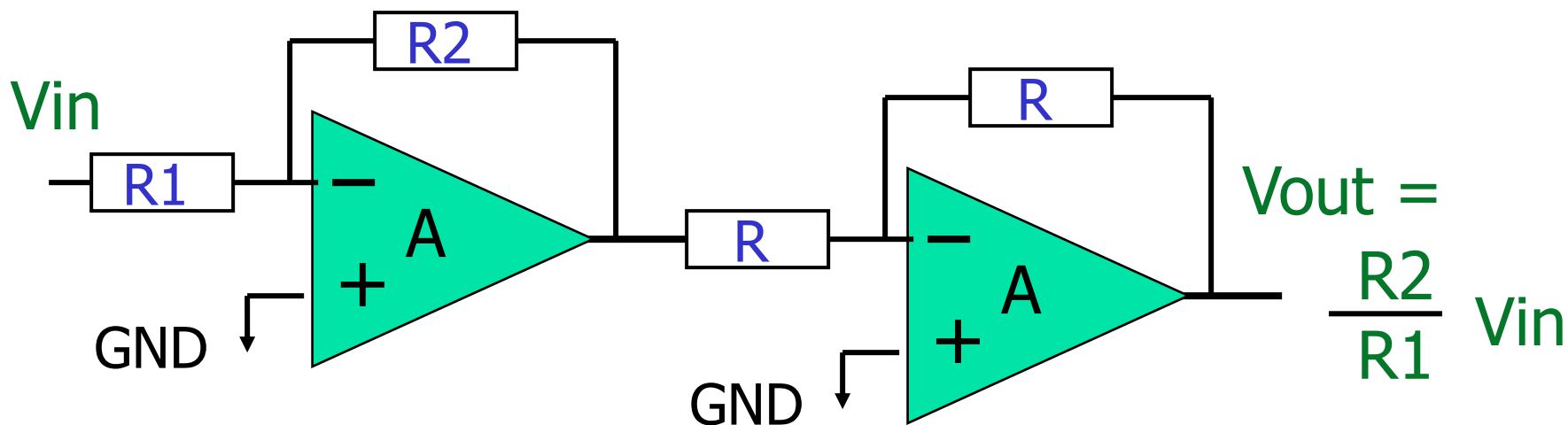
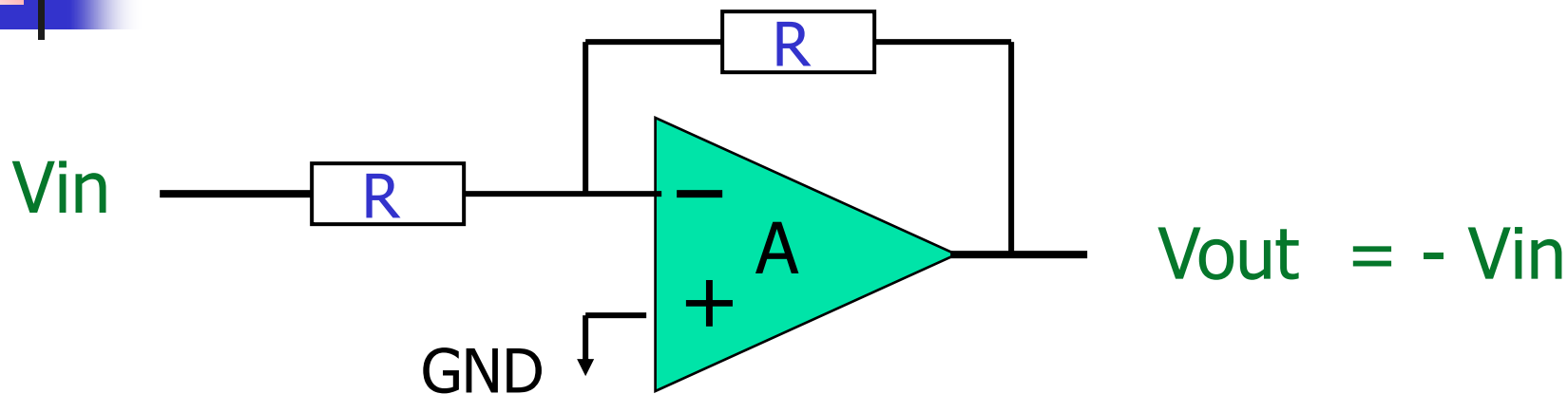


$$V_{out} = - \frac{R2}{R1} V_{in}$$



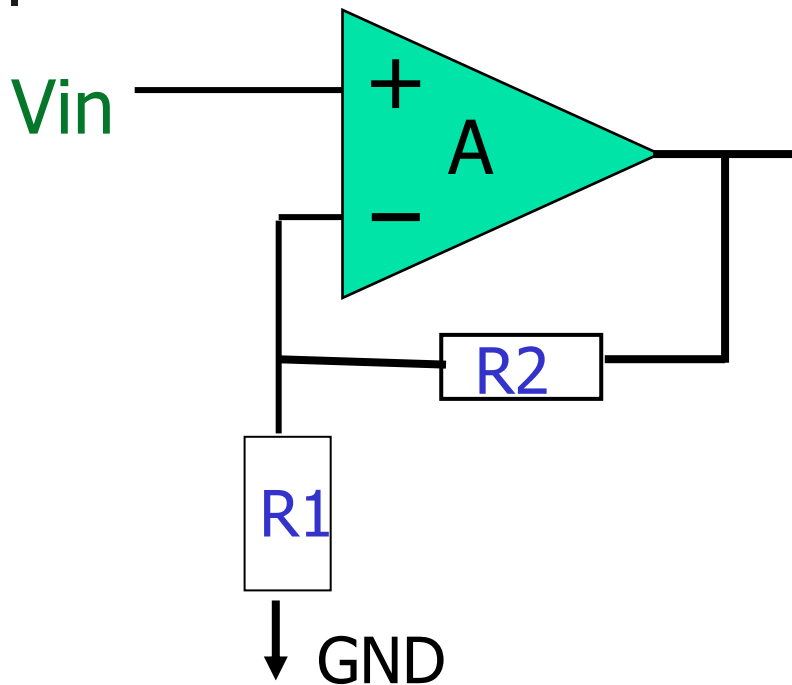
オペアンプの使用法 (2)

入力信号の反転

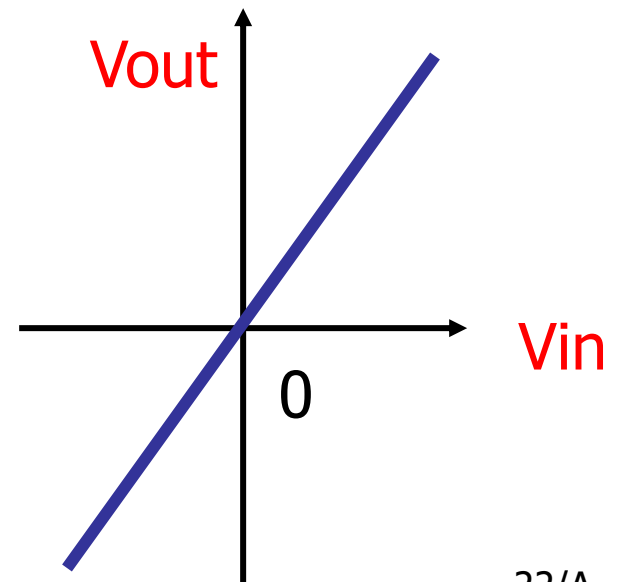
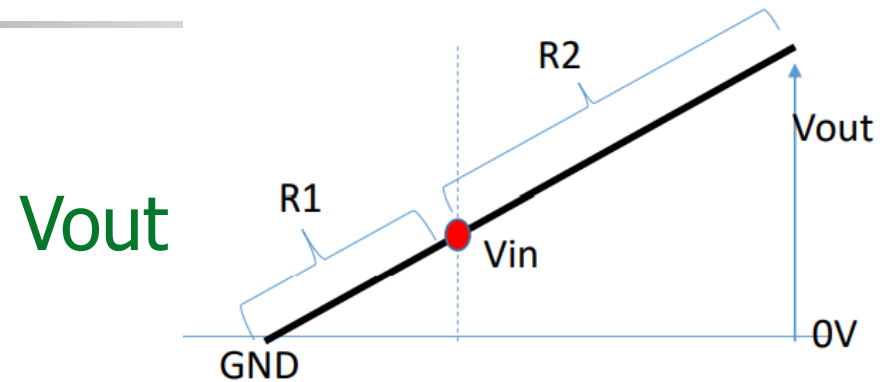


オペアンプの使用法 (3)

入力信号の(非反転)増幅

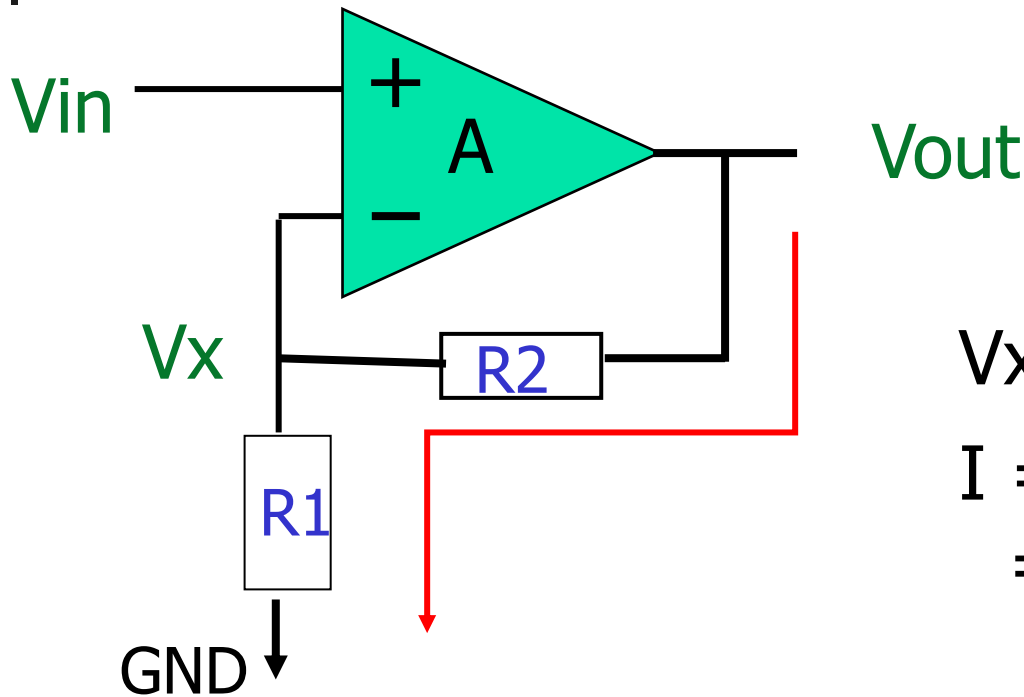


$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{in}$$



オペアンプの使用法 (3)

入力信号の(非反転)増幅の動作



$$V_x = V_{in}$$

$$I = \frac{V_{in}}{R_1} \\ = \frac{V_{out}}{R_1 + R_2}$$



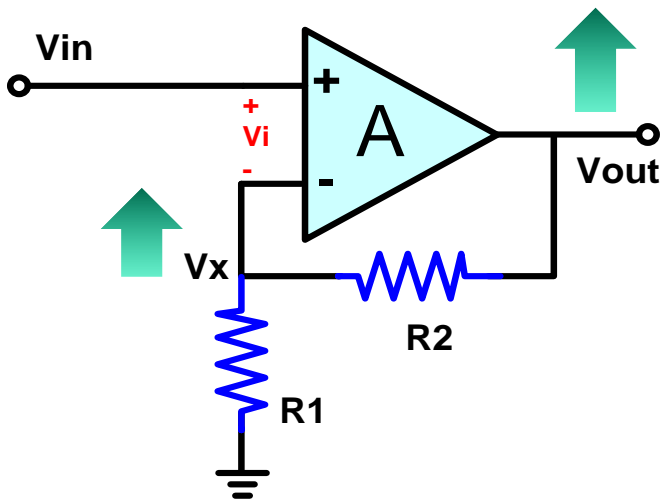
$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{in}$$

負帰還の動作 ($V_x = V_{in}$ になる説明)

$V_x < V_{in}$ のとき

$$V_{out} = A (V_{in} - V_x) \quad \uparrow$$

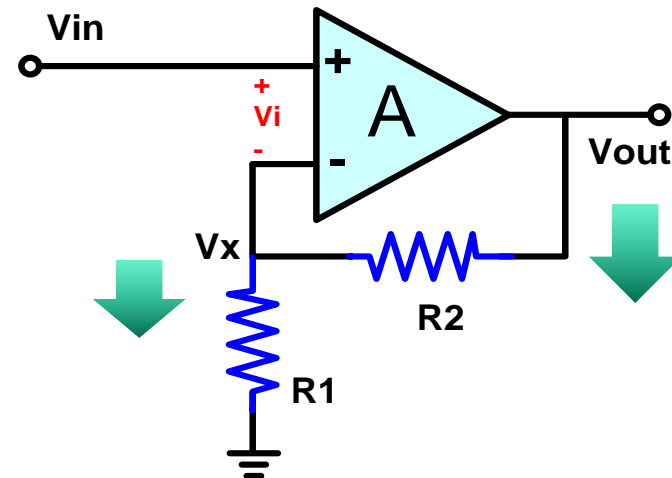
$V_x \quad \uparrow$



$V_x > V_{in}$ のとき

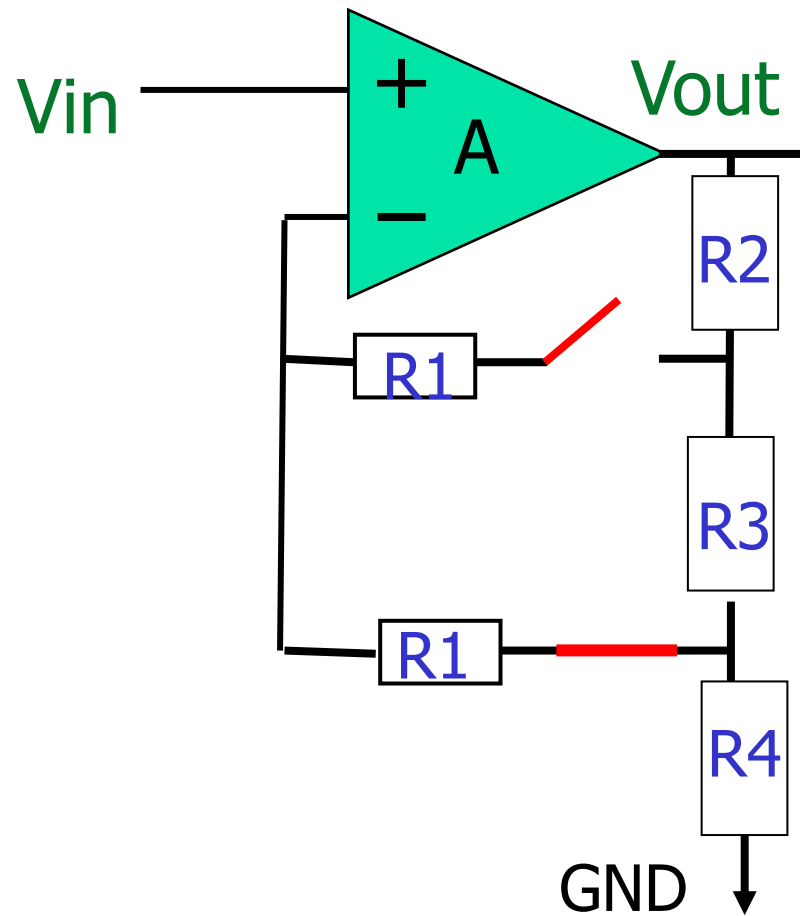
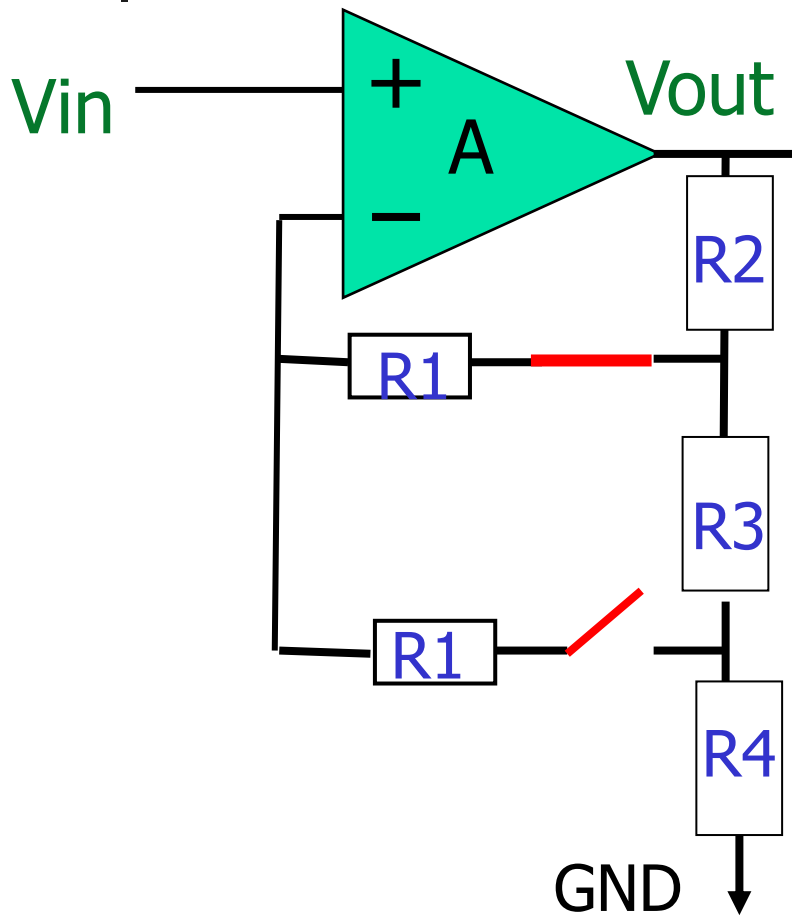
$$V_{out} = A (V_{in} - V_x) \quad \downarrow$$

$V_x \quad \downarrow$



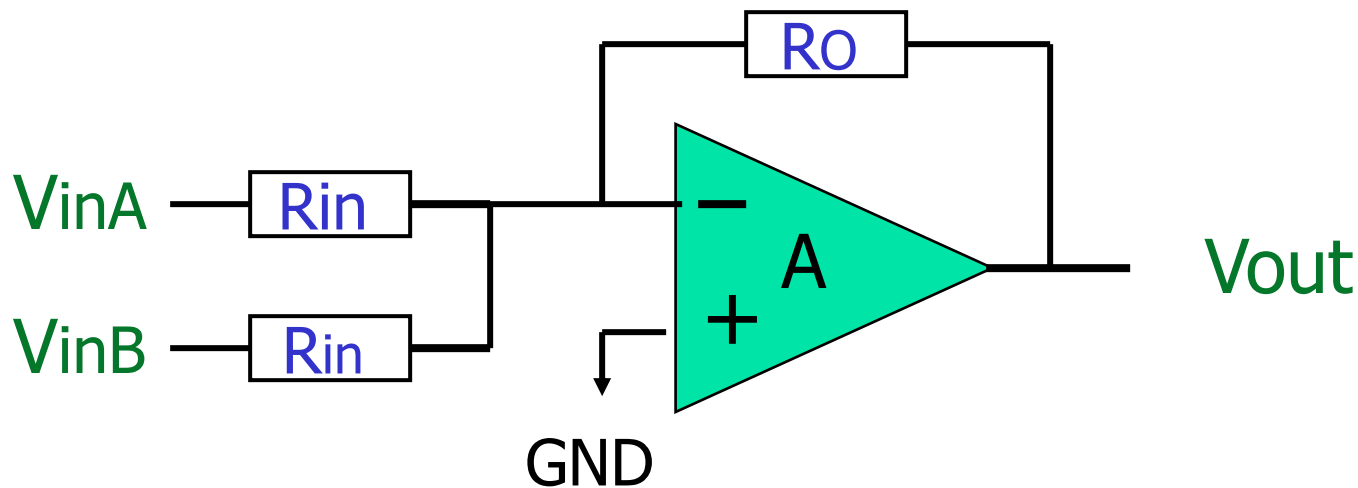
プログラマブルゲイン増幅器

問題： 左、右の回路のゲインを求めよ



オペアンプの使用法 (4)

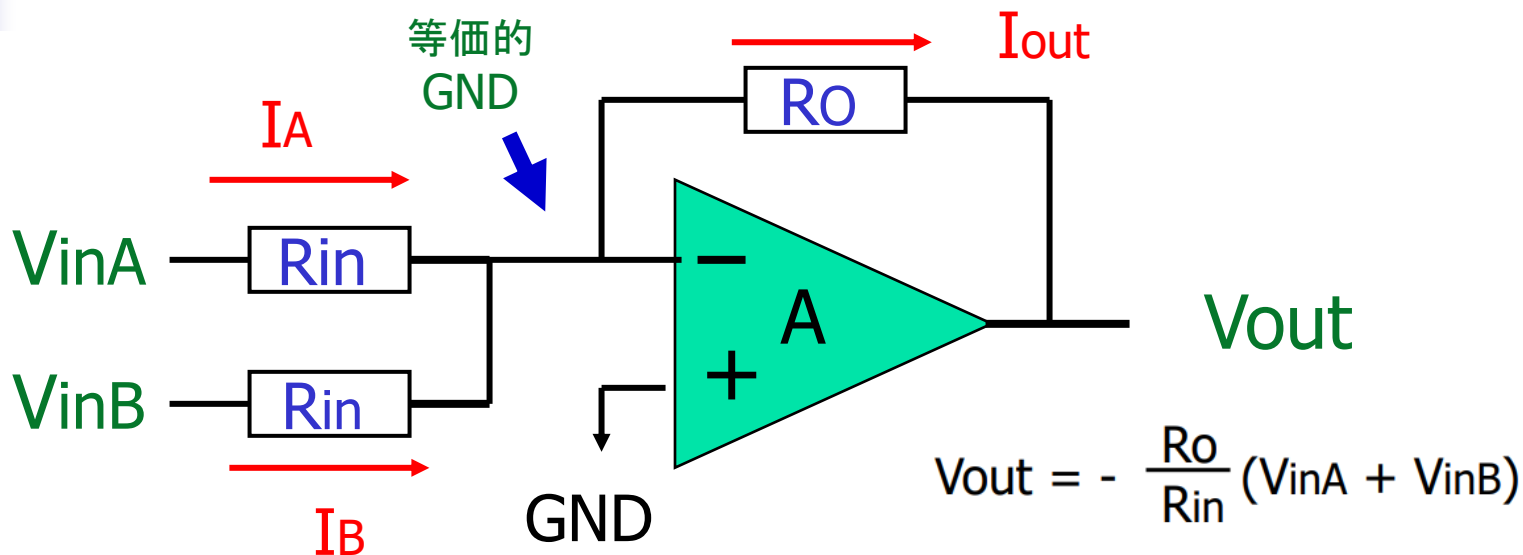
2つの入力電圧の加算



$$V_{out} = - \frac{R_o}{R_{in}} (V_{inA} + V_{inB})$$

オペアンプの使用法 (4)

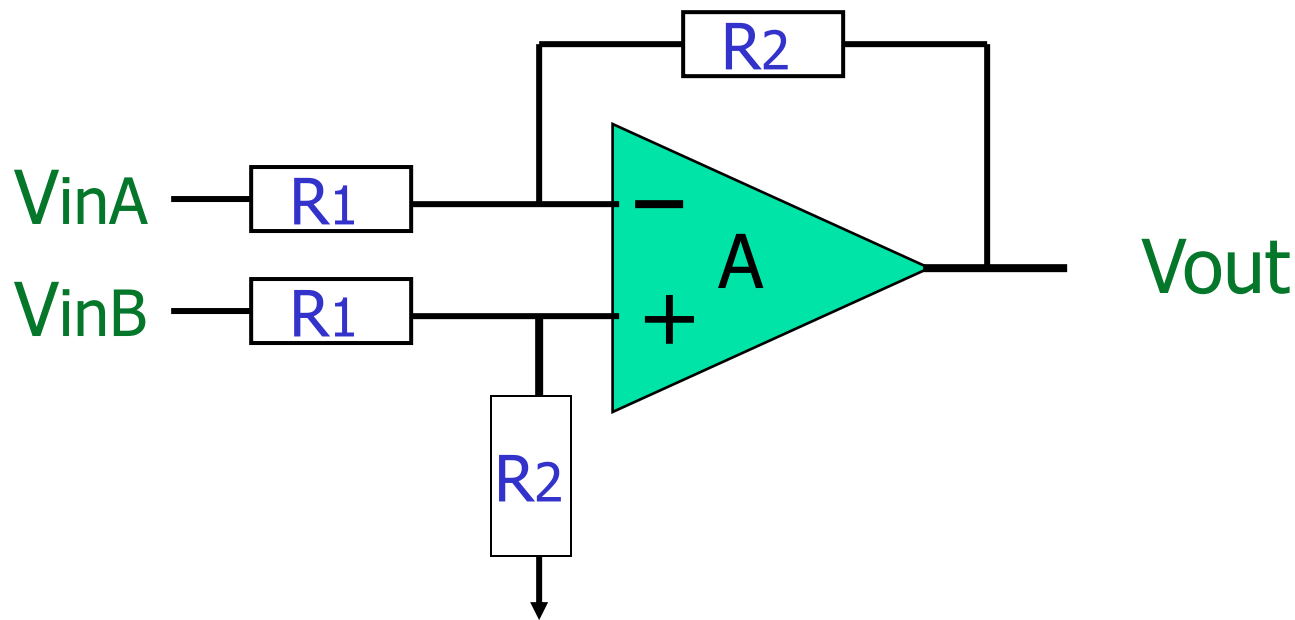
2つの入力電圧の加算の動作



- ① $I_A = V_{inA} / R_{in}$, $I_B = V_{inB} / R_{in}$: オームの法則で電圧を電流に変換
- ② $I_A + I_B = I_{out}$: キリヒホッフ電流則で電流加算
- ③ $V_{out} = - R_o I_{out}$: オームの法則で電流を電圧に変換

オペアンプの使用法 (5)

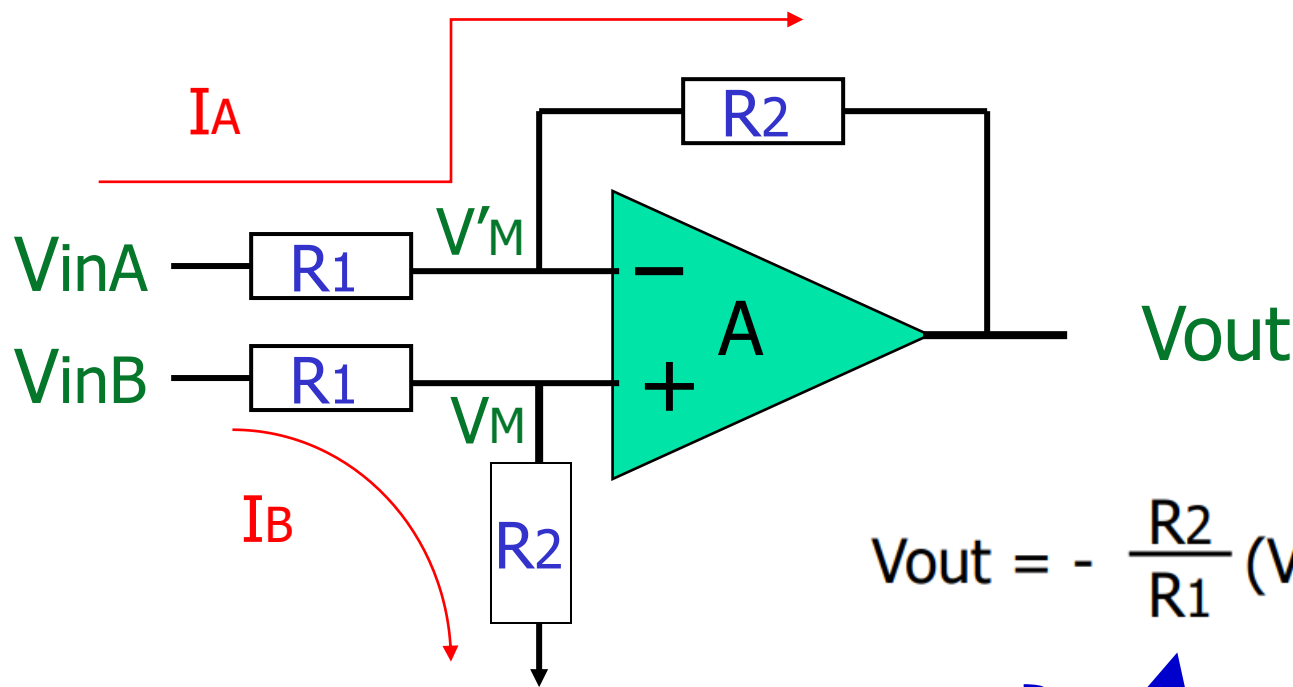
2つの入力電圧の減算



$$V_{out} = - \frac{R_2}{R_1} (V_{inA} - V_{inB})$$

オペアンプの使用法 (5)

2つの入力電圧の減算の動作



$$V_{out} = - \frac{R_2}{R_1} (V_{inA} - V_{inB})$$

$$V_M = [R_2 / (R_1 + R_2)] V_{inB}$$

$$V'_M = V_M$$

$$I_A = (V_{inA} - V'_M) / R_1 = (V'_M - V_{out}) / R_2$$



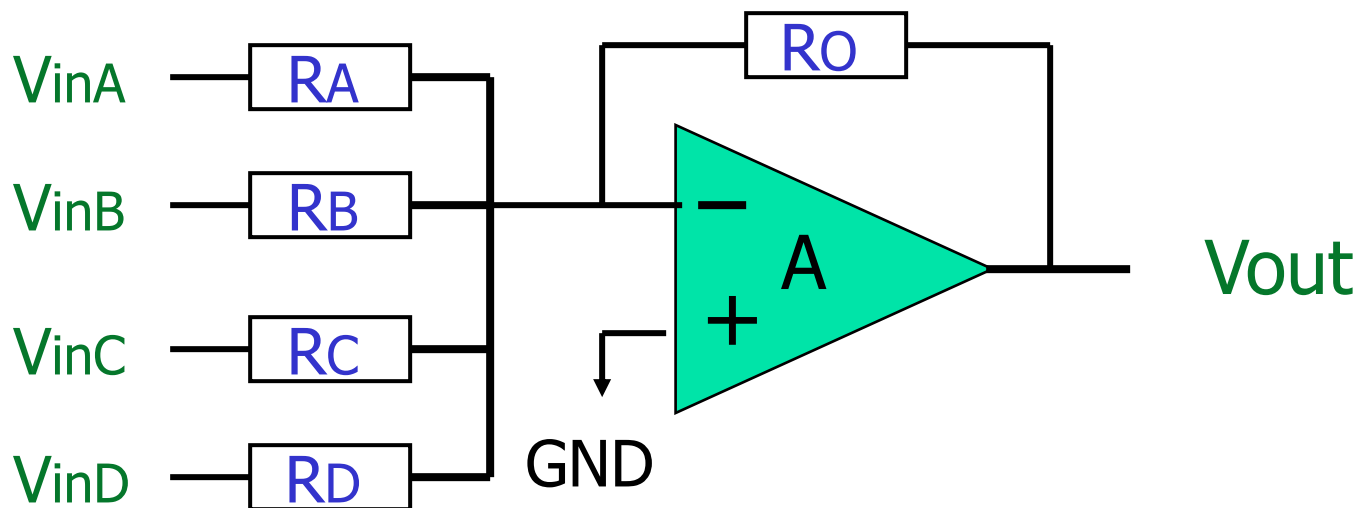
オペアンプ回路解析 早わかり

- 負帰還 (Negative Feedback):
出力はほとんど必ずマイナス入力に戻されている。

プラス入力側に戻されていたら、その回路は(特別な場合を除き)誤り。
- 仮想接地 (Virtual Ground):
プラス入力 = マイナス入力
として解析する。

オペアンプの使用法 (6)

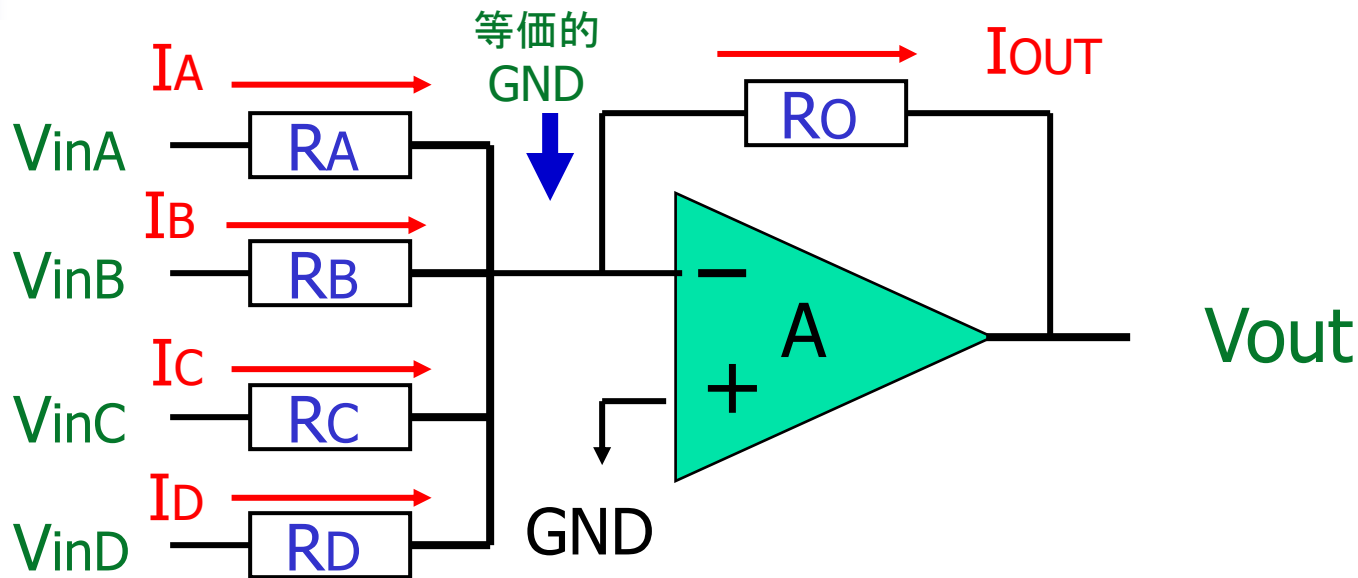
複数入力電圧の積和演算の動作



$$V_{out} = - R_o \left(\frac{V_{inA}}{R_A} + \frac{V_{inB}}{R_B} + \frac{V_{inC}}{R_C} + \frac{V_{inD}}{R_D} \right)$$

オペアンプの使用法 (6)

複数入力電圧の積和演算



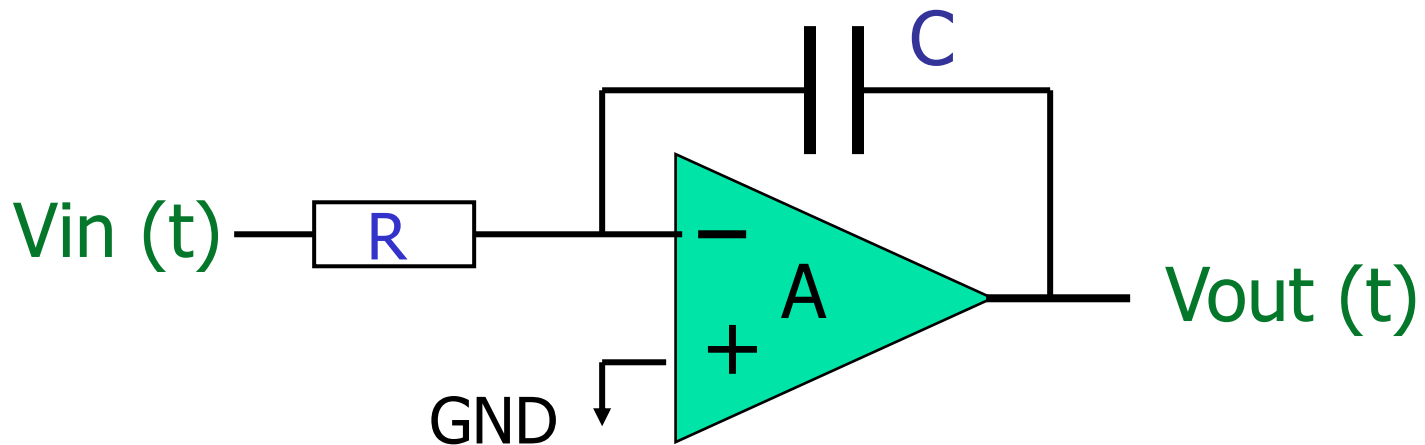
$$I_{OUT} = I_A + I_B + I_C + I_D$$

$$V_{out} = -R_o \left(\frac{V_{inA}}{R_A} + \frac{V_{inB}}{R_B} + \frac{V_{inC}}{R_C} + \frac{V_{inD}}{R_D} \right)$$

オペアンプの使用法 (7)

入力信号の積分

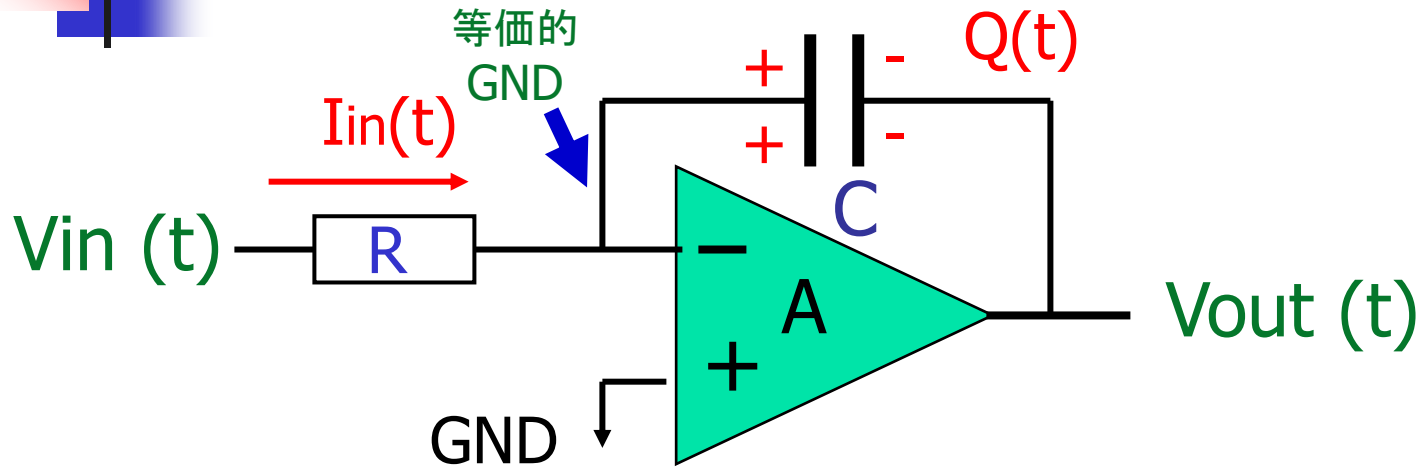
C は電荷蓄積
↓
積分要素



$$V_{out}(t) = - \frac{1}{RC} \int^t V_{in}(p) dp$$

オペアンプの使用法 (7)

入力信号の積分の動作



$$I_{in}(t) = V_{in}(t)/R$$

$$Q(t) = \int^t I_{in}(p) dp = -C V_{out}(t)$$

$$V_{out}(t) = -\frac{1}{RC} \int^t V_{in}(p) dp$$



余談： 容量C 英語では？

正解 Capacitor (キャパシタ)

高校・大学の物理・電子回路・電気回路の教科書

容量Cを「コンデンサ」と表記。 → 不適切

英語の教科書・論文では「capacitor」を使用

30年前に米国の大学(電気電子工学科) condenser の語を使用

米国人はぎょっとして

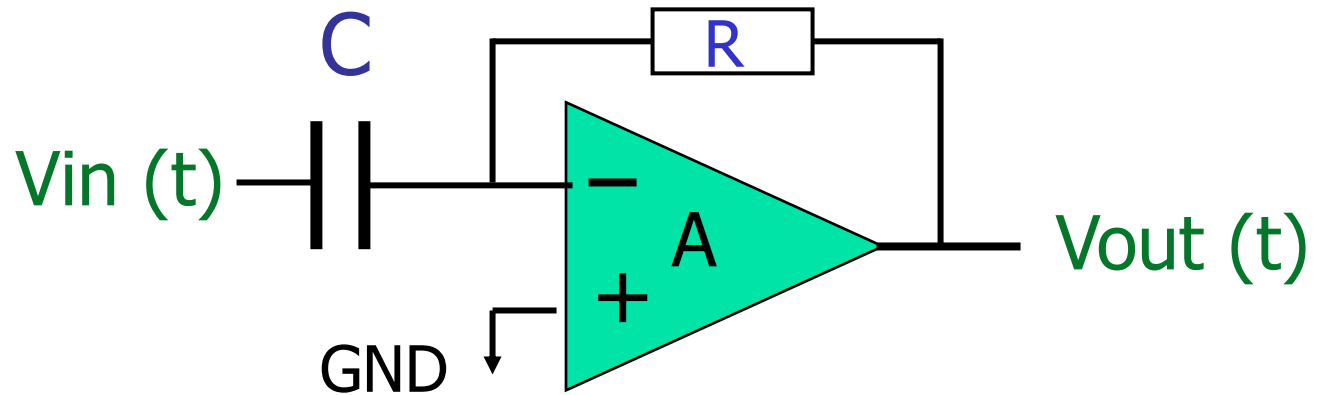
「お前は何という英語を使うんだ。condenser はパワーエレクトロニクスで使う非常に大きい蓄電器くらいにのみ使うだけだ。

電子回路・電気回路 では capacitor を使うんだ」と言われる。

英語の教科書・論文を見ると全部capacitor の使用に気が付く

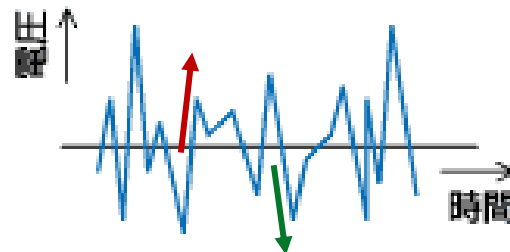
オペアンプの使用法 (8)

入力信号の微分



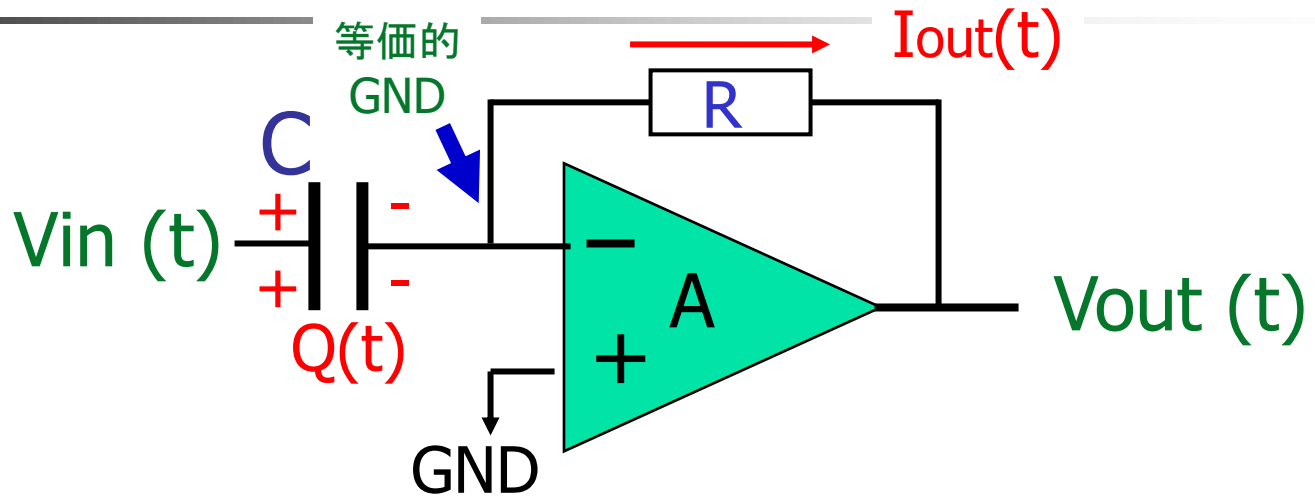
$$V_{out}(t) = -RC \frac{d}{dt} V_{in}(t)$$

微分はノイズに弱い:



オペアンプの使用法 (8)

入力信号の微分の動作



$$Q(t) = C V_{in}(t) = \int^t I_{out}(p) dp$$

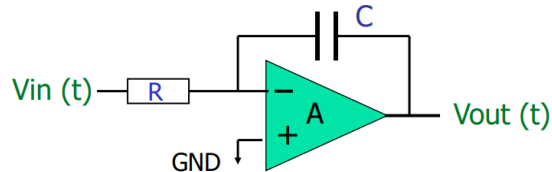
$$I_{out}(t) = - V_{out}(t)/R$$



$$V_{out}(t) = - RC \frac{d}{dt} V_{in}(t)$$

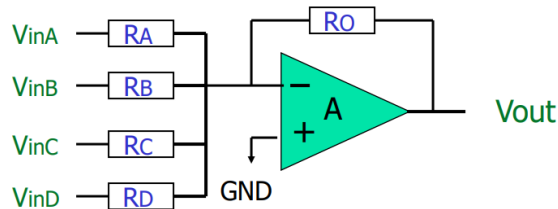
時間積分、時間微分の意味

時間積分：過去の蓄積



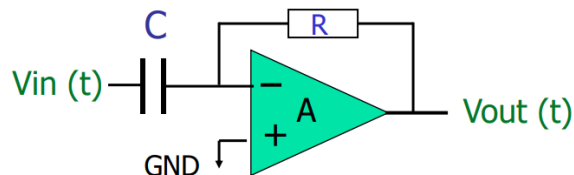
$$V_{out}(t) = -\frac{1}{RC} \int V_{in}(p) dp$$

現在の信号の演算：現在



$$V_{out} = -R_o \left(\frac{V_{inA}}{R_A} + \frac{V_{inB}}{R_B} + \frac{V_{inC}}{R_C} + \frac{V_{inD}}{R_D} \right)$$

時間微分：近未来の予測



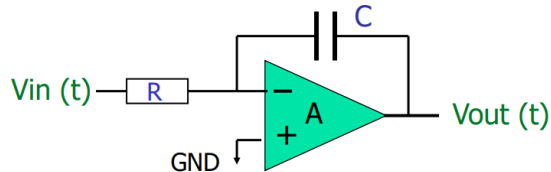
$$V_{out}(t) = -RC \frac{d}{dt} V_{in}(t)$$

わかりやすく例えれば

時間積分、時間微分の意味

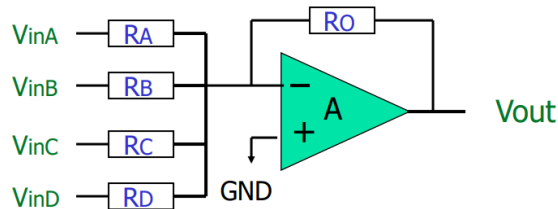
時間積分：過去の蓄積

別れても好きな人



$$V_{out}(t) = -\frac{1}{RC} \int V_{in}(p) dp$$

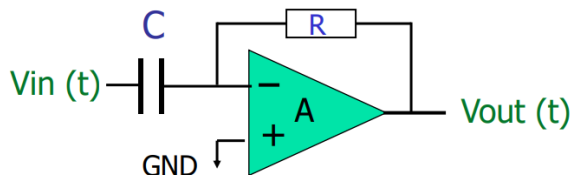
現在の信号の演算：現在



$$V_{out} = -R_o \left(\frac{V_{inA}}{R_A} + \frac{V_{inB}}{R_B} + \frac{V_{inC}}{R_C} + \frac{V_{inD}}{R_D} \right)$$

時間微分：近未来の予測

別れても次の人



$$V_{out}(t) = -RC \frac{d}{dt} V_{in}(t)$$

次元解析 (Dimension Analysis)

左右両辺の「次元」は等しい

RC : 時間の次元 (時定数, time constant)

$$V_{out}(t) = - \frac{1}{RC} \int^t V_{in}(p) dp$$

電圧 時間 電圧 時間

$$V_{out}(t) = -RC \frac{d}{dt} V_{in}(t)$$

電圧 時間 時間 電圧

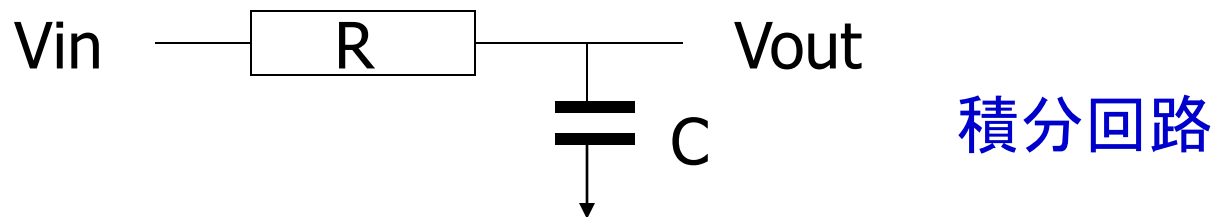
左右両辺とも
次元は「電圧」

受動アナログフィルタ回路

信号は増幅しない

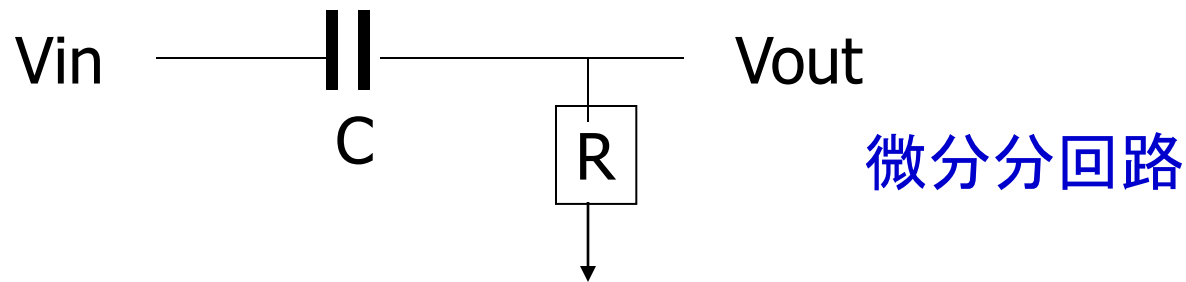
- **低域通過フィルタ** (Low Pass Filter: LPF)

ノイズ成分を除去し、なめらかな信号を取り出す。



- **高域通過フィルタ** (High Pass Filter: HPF)

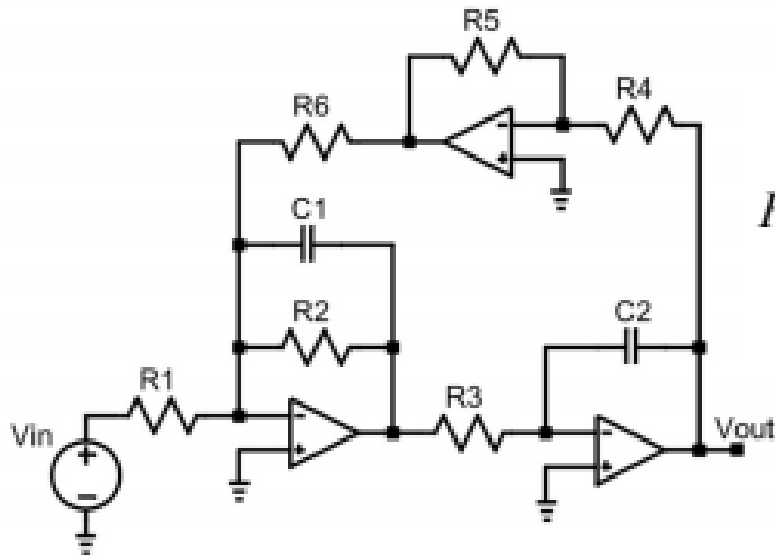
変動の激しい信号を取り出す。



能動アナログフィルタ回路

入力信号を増幅する

2nd-order Tow-Thomas LPF

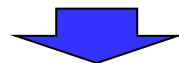


伝達関数 $V_{out}(\omega)/V_{in}(\omega)$

$$H(\omega) = \frac{\frac{R_4 R_6}{R_1 R_5}}{(j\omega)^2 \frac{R_3 R_4 R_6}{R_5} C_1 C_2 + j\omega \frac{R_3 R_4 R_6}{R_5 R_2} C_2 + 1}$$

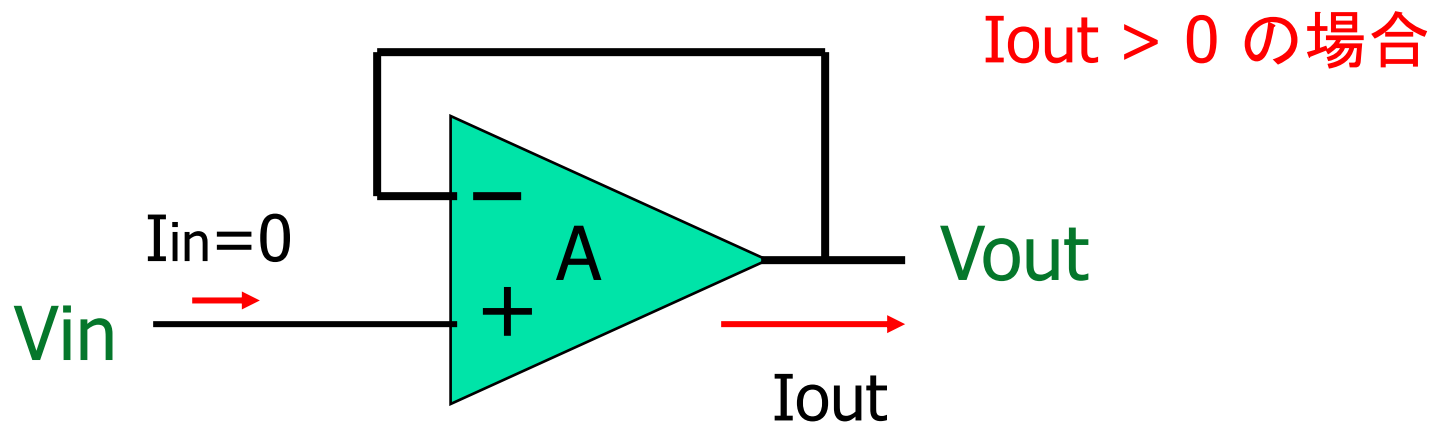
直流入力($\omega=0$)のとき

利得 $H(0) = (R_4 R_6)/(R_1 R_5)$



1より大きくできる(信号を増幅できる)

オペアンプの使用法 (9) ボルテージ・フォロワ回路



$$V_{out} = V_{in} \quad \text{電圧利得 } 1$$

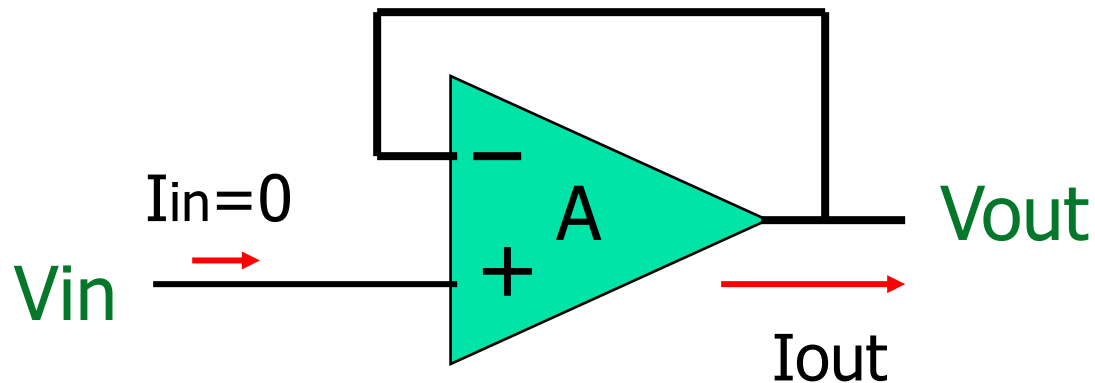
$$P_{in} < P_{out} \quad \text{電力利得 } 1 \text{ より大}$$

$$\text{ここで } P_{in} = V_{in} I_{in}$$

$$P_{out} = V_{out} I_{out}$$

オペアンプの使用法 (9)

ボルテージ・フォロワ回路の動作



$$V_{out} = A (V_{in} - V_{out})$$

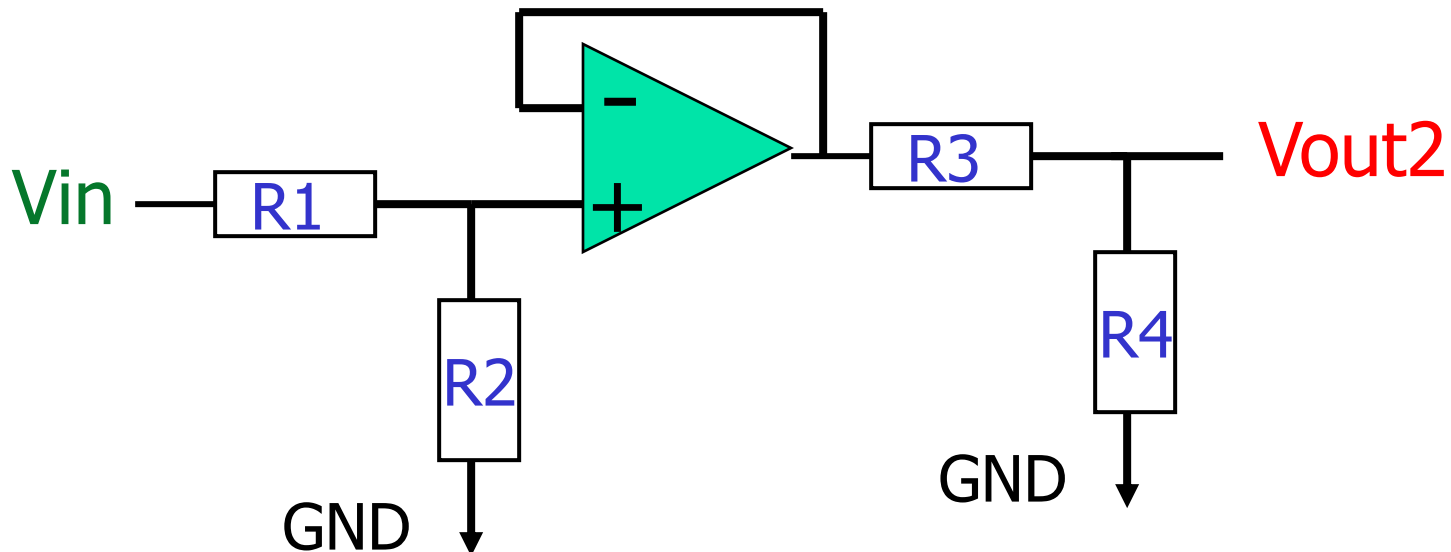
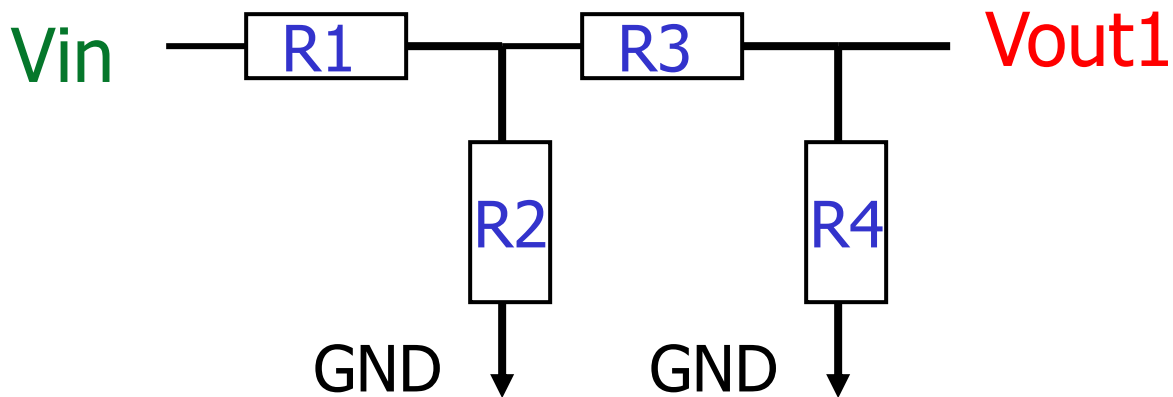


$$V_{out} = [A/(1+A)] V_{in} = [1/(1+(1/A))] V_{in}$$

$\therefore A \gg 1$ のとき $V_{out} \doteq V_{in}$ 電圧利得 1

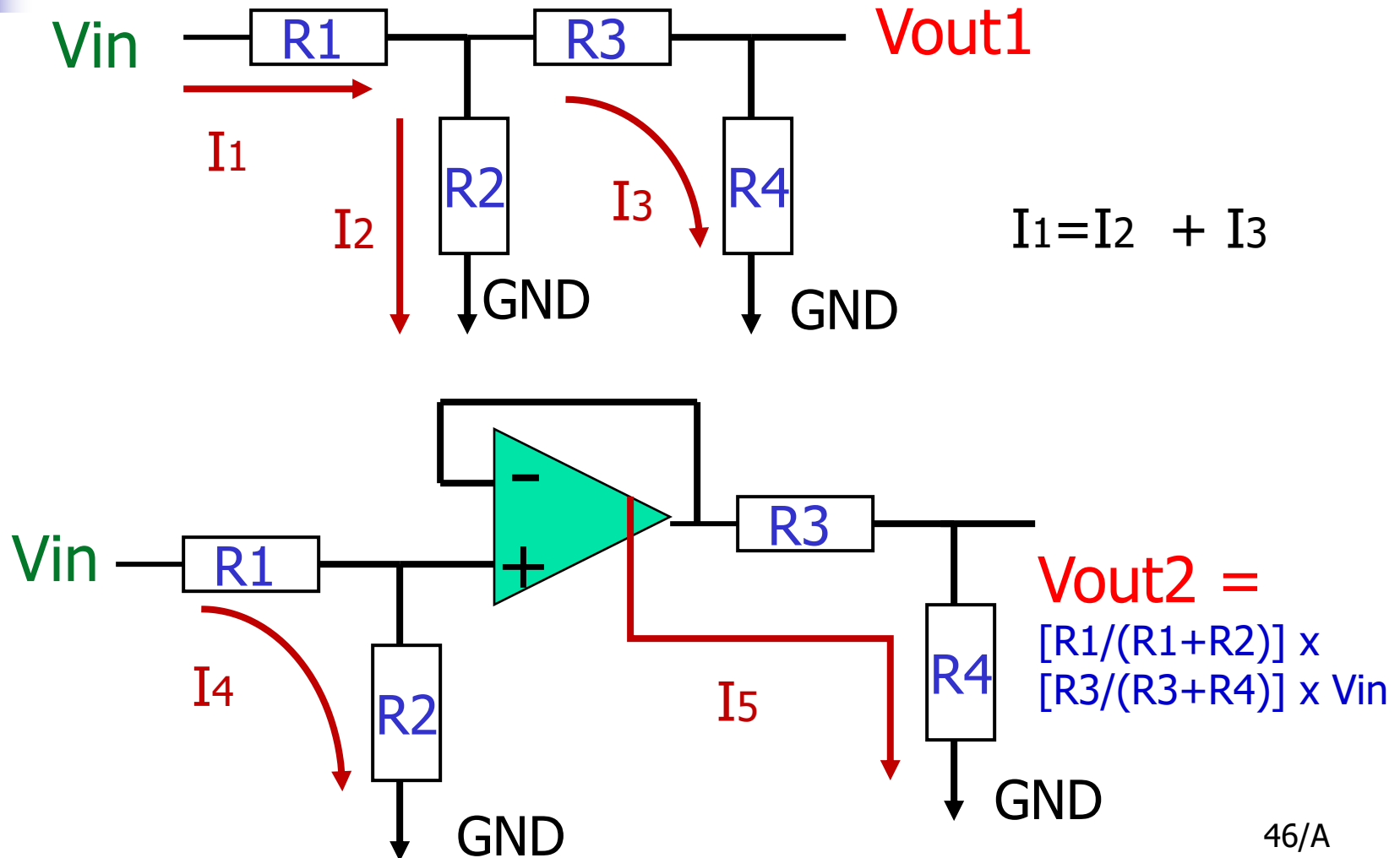
バッファ回路

V_{out1} と V_{out2} は等しくない。



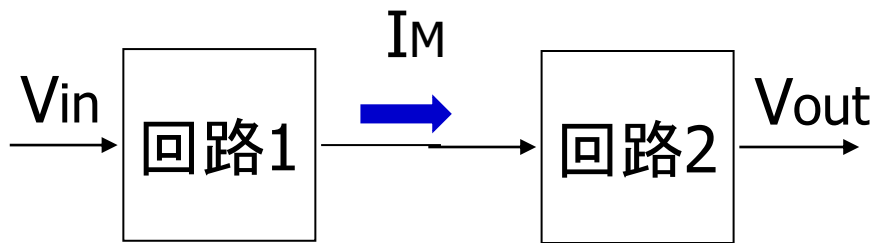
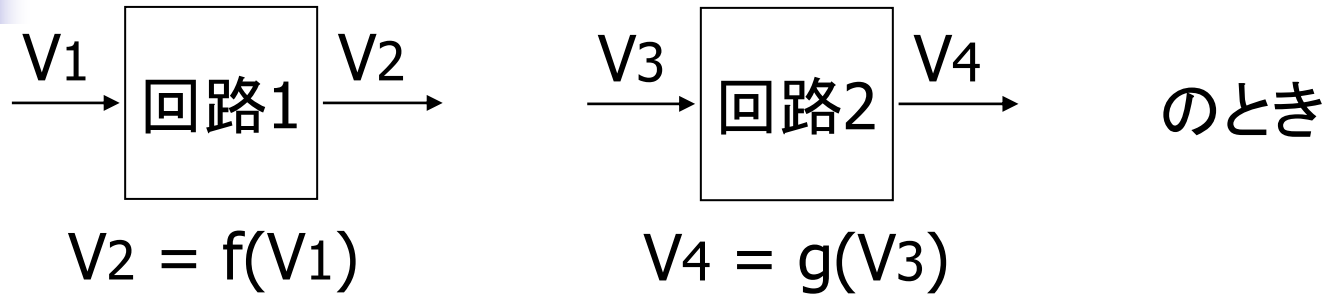
バッファ回路

V_{out1} と V_{out2} は等しくない。なぜ？

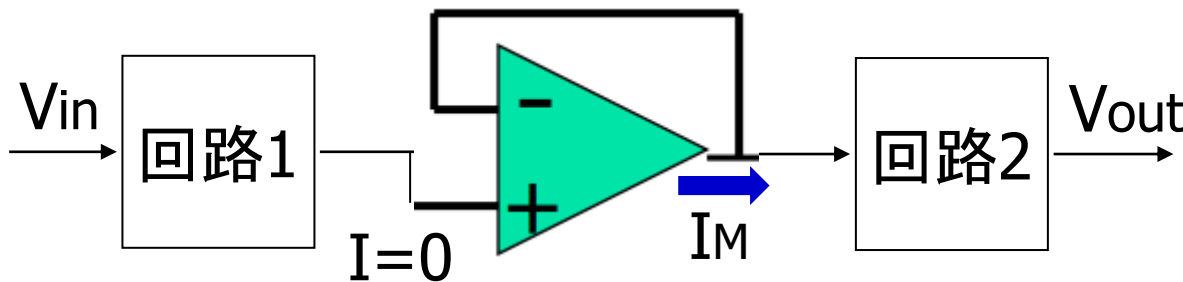


バッファ回路

後段回路の電流の面倒を見る



$I_M \neq 0$ の場合
一般には
 $V_{out} \neq g(f(V_{in}))$

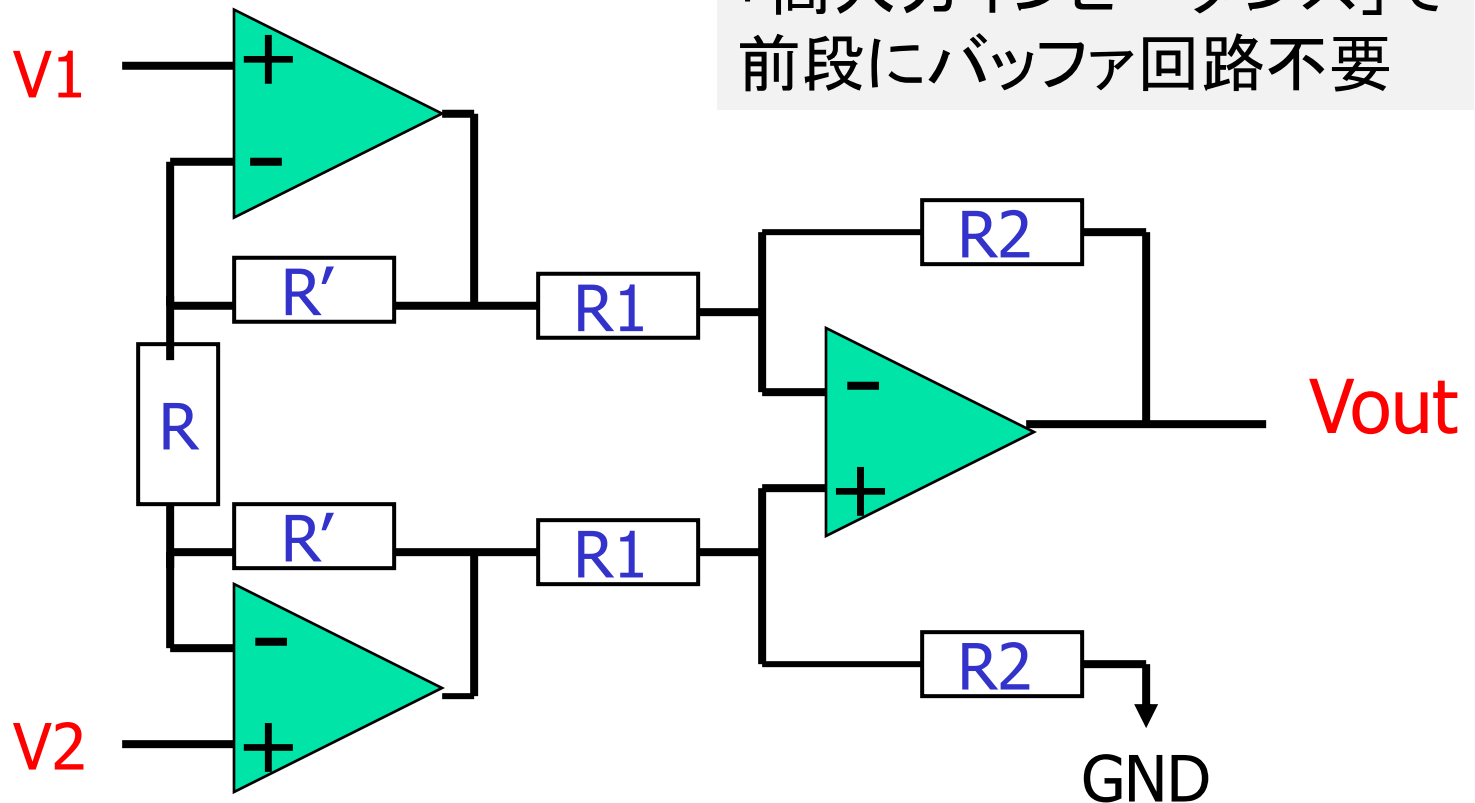


$$V_{out} = g(f(V_{in}))$$

オペアンプの使用法 (10)

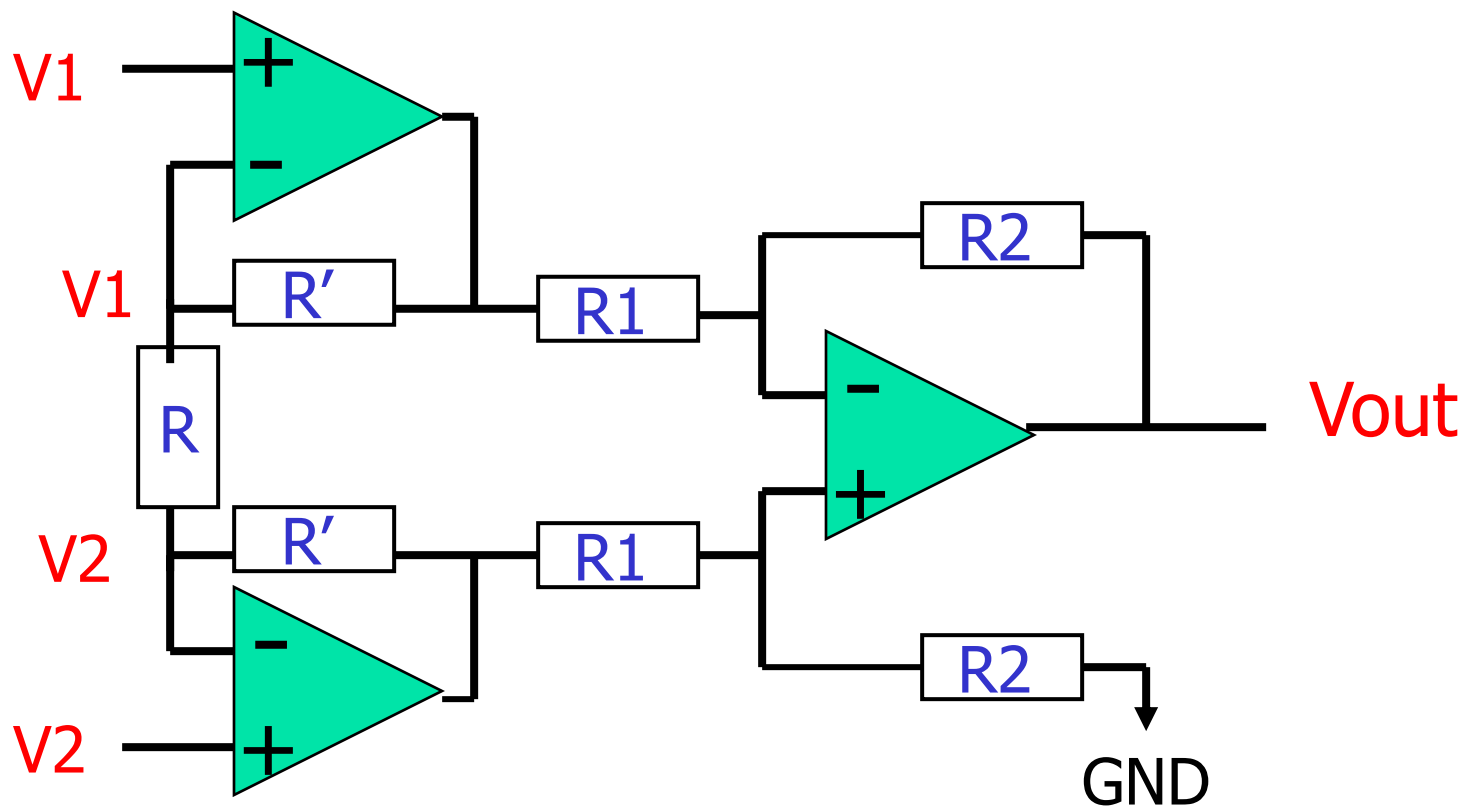
計装増幅回路

「高入力インピーダンス」で
前段にバッファ回路不要

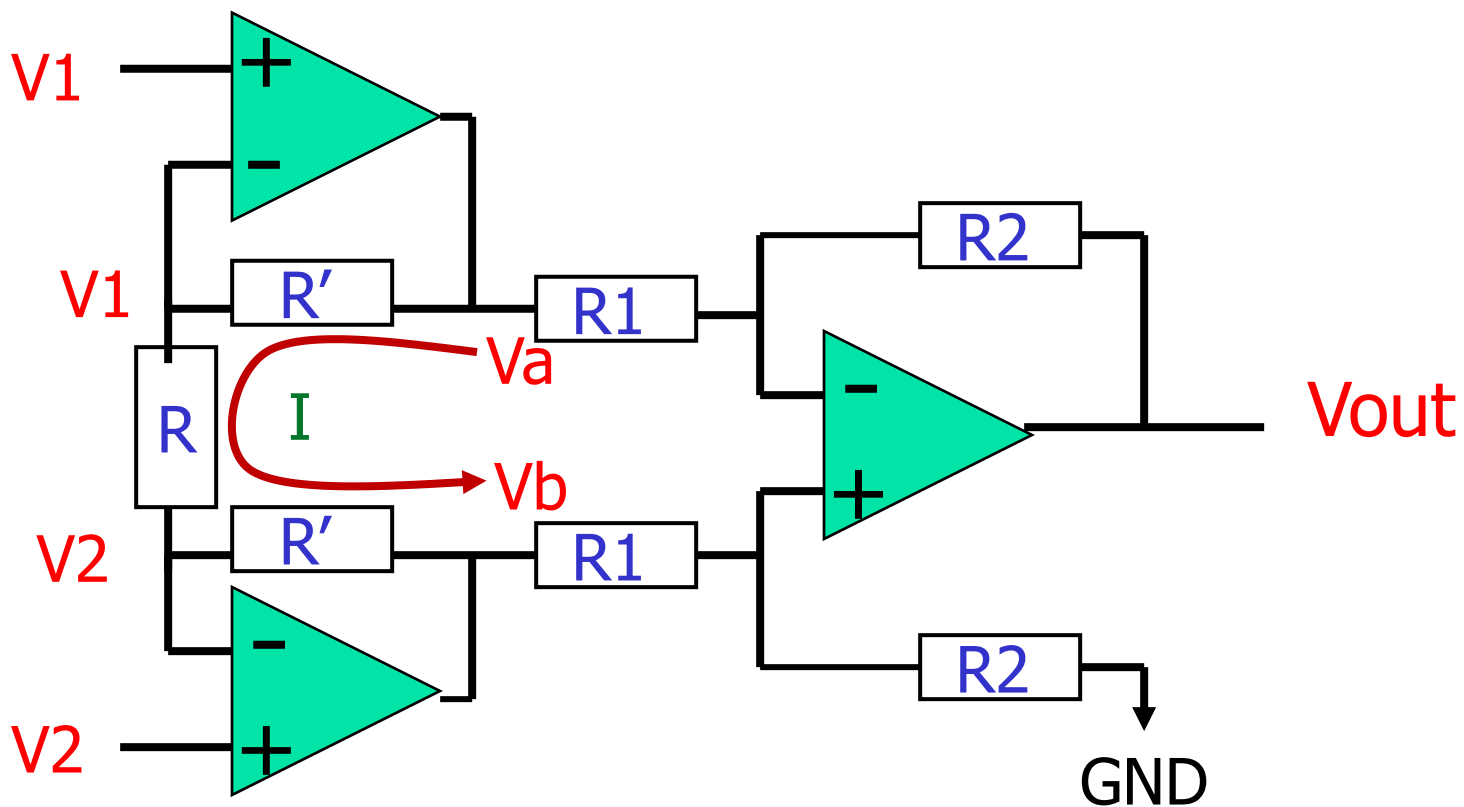


$$V_{out} = \left(1 + \frac{2R'}{R}\right) \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1)$$

計裝增幅回路 動作解析 1



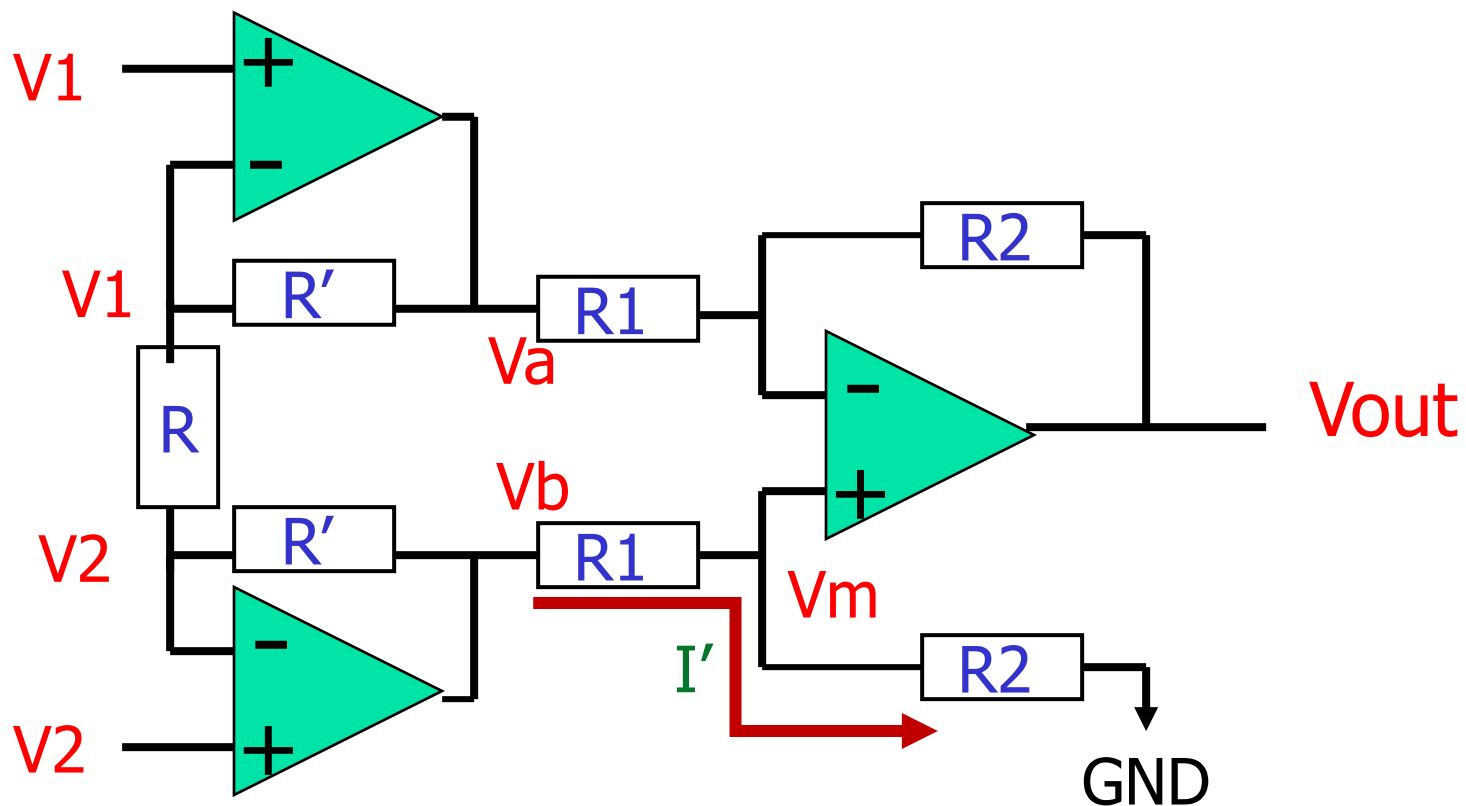
計装増幅回路 動作解析 2



$$I = [V1 - V2] / R = [V_a - V1] / R' = [V2 - V_b] / R' \quad \rightarrow$$

Va, Vb を
V1, V2, R, R' で
表現

計装増幅回路 動作解析 3

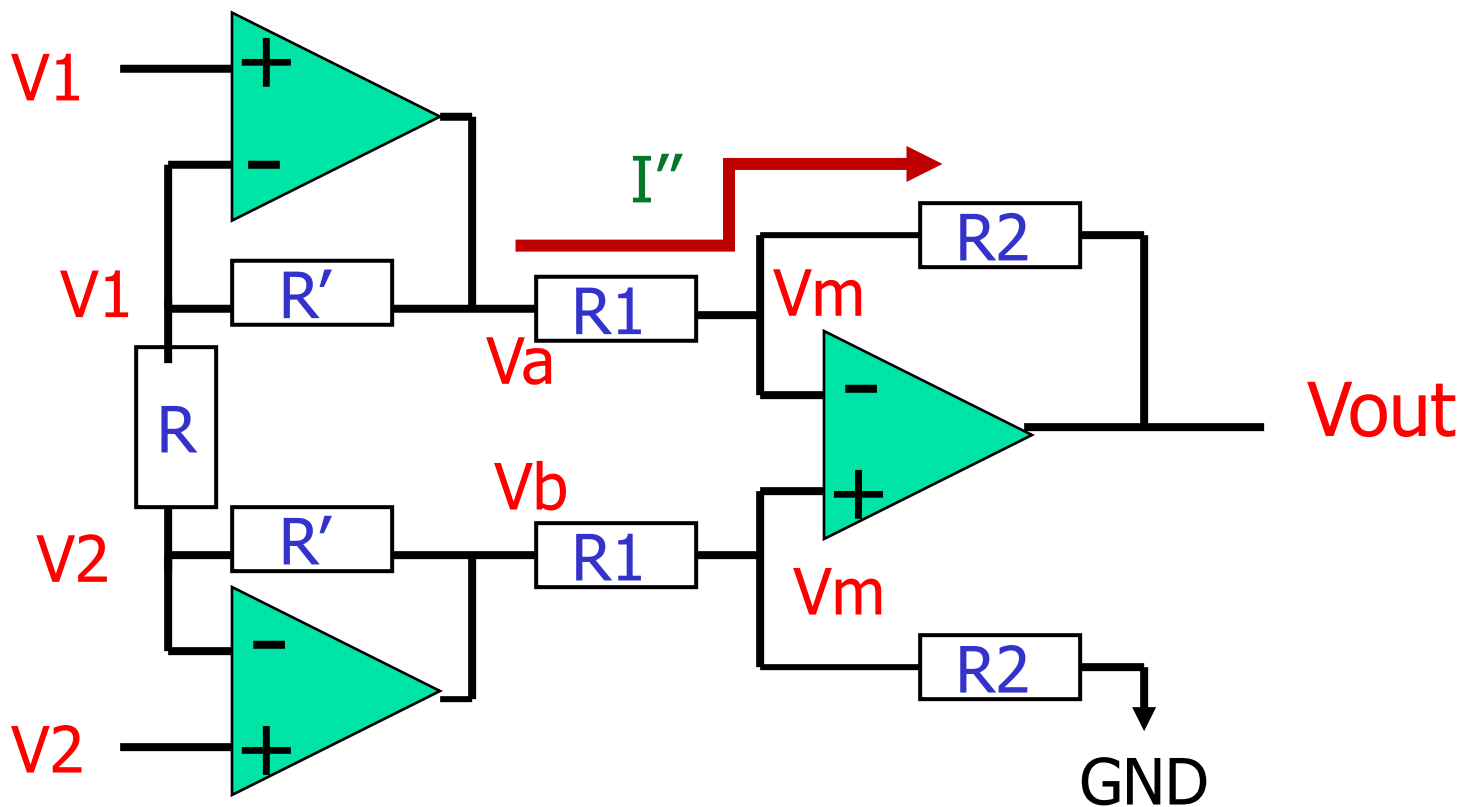


$$I' = [Vb - Vm] / R1 = [Vm - 0] / R2$$



Vm を
Vb, R1, R2 で
表現

計装増幅回路 動作解析 4

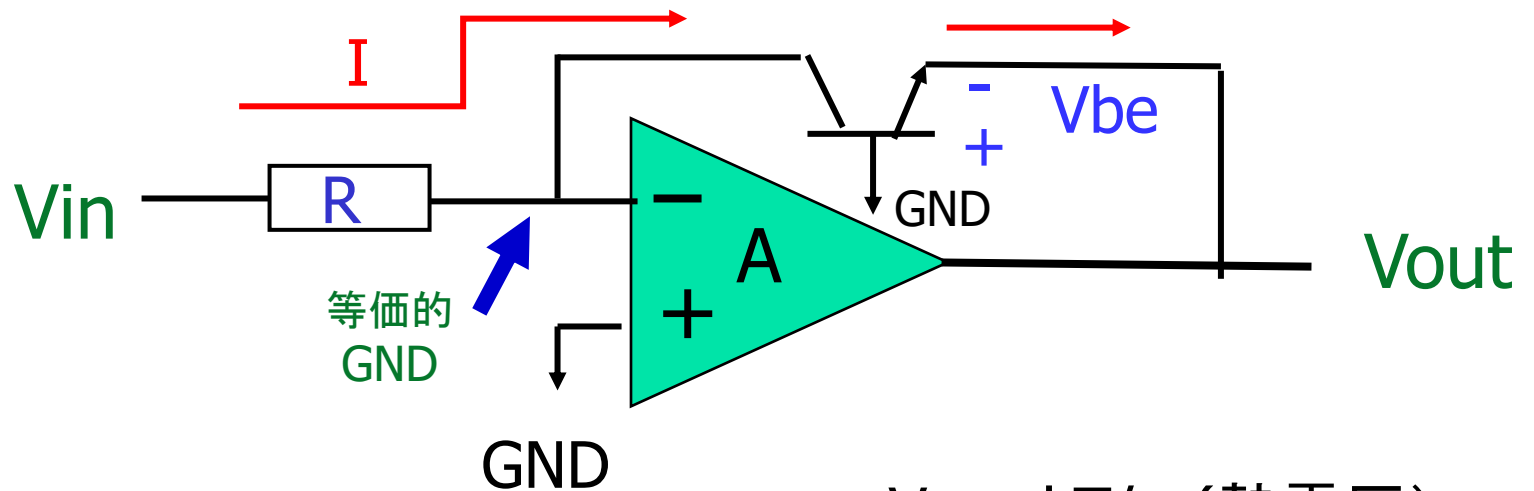


$$I'' = [V_a - V_m] / R1 = [V_m - V_{out}] / R2 \quad \rightarrow$$

V_{out} を
 $V_a, V_m, R1, R2$ で
 表現

対数計算

非線形アナログ演算



$$I = V_{in} / R$$

$$I = I_s \exp(V_{be}/V_T)$$

$$V_{out} = -V_{be}$$

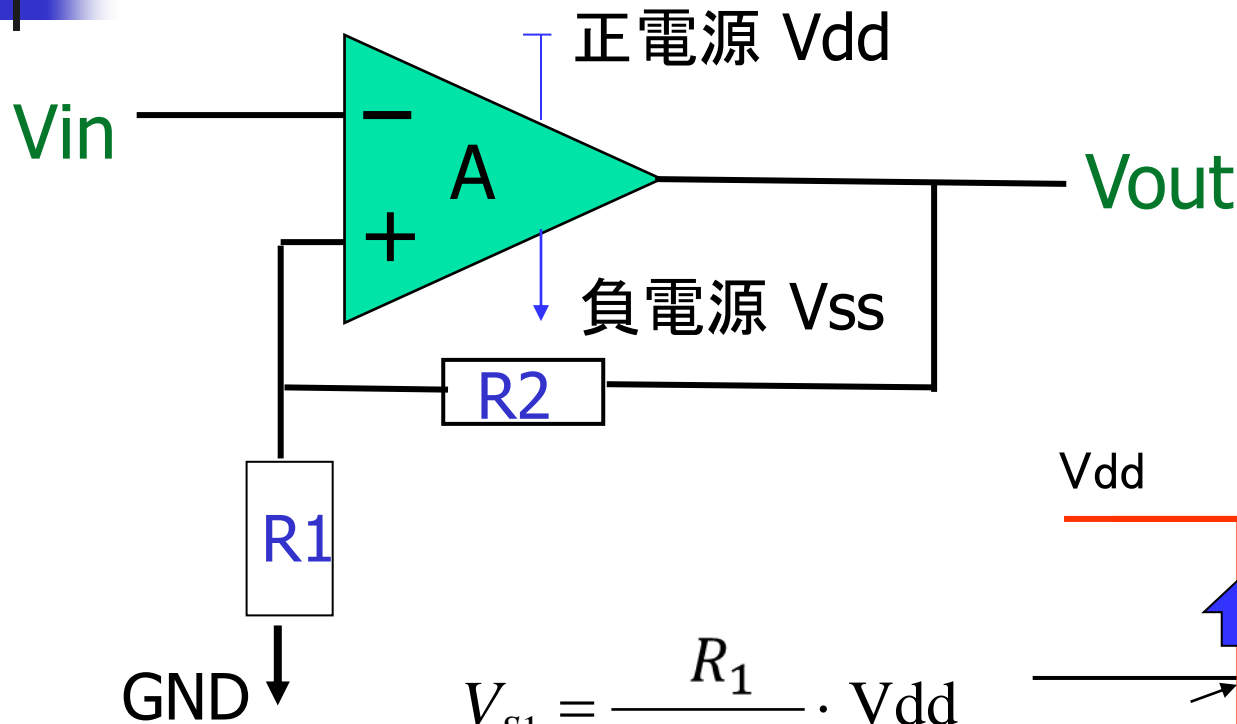
$V_T = kT/q$ (熱電圧)

I_s : 飽和電流

$$V_{out} = -V_T \ln (V_{in}/(I_s R))$$

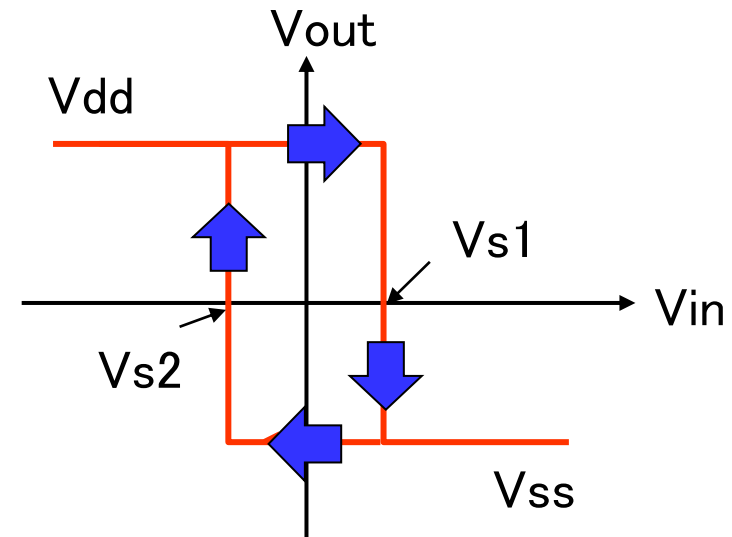
ヒステリシス付比較器

出力をプラス側入力にフィードバック(正帰還)



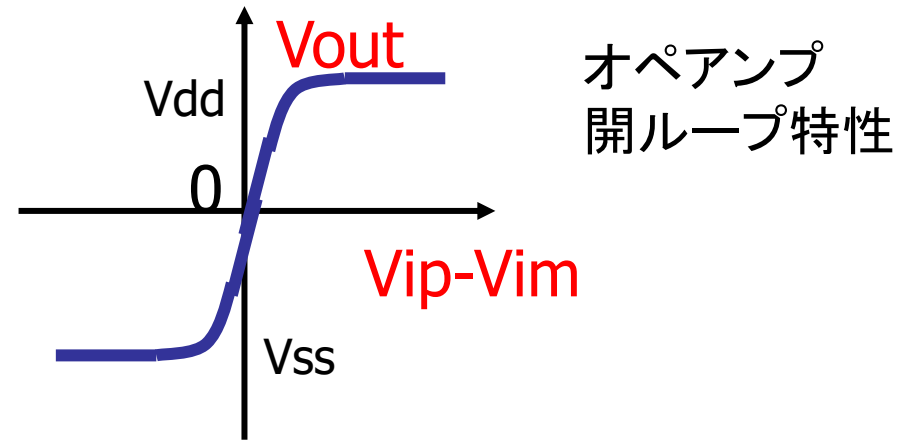
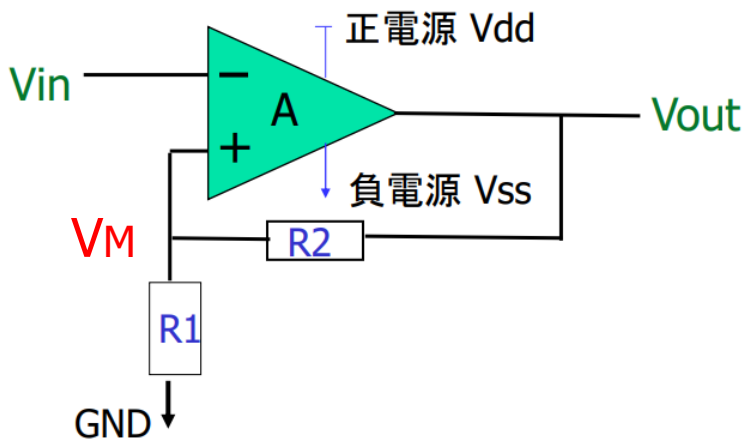
$$V_{S1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD}$$

$$V_{S2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{SS}$$



ヒステリシス付比較器の動作(1)

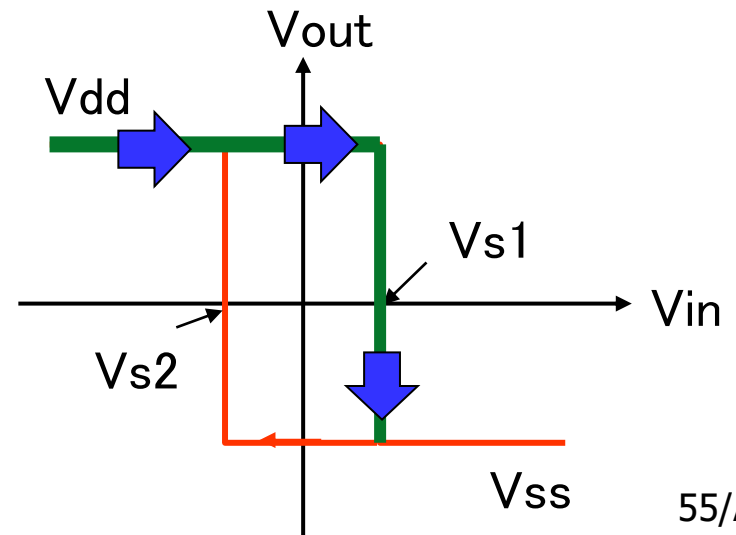
出力をプラス側入力にフィードバック(正帰還)



$V_{in} = V_{ss}$ のとき
 $V_{out} = V_{dd}$
 $V_M = [R_1 / (R_1 + R_2)] V_{dd} = V_{s1}$

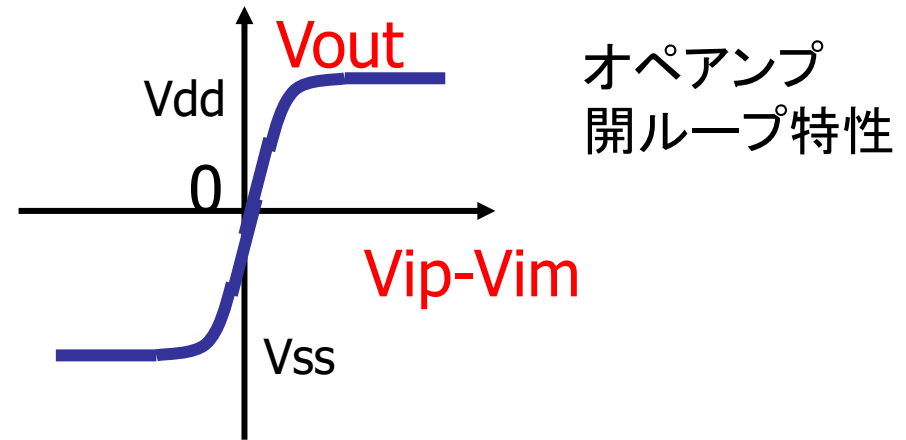
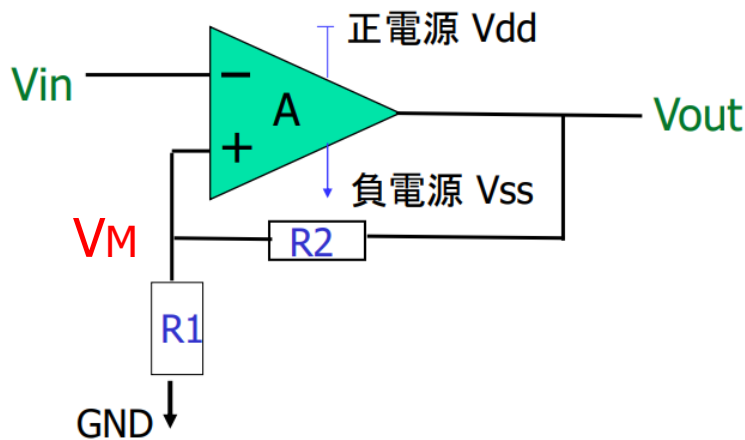


$V_{in} < V_{s1}$ で $V_{out} = V_{dd}$



ヒステリシス付比較器の動作(2)

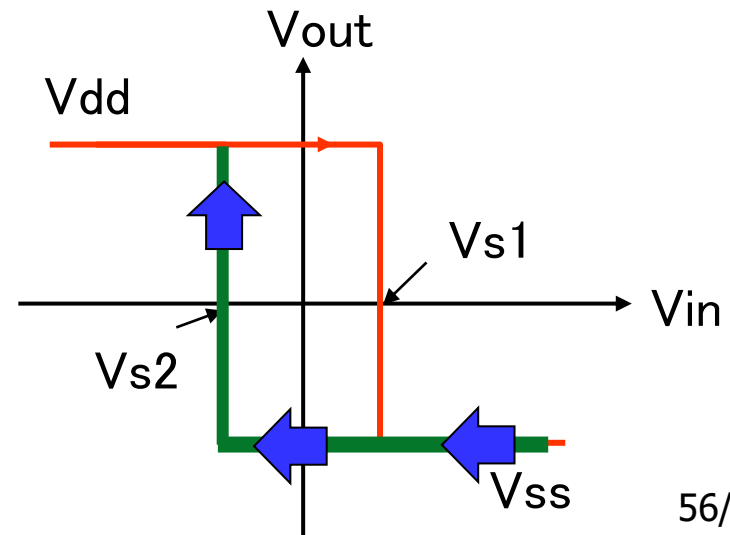
出力をプラス側入力にフィードバック(正帰還)



$V_{in} = V_{dd}$ のとき
 $V_{out} = V_{ss}$
 $V_M = [R_1 / (R_1 + R_2)] V_{ss} = V_{s2}$

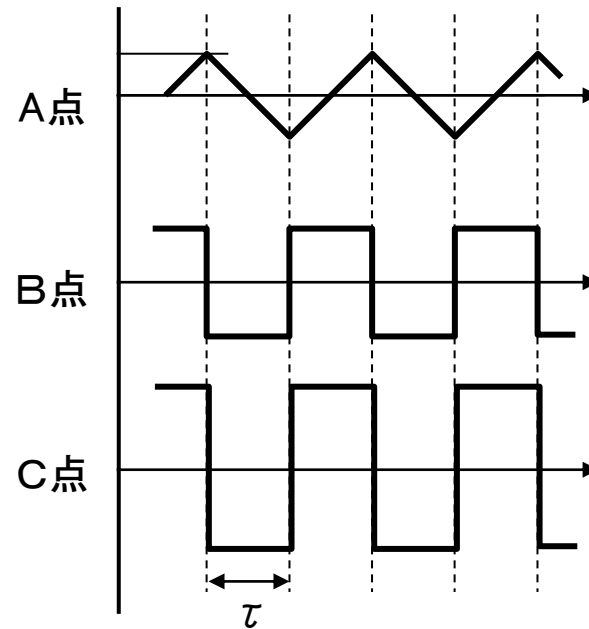
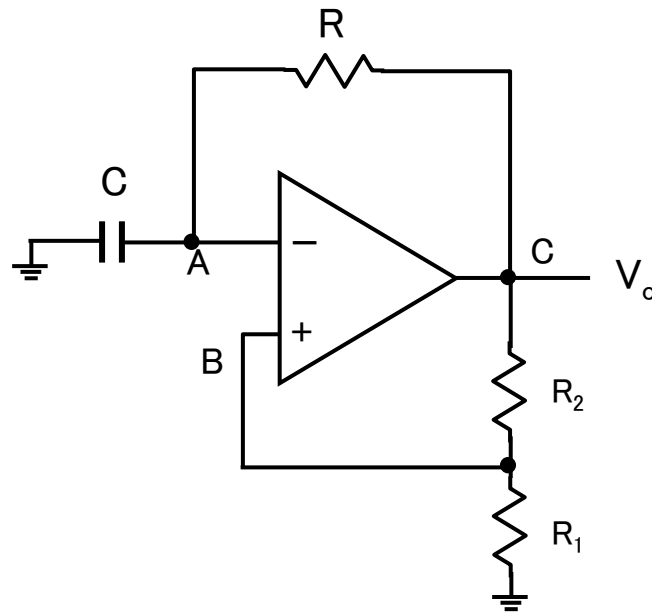


$V_{in} > V_{s2}$ で $V_{out} = V_{ss}$



弛張発振回路 (Relaxation Oscillator)

演習：なぜ下記の動作になるかを説明せよ



$$\tau = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot CR$$

マルチバイブレータ
Multi-Vibrator

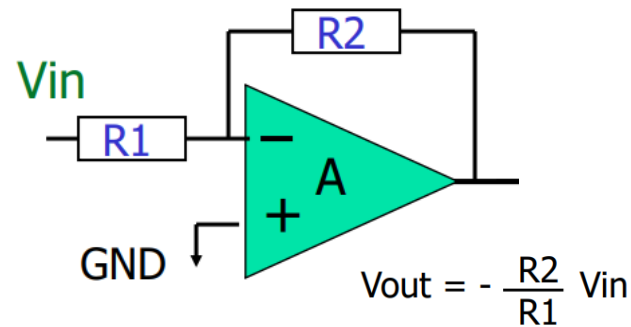
各部の波形

反転増幅回路と非反転増幅回路の比較

両方使われている

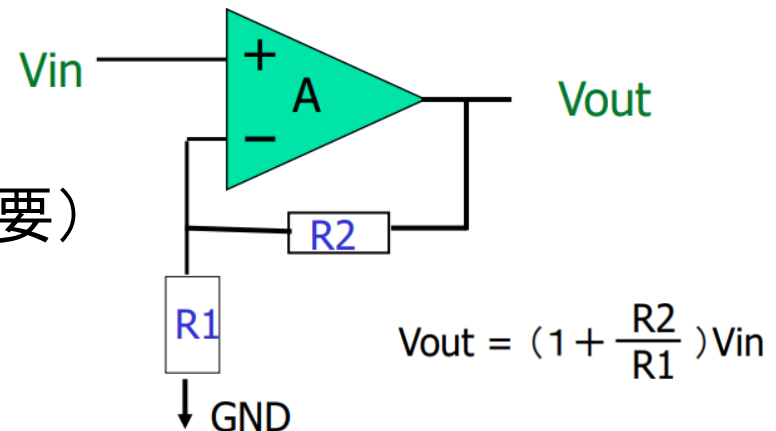
● 反転増幅回路

- 😓 $I_{in} = V_{in}/R$
- 😓 ゲインが負
- 😊 オペアンプ入力電圧が V_{in} に依存しない
(オペアンプ設計が容易)

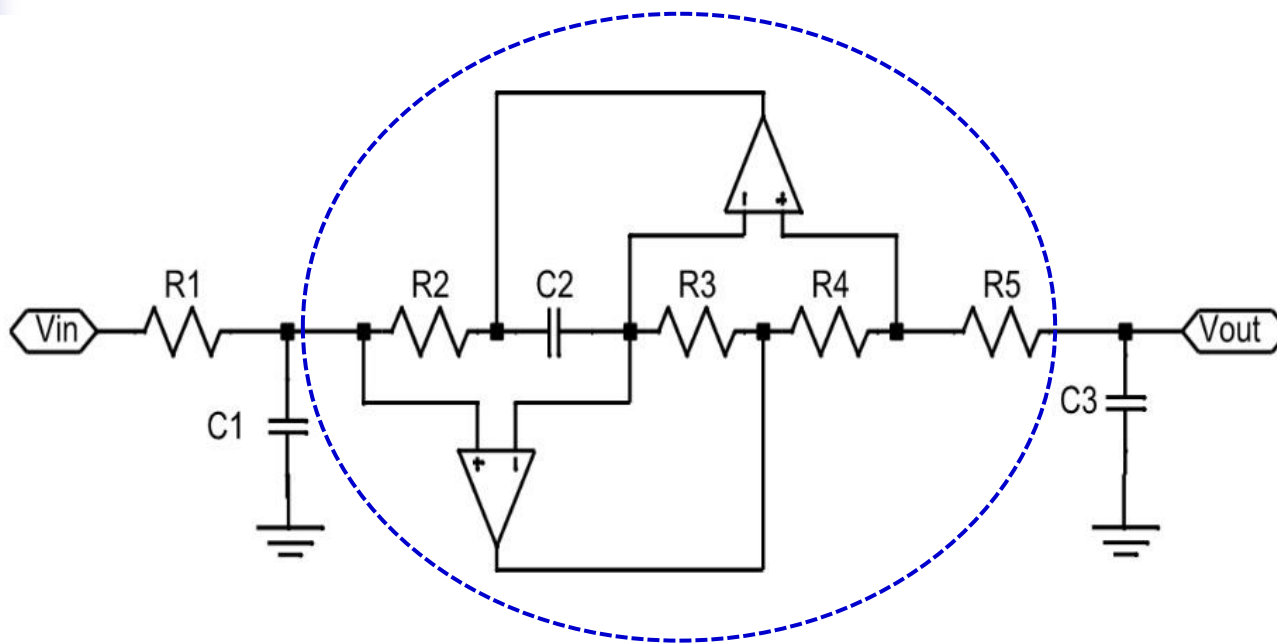


● 非反転増幅回路

- 😊 $I_{in}=0$ (前段にバッファ回路不要)
- 😊 ゲインが正
- 😓 オペアンプ入力電圧が V_{in}
(オペアンプ設計が難)



演習問題1

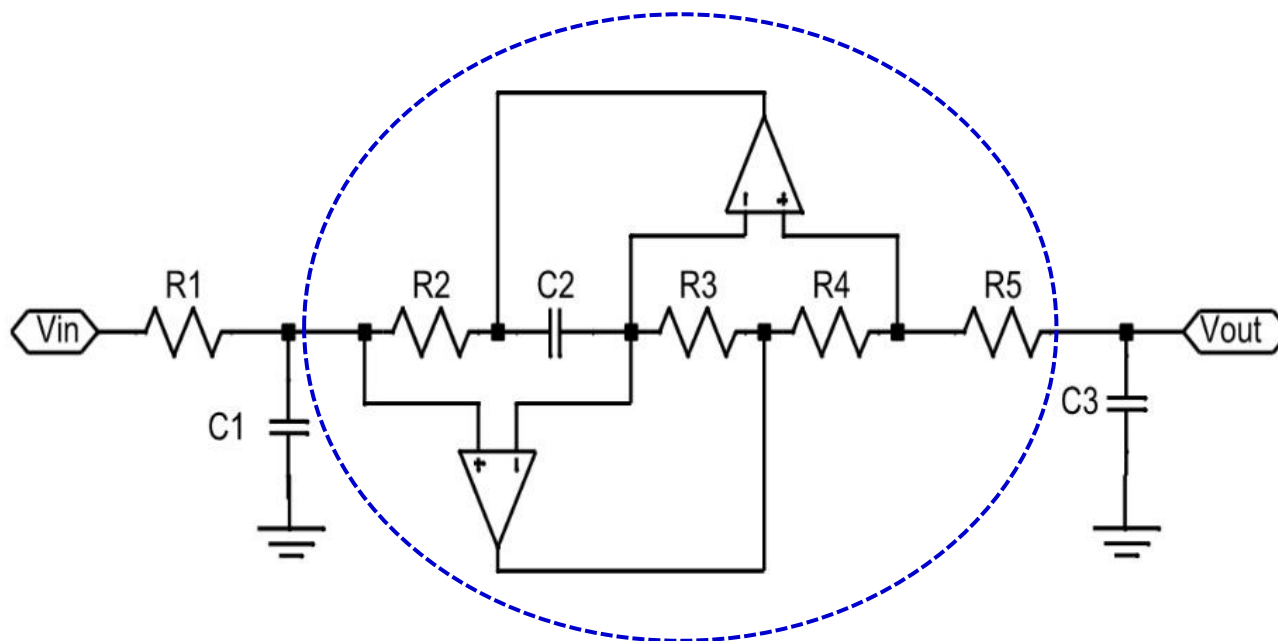


General impedance converter (GIC)

GIC部分はインダクタ L と等価になる。
 L を $R2, C2, R3, R4, R5$ で表せ

演習問題2

$V_{in}(t)$ と $V_{out}(t)$ の関係を求めよ

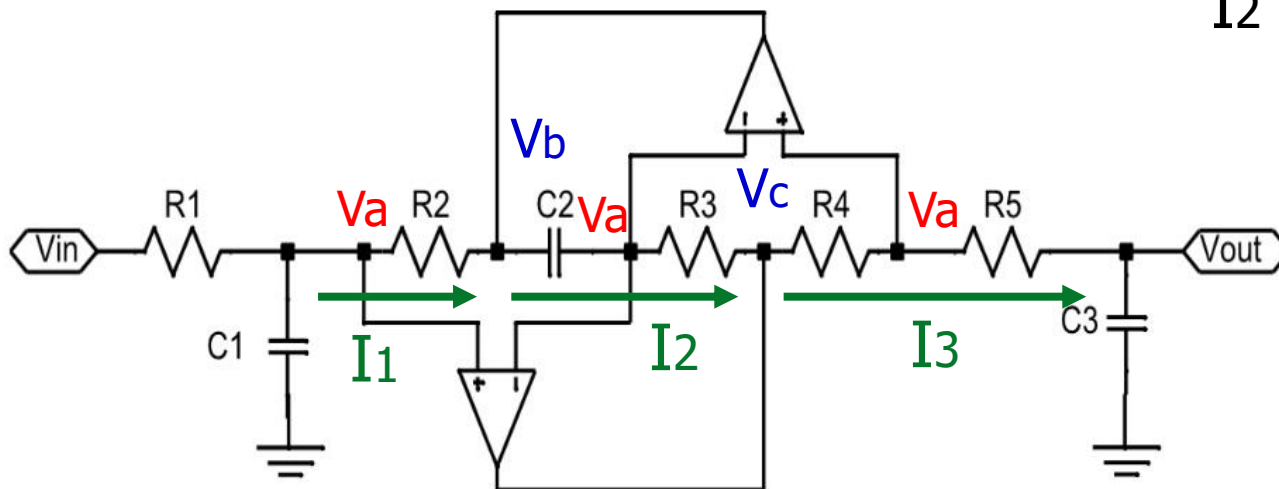


General impedance converter (GIC)

演習問題

ヒント

$$I_3 = [V_a - V_{out}] / R_5$$
$$= [V_c - V_a] / R_4$$
$$I_2 = [V_a - V_c] / R_3$$





アナログ・コンピュータ (1)

- オペアンプを用いたアナログ回路で微分方程式を解く回路。
- デジタルに比べて**高速**に演算ができる。
- 精度・汎用性の点で
現在はデジタル・コンピュータが全盛。
- 一部にアナログ・コンピュータ的技術が使われうる。

アナログ・コンピュータ (2)

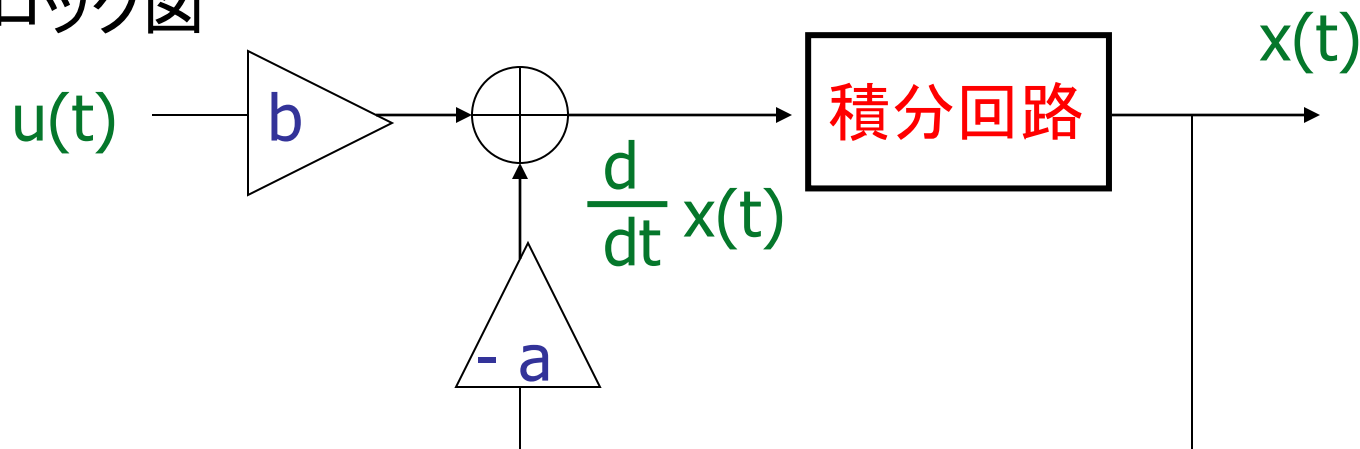
例題1: 微分方程式 入力 $u(t)$, 出力 $x(t)$

$$\frac{d}{dt} x(t) + a \cdot x(t) = b \cdot u(t)$$



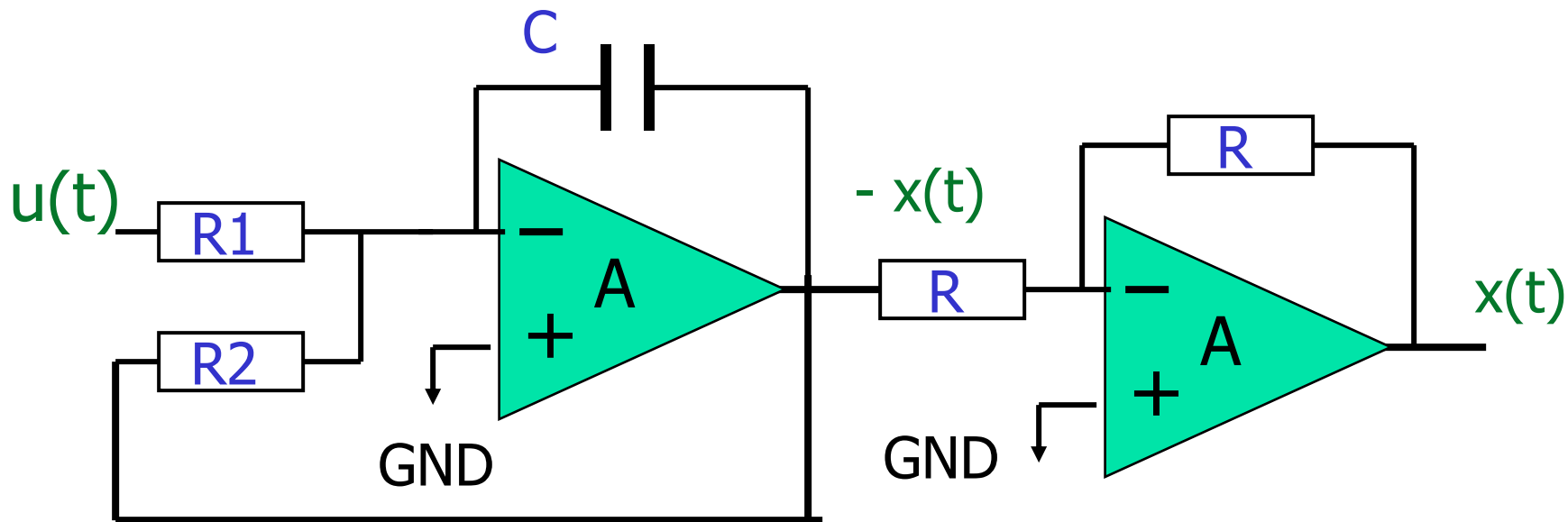
$$\frac{d}{dt} x(t) = b \cdot u(t) - a \cdot x(t)$$

ブロック図



アナログ・コンピュータ (3)

$a > 0, b > 0$ のとき オペアンプ回路での実現例



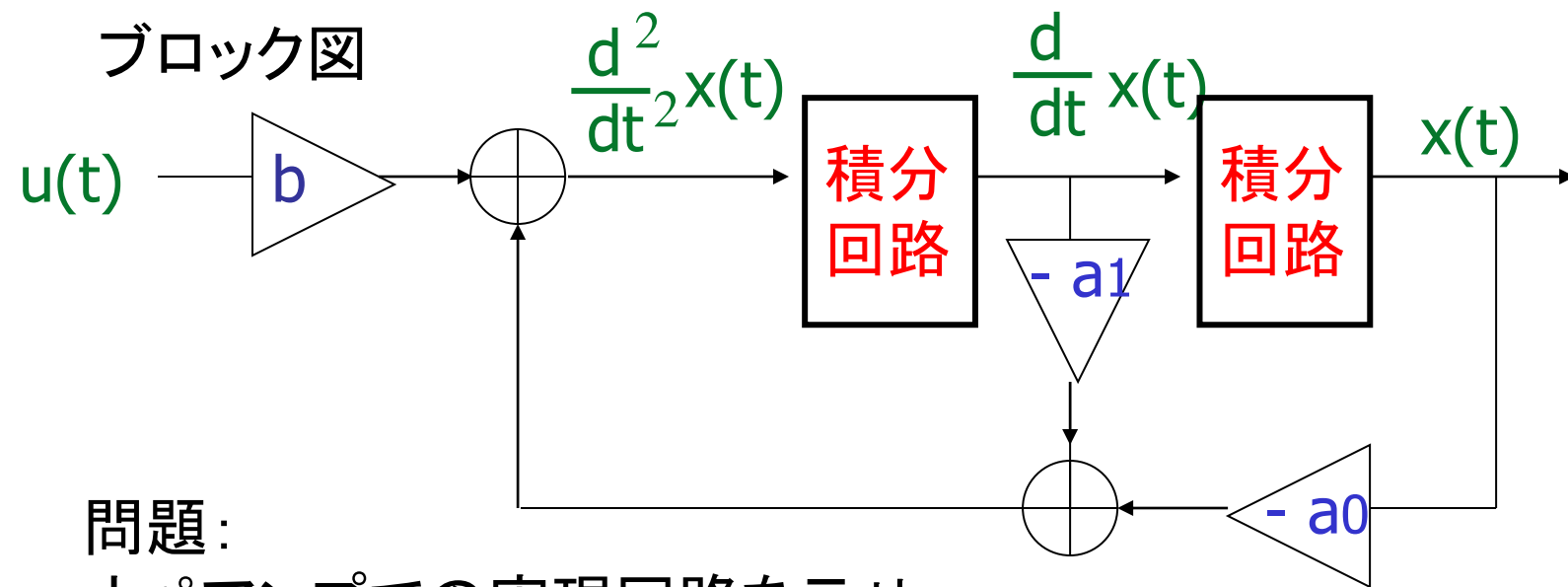
問題: a, b と $R1, R2, C$ の関係を求めよ。

アナログ・コンピュータ (4)

例題₂: 微分方程式 入力 $u(t)$, 出力 $x(t)$

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + a_1 \frac{d}{dt}x(t) + a_0 \cdot x(t) = b \cdot u(t)$$

ブロック図



問題:
オペアンプでの実現回路を示せ。

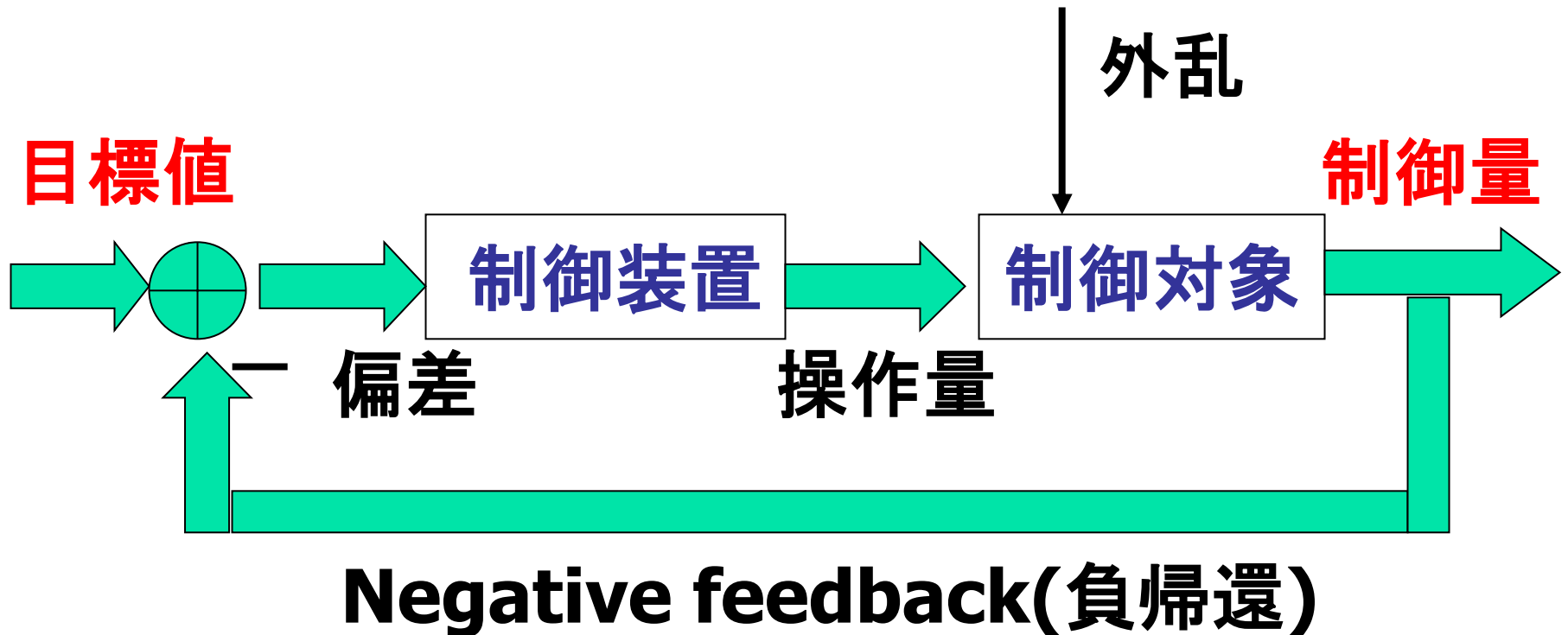


付録1-1

オペアンプの安定性

フィードバック制御

自動制御の基本





フィードバック制御の利点

- ① 外乱の影響の除去
- ② 制御対象の特性変動の除去
- ③ 不安定なシステムの安定化

example: 飛行機

- 悪天候の中を方向、高度、スピードを一定に保つ
- 制御しなければ墜落(不安定なシステム)



フィードバック制御の注意点

- フィードバック制御により安定なシステムが不安定になることがある。

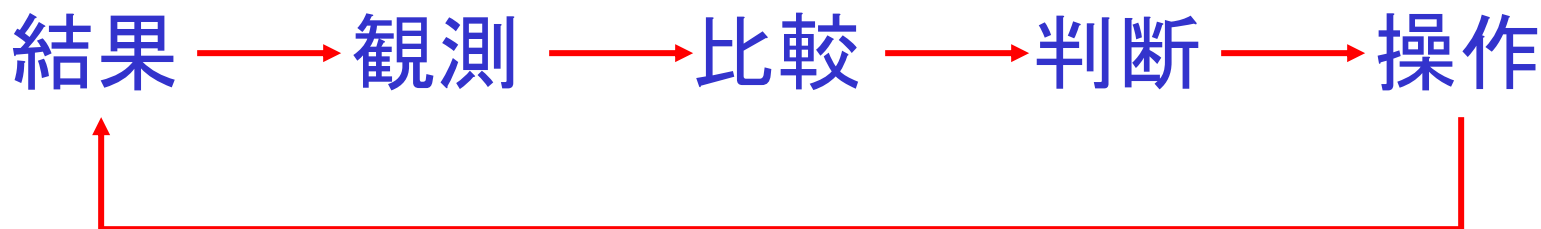
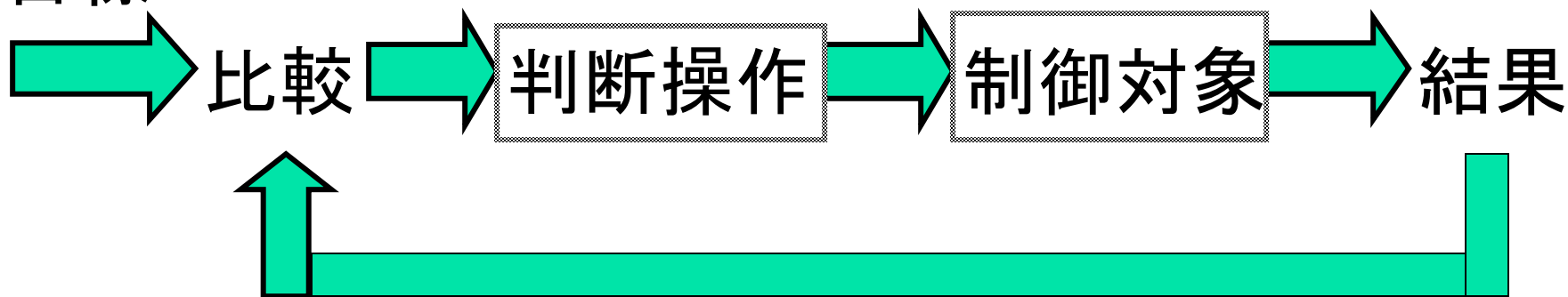


システムの**安定性**の理論が必要

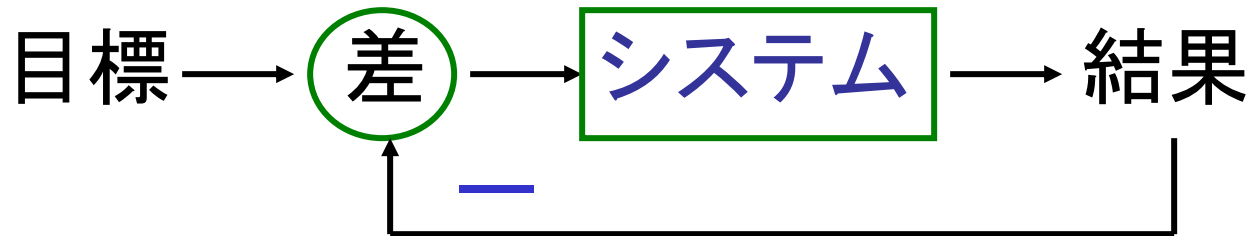
動作の流れ

■ (例) 車の運転

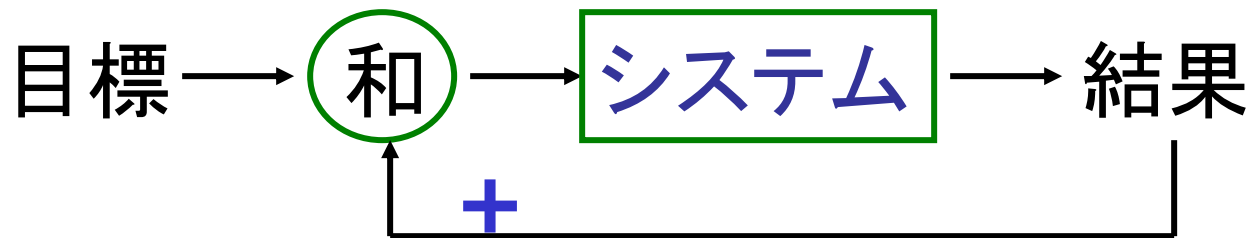
目標



Feedbackの種類



Negative Feedback (負帰還)



Positive Feedback (正帰還)



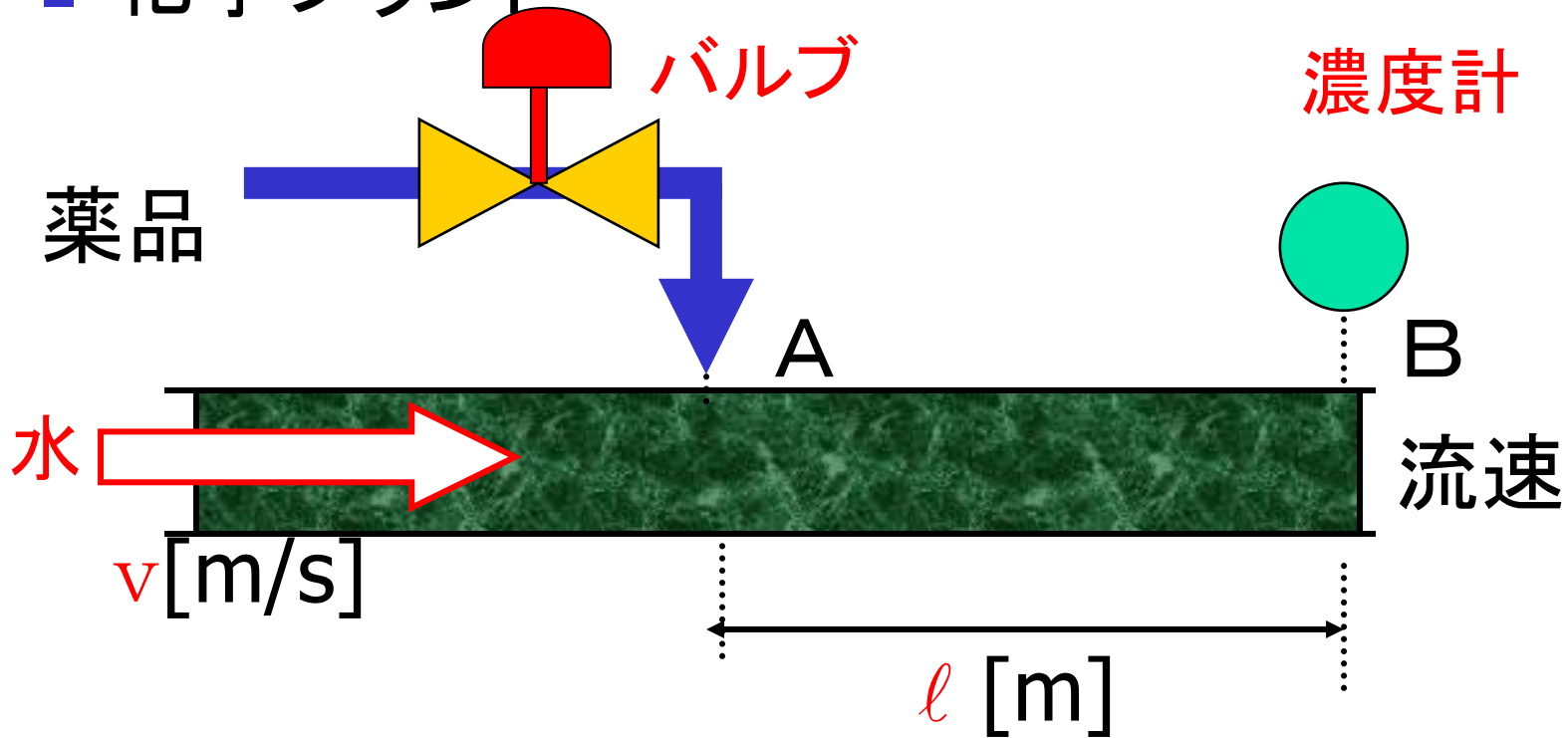
Positive Feedbackの例

- 悪循環
- 好循環
- 口論
- 酒の注ぎあい

- 自動制御では「フィードバック」は Negative Feedbackのこと。
cf. 電子回路では Positive Feedbackも積極的に利用されている。

フィードバック制御により不安定になる例

■ 化学プラント

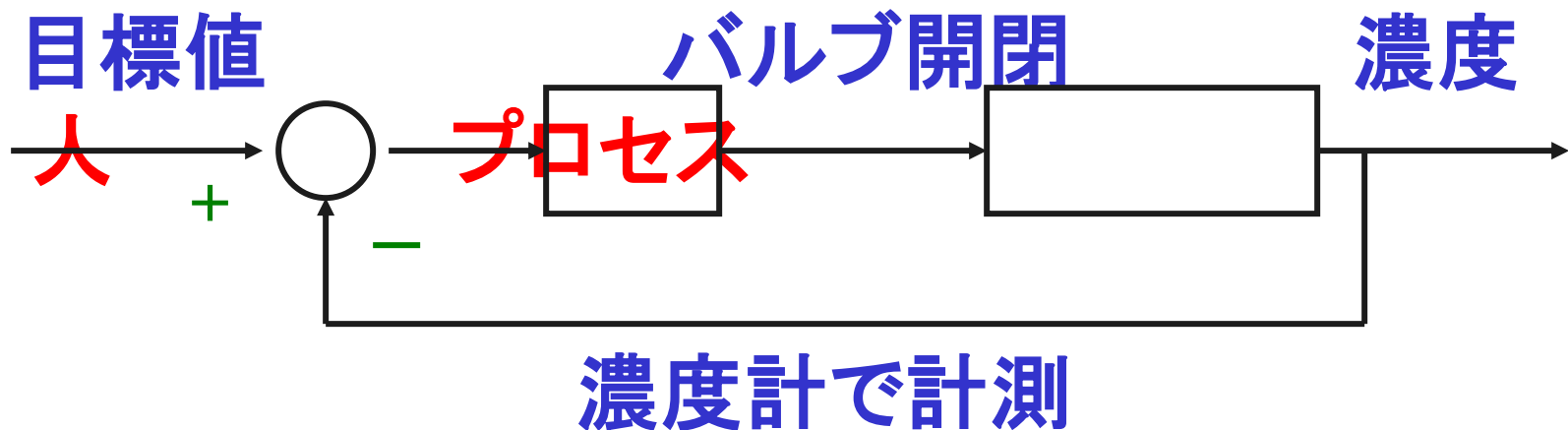


バルブの開閉によって薬品濃度を一定

AB間の時間遅れ l/v [s]

続き(1)

- 時間遅れがあることを知らない人が、このプロセス(バルブの開閉)を手動で制御する場合を考える。



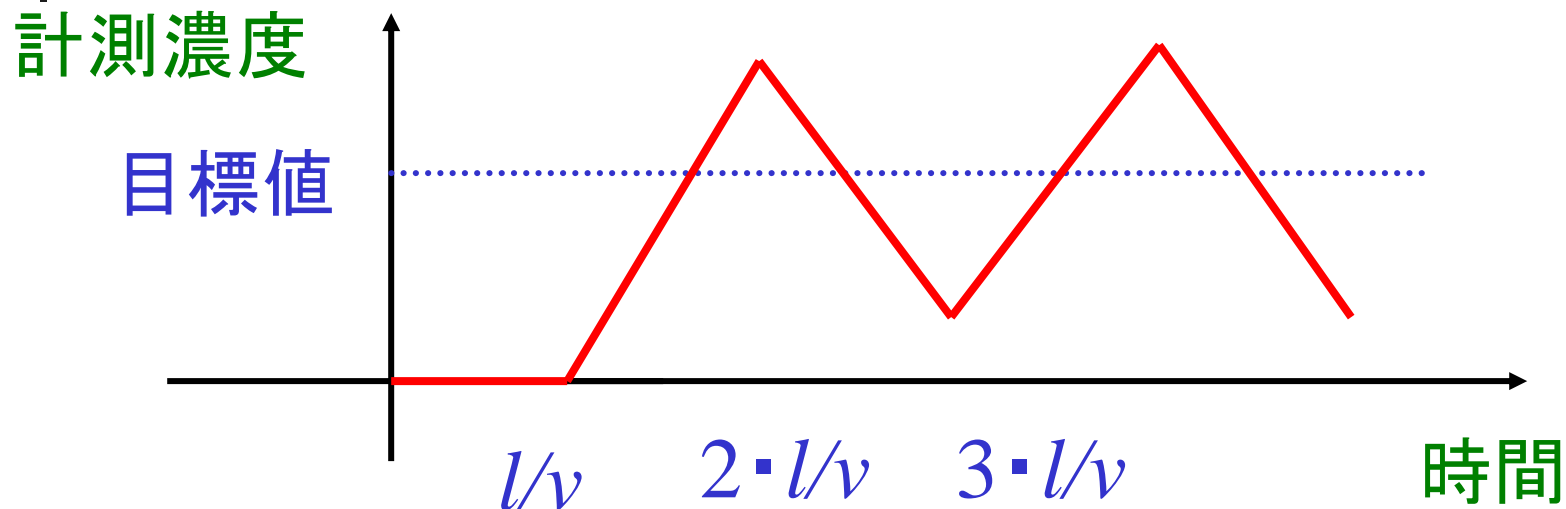


続き(2)

濃度が目標値より低かったとする。

- バルブを少し開け、濃度を上げようとする。
- しかし、時間遅れ(無駄時間) l/v [s]があるので濃度計の出力は最初は少しも上がらない。
- そこでバルブをどんどん開ける。
- l/v [s]後に急に濃度が増し、目標値を越えて行き過ぎてしまう。

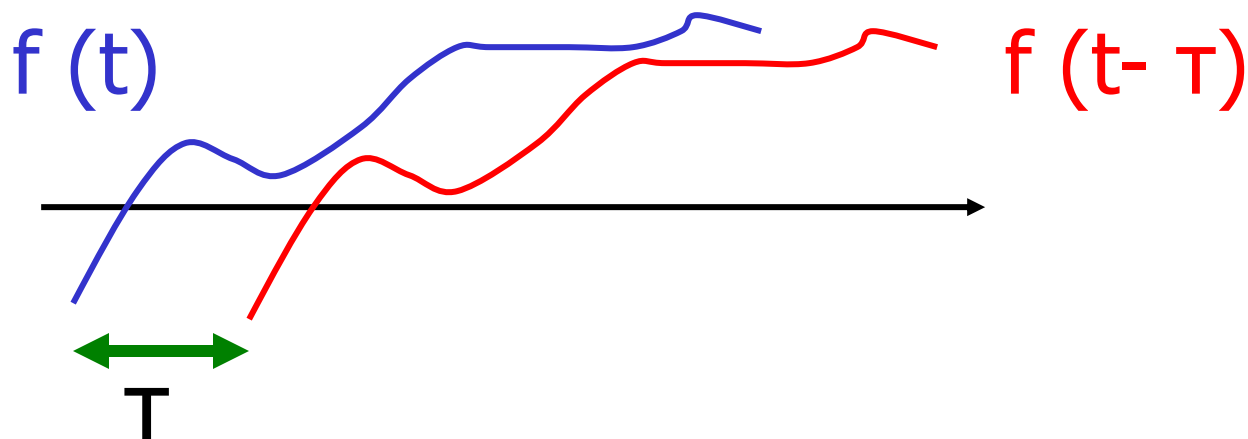
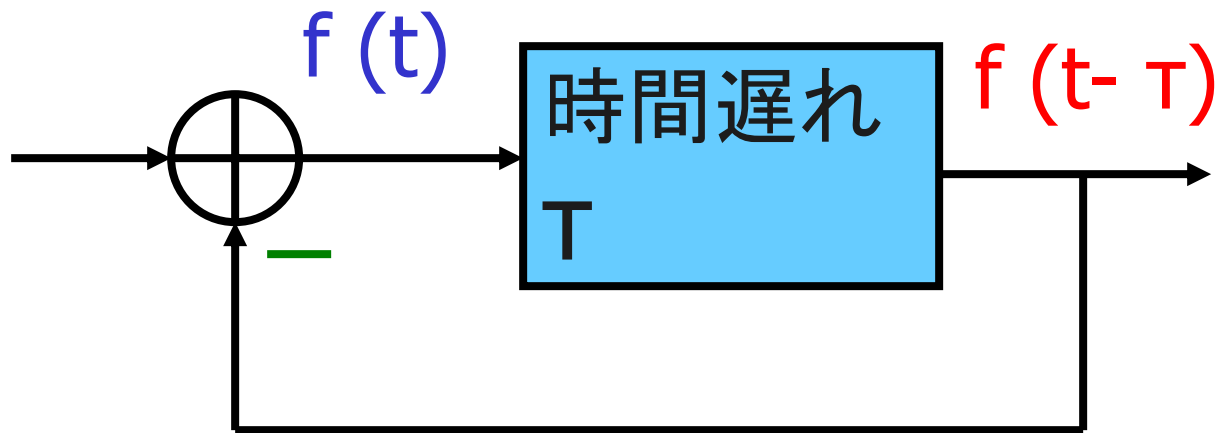
続き(3)



これは「シマツタ」と思い、バルブを閉め始める。
濃度はすぐには下がらない。
いつまでたっても濃度は目標値に整定しない。

→ 不安定

時間遅れが大きいフィードバック系 ほど不安定になりやすい



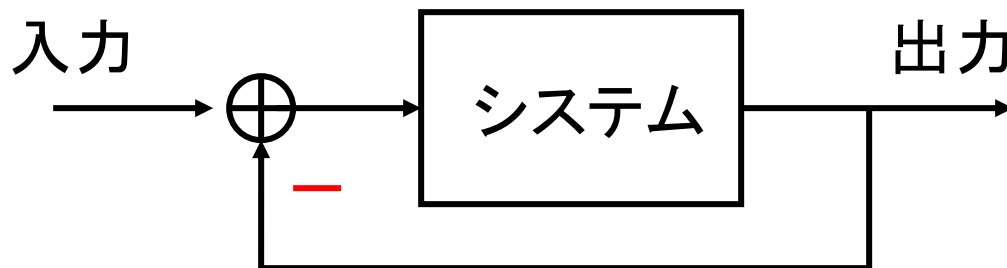
オペアンプの安定判別： フィードバックと安定性

安定なシステムにフィードバックをかける。

➡ 安定にも不安定にもなりうる。

不安定なシステムにフィードバックをかける。

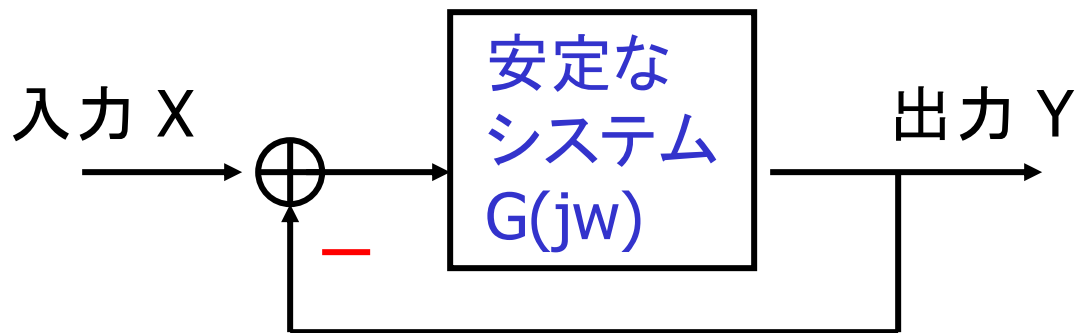
➡ 安定にも不安定にもなりうる。



システムの
遅延が大
↓
不安定に

ナイキストの安定判別の 問題設定(1)

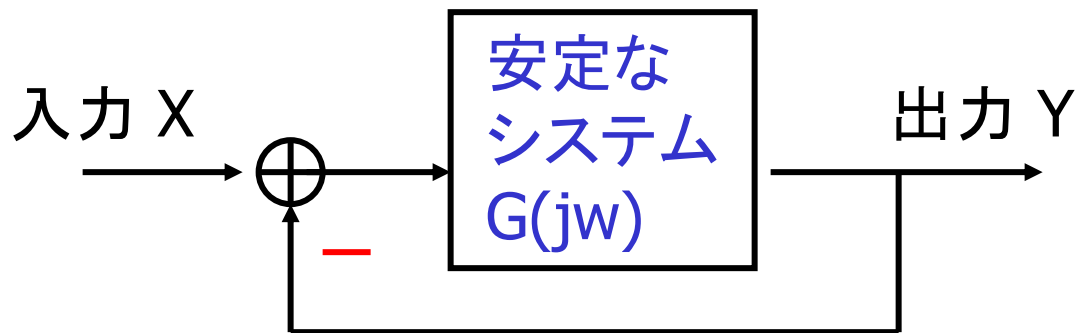
安定なシステム $G(j\omega)$ にフィードバックをかける
周波数伝達関数 $G(j\omega)$ から、
フィードバックをかけた
システム全体の安定性を判定する。



システム全体は安定 ?

ナイキストの安定判別の 問題設定(2)

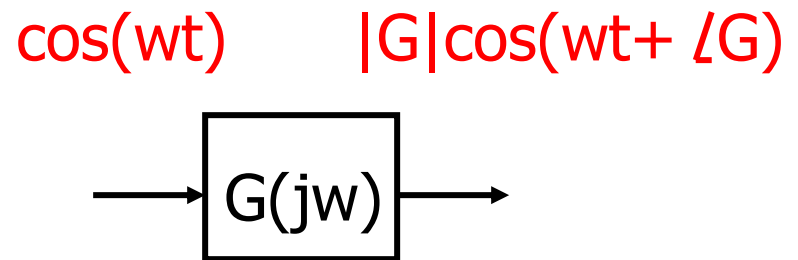
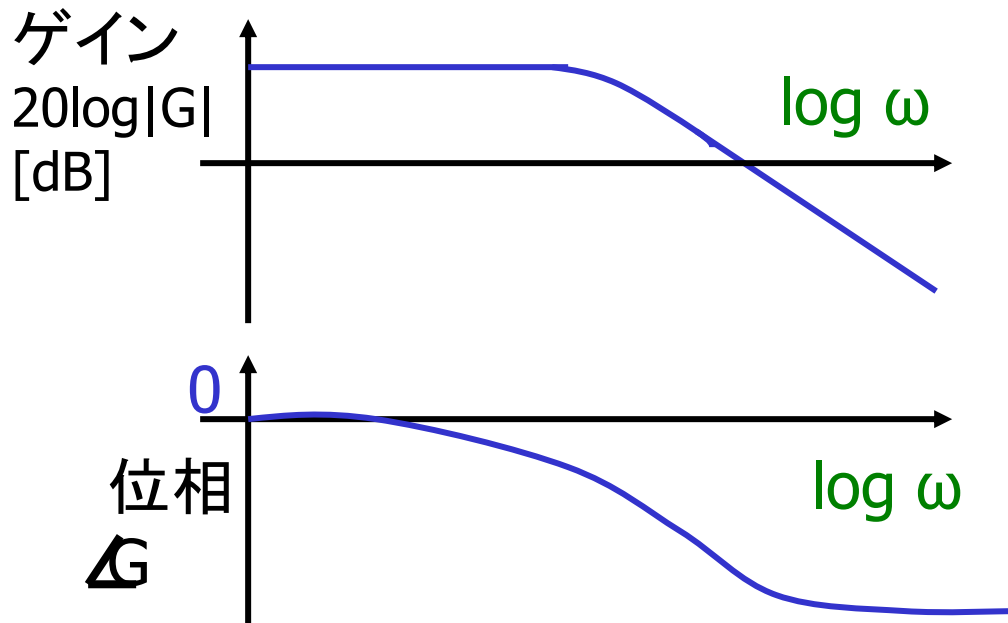
周波数伝達関数 $G(j\omega)$ は測定データ
(ボーデ線図、またはベクトル線図)
で与えられる。



システム全体は安定 ？

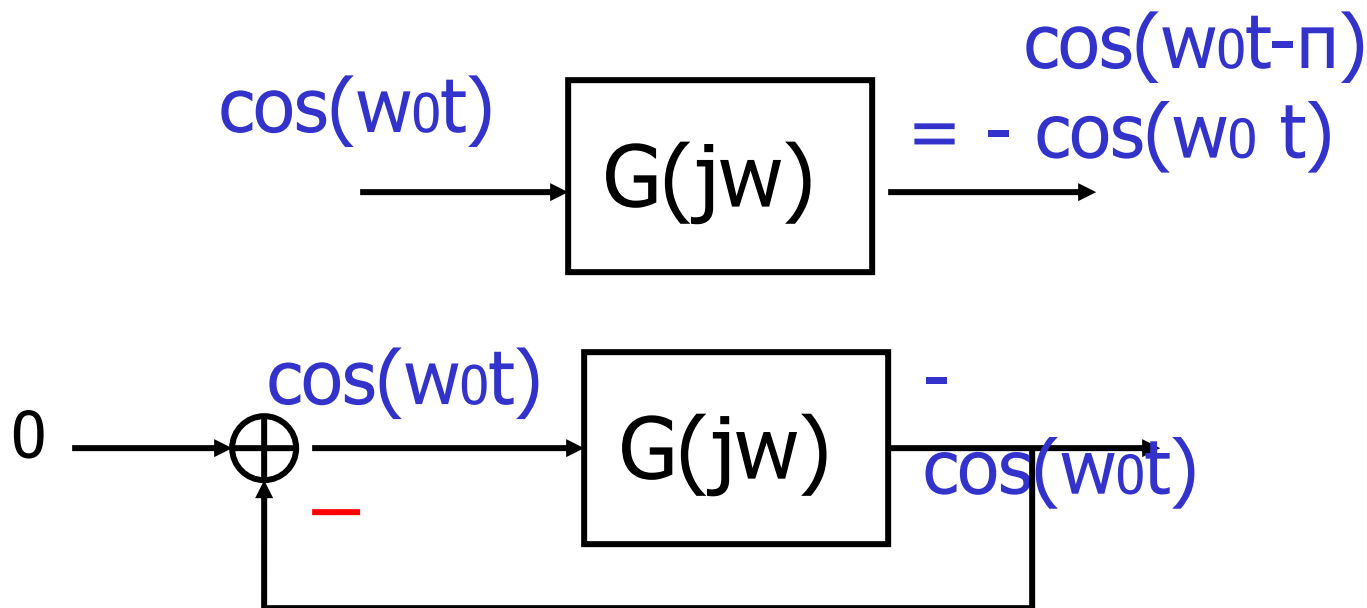
典型的システムの周波数特性 (ゲイン特性、位相特性)

多くの(安定な)システムでは周波数 ω が大きくなると
ゲイン $|G(j\omega)|$ が小さくなる、
位相 $\angle G(j\omega)$ がマイナスの値で大きくなる。



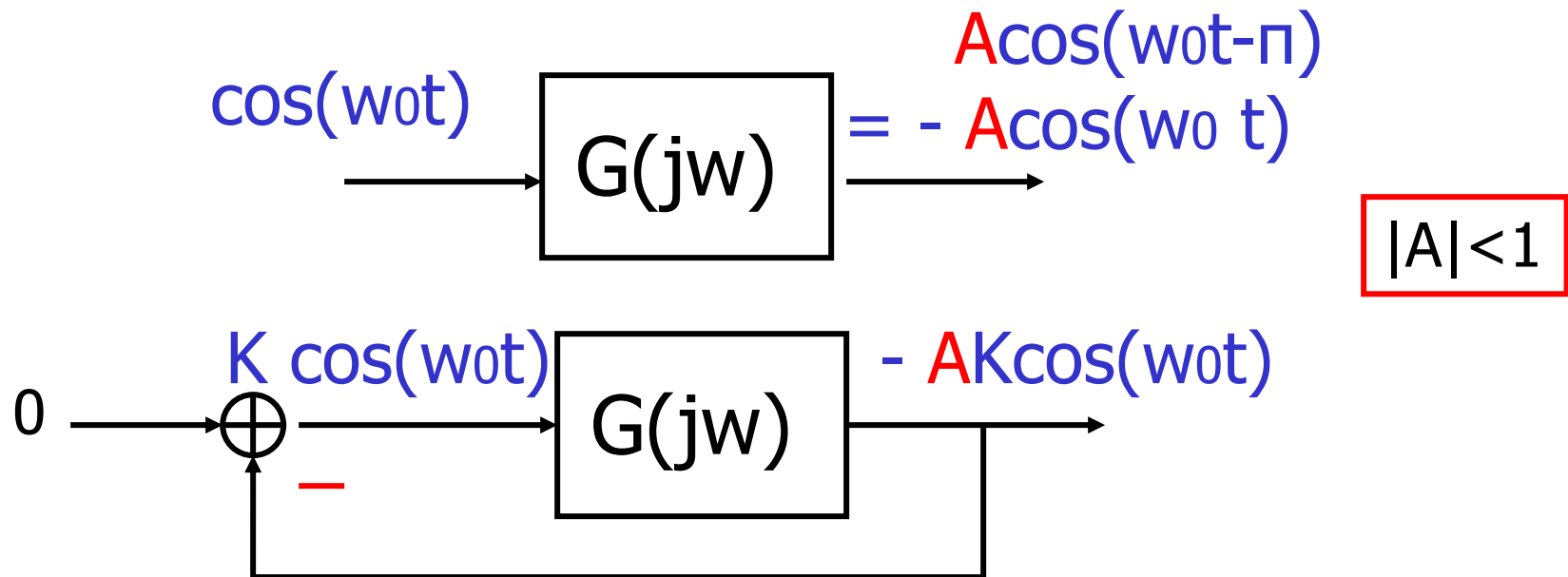
位相遅れ π の周波数で ゲインが1の場合

ある周波数 $\omega = \omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき
 $|G(j\omega_0)| = 1$ の場合、
フィードバックシステムは周波数 ω_0 で発振する。



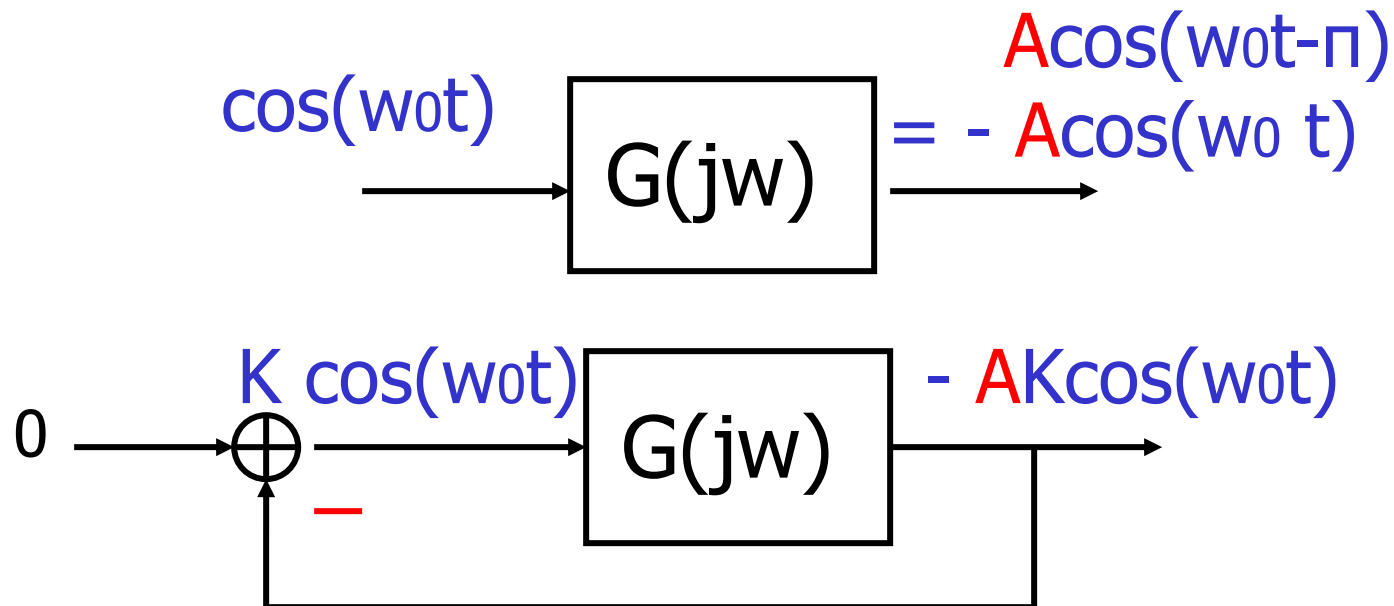
位相遅れ π の周波数で ゲインが1より小さい場合

ある周波数 $\omega=\omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき
 $|G(j\omega_0)| < 1$ の場合、
フィードバックシステムは安定である。



位相遅れ π の周波数で ゲインが1より大きい場合

ある周波数 $\omega=\omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき
 $|G(j\omega_0)| > 1$ の場合、
フィードバックシステムは不安定である。



$$|A| > 1$$

ゲインの線形表記の場合の 安定判別

ある周波数 $\omega=\omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき

(I) $|G(j\omega_0)| < 1$ の場合、
フィードバックシステムは安定である。

(II) $|G(j\omega_0)| = 1$ の場合、
..
安定限界である。

(III) $|G(j\omega_0)| > 1$ の場合、
..
不安定である。



ゲインのdB表記の場合の 安定判別

ある周波数 $\omega=\omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき

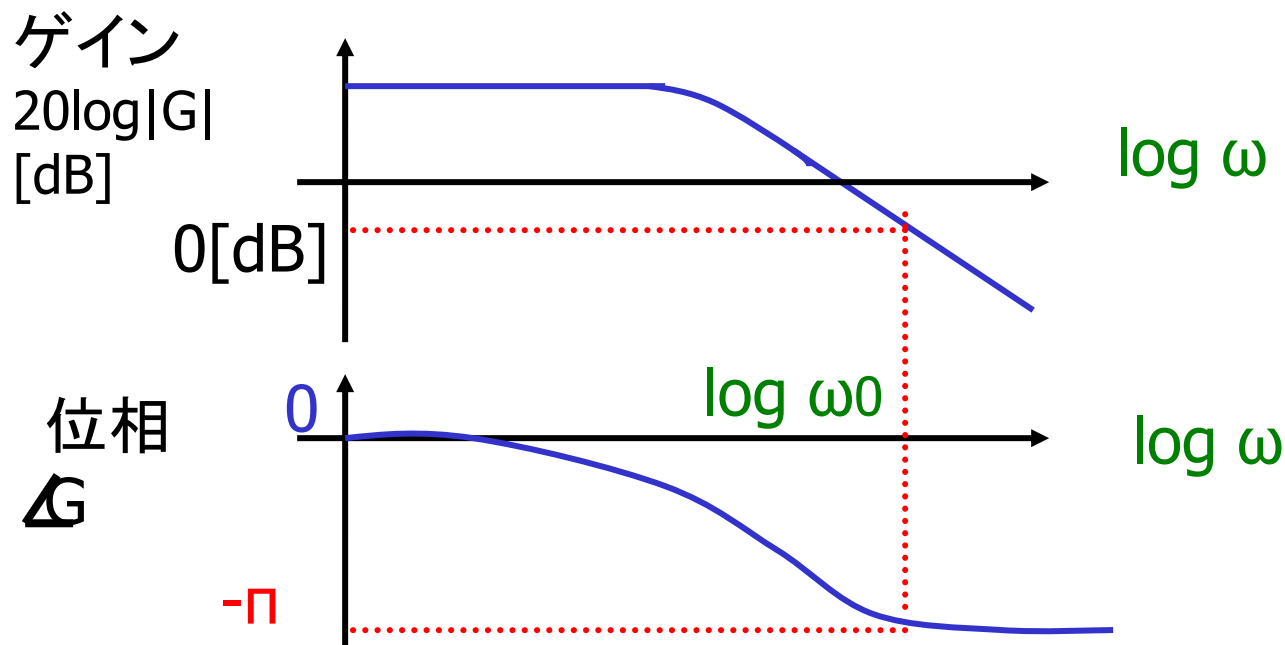
(I) $20 \log |G(j\omega_0)| < 0$ [dB] の場合、
フィードバックシステムは安定である。

(II) $20 \log |G(j\omega_0)| = 0$ [dB] の場合、
.. 安定限界である。

(III) $20 \log |G(j\omega_0)| > 0$ [dB] の場合、
.. 不安定である。

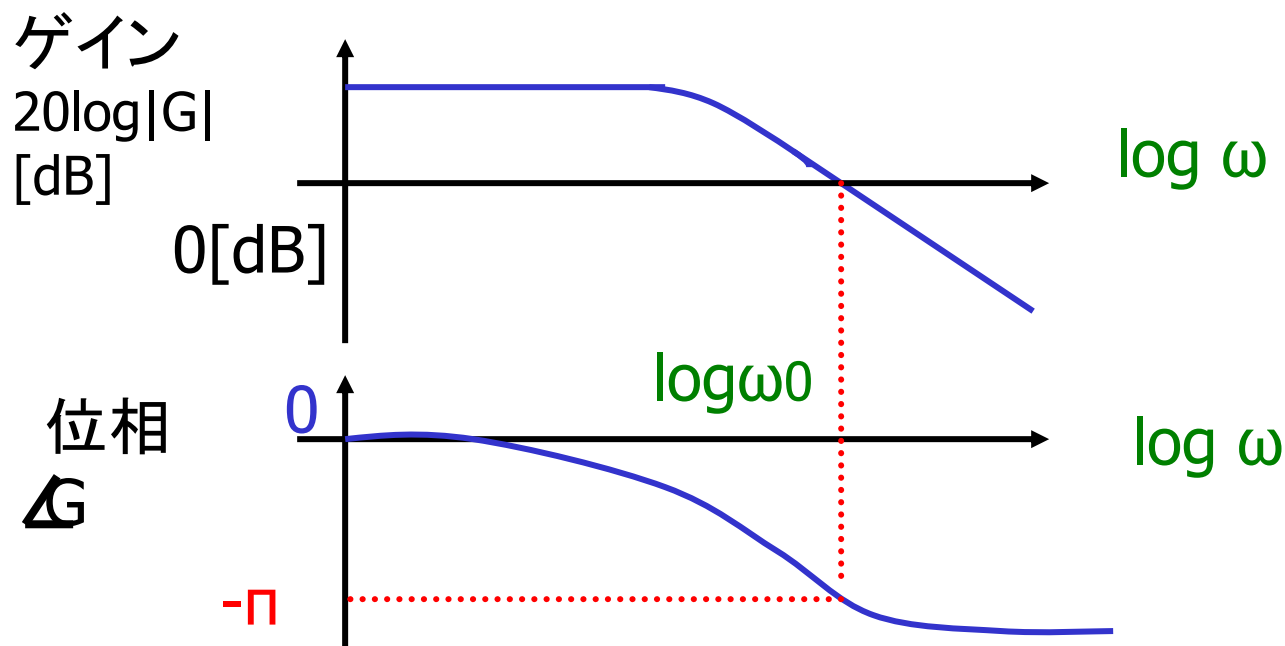
ボデー線図による安定判別(1)

ある周波数 $\omega=\omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき
 $20 \log |G(j\omega_0)| < 0$ [dB] の場合、
フィードバックシステムは安定である。



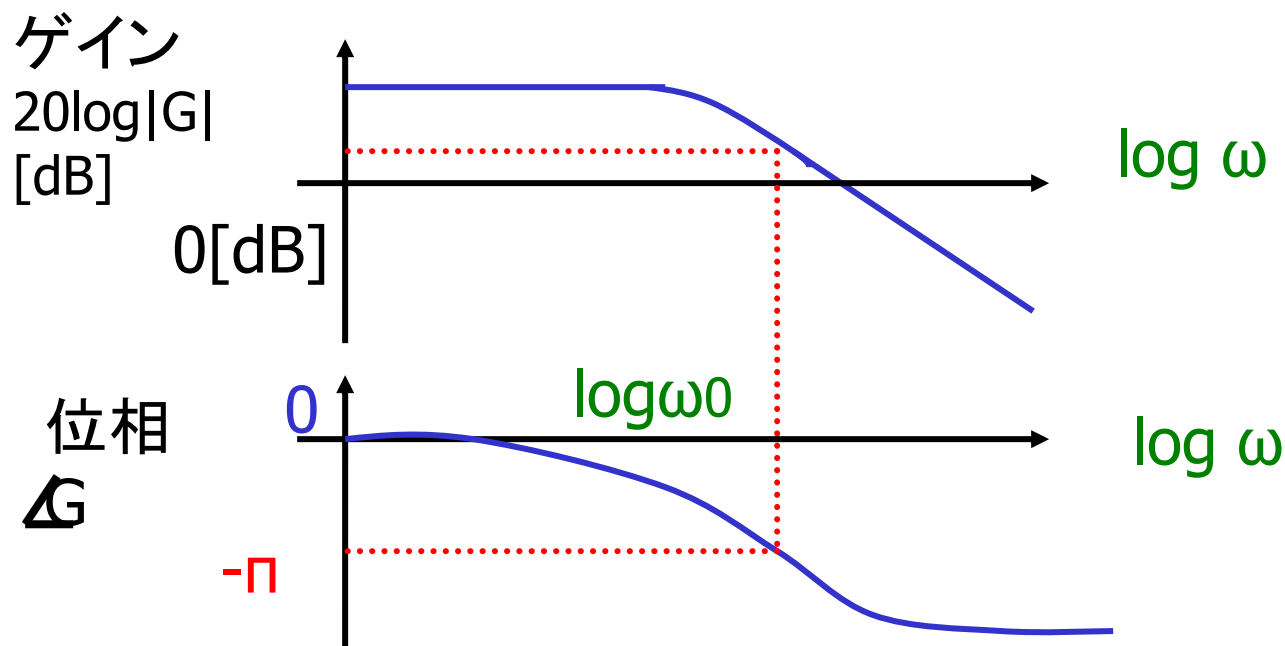
ボート線図による安定判別(2)

ある周波数 $\omega=\omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき
 $20 \log |G(j\omega_0)| = 0$ [dB] の場合、
フィードバックシステムは安定限界である。



ボーデ線図による安定判別(3)

ある周波数 $\omega=\omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき
 $20 \log |G(j\omega_0)| > 0$ [dB] の場合、
フィードバックシステムは不安定である。

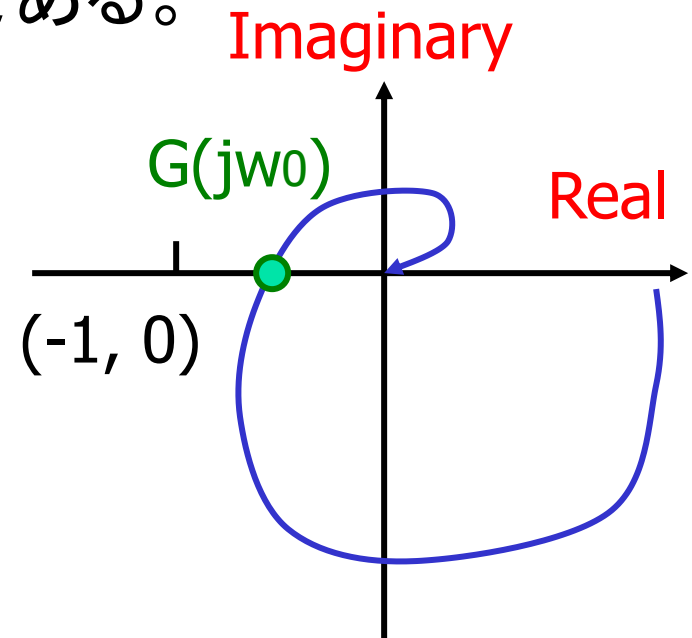


ベクトル線図による安定判別(1)

ある周波数 $\omega=\omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき
 $|G(j\omega_0)| < 1$ の場合、
フィードバックシステムは安定である。



$G(j\omega)$ のベクトル線図が
 $(-1, 0)$ の内側を通るとき
フィードバックシステムは安定。

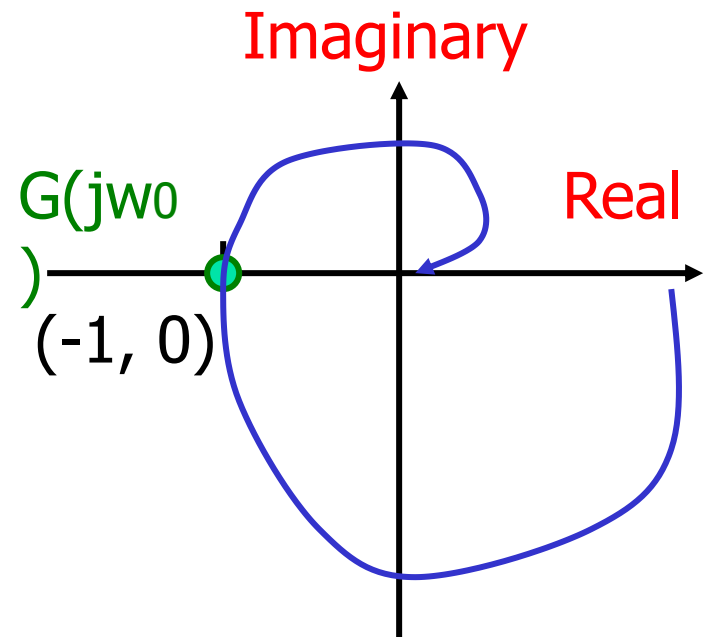


ベクトル線図による安定判別(2)

ある周波数 $\omega=\omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき
 $|G(j\omega_0)| = 1$ の場合、
フィードバックシステムは安定限界である。



$G(j\omega)$ のベクトル線図が
 $(-1, 0)$ 上を通るとき
フィードバックシステムは
安定限界。

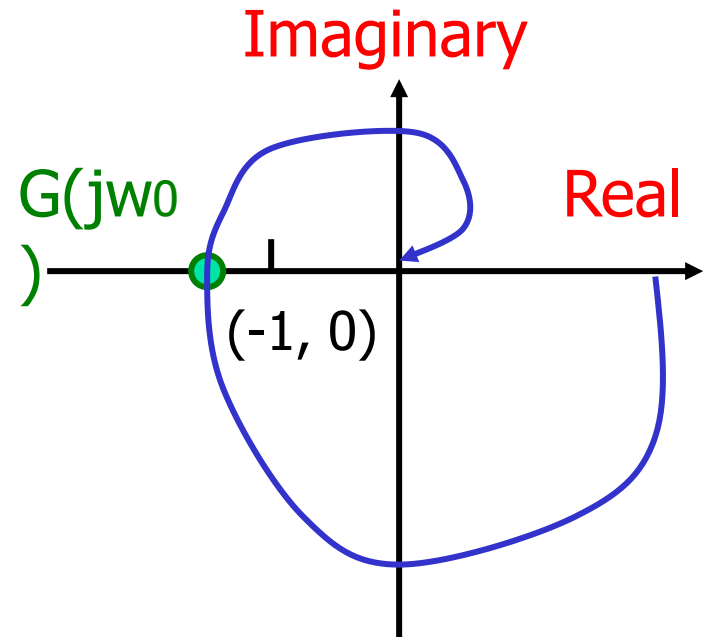


ベクトル線図による安定判別(3)

ある周波数 $\omega=\omega_0$ で $\angle G(j\omega_0) = -\pi$ のとき
 $|G(j\omega_0)| > 1$ の場合、
フィードバックシステムは不安定である。



$G(j\omega)$ のベクトル線図が
 $(-1, 0)$ の外側を通るとき
フィードバックシステムは
不安定。





付録1-2

ご参考までに読んでみてください



オペアンプはアナログの μ P

マイクロプロセッサ： プログラムの変更で
様々なデジタル処理が可能

オペアンプ： 周辺回路の変更で
様々なアナログ処理が可能

半導体メーカー：

マイクロプロセッサ、オペアンプを大量生産

「多品種少量生産」を避けられる



オペアンプ技術開発

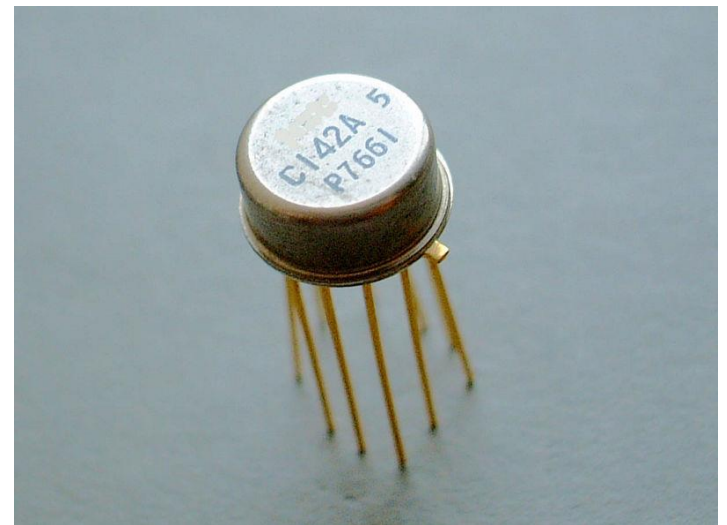
オペアンプの日本メーカー
技術系役員の方

「オペアンプの技術革新は今も活発。
方向は簡単。性能を理想のオペアンプに
いかに近づけるかである。」

実際のオペアンプ性能は
理想のオペアンプ性能に劣る。

オペアンプの技術革新

- 低コスト化（バイポーラからCMOSへ）
- 低電源電圧動作
- 低消費電力化
- 高周波化
- 高ゲイン化
- 低ノイズ化
- 大電流出力化



アプリケーションに依存

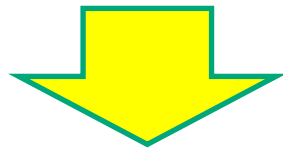
20世紀で電子回路分野での最大の発明

負帰還回路

今日、負帰還の原理は一般的である

電子回路のみならず、さまざまなシステムに利用

当時であればとてつもなく新鮮な考え方であった



発明者が原理を思いついたのは
“ひらめき”ではなく専門的な思考ゆえ

負帰還が発明される歴史を追ってゆく



演算増幅器と負帰還

- 演算増幅器の応用のほとんどは、負帰還を利用したもの。
- 演算増幅器と負帰還を組み合わせた負帰還増幅器
 - 増幅器の性能を大幅に向上。
 - 1927年にハロルド・ブラック氏により発明。
- 負帰還増幅器の不適切な設計は、発振のような不安定な動作を引き起こす。
- 適切な設計法の理論がない。
- そこで、実用的な負帰還増幅器を設計するため、ナイキストの安定判別法 (Nyquist criterion) ボーデ線図 (Bode plots) が考案された。

負帰還増幅器の発明者

ハロルド・ブラック

1898-1983



- 電話産業ウエスタン・エレクトリックに在籍
(※ウエスタン・エレクトリックはベル研究所で有名なAT&T社の製造部門)
 - 負帰還の発明者
 - 生涯特許は347件



負帰還増幅器発明の時代背景

1910年代の米国通信業界は活気に溢れていた。

- 3極管の発明
- 大陸横断電話伝送システムにも使える
高真空度の真空管が開発
- マルコニー無線会社とアームストロングが
再生回路を試験
- ベル電話会社の創業者アレクサンダー・ベルが
ニューヨークとサンフランシスコ間を結ぶ
世界初の大陸間横断通話を公開



負帰還回路発明の動機

せっかくトランジスタを使って増幅するのに
その増幅度を制限してしまう
長距離電話網で、
「真空管が切れても動くrepeater を作れ」の要請。

Harold S. Black 1898-1983

1920年 Western Electric 社 電話産業

電話伝送システムの改善



フィードフォワード増幅器

増幅器の出力から歪みを取り去ることを考えだす。
原因が非直線性であれ、真空管のゲインの変化であれ、
それを取り出して除去することを追求。
出力から入力と同じ振幅で引き算。
そのためには歪みを別の増幅器を通して、
出力でキャンセルする。
出力側のトランスカブリッジ回路で加えて取り除く回路。
実験では歪みは従来の40dB 減となる。
この方式をフィードフォワード増幅器と名づけ特許出願。
が、この方法では一日中誰かが調整しなければならない。



負帰還のアイデアと実現

1927年8月2日のこと、突然、ブラックに負帰還のアイデアがひらめいた。

ニュージャージーからニューヨークへ通勤するフェリーボートの中で、

増幅器の出力を入力に、逆相でもどし、

出力から歪みをキャンセルする方法を思いつく。

小林 注) 「制御工学での フィードバック制御とは異なる発想から生まれた」との印象を持ちます

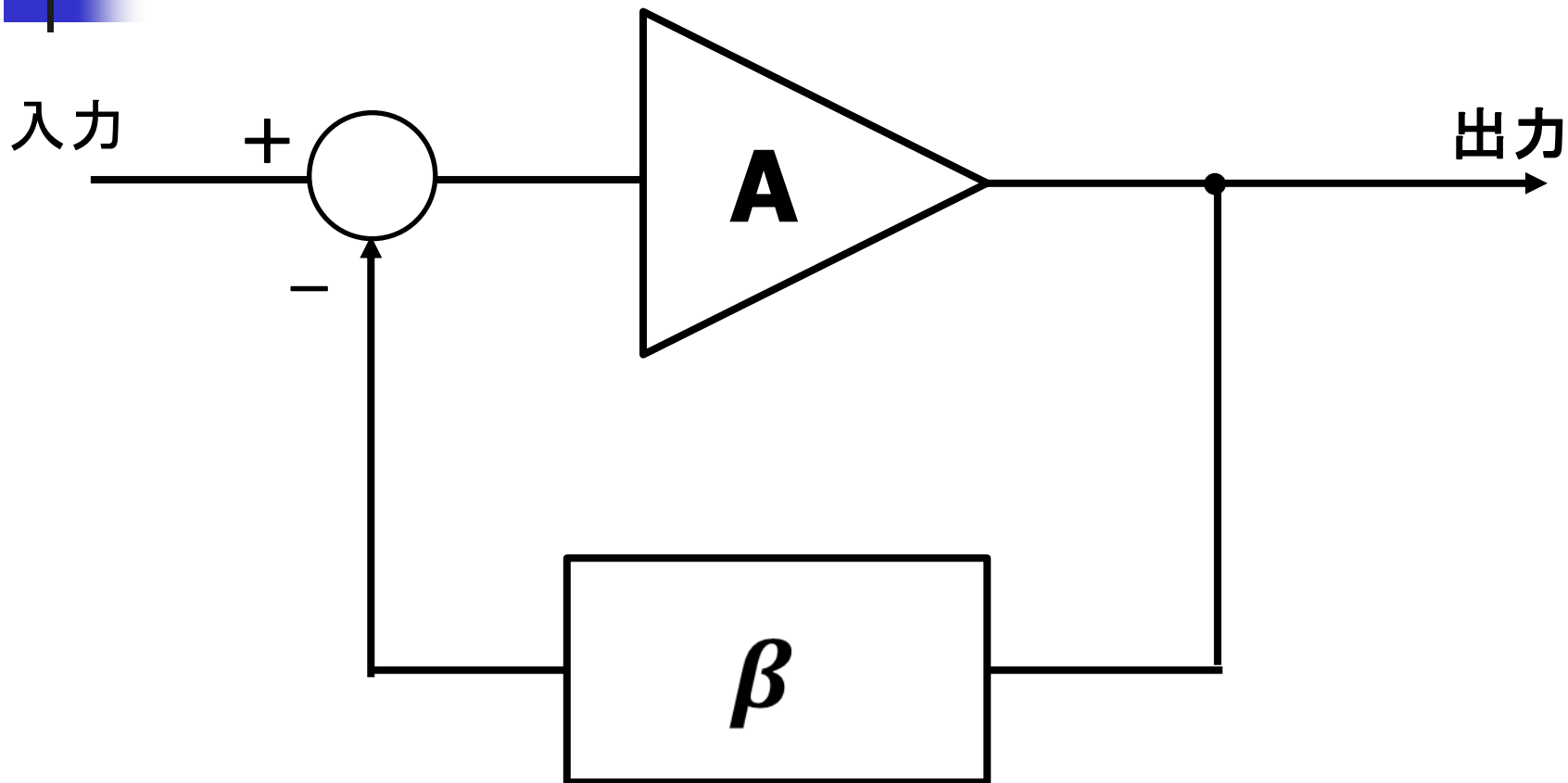
Harold Black 氏の

負帰還増幅回路を思いついた際の記述

Then came the morning of Tuesday, August 2, 1927, when the concept of the negative feedback amplifier came to me in a flash while I was crossing the Hudson River on the Lackawanna Ferry, on the way to work. For more than 50 years I have pondered how and why the idea came, and I can ' t say any more today than I could that morning. All I know is that after several years of hard work on the problem, I suddenly realized that if I fed the amplifier output back to the input, in reverse phase, and kept the device from oscillating (singing, as we called it then), I would have exactly what I wanted: a means of canceling out the distortion in the output. I opened my morning newspaper and on a page of *The New York Times*. I sketched a simple diagram of a negative feedback amplifier plus the equations for the amplification with feedback. I signed the sketch, and 20 minutes later, when I reached the laboratory at 463 West Street, it was witnessed, understood, and signed by the late Earl C. Bleassing.

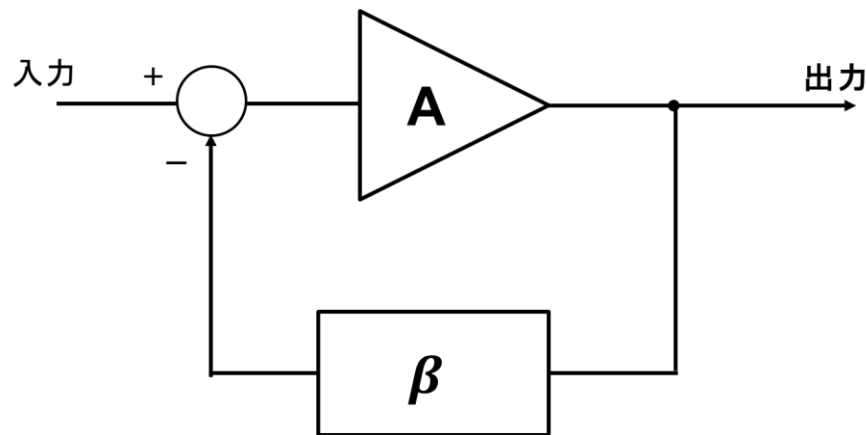
I envisioned this circuit as leading to extremely linear amplifiers (40 to 50 dB of negative feedback), but an important question is: How did I know I could avoid self-oscillations over very wide frequency bands when many people doubted such circuits would be stable? My confidence stemmed from work that I had done two years earlier on certain novel oscillator circuits and three years earlier in designing the terminal circuits, including the filters, and developing the mathematics for a carrier telephone system for short toll circuits.

負帰還増幅回路



入力に出力を逆相で戻す

負帰還の効果1



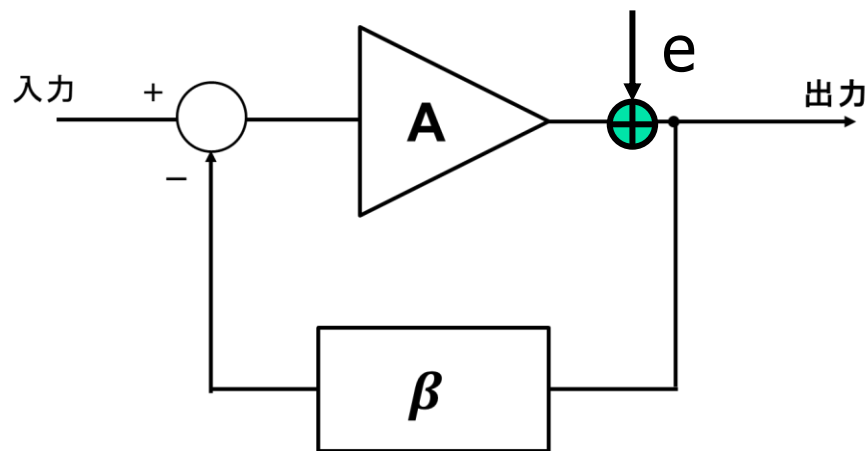
- 回路の利得は減衰器のみで決定 ($A \approx \infty$ の時)

$$G \approx \frac{1}{\beta}$$



増幅器の特性変動に左右されない

負帰還の効果2



- 増幅器出力のひずみ(e)を低減

$$\text{出力: } V_{out} \approx \frac{A}{1+A\beta} V_{in} + \frac{e}{1+A\beta}$$



その後の発展

数年後にはナイキスト
が負帰還増幅器の不安定をさける手法を解析し、
ボード (Heinrich Bode、1905 — 1982) が
システム的手法を編み出した。
ようやく負帰還回路の理論が確立したことになる。
やがて、ベル研究所長のKelly の言うように、
「負帰還はあらゆる目的につかわれる増幅器に
採用されるだろう」は現実のものとなっていく。



オペアンプでの負帰還の効果

歪低減、精度改善

入力インピーダンス増加

出力インピーダンス軽減



演算増幅器の使用法

演算増幅器を応用する際には、
ほかの素子と組み合わせて
所望の機能を実現する。

素子の接続方式で分類

負帰還の応用： 増幅器, レギュレータ

正帰還の応用： 発振回路、ヒステリシスコンパレータ

帰還なしの場合： コンパレータ



Harry Nyquist (AT&T, 1889-1976)

1927年 米国ベル研究所 Harold Black により、
Negative Feedback による電子管増幅器が考案される。

出力から入力へのフィードバック量により増幅器が
安定、不安定になることが経験される。

1932年 Nyquist によりこの問題が理論的に検討され、
安定になるための条件が明らかになる。

電気通信の技術課題を解決するためのもの

安定判別は詳しくは3年前期の「制御工学I」で学びます。

(ナイキストの安定判別)



Harry Nyquist

名前が残る多くの研究業績

Nyquist plot

Nyquist–Shannon sampling theorem

Nyquist frequency

Nyquist stability criterion

Nyquist ISI criterion

Johnson–Nyquist noise





群馬大学オペアンプ関係資料

<https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/lecture/2016-6-21gendai.pdf>

<https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/lecture/2016-4-19analog.pdf>

<https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/lecture/2018-6-6opamp.pdf>

<https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/lecture/2018-6-6adda.pdf>

https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/lecture/20200930_nakatani.pdf

https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/lecture/20190709_kobayashi_stability.pdf

<https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/news/pdf/2021/ITC-2021-Slide-daisukeimori.pdf>

https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/news/pdf/2019/ASICON_B8-4_aoki.pdf

https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/news/pdf/2020/ats2020slide_201207_am07_ogihara.pdf

https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/news/pdf/2019/ITCAAsia_sasaki.pdf

<https://kobaweb.ei.st.gunma-u.ac.jp/news/pdf/2016/2016-6-27kenryu.pdf>